

Traditio et Innovatio

## Kanalprädiktion in Mehrantennensystemen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades **Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)** der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik der Universität Rostock

> vorgelegt von: Nico Palleit

Tag der Abgabe: 06. Mai 2011

urn:nbn:de:gbv:28-diss2011-0150-4

Dissertation

#### Gutachter:

- Prof. Dr.-Ing. habil. Tobias Weber (Universität Rostock)
- Prof. Dr.-Ing. Andreas Czylwik (Universität Duisburg-Essen)
- Prof. Dr.-Ing. habil. Volker Kühn (Universität Rostock)

#### Tag der öffentlichen Verteidigung:

10. Oktober 2011

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Rostock am Institut für Nachrichtentechnik. Ich möchte denjenigen Menschen meine Dankbarkeit aussprechen, die mich bei dieser Arbeit auf die eine oder andere Weise unterstützt haben. Besonders möchte ich meinem Betreuer Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Tobias Weber danken. Er hat mich stets gefördert, gefordert und mich bei meinen Ideen unterstützt. Durch wertvolle Diskussionen, die jederzeit möglich waren, hat er wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Seine Art des wissenschaftlichen Arbeitens, die er mir näher gebracht hat und die Möglichkeit in verschiedenen Projekten mitzuarbeiten, haben mich fachlich sehr geprägt, wofür ich ihm überaus dankbar bin. Außerdem hat er mir die Gelegenheit gegeben, Lehrveranstaltungen in Form von Übungen und Laborpraktika durchzuführen. Auf diese Weise hat Prof. Weber nicht nur meine wissenschaftlichen Fähigkeiten geprägt, sondern auch meine Fähigkeiten Studenten zu unterrichten und anzuleiten gefördert.

Weiterhin möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Ahrens danken. Er hat mich vor und während meiner Diplomarbeit betreut und mein Interesse für die Forschung auf dem Gebiet der Mobilkommunikation geweckt. Ebenso möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Volker Kühn, dem Leiter des Instituts für Nachrichtentechnik an der Universität Rostock danken. Prof. Kühn hatte immer Zeit für hilfreiche Diskussionen und gab mir wertvolle Hinweise. Ebenso möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Andreas Czylwik für die Übernahme des Gutachtens danken.

Das Engagement für das Institut von Frau Prof. Dr.-Ing. habil. Erika Müller, von Prof. Kühn und von Prof. Weber haben wesentlich zu den positiven Arbeitsbedingungen beigetragen. Auch möchte ich allen jetzigen und ehemaligen Kollegen des Instituts für Nachrichtentechnik für das angenehme und freundschaftliche Arbeitsklima danken. Insbesondere möchte ich Herrn Dr.-Ing. Xinning Wei danken, mit dem ich mir das Büro geteilt habe. Die wissenschaftlichen Diskussionen waren oftmals sehr hilfreich.

Natürlich möchte ich auch meiner Familie und meinen Freunden danken, die mich während der Entstehung der vorliegenden Arbeit begleitet und unterstützt haben. Abschließend möchte ich Marc Weinhauer meine tiefe Dankbarkeit für seine Geduld und stete Unterstützung über die Jahre aussprechen.

Rostock, im Oktober 2011

Nico Palleit

# Inhaltsverzeichnis

| 1        | Ein             | leitung   | 5          |   | 1  |  |  |
|----------|-----------------|---|------------|---|----|--|--|
|          | 1.1             | Motiv   | ation      |   | 1  |  |  |
|          | 1.2             | Einore  | dnung der  | Arbeit in das wissenschaftliche Umfeld                | 3  |  |  |
|          | 1.3             | 3 Ziele der Arbeit  |            |   |    |  |  |
|          | 1.4             | Inhalt  | sübersich  | t   | 11 |  |  |
| <b>2</b> | Gev             | vinnen  | der akt    | uellen Kanalzustandsinformationen                     | 13 |  |  |
|          | 2.1             | Ausbr   | eitung ele | ektromagnetischer Wellen                              | 13 |  |  |
|          | 2.2             | Konze   | pt eines S | Systems zum Messen des aktuellen Kanalzustands        | 15 |  |  |
|          |                 | 2.2.1   | Aufbau     | des Messsystems                                       | 15 |  |  |
|          |                 | 2.2.2   | Ablauf e   | einer Messung   | 17 |  |  |
|          |                 | 2.2.3   | Übersicl   | nt über die Messkampagnen                             | 19 |  |  |
|          | 2.3             | Traini  | ngssignal  | basiertes Schätzen des aktuellen Kanalzustands        | 21 |  |  |
|          |                 | 2.3.1   | System     | nodell  | 21 |  |  |
|          |                 | 2.3.2   | Maximu     | m-Likelihood-Schätzer                                 | 26 |  |  |
|          |                 | 2.3.3   | Minimu     | m-Mean-Square-Error-Schätzer                          | 27 |  |  |
|          |                 | 2.3.4   | Maximu     | m-Likelihood-Schätzer im Unterraum                    | 29 |  |  |
|          | 2.4             | 4 Anwenden der trainingssignalbasierten Schätzverfahren auf gemessene |            |   |    |  |  |
|          |                 | Funkk   | anäle .    |   | 32 |  |  |
| 3        | Dir             | ektion  | ales Moo   | lell des Punkt zu Punkt MIMO-Mobilfunkkanals          | 38 |  |  |
|          | 3.1             | Direktionales Kanalmodell   |            |   | 38 |  |  |
|          | 3.2             | Schätzen der pfadspezifischen Parameter                               |            |   | 48 |  |  |
|          |                 | 3.2.1 Beamforming Verfahren   |            | ming Verfahren  | 48 |  |  |
|          |                 | 3.2.2   | Unterra    | umbasierte Verfahren                                  | 49 |  |  |
|          |                 | 3.2.3   | Maximu     | m-Likelihood Verfahren                                | 52 |  |  |
|          |                 |   | 3.2.3.1    | Modifiziertes direktionales Kanalmodell               | 52 |  |  |
|          |                 |   | 3.2.3.2    | Maximum-Likelihood-Schätzer                           | 54 |  |  |
|          |                 |   | 3.2.3.3    | Expectation-Maximization Algorithmus                  | 54 |  |  |
|          |                 |   | 3.2.3.4    | SAGE Algorithmus                                      | 57 |  |  |
|          |                 |   | 3.2.3.5    | Initialisieren des Expectation-Maximization Algorith- |    |  |  |
|          |                 |   |            | mus und des SAGE Algorithmus                          | 58 |  |  |
| 4        | $\mathbf{Filt}$ | erbasi  | ertes Mo   | odell des Punkt zu Punkt MIMO-Mobilfunkkanals         | 61 |  |  |
|          | 4.1             | Filterbasiertes Kanalmodell   |            |   |    |  |  |
|          | 4.2             | 2 Zusammenhang zwischen dem direktionalen Kanalmodell und dem fil-    |            |   |    |  |  |
|          |                 | terbas  | ierten Ka  | nalmodell   | 62 |  |  |

|          | 4.3            | Schätz    | en der Filterkoeffizienten des filterbasierten Kanalmodells        | 67              |  |  |
|----------|----------------|-----------|--|-----------------|--|--|
|          |                | 4.3.1     | Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf den pfadspezifisch- |                 |  |  |
|          |                |           | en Parametern  | 67              |  |  |
|          |                | 4.3.2     | Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzme-    |                 |  |  |
|          |                |           | thode  | 68              |  |  |
|          |                | 4.3.3     | Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf dem Wiener-Filter   | 71              |  |  |
| <b>5</b> | Prä            | diziere   | en der Kanalzustandsinformationen                                  | 76              |  |  |
|          | 5.1            | Motiva    | ation  | 76              |  |  |
|          | 5.2            | Prädiz    | zieren der Kanalzustandsinformationen basierend auf dem direk-     |                 |  |  |
|          |                | tionale   | en Kanalmodell   | 79              |  |  |
|          |                | 5.2.1     | Gemeinsames Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in          |                 |  |  |
|          |                |           | Frequenz- und Zeitrichtung   | 79              |  |  |
|          |                | 5.2.2     | Separates Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Fre-       |                 |  |  |
|          |                |           | quenz- und Zeitrichtung  | 85              |  |  |
|          | 5.3            | Prädiz    | zieren der Kanalzustandsinformationen basierend auf dem filterba-  |                 |  |  |
|          |                | sierten   | ۱ Kanalmodell  | 86              |  |  |
|          |                | 5.3.1     | Gemeinsames Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in          |                 |  |  |
|          |                |           | Frequenz- und Zeitrichtung   | 86              |  |  |
|          |                | 5.3.2     | Separates Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Fre-       |                 |  |  |
|          |                |           | quenz- und Zeitrichtung  | 93              |  |  |
| 6        | <b>U</b> nt    | orqueb    | ung der Leigtungsföhigkeit der Prödiktionstechniken                | 06              |  |  |
| U        | 6.1            | Definit   | tion der Gütekriterien   | <b>90</b><br>96 |  |  |
|          | 6.2            | Anwer     | nden der Prädiktionsverfahren auf einen synthetisch generierten    | 00              |  |  |
|          | 0.2            | Funkkanal |  |                 |  |  |
|          |                | 6.2.1     | Beschreibung des synthetisch generierten Funkkanals                | 101             |  |  |
|          |                | 6.2.2     | Anwenden der Prädiktionsverfahren                                  | 103             |  |  |
|          | 6.3            | Anwer     | nden der Prädiktionsverfahren auf gemessene Funkkanäle             | 116             |  |  |
|          |                | 6.3.1     | Anwenden der Prädiktionsverfahren auf die gemessenen Funk-         |                 |  |  |
|          |                |           | kanäle des Szenarios Labor 2                                       | 116             |  |  |
|          |                | 6.3.2     | Anwenden der Prädiktionsverfahren auf die gemessenen Funk-         |                 |  |  |
|          |                |           | kanäle der Szenarien Korridor und Labor 1                          | 128             |  |  |
|          |                |           |  |                 |  |  |
| 7        | $\mathbf{Zus}$ | ammer     | nfassung   | 136             |  |  |
|          | 7.1            | Zusam     | menfassung in deutscher Sprache                                    | 136             |  |  |
|          | 7.2            | Zusam     | umenfassung in englischer Sprache                                  | 137             |  |  |
| A        | Her            | leitung   | gen  | 139             |  |  |
|          | A.1            | Korrel    | ationsmatrix des Rauschens   | 139             |  |  |

\_\_\_\_\_

| A.2    | MIMO-Kanalkorrelationsmatrix                           | 2              |
|--------|--|----------------|
| B Bes  | schreibung der Messszenarien 14                        | 7              |
| B.1    | Szenario Korridor                                      | $\overline{7}$ |
| B.2    | Szenario Labor 1                                       | 9              |
| B.3    | Szenario Labor 2                                       | <b>52</b>      |
| ~      |  | _              |
| C List | te häufig verwendeter Abkürzungen und Formelzeichen 15 | 6              |
| C.1    | Abkürzungen  | 6              |
| C.2    | Formelzeichen  | 6              |

# Abbildungsverzeichnis

| 1.1 | Beispiel einer zeitvarianten Kanalübertragungsfunktion mit bekanntem  |
|-----|---|
| 1.2 | Direktionales SISO-Kanalmodell  |
| 2.1 | Mehrwegeausbreitung zwischen einem Sender (Tx) und einem Empfän-<br>ger (Rx)  |
| 2.2 | Aufbau des eingesetzten Messsystems   |
| 2.3 | Systemmodell  |
| 2.4 | Blockschaltbild des unterraumbasierten Maximum-Likelihood-Schätzers 31  |
| 2.5 | Eigenwertprofile der Kanalkorrelationsmatrizen  |
| 2.6 | Mittlerer quadratischer Fehler  |
| 2.7 | Mittlerer quadratischer Fehler bei $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2 / \sigma^2) = 20 \mathrm{dB}$ in Abhän-<br>gigkeit von der Größe <i>L</i> des Unterraums |
| 2.8 | Optimale Größe $L$ des Unterraums $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 37$  |
| 3.1 | Szenario mit zwei Ausbreitungspfaden für das direktionale Kanalmodell 39  |
| 3.2 | Zusammenhang zwischen Dopplerfrequenz und Geschwindigkeitsvektor 40   |
| 3.3 | 3-dimensionales, kartesisches, rechtshändiges Koordinatensystem mit<br>dem Azimutwinkel $\alpha$ dem Poldistanzwinkel $\vartheta$ und der Einfallsebene     |
|     | beziehungsweise der Ausfallsebene   |
| 3.4 | Nassi-Shneiderman-Diagramm zum EM Algorithmus   |
| 3.5 | Nassi-Shneiderman-Diagramm zum SAGE Algorithmus   |
| 41  | Filterbasiertes Kanalmodell 62  |
| 4.2 | Prinzip der Kovarianzmethode  |
| 4.3 | Lineares Modell zum Bilden des Fehlers $\underline{\mathbf{f}}$   |
| 5.1 | Gemessene Kanalübertragungsfunktion   |
| 5.2 | FDD basiertes Mobilfunksystem   |
| 5.3 | Prinzip der Prädiktion basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell . 87   |
| 5.4 | Abbildung zum Beispiel $(5.29)$   |
| 5.5 | Prädiktion in Zeitrichtung basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell 94   |
| 6.1 | Synthetisch generierte Kanalübertragungsfunktion zwischen der ersten  |
|     | Sendeantenne und der ersten Empfangsantenne   |
| 6.2 | $\operatorname{MSE}$ beim Einsatz von REK und einem SRV von $25\mathrm{dB}$ bei der Zeit-   |
|     | und Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals 107  |
| 6.3 | $\operatorname{MSE}$ beim Einsatz von KOV und einem SRV von $25\mathrm{dB}$ bei der Zeit-   |
|     | und Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals $\ldots$ . 108   |

| 6.4  | MSE beim Einsatz von WIEN I und einem SRV von 25 dB bei der Zeit-   |     |
|------|---|-----|
|      | und Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals  | 108 |
| 6.5  | Normierter MSE beim Einsatz von REK, KOV und WIEN I bei einem   |     |
|      | SRV von 25 dB bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprä-   |     |
|      | diktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals mit $F \cdot \Delta w = 0$                                | 110 |
| 6.6  | Normierter MSE beim Einsatz von REK, KOV und WIEN I bei einem   |     |
|      | SRV von $25\mathrm{dB}$ bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprä-                               |     |
|      | diktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals mit $F\cdot\Delta w=100\mathrm{MHz}$                      | 111 |
| 6.7  | MSE zwischen den Abtastwerten beim Einsatz von REK, KOV und   |     |
|      | WIEN I bei einem SRV von 25 dB bei der Frequenzprädiktion des syn-  |     |
|      | thetisch generierten MIMO-Kanals  | 113 |
| 6.8  | Normierter MSE der MIMO-Kanalübertragungsfunktion beim Einsatz  |     |
|      | von REK, KOV und WIEN I in Abhängigkeit vom SRV bei der Fre-  |     |
|      | quenzprädiktion des synthetisch generierten MIMO-Kanals   | 116 |
| 6.9  | MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK für  |     |
|      | das Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenz-                                     |     |
|      | prädiktion  | 120 |
| 6.10 | MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von LS für das                                       |     |
|      | Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprä-                                      |     |
|      | diktion   | 121 |
| 6.11 | MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von KOV für  |     |
|      | das Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenz-                                     |     |
|      | prädiktion  | 121 |
| 6.12 | Normierter MSE beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario  |     |
|      | Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion   |     |
|      | $\operatorname{mit} F \cdot \Delta w = 0  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots $ | 122 |
| 6.13 | Normierter MSE beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario  |     |
|      | Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion   |     |
|      | mit $F \cdot \Delta w = 100 \text{ MHz}$  | 123 |
| 6.14 | MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK, LS  |     |
|      | und KOV für das Szenario Labor 2 bei der Frequenzprädiktion   | 126 |
| 6.15 | MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von WIEN II  |     |
|      | für das Szenario Labor 2 bei der Frequenzprädiktion   | 126 |
| 6.16 | MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK, LS  |     |
|      | und KOV für das Szenario Korridor   | 131 |
| 6.17 | MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK. LS  |     |
| -    | und KOV für das Szenario Labor 1  | 132 |
|      |   |     |
| B.1  | Grundriss des Szenarios Korridor  | 147 |
| B.2  | Foto des Szenarios Korridor   | 148 |

| B.3 | Foto des Szenarios Korridor     | 148 |
|-----|---------------------------------|-----|
| B.4 | Grundriss des Szenarios Labor 1 | 150 |
| B.5 | Foto des Szenarios Labor 1      | 151 |
| B.6 | Foto des Szenarios Labor 1      | 151 |
| B.7 | Grundriss des Szenarios Labor 2 | 153 |
| B.8 | Foto des Szenarios Labor 2      | 154 |
| B.9 | Foto des Szenarios Labor 2      | 154 |

# Kapitel 1 Einleitung

### 1.1 Motivation

Ubiquitous Communication ist das Ziel der aktuellen und zukünftigen Entwicklung von Kommunikationssystemen NA06. Die allgegenwärtige Vernetzung unterschiedlicher Geräte, die unterschiedliche Dienste bei unterschiedlichen Datenraten und unterschiedlichen Qualitäten anbieten, soll in Zukunft Realität werden. Die Anforderungen der Dienste an die Qualität der Übertragung sind im Allgemeinen sehr unterschiedlich. Neben Diensten, die nur eine geringe Datenrate erfordern, wie zum Beispiel das Signalisieren, ob das Mindesthaltbarkeitsdatum bei Lebensmitteln im überwachten Kühlschrank abgelaufen ist, existieren auch Dienste, die sehr hohe Datenraten erfordern, wie zum Beispiel das Übertragen von hochauflösendem Videomaterial (engl. <u>High Definition</u> <u>Television</u>, HDTV). Der soziologische Nutzen dieser Dienste wird von einigen Leuten infrage gestellt. Jedoch zeigt der Anstieg der Anzahl der mobilen Teilnehmer seit Inbetriebnahme des D-Netzes in Deutschland im Jahre 1992, dass zunächst soziologisch fragwürdige Entwicklungen im Bereich der Mobilkommunikation letztendlich auf große Akzeptanz bei der Mehrheit der Menschen in Deutschland stoßen können. Dies ist nur einer der Gründe, warum die Entwicklung im Bereich der Mobilkommunikation nicht stagnieren wird. Für Weiterentwicklungen ist es notwendig, theoretische und experimentelle Untersuchungen vorzunehmen, um zu klären, wie die steigende Anzahl von Teilnehmern bei gleichzeitig erhöhten Anforderungen an die Qualität der Übertragung und erhöhten Anforderungen an die Datenrate versorgt werden kann.

Zur Nachrichtenübertragung werden elektromagnetische Wellen genutzt [BHKL01]. Diese Ressource ist theoretisch unbegrenzt vorhanden, da der Frequenz der elektromagnetischen Wellen keine obere bekannte Grenze gesetzt ist. Aufgrund der Tatsache, dass elektromagnetische Wellen bei sehr hohen Frequenzen, wie zum Beispiel  $\gamma$ -Strahlung ionisierend wirken und dadurch organisches Gewebe zerstören können, ist die Ressource der elektromagnetischen Wellen jedoch begrenzt. Insbesondere ist es aufgrund der Ausbreitungseigenschaften elektromagnetischer Wellen technisch sehr aufwendig, elektromagnetische Wellen mit sehr hohen Frequenzen zur Nachrichtenübertragung zu nutzen. Beispielsweise ist sichtbares Licht, welches zur Klasse der nicht ionisierenden Strahlung gehört, wegen der starken Interferenzen infolge der Sonnenstrahlung ungeeignet, um in der Mobilkommunikation als Ressource für die Nachrichtenübertragung eingesetzt zu werden [ZB95]. Weiterhin würde es beim Einsatz von sichtbarem Licht nur zu einer geringen Beugung und geringen Streuung kommen, sodass praktisch eine direkte Sichtverbindung für die Übertragung existieren muss. Deshalb ist der nutzbare Bereich der Funkwellen eine Ressource, mit der sparsam und effektiv zugleich umgegangen werden muss. Die Bundesnetzagentur für Elektrizität, Gas, Telekommunikation und Eisenbahnen stellt für Deutschland einen verbindlichen Frequenznutzungsplan [Bun08] zur Verfügung, der regelmäßig aktualisiert wird. Dieser Plan regelt die Nutzung für den Frequenzbereich von 9 kHz bis 275 GHz. Alle Anwender und Anbieter innerhalb Deutschlands müssen sich an diesen Frequenznutzungsplan halten. Weiterhin können nur Frequenzbereiche genutzt werden, die entweder ohne Lizenzen verwendet werden dürfen, oder für die entsprechende Lizenzen erworben wurden. Laut § 54 Telekommunikationsgesetz besteht neben dem Ziel der Regulierung der Frequenznutzung für den deutschen Markt ebenfalls das Ziel der europäischen Harmonisierung. Deshalb ist die Bundesnetzagentur Mitglied bei der europäischen Organisation CEPT (franz. <u>Conférence</u> <u>Européenne</u> des Administrations des <u>Postes</u> et des <u>Télécommunications</u>), deren langfristiges Ziel es ist, die verschiedenen nationalen Regelungen zur Frequenznutzung auf europäischer Ebene anzugleichen. Weiterhin spricht die internationale Organisation ITU (engl. International Telecommunication Union) Empfehlungen zur Frequenznutzung aus, die anschließend zum Beispiel von der Bundesnetzagentur als Normen definiert werden.

Aufgrund der Tatsache, dass die Ressource der elektromagnetischen Wellen zur Nachrichtenübertragung begrenzt und teuer ist, besteht das Ziel darin, die vorhandene Ressource effizient zu nutzen. Systeme mit mehreren Antennen auf der Sendeseite und mit mehreren Antennen auf der Empfangsseite, sogenannte MIMO-Systeme (engl. Multiple-Input Multiple-Output), stellen eine Möglichkeit dar, um die Ressource der elektromagnetischen Wellen effizient zu nutzen. Somit können die bessere Qualität der Übertragung und die erhöhte Datenrate realisiert werden. Um eine hohe Performanz in MIMO-Systemen zu erreichen, ist die empfängerseitige und die senderseitige Kanalkenntnis von großer Bedeutung. Klassischerweise lässt sich die empfängerseitige Kanalkenntnis durch Kanalschätzen basierend auf der Übertragung von a priori bekannten Trainingssignalen erlangen [WMZ05a]. Die senderseitige Kanalkenntnis kann klassischerweise durch Rücksignalisieren erlangt werden [TBS05]. Ein Problem beim Rücksignalisieren besteht jedoch darin, dass die Anzahl der genutzten Kanäle quadratisch mit der Anzahl der am Sender und Empfänger eingesetzten Antennen ansteigt, und somit sehr viele Informationen rücksignalisiert werden müssen. Weiterhin muss berücksichtigt werden, dass bei aktuellen und zukünftigen Kommunikationssystemen eine hohe Mobilität unterstützt werden soll. Das bedeutet, dass die mobilen Teilnehmer auch bei hohen Geschwindigkeiten zuverlässig versorgt werden müssen. Bei den eingesetzten hohen Frequenzen führt eine hohe Geschwindigkeit des mobilen Teilnehmers zu einer hohen Zeitvarianz des Kanals [Pät99, Lin05]. Aus diesem Grund müsste das Rücksignalisieren der Kanalzustandsinformationen vom Empfänger zum Sender sehr oft erfolgen, wodurch die effektiv nutzbare Datenraten weiter sinken würde. Weiterhin führt eine hohe Zeitvarianz dazu, dass die rücksignalisierten Kanalzustandsinformationen wahrscheinlich veraltet sind, in dem Moment, in dem dieses Informationen im Sender benötigt werden. Das Verwenden dieser veralteten Informationen kann zu einer signifikanten Verschlechterung der Performanz der eingesetzten Übertragungsverfahren führen. Moderne Funkkommunikationssysteme sind oftmals für eine Duplexübertragung ausgelegt. Daher ist es naheliegend, die benötigten senderseitigen Kanalzustandsinformationen aus den empfängerseitig geschätzten Kanaleigenschaften der entgegengesetzten Übertragungsrichtung zu prädizieren. In Zeitduplexsystemen ist dies eine zeitliche Prädiktion während in Frequenzduplexsystemen eine Prädiktion in Frequenzrichtung erforderlich ist. Daher besteht das Ziel der vorliegenden Arbeit darin, praktikable Verfahren zur Prädiktion der vollständigen Kanalzustandsinformationen in MIMO-Systemen zu finden.

### 1.2 Einordnung der Arbeit in das wissenschaftliche Umfeld

Senderseitige Kanalkenntnis ist vorteilhaft, um eine hohe Performanz in Funkkommunikationssystemen zu erreichen. Übertragungsverfahren, die senderseitige Kanalkenntnis benötigen sind zum Beispiel der Tomlinson-Harashima Vorcodierer [Tom71, HM72], der Zero-Forcing Vorcodierer [Wei11, Höh11], eine Vorcodierung basierend auf der Singulärwertzerlegung [PAL06, Küh06], Powerloadingverfahren [MD04, ASPW09, Pal09], Bitloadingverfahren [HH89, FH96] und adaptive Modulationsverfahren [TH96, Jai02, Cha03]. Das Problem besteht darin, dass es zunächst lediglich möglich ist, basierend auf der Übermittlung von Trainingssignalen die empfängerseitige Kanalkenntnis durch Kanalschätzung zu erlangen [VT01, BLM03, Kam04, WMZ05a]. Die benötigte senderseitige Kanalkenntnis lässt sich klassischerweise durch Rücksignalisieren erlangen [TBS05, MH06, TU07]. Aufgrund der bestehenden Probleme beim Rücksignalisieren die in Abschnitt 1.1 aufgezählt wurden ist es naheliegend, die benötigte senderseitige Kanalkenntnis aus der geschätzten empfängerseitigen Kanalkenntnis der entgegengesetzten Übertragungsrichtung zu prädizieren, sodass kein Rücksignalisierungskanal erforderlich ist. Somit ist es in einem Mobilfunksystem möglich, die Kenntnis der Aufwärtsstrecke (engl. <u>Uplink</u>, UL) des Mobilfunkkanals und die Kenntnis der Abwärtsstrecke (engl. Downlink, DL) des Mobilfunkkanals, sowohl in der Basisstation (BS) als auch in der <u>Mobils</u>tation (MS) zu erlangen. Neben dem Erlangen der senderseitigen Kanalkenntnis ist es ebenfalls möglich, eine Verbesserung der empfängerseitigen Kanalschätzung durch Prädiktionstechniken zu erzielen. Durch Prädiktion erhält man aus der Kanalschätzung zu früheren Zeitpunkten zusätzliche Informationen über den aktuell zu schätzenden Kanal. Durch unterraumbasierte Verfahren ist es beispielsweise möglich, die Dimension des Kanalunterraums basierend auf vergangenen Kanalschätzungen zu reduzieren, was zu einer Verbesserung der aktuellen Kanalschätzung genutzt werden kann [WABD06, WMZ05a, WMZ05b, WM05]. Die Verbesserung der empfängerseitigen Kanalschätzung basierend auf vergangenen Kanalschätzungen und der Prädiktion des aktuellen Kanalzustands kann auch mithilfe des Kalman-Filters realisiert werden [Kal60].

Der Mobilfunkkanal ist sowohl zeitselektiv als auch frequenzselektiv, weshalb sich die Eigenschaften des Kanals mit der Zeit und mit der Frequenz ändern. Aus diesem Grund werden Verfahren untersucht, um die senderseitigen Kanalzustandsinformationen aus den bereits geschätzten empfängerseitigen Kanalzustandsinformationen der entgegengesetzten Übertragungsrichtung sowohl in Frequenzrichtung als auch in Zeitrichtung zu prädizieren. Zum Prädizieren der Kanalzustandsinformationen wird die Kanalübertragungsfunktion als eine mögliche Systemfunktion zum Beschreiben des Kanalzustands zugrunde gelegt. Natürlich ist es auch möglich, eine andere Systemfunktion, wie zum Beispiel die Kanalimpulsantwort zum Beschreiben des Kanals zu verwenden. Die zugrunde liegende Systemfunktion besitzt jedoch prinzipiell keinen Einfluss auf die Performanz der Prädiktionsverfahren. Es wurden bereits verschiedene Verfahren zur Kanalprädiktion in der Literatur untersucht [EDHH97, EDHH98, AJJF99, DHHH00, CEV07]. Dabei wurden zunächst Systeme, die auf beiden Seiten der Übertragungsstrecke lediglich eine Antenne einsetzen, sogenannte SISO-Systeme (engl. Single-Input Single-Output) vorausgesetzt. Unterschieden wurde zwischen Zeitduplex (engl. Time Division Duplex, TDD) Systemen und Frequenzduplex (engl. <u>Frequency Division Duplex</u>, FDD) Systemen. Bei TDD Systemen ist eine Prädiktion in Zeitrichtung relevant und bei FDD Systemen ist eine Prädiktion in Frequenzrichtung relevant. Da sich der Kanal im Allgemeinen mit der Zeit ändert, kann auch in FDD Systemen zusätzlich eine Prädiktion in Zeitrichtung relevant sein. Dabei ist es möglich, sowohl unabhängig voneinander in Zeitrichtung und in Frequenzrichtung zu prädizieren als auch gemeinsam zu prädizieren.

Im Folgenden wird zunächst auf die zeitliche Prädiktion der Kanalübertragungsfunktion in TDD Systemen eingegangen. Im einfachsten Fall wird eine lediglich zeitvariante, aber nicht frequenzselektive Kanalübertragungsfunktion prädiziert. Es kann natürlich auch eine frequenzselektive Kanalübertragungsfunktion zeitlich prädiziert werden, jedoch wird in der Literatur oftmals nur die nicht frequenzselektive Kanalübertragungsfunktion zeitlich prädiziert [HHDH99, HW98, SK03b, Cha03, SM05, OM09]. In



Abbildung 1.1. Beispiel einer zeitvarianten Kanalübertragungsfunktion mit bekanntem und unbekanntem Abschnitt

[SM05, OM09] wird speziell auf die Prädiktion in OFDM-Systemen (engl. Orthogonal Frequency Division Multiplex) eingegangen. In [Sem03, SK03a] wird auch auf die Prädiktion frequenzselektiver Kanalübertragungsfunktionen eingegangen. In Abbildung 1.1 ist exemplarisch eine zeitvariante, nicht frequenzselektive Kanalübertragungsfunktion dargestellt, wobei der als bekannt vorausgesetzte Abschnitt und der zu prädizierende Abschnitt markiert sind. Ziel ist es, basierend auf dem bekannten, zum Beispiel während der Übertragung in der Aufwärtsstrecke geschätzten Abschnitt, den unbekannten, beispielsweise für die Abwärtsstreckenübertragung relevanten Abschnitt zu bestimmen. Der einfachste Ansatz zur Prädiktion besteht darin, überhaupt keine Prädiktion des Kanals vorzunehmen und damit eine Zeitinvarianz des Kanals anzunehmen und auszunutzen. Das bedeutet, dass der Sender den letzten zuvor geschätzten Kanal in der Aufwärtsstrecke als Kanalkenntnis für die Abwärtsstrecke verwendet. Im Allgemeinen ist dieser Ansatz suboptimal, da sich die Kanalübertragungsfunktionen mit der Zeit signifikant ändern. Ein zweiter einfacher Ansatz besteht darin, eine lineare oder quadratische Extrapolation der Kanalübertragungsfunktion durchzuführen [BNN<sup>+</sup>08, BOON06, NTOO05]. Dazu werden lediglich zwei beziehungsweise drei vergangene Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion benötigt.

Ein weiterer Ansatz zum Prädizieren basiert auf den physikalischen Parametern der elektromagnetischen Wellen [HW98, AJJF99, SK01, SK02, SK03a, SK03b, SK03c, CEV07]. Bei diesem Ansatz wird der Kanal zwischen dem Sender (Tx) und dem Empfänger (Rx) deterministisch als Überlagerung einer endlichen Anzahl von diskreten Ausbreitungspfaden, also elektromagnetischen Wellen beschrieben. Dieses Kanalmodell wird als direktionales Kanalmodell bezeichnet [Pap00, Jöt04]. In der Realität existieren Cluster von Ausbreitungspfaden. Diese Cluster werden bei dieser Art der Modellierung als diskrete Pfade approximiert. Ein exemplarisches Szenario mit zwei Ausbreitungs-



Abbildung 1.2. Direktionales SISO-Kanalmodell

pfaden ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Es wird vorausgesetzt, dass sich ebene Wellen am Empfänger überlagern. Diese Voraussetzung ist sinnvoll, solange sich alle Streuer außerhalb des Nahfeldes der eingesetzten Antennen befinden. Jeder Ausbreitungspfad wird durch die physikalischen Parameter

- frequenzunabhängiger, komplexer Übertragungsfaktor  $\underline{\alpha}^{(d)}$  und
- Dopplerfrequenz  $f_{\rm d}^{(d)}$

beschrieben. Diese Parameter sind bei einer geradlinigen Bewegung der MS viel länger konstant als die Korrelationsdauer des Kanals ist. Das bedeutet, dass mit Kenntnis dieser Parameter für alle Ausbreitungspfade die Kanalübertragungsfunktion deterministisch rekonstruiert beziehungsweise für jeden gewünschten Zeitpunkt prädiziert werden kann, solange sich die Pfade nicht signifikant ändern. Zum Schätzen dieser Parameter existiert eine Vielzahl von Algorithmen, wie zum Beispiel der ESPRIT Algorithmus (engl. <u>E</u>stimation of <u>Signal P</u>arameters via <u>R</u>otational <u>Invariance Techniques</u>) [PRK85, RK89, HN95], der MUSIC Algorithmus (engl. <u>Mu</u>ltiple <u>Signal C</u>lassification) [Sch86] und der SAGE Algorithmus (engl. <u>Space A</u>lternating <u>G</u>eneralized <u>E</u>xpectation Maximization) [FH94, FDHT96, FJS02].

Weiterhin kann die zukünftige Kanalübertragungsfunktion auch als Filterung der vergangenen Kanalübertragungsfunktion modelliert werden [HW98, SK03a, SK03b,

SK03c, CEV07, Mak75, EDHH98, HHDH99, HDHH99, DHHH00]. Mit Kenntnis der Filterkoeffizienten und einiger vergangener Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion ist es möglich, die Kanalübertragungsfunktion zu prädizieren. Zum Schätzen der Filterkoeffizienten sind verschiedene Verfahren in der Literatur [Hay02] bekannt. Diese basieren beispielsweise darauf, dass versucht wird bereits bekannte Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion zu prädizieren. Ein weiteres Verfahren zum Einstellen der Filterkoeffizienten ist die Prädiktion basierend auf dem Wiener-Filter [Kay93, Kro96, Hay02] oder basierend auf dem Kalman-Filter [Kal60].

Die Prädiktion der Kanalübertragungsfunktion in FDD Systemen ist mathematisch äquivalent zur Prädiktion der Kanalübertragungsfunktion in TDD Systemen. In FDD Systemen muss die frequenzselektive Kanalübertragungsfunktion zu einem bestimmten Zeitpunkt prädiziert werden. Der einfachste Ansatz zur Prädiktion besteht wiederum darin, überhaupt keine Prädiktion des Kanals vorzunehmen. Diese Vorgehensweise ist jedoch aufgrund der starken Frequenzselektivität von Mobilfunkkanälen nicht sinnvoll anwendbar. Der Performanzverlust infolge der nicht korrekt vorhandenen Informationen über die Abwärtsstrecke in der BS beziehungsweise über die Aufwärtsstrecke in der MS ist zu groß. Ein weiterer Ansatz zum Prädizieren in Frequenzrichtung basiert, wie auch beim Prädizieren in Zeitrichtung, auf der linearen oder quadratischen Extrapolation der Kanalübertragungsfunktion. Eine Prädiktion basierend auf den physikalischen Parametern der elektromagnetischen Wellen [HW98, SK01, SK02] ist ebenfalls möglich. Bei diesem Ansatz wird der Kanal wieder deterministisch als Überlagerung einer endlichen Anzahl von Ausbreitungspfaden beschrieben, wobei anstelle der Dopplerfrequenzen die Laufzeiten der elektromagnetischen Wellen als Parameter benötigt werden. Mit Kenntnis dieser Parameter für alle Ausbreitungspfade kann die Kanalübertragungsfunktion deterministisch rekonstruiert beziehungsweise prädiziert werden. Die Parameterschätzung kann auch hier beispielsweise mit dem ESPRIT Algorithmus, dem MUSIC Algorithmus oder dem SAGE Algorithmus erfolgen.

Es ist ebenfalls möglich, den bereits für TDD Systeme eingeführten Ansatz basierend auf der Filterung der bekannten Kanalübertragungsfunktion zu verwenden [HW98]. Hierbei werden anstelle von Abtastwerten zu unterschiedlichen Zeiten Abtastwerte zu unterschiedlichen Frequenzen gefiltert, um die Prädiktion durchzuführen.

In MIMO-Systemen ist senderseitige Kanalkenntnis von besonders großer Bedeutung, wobei im Rahmen dieser Arbeit lediglich MIMO-Systeme betrachtet werden, bei denen der Abstand zwischen den Antennen auf beiden Seiten der Übertragungsstrecke jeweils im Bereich von einigen wenigen Wellenlängen liegt. Ein in der Vergangenheit vielfach angewandtes Konzept zum Gewinnen der senderseitigen Kanalkenntnis mit Rücksignalisierungskanal basiert auf der Zerlegung der Kanalinformationen in einen langsam zeitvarianten die räumlichen Eigenschaften des Funkkanals beschreibenden Anteil und einen typischerweise eher geringen schnell zeitvarianten Anteil, der die Überlagerung der Pfade beschreibt. Dies erlaubt es, die Übertragungsraten auf dem Rücksignalisierungskanal entsprechend anzupassen [JBMW02]. Der langsam zeitvariante, von den räumlichen Kanaleigenschaften abhängende Anteil ist in der Kovarianzmatrix des Kanals und deren Eigenvektoren enthalten. Das bekannte Eigenbeamforming [HLB00, Kam04, BUN01, UB01] basiert somit letztendlich ebenfalls auf einer Zerlegung der Kanalinformation in langsam und schnell zeitvariante Anteile. Neben dem Rücksignalisieren der Kovarianzmatrix kann auch die empfängerseitige Kovarianzmatrix transformiert werden, um die senderseitige Kovarianzmatrix zu erhalten, ohne dass diese rücksignalisiert werden muss [CHC03, CHC04].

Codebook basierte MIMO-Precodingverfahren sind ebenfalls geeignet, um eine hohe Performanz zu erzielen [LH05, AB07, LJP10]. Hierbei werden Indizes eines Codebooks vom Empfänger zum Sender rücksignalisiert. Im Grundprinzip ermittelt der Empfänger einen Index, der auf einen Vorcodierer zeigt, wobei dieser Vorcodierer am besten zum Kanal passt. Der durch eine grobe Quantisierung erkaufte Vorteil besteht darin, dass nur relativ wenige Daten rücksignalisiert werden müssen. Die Herausforderung besteht nun darin, optimale Codebooks, das heißt optimale Quantisierungsschemata, zu entwerfen. Codebook basierte MIMO-Precodingverfahren wurden zum Beispiel in der aktuellen 3GPP (engl. 3rd <u>G</u>eneration <u>P</u>artnership <u>P</u>roject) LTE (engl. <u>Long-T</u>erm <u>E</u>volution) Ausgabe 10 vorgeschlagen [TS310].

Ein weiterer Ansatz in MIMO-Systemen besteht darin, dass in hoch mobilen Umgebungen durch den Einsatz eines Antennenarrays ein quasi zeitinvarianter Kanal erzeugt werden kann [KK07, KK08]. Dabei wird der Kanal nicht in Zeitrichtung oder Frequenzrichtung prädiziert, sondern in Raumrichtung. Mithilfe eines Wiener-Filters werden die Empfangssignale so verarbeitet, dass sich eine virtuelle, sich nicht bewegende Empfangsantenne ergibt.

### 1.3 Ziele der Arbeit

Die aktuellen Prädiktionstechniken wurden für SISO-Systeme entwickelt. Da jedoch bereits aktuell und in Zukunft verstärkt MIMO-Systeme eingesetzt werden, um den Anforderungen an zukünftige mobile Kommunikationssysteme gerecht zu werden, widmet sich die vorliegende Arbeit der Prädiktion der Kanalzustandsinformationen in MIMO-Systemen. Die Verfahren zur Kanalprädiktion sollen unabhängig von einer konkreten Realisierung eines Mobilfunksystems entwickelt werden. Dadurch kann sichergestellt werden, dass die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit allgemein für viele mögliche Mobilfunksysteme angewandt werden können. Somit besteht das Hauptziel der vorliegenden Arbeit darin, praktikable Verfahren zur Prädiktion der Kanalzustandsinformationen in MIMO-Systemen zu erarbeiten. Um dieses Ziel zu erreichen, werden die bereits bekannten Verfahren für SISO-Systeme hinsichtlich ihrer Erweiterbarkeit auf MIMO-Systeme untersucht.

Eine einfache Vorgehensweise bei der Prädiktion der Kanalinformationen in MIMO-Systemen besteht darin, die für SISO-Systeme entwickelten Verfahren direkt einzusetzen. Das bedeutet, dass der MIMO-Kanal in die SISO-Subkanäle zerlegt wird und anschließend werden die Kanalzustandsinformationen jedes einzelnen SISO-Subkanals prädiziert. Der Nachteil bei dieser Vorgehensweise ist jedoch, dass die Abhängigkeiten der SISO-Subkanäle nicht ausgenutzt werden und somit das Performanzpotenzial nicht vollständig ausgeschöpft wird. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, bereits bekannte Verfahren zur Prädiktion in SISO-Systemen dahin gehend zu untersuchen, wie diese Verfahren auf MIMO-Systeme erweitert werden können, um die Abhängigkeiten der SISO-Subkanäle auszunutzen. Es werden sowohl die auf einer Schätzung der physikalischen Pfadparameter beruhenden Prädiktionsverfahren als auch filterbasierte Prädiktionsverfahren untersucht.

Bei den Verfahren, die auf den physikalischen Parametern der elektromagnetischen Wellen basieren, existieren in MIMO-Systemen zusätzlich zu den bereits eingeführten Pfadparametern, wie die komplexen Übertragungsfaktoren, Dopplerfrequenzen und Laufzeiten noch die Einfallswinkel (engl. Direction of Arrival, DoA) und Ausfallswinkel (engl. <u>Direction of Departure</u>, DoA). Sowohl die Einfallswinkel als auch die Ausfallswinkel werden jeweils durch Azimutwinkel und Zenitwinkel eindeutig im 3-dimensionalen Raum beschrieben. Das bedeutet, dass in MIMO-Systemen zusätzlich vier weitere Parameter geschätzt werden müssen. Eine Erhöhung der Anzahl an zu schätzenden Parametern kann die Performanz der Prädiktion in MIMO-Systemen möglicherweise verschlechtern. Jedoch wird durch die erhöhte Anzahl an zur Verfügung stehenden und voneinander abhängigen SISO-Subkanälen erwartet, dass die Performanz der Prädiktionsverfahren in MIMO-Systemen verbessert werden kann. Ebenso wird erwartet, dass die Performanz der filterbasierten Prädiktionsverfahren in MIMO-Systemen verbessert werden kann. Zum einen ist die Anzahl an Gleichungen zum Schätzen der Filterkoeffizienten größer und zum anderen können die Korrelationen zwischen den SISO-Subkanälen, insbesondere beim Wiener-Filter, ausgenutzt werden.

Zum Vergleich der Leistungsfähigkeit der verschiedenen Prädiktionsverfahren werden zunächst synthetisch generierte Kanäle genutzt. Unter der Voraussetzung, dass die Methode zum Erzeugen der synthetischen Kanäle an die Prädiktionsverfahren angepasst ist, werden alle Prädiktionsverfahren im rauschfreien Fall perfekt den Kanal prädizieren. Aus diesem Grund werden die synthetisch generierten Kanäle additiv mit Rauschen überlagert und anschließend wird die Leistungsfähigkeit der Verfahren in Abhängigkeit vom Signal-zu-Rausch-Verhältnis untersucht. Dies ist die übliche Vorgehensweise bei der Beurteilung der Qualität der Prädiktionsverfahren, so wie es in der bereits zitierten Literatur für SISO-Systeme vorgenommen wurde. Da jedoch die synthetisch generierten Kanäle die realen Kanäle nicht perfekt widerspiegeln, werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit zusätzlich Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit und zur Verifikation der Prädiktionsverfahren an real gemessenen Funkkanälen vorgenommen. Auf diese Weise kann die Leistungsfähigkeit der Prädiktionsverfahren besser für reale Systeme bewertet werden. Dementsprechend muss ein System zum Messen von Funkkanälen realisiert werden.

Allen Prädiktionsverfahren ist gemein, dass sie die aktuellen Kanalzustandsinformationen benötigen, um eine Prädiktion in Frequenzrichtung oder in Zeitrichtung vorzunehmen. Aus diesem Grund werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit zunächst verschiedene bekannte Verfahren zum Gewinnen der aktuellen Kanalzustandsinformationen rekapituliert. Anschließend wird untersucht, wie die notwendigen Parameter für die einzelnen Prädiktionsverfahren geschätzt werden können.

Die konkreten Ziele der vorliegenden Arbeit sind somit:

- Ein Konzept zum Messen des aktuellen Kanalzustands entwickeln und Messungen des Kanalzustands durchführen.
- Methoden zum Schätzen des aktuellen Kanalzustands in Mobilfunksystemen rekapitulieren.
- Analyse und Vergleich der Leistungsfähigkeit der untersuchten Methoden zum Schätzen des aktuellen Kanalzustands.
- Literaturrecherche durchführen, um aktuelle Prädiktionsverfahren für SISO-Systeme zusammenzufassen. Die Ergebnisse der Recherche sind bereits in der Einleitung aufgeführt worden.
- Analyse der Kanalmodelle, auf denen die Prädiktionsverfahren für SISO-Systeme beruhen. Untersuchen, ob die verwendeten Kanalmodelle auf MIMO-Systeme erweitert werden können.
- Geeignete Kanalmodelle für die Prädiktion der Kanalzustandsinformationen in MIMO-Systemen erarbeiten. Diskussion der Anwendbarkeit dieser Kanalmodelle für eine Prädiktion.

- Verfahren zum Schätzen der Parameter der Kanalmodelle erarbeiten.
- Vergleich der erarbeiteten Kanalmodelle.
- Untersuchen, ob die Prädiktionsverfahren für SISO-Systeme auch auf MIMO-Systeme angewandt werden können. Prädiktionsverfahren für MIMO-Systeme entwickeln.
- Definition geeigneter Gütekriterien zur Analyse der Leistungsfähigkeit der Prädiktionsverfahren.
- Analyse und Vergleich der Leistungsfähigkeit der neu erarbeiteten Prädiktionsverfahren.

### 1.4 Inhaltsübersicht

Basierend auf den in Abschnitt 1.3 dargestellten Zielen gliedert sich die Arbeit wie folgt.

In Kapitel 2 werden ausgehend von den Ausbreitungsmechanismen der elektromagnetischen Wellen Verfahren untersucht, um die Informationen über den aktuellen Kanalzustand zu erhalten. Dabei wird zunächst in Abschnitt 2.2 ein Konzept zum Messen des aktuellen Kanalzustands vorgestellt und anschließend werden in Abschnitt 2.3 bekannte trainingssignalbasierte Verfahren zum Schätzen des aktuellen Kanalzustands rekapituliert. Basierend auf den Ausbreitungsmechanismen der elektromagnetischen Wellen wird in Kapitel 3 das physikalisch motivierte, direktionale Kanalmodell eingeführt. Weiterhin werden in Kapitel 3 Verfahren zum Schätzen der physikalischen Pfadparameter vorgestellt, da die physikalischen Pfadparameter für die Prädiktion benötigt werden. Das nicht physikalisch motivierte, filterbasierte Kanalmodell wird in Kapitel 4 eingeführt. Es wird gezeigt, wie die Filterkoeffizienten des filterbasierten Kanalmodells geschätzt werden können, da die Filterkoeffizienten ebenfalls für die Prädiktion benötigt werden. Weiterhin wird gezeigt, dass das direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell überführt werden kann. Die Beschreibung des physikalisch motivierten, direktionalen Kanalmodells als filterbasiertes Kanalmodell stellt eine wesentliche Neuerung bei der Kanalmodellierung dar.

In Kapitel 5 wird auf die Prädiktion der Kanalübertragungsfunktionen eingegangen. In Abschnitt 5.2 wird die Prädiktion basierend auf dem direktionalen Kanalmodell untersucht und in Abschnitt 5.3 wird die Prädiktion basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell untersucht. In Kapitel 6 wird die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken an einem synthetisch generierten Funkkanal und an gemessenen Funkkanälen untersucht. Weiterhin wird die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken miteinander verglichen.

Eine Zusammenfassung des Inhalts und der Ergebnisse der Arbeit in deutscher und englischer Sprache ist in Kapitel 7 zu finden. Im Anhang A werden die Korrelationsmatrix des Rauschens und die MIMO-Kanalkorrelationsmatrix hergeleitet. Im Anhang B werden die verwendeten Messszenarien beschrieben und im Anhang C ist eine Liste verwendeter Formelzeichen zu finden.

Die mathematischen Darstellungen in dieser Arbeit erfolgen bevorzugt im diskreten äquivalenten Tiefpassbereich. Vektoren werden durch fett gesetzte Kleinbuchstaben und Matrizen werden durch fett gesetzte Großbuchstaben dargestellt. Die Elemente eines Vektors und einer Matrix werden durch kursiv gesetzte Buchstaben gekennzeichnet. Komplexe Größen werden unterstrichen. Die Transposition wird durch  $(\cdot)^{T}$  gekennzeichnet und das Bilden der konjugiert komplexen Elemente eines Vektors oder einer Matrix wird durch  $(\cdot)^{*}$  gekennzeichnet.

## Kapitel 2

# Gewinnen der aktuellen Kanalzustandsinformationen

### 2.1 Ausbreitung elektromagnetischer Wellen

Zum Übertragen von Informationen über die Luftschnittstelle werden elektromagnetische Wellen eingesetzt. Die elektromagnetischen Wellen werden im Sender moduliert, sodass mit ihnen Informationen übermittelt werden können [Kam04]. Mithilfe von Antennen werden die leitungsgebundenen elektromagnetischen Wellen in Freiraumwellen umgewandelt [ZB95, DS03], sodass die Informationen über den Funkkanal zum Empfänger übertragen werden können. Auf der Empfängerseite werden wiederum Antennen eingesetzt, um die Freiraumwellen in leitungsgebundene Wellen umzuwandeln. Die Maxwellschen Gleichungen bilden die theoretische Grundlage für elektromagnetische Wellen [Kum86, MG92]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird jedoch nicht näher auf die Maxwellsche Theorie eingegangen. Die elektromagnetischen Wellen können sich zum einen möglicherweise auf direktem Weg vom Sender zum Empfänger ausbreiten, zum anderen können sich die elektromagnetischen Wellen vom Sender über Umwege zum Empfänger ausbreiten. Der direkte Weg wird auch als direkte Sichtverbindung (engl. Line of Sight) bezeichnet. Das Phänomen, dass sich die elektromagnetischen Wellen über Umwege ausbreiten, wird Mehrwegeausbreitung (engl. Multipath Propagation) genannt [FL96]. Wird von einem isotropen Kugelstrahler als Sendeantenne ausgegangen, so breiten sich die elektromagnetischen Wellen zunächst in alle Richtungen gleichmäßig aus, da ein isotroper Kugelstrahler eine omnidirektionale Richtcharakteristik aufweist. Es existieren keine realisierbaren isotropen Kugelstrahler, jede Antenne besitzt eine mehr oder weniger ausgeprägte Vorzugsrichtung. Da jedoch insbesondere bei MSen die Ausrichtung der Antennen keinen signifikanten Einfluss auf die Qualität der Übertragung besitzen soll, werden Antennen eingesetzt, die möglichst gleichmäßig in alle Richtungen empfangen und senden können. An vorhandenen Streuern können die elektromagnetischen Wellen gestreut und reflektiert werden. Eine Beugung an Hindernissen und eine Transmission der elektromagnetischen Wellen durch Hindernisse hindurch sind ebenfalls möglich. Durch Reflexion, Streuung und Beugung können auch elektromagnetische Wellen vom Sender zum Empfänger gelangen, die nicht in Richtung des Empfängers abgestrahlt wurden. In Abbildung 2.1 ist ein Szenario mit Mehrwegeausbreitung zwischen einem sich nicht bewegenden Sender (Tx) und einem sich mit



Abbildung 2.1. Mehrwegeausbreitung zwischen einem Sender (Tx) und einem Empfänger (Rx)

der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegenden Empfänger (Rx) exemplarisch dargestellt. Natürlich ist es ebenfalls möglich, dass sich nur der Sender bewegt oder der Sender und der Empfänger sich bewegen oder sich weder der Sender noch der Empfänger bewegt. Es ist der direkte Pfad dargestellt und es sind zwei weitere indirekte Pfade dargestellt. Aufgrund der Tatsache, dass sich die elektromagnetischen Wellen über mehrere Pfade vom Sender zum Empfänger ausbreiten, kommt es am Empfänger zu einer Superposition von mehreren Kopien des Sendesignals mit unterschiedlichen Laufzeiten, unterschiedlichen Dämpfungen und unterschiedlichen Phasen. Hierbei kann es sowohl zu konstruktiven als auch zu destruktiven Überlagerungen kommen. Zusätzlich wird dem Empfangssignal Rauschen additiv überlagert, jedoch ist dies in Abbildung 2.1 nicht dargestellt und es wird an dieser Stelle auch nicht näher auf das additive Rauschen eingegangen. Bedingt durch die unterschiedlichen Laufzeiten der elektromagnetischen Wellen ist der Mobilfunkkanal zeitdispersiv und wirkt dementsprechend frequenzselektiv. Das bedeutet, dass innerhalb der verwendeten Bandbreite lineare Verzerrungen auftreten und somit Signalanteile bei unterschiedlichen Frequenzen unterschiedlich bewertet werden [Lin05]. Zusätzlich bewegt sich der Empfänger mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ . Dadurch erfahren die elektromagnetischen Wellen eine Frequenzverschiebung. Das bedeutet, dass zusätzlich zu den unterschiedlichen Dämpfungen, Laufzeiten und Phasen auch unterschiedliche Dopplerfrequenzen auftreten. Demzufolge ist der Mobilfunkkanal frequenzdispersiv und wirkt zeitselektiv. Somit werden Signalanteile bei unterschiedlichen Zeiten unterschiedlich bewertet [Pät99]. Selbst in dem Fall, bei dem sich weder der Sender noch der Empfänger bewegt, wirkt der Kanal im Allgemeinen zeitselektiv, da sich die Umgebungsbedingungen mit der Zeit ändern können. Generell lässt sich der Mobilfunkkanal als lineares zeitvariantes System darstellen. Wie die aktuellen Informationen über den Kanalzustand gewonnen werden können, ist Thema der nachfolgenden Abschnitte. Dabei wird als Kanal der Einfluss der Luftschnittstelle und der eingesetzten Antennen definiert. Weitere Komponenten der Übertragungsstrecke, wie zum Beispiel Sendefilter und Empfangsfilter werden nicht zum Kanal gehörig definiert.

### 2.2 Konzept eines Systems zum Messen des aktuellen Kanalzustands

#### 2.2.1 Aufbau des Messsystems

Eine Möglichkeit Kenntnis über den aktuellen Kanalzustand zu gewinnen besteht darin, den aktuellen Kanalzustand zu messen. Dies ist notwendig, um die Leistungsfähigkeit der zu untersuchenden Prädiktionsverfahren zu beurteilen, so wie es in Kapitel 1 bereits beschrieben wurde. Das Ziel des Messsystems besteht darin, einen frequenzselektiven und zeitvarianten MIMO-Kanal zu vermessen. Es existieren verschiedene Techniken, um den aktuellen Kanalzustand messtechnisch zu erfassen, wie zum Beispiel die Puls-Messtechnik, die Korrelations-Messtechnik und die Swept-Frequency-Messtechnik [PDT91, Par92]. Diese Verfahren unterscheiden sich in den verwendeten Testsignalen. Bei der Puls-Messtechnik wird der Eingang des Kanals mit einem kurzen Impuls angeregt und der Ausgang des Kanals entspricht der Kanalimpulsantwort gefaltet mit dem Eingangsimpuls. Theoretisch wird der Kanal mit einem Dirac-Impuls angeregt, jedoch sind Dirac-Impulse technisch nicht realisierbar. Aus diesem Grund werden typischerweise kurze Rechteckimpulse verwendet. Bei der Korrelations-Messtechnik wird der Kanal mit einem Signal angeregt, welches die statistischen Eigenschaften von einem weißen Rauschprozess aufweist und im Empfänger wird das Empfangssignal mit dem Eingangssignal korreliert. Das Ergebnis der Korrelation entspricht der gewichteten Kanalimpulsantwort, da die Autokorrelationsfunktion des Eingangssignals idealerweise einem gewichteten Dirac-Impuls entspricht. Bei der Swept-Frequency-Messtechnik wird der Kanal zeitlich nacheinander mit sehr schmalbandigen Signalen, wie zum Beispiel



Abbildung 2.2. Aufbau des eingesetzten Messsystems

Sinussignalen angeregt, wobei von einem Zeitpunkt zum nächsten Zeitpunkt die Frequenz des Sinussignals variiert wird. Aus dem Vergleich des Empfangssignals und dem Sendesignal kann der Übertragungskoeffizient des Kanals für jede einzelne Frequenz bestimmt werden, sodass nach einem kompletten Sweep die Übertragungsfunktion des Kanals gemessen wurde.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein Konzept zum Messen des Kanalzustands basierend auf der Swept-Frequency-Messtechnik kurz erläutert, da dieses Messsystem tatsächlich eingesetzt wurde. In Abbildung 2.2 ist der Aufbau des eingesetzten Messsystems dargestellt. Das verwendete Messsystem basiert auf einem vektoriellen Netzwerkanalysator (engl. <u>V</u>ector <u>N</u>etwork <u>A</u>nalyzer, VNA) ZVL3 von Rohde & Schwarz mit zwei Ports, der über eine <u>G</u>eneral <u>P</u>urpose <u>I</u>nterface <u>B</u>us (GPIB) Verbindung mit dem steuernden Notebook verbunden ist. Mithilfe des VNAs lassen sich die Streuparameter eines Zweitores messen. Der Mobilfunkkanal kann im Allgemeinen als reziprokes Zweitor aufgefasst werden, wobei die beiden identischen Transmissionsfaktoren <u>S</u><sub>21</sub> und <u>S</u><sub>12</sub> der Kanalübertragungsfunktion <u>H</u>(f) entsprechen. Bevor eine Kanalübertragungsfunktion gemessen wird, müssen zunächst die Parameter am VNA eingestellt werden. Die wichtigsten Parameter sind der Frequenzbereich, die Anzahl W der diskreten Messpunkte innerhalb des Frequenzbereichs, die Sendeleistung und die <u>R</u>esolution <u>B</u>andwidth (RBW). Die RBW besitzt Einfluss auf den Dynamikbereich des VNAs. Je kleiner die RBW ist, desto größer ist der Dynamikbereich und desto geringer ist die Leistung des Rauschens, welches der Messung additiv überlagert ist. Die benötigte Zeit zum Messen einer Kanalübertragungsfunktion beträgt ungefähr

$$t_{\rm mess} \approx \frac{W}{\rm RBW}.$$
 (2.1)

Bei W = 401 Punkten und einer RBW von 100 Hz benötigt der VNA zum Messen einer Kanalübertragungsfunktion ungefähr 4 Sekunden. Das bedeutet, dass sich die Eigenschaften des Kanals innerhalb dieser Zeit nicht ändern dürfen. Der Vorteil einer so langen Messdauer besteht darin, dass das additive Rauschen, welches der Messung überlagert ist, sehr gering ist.

Neben dem VNA werden auch bis zu zwei Drehtische eingesetzt, um virtuelle Antennenarrays erzeugen zu können und somit die Kanalübertragungsfunktionen eines MIMO-Kanals messen zu können. In Abbildung 2.2 sind beide Drehtische mit dargestellt. Weiterhin kann ein x-y-Tisch eingesetzt werden. Der x-y-Tisch wird genutzt, um ortsvariante Kanalübertragungsfunktionen messen zu können. Mit der Definition einer konstanten Geschwindigkeit, mit der sich die Antenne auf dem x-y-Tisch bewegt, kann die ortsvariante Kanalübertragungsfunktion als zeitvariante Kanalübertragungsfunktion in einer statischen Umgebung aufgefasst werden. Der x-y-Tisch ist in Abbildung 2.2 nicht mit dargestellt. Auf den Drehtischen und dem x-y-Tisch ist jeweils eine Stabantenne montiert. Die Drehtische und der x-y-Tisch werden mittels einer Steuereinheit kontrolliert. Die Steuereinheit ist über eine serielle Schnittstelle mit dem Notebook verbunden und die Drehtische und der x-y-Tisch sind über Steuerleitungen mit der Steuereinheit verbunden.

#### 2.2.2 Ablauf einer Messung

Beim Ablauf einer Messung muss beachtet werden, dass sich die Eigenschaften des Kanals während der Messung nicht ändern dürfen. Dies kann realisiert werden, indem die Messungen der Kanalübertragungsfunktionen in einem Raum durchgeführt werden, in dem sich während der Messungen keine Personen aufhalten. Damit der Kanal zeitinvariant ist, werden die Messungen mittels eines PCs fern gesteuert und das Messen kann nachts stattfinden, wenn sich keine Personen in dem Haus aufhalten, in dem die Messungen durchgeführt werden. Dieser Ablauf einer Messung ist in realen Systemen natürlich nicht möglich, da der Kanal mit einer ausreichenden Geschwindigkeit geschätzt werden muss und sich natürlich auch Menschen und andere sich bewegende Streuer in der Umgebung der Antennen befinden. Dementsprechend ist diese Vorgehensweise in realen Mobilfunksystemen praktisch nicht relevant, jedoch zum Messen des Kanals, um anschließend die Prädiktionsverfahren verifizieren zu können, ist dieser Ablauf geeignet. Aufgrund der langen Messdauer, wie in Gleichung (2.1) angegeben, die nur möglich ist, da der Kanal als zeitinvariant angenommen werden kann, ergibt sich ein hoher Dynamikbereich. Somit können Rauscheinflüsse auf die Messung reduziert werden.

Bevor die Messung gestartet wird, werden alle notwendigen Einstellungen am VNA vorgenommen. Anschließend wird eine Kalibrationsmessung durchgeführt, um den systematischen Einfluss der nicht zum Mobilfunkkanal gehörenden Komponenten eliminieren zu können. Bei der Kalibrationsmessung werden die Antennen entfernt und die Messkabel, an denen zuvor die beiden Antennen angeschlossen waren, werden direkt miteinander verbunden. Anschließend wird die Übertragungsfunktion gemessen. Diese gemessene Übertragungsfunktion beschreibt den Einfluss aller nicht zum Kanal gehörenden Komponenten, wie zum Beispiel den Einfluss der Messkabel und den Einfluss der Sendefilter und der Empfangsfilter. Anschließend werden die Antennen wieder an die Messkabel angebracht und es kann die Übertragungsfunktion gemessen werden. Mit Kenntnis der bei der Kalibrationsmessung gemessenen Übertragungsfunktion kann die Kanalübertragungsfunktion aus den Messwerten berechnet werden [Hie06].

Nachdem alle notwendigen Vorbereitungen abgeschlossen sind, wird die Messung mittels eines PCs ferngesteuert. Zunächst wird bei der Ausgangsposition der Drehtische eine Kanalübertragungsfunktion gemessen. Anschließend wird die Antenne auf dem ersten Drehtisch um einen festen Winkel gedreht und es wird wieder eine Kanalübertragungsfunktion gemessen. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis alle Kanalübertragungsfunktionen zwischen allen Positionen auf dem ersten Drehtisch und der ersten Position auf dem zweiten Drehtisch gemessen wurden. Anschließend wird die Antenne auf dem ersten Drehtisch wieder in die Ausgangsposition gedreht, die Antenne auf dem zweiten Drehtisch wird um einen festen Winkel gedreht und es wird wieder eine Kanalübertragungsfunktion gemessen. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis alle Kanalübertragungsfunktionen des virtuellen MIMO-Kanals gemessen wurden. Beim Einsatz des x-y-Tisches wird entsprechend die Antenne um einen festgelegten Abstand bewegt. Damit ergibt sich der folgende Ablauf

- 1. Parameter am VNA einstellen,
- 2. Kalibrationsmessung durchführen,
- 3. Antennen auf den Drehtischen beziehungsweise auf dem x-y-Tisch in die Ausgangspositionen bringen,
- 4. Kanalübertragungsfunktion messen,

- 5. gemessene Kanalübertragungsfunktion zum PC übertragen,
- 6. die Antennen auf die nächsten Positionen bringen,
- 7. Punkte 4, 5 und 6 solange wiederholen, bis alle Kanalübertragungsfunktionen zum PC übertragen wurden und
- 8. alle Kanalübertragungsfunktionen abspeichern.

#### 2.2.3 Ubersicht über die Messkampagnen

Im Anhang B werden die durchgeführten Messkampagnen im Detail beschrieben. In diesem Abschnitt wird eine kurze Übersicht über die durchgeführten Messkampagnen gegeben. Es wurden die drei Messkampagnen

- Korridor,
- Labor 1 und
- Labor 2

durchgeführt. Bei den Kampagnen Korridor und Labor 1 wurde ein zeitinvarianter  $36 \times 36$  MIMO-Kanal vermessen, wobei auf beiden Seiten der Übertragungsstrecke jeweils ein Drehtisch zum Einsatz kam. Bei der Messkampagne Labor 2 wurde ein ortsvarianter  $36 \times 1$  MISO-Kanal (engl. <u>M</u>ultiple-Input Single-Output) beziehungsweise ein  $1 \times 36$  SIMO-Kanal (engl. Single-Input Multiple-Output) an 36 verschiedenen Stellen vermessen. Dabei kam auf einer Seite der Übertragungsstrecke ein Drehtisch zum Einsatz und auf der anderen Seite der Übertragungsstrecke kam ein x-y-Tisch zum Einsatz. Ob es sich um einen MISO-Kanal oder einen SIMO-Kanal handelt, hängt lediglich von der Interpretation ab. Im Folgenden wird der ortsvariante Kanal als zeitvarianter Kanal interpretiert. Dazu wird eine Geschwindigkeit definiert, mit der sich die Sendeantenne oder die Empfangsantenne bewegt hat. Somit kann der ortsvariante Kanal interpretiert werden, wobei zu 36 verschiedenen Zeitpunkten der Kanal gemessen wurde.

Es wurde kein ortsvarianter beziehungsweise zeitvarianter MIMO-Kanal vermessen, da eine Messung eines ortsvarianten MIMO-Kanals zu viel Zeit in Anspruch genommen hätte. Somit hätte die Bedingung, dass sich die Eigenschaften des Kanals während der Messung nicht ändern dürfen, nicht realisiert werden können. Sämtliche Kanalübertragungsfunktionen wurden bei der Mittenfrequenz

$$f_0 = 2,45 \,\mathrm{GHz}$$
 (2.2)

mit einer Bandbreite von

$$B = 200 \,\mathrm{MHz} \tag{2.3}$$

an

$$W = 401 \tag{2.4}$$

äquidistant verteilten Messpunkten innerhalb der Bandbreite gemessen. Die Mittenfrequenz von 2, 45 GHz wurde gewählt, da diese im ISM-Band (engl. <u>I</u>ndustrial, <u>S</u>cientific and <u>M</u>edical) für den 2, 4 GHz WLAN-Bereich liegt. Es wurde eine Bandbreite von 200 MHz gewählt, um eine möglichst gute zeitliche Auflösung von

$$\Delta \tau = \frac{1}{B} \tag{2.5}$$

zu erzielen, wobei gleichzeitig berücksichtigt werden musste, dass das Richtdiagramm und die Fußpunktimpedanz der eingesetzten Antennen innerhalb der Bandbreite annähernd konstant sind. Weiterhin ist es notwendig eine so große Bandbreite von 200 MHz einzustellen, damit ein Abschnitt innerhalb dieser Bandbreite zum Schätzen der Kanalmodellparameter verwendet werden kann und der andere Abschnitt innerhalb dieser Bandbreite zur Verifikation, beziehungsweise zum Beurteilen der Leistungsfähigkeit der Prädiktionsverfahren für die Prädiktion in Frequenzrichtung verwendet werden kann. Aufgrund der 401 Messpunkte ergibt sich, dass Pfade mit einer maximalen Laufzeit von

$$\tau_{\max} = \frac{W}{B} \tag{2.6}$$

erfasst werden können. In diesem Fall entspricht dies ungefähr einer maximalen Laufzeit von 2  $\mu$ s. Es wird erwartet, dass die maximale Laufzeit der Pfade signifikant kleiner ist als 2  $\mu$ s. Daraus folgt, dass die Übertragungsfunktionen überabgetastet ist. Somit kann auch der Einfluss einer Überabtastung auf die Prädiktionsverfahren untersucht werden. Weiterhin kann die Überabtastung auch zum Verbessern des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses genutzt werden.

Bei den beiden Kampagnen Korridor und Labor 1 wurden auf beiden Seiten der Übertragungsstrecke jeweils 36 virtuelle Antennen eingesetzt, wobei der Abstand zwischen zwei benachbarten Antennen ungefähr einem Drittel der Wellenlänge entspricht. Somit ist sichergestellt, dass der Kanal nicht räumlich unterabgetastet ist, denn der Abstand zwischen zwei Antennen darf maximal der halben Wellenlänge entsprechen, um das räumliche Abtasttheorem einzuhalten [vT02]. Der Radius der Drehtische betrug jeweils 25 cm. Es wurden so große räumliche Dimensionen bei den Drehtischen gewählt, da die räumliche Ausdehnung des Antennenarrays die Auflösung im Einfallswinkelbereich und im Ausfallswinkelbereich bestimmt [vT02]. Je größer die räumliche Ausdehnung ist, desto besser ist das Auflösungsvermögen. Jedoch ist die räumliche Ausdehnung der Antennenarrays nach oben beschränkt, wie es in Abschnitt 3.1 beschrieben wird.

Bei der Kampagne Labor 2 wurde der MISO-Kanal beziehungsweise der SIMO-Kanal zu 36 verschiedenen Zeitpunkten gemessen. Dies ist notwendig, um eine ausreichend große Anzahl an verschiedenen Zeitpunkten zum Schätzen der Kanalmodellparameter zu haben und um weitere Zeitpunkte zum Verifizieren und zum Beurteilen der Leistungsfähigkeit der Prädiktionsverfahren für die Prädiktion in Zeitrichtung verwenden zu können.

### 2.3 Trainingssignalbasiertes Schätzen des aktuellen Kanalzustands

#### 2.3.1 Systemmodell

Die Kenntnis über den aktuellen Kanalzustand ist notwendig, um eine Prädiktion der Kanalzustandsinformationen durchführen zu können. Da das im vorherigen Abschnitt 2.2 vorgestellte Verfahren zum messtechnischen Erfassen des aktuellen Kanalzustands in realen Mobilfunksystemen praktisch nicht relevant ist, werden in diesem Abschnitt bekannte trainingssignalbasierte Verfahren zum Schätzen des aktuellen Kanalzustands vorgestellt, die auch in realen Mobilfunksystemen anwendbar sind. Bei dem im letzten Abschnitt 2.2 vorgestellten Konzept, wäre es auch möglich vom Schätzen des aktuellen Kanalzustands zu sprechen. Prinzipiell existiert kein Unterschied zwischen dem Schätzen und dem Messen einer physikalischen Größe. Da jedoch im letzten Abschnitt ein VNA als Messgerät zum Erlangen des aktuellen Kanalzustands eingesetzt wurde, wurde vom Messen des aktuellen Kanalzustands gesprochen.

Bei trainingssignalbasierten Schätzverfahren werden a priori bekannte Trainingssignale vom Sender zum Empfänger übermittelt. Da der Empfänger die übermittelten Trainingssignale kennt, ist es möglich, durch den Vergleich der empfangenen Trainingssignale und den tatsächlich gesendeten Trainingssignalen die Informationen über den aktuellen Kanalzustand zu schätzen. Das Empfangssignal, welches aus dem Übermitteln der bekannten Trainingssignale resultiert, ist eine bekannte, lineare Funktion der unbekannten Kanalkoeffizienten [WMZ05b, WMZ05a]. Das Ziel besteht darin, diese unbekannten Kanalkoeffizienten zu schätzen und somit die aktuellen Informationen über den Kanalzustand zu erhalten. Die Kanalkoeffizienten und die Signale werden mittels Vektoren beschrieben und die Elemente dieser Vektoren sind Abtastwerte bezüglich einer festgelegten Gruppe von orthonormalen Basisfunktionen, falls keine Überabtastung der Kanäle und der Signale vorhanden ist [Pro01]. Im Folgenden wird keine explizite Gruppe von Basisfunktionen zugrunde gelegt, sodass die Ausführungen nicht auf einen Spezialfall beschränkt sind.

Im Folgenden wird ein Punkt zu Punkt MIMO-System mit N Sendeantennen und MEmpfangsantennen zugrunde gelegt. Der Vektor  $\mathbf{e}^{(m,n)}(i), n = 1 \dots N, m = 1 \dots M$ beschreibt den partiellen Empfangsvektor an der m-ten Empfangsantenne, der aus der *i*-ten Übermittlung der Trainingssignale von der *n*-ten Sendeantenne resultiert. Es wird angenommen, dass von allen N Sendeantennen gleichzeitig die a priori bekannten Trainingssignale übermittelt werden. Die Trainingssignale, die von der n-ten Sendeantenne übermittelt werden, werden durch die zeitinvariante, partielle Systemmatrix  $\underline{\mathbf{G}}^{(n)}$  beschrieben, wobei alle Empfangsantennen die Trainingssignale der *n*-ten Sendeantenne empfangen. Die partielle Systemmatrix  $\mathbf{G}^{(n)}$  weist eine Toeplitzstruktur auf. Die aus den Trainingssignalen resultierende Struktur dieser Systemmatrizen beeinflusst die Qualität der Kanalschätzung. Methoden, um optimale, beziehungsweise fast optimale Trainingssignale zu generieren, sind in der Literatur bekannt und werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter untersucht [MWSL02, KWC04]. Der Kanal zwischen der *n*-ten Sendeantenne und der *m*-ten Empfangsantenne wird durch den Kanalvektor  $\mathbf{h}^{(m,n)}(i)$  beschrieben, wobei dieser Vektor W Elemente besitzt. Der partielle Empfangsvektor ohne Rauschen ergibt sich zu

$$\underline{\mathbf{e}}^{(m,n)}\left(i\right) = \underline{\mathbf{G}}^{(n)} \cdot \underline{\mathbf{h}}^{(m,n)}\left(i\right).$$
(2.7)

Es wird vorausgesetzt, dass die Trainingssignale, die durch die Matrix  $\underline{\mathbf{G}}^{(n)}$  beschrieben werden hinreichend lang sind, das bedeutet, dass die Matrix  $\underline{\mathbf{G}}^{(n)}$  mindestens aus W Zeilen besteht. Das gesamte Empfangssignal an der m-ten Empfangsantenne ergibt sich zum Zeitindex i mit dem Vektor  $\underline{\mathbf{n}}^{(m)}(i)$ , der Abtastwerte eines mittelwertfreien, gaußschen Rauschprozesses enthält, durch Überlagern der N partiellen Empfangsvektoren  $\underline{\mathbf{e}}^{(m,n)}(i)$  und dem additiven Rauschen zu

$$\underline{\mathbf{e}}^{(m)}(i) = \sum_{n=1}^{N} \underline{\mathbf{e}}^{(m,n)}(i)$$
$$= \underbrace{\left(\underline{\mathbf{G}}^{(1)} \dots \underline{\mathbf{G}}^{(N)}\right)}_{\underline{\mathbf{G}}'} \cdot \underbrace{\left(\underline{\underline{\mathbf{h}}}^{(m,1)}(i)\right)}_{\underline{\underline{\mathbf{h}}}^{(m,N)}(i)} + \underline{\mathbf{n}}^{(m)}(i). \tag{2.8}$$



Abbildung 2.3. Systemmodell

Das Zusammenfassen aller M Empfangsvektoren führt auf den totalen Empfangsvektor

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\underline{\mathbf{e}}^{(1)}(i)\\\vdots\\\underline{\mathbf{e}}^{(M)}(i)\end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{e}}^{(i)}} = \underbrace{\begin{pmatrix}\underline{\mathbf{G}}' & \mathbf{0}\\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & \underline{\mathbf{G}}'\end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{G}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix}\underline{\mathbf{h}}^{(1)}(i)\\\vdots\\\underline{\mathbf{h}}^{(M)}(i)\end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{h}}^{(i)}} + \underbrace{\begin{pmatrix}\underline{\mathbf{n}}^{(1)}(i)\\\vdots\\\underline{\mathbf{n}}^{(M)}(i)\end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{n}}^{(i)}}.$$
 (2.9)

Damit lässt sich das Systemmodell

$$\underline{\mathbf{e}}(i) = \underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\mathbf{h}}(i) + \underline{\mathbf{n}}(i)$$
(2.10)

kompakt darstellen. In Abbildung 2.3 ist das Systemmodell grafisch dargestellt.

Die Korrelationsmatrix des Rauschens berechnet sich zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{n} = \mathbb{E}\left\{\underline{\mathbf{n}}\left(i\right) \; \underline{\mathbf{n}}^{*\mathrm{T}}\left(i\right)\right\}.$$
(2.11)

Unter der Voraussetzung, dass ausschließlich thermisches Rauschen in den Empfängern vorhanden ist, das Rauschen eine Varianz von  $\sigma^2$  aufweist und das die Empfangssignale nicht überabgetastet sind, ergibt sich die Korrelationsmatrix des Rauschen zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{n} = \sigma^{2} \mathbf{I}.$$
(2.12)

Hierbei ist I die Einheitsmatrix. In der Regel sind Mobilfunksysteme jedoch interferenzbegrenzt. Die Interferenzen können als empfangenes, weißes Rauschen aufgefasst werden und es wird angenommen, dass kein thermisches Rauschen in den Empfängern vorhanden ist. Unter der Voraussetzung, dass die Empfangsantennen ein Antennenarray bilden, und dass das empfangene Rauschen aus allen Richtungen in einer horizontalen Ebene gleichmäßig verteilt einfällt, ergibt sich die Korrelationsmatrix des Rauschens zu [WABD06]

$$\mathbf{R}_{\mathrm{n}} = \sigma^2 \cdot \mathbf{R}_{\mathrm{a}} \otimes \mathbf{I}. \tag{2.13}$$

Es wurde wieder vorausgesetzt, dass die Empfangssignale nicht überabgetastet sind. Falls die Empfangssignale überabgetastet sind, können die Gleichungen (2.12) und (2.13) wie im Anhang A.2 gezeigt, erweitert werden, um die Überabtastung zu berücksichtigen. Die Matrix  $\mathbf{R}_{a}$  in (2.13) ist die Array Korrelationsmatrix

$$\mathbf{R}_{\mathrm{a}} = \begin{pmatrix} J_{0}\left(\frac{2\pi\ell^{(1,1)}}{\lambda}\right) & \dots & J_{0}\left(\frac{2\pi\ell^{(1,M)}}{\lambda}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{0}\left(\frac{2\pi\ell^{(M,1)}}{\lambda}\right) & \dots & J_{0}\left(\frac{2\pi\ell^{(M,M)}}{\lambda}\right) \end{pmatrix}, \qquad (2.14)$$

wobei  $J_0(\cdot)$  die Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung ist,  $\ell^{(m,m')}$  den Abstand zwischen der *m*-ten und der *m'*-ten Empfangsantenne beschreibt und  $\lambda$  die Wellenlänge ist. Bis auf die Rauschvarianz  $\sigma^2$  kann die Korrelationsmatrix des Rauschens basierend auf der Antennengeometrie angegeben werden. Im Anhang A.1 werden die Gleichungen (2.13) und (2.14) hergeleitet.

Mithilfe der Karhunen-Loéve-Transformation kann der zeitvariante Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$ als Linearkombination von Basisvektoren dargestellt werden [vT02, MS00]

$$\underline{\mathbf{h}}\left(i\right) = \sum_{u=1}^{W \cdot M \cdot N} \underline{\mathbf{u}}_{u}\left(i\right) \, \underline{h}_{\mathrm{s},u}\left(i\right) \\ = \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{s}}\left(i\right) \, \underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{s}}\left(i\right), \qquad (2.15)$$

wobei im Allgemeinen unendlich viele Möglichkeiten für die Wahl der Basisvektoren  $\underline{\mathbf{u}}_{u}(i)$  existieren. Unter der Voraussetzung, dass die Spaltenvektoren  $\underline{\mathbf{u}}_{u}(i), u = 1 \dots W \cdot M \cdot N$  orthonormale Eigenvektoren der Kanalkorrelationsmatrix

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}} = \mathbf{E}\left\{\underline{\mathbf{h}}\left(i\right) \; \underline{\mathbf{h}}^{*\mathrm{T}}\left(i\right)\right\}$$
(2.16)

sind, gilt

$$\underline{\mathbf{u}}_{x}^{*\mathrm{T}}(i) \ \underline{\mathbf{u}}_{y}(i) = \begin{cases} 1 & \text{für } x = y, \\ 0 & \text{für } x \neq y \end{cases}.$$
(2.17)

Mit der gemachten Voraussetzung, dass die Matrix  $\underline{\mathbf{H}}_{s}(i)$  die Eigenvektoren der Kanalkorrelationsmatrix enthält, ist die Matrix  $\underline{\mathbf{H}}_{s}(i)$  quadratisch und unitär. Weiterhin gilt in realen Systemen, dass sich die Matrix  $\underline{\mathbf{H}}_{s}(i)$  und somit die Eigenvektoren der Kanalkorrelationsmatrix nur sehr langsam mit der Zeit ändern. Dementsprechend kann diese Matrix als zeitinvariant angenommen werden [WM05]. Diese Annahme ist gerechtfertigt, solange keine Ausbreitungspfade hinzukommen oder verschwinden, beziehungsweise sich die physikalischen Parameter, wie Dämpfung, Laufzeit und Phase der Ausbreitungspfade nicht ändern. In Abschnitt 3.1 wird genauer gezeigt, dass sich die Eigenvektoren nicht, beziehungsweise nur langsam mit der Zeit ändern. Demzufolge

$$\underline{\mathbf{h}}_{s}\left(i\right) = \underline{\mathbf{H}}_{s}^{*\mathrm{T}} \cdot \underline{\mathbf{h}}\left(i\right) \tag{2.18}$$

umgestellt werden. Mit (2.15) ergibt sich für die Kanalkorrelationsmatrix

$$\underline{\mathbf{R}}_{h} = E \left\{ \underline{\mathbf{h}}\left(i\right) \, \underline{\mathbf{h}}^{*T}\left(i\right) \right\} 
= E \left\{ \underline{\mathbf{H}}_{s} \cdot \underline{\mathbf{h}}_{s}\left(i\right) \cdot \underline{\mathbf{h}}_{s}^{*T}\left(i\right) \cdot \underline{\mathbf{H}}_{s}^{*T} \right\} 
= \underline{\mathbf{H}}_{s} \, \mathbf{R}_{s} \, \underline{\mathbf{H}}_{s}^{*T},$$
(2.19)

wobei für  $\mathbf{R}_{s}$ 

$$\mathbf{R}_{s} = \mathbf{E}\left\{\underline{\mathbf{h}}_{s}\left(i\right) \; \underline{\mathbf{h}}_{s}^{*\mathrm{T}}\left(i\right)\right\}$$
(2.20)

gilt. Gleichung (2.19) ist die Eigenwertzerlegung der Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}$ . Da die Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}$  hermitesch und positiv semidefinit ist, enthält die Matrix

$$\mathbf{R}_{\rm s} = \begin{pmatrix} \lambda^{(1)} & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \lambda^{(W \cdot M \cdot N)} \end{pmatrix}$$
(2.21)

die Eigenwerte von  $\underline{\mathbf{R}}_{h}$ . Die Eigenwerte sind positiv und reell und sie sind der Größe nach absteigend sortiert, sodass

$$\lambda^{(1)} > \ldots > \lambda^{(u)} > \ldots > \lambda^{(W \cdot M \cdot N)}$$
(2.22)

gilt [Lüt96]. Die Spalten der Matrix  $\underline{\mathbf{H}}_{s}$  enthalten die zu den Eigenwerten  $\lambda^{(u)}$ ,  $u = 1 \dots W \cdot M \cdot N$  korrespondierenden Eigenvektoren. Die Größe des Eigenwerts  $\lambda^{(u)}$  gibt an, wie viel Energie der Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  in der *u*-ten Dimension im Mittel besitzt. Somit ist die Summe aller Eigenwerte gleich der mittleren Energie des gesamten Kanals

$$\mathbf{E}\left\{\left\|\underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right\|^{2}\right\} = \sum_{u=1}^{W \cdot M \cdot N} \lambda^{(u)}, \qquad (2.23)$$

da die Matrix <u> $\mathbf{H}_{s}$ </u> unitär ist [Hay02]. Mit Gleichung (2.15) kann ein äquivalentes Systemmodell aufgestellt werden

$$\underline{\mathbf{e}}(i) = \underline{\mathbf{G}} \underline{\mathbf{H}}_{s} \underline{\mathbf{h}}_{s}(i) + \underline{\mathbf{n}}(i), \qquad (2.24)$$

wobei der Vektor  $\underline{\mathbf{h}}_{s}(i)$  im Folgenden als unterraumbasierter Kanalvektor bezeichnet wird. In Abschnitt 2.3.4 wird näher auf den unterraumbasierten Kanalvektor eingegangen.

#### 2.3.2 Maximum-Likelihood-Schätzer

Ein typischer Ansatz zum Schätzen des Kanalvektors ist der <u>M</u>aximum-<u>L</u>ikelihood-Schätzer (ML-Schätzer). Der geschätzte Kanalvektor ergibt sich hierbei zu [Wha71, Kle96]

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}(i) = \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{e}}(i) = \underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}} \cdot \underline{\mathbf{e}}(i).$$
(2.25)

Die Matrix  $\underline{\mathbf{D}}_{ML}$  wird auch als Schätzmatrix bezeichnet. Wird das Systemmodell (2.10) in den ML-Schätzer (2.25) eingesetzt, ergibt sich der geschätzte Kanalvektor zu

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}(i) = \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\cdot\underline{\mathbf{h}}(i) + \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{n}}(i)$$

$$= \underline{\mathbf{h}}(i) + \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{n}}(i)$$

$$= \underline{\mathbf{h}}(i) + \underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}}\cdot\underline{\mathbf{n}}(i).$$
(2.26)

Es lässt sich an (2.26) erkennen, dass sich der geschätzte Kanalvektor  $\underline{\hat{\mathbf{h}}}(i)$  als Überlagerung des tatsächlichen Kanalvektors  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  und des mit der Matrix  $\underline{\mathbf{D}}_{ML}$  bewerteten Rauschprozesses  $\underline{\mathbf{n}}(i)$  ergibt.

Ein Kriterium zum Beurteilen der Leistungsfähigkeit des Kanalschätzens ist der sich ergebende mittlere quadratische Fehler zwischen den geschätzten Kanalvektoren und den tatsächlichen Kanalvektoren. Der mittlere quadratische Fehler ergibt sich im Allgemeinen zu

$$E\left\{ \left\| \underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) - \underline{\mathbf{h}}(i) \right\|^{2} \right\} = E\left\{ \left( \underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) - \underline{\mathbf{h}}(i) \right)^{*T} \cdot \left( \underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) - \underline{\mathbf{h}}(i) \right) \right\}$$
$$= E\left\{ sp\left\{ \left( \underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) - \underline{\mathbf{h}}(i) \right) \cdot \left( \underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) - \underline{\mathbf{h}}(i) \right)^{*T} \right\} \right\}, \quad (2.27)$$

wobei der Operator  $\|\cdot\|$  die Norm des Vektors beschreibt und sp  $\{\cdot\}$  die Spur der Matrix ist. Das Einsetzen des geschätzten Kanalvektors (2.26) in (2.27) führt auf

$$\mathbb{E}\left\{\left\|\underline{\hat{\mathbf{h}}}\left(i\right) - \underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right\|^{2}\right\} = \mathbb{E}\left\{ \operatorname{sp}\left\{\left(\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}} \cdot \underline{\mathbf{n}}\left(i\right)\right) \cdot \left(\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}} \cdot \underline{\mathbf{n}}\left(i\right)\right)^{*\mathrm{T}}\right\}\right\} \\
 = \operatorname{sp}\left\{\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}} \cdot \mathbb{E}\left\{\underline{\mathbf{n}} \cdot \underline{\mathbf{n}}^{*\mathrm{T}}\left(i\right)\right\} \cdot \underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}}^{*\mathrm{T}}\right\} \\
 = \operatorname{sp}\left\{\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}} \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}} \cdot \underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{ML}}^{*\mathrm{T}}\right\} \\
 = \operatorname{sp}\left\{\left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\right\}.$$
(2.28)

Der sich ergebende mittlere quadratische Fehler beim Einsatz des ML-Schätzers hängt somit offensichtlich nicht nur von dem Rauschen ab, sondern auch von der Systemmatrix  $\underline{\mathbf{G}}$ . Der Vorteil des ML-Schätzers besteht darin, dass keine systematischen Fehler auftreten. Jedoch minimiert der ML-Schätzer im Allgemeinen nicht den mittleren quadratischen Fehler (2.27).
#### 2.3.3 Minimum-Mean-Square-Error-Schätzer

Beim <u>M</u>inimum-<u>M</u>ean-<u>S</u>quare-<u>E</u>rror-Schätzer (MMSE-Schätzer) besteht das Ziel darin, einen linearen Schätzer zu finden, der den mittleren quadratischen Fehler (2.27)minimiert. Dies führt auf

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}(i) = \arg\min_{\underline{\hat{\mathbf{h}}}(i)} \left\{ \mathbf{E} \left\{ \left\| \left\| \underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) - \underline{\mathbf{h}}(i) \right\|^2 \right\} \right\} \\
= \underline{\mathbf{D}}_{\text{MMSE}} \cdot \underline{\mathbf{e}}(i),$$
(2.29)

wobei  $\underline{\mathbf{D}}_{\text{MMSE}}$  die Schätzmatrix des MMSE-Schätzers ist. Ausgehend von Gleichung (2.27) ergibt sich mit (2.29)

wobei  $\underline{\mathbf{R}}_{he}$  die Kreuzkorrelationsmatrix der Empfangsvektoren  $\underline{\mathbf{e}}(i)$  und der Kanalvektoren  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  ist und  $\underline{\mathbf{R}}_{e}$  ist die Autokorrelationsmatrix der Empfangsvektoren  $\underline{\mathbf{e}}(i)$ . Durch eine quadratische Ergänzung kann (2.30) zu

$$\mathbb{E}\left\{\left\|\underline{\hat{\mathbf{h}}}\left(i\right) - \underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right\|^{2}\right\} = \operatorname{sp}\left\{\left(\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{MMSE}} \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{e}} - \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}}\right) \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{e}}^{-1} \left(\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{MMSE}} \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{e}} - \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}}\right)^{*\mathrm{T}} - \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}} \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}}^{*\mathrm{T}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}\right\}$$
(2.31)

umgeformt werden. Die Gleichung (2.31) wird in Abhängigkeit von der Schätzmatrix  $\underline{\mathbf{D}}_{\text{MMSE}}$  minimal, wenn

$$\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{MMSE}} = \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}} \, \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{e}}^{-1} \tag{2.32}$$

gilt. Damit ergibt sich der geschätzte Kanalvektor zu [Wha71, LO71, Pic93]

$$\hat{\mathbf{h}}(i) = \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}} \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{e}}(i) \,. \tag{2.33}$$

Unter der Voraussetzung, dass das Rauschen und der Kanalvektor unkorreliert sind gilt

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}} = \mathrm{E}\left\{\underline{\mathbf{h}}\left(i\right) \cdot \left(\underline{\mathbf{G}}\,\underline{\mathbf{h}}\left(i\right) + \underline{\mathbf{n}}\left(i\right)\right)^{*\mathrm{T}}\right\} \\ = \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}\,\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}.$$
(2.34)

Unter der Voraussetzung, dass das Rauschen und der Kanalvektor unkorreliert sind und das Rauschen mittelwertfrei ist, folgt für die Autokorrelationsmatrix der Empfangssignale

$$\underline{\mathbf{R}}_{e} = E\left\{ \left(\underline{\mathbf{G}}\,\underline{\mathbf{h}}\,(i) + \underline{\mathbf{n}}\,(i)\right) \cdot \left(\underline{\mathbf{G}}\,\underline{\mathbf{h}}\,(i) + \underline{\mathbf{n}}\,(i)\right)^{*\mathrm{T}} \right\} \\ = \underline{\mathbf{G}}\,\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}\,\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}.$$
(2.35)

Mit Gleichung (2.34) und (2.35) ergibt sich die MMSE-Schätzung des Kanalvektors zu

$$\underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) = \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}} \underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}} \left( \underline{\mathbf{G}} \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}} \underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}} \right)^{-1} \cdot \underline{\mathbf{e}}(i) .$$
(2.36)

Falls  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}$  nicht singulär ist, lässt sich mithilfe des Matrixinversionslemmas [MS00] Gleichung (2.36) zu

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}(i) = \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}^{-1}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{e}}(i)$$
(2.37)

umformen. Alternativ lässt sich Gleichung (2.37) auch zu

$$\underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) = \left(\mathbf{I} + \left(\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\right)^{-1} \cdot \underbrace{\left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{e}}(i)}_{\text{Maximum-Likelihood-Schätzer}}$$
(2.38)

umschreiben [Kle96, KKKB96].

Der sich ergebende mittlere quadratische Fehler kann berechnet werden, indem (2.32) in (2.31) eingesetzt wird

$$\mathbf{E}\left\{\left\|\underline{\hat{\mathbf{h}}}\left(i\right)-\underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right\|^{2}\right\} = \operatorname{sp}\left\{\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}-\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}}\cdot\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{e}}^{-1}\cdot\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{he}}^{*\mathrm{T}}\right\}.$$
(2.39)

Offensichtlich benötigt der MMSE-Schätzer die genaue Kenntnis der Korrelationsmatrix des Rauschens  $\underline{\mathbf{R}}_{n}$  und die genaue Kenntnis der Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h}$ . Die Korrelationsmatrix des Rauschens lässt sich unter der Annahme, dass weißes, omnidirektionales Rauschen mit der Varianz  $\sigma^2$  vorhanden ist, nach Gleichung (2.13) berechnen. Die Herausforderung besteht darin, die Kenntnis über die Kanalkorrelationsmatrix zu erlangen. Eine Möglichkeit besteht darin, die Kanalkorrelationsmatrix basierend auf mehreren Realisierungen des Kanals zu schätzen. Jedoch ist eine solche Schätzung niemals perfekt. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Kanalkorrelationsmatrix basierend auf einem Kanalmodell zu berechnen. Jedoch ist es im Allgemeinen nicht möglich ein perfektes Kanalmodell aufzustellen, um die Kanalkorrelationsmatrix zu berechnen. Da eine nicht perfekt bekannte Kanalkorrelationsmatrix zu einer Degradation der Leistungsfähigkeit des MMSE-Schätzers führt, wird im nächsten Abschnitt ein alternatives Verfahren zum Schätzen des Kanalvektors vorgestellt.

#### 2.3.4 Maximum-Likelihood-Schätzer im Unterraum

Die Grundidee bei dem in diesem Abschnitt beschrieben Maximum-Likelihood-Schätzer im Unterraum besteht darin, nicht den kompletten Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  zu schätzen, sondern den Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  zu schätzen. Der Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  liegt in einem Vektorraum mit  $W \cdot M \cdot N$  Dimensionen, wobei es nicht relevant ist zu wissen, welche Basisvektoren den Vektorraum aufspannen. Um den Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  zu schätzen, wird zunächst ein Wechsel der Basisvektoren durchgeführt. Wenn speziell die orthonormalen Eigenvektoren der Kanalkorrelationsmatrix als Basisvektoren gewählt werden gilt, dass die mittleren Kanalenergien nicht in allen Dimensionen gleich sind, denn die mittleren Kanalenergien in den  $W \cdot M \cdot N$  Dimensionen entsprechen den unterschiedlich großen Eigenwerten der Kanalkorrelationsmatrix. Typischerweise existieren wenige dominante Eigenwerte, da in realen Systemen in der Regel nur wenige dominante Ausbreitungspfade vorhanden sind [WABD06], so wie es in Abschnitt 3.1 beschrieben wird. Jedoch ist die Leistung des Rauschens in allen Dimensionen gleich groß. Nach dem Basiswechsel wird der unterraumbasierte Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}_{s}(i)$  (2.18) geschätzt und anschließend wird die Dimension des Vektorraums verkleinert, indem Basisvektoren, die zu kleinen Eigenwerten der Kanalkorrelationsmatrix korrespondieren, nicht berücksichtigt werden. Anschließend wird der Wechsel der Basisfunktionen rückgängig gemacht, um den Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  zu erhalten.

Zum Schätzen des Kanalvektors  $\underline{\tilde{\mathbf{h}}}(i)$  wird zunächst die Kanalkorrelationsmatrix nach Gleichung (2.16) basierend auf *I* initialen ML-Schätzungen des Kanalvektors  $\underline{\mathbf{h}}(i)$ 

$$\hat{\underline{\mathbf{\hat{h}}}}(i) = \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{e}}(i)$$
(2.40)

zu den Zeitpunkten  $i = 1 \dots I$  geschätzt. Mit diesen I geschätzten Kanalvektoren ergibt sich die geschätzte Kanalkorrelationsmatrix zu

$$\underline{\hat{\mathbf{R}}}_{\mathbf{h}} \approx \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} \underline{\hat{\mathbf{h}}}(i) \ \underline{\hat{\mathbf{h}}}^{*\mathrm{T}}(i) .$$
(2.41)

Anschließend wird eine Eigenwertzerlegung dieser geschätzten Kanalkorrelationsmatrix durchgeführt, um die Matrix  $\underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s}$  zu schätzen, die den Vektorraum aufspannt, in dem die geschätzten Kanalvektoren liegen. Die Kanalkorrelationsmatrix setzt sich in MIMO-Systemen aus den Blöcken  $\underline{\mathbf{R}}_{h}^{(m,n,m',n')}$  zusammen [WABD06]

$$\underline{\mathbf{R}}_{h} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,1,1,1)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,1,1,N)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,1,M,N)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,N,1,1)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,N,1,N)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,N,M,N)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(M,N,1,1)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(M,N,1,N)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(M,N,M,N)} \end{pmatrix}.$$
(2.42)

Hierbei entspricht ein Block der Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h}$  einer Kanalkorrelationsmatrix eines SISO-Subkanals zwischen zwei Antennen

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}}^{(m,n,m',n')} = \mathbf{E}\left\{\underline{\mathbf{h}}^{(m,n)}\left(i\right) \; \underline{\mathbf{h}}^{(m',n')^{*\mathrm{T}}}\left(i\right)\right\}.$$
(2.43)

Im Anhang A.2 wird ausgehend von dem direktionalen Kanalmodell, welches in Kapitel 3 eingeführt wird gezeigt, dass alle Diagonalblöcke  $\underline{\mathbf{R}}_{h}^{(m,n,m,n)}$  identisch sind. Somit ist es möglich, die Schätzung der Diagonalblöcke zu verbessern, in dem über alle geschätzten Diagonalblöcke gemittelt wird. Weiterhin wird im Anhang A.2 gezeigt, dass die Off-Diagonalblöcke der Kanalkorrelationsmatrix gewichteten Diagonalblöcken der Kanalkorrelationsmatrix entsprechen. Mit Kenntnis dieser Gewichte kann somit über alle Blöcke unter Berücksichtigung der Gewichte gemittelt werden, um die Schätzung der Kanalkorrelationsmatrix zu verbessern. Unter den im Anhang A.2 gemachten Voraussetzungen hängen diese Gewichte lediglich vom Abstand zwischen den jeweiligen Antennenpärchen (m, m') und (n, n') ab.

In realen Systemen entspricht (2.41) dem Schätzen der Kanalkorrelationsmatrix aus den letzten I geschätzten Kanalvektoren  $\hat{\mathbf{h}}(i)$ . Sobald ein weiterer Kanalvektor nach Gleichung (2.40) geschätzt wurde, wird der älteste geschätzte Kanalvektor durch diesen ersetzt, um langsamen Änderungen des Vektorraums und somit der Kanalkorrelationsmatrix folgen zu können. Im nächsten Schritt werden nur die L größten Eigenwerte berücksichtigt, sodass sich der Kanalvektor im L-dimensionalen Unterraum zu

$$\underline{\mathbf{h}}\left(i\right) = \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{s}} \mathbf{D}_{L} \underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{s}}\left(i\right) \tag{2.44}$$

ergibt, wobei  $\underline{\mathbf{h}}_{s}(i)$  der unterraumbasierte Kanalvektor aus Gleichung (2.24) ist. Die idempotente Matrix  $\mathbf{D}_{L}$  besitzt L Einsen auf der Hauptdiagonalen und alle anderen Elemente sind Null

$$\mathbf{D}_{L} = \begin{pmatrix} 1 & & & & 0 \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 0 & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix}.$$
 (2.45)

Ohne Berücksichtigung des Rauschens ergibt sich der mittlere quadratische Fehler aufgrund der Verkleinerung des Vektorraums mit (2.23) zu

$$\mathbf{E}\left\{\left\|\underline{\tilde{\mathbf{h}}}\left(i\right) - \underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right\|^{2}\right\} = \sum_{u=1}^{W \cdot M \cdot N} \lambda^{(u)} - \sum_{u=1}^{L} \lambda^{(u)} \\
= \sum_{u=L+1}^{W \cdot M \cdot N} \lambda^{(u)}.$$
(2.46)



Abbildung 2.4. Blockschaltbild des unterraumbasierten Maximum-Likelihood-Schätzers

Das bedeutet, dass selbst im rauschfreien Fall der Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  nicht dem tatsächlichen Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}(i)$  entspricht, falls  $L \neq W \cdot M \cdot N$  ist, da die zu den nicht perfekt geschätzten Eigenvektoren gehörigen Eigenwerte im Allgemeinen alle ungleich Null sind.

Zum Schätzen von  $\underline{\mathbf{\hat{h}}}(i)$  wird der unterraumbasierte Kanalvektor  $\underline{\mathbf{h}}_{s}(i)$  basierend auf der zuvor geschätzten Matrix  $\underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s}$  und der als bekannt vorausgesetzten Korrelationsmatrix des Rauschens  $\underline{\mathbf{R}}_{n}$  mit dem ML-Schätzer geschätzt [WM05, WMZ05a, PW07]

$$\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathrm{s}}\left(i\right) = \left(\underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{s}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1} \underline{\mathbf{G}} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{s}}\right)^{-1} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{s}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{e}}\left(i\right).$$
(2.47)

Mit Gleichung (2.44) und Gleichung (2.47) ergibt sich der geschätzte Kanalvektor zu

$$\underline{\hat{\mathbf{H}}}(i) = \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{s}} \mathbf{D}_{L} \left( \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{s}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1} \underline{\mathbf{G}} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{s}} \right)^{-1} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{s}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{e}}(i) .$$
(2.48)

Wird der Empfangsvektor  $\underline{\mathbf{e}}(i)$  (2.24) in (2.48) eingesetzt, ergibt sich der geschätzte Kanalvektor zu

$$\hat{\underline{\mathbf{\hat{h}}}}(i) = \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s} \mathbf{D}_{L} \left( \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s}^{*T} \underline{\mathbf{G}}^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\mathbf{G}} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s} \right)^{-1} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s}^{*T} \underline{\mathbf{G}}^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{G}} \underline{\mathbf{H}}_{s} \underline{\mathbf{h}}_{s} (i) 
+ \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s} \mathbf{D}_{L} \left( \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s}^{*T} \underline{\mathbf{G}}^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\mathbf{G}} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s} \right)^{-1} \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{s}^{*T} \underline{\mathbf{G}}^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{n}} (i) .$$
(2.49)

Für den Fall, dass die Matrix  $\mathbf{D}_L$  eine Einheitsmatrix ist, ist zu erkennen, dass der unterraumbasierte ML-Schätzer (2.49) erwartungstreu ist. Im Allgemeinen ist die Matrix  $\mathbf{D}_L$  keine Einheitsmatrix. In diesem Fall ist der unterraumbasierte ML-Schätzer nicht erwartungstreu. In Abbildung 2.4 ist das Blockschaltbild des unterraumbasierten ML-Schätzers dargestellt. Das Problem beim unterraumbasierten ML-Schätzer besteht darin, dass die Eigenvektoren die den Vektorraum aufspannen, in dem die Kanalvektoren liegen, nicht exakt geschätzt werden können. Um dennoch den ML-Schätzer im Unterraum mathematisch leicht analysieren zu können, wird im Folgenden davon ausgegangen, dass die Matrix  $\underline{\mathbf{H}}_{s}$  perfekt geschätzt werden kann. Somit vereinfacht sich Gleichung (2.49) zu

$$\tilde{\underline{\mathbf{h}}}(i) = \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{s}} \mathbf{D}_{L} \, \underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{s}}(i) + \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{s}} \mathbf{D}_{L} \left( \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{sT}} \, \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{sT}} \, \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1} \, \underline{\mathbf{G}} \, \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{s}} \right)^{-1} \, \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{sT}} \, \underline{\mathbf{G}}^{\mathrm{sT}} \, \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{n}}(i) \,.$$
(2.50)

Mit der Annahme, dass die Matrix $\underline{\mathbf{H}}_{\rm s}$ perfekt bekannt ist, ergibt sich der mittlere quadratische Fehler zu

$$\mathbf{E}\left\{\left\|\underline{\hat{\mathbf{h}}}\left(i\right)-\underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right\|^{2}\right\}=\mathbf{E}\left\{\mathrm{sp}\left\{\left(\underline{\hat{\mathbf{h}}}\left(i\right)-\underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right)\cdot\left(\underline{\hat{\mathbf{h}}}\left(i\right)-\underline{\mathbf{h}}\left(i\right)\right)^{*\mathrm{T}}\right\}\right\}.$$
(2.51)

Durch das Einsetzen des geschätzten Kanalvektors (2.50) in (2.51) erhält man nach einigen Umformungen

$$\mathbb{E}\left\{\left\|\hat{\underline{\mathbf{h}}}(i) - \underline{\mathbf{h}}(i)\right\|^{2}\right\} = \operatorname{sp}\left\{\mathbf{R}_{s}\right\} - \operatorname{sp}\left\{\mathbf{D}_{L} \cdot \mathbf{R}_{s}\right\} \\
 + \operatorname{sp}\left\{\mathbf{D}_{L} \cdot \underline{\mathbf{H}}_{s}^{*\mathrm{T}}\left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{H}}_{s}\right\} \\
 = \sum_{u=L+1}^{W \cdot M \cdot N} \lambda^{(u)} + \sum_{u=1}^{L} \left[\cdot\underline{\mathbf{H}}_{s}^{*\mathrm{T}}\left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{H}}_{s}\right]_{u,u}, \quad (2.52)$$

wobei  $[\cdot]_{u,u}$  dem Element in der *u*-ten Zeile und in der *u*-ten Spalte der Matrix entspricht. In Abhängigkeit von der Größe *L* des Unterraums ergibt sich ein anderer mittlere quadratischer Fehler. Die optimale Größe des Unterraums ergibt sich, wenn (2.52) minimal wird

$$L = \arg\min_{L} \left\{ \sum_{u=L+1}^{W \cdot M \cdot N} \lambda^{(u)} + \sum_{u=1}^{L} \left[ \cdot \underline{\mathbf{H}}_{s}^{*T} \left( \underline{\mathbf{G}}^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\mathbf{G}} \right)^{-1} \underline{\mathbf{H}}_{s} \right]_{u,u} \right\}.$$
 (2.53)

### 2.4 Anwenden der trainingssignalbasierten Schätzverfahren auf gemessene Funkkanäle

In diesem Abschnitt wird die Leistungsfähigkeit der in den Abschnitten 2.3.2 bis 2.3.4 vorgestellten Verfahren zum Gewinnen der aktuellen Kanalzustandsinformationen an real gemessenen Funkkanälen untersucht. Bei dem Szenario Labor 2 wurde ein zeitvarianter SIMO-Kanal mit I = 36 vermessen, sodass diese Messergebnisse direkt genutzt werden können, um die Leistungsfähigkeit zu untersuchen. Bei den beiden Szenarien Korridor und Labor 1 werden die zeitinvarianten  $36 \times 36$  MIMO-Kanäle als zeitvariante SIMO-Kanäle interpretiert, indem die 36 SIMO-Subkanäle des MIMO-Kanals als

SIMO-Kanäle zu 36 verschiedenen Zeitpunkten i aufgefasst werden. Die Anzahl der genutzten Abtastwerte eines SISO-Subkanals betrug für alle Messkampagnen W = 26, was mit (2.6) einer maximalen Laufzeit von ungefähr 0,13  $\mu$ s entspricht. Das bedeutet, dass Pfade, die maximal 39 m zurückgelegt haben, eindeutig erfasst werden können. Es wird angenommen, dass Pfade mit einer größeren Laufzeit so stark gedämpft sind, dass sie bei der Messung vom Rauschen nicht mehr unterscheidbar waren, sodass 26 Abtastwerte innerhalb der 200 MHz Bandbreite ausreichend sind. Bei einer Entfernung von mehr als 39 m muss mindestens eine Doppelreflexion in den drei untersuchten Szenarien aufgetreten sein, beziehungsweise es müssen mindestens zwei Transmissionen durch die Wände aufgetreten sein. Daher kann davon ausgegangen werden, dass diese Pfade sehr stark gedämpft wurden.

Damit die Ergebnisse für die unterschiedlichen Szenarien fair miteinander verglichen werden können, wurden die Energie der Kanäle für alle drei Szenarien derartig normiert, dass die Summe der Eigenwerte für jedes Szenario jeweils 1 ist. In den Untersuchungen wurde vorausgesetzt, dass die Messergebnisse fehlerfrei sind. Die Kanalkorrelationsmatrizen wurden nach (2.41) geschätzt, wobei keine initialen Schätzungen der Kanalvektoren verwendet wurden, sondern es wurden die I = 36 als fehlerfrei vorausgesetzten Kanalvektoren verwendet. Weiterhin wurden orthogonale Trainingssignale vorausgesetzt, sodass für die Systemmatrix

$$\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{G}} = \sigma_{\mathrm{p}}^{2} \cdot \mathbf{I}$$
(2.54)

gilt, wobei  $\sigma_p^2$  die Energie der Trainingssignale ist. Für die Korrelationsmatrix des Rauschens gilt (2.13). In Abbildung 2.5 sind die Eigenwertprofile der drei Kanalkorrelationsmatrizen dargestellt. Insgesamt existieren  $M \cdot W = 936$  Eigenwerte, da die Kanalkorrelationsmatrizen eine Dimension von  $936 \times 936$  aufweisen. Da jeweils lediglich 36 Realisierungen des Kanals zum Schätzen der Kanalkorrelationsmatrizen verwendet werden konnten, sind die Kanalkorrelationsmatrizen singulär und besitzen einen Rang von 36. Das bedeutet, dass lediglich 36 von Null verschiedene Eigenwerte existieren. Es ist zu erkennen, dass nur wenige dominante Eigenwerte vorhanden sind. Aus diesem Grund kann erwartet werden, dass der Einsatz des unterraumbasierten ML-Schätzers und der Einsatz des MMSE-Schätzers signifikante Gewinne gegenüber dem klassischen ML-Schätzer erzielen kann.

In Abbildung 2.6 ist der mittlere quadratische Fehler (2.28), (2.39) und (2.52) logarithmisch in Abhängigkeit von  $\sigma_p^2/\sigma^2$  für die drei untersuchten Szenarien dargestellt, wobei die Größe des Unterraums beim Einsatz des unterraumbasierten ML-Schätzers in Abhängigkeit von  $\sigma_p^2/\sigma^2$  optimal gewählt wurde. Da die Ergebnisse vom ML-Schätzer nicht von den Eigenschaften des Kanals abhängen, sondern lediglich von  $\underline{\mathbf{R}}_n$  und  $\underline{\mathbf{G}}$  sind die



Abbildung 2.5. Eigenwertprofile der Kanalkorrelationsmatrizen

Verläufe der Kurven für den ML-Schätzer für alle drei Szenarien identisch. Mit den gemachten Voraussetzungen über die Korrelationsmatrix des Rauschens (2.13) und über die Systemmatrix (2.54) besitzt die Anzahl der Elemente  $W \cdot M = 936$  des Kanalvektors <u>**h**</u>(*i*) Einfluss auf den Verlauf des ML-Schätzers. Bei 10·log<sub>10</sub>  $\left(\sigma_{\rm p}^2/\sigma^2\right) = 0$  dB beträgt der mittlere quadratische Fehler des ML-Schätzers  $10 \cdot \log_{10} (W \cdot M) \approx 29.7 \,\mathrm{dB}$ . Weiterhin lässt sich erkennen, dass signifikante Gewinne durch den Einsatz des MMSE-Schätzers und durch den Einsatz des ML-Schätzers im Unterraum gegenüber dem klassischen ML-Schätzer erzielt werden können. Jedoch liefert der MMSE-Schätzer aufgrund der Tatsache, dass die Kanalkorrelationsmatrizen basierend auf den I = 36 als fehlerfrei vorausgesetzten Kanalvektoren berechnet wurden, einen geringeren mittleren quadratischen Fehler als der unterraumbasierte ML-Schätzer. Insbesondere für sehr kleine Werte von  $10 \cdot \log_{10} \left( \sigma_p^2 / \sigma^2 \right)$  liefert der MMSE-Schätzer signifikant bessere Ergebnisse als der unterraumbasierte ML-Schätzer. Für sehr große Werte von  $10 \cdot \log_{10} \left( \sigma_{\rm p}^2 / \sigma^2 \right)$ konvergiert offensichtlich weder der unterraumbasierte ML-Schätzer, noch der MMSE-Schätzer zum konventionellen ML-Schätzer. Dies gilt jedoch nur für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Kanäle, da die geschätzte Kanalkorrelationsmatrix aufgrund der geringen Anzahl an zur Verfügung stehenden Kanalvektoren singulär ist. Im Allgemeinen konvergiert sowohl der unterraumbasierte ML-Schätzer, als auch der MMSE-Schätzer für sehr große Werte von  $10 \cdot \log_{10} \left(\sigma_p^2 / \sigma^2\right)$  zum konventionellen



Abbildung 2.6. Mittlerer quadratischer Fehler

ML-Schätzer, so wie es im nächsten Absatz beschrieben wird.

In Abbildung 2.7 ist der mittlere quadratische Fehler beim Einsatz des unterraumbasierten ML-Schätzers für unterschiedlich große Unterräume bei  $10 \cdot \log_{10} \left( \sigma_{\rm p}^2 / \sigma^2 \right) = 20 \, \mathrm{dB}$ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass bei einer Größe L = 5 des Unterraums der Fehler für das Szenario Korridor minimal wird. Bei L = 7 wird der Fehler für das Szenario Labor 1 minimal und bei L = 13 wird der Fehler für das Szenario Labor 2 minimal. Aufgrund der Tatsache, dass der komplette Kanalvektor in einem  $W \cdot M = 936$  dimensionalen Raum liegt, jedoch bei den drei untersuchten Szenarien lediglich 36 von Null verschiedene Eigenwerte existieren, ist der mittlere quadratische Fehler der sich beim unterraumbasierten ML-Schätzer ergibt immer geringer als der mittlere quadratische Fehler, der sich beim konventionellen ML-Schätzer ergibt. Dies gilt jedoch lediglich für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Szenarien. Typischerweise kann I auch größer sein als  $W \cdot M$ , sodass die Kanalkorrelationsmatrix vollen Rang besitzt und somit nicht singulär ist. Falls I größer ist als  $W \cdot M$ , sodass alle Eigenwerte der Kanalkorrelationsmatrix von Null verschieden sind, liefert der unterraumbasierte ML-Schätzer für sehr große Werte von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2 / \sigma^2)$  dieselben Ergebnisse wie der konventionelle ML-Schätzer. Die optimale Größe des Unterraums ist in diesem Fall gleich der kompletten Größe des Vektorraums und somit entspricht die Matrix  $\mathbf{D}_L$  ei-



Abbildung 2.7. Mittlerer quadratischer Fehler bei  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2 / \sigma^2) = 20 \,\mathrm{dB}$  in Abhängigkeit von der Größe *L* des Unterraums

ner Einheitsmatrix. Weiterhin konvergiert im Allgemeinen auch der MMSE-Schätzer für sehr große Werte von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2)$  zu einem konventionellen ML-Schätzer, falls die Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\rm h}$  vollen Rang besitzt und dementsprechend nicht singulär ist. Falls das Rauschen sehr schwach ist und das Nutzsignal sehr stark ist, werden die Elemente von  $\underline{\mathbf{R}}_{\rm n}$  sehr klein und die Elemente von  $\underline{\mathbf{R}}_{\rm n}^{-1}$  werden sehr groß. Somit ergibt sich für den MMSE-Schätzer (2.37)

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}(i) = \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}^{-1}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{e}}(i) 
= \left(\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{G}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{G}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{-1}\underline{\mathbf{e}}(i)$$
(2.55)

und dies entspricht dem konventionellen ML-Schätzer (2.25). In den hier untersuchten Szenarien ist die Kanalkorrelationsmatrix jedoch singulär, da lediglich 36 von Null verschiedene Eigenwerte existieren. Somit kann Gleichung (2.37) nicht angewandt werden und dementsprechend konvergiert der MMSE-Schätzer nicht zu einem konventionellen ML-Schätzer.

Abbildung 2.8 zeigt die optimale Größe L des Unterraums in Abhängigkeit von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2)$ . Bis zu einem Wert von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2) = 9 \,\mathrm{dB}$  sollte für das Szenario Korridor nur ein einziger Eigenwert berücksichtigt werden, um den mittleren



Abbildung 2.8. Optimale Größe L des Unterraums

quadratischen Fehler beim unterraumbasierten ML-Schätzer zu minimieren. Für das Szenario Labor 1 sollte bis zu einem Wert von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2) = 11 \,\mathrm{dB}$  lediglich ein Eigenwert berücksichtigt werden und für das Szenario Labor 2 sollte bis zu einem Wert von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2) = 6 \,\mathrm{dB}$  nur ein Eigenwert berücksichtigt werden. Ab einem Wert von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2) = 57 \,\mathrm{dB}$  sollten für das Szenario Korridor alle 36 Eigenwerte berücksichtigt werden, um den mittleren quadratischen Fehler zu minimieren. Für das Szenario Labor 1 sollten ab einem Wert von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2) = 49 \,\mathrm{dB}$  alle von Null verschiedenen Eigenwerte berücksichtigt werden und ab einem Wert von  $10 \cdot \log_{10} (\sigma_p^2/\sigma^2) = 48 \,\mathrm{dB}$  sollten für das Szenario Labor 2 alle 36 Eigenwerte berücksichtigt werden.

### Kapitel 3

## Direktionales Modell des Punkt zu Punkt MIMO-Mobilfunkkanals

### 3.1 Direktionales Kanalmodell

In diesem Abschnitt wird der zeitvariante und frequenzselektive Punkt zu Punkt MIMO-Mobilfunkkanal betrachtet. Es wird davon ausgegangen, dass die BS ortsfest ist und die MS sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}(t)$  bewegt. Sowohl die BS, als auch die MS können als Sender und Empfänger fungieren. Die Übertragungsstrecke von der MS zur BS ist die Aufwärtsstrecke und die Übertragungsstrecke von der BS zur MS ist die Abwärtsstrecke.

Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben, breiten sich die elektromagnetischen Wellen über unterschiedliche Pfade vom Sender zum Empfänger aus. Beim Einsatz von Antennenarrays lassen sich neben den pfadspezifischen Parametern Laufzeit, Dämpfung, Phase und Dopplerfrequenz auch die Ausfallsrichtung und die Einfallsrichtung definieren. Natürlich weisen die elektromagnetischen Wellen auch bei Systemen mit nur einer Sendeantenne und nur einer Empfangsantenne eine definierte Ausfallsrichtung und eine definierte Einfallsrichtung auf, jedoch lassen sich diese Richtungen nur durch den Einsatz von Antennenarrays auch auflösen [LR99]. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass sich die Streuer im Fernfeld der eingesetzten Antennenarrays befinden, sodass sich D ebene Wellen an den Antennen überlagern. In Abbildung 3.1 ist ein Szenario mit zwei Ausbreitungspfaden für das direktionale Kanalmodell dargestellt. Der Sender ist mit einem Antennenarray mit N Antennen ausgestattet und der Empfänger ist mit einem Antennenarray mit M Antennen ausgestattet. Für jedes Antennenarray wurde ein <u>R</u>eferenzpunkt (RP) definiert. Die beiden RPs stellen das geometrische Zentrum des jeweiligen Antennenarrays dar. Weiterhin bewegt sich der Empfänger mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}(t)$ . Jede ebene Welle zwischen dem RP auf der Senderseite und dem RP auf der Empfängerseite kann durch die Parameter

- komplexes Gewicht  $\underline{\alpha}^{(d)}(\nu, t)$ ,
- Laufzeit  $\tau^{(d)}(\nu, t)$  und
- Doppler frequenz  $f_{\rm d}^{\left(d\right)}\left(\nu,t\right)$



Abbildung 3.1. Szenario mit zwei Ausbreitungspfaden für das direktionale Kanalmodell

beschrieben werden, wobei d = 1...D gilt und  $\nu$  ist die Frequenz. Die beiden in Abschnitt 2.1 eingeführten Parameter Dämpfung und Phase wurden zum komplexen Gewicht  $\underline{\alpha}^{(d)}(\nu, t)$  zusammengefasst. Die Laufzeit zwischen den beiden RPs ergibt sich zu

$$\tau^{(d)}(\nu, t) = \frac{\ell^{(d)}(t)}{c_0(\nu, t)},\tag{3.1}$$

wobei  $\ell^{(d)}(t)$  die frequenzunabhängige Pfadlänge des *d*-ten Ausbreitungspfades ist und  $c_0(\nu, t)$  ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen. Die Dopplerfrequenz ergibt sich zu

$$f_{\rm d}^{(d)}(\nu, t) = \nu \cdot \frac{v_{\rm rad}^{(d)}(t)}{c_0(\nu, t)},\tag{3.2}$$

wobei  $v_{\rm rad}^{(d)}(t)$  die frequenzunabhängige Radialgeschwindigkeit der MS in Bezug auf den *d*-ten Ausbreitungspfad ist. Die MS bewegt sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit in eine bestimmte Richtung. Dies kann durch den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}(t)$ beschrieben werden. Der Anteil des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}(t)$  längs zur Einfallsrichtung des *d*-ten Ausbreitungspfades wird als Radialgeschwindigkeit bezeichnet und berechnet sich zu

$$v_{\rm rad}^{(d)}(t) = v(t) \cdot \cos\left(\beta^{(d)}(t)\right),\tag{3.3}$$

wobei v(t) der Betrag des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}(t)$  ist und der Winkel  $\beta^{(d)}(t)$ wird zwischen dem Geschwindigkeitsvektor und der Einfallsrichtung des *d*-ten Aus-



Abbildung 3.2. Zusammenhang zwischen Dopplerfrequenz und Geschwindigkeitsvektor

breitungspfades eingeschlossen. In Abbildung 3.2 ist dieser Zusammenhang dargestellt.

Bisher wurden lediglich die Ausbreitungspfade zwischen den beiden RPs beschrieben. Zum Beschreiben der Pfade zwischen der *n*-ten Sendeantenne und der *m*-ten Empfangsantenne werden zusätzliche pfadspezifische Parameter eingeführt. Dabei wird vorausgesetzt, dass der Abstand zwischen den Antennen eines Antennenarrays im Bereich von einigen wenigen Wellenlängen liegt. Diese Voraussetzung bedingt, dass es sich um einen Punkt zu Punkt MIMO-Kanal handelt. Weiterhin wird aufgrund des geringen Abstands zwischen den Antennen angenommen, dass die komplexen Gewichte der Ausbreitungspfade an allen Antennenpositionen identisch sind. Jedoch werden die Laufzeiten  $\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}(\nu,t)$  und  $\tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}(\nu,t)$  eingeführt. Infolge des räumlichen Abstands zwischen dem RP auf der Senderseite und der n-ten Sendeantenne besitzt die ebene Wellenfront des d-ten Ausbreitungspfades im Allgemeinen eine andere Phasenlage am Referenzpunkt verglichen mit der Phasenlage an der n-ten Sendeantenne [Jöt04]. Der Unterschied zwischen diesen beiden Phasenlagen kann durch den komplexen Drehfaktor  $e^{-j2\pi\nu\tau_{T_x}^{(n,d)}(\nu,t)}$ beschrieben werden, wobei im Exponenten dieses Drehfaktors die Laufzeit  $\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}(\nu,t)$ auftritt. Analog dazu kann mithilfe der Laufzeit  $\tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}(\nu,t)$  der Unterschied zwischen der Phasenlage am RP des Empfängers und der Phasenlage an der m-ten Empfangsantenne für den d-ten Ausbreitungspfad beschrieben werden. Sowohl $\tau_{\rm Rx}^{(m,d)}\left(\nu,t\right)$ als auch  $\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}(\nu,t)$  können negative Werte annehmen. Die Laufzeit  $\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}(\nu,t)$  hängt von der Position der n-ten Sendeantenne und von der Ausfallsrichtung der d-ten elektromagnetischen Welle ab, die durch die beiden Winkel

•  $\varphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\nu,t)$  und

40

•  $\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}\left(\nu,t\right)$ 



Abbildung 3.3. 3-dimensionales, kartesisches, rechtshändiges Koordinatensystem mit dem Azimutwinkel  $\varphi$ , dem Poldistanzwinkel  $\vartheta$  und der Einfallsebene beziehungsweise der Ausfallsebene

beschrieben wird. Die Laufzeit  $\tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}(\nu, t)$  hängt von der Position der *m*-ten Empfangsantenne und von der Einfallsrichtung der *d*-ten elektromagnetischen Welle ab, die durch die beiden Winkel

- $\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t)$  und
- $\vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(\nu,t\right)$

beschrieben wird. Die Winkel  $\varphi_{\text{Tx}}^{(d)}(\nu, t)$  und  $\varphi_{\text{Rx}}^{(d)}(\nu, t)$  sind die Azimutwinkel und können im Bereich [0; 360°[ liegen und die Winkel  $\vartheta_{\text{Tx}}^{(d)}(\nu, t)$  und  $\vartheta_{\text{Rx}}^{(d)}(\nu, t)$  sind die Poldistanzwinkel und können im Bereich [0; 180°] liegen. In Abbildung 3.3 ist ein 3dimensionales, kartesisches, rechtshändiges Koordinatensystem dargestellt, wobei für eine Einfallsrichtung beziehungsweise für eine Ausfallsrichtung der Azimutwinkel  $\varphi$ und der Poldistanzwinkel  $\vartheta$  eingezeichnet sind. Außerdem ist der RP mit eingezeichnet und zur besseren Darstellung ist die Einfallsebene und die Ausfallsebene als graues Rechteck mit eingezeichnet.

Die Laufzeit des *d*-ten Ausbreitungspfades vom RP auf der Senderseite zur *n*-ten Sendeantenne ergibt sich aus dem mit  $-1/c_0 (\nu, t)$  gewichteten Skalarprodukt des Ortsvektors  $\vec{r}^{(n)}$  in Richtung der *n*-ten Sendeantenne und dem Einheitsvektor  $\vec{u}_{Tx}^{(d)}(\nu, t)$  in Ausfallsrichtung des *d*-ten Ausbreitungspfades [LR99]

$$\begin{aligned} \tau_{\mathrm{Tx}}^{(n,d)}(\nu,t) &= -\frac{1}{c_0(f,t)} \cdot \langle \vec{r}^{(n)}, \vec{u}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\nu,t) \rangle \\ &= -\frac{1}{c_0(\nu,t)} \left( x^{(n)} \cos\left(\varphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\nu,t)\right) \sin\left(\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\nu,t)\right) \\ &+ y^{(n)} \sin\left(\varphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\nu,t)\right) \sin\left(\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\nu,t)\right) + z^{(n)} \cos\left(\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\nu,t)\right) \right), \quad (3.4) \end{aligned}$$

wobei  $x^{(n)}$ ,  $y^{(n)}$  und  $z^{(n)}$  die kartesischen Koordinaten der *n*-ten Sendeantenne sind und das rechtshändige, kartesische Koordinatensystem aus Abbildung 3.3 zugrunde gelegt wurde. Die Laufzeit des *d*-ten Ausbreitungspfades vom RP auf der Empfängerseite zur *m*-ten Empfangsantenne ergibt sich aus dem mit  $-1/c_0$  ( $\nu, t$ ) gewichteten Skalarprodukt des Ortsvektors  $\vec{r}^{(m)}$  in Richtung der *m*-ten Empfangsantenne und dem Einheitsvektor  $\vec{u}_{Rx}^{(d)}$  ( $\nu, t$ ) in Einfallsrichtung des *d*-ten Ausbreitungspfades [LR99]

$$\tau_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)}(\nu,t) = -\frac{1}{c_0(\nu,t)} \cdot \langle \vec{r}^{(m)}, \vec{u}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t) \rangle$$
  
$$= -\frac{1}{c_0(\nu,t)} \left( x^{(m)} \cos\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t)\right) \sin\left(\vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t)\right) + y^{(m)} \sin\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t)\right) \sin\left(\vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t)\right) + z^{(m)} \cos\left(\vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t)\right) \right), (3.5)$$

wobei  $x^{(m)}$ ,  $y^{(m)}$  und  $z^{(m)}$  die kartesischen Koordinaten der *m*-ten Empfangsantenne sind und das rechtshändige, kartesische Koordinatensystem aus Abbildung 3.3 zugrunde gelegt wurde.

Im Folgenden wird angenommen, dass die pfadspezifischen Parameter nicht von der Zeit t abhängen. Das bedeutet, dass keine Ausbreitungspfade mit der Zeit verschwinden oder hinzukommen. Des Weiteren bedeutet dies, dass sich die Ausbreitungspfade geometriebedingt nicht signifikant ändern dürfen. In realen Systemen ändern sich die Ausbreitungspfade jedoch signifikant, wenn sich die Position des Senders oder die Position des Empfängers um mehrere Wellenlängen verändert. Diese signifikanten, geometriebedingten Änderungen müssen in realen Systemen berücksichtigt werden. Die Änderungen können berücksichtigt werden, indem die sich verändernden, pfadspezifischen Parameter nachgeführt werden. Außerdem folgt aus der Zeitunabhängigkeit der pfadspezifischen Parameter, dass die Radialgeschwindigkeit  $v_{\rm rad}^{(d)}(t)$  konstant ist, solange die Geschwindigkeit  $\vec{v}(t)$  der MS zeitunabhängig ist. Weiterhin wird im Folgenden angenommen, dass die elektrischen und magnetischen Materialeigenschaften sowohl zeitunabhängig sind als auch frequenzunabhängig sind. Damit folgt, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_0(\nu, t)$  der elektromagnetischen Wellen ebenfalls zeitunabhängig und frequenzunabhängig ist. Somit gilt

$$\underline{\alpha}^{(d)}(\nu, t) = \underline{\alpha}^{(d)}(\nu) \tag{3.6a}$$
$$\tau^{(d)}(\nu, t) = \tau^{(d)} \tag{3.6b}$$

$$f^{(d)}(\nu, t) = f^{(d)}(\nu)$$
(3.6b)
$$f^{(d)}(\nu, t) = f^{(d)}(\nu)$$
(3.6c)

$$\mathcal{G}_{d}^{(d)}(\nu, t) = \mathcal{G}_{d}^{(d)}(\nu) 
 \tag{3.6d}$$

$$\vartheta_{\mathrm{Tr}}^{(d)}(\nu, t) = \vartheta_{\mathrm{Tr}}^{(d)}(\nu) \tag{3.6e}$$

$$\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu,t) = \varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\nu) \tag{3.6f}$$

$$\vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(\nu,t\right) = \vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(\nu\right) \tag{3.6g}$$

$$\tau_{\rm Tx}^{(n,d)}(\nu,t) = \tau_{\rm Tx}^{(n,d)}(\nu)$$
(3.6h)

$$\tau_{\rm Rx}^{(m,d)}(\nu,t) = \tau_{\rm Rx}^{(m,d)}(\nu) \,. \tag{3.6i}$$

Wie bereits in Kapitel 1 erläutert wurde, wird zur systemtheoretischen Beschreibung des Mobilfunkkanals die Kanalübertragungsfunktion als eine mögliche Systemfunktion verwendet. Die nicht bandbegrenzte Kanalübertragungsfunktion zwischen der m-ten Empfangsantenne und der n-ten Sendeantenne lässt sich als Superposition von komplexen und unterschiedlich gewichteten Exponentialfunktionen darstellen

$$\underline{G}^{(m,n)}(\nu,t) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)}(\nu) \cdot e^{-j2\pi\nu \left(\tau^{(d)} + \tau_{\mathrm{Rx}}(\nu)^{(m,d)} + \tau_{\mathrm{Tx}}(\nu)^{(n,d)}\right)} \cdot e^{j2\pi f_{\mathrm{d}}(\nu)^{(d)}(t-t_{\mathrm{s}})}, \qquad (3.7)$$

wobei  $t_s$  die Startzeit ist. Die Startzeit  $t_s$  wird im Folgenden ohne Einschränkung der Allgemeinheit auf 0 gesetzt. Wie bereits in Abschnitt 2.2 erläutert wurde, lassen sich messtechnisch lediglich bandbegrenzte Kanalübertragungsfunktionen erfassen. Daher wird die nicht bandbegrenzte Kanalübertragungsfunktion im Frequenzbereich mit einem Rechteckfenster der Breite *B* bei der Mittenfrequenz  $f_0$  gefenstert und anschließend in den äquivalenten Tiefpassbereich verschoben. Dabei wird angenommen, dass die Bandbreite *B* der Kanalübertragungsfunktion viel kleiner ist als die Trägerfrequenz  $f_0$ , sodass die Dopplerfrequenz innerhalb der Bandbreite annähernd konstant ist. Somit ergibt sich die Dopplerfrequenz zu

$$f_{\rm d}^{(d)} = f_0 \cdot \frac{v_{\rm rad}^{(d)}}{c_0}.$$
 (3.8)

Zusätzlich wird vorausgesetzt, dass sich die komplexen Gewichte  $\underline{\alpha}^{(d)}(\nu)$  innerhalb der Bandbreite *B* nicht ändern. In [HKL02] wurde gezeigt, dass die Ausfallsrichtungen und die Einfallsrichtungen in einem FDD System mit einem Duplexabstand von 190 MHz annähernd frequenzunabhängig sind. Um zu zeigen, dass die Ausfallsrichtungen und die Einfallsrichtungen innerhalb dieses Bandbreite frequenzunabhängig sind, haben die Autoren in [HKL02] eine Messkampagne in Helsinki durchgeführt. Dabei haben sie gleichzeitig bei den Mittenfrequenzen 1935 MHz und 2125 MHz Kanalübertragungsfunktionen gemessen. Anschließend haben sie basierend auf den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen bei beiden Mittenfrequenzen die Ausfallsrichtungen und die Einfallsrichtungen geschätzt. Beim Auswerten der Ergebnisse kamen sie zu dem Schluss, dass bei beiden Mittenfrequenzen die Ausfallsrichtungen und die Einfallsrichtungen fast gleich sind. Das bedeutet, dass mindestens in einer Bandbreite von wenigen 100 MHz angenommen werden kann, dass die Ausfallsrichtungen und die Einfallsrichtungen sich nicht signifikant bei unterschiedlichen Frequenzen unterscheiden.

Damit ergibt sich die bandbegrenzte Kanalübertragungsfunktion im äquivalenten Tiefpassbereich zwischen der m-ten Empfangsantenne und der n-ten Sendeantenne zu

$$\underline{H}^{(m,n)}(f,t) = \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) \cdot \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi(f+f_0)\left(\tau^{(d)} + \tau_{\operatorname{Rx}}^{(m,d)} + \tau_{\operatorname{Tx}}^{(n,d)}\right)} \cdot e^{j2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}t}.$$
(3.9)

Hierbei ist f die Frequenzabweichung von der Mittenfrequenz  $f_0$  und liegt im Bereich von [-B/2; B/2]. Da die Kanalübertragungsfunktion lediglich im Bereich von [-B/2; B/2] betrachtet wird, kann die rect (·)-Funktion in (3.9) weggelassen werden. Damit ergibt sich die Kanalübertragungsfunktion zu

$$\underline{H}^{(m,n)}(f,t) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi(f+f_0)\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi(f+f_0)\tau^{(m,d)}_{Rx}} \cdot e^{-j2\pi(f+f_0)\tau^{(n,d)}_{Tx}} \cdot e^{j2\pi f_d^{(d)}t}.$$
 (3.10)

Es wird angenommen, dass die Bandbreite B und die räumlichen Abmaße der eingesetzten Antennenarrays nicht zu groß sind, sodass

$$B \cdot \left| \tau_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)} \right| \ll 1 \tag{3.11a}$$

$$B \cdot \left| \tau_{\mathrm{Tx}}^{(n,d)} \right| \ll 1$$
 (3.11b)

gilt. Diese Annahme wird auch als Schmalbandannahme bezeichnet [KV96, God97], wobei der Begriff Schmalbandannahme in der Literatur nicht einheitlich verwendet wird. Eine weitere, hier nicht gemeinte Bedeutung der Schmalbandannahme besteht darin, dass die Bandbreite des Sendesignals kleiner ist als die Kohärenzbandbreite des Kanals, sodass der Kanal nicht frequenzselektiv wirkt. Mit der Schmalbandannahme (3.11a) und (3.11b) folgt, dass

$$e^{-j2\pi(f+f_0)\tau_{Rx}^{(m,d)}} \approx e^{-j2\pi f_0\tau_{Rx}^{(m,d)}}$$
 (3.12a)

$$e^{-j2\pi(f+f_0)\tau_{T_x}^{(n,d)}} \approx e^{-j2\pi f_0\tau_{T_x}^{(n,d)}}$$
 (3.12b)

gilt. Damit vereinfacht sich Gleichung (3.10) zu

$$\underline{H}^{(m,n)}(f,t) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi(f+f_0)\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi f_0 \tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}} \cdot e^{-j2\pi f_0 \tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}} \cdot e^{j2\pi f_d^{(d)}t}, \qquad (3.13)$$

wobei die Faktoren  $e^{-j2\pi f_0 \tau_{Rx}^{(m,d)}}$  und  $e^{-j2\pi f_0 \tau_{Tx}^{(n,d)}}$  als Steuerfaktoren bezeichnet werden [vT02]. Im Weiteren wird zwischen dem richtungsunabhängigen Anteil der Kanalübertragungsfunktion und dem richtungsabhängigen Anteil der Kanalübertragungsfunktion unterschieden. Der richtungsunabhängige Anteil wird als direktionaler Anteil bezeichnet und entspricht der Übertragungsfunktion eines Ausbreitungspfades zwischen den beiden RPs. Der *d*-te direktionale Anteil ergibt sich zu

$$\underline{H}_{\mathrm{d}}^{(d)}\left(f,t\right) = \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(f+f_{0}\right)\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}t},\tag{3.14}$$

sodass sich die Kanalübertragungsfunktion in (3.13) auch als

$$\underline{H}^{(m,n)}(f,t) = \sum_{d=1}^{D} \underline{H}_{d}^{(d)}(f,t) \cdot e^{-j2\pi f_{0}\tau_{Rx}^{(m,d)}} \cdot e^{-j2\pi f_{0}\tau_{Tx}^{(n,d)}}$$
(3.15)

schreiben lässt.

Bisher wurden die Kanalübertragungsfunktionen zeit- und frequenzkontinuierlich modelliert. Eine Verarbeitung auf dem PC oder auf einem digitalen Signalprozessor erfordert jedoch ein diskretes Modell des Mobilfunkkanals. Außerdem liefert die messtechnische Erfassung der Kanalübertragungsfunktionen, so wie es in Abschnitt 2.2 beschrieben wurde, lediglich diskrete Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen. Aus diesem Grund wird im Folgenden eine Vektor-Matrix-Representation des Mobilfunkkanals eingeführt. Dazu wird die Kanalübertragungsfunktion entlang der Frequenzrichtung innerhalb der Bandbreite B mit dem Abtastabstand F abgetastet. Dies führt auf W zeitabhängige Abtastwerte mit

$$F = \frac{B}{W}.$$
(3.16)

Das w-te zeitabhängige Element ergibt sich zu

$$\underline{H}_{w}^{(m,n)}(t) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi(F \cdot w + f_{0})\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi f_{0}\tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}} \cdot e^{-j2\pi f_{0}\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(d)}t}, \qquad (3.17)$$

wobei  $w = -\frac{W-1}{2} \dots \frac{W-1}{2}$  gilt und W eine ungerade Zahl ist. Die Annahme, dass Wungerade ist, führt dazu, dass die abgetastete Kanalübertragungsfunktion symmetrisch um den Nullpunkt im Frequenzbereich liegt. Natürlich ist es auch möglich, dass W eine gerade Zahl ist. In diesem Fall könnte im negativen Frequenzbereich ein Abtastwert mehr vorhanden sein als im positiven Frequenzbereich oder es könnte bei der Frequenz Null kein Abtastwert vorhanden sein. Im nächsten Schritt wird die Kanalübertragungsfunktion (3.17) entlang der Zeitrichtung von 0 bis  $t_{\text{max}}$  mit dem Abtastabstand T abgetastet. Dies führt auf V Abtastwerte für eine feste Frequenz mit

$$T = \frac{t_{\max}}{V - 1}.\tag{3.18}$$

Damit ergibt sich der (w, v)-te Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zu

$$\underline{H}_{w,v}^{(m,n)} = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi (F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi f_0 \tau_{Rx}^{(m,d)}} \cdot e^{-j2\pi f_0 \tau_{Tx}^{(n,d)}} \cdot e^{j2\pi f_d^{(d)} T \cdot v}, \qquad (3.19)$$

mit  $v = 0 \dots V - 1$ . Die Kombination aller W Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne für den Zeitindex v bei der Mittenfrequenz  $f_0$  führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}_{v}^{(m,n)}\left(f_{0}\right) = \left(\underline{H}_{-(W-1)/2,v}^{(m,n)} \cdots \underline{H}_{(W-1)/2,v}^{(m,n)}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(3.20)

Die Abhängigkeit von  $f_0$  in (3.20) ist an dieser Stelle nicht zwingend erforderlich zu notieren. Es wird jedoch in den folgenden Kapiteln zwischen Vektoren bei unterschiedlichen Mittenfrequenzen unterschieden, sodass bereits an dieser Stelle die Abhängigkeit von der Mittenfrequenz formal berücksichtigt wird. Das Zusammenfassen aller V Vektoren (3.20) führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}^{(m,n)}\left(f_{0}\right) = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{h}}_{0}^{(m,n)}\left(f_{0}\right) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}_{V-1}^{(m,n)}\left(f_{0}\right) \end{pmatrix}.$$
(3.21)

Das Zusammenfassen aller  $M \cdot N$  Vektoren (3.21) führt auf die  $W \cdot V \times M \cdot N$  Kanalmatrix

$$\underline{\mathbf{H}}(f_0) = \left(\underline{\mathbf{h}}^{(1,1)}(f_0) \dots \underline{\mathbf{h}}^{(1,N)}(f_0) \underline{\mathbf{h}}^{(2,1)}(f_0) \dots \underline{\mathbf{h}}^{(M,N)}(f_0)\right).$$
(3.22)

Diese Kanalmatrix lässt sich in den direktionalen Anteil und den richtungsabhängigen Anteil zerlegen. Dazu wird zunächst der direktionale Anteil (3.14) entlang der Frequenzrichtung innerhalb der Bandbreite B mit dem Abtastabstand F abgetastet. Das w-te zeitabhängige, direktionale Element ergibt sich damit zu

$$\underline{H}_{\mathrm{d},w}^{(d)}(t) = \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}t}.$$
(3.23)

Anschließend wird (3.23) entlang der Zeitrichtung von 0 bis  $t_{\max}$  mit dem Abtastabstand T abgetastet. Damit ergibt sich der (w, v)-te direktionale Abtastwert des d-ten Ausbreitungspfades zu

$$\underline{H}_{\mathrm{d},w,v}^{(d)} = \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}T \cdot v}.$$
(3.24)

Das Zusammenfassen aller W direktionalen Abtastwerte für den Zeitindex v für den d-ten Ausbreitungspfad führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{d},v}^{(d)}\left(f_{0}\right) = \left(\underline{H}_{\mathrm{d},-(W-1)/2,v}^{(d)} \cdots \underline{H}_{\mathrm{d},(W-1)/2,v}^{(d)}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(3.25)

Anschließend können alle V Vektoren (3.25) zu dem Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}_{d}^{(d)}\left(f_{0}\right) = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{h}}_{d,0}^{(d)}\left(f_{0}\right) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}_{d,V-1}^{(d)}\left(f_{0}\right) \end{pmatrix}$$
(3.26)

zusammengefasst werden. Das Zusammenfassen aller D Vektoren (3.26) führt auf die  $W \cdot V \times D$  direktionale Kanalmatrix

$$\underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{d}}(f_0) = \left(\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{d}}^{(1)}(f_0) \dots \underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{d}}^{(D)}(f_0)\right).$$
(3.27)

Zusätzlich zu dem direktionalen Anteil werden die Steuerfaktoren zusammengefasst. Zunächst werden die M Steuerfaktoren für den d-ten Ausbreitungspfad für die Empfängerseite zusammengefasst. Dies führt auf den sogenannten Steuervektor

$$\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(f_0) = \left(e^{-j2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Rx}}^{(1,d)}} \dots e^{-j2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Rx}}^{(M,d)}}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(3.28)

Anschließend werden die D Steuervektoren (3.28) zur  $M \times D$  Steuermatrix

$$\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0) = \left(\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(1)}(f_0) \dots \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(D)}(f_0)\right)$$
(3.29)

zusammengefasst. Nun werden die N Steuerfaktoren für den d-ten Ausbreitungspfad für die Senderseite zusammengefasst. Dies führt auf den Steuervektor

$$\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(f_0) = \left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Tx}}^{(1,d)}} \dots \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Tx}}^{(N,d)}}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(3.30)

Anschließend werden die D Steuervektoren (3.30) zur  $N \times D$  Steuermatrix

$$\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0) = \left(\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(1)}(f_0) \dots \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(D)}(f_0)\right)$$
(3.31)

kombiniert. Die senderseitige Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0)$  und die empfängerseitige Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0)$  werden über das Khatri-Rao Produkt [AZK06] zur gemeinsamen  $M \cdot N \times D$  Steuermatrix

$$\underline{\mathbf{A}}(f_0) = \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0) \circledast \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0) = \left(\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(1)}(f_0) \otimes \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(1)}(f_0) \dots \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(D)}(f_0) \otimes \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(D)}(f_0)\right)$$
(3.32)

verknüpft, wobei  $\circledast$  der Operator für das Khatri-Rao Produkt ist und  $\otimes$  ist der Operator für das Kronecker Produkt [AZK06]. Mit der direktionalen Kanalmatrix (3.27) und der Steuermatrix (3.32) lässt sich die Kanalmatrix (3.22) in

$$\underline{\mathbf{H}}(f_0) = \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{d}}(f_0) \,\underline{\mathbf{A}}^{\mathrm{T}}(f_0) \tag{3.33}$$

zerlegen.

### 3.2 Schätzen der pfadspezifischen Parameter

#### 3.2.1 Beamforming Verfahren

Es existiert eine Vielzahl von Verfahren zum Schätzen der pfadspezifischen Parameter der D Ausbreitungspfade. Auf das Schätzen der Anzahl D der Ausbreitungspfade wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht eingegangen. Drei Klassen von Verfahren, die in der Vergangenheit zum Schätzen der pfadspezifischen Parameter sehr intensiv untersucht worden sind, sind

- Beamforming Verfahren [DM84, vVB88, KV96, God97, vT02],
- Unterraumbasierte Verfahren [Sch86, HN95, KV96, God97, KK09] und
- Maximum-Likelihood Verfahren [DLR77, FH94, FDHT96, FJS02, CLT<sup>+</sup>02].

Beamforming Verfahren werden typischerweise eingesetzt, um die Einfallsrichtungen und Ausfallsrichtungen zu schätzen. Bei Beamforming Verfahren wird klassischerweise nur auf einer Seite der Übertragungsstrecke ein Antennenarray eingesetzt. Es ist jedoch auch möglich, Beamforming Verfahren für MIMO-Systeme einzusetzen. Wird von einer Sendeantenne ausgegangen und von M Empfangsantennen, so besteht die Grundidee beim Beamforming darin, die Keulen (engl. Beams) der Richtcharakteristik so zu steuern, dass sie in Richtung der Einfallsrichtungen zeigen, sodass die mittlere Kanalenergie maximal wird. Dazu wird zunächst die Array Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{a_h}$  der Kanalübertragungsfunktionen gebildet. Um  $\underline{\mathbf{R}}_{a_h}$  zu schätzen, werden die Abtastwerte der M Kanalübertragungsfunktionen mit N = 1 zu einem bestimmten Frequenzindex w und einem bestimmten Zeitindex v zu dem Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}_{w,v} = \left(\underline{H}_{w,v}^{(1,1)} \dots \underline{H}_{w,v}^{(M,1)}\right)^{\mathrm{T}}$$
(3.34)

zusammengefasst. Die  $M \times M$  Array Korrelationsmatrix der Kanalübertragungsfunktionen ergibt sich mit (3.34) zu [God97]

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{h}}} = \frac{1}{W \cdot V} \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{v=0}^{V-1} \underline{\mathbf{h}}_{w,v} \cdot \underline{\mathbf{h}}_{w,v}^{*\mathrm{T}}.$$
(3.35)

Zum Finden der Einfallsrichtungen wird die sich ergebende mittlere Energie in Abhängigkeit von der Richtung der Keulen berechnet. Die mittlere Energie in Abhängigkeit von der Richtung der Keulen ergibt sich zu [KV96]

$$P\left(\varphi_{\mathrm{Rx}},\vartheta_{\mathrm{Rx}}\right) = \frac{1}{M} \cdot \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{*\mathrm{T}}\left(\varphi_{\mathrm{Rx}},\vartheta_{\mathrm{Rx}}\right) \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a}_{\mathrm{h}}} \cdot \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}\left(\varphi_{\mathrm{Rx}},\vartheta_{\mathrm{Rx}}\right), \qquad (3.36)$$

wobei  $\underline{\mathbf{a}}_{\text{Rx}}(\varphi_{\text{Rx}}, \vartheta_{\text{Rx}})$  dem Steuervektor (3.28) entspricht. Anschließend müssen die D größten Maxima von (3.36) gesucht werden, um die D Richtungen zu schätzen. Das bedeutet, dass das globale Maximum und D-1 weitere lokale Maxima gesucht werden müssen. Neben dem hier vorgestellten Beamforming Verfahren existieren noch weitere Beamforming Verfahren, auf die im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht näher eingegangen werden [DM84, vVB88, KV96, God97, vT02].

#### 3.2.2 Unterraumbasierte Verfahren

Unterraumbasierte Verfahren sind ebenfalls geeignet, um die Einfallsrichtungen und Ausfallsrichtungen zu schätzen. Zwei typische Vertreter der unterraumbasierten Verfahren sind der MUSIC Algorithmus [Sch86] und der ESPRIT Algorithmus [HN95]. Damit der ESPRIT Algorithmus angewandt werden kann, müssen die eingesetzten Antennenarrays translationsinvariant sein, wohingegen der MUSIC Algorithmus keinerlei Anforderungen an die Geometrie der eingesetzten Antennenarrays stellt. Aus diesem Grund wird im Folgenden der MUSIC Algorithmus als Vertreter der unterraumbasierten Verfahren vorgestellt. Neben dem Schätzen der Einfallsrichtungen und Ausfallsrichtungen ist es mit dem MUSIC Algorithmus auch möglich, die restlichen pfadspezifischen Parameter zu schätzen [IGS01, VPP97]. Jedoch wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich auf das Schätzen der Einfallsrichtungen und der Ausfallsrichtungen mittels des MUSIC Algorithmus eingegangen.

Die Leistungsfähigkeit im Sinne des mittleren quadratischen Fehlers des MUSIC Algorithmus übertrifft die Leistungsfähigkeit aller Beamforming Verfahren [KV96] und wird deshalb ausführlicher beschrieben als die Beamforming Verfahren. Weiterhin kann der MUSIC Algorithmus auch als Ausgangspunkt für den in Abschnitt 3.2.3.4 vorgestellten SAGE Algorithmus dienen. Der MUSIC Algorithmus basiert auf dem direktionalen Kanalmodell (3.33), wobei zusätzlich das additiv überlagerte Rauschen berücksichtigt wird, sodass sich die Kanalmatrix zu

$$\underline{\mathbf{H}}(f_0) = \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{d}}(f_0) \underline{\mathbf{A}}^{\mathrm{T}}(f_0) + \underline{\mathbf{N}}$$
(3.37)

ergibt und die Matrix <u>N</u> Abtastwerte eines mittelwertfreien, weißen Rauschprozesses der Varianz  $\sigma^2$  enthält. Das bedeutet, dass von thermischen Rauschen ausgegangen wird, und dass die Kanalübertragungsfunktionen nicht überabgetastet sind. Ausgangspunkt ist wieder die Array Korrelationsmatrix der Kanalübertragungsfunktionen <u>R</u><sub>ah</sub>, wobei  $M \geq 1$  und  $N \geq 1$  gilt. In diesem Fall ergibt sich der Vektor (3.34) zu

$$\underline{\mathbf{h}}_{w,v} = \left(\underline{H}_{w,v}^{(1,1)} \dots \underline{H}_{w,v}^{(1,N)} \underline{H}_{w,v}^{(2,1)} \dots \underline{H}_{w,v}^{(M,N)}\right)^{\mathrm{T}}$$
(3.38)

und entspricht einer transponierten Zeile der Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0)$  (3.22). Die Array Korrelationsmatrix der Kanalübertragungsfunktionen mit der Dimension  $M \cdot N \times M \cdot N$ ergibt sich mit (3.38) zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{h}}} = \frac{1}{W \cdot V} \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{v=0}^{V-1} \underline{\mathbf{h}}_{w,v} \cdot \underline{\mathbf{h}}_{w,v}^{*\mathrm{T}}$$
$$= \frac{1}{W \cdot V} \cdot \underline{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}}(f_{0}) \cdot \underline{\mathbf{H}}^{*}(f_{0}).$$
(3.39)

Einsetzen der Kanalmatrix (3.37) in die Array Korrelationsmatrix (3.39) führt auf

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{h}}} = \frac{1}{W \cdot V} \cdot \left( \underline{\mathbf{A}} \left( f_0 \right) \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{d}}^{\mathrm{T}} \left( f_0 \right) + \underline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} \right) \cdot \left( \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{d}}^{*} \left( f_0 \right) \underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}} \left( f_0 \right) + \underline{\mathbf{N}}^{*} \right).$$
(3.40)

Mit der Array Korrelationsmatrix des Rauschens

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{n}} = \frac{1}{W \cdot V} \cdot \underline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{N}}^{*}$$
$$= \sigma^{2} \mathbf{I}$$
(3.41)

und der Array Korrelationsmatrix der direktionalen Kanalübertragungsfunktionen

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathrm{d}}} = \frac{1}{W \cdot V} \cdot \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}(f_{0}) \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{d}}^{*}(f_{0})$$
(3.42)

und der Annahme, dass das Rauschen und die direktionalen Kanalübertragungsfunktionen unkorreliert sind, folgt

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{h}}} = \underline{\mathbf{A}} \left( f_0 \right) \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{d}}} \underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}} \left( f_0 \right) + \sigma^2 \mathbf{I}.$$
(3.43)

Die Eigenwertzerlegung der Array Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{h}}}$  der Kanalübertragungsfunktionen führt auf die reellen Eigenwerte  $(\lambda^{(1)} \dots \lambda^{(MN)})$ , mit

$$\det\left(\underline{\mathbf{R}}_{a_{h}} - \lambda^{(\mu)} \mathbf{I}\right) = 0, \qquad (3.44)$$

mit  $\mu = 1 \dots MN$ . Mit (3.41) und (3.43) kann (3.44) zu

$$\det \left(\underline{\mathbf{A}}\left(f_{0}\right) \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a_{d}}} \underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}}\left(f_{0}\right) + \sigma^{2} \mathbf{I} - \lambda^{(\mu)} \mathbf{I}\right) = \det \left(\underline{\mathbf{A}}\left(f_{0}\right) \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a_{d}}} \underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}}\left(f_{0}\right) - \left(\lambda^{(\mu)} - \sigma^{2}\right) \mathbf{I}\right)$$
$$= 0 \qquad (3.45)$$

umgeformt werden. Daraus folgt, dass für die Eigenwerte von  $\underline{\mathbf{A}}\left(f_{0}\right)\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{d}}\underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}}\left(f_{0}\right)$ 

$$\nu^{(\mu)} = \lambda^{(\mu)} - \sigma^2 \tag{3.46}$$

gilt. Unter der Voraussetzung, dass die Anzahl D der Ausbreitungspfade kleiner als die Anzahl  $M \cdot N$  der verwendeten Antennen ist, und dass alle D Ausbreitungspfade aus unterscheidbaren Richtungen kommen, hat die Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}(f_0)$  den vollen Spaltenrang D. Weiterhin gilt, dass die Matrix  $\underline{\mathbf{R}}_{a_d}$  einen Rang von

$$\operatorname{rang}\left\{\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a}_{\mathrm{d}}}\right\} = \min\left(D, W \cdot V\right) \tag{3.47}$$

aufweist. Daraus folgt, dass die Matrix  $\underline{\mathbf{A}}(f_0) \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_d} \underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}}(f_0)$  ebenfalls einen Rang von

$$\operatorname{rang}\left\{\underline{\mathbf{A}}\left(f_{0}\right)\underline{\mathbf{R}}_{a_{d}}\underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}}\left(f_{0}\right)\right\}=\min\left(D,W\cdot V\right)$$
(3.48)

aufweist. Da dieser Rang die Anzahl D der zu schätzenden Richtungen begrenzt, muss die Anzahl  $W \cdot V$  größer oder gleich der Anzahl der zu schätzenden Richtungen sein. Mit der Voraussetzung, dass  $W \cdot V$  größer ist als D, ergibt sich, dass von den insgesamt  $M \cdot N$ Eigenwerten der Matrix  $\underline{\mathbf{A}}(f_0) \underline{\mathbf{R}}_{a_d} \underline{\mathbf{A}}^{*T}(f_0)$  genau  $M \cdot N - D$  Eigenwerte  $\nu^{(\mu)}$  gleich Null sein müssen. Unter Berücksichtigung von Gleichung (3.46) müssen  $M \cdot N - D$  Eigenwerte  $\lambda^{(\mu)}$  der Matrix  $\underline{\mathbf{R}}_{a_h}$  gleich der Rauschleistung  $\sigma^2$  sein. Werden die Eigenwerte von  $\underline{\mathbf{R}}_{a_h}$ der Größe nach absteigend sortiert, so gilt

$$\lambda^{(D+1)} = \lambda^{(D+2)} = \dots = \lambda^{(M \cdot N)} = \sigma^2.$$
(3.49)

Mit dem zu $\lambda^{(\mu)}$ gehörenden Eigenvektor $\underline{\mathbf{q}}_{\mu}$ gilt

$$\left(\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathrm{h}}} - \lambda^{(\mu)} \mathbf{I}\right) \cdot \underline{\mathbf{q}}_{\mu} = \mathbf{0}.$$
(3.50)

Für die  $M \cdot N - D$  kleinsten Eigenwerte mit  $\lambda^{(\mu)} = \sigma^2$  gilt folglich

$$\left(\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{h}}} - \sigma^{2} \mathbf{I}\right) \cdot \underline{\mathbf{q}}_{\mu} = \mathbf{0}, \qquad (3.51)$$

 $\mu = D + 1 \dots M \cdot N$ . Mit (3.43) und (3.41) folgt aus (3.51)

$$(\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{h}}} - \sigma^{2} \mathbf{I}) \cdot \underline{\mathbf{q}}_{\mu} = (\underline{\mathbf{A}} (f_{0}) \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{d}}} \underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}} (f_{0}) + \sigma^{2} \mathbf{I} - \sigma^{2} \mathbf{I}) \cdot \underline{\mathbf{q}}_{\mu}$$

$$= \underline{\mathbf{A}} (f_{0}) \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathbf{d}}} \underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}} (f_{0}) \underline{\mathbf{q}}_{\mu}$$

$$= \mathbf{0}.$$

$$(3.52)$$

Unter den gemachten Voraussetzungen, dass die Matrizen <u>A</u>  $(f_0)$  und <u>R</u><sub>ad</sub> den Rang *D* haben und  $D \leq W \cdot V$  gilt folgt, dass Gleichung (3.52) nur erfüllt ist, wenn [Sch86]

$$\underline{\mathbf{A}}^{*\mathrm{T}}(f_0) \ \underline{\mathbf{q}}_{\mu} = \mathbf{0}, \tag{3.53}$$

mit  $\mu = D + 1 \dots M \cdot N$ , beziehungsweise

$$\begin{pmatrix} \left(\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(1)}\left(f_{0}\right) \otimes \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(1)}\left(f_{0}\right)\right)^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{q}}_{\mu} \\ \vdots \\ \left(\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(D)}\left(f_{0}\right) \otimes \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(D)}\left(f_{0}\right)\right)^{*\mathrm{T}} \underline{\mathbf{q}}_{\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$
(3.54)

gilt. Das bedeutet, dass die zu den  $M \cdot N - D$  kleinsten Eigenwerten gehörenden Eigenvektoren, die den Rauschunterraum aufspannen, orthogonal zu den D Steuervektoren sind. Dies ist die Grundidee des MUSIC Algorithmus.

Die Richtungen werden bestimmt, indem man Vektoren

$$\underline{\mathbf{a}}^{(d)}\left(\varphi_{\mathrm{Rx}},\vartheta_{\mathrm{Rx}},\varphi_{\mathrm{Tx}},\vartheta_{\mathrm{Tx}}\right) = \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(f_{0}\right) \otimes \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}\left(f_{0}\right)$$
(3.55)

findet, die orthogonal zum Rauschunterraum sind. Dazu werden alle Eigenvektoren, die zum Rauschunterraum gehören in einer Matrix zusammengefasst

$$\underline{\mathbf{Q}} = \left(\underline{\mathbf{q}}_{D+1} \cdots \underline{\mathbf{q}}_{M \cdot N}\right). \tag{3.56}$$

Wenn

$$\left\|\underline{\mathbf{a}}^{(d)^{*\mathrm{T}}}\left(\varphi_{\mathrm{Rx}},\vartheta_{\mathrm{Rx}},\varphi_{\mathrm{Tx}},\vartheta_{\mathrm{Tx}}\right)\cdot\underline{\mathbf{Q}}\right\|^{2}=0$$
(3.57)

gilt, so ist  $(\varphi_{\text{Rx}}, \vartheta_{\text{Rx}})$  die Einfallsrichtung und  $(\varphi_{\text{Tx}}, \vartheta_{\text{Tx}})$  die Ausfallsrichtung eines Ausbreitungspfades. Das sogenannte MUSIC Spektrum wurde zu [MS00]

$$P_{\text{MUSIC}}\left(\varphi_{\text{Rx}}, \vartheta_{\text{Rx}}, \varphi_{\text{Tx}}, \vartheta_{\text{Tx}}\right) = \frac{1}{\left\|\underline{\mathbf{a}}^{(d)^{*\text{T}}}\left(\varphi_{\text{Rx}}, \vartheta_{\text{Rx}}, \varphi_{\text{Tx}}, \vartheta_{\text{Tx}}\right) \cdot \underline{\mathbf{Q}}\right\|^{2}}$$
(3.58)

definiert. Die D größten Maxima dieser Funktion, die durch numerisches Auswerten gefunden werden können, korrespondieren zu den Einfallsrichtungen und zu den Ausfallsrichtungen der D Ausbreitungspfade.

#### 3.2.3 Maximum-Likelihood Verfahren

#### 3.2.3.1 Modifiziertes direktionales Kanalmodell

Bevor der Maximum-Likelihood-Schätzer zum Schätzen der pfadspezifischen Parameter der D Ausbreitungspfade vorgestellt wird, wird zunächst das in Abschnitt 3.1 eingeführte direktionale Kanalmodell modifiziert. Zunächst werden alle  $7 \cdot D$  pfadspezifischen Parameter zum Vektor

$$\underline{\boldsymbol{\Theta}} = \left(\underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(1)}, \dots, \underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(D)}\right)^{\mathrm{T}}, \qquad (3.59)$$

bestehend aus den D Vektoren

$$\underline{\mathbf{\Theta}}^{(d)} = \left(\tau^{(d)}, f_{\mathrm{d}}^{(d)}, \varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \varphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \underline{\alpha}^{(d)}\right)$$
(3.60)

zusammengefasst. Ausgehend von dem (w, v)-ten Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion (3.19) ergibt sich ein Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne in Abhängigkeit von den pfadspezifischen Parametern zu

$$\underline{H}_{w,v}^{(m,n)}\left(\underline{\Theta}\right) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underbrace{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Tx}}^{(n,d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_d^{(d)} T \cdot v}}_{\underline{s}_{w,v}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right)} \\
= \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{s}_{w,v}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right),$$
(3.61)

wobei

$$\mathbf{\Omega}^{(d)} = \left(\tau^{(d)}, f_{\mathrm{d}}^{(d)}, \varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \varphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}\right)$$
(3.62)

gilt. Die Kombination aller W Elemente  $\underline{s}_{w,v}^{(m,n)}(\Omega^{(d)})$  für den Zeitindex v führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{s}}_{v}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) = \left(\underline{s}_{-\frac{W-1}{2},v}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \dots \underline{s}_{\frac{W-1}{2},v}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right)\right)^{\mathrm{T}}.$$
(3.63)

Das Zusammenfassen aller V Vektoren  $\underline{\mathbf{s}}_{v}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right)$  führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{s}}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{s}}_{0}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{s}}_{V-1}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \end{pmatrix}.$$
(3.64)

Somit gilt für den Kanalvektor (3.21)

$$\underline{\mathbf{h}}^{(m,n)}\left(\underline{\boldsymbol{\Theta}}\right) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}}^{(m,n)}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right).$$
(3.65)

Das Zusammenfassen aller  $M \cdot N$  Vektoren (3.65) führt auf den totalen Kanalvektor

$$\underline{\mathbf{h}}\left(\underline{\boldsymbol{\Theta}}\right) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{s}}^{(1,1)} \left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{s}}^{(1,N)} \left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \\ \underline{\mathbf{s}}^{(2,1)} \left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{s}}^{(M,N)} \left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{s}}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right)}$$

$$= \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right)$$

$$= \operatorname{vec}\left(\underline{\mathbf{H}}\left(f_{0}\right)\right), \qquad (3.66)$$

wobei der Operator vec (·) angewandt auf eine Matrix einen Vektor ergibt, der aus den übereinander gestapelten Spalten der Matrix besteht. Mit dem Vektor  $\underline{\mathbf{n}}^{(m)}$ , der Abtastwerte eines mittelwertfreien Rauschprozesses an der *m*-ten Empfangsantenne enthält, ergibt sich der mit additiven Rauschen überlagerte gemessene beziehungsweise geschätzte Kanalvektor zu

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}} = \underline{\mathbf{h}} \left(\underline{\Theta}\right) + \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{n}}^{(1)} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{n}}^{(M)} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{n}}} \\
= \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) + \underline{\mathbf{n}}.$$
(3.67)

#### 3.2.3.2 Maximum-Likelihood-Schätzer

Beim Maximum-Likelihood Schätzen wird derjenige Parametervektor  $\underline{\Theta}$  gesucht, der am besten zu den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\hat{\mathbf{h}}}$  passt. Dazu wird die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der gemessenen Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\hat{\mathbf{h}}}$  unter der Bedingung, dass die tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\mathbf{h}}(\underline{\Theta})$  vorliegen, maximiert

$$\underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}} = \arg\max_{\underline{\boldsymbol{\Theta}}} \left\{ p\left(\underline{\hat{\mathbf{h}}} | \underline{\mathbf{h}}(\underline{\boldsymbol{\Theta}}) \right) \right\}$$
(3.68)

$$= \arg \max_{\underline{\Theta}} \left\{ p\left(\underline{\mathbf{n}} = \underline{\hat{\mathbf{h}}} - \underline{\mathbf{h}}(\underline{\Theta}) \right) \right\}.$$
(3.69)

Unter der Voraussetzung, dass das Rauschen  $\underline{\mathbf{n}}$  gaußverteilt und mittelwertfrei ist, ergibt sich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (engl. likelihood function) p( $\underline{\mathbf{n}}$ ) mit der Korrelationsmatrix des Rauschens  $\underline{\mathbf{R}}_n$  im Allgemeinen zu

$$p(\underline{\mathbf{n}}) = \frac{1}{\det(\pi \cdot \underline{\mathbf{R}}_{n})} \cdot e^{-(\hat{\mathbf{h}} - \underline{\mathbf{h}}(\underline{\Theta}))^{*T}} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1}(\hat{\underline{\mathbf{h}}} - \underline{\mathbf{h}}(\underline{\Theta})).$$
(3.70)

Zum Maximieren dieses Ausdrucks muss der negative Exponent, das bedeutet die Log-Likelihood Funktion

$$\left(\underline{\hat{\mathbf{h}}} - \underline{\mathbf{h}}(\underline{\Theta})\right)^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \left(\underline{\hat{\mathbf{h}}} - \underline{\mathbf{h}}(\underline{\Theta})\right) = \underline{\hat{\mathbf{h}}}^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\hat{\mathbf{h}}} - 2 \cdot \operatorname{Re}\left\{\underline{\mathbf{h}}^{*T}(\underline{\Theta})\underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\hat{\mathbf{h}}}\right\} + \underline{\mathbf{h}}^{*T}(\underline{\Theta})\underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1}\underline{\mathbf{h}}(\underline{\Theta}) \tag{3.71}$$

minimiert werden. Da der Term  $\underline{\hat{\mathbf{h}}}^{*T} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\hat{\mathbf{h}}}$  in Gleichung (3.71) nicht von  $\underline{\Theta}$  abhängt, kann dieser bei der Minimierung außer Acht gelassen werden

$$\underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}} = \arg\min_{\underline{\boldsymbol{\Theta}}} \left\{ -2 \cdot \operatorname{Re}\left\{ \underline{\mathbf{h}}^{*\mathrm{T}}\left(\underline{\boldsymbol{\Theta}}\right) \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\hat{\mathbf{h}}} \right\} + \underline{\mathbf{h}}^{*\mathrm{T}}\left(\underline{\boldsymbol{\Theta}}\right) \underline{\mathbf{R}}_{n}^{-1} \underline{\mathbf{h}}\left(\underline{\boldsymbol{\Theta}}\right) \right\}.$$
(3.72)

Eine analytische Lösung für Gleichung (3.72) existiert im Allgemeinen nicht. Eine numerische Auswertung der Funktion ist theoretisch durchführbar, jedoch aufgrund der Tatsache, dass die zu minimierende Funktion von  $7 \cdot D$  Variablen abhängt nicht praktikabel. Daher wird im Folgenden ein numerisches Verfahren vorgestellt, das iterativ die pfadspezifischen Parameter schätzt, um den Rechenaufwand zu reduzieren.

#### 3.2.3.3 Expectation-Maximization Algorithmus

Die Grundidee des <u>Expectation-Maximization</u> (EM) Algorithmus ist das Zerlegen der gemessenen Kanalübertragungsfunktionen in D einzelne Kanalübertragungsfunktionen, wobei jede einzelne Kanalübertragungsfunktion einen Ausbreitungspfad zwischen allen Sendeantennen und allen Empfangsantennen beschreibt und somit nicht der direktionalen Kanalübertragungsfunktion des *d*-ten Ausbreitungspfades entspricht [DLR77, FW88, Moo97]. Anschließend werden die pfadspezifischen Parameter der *D* Kanalübertragungsfunktionen sequenziell geschätzt. Die *D* einzelnen Kanalübertragungsfunktionen werden mit  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$ , d = 1...D, bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen (3.67) und den  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$  ist über die nicht injektive Abbildung

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}} = \sum_{d=1}^{D} \underline{\mathbf{x}}^{(d)}$$

$$= \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left( \mathbf{\Omega}^{(d)} \right) + \underline{\mathbf{n}}^{(d)}$$
(3.73)

gegeben, wobei  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$  ausschließlich von  $\underline{\Theta}^{(d)}$  und nicht von  $\underline{\Theta}^{(\bar{d})}$ ,  $\tilde{d} \neq d$ , abhängt. Die Vektoren  $\underline{\mathbf{n}}^{(d)}$  beschreiben den Einfluss des Rauschens, wobei dieses Rauschen im Allgemeinen keinem physikalisch messbaren Rauschen zugeordnet werden kann. Wären die  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$  bekannt, so könnten D unabhängige ML-Schätzungen der Vektoren  $\underline{\Theta}^{(d)}$  durchgeführt werden. Da die  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$  nicht aus  $\underline{\mathbf{\hat{h}}}$  berechnet werden können, müssen die  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$  auf Grundlage einer bereits vorhanden Schätzung  $\underline{\hat{\Theta}}$  des Parametervektors und  $\underline{\mathbf{\hat{h}}}$  geschätzt werden. Dazu wird der bedingte Erwartungswert [FW88]

$$\underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)} = \mathbf{E}\left\{\underline{\mathbf{x}}^{(d)} \left| \underline{\hat{\mathbf{h}}}, \ \underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}} \right.\right\}$$
(3.74)

berechnet. Aufgrund des notwendigen Erwartungswertbildens wird das Schätzen von  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$  als E-Schritt bezeichnet [Moo97]. Die Schätzung von  $\underline{\mathbf{x}}^{(d)}$  ergibt sich zu [vT02]

$$\underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)} = \underline{\hat{\mathbf{h}}} - \sum_{\tilde{d}=1, \tilde{d} \neq d}^{D} \underline{\alpha}^{(\tilde{d})} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left( \hat{\mathbf{\Omega}}^{(\tilde{d})} \right).$$
(3.75)

Gleichung (3.75) kann als Interferenzsubtraktion aufgefasst werden. Mit den D geschätzten Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)}$  können D unabhängige ML-Schätzungen der Parametervektoren  $\underline{\Theta}^{(d)}$  berechnet werden

$$\underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}^{(d)} = \arg\max_{\underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(d)}} \left\{ p\left(\underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)} | \underline{\boldsymbol{\alpha}}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left( \mathbf{\Omega}^{(d)} \right) \right) \right\} \\
= \arg\max_{\underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(d)}} \left\{ p\left(\underline{\mathbf{n}}^{(d)} = \underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)} - \underline{\boldsymbol{\alpha}}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left( \mathbf{\Omega}^{(d)} \right) \right) \right\}.$$
(3.76)

Mit der Annahme, dass es sich um mittelwertfreies, unkorreliertes Gaußrauschen handelt, gilt für die Korrelationsmatrix des Rauschens  $\underline{\mathbf{n}}^{(d)}$ 

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}}^{(d)} = \sigma^2 \cdot \mathbf{I}. \tag{3.77}$$

Mit dieser Annahme folgt, dass sich der geschätzte Parametervektor  $\underline{\hat{\Theta}}^{(d)}$  zu

$$\underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}^{(d)} = \arg\min_{\underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(d)}} \left\{ \left( \underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)} - \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left( \boldsymbol{\Omega}^{(d)} \right) \right)^{*\mathrm{T}} \left( \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}^{(d)} \right)^{-1} \left( \underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)} - \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left( \boldsymbol{\Omega}^{(d)} \right) \right) \right\} \\
= \arg\min_{\underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(d)}} \left\{ \left( -2 \cdot \operatorname{Re} \left\{ \underline{\alpha}^{(d)^{*}} \cdot \underline{\mathbf{s}}^{*\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{\Omega}^{(d)} \right) \cdot \underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)} \right\} + \left\| \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\mathbf{s}} \left( \boldsymbol{\Omega}^{(d)} \right) \right\|^{2} \right) \right\} \quad (3.78)$$

ergibt. Mit der Log-Likelihood Funktion

$$\Lambda\left(\underline{\Theta}^{(d)}\right) = -2 \cdot \operatorname{Re}\left\{\underline{\alpha}^{(d)^{*}} \cdot \underline{\mathbf{s}}^{*\mathrm{T}}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \cdot \underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)}\right\} + \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \left\|\underline{\mathbf{s}}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right)\right\|^{2}$$
(3.79)

folgt

$$\underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}^{(d)} = \arg\min_{\underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \underline{\boldsymbol{\Theta}}^{(d)} \right) \right\}.$$
(3.80)

Das Schätzen der Parametervektoren (3.80) wird als M-Schritt bezeichnet, da die Likelihood Funktion maximiert wird, beziehungsweise die Log-Likelihood Funktion minimiert wird. Gleichung (3.80) führt zu einer verbesserten Schätzung  $\hat{\Theta}$  des Parametervektors gegenüber der initialen Schätzung des Parametervektors, die notwendig war, um den E-Schritt durchzuführen. Nachdem eine neue Schätzung  $\hat{\Theta}$  des Parametervektors vorliegt, wird die alte Schätzung des Parametervektors mit  $\hat{\Theta}'$  bezeichnet und durch die neue Schätzung  $\hat{\Theta}$  ersetzt und anschließend wird wieder der E-Schritt und der M-Schritt durchgeführt. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Typischerweise wird dieser Vorgang abgebrochen, wenn die Differenz zwischen den alten Schätzwerten und den neuen Schätzwerten unter eine gewisse Schwelle fällt. Das bedeutet, dass

$$\left|\underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}} - \underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}'\right| < \epsilon \tag{3.81}$$

gelten muss, wobei

$$\epsilon = \left(\epsilon^{(1)}, \dots, \epsilon^{(D)}\right)^{\mathrm{T}}$$
(3.82)

mit

$$\epsilon^{(d)} = \left(\epsilon_{\tau}^{(d)}, \epsilon_{f_{d}}^{(d)}, \epsilon_{\varphi_{\mathrm{Rx}}}^{(d)}, \epsilon_{\vartheta_{\mathrm{Rx}}}^{(d)}, \epsilon_{\varphi_{\mathrm{Tx}}}^{(d)}, \epsilon_{\vartheta_{\mathrm{Tx}}}^{(d)}, \epsilon_{\underline{\alpha}}^{(d)}\right)$$
(3.83)

ein Vektor ist, der die Schwellwerte enthält. In Bild 3.4 ist ein Nassi-Shneiderman-Diagramm des EM Algorithmus dargestellt.

Das Problem beim EM Algorithmus besteht darin, dass in Abhängigkeit von der initialen Schätzung des Parametervektors nicht zwangsläufig das globale Minimum der Log-Likelihood Funktion gefunden wird. Es kann lediglich garantiert werden, dass der EM Algorithmus zu einem lokalen Minimum konvergiert [DLR77, Köh05]. Weiterhin muss das Minimum einer Funktion mit 7 Variablen gefunden werden. Eine analytische Lösung für Gleichung (3.80) existiert im Allgemeinen nicht. Eine numerische Auswertung ist durchführbar, jedoch sehr rechenintensiv. Ablaufdiagramm — Expectation Maximization Algorithmus



Abbildung 3.4. Nassi-Shneiderman-Diagramm zum EM Algorithmus

#### 3.2.3.4 SAGE Algorithmus

Der SAGE Algorithmus stellt eine Erweiterung des EM Algorithmus dar und schließt diesen als Sonderfall mit ein.

Jede Iteration des SAGE Algorithmus entspricht einer Iteration des EM Algorithmus, wobei jedoch nicht notwendigerweise alle Elemente des Parametervektors  $\underline{\Theta}^{(d)}$  geschätzt werden, sondern nur einige Elemente, während die anderen Elemente als Konstanten angesehen werden. Welche Elemente geschätzt werden und welche als Konstanten angesehen werden ist frei wählbar. Die Wahl sollte so getroffen werden, dass anstelle eines 7-dimensionalen Optimierungsproblems, wie es bei dem EM Algorithmus auftritt, sieben 1-dimensionale Optimierungsprobleme gelöst werden müssen.

Mit der Log-Likelihood Funktion

$$\Lambda\left(\underline{\Theta}^{(d)}\right) = \Lambda\left(\left(\tau^{(d)}, f_{d}, \varphi_{Rx}^{(d)}, \vartheta_{Rx}^{(d)}, \varphi_{Tx}^{(d)}, \vartheta_{Tx}^{(d)}, \underline{\alpha}^{(d)}\right)\right)$$
(3.84)

und ausgehend von einer alten Schätzung

$$\underline{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}^{\prime (d)} = \left(\hat{\tau}^{\prime (d)}, \hat{f}^{\prime (d)}_{d}, \hat{\varphi}^{\prime (d)}_{\mathrm{Rx}}, \hat{\vartheta}^{\prime (d)}_{\mathrm{Rx}}, \hat{\varphi}^{\prime (d)}_{\mathrm{Tx}}, \hat{\vartheta}^{\prime (d)}_{\mathrm{Tx}}, \underline{\hat{\alpha}}^{\prime (d)}\right)$$
(3.85)

des Parametervektors, werden die Parameter neu geschätzt, indem folgende 1-dimensionale Optimierungsprobleme gelöst werden

$$\hat{\tau}^{(d)} = \arg\min_{\tau^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \tau^{(d)}, \hat{f}'_{d}^{(d)}, \hat{\varphi}'_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \hat{\vartheta}'_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \hat{\varphi}'_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \hat{\vartheta}'_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \underline{\hat{\alpha}}'^{(d)} \right) \right\}$$
(3.86)

$$\hat{f}_{d}^{(d)} = \arg\min_{f_{d}^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \hat{\tau}^{(d)}, f_{d}^{(d)}, \hat{\varphi}'_{Rx}^{(d)}, \hat{\vartheta}'_{Rx}^{(d)}, \hat{\varphi}'_{Tx}^{(d)}, \hat{\vartheta}'_{Tx}^{(d)}, \underline{\hat{\alpha}}'^{(d)} \right) \right\}$$
(3.87)

$$\hat{\varphi}_{\text{Rx}}^{(d)} = \arg\min_{\varphi_{\text{Rx}}^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{\text{d}}^{(d)}, \varphi_{\text{Rx}}^{(d)}, \hat{\vartheta}'_{\text{Rx}}^{(d)}, \hat{\varphi}'_{\text{Tx}}^{(d)}, \hat{\vartheta}'_{\text{Tx}}^{(d)}, \underline{\hat{\alpha}}'^{(d)} \right) \right\}$$
(3.88)

$$\hat{\vartheta}_{\mathrm{Rx}}^{(d)} = \operatorname*{arg\,min}_{\vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{\mathrm{d}}^{(d)}, \hat{\varphi}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \hat{\varphi}'_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \hat{\vartheta}'_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \underline{\hat{\alpha}'}^{(d)} \right) \right\}$$
(3.89)

$$\hat{\varphi}_{\text{Tx}}^{(d)} = \arg\min_{\varphi_{\text{Tx}}^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{\text{d}}^{(d)}, \hat{\varphi}_{\text{Rx}}^{(d)}, \hat{\vartheta}_{\text{Rx}}^{(d)}, \varphi_{\text{Tx}}^{(d)}, \hat{\vartheta'}_{\text{Tx}}^{(d)}, \underline{\hat{\alpha}'}^{(d)} \right) \right\}$$
(3.90)

$$\hat{\vartheta}_{\mathrm{Tx}}^{(d)} = \operatorname*{arg\,min}_{\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{\mathrm{d}}^{(d)}, \hat{\varphi}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \hat{\vartheta}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}, \hat{\varphi}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}, \underline{\hat{\alpha}'}^{(d)} \right) \right\}$$
(3.91)

$$\underline{\hat{\alpha}}^{(d)} = \arg\min_{\underline{\alpha}^{(d)}} \left\{ \Lambda \left( \hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{d}^{(d)}, \hat{\varphi}_{Rx}^{(d)}, \hat{\vartheta}_{Rx}^{(d)}, \hat{\varphi}_{Tx}^{(d)}, \hat{\vartheta}_{Tx}^{(d)}, \underline{\alpha}^{(d)} \right) \right\}.$$
(3.92)

Das Finden der Minima kann numerisch durchgeführt werden. Jedoch ist es ebenfalls möglich, ausgehend von einer Schätzung der Laufzeiten, Dopplerfrequenzen, Einfallsrichtungen und Ausfallsrichtungen die Schätzung des komplexen Gewichts  $\underline{\hat{\alpha}}^{(d)}$  analytisch zu berechnen. Es lässt sich zeigen, das dasjenige  $\underline{\alpha}^{(d)}$ , welches (3.92) minimiert sich zu

$$\underline{\hat{\alpha}}^{(d)} = \frac{\underline{\mathbf{s}}^{*\mathrm{T}}\left(\widehat{\mathbf{\Omega}}^{(d)}\right)}{\left\|\underline{\mathbf{s}}\left(\widehat{\mathbf{\Omega}}^{(d)}\right)\right\|^{2}} \cdot \underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)}$$
(3.93)

ergibt. Wird  $\underline{\hat{\alpha}}^{(d)}$  in  $\Lambda\left(\underline{\Theta}^{(d)}\right)$  eingesetzt, so vereinfacht sich die Log-Likelihood Funktion zu

$$\Lambda\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) = -\frac{\left|\underline{\mathbf{s}}^{*\mathrm{T}}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right) \cdot \underline{\hat{\mathbf{x}}}^{(d)}\right|^{2}}{\left\|\underline{\mathbf{s}}\left(\mathbf{\Omega}^{(d)}\right)\right\|^{2}}$$
(3.94)

und die numerische Berechnung der Minima (3.86) bis (3.91) wird vereinfacht. In Bild 3.5 ist ein Nassi-Shneiderman-Diagramm des SAGE Algorithmus dargestellt.

# 3.2.3.5 Initialisieren des Expectation-Maximization Algorithmus und des SAGE Algorithmus

Sowohl der EM Algorithmus als auch der SAGE Algorithmus benötigen eine initiale Schätzung des Parametervektors. Die initiale Schätzung des Parametervektors beeinflusst die Qualität der Schätzung des Parametervektors. Aus diesem Grund besteht das Ziel darin, eine gute Schätzung des Parametervektors zu finden. Die Einfallsrichtungen und die Ausfallsrichtungen der D Ausbreitungspfade können mit dem MUSIC Algorithmus geschätzt werden. Die Laufzeiten und Dopplerfrequenzen können ausgehend von der direktionalen Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0})$  geschätzt werden. Aus diesem Grund

#### Ablaufdiagramm — SAGE Algorithmus



Abbildung 3.5. Nassi-Shneiderman-Diagramm zum SAGE Algorithmus

muss zunächst die direktionale Kanalmatrix geschätzt werden. Mit Kenntnis der geschätzten Steuermatrix  $\underline{\hat{\mathbf{A}}}(f_0)$  und der geschätzten Kanalmatrix  $\underline{\hat{\mathbf{H}}}(f_0)$  lässt sich eine Least-Squares-Schätzung der direktionalen Kanalmatrix durchführen. Die Steuermatrix kann mit Kenntnis der geschätzten Richtungen und mit Kenntnis der Geometrie der Antennenarrays aufgestellt werden. Damit ergibt sich die Least-Squares-Schätzung der direktionalen Kanalmatrix ausgehend von der Kanalmatrix (3.33) zu

$$\underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{d}}(f_{0}) = \underline{\hat{\mathbf{H}}}(f_{0}) \cdot \left(\underline{\hat{\mathbf{A}}}^{\mathrm{T}}(f_{0})\right)^{*\mathrm{T}} \cdot \left(\underline{\hat{\mathbf{A}}}^{\mathrm{T}}(f_{0}) \cdot \left(\underline{\hat{\mathbf{A}}}^{\mathrm{T}}(f_{0})\right)^{*\mathrm{T}}\right)^{-1}.$$
(3.95)

Jede Spalte der geschätzten direktionalen Kanalmatrix entspricht einer Schätzung des Vektors  $\underline{\mathbf{h}}^{(d)}(f_0)$  (3.26). Ausgehend von diesen D geschätzten Vektoren werden zunächst D mal die Laufzeiten und Dopplerfrequenzen geschätzt. Dies kann realisiert werden, indem der mittlere quadratische Fehler zwischen den geschätzten Vektoren  $\underline{\mathbf{\hat{h}}}^{(d)}(f_0)$  und passend gewählten Vergleichsvektoren minimiert wird. Dabei entsprechen die Vergleichsvektoren den Kanalübertragungsfunktionen zwischen den beiden Referenzpunkten der Antennenarrays für einen Ausbreitungspfad und sind auf die mittlere Energie 1 normiert. Diese Vergleichsvektoren werden mit  $\underline{\mathbf{h}}^{(d)}(f_0, \tau^{(d)}, f_d^{(d)}, \underline{\alpha}^{(d)} = 1)$ bezeichnet und können ausgehend von (3.24) und (3.26) deterministisch erzeugt werden. Damit ergeben sich die geschätzte Laufzeit und die geschätzte Dopplerfrequenz des d-ten Ausbreitungspfades zu

$$\left(\hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{d}^{(d)}\right) = \arg\min_{\tau^{(d)}, f_{d}^{(d)}} \left\{ \left\| \underline{\hat{\mathbf{h}}}^{(d)}\left(f_{0}\right) - \underline{\mathbf{h}}^{(d)}\left(f_{0}, \tau^{(d)}, f_{d}^{(d)}, \underline{\alpha}^{(d)} = 1\right) \right\|^{2} \right\}.$$
(3.96)

Das Minimum lässt sich durch numerisches Auswerten finden. Das Berechnen der komplexen Gewichte erfolgt analog zu (3.93)

$$\underline{\hat{\alpha}}^{(d)} = \frac{\underline{\mathbf{h}}^{(d)^{*\mathrm{T}}}\left(f_{0}, \hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{\mathrm{d}}^{(d)}, \underline{\alpha}^{(d)} = 1\right)}{\left\|\underline{\mathbf{h}}^{(d)}\left(f_{0}, \hat{\tau}^{(d)}, \hat{f}_{\mathrm{d}}^{(d)}, \underline{\alpha}^{(d)} = 1\right)\right\|^{2}} \cdot \underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathrm{d}}^{(d)}\left(f_{0}\right).$$
(3.97)

Auf diese Weise kann eine initiale Schätzung des Parametervektors gewonnen werden.

## Kapitel 4

## Filterbasiertes Modell des Punkt zu Punkt MIMO-Mobilfunkkanals

### 4.1 Filterbasiertes Kanalmodell

In Abschnitt 3.1 wurde das direktionale Kanalmodell eingeführt, das auf den pfadspezifischen Parametern der elektromagnetischen Wellen basiert und somit physikalisch motiviert ist. In diesem Abschnitt wird das filterbasierte Kanalmodell eingeführt, das zunächst nicht physikalisch motiviert zu sein scheint, sondern weitestgehend willkürlich ausgewählt zu sein scheint. In Abschnitt 4.2 wird gezeigt, dass beide Kanalmodelle zusammenhängen und somit auch das filterbasierte Kanalmodell physikalisch motiviert werden kann.

Bei dem filterbasierten Kanalmodell wird ein Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne als Linearkombination von  $P \cdot Q$  anderen Abtastwerten der selben Kanalübertragungsfunktion beschrieben. Der  $(w + \Delta w, v + \Delta v)$ -te Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion ergibt sich zu

$$\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} = \left(\underline{H}_{w,v}^{(m,n)} \dots \underline{H}_{w-(P-1),v}^{(m,n)} \underline{H}_{w,v-1}^{(m,n)} \dots \underline{H}_{w-(P-1),v-(Q-1)}^{(m,n)}\right) \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}$$
(4.1)

und der Vektor

$$\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v} = \left(\underline{p}_{\Delta w, \Delta v}^{(0,0)} \cdots \underline{p}_{\Delta w, \Delta v}^{(P-1,0)} \underline{p}_{\Delta w, \Delta v}^{(0,1)} \cdots \underline{p}_{\Delta w, \Delta v}^{(P-1,Q-1)}\right)^{\mathrm{T}}$$
(4.2)

enthält die  $P \cdot Q$  Filterkoeffizienten  $\underline{p}_{\Delta w,\Delta v}^{(p,q)}$ , mit  $p = 0 \dots P - 1$  und  $q = 0 \dots Q - 1$ . In Abbildung 4.1 ist das filterbasierte Kanalmodell schematisch dargestellt. Das filterbasierte Kanalmodell (4.1) gilt allgemein für zeit- und frequenzselektive Kanäle. Für den Sonderfall, dass der Kanal lediglich zu einem festen Zeitindex betrachtet wird, vereinfacht sich das Kanalmodell. In diesem Sonderfall lässt sich ein Abtastwert der rein frequenzselektiven Kanalübertragungsfunktion als Linearkombination von P anderen Abtastwerten der selben Kanalübertragungsfunktion darstellen. Der  $(w + \Delta w)$ -te Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne ergibt sich zu [PW10b]

$$\underline{H}_{w+\Delta w}^{(m,n)} = \left(\underline{H}_{w}^{(m,n)} \dots \underline{H}_{w-(P-1)}^{(m,n)}\right) \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\mathbf{f},\Delta w},\tag{4.3}$$



Abbildung 4.1. Filterbasiertes Kanalmodell

mit

$$\underline{\mathbf{p}}_{\mathbf{f},\Delta w} = \left(\underline{p}_{\mathbf{f},\Delta w}^{(0)} \dots \underline{p}_{\mathbf{f},\Delta w}^{(P-1)}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(4.4)

Hierbei sind  $\underline{p}_{f,\Delta w}^{(p)}$ ,  $p = 0 \dots P - 1$  die P Filterkoeffizienten. Für den Sonderfall, dass der Kanal lediglich bei einem festen Frequenzindex betrachtet wird, vereinfacht sich das Kanalmodell ebenfalls. In diesem Sonderfall lässt sich ein Abtastwert der rein zeitselektiven Kanalübertragungsfunktion als Linearkombination von Q anderen Abtastwerten der selben Kanalübertragungsfunktion darstellen. Der  $(v + \Delta v)$ -te Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne ergibt sich zu [PW09]

$$\underline{H}_{v+\Delta v}^{(m,n)} = \left(\underline{H}_{v}^{(m,n)} \dots \underline{H}_{v-(Q-1)}^{(m,n)}\right) \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\mathrm{t},\Delta v},\tag{4.5}$$

mit

$$\underline{\mathbf{p}}_{\mathrm{t},\Delta v} = \left(\underline{p}_{\mathrm{t},\Delta v}^{(0)} \dots \underline{p}_{\mathrm{t},\Delta v}^{(Q-1)}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(4.6)

Hierbei sind  $\underline{p}_{t,\Delta v}^{(q)}, q = 0 \dots Q - 1$  die Q Filterkoeffizienten.

In der Literatur, wie zum Beispiel in [HW98, DHHH00, SK03a, SK03c, CEV07, EDHH98, HHDH99, HDHH99] wurden bisher nur die beiden Sonderfälle (4.3) und (4.5) betrachtet, wobei  $\Delta w = 1$  als auch  $\Delta v = 1$  gesetzt wurden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden jedoch weder  $\Delta w$ , noch  $\Delta v$  fest auf den Wert 1 gesetzt.

### 4.2 Zusammenhang zwischen dem direktionalen Kanalmodell und dem filterbasierten Kanalmodell

Die beiden in den Abschnitten 3.1 und 4.1 eingeführten Kanalmodelle scheinen sich signifikant voneinander zu unterscheiden, wobei das direktionale Kanalmodell physikalisch motiviert ist und sich aus den Maxwellschen Gleichungen herleiten lässt. Das filterbasierte Kanalmodell scheint zunächst willkürlich und nicht physikalisch motiviert
zu sein, obwohl es in der Literatur, wie zum Beispiel in [Mak75, SK03b] oftmals verwendet wird. In der Literatur wurde bisher entweder das direktionale Kanalmodell oder das filterbasierte Kanalmodell verwendet, ohne zu untersuchen, ob möglicherweise beide Kanalmodelle äquivalent sind, oder ob eines der beiden Kanalmodelle in das jeweils andere Kanalmodell überführt werden kann. In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass das direktionale Kanalmodell bei geeigneter Wahl der Filterkoeffizienten einem filterbasierten Kanalmodell entspricht. Somit kann das filterbasierte Kanalmodell bei geeigneter Wahl der Filterkoeffizienten ebenfalls physikalisch motiviert werden. Jedoch kann das filterbasierte Kanalmodell im Allgemeinen nicht in das direktionale Kanalmodell überführt werden. Das bedeutet, dass das filterbasierte Kanalmodell durchaus im Speziellen, jedoch nicht im Allgemeinen physikalisch motiviert werden kann.

Um zu zeigen, dass das direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell überführt werden kann, wird das direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell eingesetzt. Ein Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion basierend auf dem direktionalen Kanalmodell ergibt sich mit (3.19) zu

$$\underline{H}_{w,v}^{(m,n)} = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot \underbrace{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_{\mathrm{Tx}}^{(n,d)}}}_{\underline{a}^{(m,n,d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}T \cdot v} \tag{4.7}$$

und auch zu

$$\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi (F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi F \cdot \Delta w\tau^{(d)}} \cdot \underline{a}^{(m,n,d)} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot v} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot \Delta v},$$
(4.8)

wobei die beiden Steuerfaktoren zu  $\underline{a}^{(m,n,d)}$  zusammengefasst wurden. Unter der Voraussetzung, dass  $F \cdot \left| \Delta w \cdot \tau_{\text{Rx}}^{(m,d)} \right|$  und  $F \cdot \left| \Delta w \cdot \tau_{\text{Tx}}^{(n,d)} \right|$  viel kleiner sind als 1, gilt

$$e^{-j2\pi(f_0+F\cdot\Delta w)\tau_{Rx}^{(m,d)}} \approx e^{-j2\pi f_0\tau_{Rx}^{(m,d)}}$$
 (4.9a)

$$e^{-j2\pi(f_0+F\cdot\Delta w)\tau_{Tx}^{(n,d)}} \approx e^{-j2\pi f_0\tau_{Tx}^{(n,d)}},$$
 (4.9b)

sodass in Folge von  $\Delta w$  die Steuerfaktoren in Gleichung (4.8) nicht durch Multiplikation mit  $e^{-j2\pi F\Delta w \tau_{Rx}^{(m,d)}}$  und  $e^{-j2\pi F\Delta w \tau_{Tx}^{(n,d)}}$  angepasst werden müssen. Das bedeutet, dass die in Abschnitt 3.1 eingeführte Schmalbandannahme durch den Einfluss von  $\Delta w$  weiterhin gilt.

Nun kann ein Abtastwert (4.8), basierend auf dem direktionalen Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell (4.1) eingesetzt werden

$$\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{p=0}^{P-1} \underline{p}_{\Delta w,\Delta v}^{(p,q)} \cdot \underline{H}_{w-p,v-q}^{(m,n)}, \qquad (4.10)$$

wobei die Vektormultiplikation in (4.1) als Summe in (4.10) ausgedrückt wurde. Somit ergibt sich durch das Einsetzen des direktionalen Kanalmodells in das filterbasierte Kanalmodell

$$\sum_{d=1}^{D} \underbrace{\underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi(F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot \underline{a}^{(m,n,d)} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot v}}_{\underline{a}^{(m,n,d)}} \cdot e^{-j2\pi F \cdot \Delta w\tau^{(d)}} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot \Delta v}$$

$$= \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{p=0}^{P-1} \underline{p}_{\Delta w,\Delta v}^{(p,q)} \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} e^{-j2\pi(F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} e^{j2\pi F \cdot p\tau^{(d)}} \underline{a}^{(m,n,d)} e^{j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot v} e^{-j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot q}$$

$$= \sum_{d=1}^{D} \underbrace{\underline{\alpha}^{(d)} e^{-j2\pi(F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}}_{\underline{a}^{(m,n,d)}} \underline{e}^{j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot v}}_{\underline{a}^{(m,n,d)}} \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{p=0}^{P-1} \underline{p}_{\Delta w,\Delta v}^{(p,q)} e^{j2\pi F \cdot p\tau^{(d)}} e^{-j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot q}. \quad (4.11)$$

Um im Allgemeinen zu zeigen, dass das direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell überführt werden kann, muss gezeigt werden, dass es Filterkoeffizienten  $\underline{p}_{\Delta w,\Delta v}^{(p,q)}$ gibt, sodass die Gleichheit in (4.11) für alle Frequenzindizes w, für alle Zeitindizes v und für alle Antennenindizes m und n gilt. Denn wenn die Gleichheit in (4.11) für alle Frequenzindizes w, für alle Zeitindizes v und für alle Antennenindizes m und n für bestimmte Filterkoeffizienten  $\underline{p}_{\Delta w,\Delta v}^{(p,q)}$  gilt, so ist das direktionale Kanalmodell dem filterbasierten Kanalmodell in jedem Fall gleich. Jedoch kann im Allgemeinen nicht gezeigt werden, dass auch das filterbasierte Kanalmodell dem direktionalen Kanalmodell in jedem Fall entspricht. Dazu müssten pfadspezifische Parameter der elektromagnetischen Wellen gefunden werden, sodass ausgehend von beliebigen Filterkoeffizienten das direktionale Kanalmodell und das filterbasierte Kanalmodell gleich sind. Es ist jedoch möglich, Filterkoeffizienten einzusetzen, die auf eine Dopplerfrequenz führen würden, die größer ist als die maximale Dopplerfrequenz. Da jedoch keine Dopplerfrequenzen auftreten können, die betragsmäßig größer sind als die maximale Dopplerfrequenz, kann das filterbasierte Kanalmodell im Allgemeinen nicht in das direktionale Kanalmodell überführt werden. Lediglich das filterbasierte Kanalmodell mit den entsprechenden Filterkoeffizienten entspricht auch dem direktionalen Kanalmodell. Um zu zeigen, dass es möglich ist, Filterkoeffizienten zu finden, sodass die Gleichheit in (4.11) gilt, wird (4.11) zunächst in eine Vektor-Matrix-Schreibweise umgeformt

$$\underline{\mathbf{o}}_{w,v}^{(m,n)} \cdot \underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v} = \underline{\mathbf{o}}_{w,v}^{(m,n)} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathbf{f}_{\mathrm{d}}} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}.$$
(4.12)

Hierbei ist $\underline{\mathbf{o}}_{w,v}^{(m,n)}$ ein Zeilenvektor

$$\underline{\mathbf{o}}_{w,v}^{(m,n)} = \left(\underline{o}_{w,v}^{(m,n,1)} \dots \underline{o}_{w,v}^{(m,n,D)}\right),\tag{4.13}$$

dessen *D* Elemente in (4.11) definiert sind. Der Vektor  $\underline{\mathbf{x}}_{\Delta w, \Delta v}$  ist ein Spaltenvektor und ergibt sich zu

$$\underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v} = \left( e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(1)}} e^{j2\pi f_{d}^{(1)} T \cdot \Delta v} \dots e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(D)}} e^{j2\pi f_{d}^{(D)} T \cdot \Delta v} \right)^{\mathrm{T}}$$
(4.14)

und

$$\underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathbf{f}_{d}} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & e^{\mathbf{j}2\pi F(P-1)\tau^{(1)}} & \dots & e^{\mathbf{j}2\pi Fp\tau^{(1)}}e^{-\mathbf{j}2\pi f_{d}^{(1)}Tq} & \dots & e^{\mathbf{j}2\pi F(P-1)\tau^{(1)}}e^{-\mathbf{j}2\pi f_{d}^{(1)}T(Q-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \dots & e^{\mathbf{j}2\pi F(P-1)\tau^{(D)}} & \dots & e^{\mathbf{j}2\pi Fp\tau^{(D)}}e^{-\mathbf{j}2\pi f_{d}^{(D)}Tq} & \dots & e^{\mathbf{j}2\pi F(P-1)\tau^{(D)}}e^{-\mathbf{j}2\pi f_{d}^{(D)}T(Q-1)} \end{pmatrix}$$

$$(4.15)$$

ist eine  $D \times P \cdot Q$  Kanalmatrix. Auf diese Weise kann die geforderte Gleichheit in (4.11) als Vektor-Matrix-Schreibweise dargestellt werden.

Sowohl auf der linken Seite von (4.12) als auch der rechten Seite von (4.12) steht jeweils ein Skalar. Insgesamt ist gefordert, dass die Gleichheit (4.12) für alle  $W \cdot V \cdot$  $M \cdot N$  Abtastwerte der MIMO-Kanalübertragungsfunktion gilt. Das bedeutet, dass Filterkoeffizienten gefunden werden müssen, sodass insgesamt  $W \cdot V \cdot M \cdot N$  Gleichungen der Form (4.12) gelten, wobei sich diese Gleichungen jeweils in dem Zeilenvektor  $\underline{\mathbf{o}}_{w,v}^{(m,n)}$ (4.13) unterscheiden. Dementsprechend ergibt sich ein lineares Gleichungssystem mit  $W \cdot V \cdot M \cdot N$  Gleichungen und den  $P \cdot Q$  unbekannten Filterkoeffizienten

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{o}}_{-\frac{W-1}{2},0}^{(1,1)} \cdot \underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{o}}_{\frac{W-1}{2},V-1}^{(M,N)} \cdot \underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{o}}_{-\frac{W-1}{2},0}^{(1,1)} \cdot \underline{\widetilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathbf{f}_{\mathrm{d}}} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{o}}_{\frac{W-1}{2},V-1}^{(M,N)} \cdot \underline{\widetilde{\mathbf{L}}}_{\tau,\mathbf{f}_{\mathrm{d}}} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v} \end{pmatrix}.$$
(4.16)

Da sich die Gleichungen in (4.16) lediglich durch die Zeilenvektoren  $\underline{\mathbf{o}}_{w,v}^{(m,n)}$  unterschieden, lässt sich das lineares Gleichungssystem (4.16) auch zu

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{-\frac{W-1}{2},0}^{(1,1)} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{Q}_{\frac{W-1}{2},V-1}^{(M,N)} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{Q}}} \cdot \underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{-\frac{W-1}{2},0}^{(1,1)} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{Q}_{\frac{W-1}{2},V-1}^{(M,N)} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{Q}}} \cdot \underline{\mathbf{M}}_{\tau,\mathbf{f}_{d}} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v} \qquad (4.17a)$$

$$\underbrace{\mathbf{Q}_{\frac{W-1}{2},V-1}^{(M,N)} }_{\underline{\mathbf{Q}}} \cdot \underline{\mathbf{X}}_{\Delta w,\Delta v} = \underline{\mathbf{Q}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathbf{f}_{d}} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v} \qquad (4.17b)$$

schreiben, wobei die Matrix **O** aus  $W \cdot V \cdot M \cdot N$  Zeilen und *D* Spalten besteht. Falls es Filterkoeffizienten gibt, sodass das lineare Gleichungssystem

$$\underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v} = \underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau, \mathbf{f}_{\mathrm{d}}} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v} \tag{4.18}$$

mit D Gleichungen und den  $P \cdot Q$  unbekannten Filterkoeffizienten erfüllt ist, so ist dass lineare Gleichungssystem (4.17b) in jedem Fall erfüllt. Das bedeutet, dass die Gleichheit in (4.18) eine hinreichende Bedingung für die Gleichheit in (4.17b) ist. Ob die Gleichheit in (4.18) auch eine notwendige Bedingung für die Gleichheit in (4.17b) ist hängt von der Matrix  $\underline{\mathbf{O}}$  ab. Falls die Anzahl an linear unabhängigen Zeilen der Matrix  $\underline{\mathbf{O}}$  mindestens so groß ist wie die Anzahl D der Elemente im Vektor  $\underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v}$  (4.14), so ist die Gleichheit in (4.18) sowohl eine hinreichende als auch eine notwendige Bedingung für die Gleichheit in (4.17b). Falls <u>O</u> mindestens *D* unabhängige Zeilen besitzt, so existiert die Matrix  $(\underline{\mathbf{O}}^{*T}\underline{\mathbf{O}})^{-1}$  und daher kann Gleichung (4.17b) von links mit der Matrix  $(\underline{\mathbf{O}}^{*T}\underline{\mathbf{O}})^{-1}\underline{\mathbf{O}}^{*T}$  multipliziert werden

$$\underbrace{\left(\underline{\mathbf{O}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{O}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{O}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{O}}}_{\mathbf{I}}\cdot\underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v} = \underbrace{\left(\underline{\mathbf{O}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{O}}\right)^{-1}\underline{\mathbf{O}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{O}}}_{\mathbf{I}}\cdot\underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathrm{f_d}}\cdot\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}.$$
(4.19)

Das Ergebnis dieser Multiplikation ist die hinreichende und zugleich notwendige Bedingung (4.18). Falls  $\underline{\mathbf{O}}$  keine D unabhängigen Zeilen besitzt, so existiert die Matrix  $(\underline{\mathbf{O}}^{*\mathrm{T}}\underline{\mathbf{O}})^{-1}$  nicht. In diesem Fall ist (4.18) eine hinreichende, jedoch keine notwendige Bedingung. Es würden sich weitere Filterkoeffizienten finden lassen, sodass die Gleichheit in (4.17b) gilt. Diese Filterkoeffizienten würden im Allgemeinen von den Indizes w, v, m und n abhängen. Jedoch wurden die Filterkoeffizienten beim filterbasierten Kanalmodell in Abschnitt 4.1 als unabhängig von diesen Indizes eingeführt, sodass garantiert werden muss, dass die Matrix  $\underline{\mathbf{O}}$  notwendigerweise mindestens D linear unabhängige Zeilen besitzen muss, sodass das direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell überführt werden kann.

Falls Filterkoeffizienten existieren, sodass die Gleichheit in (4.18) erfüllt ist, so gilt die Gleichheit in (4.11) für alle Frequenzindizes w, für alle Zeitindizes v und für alle Antennenindizes m und n, da (4.18) nicht von diesen Indizes abhängt. Das bedeutet, dass das direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell überführt werden kann, wenn die Filterkoeffizienten entsprechend gewählt werden. Das lineare Gleichungssystem (4.18) besitzt mindestens eine Lösung, wenn der Rang der Koeffizientenmatrix  $\tilde{\mathbf{H}}_{\tau,f_d}$  gleich dem Rang der erweiterten Koeffizientenmatrix ist. Die erweiterte Koeffizientenmatrix  $(\tilde{\mathbf{H}}_{\tau,f_d}, \mathbf{x}_{\Delta w,\Delta v})$  ist die um den Vektor  $\mathbf{x}_{\Delta w,\Delta v}$  ergänzte Koeffizientenmatrix  $\tilde{\mathbf{H}}_{\tau,f_d}$ . Diese Bedingung für die Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems ist im Allgemeinen gegeben, wenn die Anzahl  $P \cdot Q$  der Unbekannten mindestens so groß ist, wie die Anzahl an linear unabhängigen Gleichungen, wobei insgesamt D Gleichungen vorhanden sind. Werden die Filterkoeffizienten so gewählt, dass die Gleicheit in (4.18) gilt, so ist gezeigt, dass das direktionale Kanalmodell und das filterbasierte Kanalmodell physikalisch motiviert.

Würde die in diesem Abschnitt getroffene Schmalbandannahme (4.9a) und (4.9b) nicht getroffen werden, so könnte Gleichung (4.18) trotzdem hergeleitet werden. Jedoch würde der Vektor  $\underline{\mathbf{x}}_{\Delta w,\Delta v}$  (4.14) von den Antennenindizes m und n abhängen. Das bedeutet, dass die Filterkoeffizienten unabhängig vom Frequenzindex w und unabhängig vom Zeitindex v wären, jedoch würden die Filterkoeffizienten von den Antennenindizes m und n abhängen.

## 4.3 Schätzen der Filterkoeffizienten des filterbasierten Kanalmodells

#### 4.3.1 Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf den pfadspezifischen Parametern

Das Ziel besteht darin, die Parameter des filterbasierten Kanalmodells zu schätzen. Das bedeutet, dass die Filterkoeffizienten geschätzt werden müssen. Es existieren verschiedene Verfahren, um diese Aufgabe zu lösen [Mar87, Kay93, Hay02, Hän01]. Eine bisher in der Literatur noch nicht veröffentliche Methode besteht darin, die Filterkoeffizienten durch Lösen des linearen Gleichungssystems (4.18) zu bestimmen. Lediglich in einigen Veröffentlichungen des Autors der vorliegenden Arbeit wurde auf das Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf den pfadspezifischen Parametern eingegangen [PW09, PW10a, PW10b, PW11]. Unter der in Abschnitt 4.2 gemachten Voraussetzung, dass  $D \leq P \cdot Q$  gilt, ergibt sich die Least-Squares-Schätzung der Filterkoeffizienten zu

$$\underline{\hat{\mathbf{p}}}_{\Delta w,\Delta v} = \underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathrm{f_d}}^{*\mathrm{T}} \cdot \left(\underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathrm{f_d}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{H}}}_{\tau,\mathrm{f_d}}^{*\mathrm{T}}\right)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(1)}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_\mathrm{d}^{(1)} T \cdot \Delta v} \\ \vdots \\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(D)}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_\mathrm{d}^{(D)} T \cdot \Delta v} \end{pmatrix}.$$
(4.20)

Zum Schätzen der Filterkoeffizienten müssen zuvor die Laufzeiten und die Dopplerfrequenzen geschätzt werden. Das Schätzen der pfadspezifischen Parameter wurde in Abschnitt 3.2 beschrieben. Die Filterkoeffizienten hängen lediglich von den Laufzeiten  $\tau^{(d)}$  und den Dopplerfrequenzen  $f_d^{(d)}$  ab. Da in MIMO-Systemen mehr Kanalübertragungsfunktionen zum Schätzen dieser beiden pfadspezifischen Parameter zur Verfügung stehen verglichen mit SISO-Systemen, wird erwartet, dass die Qualität der Schätzung der pfadspezifischen Parameter in MIMO-Systemen besser ist als in SISO-Systemen. Somit kann auch erwartet werden, dass die Qualität der Schätzung der Filterkoeffizienten (4.20) in MIMO-Systemen besser ist als in SISO-Systemen.

Der Nachteil des Schätzens der Filterkoeffizienten basierend auf (4.20) besteht darin, dass der Rechenaufwand zum Schätzen der pfadspezifischen Parameter größer ist, als der Rechenaufwand für die im Folgenden vorgestellten Verfahren zum Schätzen der Filterkoeffizienten.

#### 4.3.2 Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode

Klassischerweise werden bekannte Verfahren aus der Filtertheorie eingesetzt, um die Filterkoeffizienten zu schätzen. Ein Vertreter dieser Verfahren ist die Kovarianzmethode, die in diesem Abschnitt vorgestellt wird [Hay02, MIK05]. Dieses Verfahren benötigt keinerlei Kenntnis über die pfadspezifischen Parameter. Es werden lediglich Abtastwerte der  $M \cdot N$  Kanalübertragungsfunktionen benötigt. Bei der Kovarianzmethode ist zu beachten, dass der Begriff Kovarianzmethode nichts mit dem Bilden einer Kovarianzmatrix zu tun. Die Grundidee der Kovarianzmethode besteht darin, alle  $W \cdot V$  im Empfänger als bekannt vorausgesetzten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion zwischen der m-ten Empfangsantenne und der n-ten Sendeantenne in das filterbasierte Kanalmodell (4.1) einzusetzen. Das bedeutet, dass der im Empfänger a priori bekannte Bereich in zwei Bereiche aufgeteilt wird. Dabei repräsentiert ein Bereich den Ausgangsbereich und der andere Bereich repräsentiert den Zielbereich, wobei der Zielbereich und der Ausgangsbereich sich überlappen können. Das bedeutet, dass Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion in dem Bereich der Überlappung sowohl zum Ausgangsbereich als auch zum Zielbereich gehören. Die mit den Filterkoeffizienten  $\underline{p}_{\Delta w,\Delta v}^{(p,q)}$ gefilterten Abtastwerte des Ausgangsbereichs ergeben Abtastwerte des Zielbereichs. Aufgrund der Tatsache, dass beide Bereiche zum Schätzen der Filterkoeffizienten a priori bekannt sein müssen, lässt sich auf diese Weise ein lineares Gleichungssystem aufstellen, wobei die  $P \cdot Q$  Filterkoeffizienten die gesuchten Variablen sind. Mithilfe einer Least-Squares-Schätzung lassen sich die Filterkoeffizienten bestimmen. Für den Frequenzindex gilt  $w = -\frac{W-1}{2} \dots \frac{W-1}{2}$  und für den Zeitindex gilt  $v = 0 \dots V - 1$ . Damit alle Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion in (4.1) bekannt sind, können die Abtastwerte  $\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}$  auf der linken Seite von (4.1) zu

$$\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(m,n)} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{H}}_{-\frac{W-1}{2}+P-1+\Delta w,Q-1+\Delta v}^{(m,n)} \\ \vdots \\ \underline{\underline{H}}_{\frac{W-1}{2},V-1}^{(m,n)} \end{pmatrix}$$
(4.21)

gewählt werden. Es ergeben sich insgesamt  $(W - P - \Delta w + 1) \cdot (V - Q - \Delta v + 1)$  Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion auf der linken Seite von (4.1). Das bedeutet, dass in dem Vektor  $\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(m,n)}$  die Abtastwerte stehen, die sich durch Filterung der Abtastwerte des Ausgangsbereichs ergeben. Würde für den Frequenzindex w in  $\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}$ ein kleinerer Wert als  $-\frac{W-1}{2} + P - 1$  gewählt werden, so würden nicht alle Elemente des Kanalvektors auf der rechten Seite von (4.1) bekannt sein. Analoges gilt für den Zeitindex. Würde für den Zeitindex v ein kleinerer Wert als Q - 1 gewählt, so würden nicht alle Elemente des Kanalvektors in (4.1) bekannt sein. Mit (4.1) ergeben



Abbildung 4.2. Prinzip der Kovarianzmethode

sich die Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion in (4.21) durch Multiplikation der  $(W - P - \Delta w + 1) \cdot (V - Q - \Delta v + 1) \times P \cdot Q$  Matrix

$$\underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{-\frac{W-1}{2}+P-1,Q-1}^{(m,n)} & \cdots & \underline{H}_{-\frac{W-1}{2},Q-1}^{(m,n)} & \cdots & \underline{H}_{-\frac{W-1}{2},0}^{(m,n)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{H}_{-\frac{W-1}{2}-\Delta w,V-1-\Delta v}^{(m,n)} & \cdots & \underline{H}_{-\frac{W-1}{2}-(P-1)-\Delta w,V-1-\Delta v}^{(m,n)} & \cdots & \underline{H}_{-\frac{W-1}{2}-(P-1)-\Delta w,V-2-\Delta v}^{(m,n)} \end{pmatrix}$$

$$(4.22)$$

mit dem Vektor  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v}$ , der die Filterkoeffizienten enthält. Das bedeutet, dass in der Matrix  $\underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)}$  alle Abtastwerte des Ausgangsbereichs stehen, sodass sich nach der Filterung dieser Abtastwerte der Vektor  $\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(m,n)}$ , der die Abtastwerte des Zielbereichs enthält, ergibt. In Abbildung 4.2 ist dieses Prinzip der Kovarianzmethode dargestellt. In Abbildung 4.2 sind die  $P \cdot Q$  Abtastwerte mit einem dunkelgrauen Rechteck markiert. Diese  $P \cdot Q$  Abtastwerte entsprechen einer Spalte der Matrix (4.22). Diese Abtastwerte werden gefiltert und das Ergebnis ist ein Abtastwert im Zielbereich, entsprechend einem Element des Vektors (4.21), der in Abbildung 4.2 ebenfalls durch ein dunkelgraues Rechteck markiert ist. Zusätzlich ist in Abbildung 4.2 der Bereich der Überlappung zwischen dem Ausgangsbereich und dem Zielbereich hellgrau hinterlegt.

Es lässt sich das lineare Gleichungssystem

$$\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(m,n)} = \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v} \tag{4.23}$$

aufstellen. Im Folgenden wird angenommen, dass der Rang der Koeffizientenmatrix  $\underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)}$  dieses linearen Gleichungssystems gleich dem Rang der erweiterten Koeffizientenmatrix  $\left(\underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)}, \underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(m,n)}\right)$  dieses linearen Gleichungssystems ist. Damit ergibt sich die Least-Squares-Schätzung der Filterkoeffizienten zu

$$\underline{\hat{\mathbf{p}}}_{\Delta w, \Delta v} = \left( \left( \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)} \right)^{*\mathrm{T}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{H}}} \right)^{-1} \cdot \left( \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)} \right)^{*\mathrm{T}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(m,n)}.$$
(4.24)

Gleichung (4.24) gilt für ein SISO-System. Nun könnte für jeden SISO-Subkanal des MIMO-Systems Gleichung (4.24) gelöst werden. Jedoch sind beim filterbasierten Kanalmodell die Filterkoeffizienten für alle Antennenpärchen (m, n) identisch sind, sodass (4.24) leicht für ein MIMO-System erweitert werden kann. Zum Erweitern auf ein MIMO-System werden lediglich alle möglichen Vektoren  $\underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(m,n)}$  übereinander gestapelt und alle möglichen Matrizen  $\underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(m,n)}$  werden ebenfalls übereinander gestapelt. Damit ergibt sich ein neues lineares Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(1,1)} \\ \vdots \\ \underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(1,N)} \\ \underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(2,1)} \\ \vdots \\ \underline{\tilde{\mathbf{h}}}^{(M,N)} \end{pmatrix}}_{\underline{\tilde{\mathbf{h}}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(1,1)} \\ \vdots \\ \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(1,N)} \\ \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(2,1)} \\ \vdots \\ \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{(M,N)} \end{pmatrix}}_{\underline{\tilde{\mathbf{H}}}} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v}.$$
(4.25)

Somit lässt sich in einem MIMO-System zum einen eine verbesserte Schätzung der Filterkoeffizienten gegenüber der Schätzung in einem SISO-System berechnen

$$\underline{\hat{\mathbf{p}}}_{\Delta w, \Delta v} = \left(\underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{*\mathrm{T}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{H}}}\right)^{-1} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{H}}}^{*\mathrm{T}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{h}}}, \qquad (4.26)$$

da mehr Informationen zum Schätzen der Filterkoeffizienten zur Verfügung stehen. Zum anderen ist es in einem SISO-System möglich, dass nicht ausreichend Abtastwerte im Zielbereich bekannt sind, sodass das lineare Gleichungssystem (4.23) keine Lösung besitzt. Durch die Erweiterung auf MIMO-Systeme sind mehr Abtastwerte im Zielbereich bekannt, sodass das lineare Gleichungssystem (4.25) möglicherweise mindestens eine Lösung besitzt. Der Vorteil bei der Kovarianzmethode besteht darin, dass sie direkt auf den bekannten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen basiert und keine weiteren Informationen benötigt werden.

Neben der hier vorgestellten Kovarianzmethode existieren noch verschiedene andere Methoden, die ebenfalls auf der Unterteilung der bekannten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen in einen Ausgangsbereich und einen Zielbereich basieren. Zum Beispiel die modifizierte Kovarianzmethode, die Autokorrelationsmethode, die Burg Methode und die Yule-Walker Methode [Bur75, Mar87, Kay88, BD96, Hay02, Hän01]. Auf diese Methoden wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht eingegangen. Jedoch wird im folgenden Abschnitt eine Methode vorgestellt, die die Korrelationseigenschaften des Kanals ausnutzt, um die Filterkoeffizienten zu schätzen.

# 4.3.3 Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf dem Wiener-Filter

Falls die Kanalübertragungsfunktionen perfekt bekannt sind, so ist die Schätzung der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode perfekt. Im Allgemeinen sind die Kanalübertragungsfunktionen jedoch mit Rauschen überlagert. Aus diesem Grund führen die mit der Kovarianzmethode geschätzten Filterkoeffizienten im Allgemeinen nicht auf den minimalen mittleren quadratischen Fehler. Ein weiterer Nachteil bei der Kovarianzmethode besteht darin, dass in Abhängigkeit von der Anzahl an bekannten Abtastwerten  $W \cdot V$  der  $M \cdot N$  Kanalübertragungsfunktionen und in Abhängigkeit der Filterordnung  $P \cdot Q$ , Limitierungen an die möglichen Prädiktionsweiten  $\Delta w$  und  $\Delta v$ gegeben sind. Diese Limitierungen existieren beim Wiener-Filter nicht, falls die statistischen Eigenschaften bekannt sind. Das Ziel beim Wiener-Filter besteht darin, das optimale, lineare Filter im Sinne der Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers zwischen den mit additivem Gaußrauschen überlagerten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen auf der linken Seite von (4.1) und den tatsächlichen Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen zu entwerfen [Wha71, Kay93, Kro96, Vas96, Hän01]. Ein nicht linearer Ansatz kann in diesem Fall nicht besser sein, als das optimale, lineare Wiener-Filter, da das Kanalmodell linear ist. In [Wie50] wurde das Wiener-Filter hergeleitet. Im Gegensatz zur Kovarianzmethode benötigt das Wiener-Filter Informationen über die statistischen Eigenschaften der Kanalübertragungsfunktionen und Informationen über die statistischen Eigenschaften des Störsignals.

Ausgangspunkt zur Herleitung des Wiener-Filters ist das filterbasierte Kanalmodell (4.1), wobei nicht nur ein Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion bestimmt wird, sondern  $\Omega \cdot \Upsilon$  Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion bestimmt werden. Dazu wird (4.1) auf eine Vektor-Matrix-Notation erweitert

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}\\\vdots\\\underline{H}_{w+\Delta w+\Omega,v+\Delta v+\Upsilon}^{(m,n)}\end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{h}}_{p}^{(m,n)}} = \underbrace{\left(\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}\cdots\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w+\Omega,\Delta v+\Upsilon}\right)^{\mathrm{T}}}_{\underline{\mathbf{W}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix}\underline{H}_{w,v}^{(m,n)}\\\vdots\\\underline{H}_{w-(P-1),v}^{(m,n)}\\\underline{H}_{w,v-1}^{(m,n)}\\\vdots\\\underline{H}_{w-(P-1),v-(Q-1)}^{(m,n)}\end{pmatrix}}_{\mathbf{h}_{k}^{(m,n)}}, \quad (4.27)$$

wobei das Subskript b bei  $\underline{\mathbf{h}}_{b}^{(m,n)}$  für bekannt steht. Die Elemente des Vektors  $\underline{\mathbf{h}}_{b}^{(m,n)}$ sind identisch mit den Elementen des Vektors in (4.1). Das Subskript p bei  $\underline{\mathbf{h}}_{p}^{(m,n)}$  steht für prädiziert. An dieser Stelle ist es nicht notwendig, von prädizierten Abtastwerten zu sprechen. Es kann sich an dieser Stelle ebenfalls um bekannte Abtastwerte handeln. Falls es sich um bekannte Abtastwerte handelt, so kann das Wiener-Filter zum Filtern der bekannten Kanalübertragungsfunktionen eingesetzt werden, um das Rauschen zu reduzieren. Da das Wiener-Filter jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit, wie in Kapitel 5 beschrieben, für die Prädiktion eingesetzt wird, wird bereits an dieser Stelle von prädizierten Abtastwerten gesprochen. Anschließend wird (4.27) für alle  $M \cdot N$ Kanalübertragungsfunktionen erweitert

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{h}}_{p}^{(1,1)} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}_{p}^{(1,N)} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}_{p}^{(M,N)} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{h}}_{p}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\tilde{\mathbf{W}}} & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & \underline{\tilde{\mathbf{W}}} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{W}}_{0}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{h}}_{b}^{(1,1)} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}_{b}^{(1,N)} \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}_{b}^{(M,N)} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{h}}_{b}}, \qquad (4.28)$$

wobei die Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen rauschfrei sind. Die Dimension der Vektoren  $\underline{\mathbf{h}}_{p}$  und  $\underline{\mathbf{h}}_{b}$  sind im Allgemeinen unterschiedlich. Es lässt sich erkennen, dass ausgehend von dem filterbasierten Kanalmodell (4.1) ohne Rauschen, die Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_{0}$  eine blockdiagonale Struktur aufweist. Falls die bekannten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen mit einem additiven Rauschprozess  $\underline{\mathbf{n}}$  überlagert sind, so führt eine blockdiagonale Struktur der Matrix mit den Filterkoeffizienten im Allgemeinen zu suboptimalen Ergebnissen im Sinne der Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers. Aus diesem Grund wird im Falle von Rauschen eine Matrix  $\underline{\mathbf{W}}$  eingeführt

$$\underbrace{\left(\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{p}} + \underline{\mathbf{f}}\right)}_{\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathrm{p}}} = \underline{\mathbf{W}} \cdot \underbrace{\left(\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}} + \underline{\mathbf{n}}\right)}_{\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathrm{b}}},\tag{4.29}$$

die die Filterkoeffizienten enthält und es sind keine a priori Informationen über die Matrix <u>W</u> vorhanden. Die Elemente des Vektors <u>n</u> entsprechen Abtastwerten eines Rauschprozesses und die Elemente des Vektors <u>f</u> entsprechen ebenfalls Abtastwerten eines Rauschprozesses und stellen den Prädiktionsfehler dar. Damit ergibt sich das in Abbildung 4.3 dargestellte lineare System zum Bilden des Fehlers <u>f</u>. Das Ziel beim Wiener-Filter besteht darin, eine Matrix <u>W</u> zu finden, sodass der mittlere quadratische Fehler E { $||\underline{f}||^2$ } minimal wird. Der mittlere quadratische Fehler berechnet sich zu

$$E\left\{\|\underline{\mathbf{f}}\|^{2}\right\} = E\left\{\left\|\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p} - \underline{\mathbf{h}}_{p}\right\|^{2}\right\}$$
$$= E\left\{sp\left\{\left(\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p} - \underline{\mathbf{h}}_{p}\right) \cdot \left(\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p} - \underline{\mathbf{h}}_{p}\right)^{*T}\right\}\right\}$$
$$= E\left\{sp\left\{\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p}\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p}^{*T} - \underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p}\underline{\mathbf{h}}_{p}^{*T} - \underline{\mathbf{h}}_{p}\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p}^{*T} + \underline{\mathbf{h}}_{p}\underline{\mathbf{h}}_{p}^{*T}\right\}\right\}.$$
(4.30)



Abbildung 4.3. Lineares Modell zum Bilden des Fehlers  $\underline{\mathbf{f}}$ 

Mit (4.29) und mit

$$\mathbf{E}\left\{\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathrm{b}}\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathrm{b}}^{*\mathrm{T}}\right\} = \underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}}} \tag{4.31a}$$

$$\mathbf{E}\left\{\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{p}}\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathbf{b}}^{\hat{\mathbf{n}}^{*1}}\right\} = \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{\mathbf{p}},\hat{\mathbf{h}}_{\mathbf{b}}} \tag{4.31b}$$

$$E\left\{\underline{\mathbf{h}}_{p}\underline{\mathbf{h}}_{p}^{*T}\right\} = \underline{\mathbf{R}}_{h_{p}}$$
(4.31c)

folgt

$$E\left\{\left\|\underline{\mathbf{f}}\right\|^{2}\right\} = E\left\{ \operatorname{sp}\left\{\underline{\mathbf{W}}\,\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{b}\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{b}^{*^{\mathrm{T}}}\underline{\mathbf{W}}^{*\mathrm{T}} - \underline{\mathbf{W}}\,\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{b}\underline{\mathbf{h}}_{p}^{*\mathrm{T}} - \underline{\mathbf{h}}_{p}\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{b}^{*^{\mathrm{T}}}\underline{\mathbf{W}}^{*\mathrm{T}} + \underline{\mathbf{h}}_{p}\underline{\mathbf{h}}_{p}^{*\mathrm{T}}\right\} \right\}$$

$$= \operatorname{sp}\left\{\underline{\mathbf{W}}\,\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{b}}\underline{\mathbf{W}}^{*\mathrm{T}} - \underline{\mathbf{W}}\,\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{b}}^{*\mathrm{T}} - \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{b}}\underline{\mathbf{W}}^{*\mathrm{T}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p}} \right\}$$

$$= \operatorname{sp}\left\{\left(\underline{\mathbf{W}}\,\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{b}} - \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{b}}\right)\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{b}}^{-1}\left(\underline{\mathbf{W}}\,\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{b}} - \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{b}}\right)^{*\mathrm{T}} \right\}$$

$$- \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{b}}\,\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{b}}^{-1}\,\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p}}^{*\mathrm{T}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p}}.$$

$$(4.32)$$

Der mittlere quadratische Fehler (4.32) wird in Abhängigkeit von <u>W</u> minimal, falls

$$\underline{\mathbf{W}}\,\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}}} - \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{\mathrm{p}},\hat{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}}} = \mathbf{0} \tag{4.33}$$

gilt. Dies ist der Fall, wenn für  $\underline{\mathbf{W}}$ 

$$\underline{\mathbf{W}} = \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{\mathrm{p}}, \hat{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}}} \underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}}}^{-1} \tag{4.34}$$

gilt. Die Matrix <u>W</u> (4.34) wird als Wiener-Filter bezeichnet. Unter der Voraussetzung, dass die Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen und die Abtastwerte des Rauschprozesses unkorreliert sind, ergibt sich

$$\underline{\mathbf{R}}_{h_{p},\hat{h}_{b}} = E\left\{\underline{\mathbf{h}}_{p}\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{b}^{*T}\right\}$$
$$= E\left\{\underline{\mathbf{h}}_{p}\underline{\mathbf{h}}_{b}^{*T}\right\}$$
$$= \underline{\mathbf{R}}_{h_{p},h_{b}}$$
(4.35)

$$\underline{\mathbf{\hat{h}}_{\mathbf{\hat{h}}_{b}}} = \mathbf{E} \left\{ \underline{\mathbf{h}}_{b} \underline{\mathbf{h}}_{b} \right\} 
= \mathbf{E} \left\{ \underline{\mathbf{h}}_{b} \underline{\mathbf{h}}_{b}^{*\mathrm{T}} \right\} + \mathbf{E} \left\{ \underline{\mathbf{n}} \underline{\mathbf{n}}^{*\mathrm{T}} \right\} 
= \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{b}} + \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}}.$$
(4.36)

Zum Bestimmen des Wiener-Filters <u>W</u> müssen die Korrelationsmatrizen <u> $\mathbf{R}_{h_p,h_b}$ </u>, <u> $\mathbf{R}_{h_b}$ </u> und <u> $\mathbf{R}_n$ </u> bekannt sein. Die Korrelationsmatrix des Rauschens wird im Anhang A.1 hergeleitet. Zum Bestimmen der beiden Korrelationsmatrizen <u> $\mathbf{R}_{h_p,h_b}$ </u> und <u> $\mathbf{R}_{h_b}$ </u> existieren verschiedene Verfahren.

Zum einen ist es möglich diese Korrelationsmatrizen basierend auf dem Verzögerungsleistungsdichtespektrum, dem Dopplerleistungsdichtespektrum und dem Winkelleistungsdichtespektrum zu berechnen. Dazu müssen entweder das Verzögerungsleistungsdichtespektrum, das Dopplerleistungsdichtespektrum und das Winkelleistungsdichtespektrum bekannt sein oder sie müssen basierend auf bekannten Kanalübertragungsfunktionen geschätzt werden. Die Herleitung der MIMO-Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_b}$ basierend auf dem Verzögerungsleistungsdichtespektrum, dem Dopplerleistungsdichtespektrum und dem Winkelleistungsdichtespektrum ist im Anhang A.2 zu finden. Die Herleitung der Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_p,h_b}$  ist mathematisch analog zur Herleitung der Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_b}$ .

Zum anderen ist es möglich, diese Korrelationsmatrizen basierend auf bekannten Kanalübertragungsfunktionen zu schätzen. Dazu werden während einer Initialisierungsphase die Kanalübertragungsfunktionen im Empfänger geschätzt, sodass I verschiedene Realisierungen des Vektors  $\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}}$ vorhanden sind. Basierend auf diesen Realisierungen kann  $\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{\mathbf{b}}}$  (4.36) geschätzt werden. Dabei ist der Einfluss des Rauschens bereits berücksichtigt, sodass die Korrelationsmatrix des Rauschens nicht geschätzt werden muss. Das Schätzen der Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{p}}$  (4.35) erfolgt ebenfalls während der Initialisierungsphase. Dazu müssen jedoch die entsprechenden prädizierten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{p}}$  ohne Rauschen im Empfänger bekannt sein. Dies kann in realen Systemen nicht realisiert werden, da immer Rauschen vorhanden ist. Aus diesem Grund werden anstelle der rauschfreien Abtastwerte der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{p}}$ , die mit Rauschen überlagerten Abtastwerte der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{p}}$  verwendet. Jedoch sind auch die mit Rauschen überlagerten Abtastwerte der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen a priori im Empfänger nicht bekannt. Daher müssen die Abtastwerte der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen  $\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{p}}$  während der Initialisierungsphase über einen Rücksignalisierungskanal zum Empfänger übermittelt werden. Diese rücksignalisierten Kanalübertragungsfunktionen direkt für ein anschließendes Vorcodierungsverfahren zu verwenden

und

ist suboptimal, da diese Kanalübertragungsfunktionen aufgrund der Zeitvarianz des Kanals bereits veraltet sein können. Jedoch können sie zum Schätzen der Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{b}}$  (4.35) genutzt werden. In realen Systemen ändern sich auch die Kanalkorrelationsmatrizen  $\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{p},\hat{\mathbf{h}}_{b}}$  mit der Zeit, jedoch sind diese Änderungen langsamer als die Änderungen der Kanalübertragungsfunktionen. Um langsamen Änderungen der Kanalkorrelationsmatrizen folgen zu können, werden in realen Systemen immer die ältesten beiden Vektoren  $\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{b}$  und  $\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{p}$  ersetzt und anschließend werden die Kanalkorrelationsmatrizen und das Wiener-Filter aktualisiert.

# Kapitel 5

# Prädizieren der Kanalzustandsinformationen

#### 5.1 Motivation

In Abbildung 5.1 ist eine frequenzselektive und zeitvariante SISO-Kanalübertragungsfunktion dargestellt. Dabei handelt es sich um einen SISO-Subkanal der Messungen vom Szenario Labor 2. Die absoluten Werte auf der Zeitachse hängen von der Geschwindigkeit ab, die nach der Messung zu 10 m/s definiert wurde. Es ist die Kanalübertragungsfunktion von der ersten Position der Antenne auf dem Drehtisch zu allen V = 36 Positionen auf dem x-y-Tisch dargestellt.

Bei der Prädiktion der Kanalzustandsinformationen wird, wie bereits in Kapitel 1 erläutert, ausgehend von einem bekannten Abschnitt der Kanalübertragungsfunktionen ein unbekannter Abschnitt der Kanalübertragungsfunktionen bestimmt. Beispielsweise kann der Abschnitt in Abbildung 5.1 von 2,35 GHz bis 2,45 GHz und von t = 0 bis  $t = 55,5 \,\mathrm{ms}$  als bekannt vorausgesetzt werden. Dieser Abschnitt ist in Abbildung 5.1 markiert. Anschließend wird basierend auf diesem bekannten Abschnitt der unbekannte Abschnitt bestimmt. Es existieren verschiedene Anwendungsmöglichkeiten für die Prädiktion. Beispielsweise könnte in einem FDD basierten Mobilfunksystem, wie in Abbildung 5.2 dargestellt, die MS zunächst als Sender definiert werden und die BS als Empfänger. Die MS überträgt Daten über die Aufwärtsstrecke an die BS, wobei die MS keinerlei Kenntnis über den Kanal in der Aufwärtsstrecke besitzt. Die BS schätzt basierend auf a priori bekannten Trainingssignalen, die die MS übertragen hat, die Kanalübertragungsfunktionen. Dies kann beispielsweise mit einem der in Abschnitt 2.3 vorgestellten Verfahren geschehen. Auf diese Weise erlangt die BS Kenntnis über den Kanal in der Aufwärtsstrecke. In einem nächsten Schritt soll die BS in der Abwärtsstrecke Daten an die MS übertragen, sodass die BS der Sender ist und die MS der Empfänger ist. Dies kann ohne jede Kenntnis über den Kanal in der Abwärtsstrecke erfolgen. Selbst wenn sich der Kanal in der Zwischenzeit nicht verändert hat, sind die Kanaleigenschaften der Abwärtsstrecke und die Kanaleigenschaften der Aufwärtsstrecke nicht identisch, da es sich um ein FDD System handelt. Jedoch wäre die Kenntnis über den Kanal in der Abwärtsstrecke in der BS vorteilhaft. Die BS wäre dadurch in der Lage, ein Vorcodierungsverfahren einzusetzen, um so die Zuverlässigkeit oder auch die Datenrate gegenüber Verfahren, bei dem die BS keinerlei Kenntnis über den Kanal in der Abwärtsstrecke besitzt, signifikant zu erhöhen. Beispielsweise könnten



Abbildung 5.1. Gemessene Kanalübertragungsfunktion



Abbildung 5.2. FDD basiertes Mobilfunksystem

Übertragungsverfahren wie der Tomlinson-Harashima Vorcodierer, der Zero-Forcing Vorcodierer oder eine Vorcodierung basierend auf der Singulärwertzerlegung eingesetzt werden. Bei diesen Verfahren benötigt der Sender die genaue Kanalkenntnis. Falls eine Vorcodierung basierend auf der Singulärwertzerlegung eingesetzt werden soll, so benötigt auch der Empfänger die genaue Kanalkenntnis. Die Kanalkenntnis im Empfänger zu erlangen ist mit den in Abschnitt 2.3 vorgestellten Verfahren möglich. Jedoch die Kanalkenntnis im Sender zu erlangen, in diesem Beispiel in der BS, ist nicht mit den Verfahren aus Abschnitt 2.3 möglich. Aus diesem Grund besteht das Ziel darin, basierend auf dem bekannten Kanal in der Aufwärtsstrecke in der BS den unbekannten Kanal in der Abwärtsstrecke zu prädizieren, indem eine Prädiktion in Frequenzrichtung durchgeführt wird. Diese Anwendung zur Prädiktion der Kanalzustandsinformationen kann als Uplink Downlink Transformation in FDD Systemen bezeichnet werden. Neben der Prädiktion in Frequenzrichtung ist auch eine zusätzliche Prädiktion in Zeitrichtung angebracht, falls die Zeitdauer, zwischen dem Empfang der Daten von der MS und dem Senden der Daten zur MS größer als die Korrelationsdauer des Kanals ist. In dieser Zeitspanne hat sich der Kanal signifikant verändert. Eine analoge Argumentation lässt sich führen, sodass ebenfalls die MS Kenntnis über den Kanal in der Abwärtsstrecke erlangt und somit auch eine Vorcodierung in der MS durchgeführt werden kann.

Ein weiteres Szenario, bei dem eine Prädiktion der Kanalzustandsinformationen gewinnbringend angewandt werden kann, sind TDD basierte Mobilfunksysteme. Die MS überträgt Daten über den Kanal in der Aufwärtsstrecke an die BS, wobei die MS keinerlei Kenntnis über den Kanal in der Aufwärtsstrecke besitzt. Die BS schätzt basierend auf a priori bekannten Trainingssignalen die Kanalübertragungsfunktionen. Im nächsten Schritt überträgt die BS Daten an die MS. Da in einem TDD System das gleiche Frequenzband genutzt wird, könnte in der BS davon ausgegangen werden, dass die zuvor gewonnenen Informationen über den Kanal in der Aufwärtsstrecke direkt als Informationen über den Kanal in der Abwärtsstrecke genutzt werden können. Mit diesen Informationen über den Kanal in der Abwärtsstrecke kann die BS Vorcodierungsverfahren anwenden, um so die Zuverlässigkeit oder die Datenrate zu erhöhen. Das Problem hierbei besteht darin, dass die Zeit zwischen dem Schätzen der Kanalübertragungsfunktionen der Aufwärtsstrecke und dem Nutzen dieser Informationen für die Abwärtsstrecke möglicherweise größer als die Korrelationsdauer des Kanals ist. Aus diesem Grund kann eine zeitliche Prädiktion der Kanalzustandsinformationen in der BS gewinnbringend angewandt werden. Eine analoge Argumentation lässt sich führen, sodass ebenfalls die MS eine zeitliche Prädiktion der Kanalzustandsinformationen gewinnbringend anwendet.

## 5.2 Prädizieren der Kanalzustandsinformationen basierend auf dem direktionalen Kanalmodell

#### 5.2.1 Gemeinsames Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Frequenz- und Zeitrichtung

In Abschnitt 3.1 wurde das direktionale Kanalmodell eingeführt. Es wurden die Kanalübertragungsfunktionen eines MIMO-Systems in Abhängigkeit von den pfadspezifischen Parametern beschrieben. Gleichung (3.33) fasst die Abtastwerte der  $M \cdot N$ Kanalübertragungsfunktionen innerhalb der Bandbreite B bei der Mittenfrequenz  $f_0$ im Zeitbereich von 0 bis  $t_{\text{max}}$  zusammen. Das Ziel besteht darin, ausgehend von der als bekannt vorausgesetzten Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0)$  (3.33) eine Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0 + \Delta f, \Delta t)$ zu bestimmen, die Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen innerhalb der Bandbreite B bei der Mittenfrequenz  $f_0 + \Delta f$  im Zeitbereich von  $\Delta t$  bis  $t_{\text{max}} + \Delta t$  enthält. Die Annahme, dass sich die Bandbreite B nicht ändert, ist im Allgemeinen nicht notwendig, jedoch wird diese Annahme getroffen, um die Berechnungen zu vereinfachen. Besteht das Ziel darin, die Bandbreite nach der Prädiktion zu verändern, ist dies in trivialer Weise möglich. Zum einen können die prädizierten Kanalübertragungsfunktionen im Frequenzbereich gefenstert werden, um die Bandbreite zu verringern und zum anderen können die Kanalübertragungsfunktionen für verschiedene  $f_0 + \Delta f$  bestimmt werden, um so die Bandbreite zu erhöhen. Gleiches gilt für die Dauer im Zeitbereich. Durch die Prädiktion ändert sich die Dauer im Zeitbereich zunächst nicht, jedoch kann eine Fensterung im Zeitbereich die Dauer verkürzen oder eine mehrfache Prädiktion mit unterschiedlichen Werten für  $\Delta t$  kann die Dauer im Zeitbereich verlängern.

Die um  $\Delta t$  zeitverschobene, bandbegrenzte Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne bei der Mittenfrequenz  $f_0 + \Delta f$ ergibt sich ausgehend von der Kanalübertragungsfunktion basierend auf dem direktionalen Kanalmodell (3.13) zu

$$\underline{H}^{(m,n)}(f,t) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi(f+f_0+\Delta f)\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi(f_0+\Delta f)\tau^{(m,d)}_{R_x}} \cdot e^{-j2\pi(f_0+\Delta f)\tau^{(n,d)}_{T_x}} \cdot e^{j2\pi f_d^{(d)}(t+\Delta t)}.$$
(5.1)

In Abschnitt 4.2 wurde ein Zusammenhang zwischen dem direktionalen Kanalmodell und dem filterbasierten Kanalmodell hergestellt. Dabei wurden die Steuerfaktoren in Folge der veränderten Mittenfrequenz nicht angepasst. Jedoch sollten bei der Prädiktion die Steuerfaktoren angepasst werden, indem  $\Delta f$  berücksichtigt wird, da die vorausgesetzte Schmalbandannahme (3.11a) und (3.11b) in Abschnitt 4.2 nicht zwangsläufig bei der Prädiktion erfüllt ist. Mit dem direktionalen Anteil

$$\underline{H}_{d}^{(d)}(f,t) = \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi(f+f_{0}+\Delta f)\tau^{(d)}} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(d)}(t+\Delta t)}$$
(5.2)

ergibt sich

$$\underline{H}^{(m,n)}(f,t) = \sum_{d=1}^{D} \underline{H}_{d}^{(d)}(f,t) \cdot e^{-j2\pi(f_{0}+\Delta f)\tau_{Rx}^{(m,d)}} \cdot e^{-j2\pi(f_{0}+\Delta f)\tau_{Tx}^{(n,d)}}.$$
 (5.3)

Die Kanalübertragungsfunktion (5.1) wird, wie in Kapitel 3 für die Kanalübertragungsfunktion (3.13) erläutert, entlang der Frequenzrichtung und entlang der Zeitrichtung abgetastet. Unter der Annahme, dass  $\Delta f$  ein Vielfaches des Abtastabstands F im Frequenzbereich ist, und dass  $\Delta t$  ein Vielfaches des Abtastabstands T im Zeitbereich ist, ergibt sich

$$\Delta f = F \cdot \Delta w \tag{5.4a}$$

$$\Delta t = T \cdot \Delta v. \tag{5.4b}$$

Der  $(w+\Delta w,v+\Delta v)$ -te Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion ergibt sich somit zu

$$\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} = \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi (F \cdot w + f_0 + F \cdot \Delta w)\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi (f_0 + F \cdot \Delta w)\tau^{(m,d)}_{\mathrm{Rx}}} \cdot e^{-j2\pi (f_0 + F \cdot \Delta w)\tau^{(n,d)}_{\mathrm{Tx}}}$$

$$= \sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot e^{-j2\pi (F \cdot w + f_0)\tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi f_0\tau^{(m,d)}_{\mathrm{Rx}}} \cdot e^{-j2\pi f_0\tau^{(n,d)}_{\mathrm{Tx}}} \cdot e^{j2\pi f_d^{(d)}T \cdot v}$$

$$\cdot e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(d)}} \cdot e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(m,d)}_{\mathrm{Rx}}} \cdot e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(n,d)}_{\mathrm{Tx}}} \cdot e^{j2\pi f_d^{(d)}T \cdot \Delta v}.$$
(5.5)

Die Kombination aller W Abtastwerte (5.5) der prädizierten Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne für einen Zeitindex  $v + \Delta v$  führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}_{v+\Delta v}^{(m,n)}\left(f_{0}+\Delta f,\Delta t\right) = \left(\underline{H}_{-(W-1)/2+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}\cdots \underline{H}_{(W-1)/2+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(5.6)

Das Zusammenfassen aller V Vektoren (5.6) führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}^{(m,n)}\left(f_{0} + \Delta f, \Delta t\right) = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{h}}_{\Delta v}^{(m,n)}\left(f_{0} + \Delta f, \Delta t\right) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}_{\Delta v+V-1}^{(m,n)}\left(f_{0} + \Delta f, \Delta t\right) \end{pmatrix}.$$
(5.7)

Das Zusammenfassen aller  $M \cdot N$  Vektoren (5.7) führt auf die  $W \cdot V \times M \cdot N$  Kanalmatrix

$$\underline{\mathbf{H}}\left(f_{0} + \Delta f, \Delta t\right) = \left(\underline{\mathbf{h}}^{(1,1)}\left(f_{0} + \Delta f, \Delta t\right) \dots \underline{\mathbf{h}}^{(M,N)}\left(f_{0} + \Delta f, \Delta t\right)\right).$$
(5.8)

Diese Kanalmatrix lässt sich ebenso wie die Kanalmatrix (3.22) in den direktionalen Anteil und den richtungsabhängigen Anteil zerlegen. Dazu wird der direktionale Anteil (5.2) entlang der Frequenzrichtung und entlang der Zeitrichtung abgetastet. Der  $(w + \Delta w, v + \Delta v)$ -te direktionale Abtastwert des *d*-ten Ausbreitungspfades ergibt sich damit zu

$$\underline{H}_{\mathrm{d},w+\Delta w,v+\Delta v}^{(d)} = \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(F\cdot w+f_0)\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}T\cdot v} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F\cdot\Delta w\,\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}T\cdot\Delta v}.$$
(5.9)

Das Zusammenfassen aller W direktionalen Abtastwerte für den Zeitindex  $v + \Delta v$  für den d-ten Ausbreitungspfad führt auf den Vektor

$$\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{d},v+\Delta v}^{(d)}\left(f_{0}+\Delta f,\Delta t\right) = \left(\underline{H}_{\mathrm{d},-(W-1)/2+\Delta w,v+\Delta v}^{(d)}\cdots\underline{H}_{\mathrm{d},(W-1)/2+\Delta w,v+\Delta v}^{(d)}\right)^{\mathrm{T}}.$$
(5.10)

Anschließend können alle V Vektoren (5.10) zu dem Vektor  $\underline{\mathbf{h}}_{d}^{(d)}(f_{0} + \Delta f, \Delta t)$  zusammengefasst werden. Das Zusammenfassen aller D Vektoren  $\underline{\mathbf{h}}_{d}^{(d)}(f_{0} + \Delta f, \Delta t)$  führt auf die  $W \cdot V \times D$  direktionale Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0} + \Delta f, \Delta t)$ . Zusätzlich zu dem direktionalen Anteil werden die Steuerfaktoren zusammengefasst. Zunächst werden die M Steuerfaktoren für den d-ten Ausbreitungspfad für die Empfängerseite zusammengefasst. Dies führt auf den Steuervektor

$$\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(f_0 + \Delta f) = \left( \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Rx}}^{(1,d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \, \tau_{\mathrm{Rx}}^{(1,d)}} \dots \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Rx}}^{(M,d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \, \tau_{\mathrm{Rx}}^{(M,d)}} \right)^{\mathrm{T}}.$$
(5.11)

Anschließend werden die D Steuervektoren (5.11) zur  $M \times D$  Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0 + \Delta f)$  zusammengefasst. Nun werden die N Steuerfaktoren für den d-ten Ausbreitungspfad für die Senderseite zusammengefasst. Dies führt auf den Steuervektor

$$\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(f_0 + \Delta f) = \left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Tx}}^{(1,d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \, \tau_{\mathrm{Tx}}^{(1,d)}} \dots \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Tx}}^{(N,d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \, \tau_{\mathrm{Tx}}^{(N,d)}}\right)^{\mathrm{T}}.$$
 (5.12)

Anschließend werden die D Steuervektoren (5.12) zur  $N \times D$  Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0 + \Delta f)$  kombiniert. Die senderseitige Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0 + \Delta f)$  und die empfängerseitige Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0 + \Delta f)$  werden, wie in Abschnitt 3.1 bereits beschrieben, über das Khatri-Rao Produkt zur gemeinsamen  $M \cdot N \times D$  Steuermatrix

$$\underline{\mathbf{A}}(f_0 + \Delta f) = \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0 + \Delta f) \circledast \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0 + \Delta f)$$
(5.13)

verknüpft. Mit der direktionalen Kanalmatrix und der Steuermatrix lässt sich die Kanalmatrix (5.8) in

$$\underline{\mathbf{H}}(f_0 + \Delta f, \Delta t) = \underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{d}}(f_0 + \Delta f, \Delta t) \underline{\mathbf{A}}^{\mathrm{T}}(f_0 + \Delta f)$$
(5.14)

zerlegen.

Beim Vergleich von der nicht prädizierten Kanalmatrix (3.33) und der prädizierten Kanalmatrix (5.14) ist zu erkennen, dass zum Prädizieren der Kanalmatrix (3.22) die

direktionale Kanalmatrix (3.27) und die Steuermatrix (3.32) separat prädiziert werden können.

Im Folgenden wird zunächst auf die Prädiktion der Steuermatrix eingegangen. Beim Vergleich der nicht prädizierten Steuervektoren (3.28) und der prädizierten Steuervektoren (5.11) für die Empfängerseite lässt sich feststellen, dass

$$\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(f_{0}+\Delta f\right) = \underbrace{\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{0}\tau_{\mathrm{Rx}}^{(1,d)}}\dots\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{0}\tau_{\mathrm{Rx}}^{(M,d)}}\right)^{\mathrm{T}}}_{\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(f_{0}\right)} \odot \underbrace{\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F\cdot\Delta w\,\tau_{\mathrm{Rx}}^{(1,d)}}\dots\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F\cdot\Delta w\,\tau_{\mathrm{Rx}}^{(M,d)}}\right)^{\mathrm{T}}}_{\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(\Delta f\right)}$$

$$= \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(f_{0}\right) \odot \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\left(\Delta f\right) \tag{5.15}$$

gilt, wobei der Operator  $\odot$  die elementeweise Multiplikation darstellt. Mit dem Zusammenfassen von den *D* Steuervektoren  $\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{(d)}(\Delta f)$  zur  $M \times D$  Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(\Delta f)$ ergibt sich

$$\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}\left(f_{0} + \Delta f\right) = \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}\left(f_{0}\right) \odot \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}\left(\Delta f\right).$$
(5.16)

Mathematisch analog verhält es sich beim Vergleich der nicht prädizierten Steuervektoren (3.30) und der prädizierten Steuervektoren (5.12) für die Senderseite. Auch hier lässt sich feststellen, dass

$$\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(f_0 + \Delta f) = \underbrace{\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Tx}}^{(1,d)}} \dots \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_0 \tau_{\mathrm{Tx}}^{(N,d)}}\right)^{\mathrm{T}}}_{\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(f_0)} \underbrace{\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \tau_{\mathrm{Tx}}^{(1,d)}} \dots \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \tau_{\mathrm{Tx}}^{(N,d)}}\right)^{\mathrm{T}}}_{\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(f_0)} \underbrace{\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \tau_{\mathrm{Tx}}^{(1,d)}} \dots \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \tau_{\mathrm{Tx}}^{(N,d)}}\right)^{\mathrm{T}}}_{\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\Delta f)} = \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(f_0) \odot \underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{(d)}(\Delta f)$$
(5.17)

gilt. Das Zusammenfassen der D Steuervektoren  $\underline{\mathbf{a}}_{Tx}^{(d)}(\Delta f)$  führt auf die Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}_{Tx}(\Delta f)$ . Somit lässt sich die prädizierte Steuermatrix für die Senderseite bei der Mittenfrequenz  $f_0 + \Delta f$  zu

$$\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}\left(f_{0}+\Delta f\right) = \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}\left(f_{0}\right) \odot \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}\left(\Delta f\right)$$
(5.18)

schreiben. Ausgehend von (5.13) ergibt sich mit (5.16) und (5.18) die prädizierte Steuermatrix zu

$$\underline{\mathbf{A}}(f_0 + \Delta f) = (\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0) \odot \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(\Delta f)) \circledast (\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0) \odot \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(\Delta f)).$$
(5.19)

Das bedeutet, dass mit Kenntnis der geschätzten pfadspezifischen Parameter  $\tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}$ und  $\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}$  die Steuermatrizen <u>A</u> $(f_0)$  und <u>A</u> $(f_0 + \Delta f)$  geschätzt werden können. Falls die pfadspezifischen Parameter fehlerfrei geschätzt worden sind, so lassen sich auch die Steuermatrizen fehlerfrei aufstellen. Falls die geschätzten pfadspezifischen Parameter jedoch fehlerbehaftet sind, so sind auch die geschätzten Steuermatrizen fehlerbehaftet. Da die geschätzten pfadspezifischen Parameter nicht linear in die Berechnung der Steuermatrizen eingehen, ändern sich die statistischen Eigenschaften der Fehler. Im Folgenden wird auf die Prädiktion der direktionalen Kanalmatrix eingegangen. Beim Vergleich der Elemente der *d*-ten Spalte der direktionalen Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0})$  und der direktionalen Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0} + \Delta f, \Delta t)$  lässt sich feststellen, dass

$$\underline{H}_{\mathrm{d},w+\Delta w,v+\Delta v}^{(d)} = \underbrace{\underline{\alpha}^{(d)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(F\cdot w+f_0)\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}T\cdot v}}_{\underline{H}_{\mathrm{d},w,v}^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F\cdot \Delta w\,\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}T\cdot \Delta v} = \underline{H}_{\mathrm{d},w,v}^{(d)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F\cdot \Delta w\,\tau^{(d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{d}}^{(d)}T\cdot \Delta v}$$
(5.20)

gilt. Das bedeutet, dass alle Elemente der *d*-ten Spalte der direktionalen Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0})$  mit  $e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \tau^{(d)}} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(d)}T \cdot \Delta v}$  multipliziert werden müssen. Dies kann durch Multiplikation der direktionalen Kanalmatrix mit einer Diagonalmatrix erfolgen

$$\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0} + \Delta f, \Delta t) = \underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0}) \cdot \begin{pmatrix} e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \, \tau^{(1)}} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(1)} T \cdot \Delta v} & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \, \tau^{(D)}} \cdot e^{j2\pi f_{d}^{(D)} T \cdot \Delta v} \end{pmatrix}. \quad (5.21)$$

Mit Kenntnis der pfadspezifischen Parameter  $\tau^{(d)}$  und  $f_d^{(d)}$  lässt sich diese Diagonalmatrix aufstellen. Zum Prädizieren der direktionalen Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_d(f_0)$  muss jedoch die direktionale Kanalmatrix selbst bekannt sein. Allerdings ist im Empfänger lediglich die komplette Kanalmatrix bekannt und falls die pfadspezifischen Parameter  $\tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}$ und  $\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}$  zuvor geschätzt wurden, so ist auch die Steuermatrix im Empfänger bekannt. Daher besteht das Ziel darin, die direktionale Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_d(f_0)$  zu schätzen. Dazu werden im Folgenden zwei Varianten vorgestellt. Die erste Möglichkeit besteht darin, die direktionale Kanalmatrix zu rekonstruieren. Dazu müssen die pfadspezifischen Parameter  $\tau^{(d)}$ ,  $f_d^{(d)}$  und  $\underline{\alpha}^{(d)}$  geschätzt werden. Mit den geschätzten Parametern kann die direktionale Kanalmatrix basierend auf (3.24) deterministisch rekonstruiert werden. Auch hier gilt, dass die geschätzten pfadspezifischen Parameter nicht linear in die Berechnung der direktionalen Kanalmatrix eingehen, sodass sich die statistischen Eigenschaften der Fehler ändern. Diese Möglichkeit zum Schätzen der direktionalen Kanalmatrix und der anschließenden Prädiktion wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit als Rekonstruktionsansatz bezeichnet.

Die zweite Möglichkeit besteht darin, die direktionale Kanalmatrix basierend auf der bekannten Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0)$  und der zuvor geschätzten Steuermatrix  $\underline{\hat{\mathbf{A}}}(f_0)$  zu schät-

zen. Dazu wird zunächst die Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0)$  (3.33) umgeformt

$$\underline{\mathbf{h}}(f_{0}) = \operatorname{vec}\left(\underline{\mathbf{H}}(f_{0})\right) \\
= \operatorname{vec}\left(\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0}) \cdot \underline{\hat{\mathbf{A}}}^{\mathrm{T}}(f_{0})\right) \\
= \underbrace{\left(\underline{\hat{\mathbf{A}}}(f_{0}) \otimes \mathbf{I}\right)}_{\underline{\hat{\mathbf{G}}}(f_{0})} \cdot \underbrace{\operatorname{vec}}_{\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0})} \\
= \underline{\hat{\mathbf{G}}}(f_{0}) \cdot \underline{\mathbf{h}}_{d}(f_{0}).$$
(5.22)

Gleichung (5.22) ist im Allgemeinen ein lineares Gleichungssystem ohne eindeutige Lösung. Es ist jedoch möglich, eine Least-Squares-Schätzung zu berechnen

$$\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{\mathrm{d}}(f_{0}) = \left(\underline{\hat{\mathbf{G}}}^{*\mathrm{T}}(f_{0})\,\underline{\hat{\mathbf{G}}}(f_{0})\right)^{-1}\underline{\hat{\mathbf{G}}}^{*\mathrm{T}}(f_{0})\cdot\underline{\mathbf{h}}(f_{0})\,.$$
(5.23)

Nachdem die Least-Squares-Schätzung berechnet wurde, kann der vec (·) Operator rückgängig gemacht werden, um die geschätzte direktionale Kanalmatrix  $\underline{\hat{\mathbf{H}}}_{d}(f_{0})$  ausgehend von  $\underline{\hat{\mathbf{h}}}_{d}(f_{0})$  zu erhalten. Diese Möglichkeit zum Schätzen der direktionalen Kanalmatrix und der anschließenden Prädiktion wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit als Least-Squares Ansatz bezeichnet.

Nachdem die pfadspezifischen Parameter, die Steuermatrizen  $\underline{\hat{\mathbf{A}}}(f_0)$  und  $\underline{\hat{\mathbf{A}}}(\Delta f)$  und die direktionale Kanalmatrix  $\underline{\hat{\mathbf{H}}}_{d}(f_0)$  geschätzt wurden, kann die Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0)$  prädiziert werden. Es ergibt sich die prädizierte Kanalmatrix zu

$$\underline{\mathbf{\hat{H}}}(f_{0} + \Delta f, \Delta t) = \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{d}(f_{0},) \cdot \begin{pmatrix} e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \,\hat{\tau}^{(1)}} \cdot e^{j2\pi \hat{f}_{d}^{(1)}T \cdot \Delta v} & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & e^{-j2\pi F \cdot \Delta w \,\hat{\tau}^{(D)}} \cdot e^{j2\pi \hat{f}_{d}^{(D)}T \cdot \Delta v} \end{pmatrix} \\
\cdot \left( \left( \underline{\hat{\mathbf{A}}}_{Rx}(f_{0}) \odot \,\underline{\hat{\mathbf{A}}}_{Rx}(\Delta f) \right) \circledast \left( \underline{\hat{\mathbf{A}}}_{Tx}(f_{0}) \odot \,\underline{\hat{\mathbf{A}}}_{Tx}(\Delta f) \right) \right)^{\mathrm{T}}.$$
(5.24)

Zum Prädizieren der Kanalmatrix ergibt sich folgender Ablauf.

- 1. Schätzen der Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0)$  im Empfänger. Dies kann beispielsweise basierend auf a priori bekannten Trainingssignalen, so wie es in Abschnitt 2.3 beschrieben wurde geschehen.
- 2. Schätzen der pfadspezifischen Parameter  $\underline{\alpha}^{(d)}$ ,  $\tau^{(d)}$ ,  $f_{\rm d}^{(d)}$ ,  $\tau_{\rm Rx}^{(m,d)}$  und  $\tau_{\rm Tx}^{(n,d)}$ . Dies kann beispielsweise mit dem in Abschnitt 3.2.3.4 beschriebenen SAGE Algorithmus erfolgen.
- 3. Schätzen der Steuermatrizen  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(f_0), \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}(\Delta f), \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(f_0)$  und  $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}(\Delta f)$ .

- 4. Schätzen der direktionalen Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0})$ . Entweder mittels des Rekonstruktionsansatzes oder mittels des Least-Squares Ansatzes.
- 5. Anwenden von Gleichung (5.24).

#### 5.2.2 Separates Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Frequenz- und Zeitrichtung

Im letzten Abschnitt wurde das gemeinsame Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung basierend auf dem direktionalen Kanalmodell untersucht. In realen Systemen kann es vorkommen, dass lediglich in Frequenzrichtung oder lediglich in Zeitrichtung prädiziert werden muss. In diesen Fällen vereinfacht sich die Prädiktion.

Zunächst wird auf eine reine Zeitprädiktion eingegangen. Da die Steuermatrix  $\underline{\mathbf{A}}(f_0)$ nicht von der Zeit t abhängt, muss bei einer reinen Zeitprädiktion die Steuermatrix nicht prädiziert werden. Es muss lediglich die direktionale Kanalmatrix prädiziert werden. Obwohl die Steuermatrix nicht prädiziert werden muss, muss die Steuermatrix bei der Mittenfrequenz  $f_0$  basierend auf den geschätzten pfadspezifischen Parametern  $\tau_{\text{Rx}}^{(m,d)}$ und  $\tau_{\text{Tx}}^{(n,d)}$  geschätzt werden. Zur Prädiktion der direktionalen Kanalmatrix muss zunächst wieder die direktionale Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_d(f_0)$  geschätzt werden. Dieses Schätzen ist unabhängig von der anschließenden Prädiktion, sodass ebenfalls der Rekonstruktionsansatz oder der Least-Squares Ansatz (5.23) verwendet werden kann. Bei der Prädiktion der Kanalmatrix wird  $\Delta f = 0$  gesetzt, sodass sich die prädizierte Kanalmatrix zu

$$\underline{\hat{\mathbf{H}}}\left(f_{0},\Delta t\right) = \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{d}}\left(f_{0}\right) \cdot \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi \hat{f}_{\mathrm{d}}^{(1)}T\cdot\Delta v} & 0\\ & \ddots\\ 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi \hat{f}_{\mathrm{d}}^{(D)}T\cdot\Delta v} \end{pmatrix} \cdot \underline{\hat{\mathbf{A}}}^{\mathrm{T}}\left(f_{0}\right) \tag{5.25}$$

ergibt.

Im Folgenden wird auf eine reine Frequenzprädiktion eingegangen. Bei einer reinen Frequenzprädiktion werden in realen Systemen typischerweise nur die aktuellen Kanalübertragungsfunktionen prädiziert. Der erste Schritt zur Frequenzprädiktion besteht wieder darin, die pfadspezifischen Parameter zu schätzen. Mit den pfadspezifischen Parametern können die Steuermatrizen geschätzt werden und es kann die direktionale Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}_{d}(f_{0})$  geschätzt werden. Somit ergibt sich die prädizierte Kanalmatrix

$$\underline{\hat{\mathbf{H}}}(f_{0} + \Delta f) = \underline{\hat{\mathbf{H}}}_{\mathrm{d}}(f_{0}) \cdot \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \,\hat{\tau}^{(1)}} & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi F \cdot \Delta w \,\hat{\tau}^{(D)}} \end{pmatrix} \\ \cdot \left( \left( \underline{\hat{\mathbf{A}}}_{\mathrm{Rx}}(f_{0}) \odot \underline{\hat{\mathbf{A}}}_{\mathrm{Rx}}(\Delta f) \right) \circledast \left( \underline{\hat{\mathbf{A}}}_{\mathrm{Tx}}(f_{0}) \odot \underline{\hat{\mathbf{A}}}_{\mathrm{Tx}}(\Delta f) \right) \right)^{\mathrm{T}}, \quad (5.26)$$

wobei  $\Delta t = 0$  gesetzt wurde.

### 5.3 Prädizieren der Kanalzustandsinformationen basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell

#### 5.3.1 Gemeinsames Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Frequenz- und Zeitrichtung

In Abschnitt 4.1 wurde das filterbasierte Kanalmodell eingeführt. Abtastwerte der MIMO-Kanalübertragungsfunktionen wurden als Linearkombinationen anderer Abtastwerte derselben MIMO-Kanalübertragungsfunktionen beschrieben. Gleichung (4.1) beschreibt einen Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwischen der m-ten Empfangsantenne und der n-ten Sendeantenne. Das Ziel besteht darin, ausgehend von bekannten Abtastwerten und bekannten Filterkoeffizienten, unbekannte Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen zu prädizieren. Die Filterkoeffizienten können beispielsweise mithilfe der Kovarianzmethode oder auch mithilfe des Wiener-Filters geschätzt werden, so wie es in Abschnitt 4.3 beschrieben wurde, sodass auf das Schätzen der Filterkoeffizienten im vorliegenden Kapitel nicht näher eingegangen wird.

In Abbildung 5.3 ist beispielhaft das Prinzip der Prädiktion von Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktion dargestellt. Es wird von  $W \cdot V$  bekannten Abtastwerten und von der Filterordnung  $P \cdot Q$  ausgegangen. In Abbildung 5.3 sind die  $W \cdot V$  bekannten Abtastwerte durch ein blaues Rechteck markiert und die  $P \cdot Q$  Abtastwerte sind durch ein gelbes Rechteck markiert. Zur Prädiktion werden P zusammenhängende Abtastwerte in Frequenzrichtung w und Q zusammenhängende Abtastwerte in Zeitrichtung vlinear kombiniert, sodass sich ein Abtastwert ergibt. Werden anschließend andere Filterkoeffizienten angewandt, das heißt wird ein anderes Filter eingesetzt, so ergibt sich ein anderer Abtastwert. Auf diese Art und Weise ergeben sich verschiedene Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion ausgehend von  $P \cdot Q$  Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktion. Die sich durch die Linearkombinationen ergebenden Abtastwerte sind

zu



Abbildung 5.3. Prinzip der Prädiktion basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell

in Abbildung 5.3 durch ein grünes Rechteck markiert. Im Allgemeinen können diese sich ergebenden Abtastwerte sowohl im Empfänger bekannt sein als auch im Empfänger unbekannt sein. Dies ist auch in Abbildung 5.3 zu erkennen, denn die prädizierten Abtastwerte überlappen sich teilweise mit den bekannten Abtastwerten. Das Ziel der Prädiktion besteht darin, unbekannte Abtastwerte zu berechnen. Nachdem Abtastwerte berechnet wurden, kann die in Abbildung 5.3 markierte Filtermaske verschoben werden, sodass sich neue Abtastwerte ergeben. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis alle interessierenden, unbekannten Abtastwerte prädiziert wurden. Dabei können auch zuvor prädizierte Abtastwerte in die Prädiktion für weitere Abtastwerte mit einbezogen werden. Somit lassen sich basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell alle unbekannten Abtastwerte im Empfänger prädizieren. Es müssen lediglich die Filter entsprechend gewählt werden.

Im Folgenden werden zwei verschiedene Ansätze zum Einstellen der Filter untersucht. Der erste Ansatz besteht darin, lediglich einen einzigen Vektor  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}$  mit den Filterkoeffizienten für die Prädiktion einzusetzen. Das bedeutet, dass sowohl die Filterordnung  $P \cdot Q$  als auch die Prädiktionsweiten  $\Delta w$  und  $\Delta v$  konstant sind. In Abhängigkeit von den gewählten Werten für  $\Delta w$  und  $\Delta v$ , in Abhängigkeit von der Filterordnung  $P \cdot Q$ und in Abhängigkeit von der Anzahl  $W \cdot V$  an bekannten Abtastwerten pro SISO- Subkanal lässt sich lediglich eine begrenzte Anzahl an unbekannten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen für jeden SISO-Subkanal mit nur einer Iteration prädizieren. Um mehr Abtastwerte zu prädizieren, kann die Prädiktion iterativ fortgesetzt werden, indem die zuvor prädizierten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen als bekannte Abtastwerte betrachtet werden. Anschließend können diese prädizierten Abtastwerte genutzt werden, um weitere Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen zu prädizieren. Der Vorteil dieses Ansatzes besteht darin, dass lediglich ein Vektor mit den Filterkoeffizienten geschätzt werden muss. Der Nachteil dieses Ansatzes besteht darin, dass Fehler bei der Prädiktion sich fortpflanzen.

Der zweite Ansatz besteht darin, verschiedene Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v}$  mit den Filterkoeffizienten einzusetzen, wobei angenommen wird, dass die Filterordnung  $P \cdot Q$  konstant bleibt. Das bedeutet, dass die Prädiktionsweiten  $\Delta w$  und  $\Delta v$  unterschiedliche Werte annehmen. Somit begrenzt lediglich die Anzahl an verschiedenen Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v}$  mit unterschiedlichen Werten für  $\Delta w$  und  $\Delta v$  die Anzahl an prädizierbaren Abtastwerten, ohne dass die Prädiktion iterativ fortgesetzt werden muss. Der Vorteil dieses Ansatzes besteht darin, dass es im Allgemeinen nicht notwendig ist, die Prädiktion iterativ fortzusetzen, sodass das Problem der Fehlerfortpflanzung nicht auftritt. Der Nachteil dieses Ansatzes besteht darin, dass viele Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v}$  mit unterschiedlichen Werten für  $\Delta w$  und  $\Delta v$  geschätzt werden müssen. Insbesondere beim Einsatz der Kovarianzmethode sind jedoch die maximalen Werte für  $\Delta w$  und  $\Delta v$  begrenzt. Dementsprechend ist es auch bei diesem zweiten Ansatz unter Umständen notwendig, die Prädiktion iterativ fortzusetzen, und somit kann auch bei diesem zweiten Ansatz das Problem der Fehlerfortpflanzung auftreten.

Zunächst wird auf den ersten Ansatz eingegangen. Das bedeutet, dass ausgehend von einem einzigen Vektor  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v}$  und ausgehend von bekannten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen, unbekannte Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen prädiziert werden. Auf das Schätzen der Filterkoeffizienten wurde bereits in Abschnitt 4.3 eingegangen, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Filterkoeffizienten bekannt sind. Es wird vorausgesetzt, dass W Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion zwischen der m-ten Empfangsantenne und der n-ten Sendeantenne in Frequenzrichtung pro Zeitindex bekannt sind. Insgesamt existieren V Zeitindizes, sodass  $W \cdot V$  Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion bekannt sind. Die Filterordnung beträgt  $P \cdot Q$ . Das bedeutet, dass für Q aufeinanderfolgende Zeitindizes jeweils P zusammenhängende Abtastwerte linear kombiniert werden, um einen prädizierten Abtastwert zu berechnen. Dabei muss gewährleistet sein, dass

$$P \le W \tag{5.27a}$$

$$Q \le V \tag{5.27b}$$

gilt. Falls P größer als die Anzahl W an bekannten Abtastwerten in Frequenzrichtung wäre, würden mehr Abtastwerte in Frequenzrichtung in die Berechnung mit eingehen, als bekannte Abtastwerte in Frequenzrichtung vorhanden sind. Analog lässt sich argumentieren, dass Q nicht größer sein darf als die Anzahl V an bekannten Abtastwerten in Zeitrichtung. Dies lässt sich auch an Abbildung 5.3 erkennen, denn die Filtermaske würde über den Bereich der bekannten Abtastwerte hinausragen. Mit diesen Voraussetzungen (5.27a) und (5.27b) lassen sich maximal  $(W - P + 1) \cdot (V - Q + 1)$  Abtastwerte prädizieren. Dabei werden pro Zeitindex maximal (W - P + 1) Abtastwerte in Frequenzrichtung prädiziert. Dies lässt sich ebenfalls an Abbildung 5.3 erkennen. Die Filtermaske wird innerhalb des bekannten Bereichs verschoben. Insgesamt existieren (W - P + 1) Möglichkeiten die Filtermaske entlang der Frequenzrichtung zu platzieren.

Ausgehend vom filterbasierten Kanalmodell (4.1) ergeben sich die prädizierten Abtastwerte für einen SISO-Subkanal zu

$$\begin{pmatrix} \underline{H}^{(m,n)}_{-\frac{W-1}{2}+P-1+\Delta w,Q-1+\Delta v} \\ \vdots \\ \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2}+\Delta w,Q-1+\Delta v} \\ \vdots \\ \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2}+\Delta w,V-1+\Delta v} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \underline{H}^{(m,n)}_{-\frac{W-1}{2}+P-1,Q-1} & \cdots & \underline{H}^{(m,n)}_{-\frac{W-1}{2},Q-1} & \cdots & \underline{H}^{(m,n)}_{-\frac{W-1}{2},Q-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2},Q-1} & \cdots & \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2}-P+1,Q-1} & \cdots & \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2}-P+1,0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2},V-1} & \cdots & \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2}-P+1,V-1} & \cdots & \underline{H}^{(m,n)}_{\frac{W-1}{2}-P+1,V-1-(Q-1)} \end{pmatrix} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}.(5.28)$$

Gleichung (5.28) fasst sämtliche prädizierbaren Abtastwerte für einen SISO-Subkanal zusammen. Eine Erweiterung auf alle  $M \cdot N$  SISO-Subkanäle ist in trivialer Weise möglich. Jedoch können auch alle SISO-Subkanäle nacheinander prädiziert werden, ohne dass sich das Prädiktionsergebnis ändert. Das Ausnutzen der Abhängigkeiten zwischen den SISO-Subkanälen erfolgte bereits beim Schätzen der Filterkoeffizienten, sodass trotz der Separierbarkeit des Prädiktionsvorgangs ein Gewinn in MIMO-Systemen gegenüber SISO-Systemen erwartet wird.

Zum Verdeutlichen, welche Abtastwerte bei der Linearkombination zusammengefasst werden, ist in Gleichung (5.29) ein Beispiel aufgeführt, wobei die Werte W = 5, P = 3,

 $V = 3, Q = 2, \Delta w = 1$  und  $\Delta v = 1$  angenommen wurden

$$\begin{pmatrix} \underline{H}_{1,2}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{3,2}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{3,2}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{1,3}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{2,3}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{3,3}^{(m,n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{0,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{-2,0}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,0}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{2,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{2,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,0}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{0,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{-2,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,1}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{1,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{-1,1}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,2}^{(m,n)} & \underline{H}_{2,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,1}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,1}^{(m,n)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{1,2}^{(2,2)} & \underline{H}_{0,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(1,1)} & \underline{H}_{0,1}^{(1,1)} \\ \underline{H}_{1,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{1,2}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{1,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,1}^{(2,1)} \\ \underline{H}_{2,2}^{(2,1)} & \underline{H}_{2,2$$

Bei diesem Beispiel ist zu erkennen, dass die ersten beiden prädizierten Abtastwerte  $\underline{H}_{1,2}^{(m,n)}$  und  $\underline{H}_{2,2}^{(m,n)}$  nicht prädiziert werden müssen, da diese im als bekannt vorausgesetzten Bereich liegen, sodass effektiv vier Abtastwerte prädiziert werden können. Um mehr als diese vier Abtastwerte zu prädizieren, kann der Vorgang iterativ fortgesetzt werden. Dabei werden die zuvor prädizierten Abtastwerte als bekannte Abtastwerte für die nächste Iteration verwendet. In dem gezeigten Beispiel kann jedoch nur ein weiterer Abtastwert prädiziert werden

$$\underline{H}_{4,4}^{(m,n)} = \left(\underline{H}_{0,1}^{(m,n)} \quad \underline{H}_{-1,1}^{(m,n)} \quad \underline{H}_{-2,1}^{(m,n)} \quad \underline{H}_{0,0}^{(m,n)} \quad \underline{H}_{-1,0}^{(m,n)} \quad \underline{H}_{-2,0}^{(m,n)}\right) \cdot \underline{\mathbf{p}}_{1,1}.$$
(5.30)

Nachdem dieser Abtastwert prädiziert wurde, kann das Verfahren nicht iterativ fortgesetzt werden, da nicht mehr drei zusammenhängende Abtastwerte in Frequenzrichtung für zwei aufeinanderfolgende Zeitindizes vorhanden sind, die nicht bereits genutzt wurden. In Abbildung 5.4 ist dieses Beispiel (5.29) dargestellt, wobei die Filtermaske aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit dargestellt ist. Es sind die  $W \cdot V = 15$  bekannten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion dargestellt und durch einen blauen Hintergrund markiert. Des Weiteren sind die prädizierten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion dargestellt und durch einen grünen Hintergrund markiert. Ausgehend von den  $W \cdot V = 15$  bekannten Abtastwerten können  $(W - P + 1) \cdot (V - Q + 1) = 6$ Abtastwerte während der ersten Iteration prädiziert werden, wovon zwei Abtastwerte im bekannten Bereich liegen. Während der zweiten Iteration kann nur noch ein Abtastwert prädiziert werden. Falls noch mehr Abtastwerte prädiziert werden sollen, so müssen weitere Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}$ mit den Filterkoeffizienten mit geänderten Werten für  $\Delta w$  und  $\Delta v$  geschätzt werden. Falls die Werte für P und Q nicht geändert werden, sondern lediglich die Werte für  $\Delta w$  und  $\Delta v$ , so ist es dennoch nicht möglich, sämtliche Abtastwerte zu prädizieren. Falls für das beschriebene Beispiel der Abtastwert  $\underline{H}_{3,0}^{(m,n)}$  prädiziert werden soll, was einer reinen Frequenzprädiktion für den ersten Zeitindex entspricht, ist es naheliegend  $\Delta v = 0$  und  $\Delta w = 1$  zu setzen. Damit würde sich ausgehend vom filterbasierten Kanalmodell (4.1)

$$\underline{H}_{3,0}^{(m,n)} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{2,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,0}^{(m,n)} & \underline{H}_{2,-1}^{(m,n)} & \underline{H}_{1,-1}^{(m,n)} & \underline{H}_{0,-1}^{(m,n)} \end{pmatrix} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{1,0}$$
(5.31)

ergeben. Offensichtlich ist es nicht möglich Gleichung (5.31) zu lösen, denn es werden Abtastwerte zum Zeitindex v = -1 benötigt. Diese Abtastwerte sind jedoch nicht bekannt, denn es sind nur Abtastwerte für  $v = 0 \dots V - 1$  bekannt. Dessen ungeachtet



Abbildung 5.4. Abbildung zum Beispiel (5.29)

können auch bei der gemeinsamen Prädiktion im Allgemeinen sämtliche Abtastwerte prädiziert werden. Eine Möglichkeit besteht darin, in einem ersten Schritt Q = 1,  $\Delta v = 0$ ,  $\Delta w = 1$  und P auf einen Wert  $\geq D$  zu setzen, sodass alle gesuchten Abtastwerte in Frequenzrichtung iterativ prädiziert werden können. In einem zweiten Schritt wird P = 1,  $\Delta w = 0$  und  $\Delta v = 1$  gesetzt und Q wird auf einen Wert  $\geq D$  gesetzt, sodass alle gesuchten Abtastwerte in Zeitrichtung iterativ prädiziert werden können. Das bedeutet, dass basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell durchaus alle unbekannten Abtastwerte prädiziert werden können. Es müssen lediglich die Filter entsprechend gewählt werden.

Die beschriebene Vorgehensweise zwei unterschiedliche Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}$  einzusetzen, wobei entweder  $\Delta w$  oder  $\Delta v$  auf 0 gesetzt wird, unterscheidet sich signifikant von der im nächsten Abschnitt 5.3.2 vorgestellten separaten und unabhängigen Prädiktion in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung. Denn bei der gemeinsamen Prädiktion erfolgt sowohl das Schätzen der Filterkoeffizienten als auch das Prädizieren der Abtastwerte nicht für alle Frequenzindizes beziehungsweise für alle Zeitindizes unabhängig voneinander. Es wird zwar zunächst in Frequenzrichtung und anschließend in Zeitrichtung prädiziert, jedoch wird beim Schätzen der Filterkoeffizienten der Einfluss aller bekannten Abtastwerte gemeinsam berücksichtigt.

Bisher wurde die Prädiktion hauptsächlich basierend auf konstanten Werten für  $\Delta w$ und  $\Delta v$  mit anschließender Iteration untersucht. Lediglich bei dem zuvor erwähnten Problem wurden zwei verschiedene Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}$  eingesetzt. Im Folgenden wird der bereits erwähnte zweiten Ansatz untersucht. Das bedeutet, dass zur Prädiktion viele verschiedene Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w, \Delta v}$  mit unterschiedlichen Werten für  $\Delta w$  und  $\Delta v$  eingesetzt werden, wobei die Filterordnung  $P \cdot Q$  als konstant angenommen wird, sodass die Prädiktion im Allgemeinen nicht iterativ fortgesetzt werden muss, um alle Abtastwerte zu prädizieren. Ausgehend von der Erweiterung des filterbasierten Kanalmodells (4.1) auf die Vektor-Matrix-Notation (4.28) ergeben sich die prädizierten Abtastwerte zu

$$\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{p}} = \underline{\mathbf{W}}_{0} \cdot \underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}}.$$
(5.32)

Hierbei muss sichergestellt sein, dass alle Elemente des Vektors  $\underline{\mathbf{h}}_{\mathbf{b}}$  bekannt sind. Eine Begrenzung der maximalen Anzahl an prädizierbaren Abtastwerten existiert im Allgemeinen nicht. Allerdings muss die Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_0$  bekannt sein. Die Anzahl der Zeilen der Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_{0}$  entspricht der Anzahl prädizierbarer Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen. Beim Schätzen dieser Matrix ist abhängig vom Verfahren, die maximale Anzahl der Zeilen, die geschätzt werden können begrenzt, somit ist auch die maximale Anzahl an prädizierbaren Abtastwerten begrenzt. So ist beim Einsatz der Kovarianzmethode die maximale Anzahl der Zeilen der Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_0$  begrenzt, so wie es in Abschnitt 4.3.2 beschrieben wurde. Dennoch kann die Kovarianzmethode eingesetzt werden, um  $\underline{\mathbf{W}}_{0}$  zu schätzen. Das eingesetzte Schätzverfahren hat natürlich Einfluss auf die Prädiktion. Der optimale Schätzer im Sinne der Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers ist der Wiener-Schätzer. In Abschnitt 4.3.3 wurde gezeigt, dass die optimale Schätzmatrix nicht die Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_0$  ist. Die optimale Schätzmatrix  $\underline{\mathbf{W}}$  ergibt sich wie in (4.34) gezeigt, wobei diese Matrix im Allgemeinen voll besetzt ist und die Anzahl der Zeilen der Matrix W ist nicht begrenzt. Es müssen lediglich die Korrelationsmatrizen bekannt sein. Das bedeutet, dass sich die prädizierten Abtastwerte beim Einsatz des Wiener-Filters zu

$$\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{p}} = \underline{\mathbf{W}} \cdot \underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{b}} \tag{5.33}$$

ergeben, wobei im rauschfreien Fall die Matrix  $\underline{\mathbf{W}}$  und die Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_0$  identisch sind. Auch bei der Prädiktion basierend auf verschiedenen Werten für  $\Delta w$  und  $\Delta v$  ist ein iteratives Fortsetzen der Prädiktion möglich, falls die zu prädizierenden Abtastwerte nicht in einem Schritt mit der Matrix  $\underline{\mathbf{W}}$  beziehungsweise mit der Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_0$  prädiziert werden können. Dabei ist wieder darauf zu achten, dass die Prädiktion unter Umständen nicht iterativ fortgesetzt werden kann, so wie es bereits zuvor in diesem Abschnitt beschrieben wurde.

Zum Prädizieren der Kanalmatrix ergibt sich folgender Ablauf.

1. Schätzen der Kanalmatrix  $\underline{\mathbf{H}}(f_0)$  im Empfänger. Dies kann beispielsweise basierend auf a priori bekannten Trainingssignalen, so wie es in Abschnitt 2.3 beschrieben wurde geschehen.

- Schätzen der Filterkoeffizienten. Dies kann beispielsweise mit den in Abschnitt 4.3 beschriebenen Verfahren erfolgen.
- 3. Prädizieren der Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen basierend auf (5.28) oder basierend auf (5.32) oder basierend auf (5.33).
- 4. Gegebenenfalls die Prädiktion iterativ fortsetzen.

#### 5.3.2 Separates Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Frequenz- und Zeitrichtung

Im letzten Abschnitt wurde das gemeinsame Prädizieren der Kanalzustandsinformationen in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell untersucht. In realen Systemen kann es vorkommen, dass lediglich in Frequenzrichtung oder lediglich in Zeitrichtung prädiziert werden muss. In diesen Fällen vereinfacht sich die Prädiktion. Im Gegensatz zu Abschnitt 5.2.2, in dem auf das separate Prädizieren der Kanalzustandsinformationen zeitvarianter und frequenzselektiver Kanäle eingegangen wurde, wird in diesem Abschnitt das separate prädizieren entweder für nicht frequenzselektive Kanäle, oder für nicht zeitvariante Kanäle untersucht. Eine Erweiterung des separaten Prädizierens zeitvarianter und frequenzselektiver Kanäle ist in trivialer Weise möglich, indem das Prädizieren in Frequenzrichtung für alle relevanten Zeitindizes und das Prädizieren in Zeitrichtung für alle relevanten Frequenzindizes unabhängig voneinander durchgeführt wird.

Zunächst wird auf eine reine Zeitprädiktion eingegangen. Es wird vorausgesetzt, dass V Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion zwischen der m-ten Empfangsantenne und der n-ten Sendeantenne bekannt sind. Die Filterordnung beträgt Q, wobei sichergestellt werden muss, dass die Filterordnung maximal der Anzahl an bekannten Abtastwerten entspricht. Mit diesen Voraussetzungen lassen sich maximal (V - Q + 1) Abtastwerte prädizieren, so wie es im letzten Abschnitt bereits für die gemeinsame Prädiktion in Frequenz- und Zeitrichtung gezeigt wurde. Ausgehend von dem filterbasierten Kanalmodell eines nicht frequenzselektiven Kanals (4.5), ergeben sich die prädizierten Abtastwerte für einen SISO-Subkanal zu

$$\begin{pmatrix} \underline{H}_{Q-1+\Delta v}^{(m,n)} \\ \vdots \\ \underline{H}_{V-1+\Delta v}^{(m,n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{Q-1}^{(m,n)} & \dots & \underline{H}_{0}^{(m,n)} \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{H}_{V-1}^{(m,n)} & \dots & \underline{H}_{V-1-(Q-1)}^{(m,n)} \end{pmatrix} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{t,\Delta v}.$$
 (5.34)

In Abbildung 5.5 ist dies schematisch dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass von den maximal (V - Q + 1) prädizierbaren Abtastwerten wiederum einige Abtastwerte



Abbildung 5.5. Prädiktion in Zeitrichtung basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell

möglicherweise im als bekannt vorausgesetzten Bereich liegen, sodass die tatsächliche Anzahl an prädizierbaren Abtastwerten geringer ist. In jedem Fall lässt sich jedoch mindestens ein Abtastwert prädizieren. Falls mehr Abtastwerte prädiziert werden sollen, so kann das Verfahren wieder iterativ fortgesetzt werden. Falls  $\Delta v$  jedoch zu groß gewählt wurde, so ist unter Umständen eine iterative Fortsetzung nicht möglich. In diesem Fall muss ein kleinerer Wert für  $\Delta v$  gewählt werden. Falls  $\Delta v = 1$  gewählt wurde, so ist eine iterative Fortsetzung in jedem Fall möglich.

Mathematisch analog verhält es sich bei der reinen Frequenzprädiktion. Ausgehend von dem filterbasierten Kanalmodell eines nicht zeitvarianten Kanals (4.3), ergeben sich die prädizierten Abtastwerte für einen SISO-Subkanal zu

$$\begin{pmatrix} \underline{H}_{-\frac{W-1}{2}+P-1+\Delta w}^{(m,n)} \\ \vdots \\ \underline{H}_{\frac{W-1}{2}+\Delta w}^{(m,n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{-\frac{W-1}{2}+P-1}^{(m,n)} & \cdots & \underline{H}_{-\frac{W-1}{2}}^{(m,n)} \\ \vdots & \vdots \\ \underline{H}_{\frac{W-1}{2}}^{(m,n)} & \cdots & \underline{H}_{\frac{W-1}{2}-P+1}^{(m,n)} \end{pmatrix} \cdot \underline{\mathbf{p}}_{\mathbf{f},\Delta w}.$$
(5.35)

Falls kein Rauschen vorhanden ist, sodass die Abtastwerte und die Filterkoeffizienten perfekt bekannt sind, so ist das Ergebnis der Prädiktion bei der gemeinsamen Prädiktion in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung und bei der separaten Prädiktion in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung fehlerfrei möglich. Das bedeutet, dass zum Prädizieren des  $(w + \Delta w, v + \Delta v)$ -ten Abtastwertes der Kanalübertragungsfunktion entweder

zunächst in Frequenzrichtung und anschließend in Zeitrichtung oder zunächst in Zeitrichtung und anschließend in Frequenzrichtung oder gemeinsam in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung prädiziert werden kann. Da in realen Systemen immer Rauschen vorhanden ist, sind weder die Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen noch die Filterkoeffizienten perfekt bekannt. Aus diesem Grund wird erwartet, dass ein separates Prädizieren zu schlechteren Ergebnissen im Sinne des mittleren quadratischen Fehlers führt als ein gemeinsames Prädizieren. Beim Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf den pfadspezifischen Parametern der elektromagnetischen Wellen beispielsweise kann angenommen werden, dass die Qualität der geschätzten Dopplerfrequenzen bei einem nicht frequenzselektiven Kanal schlechter ist, als bei einem frequenzselektiven Kanal. Dies kann damit begründet werden, dass bei einem frequenzselektiven Kanal mehr Informationen über den Kanal zum Schätzen der Dopplerfrequenzen zur Verfügung stehen. Analoges gilt für das Schätzen der Laufzeiten der elektromagnetischen Wellen. Falls die Kovarianzmethode zum Einsatz kommt, so wird im Falle eines nicht frequenzselektiven Kanals die Qualität der geschätzten Filterkoeffizienten schlechter sein, da die Dimension der Matrix (4.22) kleiner ist und somit weniger Informationen zum Schätzen der Filterkoeffizienten zur Verfügung stehen. Beim Wiener-Filter werden die Korrelationen zwischen den bekannten und den zu prädizierenden Kanalübertragungsfunktionen ausgenutzt. Falls eine reine Zeitprädiktion der Kanalübertragungsfunktionen für einen festen Frequenzindex erfolgt, werden die Korrelationen über die Frequenz nicht ausgenutzt. Falls eine reine Frequenzprädiktion der Kanalübertragungsfunktionen für einen festen Zeitindex erfolgt, werden die zeitlichen Korrelationen nicht ausgenutzt.

Bei (5.34) und (5.35) wurde von einem festen Wert für  $\Delta v$  oder  $\Delta w$  ausgegangen. Es ist auch möglich, eine reine Zeitprädiktion, beziehungsweise eine reine Frequenzprädiktion durchzuführen, wobei wiederum die Vektor-Matrix-Notation (4.28) zugrunde gelegt wird. In diesem Fall sind lediglich die Dimensionen der Vektoren  $\underline{\mathbf{h}}_{p}$  und  $\underline{\mathbf{h}}_{b}$  und die Dimension der Matrix  $\underline{\mathbf{W}}_{0}$  beziehungsweise der Matrix  $\underline{\mathbf{W}}$  entsprechend kleiner, da nur die Abtastwerte für einen Zeitindex, beziehungsweise nur für einen Frequenzindex betrachtet werden.

# Kapitel 6

# Untersuchung der Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken

#### 6.1 Definition der Gütekriterien

Zum Beurteilen der Performanz der untersuchten Prädiktionstechniken müssen geeignete Gütekriterien definiert werden. Dabei ist es vorteilhaft zu wissen, für welches Anwendungsgebiet die prädizierten Kanalübertragungsfunktionen eingesetzt werden sollen. Falls beispielsweise eine Leistungsallokation durchgeführt werden soll, ist nur das Betragsquadrat der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen relevant [Pal09, ASW10]. Falls hingegen Vorcodierungsverfahren [Fis02] eingesetzt werden sollen, wie zum Beispiel der Tomlinson-Harashima Vorcodierer [Tom71, HM72], der Zero-Forcing Vorcodierer [Wei11, Höh11] oder Verfahren basierend auf der Singulärwertzerlegung [PAL06], sind die komplexwertigen Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen relevant. Es bietet sich an, den mittleren quadratischen Fehler (engl. <u>mean-square-error</u>, MSE) zwischen den tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen zu untersuchen. Mit tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen sind im Rahmen der vorliegenden Arbeit die mit dem VNA gemessenen beziehungsweise die synthetisch generierten Kanalübertragungsfunktionen gemeint. Es wäre ebenfalls möglich, den MSE zwischen dem Betrag der tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen und dem Betrag der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen zu berechnen. Jedoch wird dies im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht näher untersucht. Der MSE zwischen den tatsächlichen, komplexwertigen Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten, komplexwertigen Kanalübertragungsfunktionen stellt eine obere Schranke für den MSE zwischen dem Betrag der tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen und dem Betrag der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen dar. Falls lediglich der Betrag der Kanalübertragungsfunktionen relevant ist, so ist der MSE zwischen dem Betrag der tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen und dem Betrag der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen maximal genauso groß, wie der MSE zwischen den tatsächlichen, komplexwertigen Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten, komplexwertigen Kanalübertragungsfunktionen. Um auch quantitative Aussagen zur Performanz machen zu können, ist eine geeignete Normierung des MSE angebracht. Ohne eine Normierung hängt der MSE von der Dämpfung des Kanals ab. Dennoch können die verschiedenen Prädiktionstechniken durchaus miteinander verglichen werden, indem absolute Aussagen über die Performanz getroffen werden. Es sind jedoch keine relativen Aussagen über die Performanz der einzelnen Prädiktionstechniken möglich. Um relative Aussagen treffen zu können, ist es sinnvoll den MSE in Relation zur Grundübertragungsdämpfung des Kanals zu betrachten.

Allerdings sind der MSE und der normierte MSE nicht immer geeignete Gütekriterien. Falls die prädizierten Kanalübertragungsfunktionen beispielsweise lediglich einen Skalierungsfehler beinhalten, so führt dies auf einen möglicherweise sehr großen normierten MSE, jedoch hat ein Skalierungsfehler keinen Einfluss auf zum Beispiel Beamforming Verfahren. Falls die prädizierten Kanalübertragungsfunktionen für Beamforming Verfahren eingesetzt werden sollen, könnte untersucht werden, wie viel Empfangsenergie sich beim Verwenden der tatsächlichen, senderseitigen Kanalkenntnis ergibt und wie viel Empfangsenergie sich beim Verwenden der prädizierten senderseitigen Kanalkenntnis ergibt. Anschließend wird untersucht, wie groß der Verlust an Empfangsenergie beim Verwenden der prädizierten senderseitigen Kanalkenntnis verglichen mit dem Verwenden der tatsächlichen, senderseitigen Kanalkenntnis ist. Ein weiteres sinnvolles Gütekriterium könnte in diesem Fall basierend auf den Eigenwerten und den Eigenvektoren der Kanalkorrelationsmatrix definiert werden. Bei einem Skalierungsfehler verändern sich die Eigenvektoren der Kanalkorrelationsmatrix nicht, lediglich die Eigenwerte verändern sich infolge eines Skalierungsfehlers. Trotzdem werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich der normierte MSE und der nicht normierte MSE als Gütekriterien verwendet, da sich mithilfe dieser beiden Gütekriterien im Allgemeinen sinnvolle Aussagen über die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken treffen lassen können. Bei einer Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion berechnet sich der quadratische Fehler gemittelt über alle SISO-Subkanäle für eine Realisierung des MIMO-Kanals zu

$$f_{w+\Delta w,v+\Delta v} = \frac{1}{M \cdot N} \cdot \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} - \underline{\hat{H}}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} \right|^2, \tag{6.1}$$

wobei  $\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}$  der tatsächliche Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne ist und  $\underline{\hat{H}}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}$  ist der prädizierte Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwischen der *m*-ten Empfangsantenne und der *n*-ten Sendeantenne. Falls der  $(w + \Delta w, v + \Delta v)$ -te Abtastwert im bekannten Bereich der Kanalübertragungsfunktionen liegt, so ist es nicht notwendig den MSE zu berechnen, da dieser bekannte Abtastwert nicht prädiziert werden muss, obwohl dies auch möglich ist. Denn mithilfe von Prädiktionstechniken ist es ebenfalls möglich, das Rauschen im bekannten Bereich der Kanalübertragungsfunktionen zu reduzieren. Falls die Prädiktionstechniken zur Rauschunterdrückung eingesetzt werden sollen, so ist es notwendig, den MSE auch im bekannten Bereich zu berechnen. Jedoch wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht auf die Möglichkeit der Rauschreduktion im bekannten Bereich eingegangen. Der MSE (6.1) kann in Abhängigkeit von  $\Delta w$  und  $\Delta v$  angegeben werden. Intuitiver ist es jedoch, den MSE nicht in Abhängigkeit von der Prädiktionsweite  $\Delta w$  in Frequenzrichtung anzugeben, sondern den MSE in Abhängigkeit von der absoluten Frequenz  $\nu$  anzugeben. Die Frequenz  $\nu$  wurde in Abschnitt 3.1 eingeführt. Auf diese Weise kann der sich ergebende MSE direkt für eine Frequenz im Bandpassbereich betrachtet werden. Weiterhin ist es nicht intuitiv den MSE in Abhängigkeit von der Prädiktionsweite  $\Delta v$  anzugeben. Entweder sollte der MSE in Abhängigkeit von  $\Delta t$  angegeben werden, da in TDD Systemen ein  $\Delta t$  zwischen der Aufwärtsstrecke und der Abwärtsstrecke existiert oder der MSE sollte in Abhängigkeit von dem zurückgelegten Weg  $\Delta x$ , normiert auf die Wellenlänge  $\lambda$ 

$$\Delta \tilde{x} = \frac{\Delta x}{\lambda} \tag{6.2}$$

angegeben werden. Hierbei ist  $\Delta x$  der zurückgelegte Weg in der Zeitspanne von 0 bis  $t_{\max} + T \cdot \Delta v$ , wobei der Bereich von 0 bis  $t_{\max}$  dem bekannten Bereich entspricht und der Bereich von 0 bis  $t_{\max} + T \cdot \Delta v$  dem bekannten Bereich und dem prädizierten Bereich entspricht. Im Folgenden wird der MSE in Abhängigkeit von  $\Delta \tilde{x}$  und nicht in Abhängigkeit von  $\Delta t$  angegeben, da die Geschwindigkeit, mit der sich beispielsweise die MS fortbewegt, signifikanten Einfluss auf die Korrelationsdauer des Kanals besitzt. Eine sich langsam fortbewegende MS führt dementsprechend auf einen kleineren MSE bei einer bestimmten Prädiktionsweite  $\Delta t$ , als eine sich schneller fortbewegende MS unter ansonsten identischen Bedingungen.

Bei einer reinen Frequenzprädiktion wird der MSE (6.1) nicht in Abhängigkeit von den Prädiktionsweiten  $\Delta v$  und  $\Delta w$  berechnet. Typischerweise interessiert lediglich der Fehler zum aktuellen Zeitpunkt v = V - 1, sodass der MSE lediglich in Abhängigkeit von der Prädiktionsweite  $\Delta w$  in Frequenzrichtung berechnet wird. Damit ergibt sich

$$f_{w+\Delta w} = \frac{1}{M \cdot N} \cdot \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w+\Delta w, v=V-1}^{(m,n)} - \underline{\hat{H}}_{w+\Delta w, v=V-1}^{(m,n)} \right|^{2}.$$
 (6.3)

Zum Beurteilen der Qualität der zu untersuchenden Prädiktionstechniken kann zusätzlich der MSE beim Einsatz der Prädiktionstechnik, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit als OHNE bezeichnet wird, berechnet werden. Beim OHNE Ansatz ergibt sich ein prädizierter Abtastwert zu

$$\underline{\hat{H}}_{w+\Delta w,v=V-1}^{(m,n)} = \underline{H}_{w=W',v=V-1}^{(m,n)}.$$
(6.4)

Hierbei entspricht  $\underline{H}_{w=W',v=V-1}^{(m,n)}$  dem bekannten Abtastwert in Frequenzrichtung, der den kleinsten Abstand im Frequenzbereich zu den zu prädizierenden Abtastwerten  $\underline{\hat{H}}_{w+\Delta w,v=V-1}^{(m,n)}$  besitzt. Je nachdem, ob  $\Delta w$  positiv oder negativ ist gilt dementsprechend

$$W' = -\frac{W-1}{2}$$
(6.5)
oder

$$W' = \frac{W-1}{2}.$$
 (6.6)

Das bedeutet, dass beim OHNE Ansatz

$$\tilde{f}_{w+\Delta w} = \frac{1}{M \cdot N} \cdot \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w+\Delta w, v=V-1}^{(m,n)} - \underline{H}_{w=W', v=V-1}^{(m,n)} \right|^2$$
(6.7)

berechnet wird.

Bei einer reinen Zeitprädiktion wird der MSE (6.1) ebenfalls nicht in Abhängigkeit von den Prädiktionsweiten  $\Delta v$  und  $\Delta w$  berechnet. Der MSE wird lediglich in Abhängigkeit von der Prädiktionsweite  $\Delta v$  in Zeitrichtung berechnet, jedoch wird dabei typischerweise über alle Frequenzen gemittelt. Damit ergibt sich

$$f_{v+\Delta v} = \frac{1}{M \cdot N \cdot W} \cdot \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w,v+\Delta v}^{(m,n)} - \underline{\hat{H}}_{w,v+\Delta v}^{(m,n)} \right|^2.$$
(6.8)

Zum Beurteilen der Qualität der Prädiktion kann zusätzlich der MSE beim OHNE Ansatz berechnet werden, wobei sich ein prädizierte Abtastwert beim OHNE Ansatz zu

$$\underline{\hat{H}}_{w,v+\Delta v}^{(m,n)} = \underline{H}_{w,v=V-1}^{(m,n)}$$
(6.9)

ergibt. Das bedeutet, dass beim OHNE Ansatz

$$\tilde{f}_{v+\Delta v} = \frac{1}{M \cdot N \cdot W} \cdot \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w,v+\Delta v}^{(m,n)} - \underline{H}_{w,v=V-1}^{(m,n)} \right|^2$$
(6.10)

berechnet wird, wobei  $\underline{H}_{w,v=V-1}^{(m,n)}$  dem zeitlich aktuellsten Abtastwert entspricht, der bekannt ist. Das bedeutet, dass keine Prädiktion durchgeführt wird und es wird der zuletzt bekannte Abtastwert der Kanalübertragungsfunktionen für alle weiteren Zeitpunkte verwendet.

Bisher wurde lediglich der nicht normierte MSE eingeführt. In realen Systemen interessiert jedoch oftmals der MSE zwischen den tatsächlichen, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen, normiert auf die mittlere Energie der tatsächlichen, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen. Um die mittlere Energie der tatsächlichen, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen zu bestimmen, muss der Erwartungswert des Betragsquadrats der Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktionen bestimmt werden. Da lediglich eine begrenzte Anzahl an Abtastwerten vorhanden ist, wird das Betragsquadrat über alle vorhandenen Abtastwerte gemittelt, um die mittlere Energie zu schätzen. Der normierte MSE wird für jeden Zeitpunkt separat betrachtet. Eine Mittelung über alle Zeitpunkte ist typischerweise nicht sinnvoll, da anderenfalls die Entwicklung des normierten MSE nicht über die Zeit betrachtet werden könnte. Damit ergibt sich der normierte MSE zu

$$f_{n,w+\Delta w,v+\Delta v} = \frac{\frac{1}{M \cdot N \cdot W} \cdot \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} - \underline{\hat{H}}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} \right|^{2}}{\frac{1}{M \cdot N \cdot W \cdot V} \cdot \sum_{v=0}^{V-1} \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} \right|^{2}}.$$
 (6.11)

Das bedeutet, es wird für jeden Zeitpunkt der MSE zwischen den tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen bei der Mittenfrequenz  $f_0 + F \cdot \Delta w$  berechnet. Die Bandbreite der tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen und die Bandbreite der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen beträgt jeweils  $B = F \cdot W$ , das bedeutet, dass die Bandbreite in Folge der Prädiktion nicht verändert wird, so wie es in Abschnitt 5.2.1 beschrieben wurde. Zum Beurteilen der Qualität der Prädiktion kann zusätzlich der MSE beim OHNE Ansatz

$$\tilde{f}_{n,w+\Delta w,v+\Delta v} = \frac{\frac{1}{M \cdot N \cdot W} \cdot \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} - \underline{H}_{w,v=V-1}^{(m,n)} \right|^2}{\frac{1}{M \cdot N \cdot W \cdot V} \cdot \sum_{v=0}^{V-1} \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{\frac{W-1}{2}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left| \underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)} \right|^2}$$
(6.12)

berechnet werden. Das bedeutet, es wird der MSE zwischen den tatsächlichen, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen bei der Mittenfrequenz  $f_0 + F \cdot \Delta w$  zum Zeitpunkt  $v + \Delta v$  und den tatsächlichen, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen bei der Mittenfrequenz  $f_0$  zum zuletzt bekannten Zeitpunkt v = V - 1 berechnet. Die Bandbreite der tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen und die Bandbreite der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen beträgt wieder jeweils  $B = F \cdot W$ . Dementsprechend ist (6.12) der normierte MSE für den Fall, dass keine Prädiktion durchgeführt wird.

Bei einer reinen Frequenzprädiktion wird in (6.11) und in (6.12)  $\Delta v = 0$  gesetzt und der normierte MSE wird lediglich zum aktuellen Zeitpunkt v = V - 1 betrachtet. Bei einer reinen Zeitprädiktion wird in (6.11) und in (6.12)  $\Delta w = 0$  gesetzt und der normierte MSE wird gemittelt über alle bekannten Frequenzen berechnet.

| Parameter                               | Wert                               |
|---|------------------------------------|
| Anzahl Sendeantennen                    | N=2                                |
| Anzahl Empfangsantennen                 | M = 2                              |
| Abstand der Sendeantennen zueinander    | $d_{\mathrm{Tx}} = 2 \mathrm{cm}$  |
| Abstand der Empfangsantennen zueinander | $d_{\rm Rx} = 3{\rm cm}$           |
| Mittenfrequenz                          | $f_0 = 2,45 \mathrm{GHz}$          |
| Wellenlänge                             | $\lambda\approx 0{,}122\mathrm{m}$ |
| Bandbreite                              | $B = 200 \mathrm{MHz}$             |
| Abtastwerte in Frequenzrichtung         | 51                                 |
| Abtastwerte in Zeitrichtung             | 30                                 |

Tabelle 6.1. Parameter für den synthetisch generierten Funkkanal

# 6.2 Anwenden der Prädiktionsverfahren auf einen synthetisch generierten Funkkanal

### 6.2.1 Beschreibung des synthetisch generierten Funkkanals

Für den synthetisch generierten Funkkanal wurde festgelegt, dass auf beiden Seiten der Übertragungsstrecke ein lineares Antennenarray zum Einsatz kommt. Dies hat zur Folge, dass lediglich Azimutwinkel im Bereich von 0° bis 180° eindeutig geschätzt werden können und es können keine Poldistanzwinkel geschätzt werden [vT02]. Weiterhin wurden die in Tabelle 6.1 aufgeführten Parameter festgelegt. Mit diesen Parametern folgt, dass der Abstand zwischen den beiden Antennen eines Antennenarrays ungefähr einer halben Wellenlänge entspricht. Weiterhin folgt, dass sich der Abtastabstand in Frequenzrichtung mit (3.16) zu

$$F = \frac{200 \cdot 10^6 \,\mathrm{Hz}}{51} \approx 3,92 \,\mathrm{MHz} \tag{6.13}$$

ergibt. Der Abtastabstand in Zeitrichtung ist abhängig von dem gewählten Wert für  $t_{\text{max}}$ . Im Folgenden wird  $t_{\text{max}}$  ohne Einschränkung der Allgemeinheit auf

$$t_{\rm max} = 0.1 \, {\rm s}$$
 (6.14)

gesetzt, sodass sich mit (3.18) ein Abtastabstand in Zeitrichtung von

$$T = \frac{0.1 \,\mathrm{s}}{29} \tag{6.15}$$

| Paramotor  | ${f Ausbreitungspfad}$ |                  |                 |                 |  |  |
|--|------------------------|------------------|-----------------|-----------------|--|--|
|  | d = 1                  | d = 2            | d = 3           | d = 4           |  |  |
| Laufzeit $\tau^{(d)}$  | $2\mathrm{ns}$         | $5\mathrm{ns}$   | $10\mathrm{ns}$ | $14\mathrm{ns}$ |  |  |
| Dopplerfrequenz $f_{\rm d}^{(d)}$                                | $0\mathrm{Hz}$         | $-14\mathrm{Hz}$ | $11\mathrm{Hz}$ | $-8\mathrm{Hz}$ |  |  |
| Einfallsrichtung $\varphi_{\rm Rx}^{(d)}$                        | 0°                     | 63°              | $175^{\circ}$   | 72°             |  |  |
| Einfallsrichtung $\vartheta_{\mathrm{Rx}}^{(d)}$                 | 90°                    | 90°              | 90°             | 90°             |  |  |
| Ausfallsrichtung $\varphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$                   | 73°                    | $34^{\circ}$     | 101°            | 138°            |  |  |
| Ausfallsrichtung $\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$                 | 90°                    | 90°              | 90°             | 90°             |  |  |
| Realteil komplexes Gewicht Re $\{\underline{\alpha}^{(d)}\}$     | -0,469                 | 0,072            | -0,289          | 0,325           |  |  |
| Imaginärteil komplexes Gewicht Im $\{\underline{\alpha}^{(d)}\}$ | 0,469                  | 0,505            | 0,325           | -0,108          |  |  |

Tabelle 6.2. Parameter der elektromagnetischen Wellen

ergibt. Für den synthetisch generierten Funkkanal wurde angenommen, dass D = 4 diskrete Ausbreitungspfade existieren. Die Einfallsrichtungen im Azimut  $\varphi_{\text{Rx}}^{(d)}$  und die Ausfallsrichtungen im Azimut  $\varphi_{\text{Tx}}^{(d)}$  wurden zufällig gewählt. Die Poldistanzwinkel  $\vartheta_{\text{Rx}}^{(d)}$  und  $\vartheta_{\text{Tx}}^{(d)}$  wurden alle fest auf 90° gesetzt. Weiterhin wurden die komplexen Gewichte  $\underline{\alpha}^{(d)}$ , die Laufzeiten  $\tau^{(d)}$  und die Dopplerfrequenzen  $f_{\text{d}}^{(d)}$  ebenfalls zufällig gewählt. Damit ergeben sich für den synthetisch generierten Funkkanal die in Tabelle 6.2 aufgeführten Parameter der elektromagnetischen Wellen.

Es ist zu erkennen, dass eine maximale Laufzeit von 14 ns auftritt. Das bedeutet, dass ein Abtastabstand im Frequenzbereich von 1/14 ns ausreichend ist, damit es nicht zu Aliasing-Effekten kommt. Der tatsächliche Abtastabstand im Frequenzbereich beträgt jedoch mit (6.13) 1/255 ns. Dementsprechend ist der Funkkanal mit einem Faktor von  $255/14 \approx 18,2$  in Frequenzrichtung überabgetastet. Weiterhin lässt sich erkennen, dass eine betragsmäßig maximale Dopplerfrequenz von 14 Hz auftritt. Das bedeutet, dass ein Abtastabstand in Zeitrichtung von  $1/(2 \cdot 14 \text{ Hz})$  ausreichend ist, damit es nicht zu Aliasing-Effekten kommt. Der tatsächliche Abtastabstand in Zeitrichtung beträgt jedoch mit (6.15)  $1/(2 \cdot 145 \text{ Hz})$ . Dementsprechend ist der Funkkanal mit einem Faktor von  $290/28 \approx 10.4$  in Zeitrichtung überabgetastet.

Die zeitvariante Kanalübertragungsfunktion wurde sowohl bezüglich der Frequenz als auch bezüglich der Zeit periodisiert. Dies wurde durchgeführt, da zur Herleitung der Kanalkorrelationsmatrizen in Anhang A.2, die für die Berechnung des Wiener-Filters benötigt werden, von zeitvarianten Kanalübertragungsfunktionen ausgegangen wird, die sowohl bezüglich der Frequenz als auch bezüglich der Zeit periodisch sind.



Abbildung 6.1. Synthetisch generierte Kanalübertragungsfunktion zwischen der ersten Sendeantenne und der ersten Empfangsantenne

In Abbildung 6.1 ist der synthetisch generierte Funkkanal zwischen der ersten Sendeantenne und der ersten Empfangsantenne in Abhängigkeit von der absoluten Frequenz  $\nu$  und dem auf die Wellenlänge normierten zurückgelegten Weg  $\Delta \tilde{x}$  (6.2) dargestellt. Weiterhin sind der Bereich von  $\nu = 2,35 \text{ GHz}$  bis  $\nu = 2,45 \text{ GHz}$  und der Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 0$  bis  $\Delta \tilde{x} = 4,1$  markiert. Es lässt sich eindeutig die Frequenzselektivität und Zeitvarianz dieses SISO-Subkanals erkennen.

## 6.2.2 Anwenden der Prädiktionsverfahren

Im Folgenden wird die Performanz der verschiedenen Prädiktionstechniken an dem synthetisch generierten Funkkanal untersucht. Da lediglich ein einziger synthetisch generierter Funkkanal untersucht wird, können die im Folgenden erzielten Ergebnisse nicht als allgemeingültig betrachtet werden. Um allgemeingültige Aussagen zu erhalten, müssten die Prädiktionstechniken an sehr vielen verschiedenen synthetisch generierten Funkkanälen angewandt werden. Jedoch liefern die Ergebnisse der Prädiktionstechniken angewandt auf einen einzigen synthetisch generierten Funkkanal bereits erste Eindrücke von der Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken. Weiterhin steht im Rahmen der vorliegenden Arbeit auch nur eine begrenzte Anzahl an gemessenen Funkkanälen zur Verfügung, sodass die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken angewandt auf den synthetisch generierten Funkkanal und die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken angewandt auf die gemessenen Funkkanäle miteinander verglichen werden kann.

Der synthetisch generierte Funkkanal lässt sich vollständig mit dem direktionalen Kanalmodell beschreiben, so wie es in Abschnitt 3.1 eingeführt wurde. Falls die Parameter der elektromagnetischen Wellen perfekt bekannt sind, so ist die Prädiktion fehlerfrei möglich. Dabei ist es irrelevant, ob die Prädiktion basierend auf dem direktionalen Kanalmodell oder die Prädiktion basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell vorgenommen wird, denn in Abschnitt 4.2 wurde gezeigt, dass das direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell überführt werden kann. Aus diesem Grund wird der synthetisch generierte Funkkanal mit Rauschen additiv überlagert und anschließend wird die Prädiktion durchgeführt. Die Untersuchungen an dem synthetisch generierten Funkkanal zeigen die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken unter Einfluss von Rauschen. Dabei werden Auswirkungen von in der Realität nicht zutreffenden Annahmen, die bei dem direktionalen Kanalmodell getroffen wurde, nicht berücksichtigt. Die Schmalbandannahme (3.11a) und (3.11b) ist beispielsweise lediglich eine Näherung, sodass infolgedessen die Prädiktion in realen Systemen selbst im rauschfreien Fall nicht perfekt ist. Weiterhin wurde angenommen, dass die Einfallsrichtungen und Ausfallsrichtungen zeit- und frequenzunabhängig sind. In realen Systemen können Ausbreitungspfade über die Zeit hinzukommen oder auch verschwinden, sodass die Einfallsrichtungen und Ausfallsrichtungen durchaus zeitabhängig sind. Weiterhin sind die Dielektrika, wie zum Beispiel Wände, Bäume und Wasser durchaus frequenzabhängig, sodass die komplexen Gewichte  $\underline{\alpha}^{(d)}$  frequenzabhängig sind. Dementsprechend können Ausbreitungspfade auch in Abhängigkeit von der Frequenz hinzukommen oder verschwinden. Weiterhin wurde bei vielen Messkampagnen gezeigt, dass eine Beschreibung des Funkkanals durch eine Überlagerung diskreter Ausbreitungspfade den realen Funkkanal nicht so gut modelliert, wie eine Überlagerung von Cluster an Ausbreitungspfaden [JMK<sup>+</sup>05]. Aus diesem Grund wird im Abschnitt 6.3 die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken an real gemessenen Funkkanälen untersucht. Weiterhin werden die Ergebnisse der Prädiktion des synthetisch generierten Funkkanals mit den Ergebnissen der Prädiktion der real gemessenen Funkkanäle verglichen.

Um die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken zu untersuchen, wurde der Bereich von 2,35 GHz bis 2,45 GHz und der Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 0$  bis  $\Delta \tilde{x} = 4,1$  als bekannter Bereich definiert. Dieser Bereich ist auch in Abbildung 6.1 markiert. Diese Begrenzung entspricht W = 26 Abtastwerten pro Zeitindex in Frequenzrichtung und V = 15Abtastwerten pro Frequenzindex in Zeitrichtung. Das bedeutet, dass von den insgesamt

$$51 \cdot 36 \cdot M \cdot M = 6120 \tag{6.16}$$

Abtastwerten des synthetisch generierten Kanals

$$W \cdot V \cdot M \cdot N = 1560 \tag{6.17}$$

Abtastwerte als im Empfänger bekannt vorausgesetzt werden. Das Ziel der Prädiktion besteht darin, die restlichen, als unbekannt definierten Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion zu prädizieren. Der MSE wird in Abhängigkeit vom <u>Signal</u> <u>Rauschverhältnis (SRV) der Kanalschätzung bestimmt, welches sich beim Anwenden</u> des Maximum-Likelihood-Schätzers ergeben würde, so wie es in Abschnitt 2.3.2 beschrieben wurde. Das SRV der Kanalschätzung berechnet sich zu

$$SRV = \frac{\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \sum_{w=-\frac{W-1}{2}}^{N} \sum_{v=0}^{V-1} \left| H_{w,v}^{(m,n)} \right|^{2}}{M \cdot N \cdot W \cdot V \cdot \sigma^{2}},$$
(6.18)

wobe<br/>i $\sigma^2$ die Varianz des additiven Rauschens ist und SRV<br/>· $\sigma^2$ ist die mittlere Energie des Kanals. Der synthetisch generierte Funkkan<br/>al wurde derart normiert, dass die mittlere Energie 1 beträgt.

Die Ergebnisse der Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken angewandt auf den synthetisch generierten, frequenzselektiven und zeitvarianten MIMO-Kanal können nicht direkt mit den Ergebnissen der Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken angewandt auf die real gemessenen Kanäle verglichen werden. Bei den real gemessenen Kanälen handelt es sich entweder um frequenzselektive MIMO-Kanäle zu einem festen Zeitpunkt. Das bedeutet, dass eine Prädiktion in Zeitrichtung nicht relevant ist. Oder die gemessenen Funkkanäle können als frequenzselektive und zeitvariante SIMO-Kanäle beziehungsweise MISO-Kanäle betrachtet werden. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt der synthetisch generierte MIMO-Kanal sowohl als frequenzselektiver MIMO-Kanal zu einem festen Zeitpunkt betrachtet als auch als frequenzselektiver und zeitvarianter SIMO-Kanal beziehungsweise MISO-Kanal betrachtet. Somit können die Ergebnisse der Prädiktion angewandt auf den synthetisch generierten Funkkanal mit den Ergebnissen der Prädiktion angewandt auf die real gemessenen Funkkanäle verglichen werden.

Zunächst wird der synthetisch generierte Funkkanal als frequenzselektiver und zeitvarianter SIMO-Kanal beziehungsweise MISO-Kanal betrachtet und es wird eine gemeinsame Prädiktion in Zeitrichtung und Frequenzrichtung vorgenommen. Dies entspricht dem gemessenen Szenario Labor 2. Zum Prädizieren basierend auf dem direktionalen Kanalmodell wurde der Rekonstruktionsansatz exemplarisch eingesetzt. Dabei wurden die pfadspezifischen Parameter der elektromagnetischen Wellen basierend auf den verrauschten Kanalübertragungsfunktionen mittels des SAGE Algorithmus geschätzt. Dieser Ansatz wurde als REK bezeichnet. Zum Prädizieren basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell wurde sowohl die Kovarianzmethode als auch der Wiener-Filter Ansatz eingesetzt. Beim Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode existieren verschiedene Möglichkeiten, die Werte für die Prädiktionsweiten  $\Delta w$  und  $\Delta v$  einzustellen, und es existieren viele Möglichkeiten, die Werte für die Filterordnung  $P \cdot Q$  einzustellen. In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass die Filterordnung  $P \cdot Q$ mindestens so groß sein muss wie die Anzahl D an Ausbreitungspfaden. Weiterhin wurde gezeigt, dass für die Kovarianzmethode die möglichen Werte für P und Q begrenzt sind. In Abschnitt 5.3.1 wurde gezeigt, dass es nicht möglich ist, alle Abtastwerte zu prädizieren, falls lediglich der Vektor  $\underline{\mathbf{p}}_{1,1}$  mit den Filterkoeffizienten bekannt ist. Jedoch ist es möglich, nur mit den beiden Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{0,1}$  und  $\underline{\mathbf{p}}_{1,0}$  sämtliche Abtastwerte in diesem Szenario zu prädizieren. Aus diesem Grund wurden die Prädiktionsweiten auf  $\Delta w = 0$ ,  $\Delta v = 1$  und auf  $\Delta w = 1$ ,  $\Delta v = 0$  gesetzt. Die Filterordnung wurde jeweils auf den maximal möglichen Wert gesetzt. Das bedeutet, dass zum Schätzen des Vektors  $\underline{\mathbf{p}}_{1,0}$  mit den Filterkoeffizienten die Filterordnung auf

$$P \cdot Q = \underbrace{(W-1)}_{P} \cdot \underbrace{1}_{Q} \tag{6.19}$$

gesetzt wurde. Zum Schätzen des Vektors  $\underline{\mathbf{p}}_{0,1}$ mit den Filterkoeffizienten wurde die Filterordnung auf

$$P \cdot Q = \underbrace{1}_{P} \cdot \underbrace{(V-1)}_{Q} \tag{6.20}$$

gesetzt. Um alle Abtastwerte in diesem Szenario zu prädizieren, werden zunächst mithilfe des Vektors  $\underline{\mathbf{p}}_{0,1}$ alle Abtastwerte in Zeitrichtung prädiziert und anschließend werden mithilfe des Vektors  $\underline{\mathbf{p}}_{1,0}$  alle Abtastwerte in Frequenzrichtung prädiziert. Da alle bekannten Abtastwerte in Zeitrichtung und in Frequenzrichtung zum Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode genutzt wurden, handelt es sich um eine gemeinsame Prädiktion in Zeitrichtung und in Frequenzrichtung. Dieser Ansatz wurde als KOV bezeichnet. Zum Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf dem Wiener-Filter wurden die Korrelationsmatrizen basierend auf dem Verzögerungsleistungsdichtespektrum, dem Dopplerleistungsdichtespektrum und dem Winkelleistungsdichtespektrum berechnet. Da lediglich eine Realisierung des Kanals vorhanden ist, ist es nicht möglich, die Korrelationsmatrizen basierend auf vielen verschiedenen Realisierungen zu schätzen. Aus diesem Grund wurde angenommen, dass der synthetisch generierte Funkkanal eine Musterfunktion eines stochastischen Prozesses darstellt, der durch ein konstantes Verzögerungsleistungsdichtespektrum, durch ein konstantes Dopplerleistungsdichtespektrum und durch ein konstantes Winkelleistungsdichtespektrum beschrieben werden kann. Ob der synthetisch generierte Funkkanal tatsächlich eine Musterfunktion eines solchen stochastischen Prozesses ist, kann bezweifelt werden. Trotzdem wird diese Annahme der Einfachheit halber getroffen. Somit können



Abbildung 6.2. MSE beim Einsatz von REK und einem SRV von 25 dB bei der Zeitund Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals

die Korrelationsmatrizen  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{p},\mathbf{h}_{b}}$  und  $\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{b}}$  berechnet werden, so wie es im Anhang A.2 beschrieben ist. Dieser Ansatz wurde als WIEN I bezeichnet. Die Dimensionen der Korrelationsmatrizen wurden so gewählt, dass mit der Wiener-Matrix  $\underline{\mathbf{W}}$  alle unbekannten Abtastwerte basierend auf allen 1560 bekannten Abtastwerten (6.17) auf einmal prädiziert werden konnten.

In den Abbildungen 6.2 bis 6.4 ist jeweils der MSE (6.1) in Abhängigkeit von der absoluten Frequenz  $\nu$  und dem auf die Wellenlänge normierten, zurückgelegten Weg  $\Delta \tilde{x}$  (6.2) für die drei untersuchten Prädiktionstechniken REK, KOV und WIEN I bei einem SRV von 25 dB dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass unterschiedliche Achsenskalierungen verwendet wurden. Insgesamt wurden 10.000 verschiedene Realisierungen des additiven Rauschprozesses generiert, um den MSE zu schätzen. Ob ein SRV der Kanalschätzung von 25 dB realistisch ist, hängt vom tatsächlichen Einsatzgebiet ab. Fehler bei der Kanalschätzung und dementsprechend auch Fehler bei der Kanalprädiktion haben einen wesentlichen Einfluss auf die Leistungsfähigkeit derjenigen Verfahren, die die geschätzten und prädizierten Kanalübertragungsfunktionen benötigen.

In dem als bekannt vorausgesetzten Bereich der Kanalübertragungsfunktionen ist nichts dargestellt, da dieser Bereich nicht prädiziert werden muss. Der prädizierte Bereich von



Abbildung 6.3. MSE beim Einsatz von KOV und einem SRV von 25 dB bei der Zeitund Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals



Abbildung 6.4. MSE beim Einsatz von WIEN I und einem SRV von 25 dB bei der Zeitund Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals

2,45 GHz bis 2,55 GHz und  $\Delta \tilde{x} = 0$  bis  $\Delta \tilde{x} = 4,1$  interessiert in realen Systemen in der Regel nicht. Da die Prädiktion basierend auf dem Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 0$  bis  $\Delta \tilde{x} = 4,1$ durchgeführt wurde, liegt der prädizierte Bereich bis 2,55 GHz in der Vergangenheit, solange  $\Delta \tilde{x} < 4,1$  ist. Daher ist es in realen Systemen nicht notwendig, diesen Bereich zu prädizieren.

Der MSE beim Einsatz von REK steigt offensichtlich mit steigender Prädiktionsweite nicht monoton an. So ist beispielsweise für alle Werte von  $\Delta \tilde{x}$  bei einer Frequenz von 2,53 GHz der MSE kleiner als bei einer Frequenz von 2,454 GHz, obwohl der Abstand zum bekannten Bereich größer ist. Dies liegt daran, dass der MIMO-Kanal basierend auf den geschätzten Pfadparametern deterministisch rekonstruiert wurde. Beim Einsatz von KOV hat die Prädiktionsweite einen signifikanten Einfluss auf den MSE. So ist der MSE bei einer kleinen Prädiktionsweite sowohl in Frequenzrichtung als auch in Zeitrichtung kleiner als bei einer großen Prädiktionsweite. Weiterhin lässt sich feststellen, dass der MSE beim Einsatz von KOV größer ist als beim Einsatz von REK und auch größer verglichen mit den Ergebnissen von WIEN I. Der MSE beim Einsatz von WIEN I hängt ebenfalls signifikant von der Prädiktionsweite ab. Jedoch lässt sich erkennen, dass der MSE mit steigender Prädiktionsweite zunächst ansteigt und dann wieder abfällt. Dies gilt sowohl für die Frequenzrichtung als auch für die Zeitrichtung. Dies liegt daran, dass der Kanal sowohl in Frequenzrichtung als auch in Zeitrichtung periodisch ist, so wie es im Abschnitt 6.2.1 erläutert wurde. Insbesondere ist der MSE in dem prädizierten Bereich größer, in dem nicht nur in Frequenzrichtung oder nicht nur in Zeitrichtung prädiziert wurde, sondern sowohl in Frequenzrichtung als auch in Zeitrichtung prädiziert wurde. Maximal wird der MSE ungefähr bei einer Frequenz von 2,5 GHz und einem normierten Weg von 6,2. Der MSE ist insbesondere auch größer verglichen mit den Ergebnissen von REK. Das Wiener-Filter liefert theoretisch den minimalen quadratischen Fehler gemittelt über theoretisch unendlich viele Realisierungen des MIMO-Kanals. Jedoch wurde lediglich eine Realisierung des MIMO-Kanals betrachtet und der Fehler wurde über alle SISO-Subkanäle gemittelt. Weiterhin wurden ein konstantes Verzögerungsleistungsdichtespektrum, ein konstantes Dopplerleistungsdichtespektrum und ein konstantes Winkelleistungsdichtespektrum angenommen, ohne sicher zu sein, ob diese Annahmen tatsächlich zutreffen. Dies ist der Grund dafür, dass das Wiener-Filter schlechtere Ergebnisse liefert als der REK Ansatz. Falls sehr viele Realisierungen des MIMO-Kanals zufällig erzeugt werden und diese Realisierungen jeweils Musterfunktionen eines stochastischen Prozesses darstellen, der durch ein konstantes Verzögerungsleistungsdichtespektrum, durch ein konstantes Dopplerleistungsdichtespektrum und durch ein konstantes Winkelleistungsdichtespektrum beschrieben werden kann, so liefert der WIEN I Ansatz die besten Ergebnisse im Sinne des mittleren quadratischen Fehlers.



Abbildung 6.5. Normierter MSE beim Einsatz von REK, KOV und WIEN I bei einem SRV von 25 dB bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals mit  $F \cdot \Delta w = 0$ 

Die bisherigen Darstellungen haben den MSE zwischen den prädizierten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen und den tatsächlichen Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen gezeigt. In realen Systemen interessiert jedoch oftmals der normierte MSE zwischen den prädizierten, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen und den tatsächlichen, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen. Aus diesem Grund ist in Abbildung 6.5 der normierte MSE (6.11) für eine Prädiktionsweite in Frequenzrichtung von  $F \cdot \Delta w = 0$  bei einem SRV der Kanalschätzung von 25 dB dargestellt. Das bedeutet, dass nicht in Frequenzrichtung, sondern nur in Zeitrichtung prädiziert wurde. Dementsprechend wurde der normierte MSE im Bereich von 2,35 GHz bis 2,45 GHz und im Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 4,1$  bis  $\Delta \tilde{x} = 8,2$  berechnet. In Abbildung 6.6 ist der normierte MSE (6.11) für eine Prädiktionsweite in Frequenzrichtung von  $F \cdot \Delta w = 100 \text{ MHz}$ bei einem SRV der Kanalschätzung von 25 dB dargestellt. Das bedeutet, dass der normierte MSE im Bereich von 2,45 GHz bis 2,55 GHz und im Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 4,1$  bis  $\Delta \tilde{x} = 8.2$  berechnet wurde. Der normierte MSE ist in beiden Abbildungen 6.5 und 6.6 im logarithmischen Maßstab dargestellt, da die Unterschiede zwischen den Prädiktionstechniken REK, KOV und WIEN I sehr groß sind.

Es ist zu erkennen, dass die Leistungsfähigkeit des REK Ansatzes fast unabhängig von der Prädiktionsweite in Frequenzrichtung ist. Die Leistungsfähigkeit der beiden



Abbildung 6.6. Normierter MSE beim Einsatz von REK, KOV und WIEN I bei einem SRV von 25 dB bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion des synthetisch generierten SIMO-Kanals mit  $F \cdot \Delta w = 100 \text{ MHz}$ 

Ansätze KOV und WIEN I ist jedoch abhängig von der Prädiktionsweite in Frequenzrichtung. So ist bei  $F \cdot \Delta w = 100 \text{ MHz}$  der normierte MSE beim KOV Ansatz und beim WIEN I Ansatz signifikant größer, verglichen mit einer Prädiktionsweite in Frequenzrichtung von  $F \cdot \Delta w = 0$ . Weiterhin lässt sich an den beiden Abbildungen 6.5 und 6.6 erkennen, dass der REK Ansatz besser ist als die beiden anderen untersuchten Ansätze, und dass der MSE beim REK Ansatz abschnittsweise sowohl negative als auch positive Anstiege aufweist. Dass der REK Ansatz für dieses Szenario bessere Ergebnisse liefert als der WIEN I Ansatz wurde bereits bei den Erklärungen zu den Abbildungen 6.2 bis 6.4 erläutert. Beim WIEN I Ansatz steigt der MSE, ebenso wie in Abbildung 6.4 zunächst mit steigender Prädiktionsweite in Zeitrichtung an und fällt anschließend wieder ab. Dies liegt daran, dass der synthetisch generierte Kanal auch entlang der Zeitachse periodisch ist. Der MSE beim KOV Ansatz steigt mit steigender Prädiktionsweite in Zeitrichtung an und stellt die schlechtesten Ergebnisse im Sinne des mittleren quadratischen Fehlers dar.

Die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken für eine reine Zeitprädiktion zu untersuchen ist nicht notwendig, da bereits in Abbildung 6.5 die Ergebnisse einer reinen Zeitprädiktion als Sonderfall der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion dargestellt sind. Weiterhin kann in den Abbildungen 6.2 bis 6.4 auch der nicht normierte MSE bei einer reinen Zeitprädiktion abgelesen werden.

Im Folgenden wird der synthetisch generierte MIMO-Kanal lediglich beim ersten Zeitindex v = 0 betrachtet, sodass V = 1 gilt. Das bedeutet, dass lediglich eine Prädiktion in Frequenzrichtung durchgeführt wird. Somit entspricht dies den beiden gemessenen Szenarien Korridor und Labor 1. Zum Prädizieren basierend auf dem direktionalen Kanalmodell wurde wiederum der Rekonstruktionsansatz REK eingesetzt. Die pfadspezifischen Parameter der elektromagnetischen Wellen wurden basierend auf verrauschten MIMO-Kanalübertragungsfunktionen geschätzt. Hierbei wurden jedoch keine Dopplerfrequenzen geschätzt, da der Funkkanal lediglich zu einem Zeitpunkt betrachtet wird. Zum Prädizieren basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell wurde sowohl die Kovarianzmethode KOV als auch der Wiener-Filter Ansatz WIEN I eingesetzt. Beim Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode wurde die Prädiktionsweite wieder auf  $\Delta w = 1$  gesetzt und anschließend wurde die Prädiktion iterativ durchgeführt, so wie es in Abschnitt 5.3 beschrieben ist. Es ist natürlich auch möglich einen größeren Wert für  $\Delta w$  zu wählen, so wie es im Abschnitt 5.3 beschrieben ist. Jedoch haben Untersuchungen an den real gemessenen Funkkanälen gezeigt, dass ein größerer Wert für  $\Delta w$  zu signifikant schlechteren Ergebnissen führt. Aus diesem Grund wurde beim Einsatz der Kovarianzmethode der Einfluss von  $\Delta w$  auf die Leistungsfähigkeit der Prädiktion des synthetisch generierten Funkkanals nicht näher untersucht. Die Filterordnung P wurde nicht auf den maximal möglichen Wert von (W-1) gesetzt, da in diesem Fall Gleichung (4.25) zum Schätzen der Filterkoeffizienten ein unterbestimmtes lineares Gleichungssystem darstellen würde. Stattdessen wurde die Filterordnung auf den maximal möglichen Wert gesetzt, unter der Bedingung, dass (4.25) kein unterbestimmtes lineares Gleichungssystem ist. Dementsprechend wurde die Filterordnung auf P = 20 gesetzt. Weiterhin wurde die Filterordnung auf den minimal notwendigen Wert von P = D = 4 gesetzt und außerdem wurde die Filterordnung exemplarisch auf den Wert P = 12 gesetzt. Somit kann der Einfluss der Filterordnung auf das Prädiktionsergebnis untersucht werden. Beim Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf dem Wiener-Filter Ansatz WIEN I wurde so vorgegangen, wie auch beim gemeinsamen prädizieren in Frequenzrichtung und in Zeitrichtung vorgegangen wurde. Um die benötigten Korrelationsmatrizen zu berechnen, so wie es im Anhang A.2 beschrieben ist, wurde wieder angenommen, dass es sich um ein konstantes Verzögerungsleistungsdichtespektrum und um ein konstantes Winkelleistungsdichtespektrum handelt. Da der MIMO-Kanal lediglich zu einem festen Zeitindex betrachtet wurde, war die Kenntnis über das Dopplerleistungsdichtespektrum nicht notwendig.

In Abbildung 6.7 ist der MSE  $f_{w+\Delta w}$  (6.3) zwischen den Abtastwerten der synthetisch generierten Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen für die drei untersuchten Prädiktionstechniken wieder bei



Abbildung 6.7. MSE zwischen den Abtastwerten beim Einsatz von REK, KOV und WIEN I bei einem SRV von 25 dB bei der Frequenzprädiktion des synthetisch generierten MIMO-Kanals

einem SRV von 25 dB dargestellt. Insgesamt wurden wieder 10.000 verschiedene Realisierungen des additiven Rauschprozesses generiert, um den MSE zu schätzen. Zusätzlich ist der MSE  $\tilde{f}_{w+\Delta w}$  (6.7) gestrichelt dargestellt. Dies wurde als OHNE bezeichnet, da die Ergebnisse ohne eine Prädiktion durchzuführen ermittelt wurden. Somit kann der Vorteil der Prädiktion gegenüber keiner Prädiktion beurteilt werden.

Da der Bereich von 2,35 GHz bis 2,45 GHz als bekannter Bereich vorausgesetzt wurde, ist der MSE nur im Bereich von 2,45 GHz bis 2,55 GHz dargestellt. Beim Vergleich der Ergebnisse mit Prädiktion (6.3) mit den Ergebnissen ohne Prädiktion (6.7) lässt sich feststellen, dass es sinnvoll ist, eine Prädiktion durchzuführen. Weiterhin lässt sich erkennen, dass der WIEN I Ansatz die besten Ergebnisse liefert. Der Fehler beim WIEN I Ansatz liegt im Bereich von 0,002 bis 0,017. Bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion, deren Ergebnisse in den Abbildungen 6.2 bis 6.4 dargestellt sind, lieferte der REK Ansatz bessere Ergebnisse als der WIEN I Ansatz. Bei der reinen Frequenzprädiktion mussten beim REK Ansatz keine Dopplerfrequenzen geschätzt werden. Daher könnte vermutet werden, dass die Ergebnisse mit dem REK Ansatz möglicherweise sogar besser werden. Da weniger Parameter geschätzt werden müssen, existieren auch weniger fehlerhaft geschätzte Parameter, die Einfluss auf das Prädiktionsergebnis haben. Jedoch sind die Ergebnisse des REK Ansatzes schlechter als die Ergebnisse des WIEN I Ansatzes. Dies liegt daran, dass der MIMO-Kanal lediglich zu einem festen Zeitpunkt betrachtet wurde und somit signifikant weniger Informationen für den SAGE Algorithmus über den MIMO-Kanal zur Verfügung standen. Insbesondere die Tatsache, dass die Einfallsrichtungen des zweiten und vierten Ausbreitungspfades und die Einfallsrichtungen des ersten und dritten Ausbreitungspfades sehr dicht beieinanderliegen führte dazu, dass die vom SAGE Algorithmus geschätzten Parameter sich teilweise signifikant von den tatsächlichen Parametern unterschieden haben. Außerdem war die Kenntnis über das Dopplerleistungsdichtespektrum beim WIEN I Ansatz nicht notwendig. Bei den bisherigen Untersuchungen zum WIEN I Ansatz wurde angenommen, dass der synthetisch generierte, zeitvariante und frequenzselektive Funkkanal eine Musterfunktion eines stochastischen Prozesses darstellt, welcher durch ein konstantes Verzögerungsleistungsdichtespektrum, durch ein konstantes Winkelleistungsdichtespektrum und durch ein konstantes Dopplerleistungsdichtespektrum beschrieben werden kann. Diese Annahme war offensichtlich nicht zutreffend, sondern lediglich eine Näherung. Bei einer reinen Frequenzprädiktion zu einem festen Zeitpunkt wird angenommen, dass der synthetisch generierte, zeitinvariante und frequenzselektive Funkkanal eine Musterfunktion eines stochastischen Prozesses darstellt, der durch ein konstantes Verzögerungsleistungsdichtespektrum und durch ein konstantes Winkelleistungsdichtespektrum beschrieben werden kann. Diese Annahme ist möglicherweise ebenfalls lediglich eine Näherung, jedoch scheint diese Annahme eher zuzutreffen, als die getroffene Annahme über den synthetisch generierten, zeitvarianten und frequenzselektiven Funkkanal.

Verglichen mit den Ergebnissen des KOV Ansatzes sind die Ergebnisse des REK Ansatzes insbesondere für Prädiktionsweiten größer als 50 MHz besser. Die Ergebnisse der Kovarianzmethode bei einer Filterordnung von P = 20 zeigen, dass die Prädiktion zu entarteten Ergebnissen führt. Das bedeutet, dass bei diesem untersuchten Szenario die Filterordnung nicht zu groß gewählt werden darf. Da der Kanal überabgetastet ist, ergeben sich entartete Ergebnisse. Denn aufgrund der Überabtastung sind zwei benachbarte Abtastwerte im rauschfreien Fall stärker korreliert verglichen mit dem Anteil des Rauschens von zwei benachbarten Abtastwerten. Das führt dazu, dass bei einer solch großen Filterordnung der Einfluss des Rauschens auf das Schätzen der Filterkoeffizienten mittels der Kovarianzmethode größer ist, als bei einer kleineren Filterordnung. Demzufolge sollte die Kovarianzmethode zum Schätzen der Filterkoeffizienten möglichst nur angewandt werden, wenn die Kanalübertragungsfunktionen nicht überabgetastet sind. Beim Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf dem Wiener-Filter tritt dieses Problem bei Überabtastung nicht auf. Das Wiener-Filter schätzt die Filterkoeffizienten unabhängig vom Überabtastfaktor immer optimal, falls die Korrelationsmatrizen bekannt sind. So führt beispielsweise ein sehr kleines SRV dazu, dass die Filterkoeffizienten sehr klein werden, da die Korrelationsmatrix des Rauschens invers in die Berechnung der Filterkoeffizienten eingeht.

Dessen ungeachtet führt die kleinste Filterordnung von P = D = 4 beim Einsatz der Kovarianzmethode nicht zwangsläufig zu den besten Ergebnissen. Die Ergebnisse bei einer Filterordnung von P = 4 und bei einer Filterordnung von P = 12 sind bis zu einer Prädiktionsweite von ungefähr 50 MHz ähnlich und auch besser als die Ergebnisse des REK Ansatzes. Ab einer Prädiktionsweite von ungefähr 50 MHz sind die Ergebnisse bei einer Filterordnung von P = 4 besser als die Ergebnisse bei einer Filterordnung von P = 4 besser als die Ergebnisse bei einer Filterordnung von P = 12.

Die bisherigen Darstellungen haben den MSE zwischen den prädizierten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen und den tatsächlichen Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen gezeigt. In realen Systemen interessiert jedoch oftmals der normierte MSE zwischen den prädizierten, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen und den tatsächlichen, breitbandigen Kanalübertragungsfunktionen. Aus diesem Grund ist in Abbildung 6.8 der normierte MSE  $f_{n,w+\Delta w,v=V-1}$  (6.11) für eine Prädiktionsweite von  $F \cdot \Delta w = 100$  MHz und  $\Delta \tilde{x} = 0$  in Abhängigkeit vom SRV dargestellt. Das bedeutet, es wurde der normierte MSE im Bereich von 2,45 GHz bis 2,55 GHz in Abhängigkeit vom SRV untersucht. Zusätzlich ist in Abbildung 6.8 der normierte MSE  $\tilde{f}_{n,w+\Delta w,v=V-1}$  (6.12) gestrichelt dargestellt. Dies wurde wieder als OHNE bezeichnet. Durch den Vergleich von  $f_{n,w+\Delta w,v=V-1}$  und  $\tilde{f}_{n,w+\Delta w,v=V-1}$  können die Vorteile einer Prädiktion gegenüber keiner Prädiktion beurteilt werden.

Zunächst lässt sich feststellen, dass die Ergebnisse der Kovarianzmethode bei einer Filterordnung von P = 20 nicht mit dargestellt sind. Dies liegt daran, dass der MSE bei P = 20 zu groß ist. Denn bei einer linearen Darstellung der Ergebnisse könnten die Ergebnisse der anderen Prädiktionstechniken grafisch nicht dargestellt werden. Das bedeutet, dass eine zu große Filterordnung zu entarteten Ergebnissen führt. Dies liegt an der Überabtastung des Funkkanals, so wie es bereits auf Seite 114 beschrieben wurde. Die Ergebnisse des WIEN I Ansatzes sind im gesamten SRV Bereich besser als alle anderen Ergebnisse. Dass der WIEN I Ansatz zu den besten Ergebnissen führt, konnte erwartet werden, da bereits in Abbildung 6.7 gezeigt wurde, dass bei einem SRV von 25 dB der WIEN I Ansatz die besten Ergebnisse liefert. Beim KOV Ansatz hängt es vom SRV ab, ob eine Filterordnung von P = 12 oder eine Filterordnung von P = 4 die besten Ergebnisse erzielt. In jedem Fall sollte eine Prädiktion durchgeführt wird, sind die Ergebnisse der Prädiktion besser.



Abbildung 6.8. Normierter MSE der MIMO-Kanalübertragungsfunktion beim Einsatz von REK, KOV und WIEN I in Abhängigkeit vom SRV bei der Frequenzprädiktion des synthetisch generierten MIMO-Kanals

# 6.3 Anwenden der Prädiktionsverfahren auf gemessene Funkkanäle

## 6.3.1 Anwenden der Prädiktionsverfahren auf die gemessenen Funkkanäle des Szenarios Labor 2

Nachdem im letzten Abschnitt die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken an einem synthetisch generierten Kanal in Abhängigkeit vom SRV untersucht wurde, wird im Folgenden die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken an real gemessenen Funkkanälen untersucht. Dabei werden die drei im Anhang B beschriebenen Messszenarien verwendet. Der Vorteil bei den Untersuchungen an real gemessenen Funkkanälen besteht darin, dass alle realen Effekte die den Kanal beeinflussen mit berücksichtigt werden. Bei dem direktionalen Kanalmodell wurde angenommen, dass sich sämtliche Streuer im Fernfeld der Antennen befinden, sodass sich ebene Wellen an den Antennen überlagern. Bei den untersuchten Szenarien befinden sich die Streuer teilweise nur wenige Wellenlängen von den Antennenarrays entfernt, sodass möglicherweise die Annahme von ebenen Wellen nicht zutrifft. Weiterhin ist es beispielsweise möglich, dass die Parameter der elektromagnetischen Wellen nicht zeitund frequenzunabhängig sind. Natürlich sind auch die gemessenen Kanalübertragungsfunktionen mit Rauschen überlagert. Jedoch besteht das Ziel darin, die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken an real gemessenen Funkkanälen ohne signifikanten Einfluss von Rauschen zu untersuchen. Aus diesem Grund wurde das in Abschnitt 2.2 vorgestellte Konzept zum Messen des Kanalzustands umgesetzt.

Zunächst wird die Leistungsfähigkeit an den real gemessenen Funkkanälen des Szenarios Labor 2 untersucht. Bei diesem Szenario wurde ein  $1 \times 36$  frequenzselektiver und ortsvarianter SIMO-Kanal an 36 verschiedenen Orten vermessen, wobei der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Orten 3 cm betrug. Die 36 verschiedenen Positionen wurden anschließend als 36 verschiedene Zeitpunkte interpretiert, sodass es sich um einen frequenzselektiven und zeitvarianten Kanal handelt. Die räumliche Ausdehnung des Antennenarrays betrug 50 cm. Je größer die räumliche Ausdehnung eines Antennenarrays ist, desto größer ist das Auflösungsvermögen im Winkelbereich [vT02]. Dies ist mathematisch analog zum zeitlichen Auflösungsvermögen in Abhängigkeit von der Bandbreite. Jedoch besteht der Nachteil einer solch großen räumlichen Ausdehnung von 50 cm darin, dass die Schmalbandannahme (3.11a) und (3.11b) möglicherweise lediglich eine grobe Näherung ist. Da ein frequenzselektiver und zeitvarianter SIMO-Kanal vermessen wurde, wird

- eine gemeinsame Frequenzprädiktion und Zeitprädiktion,
- nur eine Zeitprädiktion und
- nur eine Frequenzprädiktion

#### durchgeführt.

Die pfadspezifischen Parameter wurden mit dem SAGE Algorithmus geschätzt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde nicht auf das Schätzen der Anzahl D an diskreten Ausbreitungspfaden eingegangen. Untersuchungen für das Szenario Labor 2 mit verschiedenen Annahmen für den Wert D haben gezeigt, dass D = 7 zu den besten Ergebnissen im Sinne des MSE zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen führt.

In Tabelle 6.3 sind die geschätzten Parameter der elektromagnetischen Wellen für das Szenario Labor 2 aufgeführt. Die Dopplerfrequenzen wurden auf die maximale Dopplerfrequenz  $f_{d,max}$  normiert, denn die Dopplerfrequenzen hängen davon ab, mit welcher Geschwindigkeit sich die Antenne auf dem x-y-Tisch bewegt hat. Da jedoch nicht tatsächlich ein zeitvarianter Kanal vermessen wurde, sondern ein ortsvarianter Kanal,

| Pfad  | Parameter          |                       |                           |                                |  |  |  |
|-------|--------------------|-----------------------|---------------------------|--------------------------------|--|--|--|
| 1 lau | $	au^{(d)}$        | $arphi_{ m Rx}^{(d)}$ | $\vartheta_{ m Rx}^{(d)}$ | $f_{\rm d}^{(d)}/f_{ m d,max}$ | $\underline{\alpha}^{(d)} \cdot 10^{-3}$ |  |  |
| d = 1 | $15,29\mathrm{ns}$ | $0,02^{\circ}$        | $57,35^{\circ}$           | 0, 15                          | -1,54 + j1,82                            |  |  |
| d = 2 | $46,25\mathrm{ns}$ | $158,05^{\circ}$      | $53,64^\circ$             | 0, 15                          | -1,91 - j0,81                            |  |  |
| d = 3 | $46,65\mathrm{ns}$ | $159,96^{\circ}$      | $52,71^{\circ}$           | 0, 15                          | 1, 16 + j0, 48                           |  |  |
| d = 4 | $43,71\mathrm{ns}$ | $26,50^{\circ}$       | $53,76^{\circ}$           | -0, 15                         | -0, 23 - j0, 43                          |  |  |
| d = 5 | $31,32\mathrm{ns}$ | $-60, 35^{\circ}$     | $55,44^{\circ}$           | 0,07                           | 0,05 - j0,56                             |  |  |
| d = 6 | $40,70\mathrm{ns}$ | $-1,61^{\circ}$       | 33, 33°                   | -0, 14                         | -0,48j+0,04                              |  |  |
| d = 7 | $21,71\mathrm{ns}$ | $53, 34^{\circ}$      | $55, 19^{\circ}$          | 0, 12                          | -0, 11 - j0, 56                          |  |  |

Tabelle 6.3. Parameter der elektromagnetischen Wellen für das Szenario Labor 2

der als zeitvarianter Kanal interpretiert wird, muss nachträglich eine Geschwindigkeit definiert werden. Da die Dopplerfrequenzen auf die maximale Dopplerfrequenz normiert werden, muss die Geschwindigkeit nicht angegeben werden. Es lässt sich erkennen, dass die Azimutwinkel  $\varphi_{\text{Rx}}^{(d)}$  nicht wie bei dem synthetisch generierten Kanal auf den Bereich von 0° bis 180° beschränkt sind. Da kreisförmige Antennenarrays zum Einsatz kamen, können die Azimutwinkel im Bereich von  $-180^{\circ}$  bis  $180^{\circ}$  eindeutig aufgelöst werden. Weiterhin können durch den Einsatz von kreisförmigen Antennenarrays die Poldistanzwinkel  $\vartheta_{\text{Rx}}^{(d)}$  im Bereich von 0° bis 90° eindeutig aufgelöst werden. Um die Poldistanzwinkel im Bereich von 0° bis 180° eindeutig auflösen zu können, könnten beispielsweise zwei übereinandergestapelte, kreisförmige Antennenarrays eingesetzt werden. Anhand der Bilder B.7, B.8 und B.9 lässt sich erkennen, dass der erste Ausbreitungspfad mit der direkten Sichtverbindung zwischen dem Sender und dem Empfänger korrespondiert. Der zweite und der dritte Ausbreitungspfad scheinen fast denselben Weg über vermutlich eine Reflexion an der Seitenwand genommen zu haben. Der vierte Ausbreitungspfad korrespondiert ebenfalls mit einer Reflexion an der Seitenwand. Der fünfte Ausbreitungspfad korrespondiert mit einer Reflexion an der Fensterfront. Der sechste Ausbreitungspfad korrespondiert mit einer Reflexion an der Decke. Anhand der Bilder B.7, B.8 und B.9 lässt sich keine Korrespondenz zum siebenten Ausbreitungspfad feststellen.

Zunächst wird eine gemeinsame Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion durchgeführt. Um die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken zu untersuchen, wurden wieder der Bereich von 2,35 GHz bis 2,45 GHz und der Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 0$  bis  $\Delta \tilde{x} = 4,1$ als bekannter Bereich definiert. Das bedeutet, dass von den insgesamt 401 gemessenen Abtastwerten in Frequenzrichtung, W = 201 bekannte Abtastwerte in Frequenzrichtung vorhanden sind. Von den insgesamt 36 bekannten Abtastwerten in Zeitrichtung sind V = 18 Abtastwerte bekannt. Das Ziel der Prädiktion besteht darin, die restlichen Abtastwerte für den Bereich bis 2,55 GHz und den Bereich bis  $\Delta \tilde{x} = 8,2$  zu bestimmen. Zum Prädizieren basierend auf dem direktionalen Kanalmodell wurde der Rekonstruktionsansatz REK eingesetzt und es wurde der Least-Squares Ansatz eingesetzt. Beim Least-Squares Ansatz wird die direktionale Kanalmatrix mittels eines Least-Squares-Schätzers geschätzt wird, so wie es in Abschnitt 5.2 beschrieben wurde. Der Least-Squares Ansatz wird mit LS bezeichnet.

Zum Prädizieren basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell wurde die Kovarianzmethode KOV eingesetzt. Wie bereits beim synthetisch generierten Kanal erläutert, existieren viele Möglichkeiten die Werte für die Filterordnung  $P \cdot Q$  und die Prädiktionsweiten  $\Delta w$  und  $\Delta v$  einzustellen. Ebenso wie beim synthetisch generierten Kanal wurden die beiden Vektoren  $\underline{\mathbf{p}}_{0,1}$  und  $\underline{\mathbf{p}}_{1,0}$  mit den Filterkoeffizienten geschätzt, um alle unbekannten Abtastwerte zu prädizieren. Erste Untersuchungen des Autors haben gezeigt, dass für dieses Szenario größere Prädiktionsweiten zu signifikant schlechteren Ergebnissen führen, verglichen mit einer Prädiktionsweite von  $\Delta w = 0, \Delta v = 1$  beziehungsweise  $\Delta w = 1$ ,  $\Delta v = 0$  und anschließender iterativer Prädiktion. Daher wurden größere Prädiktionsweiten nicht im Detail untersucht. Der maximale Wert der Filterordnung beim Einsatz der Kovarianzmethode ist begrenzt. Der maximale Wert für Pbeträgt W-1=200 und der maximale Wert für Q beträgt V-1=17. Die minimalen Werte für P und Q sind  $P \cdot Q = D = 7$ . Die Werte für P und Q wurden exemplarisch auf P = 25 und Q = 12 gesetzt. Untersuchungen des Autors haben gezeigt, dass diese Werte für P und Q zu guten Ergebnissen im Sinne des MSE führen. Weitere Werte für P und Q wurden für eine gemeinsame Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion nicht betrachtet. Obwohl die Filterordnung größer als die Anzahl D an Ausbreitungspfaden ist, liefert in diesem Szenario diese Filterordnung ein gutes Ergebnis. Das Problem mit der Uberabtastung tritt bei dieser Filterordnung noch nicht signifikant auf, da das Rauschen sehr gering war. Jedoch existieren wahrscheinlich deutlich mehr als D = 7Ausbreitungspfade, sodass eine größere Filterordnung gerechtfertigt ist. Eine Erhöhung der Anzahl D an Ausbreitungspfaden führt jedoch beim Einsatz des REK Ansatzes und beim Einsatz des LS Ansatzes zu signifikant schlechteren Ergebnissen im Sinne der Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers. Dies liegt daran, dass der SAGE Algorithmus bei einer zu großen Anzahl an Ausbreitungspfaden zu schlechte Ergebnisse liefert.

Das Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf dem Wiener-Filter Ansatz wurde nicht intensiv untersucht. Die Korrelationsmatrizen basierend auf dem Verzögerungsleistungsdichtespektrum, dem Winkelleistungsdichtespektrum und dem Dopplerleistungsdichtespektrum zu berechnen ist nicht sinnvoll, da weder das Verzögerungsleis-



Abbildung 6.9. MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK für das Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion

tungsdichtespektrum, noch das Winkelleistungsdichtespektrum, noch das Dopplerleistungsdichtespektrum bekannt ist. Erste Untersuchungen haben gezeigt, dass die Annahme eines konstanten Verzögerungsleistungsdichtespektrums, eines konstanten Winkelleistungsdichtespektrums und eines konstanten Dopplerleistungsdichtespektrums zu sehr schlechten Ergebnissen führt. Die Korrelationsmatrizen basierend auf mehreren Realisierungen des Kanals zu schätzen ist nicht möglich, da lediglich eine Realisierung des frequenzselektiven und zeitvarianten Kanals zur Verfügung steht. Daher wurde der Wiener-Filter Ansatz nicht näher untersucht.

In den Abbildungen 6.9 bis 6.11 ist jeweils der MSE  $f_{w+\Delta w,v+\Delta v}$  (6.1) zwischen den prädizierten Abtastwerten und den gemessenen Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen für das Szenario Labor 2 dargestellt. In dem als bekannt vorausgesetzten Bereich der Kanalübertragungsfunktionen ist nichts dargestellt, da dieser Bereich nicht prädiziert werden muss. Der MSE beim Einsatz von REK und LS hängt im Gegensatz zu den Prädiktionsergebnissen am synthetisch generierten Kanal offensichtlich doch signifikant von der Prädiktionsweite in Frequenzrichtung ab. Dies könnte daran liegen, dass die geschätzten Pfadparameter möglicherweise doch frequenzabhängig sind. Eine Abhängigkeit von der Prädiktionsweite in Zeitrichtung ist weniger signifikant vorhanden. Die Ergebnisse des REK Ansatzes und des LS Ansatzes sind ähnlich, wobei



Abbildung 6.10. MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von LS für das Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion



Abbildung 6.11. MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von KOV für das Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion



Abbildung 6.12. Normierter MSE beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion mit  $F \cdot \Delta w = 0$ 

die Ergebnisse des REK Ansatzes besser sind als die Ergebnisse des LS Ansatzes. Die Ergebnisse des KOV Ansatzes sind besser als die Ergebnisse des REK Ansatzes und des LS Ansatzes. Dies liegt wahrscheinlich an zu schlechten Ergebnissen des SAGE Algorithmus.

In den Abbildungen 6.12 und 6.13 ist der normierte MSE (6.11) beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario Labor 2 dargestellt. In Abbildung 6.12 wurde die Prädiktionsweite auf  $F \cdot \Delta w = 0$  gesetzt. Dementsprechend sind die Ergebnisse in Abbildung 6.12 identisch mit den Ergebnissen einer reinen Zeitprädiktion des frequenzselektiven und zeitvarianten Kanals. Das bedeutet, dass der normierte MSE im Bereich von 2,35 GHz bis 2,45 GHz und im Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 4,1$  bis  $\Delta \tilde{x} = 8,2$  berechnet wurde. In Abbildung 6.13 wurde die Prädiktionsweite auf  $F \cdot \Delta w = 100$  MHz gesetzt. Das bedeutet, dass der normierte MSE im Bereich von 2,45 GHz bis 2,55 GHz und im Bereich von  $\Delta \tilde{x} = 4,1$  bis  $\Delta \tilde{x} = 8,2$  berechnet wurde. Zusätzlich ist in den beiden Abbildungen 6.12 und 6.13 der normierte MSE (6.12) dargestellt, um zu zeigen, welche Vorteile eine Prädiktion gegenüber keiner Prädiktion bringen. Die Ergebnisse ohne Prädiktion sind gestrichelt dargestellt und wurden als OHNE bezeichnet. Es ist zu erkennen, dass bei einer reinen Zeitprädiktion die Ergebnisse ohne Prädiktion deutlich schlechter sind als mit Prädiktion. Das bedeutet, dass es sinnvoll ist, eine Prädiktion durchzuführen. Weiterhin ist zu erkennen, dass der KOV Ansatz bessere Ergebnisse



Abbildung 6.13. Normierter MSE beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario Labor 2 bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion mit  $F \cdot \Delta w = 100 \,\mathrm{MHz}$ 

liefert als der REK Ansatz und der LS Ansatz. Trotzdem beträgt bei einer Prädiktionsweite von  $\Delta \tilde{x} = 8,2$  der normierte MSE beim KOV Ansatz bereits fast 0,5. Bei einer Prädiktionsweite von  $\Delta \tilde{x} = 5,6$  beträgt der normierte MSE ungefähr 0,2. Das bedeutet, dass mit dem KOV Ansatz der frequenzselektive und zeitvariante Kanal 1,5 Wellenlängen weit voraus prädiziert werden kann, ohne dass der normierte MSE größer als 0,2 ist. Welcher normierte MSE in realen Systemen tolerierbar ist, hängt natürlich von der Anwendung ab.

Die in Abbildung 6.13 dargestellten Ergebnisse sind erwartungsgemäß schlechter, als die in Abbildung 6.12 dargestellten Ergebnisse. Bei den Ergebnissen in Abbildung 6.13 wurde zusätzlich zu einer Zeitprädiktion auch eine Frequenzprädiktion um 100 MHz vorgenommen. Der qualitative Verlauf der Kurven ist jedoch vergleichbar mit den Ergebnissen in Abbildung 6.12.

Die Prädiktionstechniken für eine reine Zeitprädiktion nochmal separat zu untersuchen ist nicht notwendig, da bereits in Abbildung 6.12 die Ergebnisse einer reinen Zeitprädiktion als Sonderfall der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion dargestellt sind. Weiterhin kann in den Abbildungen 6.9 bis 6.11 auch der nicht normierte MSE bei einer reinen Zeitprädiktion abgelesen werden. Bei einer reinen Zeitprädiktion wird zum Schätzen der pfadspezifischen Parameter der elektromagnetischen Wellen beziehungsweise zum Schätzen der Filterkoeffizienten derselbe, bekannte Ausgangsbereich genutzt, wie bei der gemeinsamen Zeitprädiktion und Frequenzprädiktion. Jedoch werden bei der reinen Frequenzprädiktion typischerweise nur Abtastwerte des aktuellen Zeitpunktes v = V - 1 = 35 verwendet, um die pfadspezifischen Parameter der elektromagnetischen Wellen zu schätzen beziehungsweise um die Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode zu schätzen. Daher können die Ergebnisse für eine reine Frequenzprädiktion in Abbildung 6.12 nicht abgelesen werden, da zum Schätzen der entsprechenden Parameter auch Informationen über vergangene Zeitpunkte verwendet wurden. Falls Informationen über vergangene Zeitpunkte vorhanden sind, sollten diese Informationen im Allgemeinen auch genutzt werden. Denn es kann erwartet werden, dass durch das Vorhandensein von mehr Informationen über den Kanal, die benötigten Parameter zum Prädizieren des Kanals besser geschätzt werden können. Der Nachteil besteht jedoch darin, dass der Rechenaufwand zum Schätzen der pfadspezifischen Parameter der elektromagnetischen Wellen und auch der Rechenaufwand zum Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode ansteigt, falls auch Informationen über vergangene Zeitpunkte verwendet werden. Daher sind im Folgenden die Ergebnisse einer reinen Frequenzprädiktion dargestellt, wenn nur Abtastwerte für den aktuellen Zeitpunkt v = V - 1 = 35 zum Schätzen der pfadspezifischen Parameter der elektromagnetischen Wellen und zum Schätzen der Filterkoeffizienten basierend auf der Kovarianzmethode verwendet werden.

Bei der reinen Frequenzprädiktion wurde der Bereich von 2,35 GHz bis 2,45 GHz zum aktuellen Zeitpunkt v = 35 als bekannter Bereich vorausgesetzt. Es wurde die Kovarianzmethode zum Schätzen der Filterkoeffizienten eingesetzt. Die Prädiktionsweite wurde wieder auf  $\Delta w = 1$  gesetzt. Die Filterordnungen für das Szenario Labor 2 wurden exemplarisch auf P = 7, auf P = 91 und auf P = 151 gesetzt. Der Wert von P = 7 für das Szenario Labor 2 wurde gewählt, da auch D = 7 diskrete Ausbreitungspfade beim Schätzen der Parameter der elektromagnetischen Wellen vorausgesetzt wurden. Ein Vorteil bei einer kleinen Filterordnung besteht darin, dass sowohl der Rechenaufwand zum Schätzen der Filterkoeffizienten als auch der Rechenaufwand zum Prädizieren der Kanalübertragungsfunktionen geringer ist, verglichen mit dem notwendigen Rechenaufwand bei einer Filterordnung von beispielsweise P = 151. Der Wert P = 91 wurde gewählt, da verschiedene Untersuchungen gezeigt haben, dass dieser Wert zu guten Ergebnissen im Sinne des MSE zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen führt. Der Wert P = 151 wurde gewählt, um zu zeigen, welchen Einfluss eine möglicherweise zu groß gewählte Filterordnung auf die Prädiktionsergebnisse besitzt. Die Filterkoeffizienten wurden durch Lösen des linearen Gleichungssystems (4.26) geschätzt. Dieser Ansatz wurde wieder als KOV bezeichnet. Zum Prädizieren basierend auf dem direktionalen Kanalmodell wurde wieder der REK Ansatz und der LS Ansatz gewählt.

Bei der zuvor untersuchten gemeinsamen Prädiktion in Zeitrichtung und Frequenzrichtung wurde der Wiener-Filter Ansatz nicht näher untersucht. Falls jedoch bei der reinen Frequenzprädiktion auch Informationen über die vergangen Zeitpunkte v = 0bis v = 34 genutzt werden, so kann basierend auf diesen 35 veralteten Kanalübertragungsfunktionen die Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\hat{\mathbf{h}}_{\mathbf{b}}}$  geschätzt werden, die benötigt wird, um die Wiener-Matrix <u>W</u> zu berechnen. Weiterhin wird die Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{\mathrm{p}},\mathbf{h}_{\mathrm{b}}}$  benötigt, um die Wiener-Matrix zu berechnen. Aus diesem Grund wurde vorausgesetzt, dass die Kanalübertragungsfunktionen für die vergangenen Zeitpunkte v = 0 bis v = 34auch im Bereich von 2,45 GHz bis 2,55 GHz bekannt sind. Dies ist in realen Systemen der Fall, wenn ein Rücksignalisierungskanal vorhanden ist. Natürlich macht es auch Sinn eine Prädiktion durchzuführen falls ein Rücksignalisierungskanal vorhanden ist. Falls der zuletzt rücksignalisierte Kanal direkt eingesetzt werden würde, so besteht das Problem darin, dass diese Informationen wahrscheinlich veraltet sind. Jedoch können diese veralteten Informationen zum Schätzen der Korrelationsmatrizen eingesetzt werden, um die Filterkoeffizienten basierend auf dem Wiener-Filter Ansatz zu bestimmen, so wie es im Abschnitt 4.3.3 beschrieben wurde. Für die Prädiktion basierend auf dem Wiener-Filter wurde für das Szenario Labor 2 daher angenommen, dass für die ersten 35 Zeitpunkte der Kanal sowohl im Ausgangsfrequenzbereich als auch im Prädiktionsfrequenzbereich bekannt ist. Das Ziel besteht darin, die Kanalübertragungsfunktionen für den aktuellen Zeitpunkt v = 35 in Frequenzrichtung zu prädizieren. Mithilfe des Wiener-Filters können alle Abtastwerte auf einmal prädiziert werden, so wie es in Abschnitt 4.3.3 beschrieben wurde, ohne dass die Prädiktion iterativ fortgesetzt werden muss. Dieser Wiener-Filter Ansatz wurde mit WIEN II bezeichnet. Das bedeutet, dass beim WIEN II Ansatz im Gegensatz zum REK Ansatz, zum LS Ansatz und zum KOV Ansatz auch Informationen über die vergangenen Zeitpunkte verwendet werden. Falls auch für den REK Ansatz, den LS Ansatz und den KOV Ansatz Informationen über die vergangenen Zeitpunkte verwendet werden würden, so könnten die sich ergebenden Prädiktionsergebnisse ebenfalls in den vorigen Abbildungen 6.9 bis 6.13 an den Stellen, bei denen die Prädiktionsweite in Zeitrichtung  $\Delta v = 0$  beträgt, abgelesen werden.

In Abbildung 6.14 ist der nicht normierte MSE (6.3) beim Einsatz von REK, LS und KOV dargestellt. In Abbildung 6.15 ist der nicht normierte MSE (6.3) beim Einsatz von WIEN II logarithmisch dargestellt. Zusätzlich ist auch wieder der MSE (6.7) dargestellt, um die Vorteile der Prädiktion gegenüber keiner Prädiktion zu verdeutlichen. Um zu zeigen, dass es nicht sinnvoll ist, die zuletzt rücksignalisierten Kanalübertragungsfunktionen direkt und ohne Prädiktion einzusetzen, ist in Abbildung 6.15 zusätzlich



Abbildung 6.14. MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario Labor 2 bei der Frequenzprädiktion



Abbildung 6.15. MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von WIEN II für das Szenario Labor 2 bei der Frequenzprädiktion

| Prädiktionsverfahren | normierter MSE |
|----------------------|----------------|
| REK                  | 1,106          |
| LS                   | 0,914          |
| KOV mit $P = D$      | 1,042          |
| KOV mit $P = 91$     | 0,575          |
| KOV mit $P = 151$    | 0,633          |
| WIEN II              | 0,002          |
| FEEDBACK             | 2,070          |
| OHNE                 | 3,145          |

Tabelle 6.4. Normierter MSE zwischen den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen für das Szenario Labor 2

der MSE dargestellt, der sich ergibt, wenn die zuletzt rücksignalisierten Kanalübertragungsfunktionen direkt eingesetzt werden würden. Dieser Ansatz wurde mit FEED-BACK bezeichnet.

Die Ergebnisse des KOV Ansatzes mit einer Filterordnung von P = 91 und P = 151sind besser als die Ergebnisse mit einer Filterordnung von P = 7. Dies liegt zum einen möglicherweise daran, dass mehr als sieben Ausbreitungspfade vorhanden sind. Zum anderen kann es an den getroffenen Annahmen beim direktionalen Kanalmodell liegen. Der reale Kanal kann offensichtlich besser prädiziert werden, wenn die Filterordnung größer gewählt wird. Im Gegensatz zur reinen Zeitprädiktion sind bei der reinen Frequenzprädiktion die Ergebnisse des LS Ansatzes etwas besser, als die Ergebnisse des REK Ansatzes. Insbesondere für große Prädiktionsweiten sind die Ergebnisse des REK Ansatzes sogar schlechter als die Ergebnisse des OHNE Ansatzes. Beim Vergleich der Ergebnisse aus Abbildung 6.14 mit den Ergebnissen aus Abbildung 6.15 zeigt sich, dass die Ergebnisse beim WIEN II Ansatz signifikant besser sind, als alle anderen Ergebnisse. Das bedeutet, falls ein Rücksignalisierungskanal vorhanden ist, sollte der WIEN II Ansatz angewandt werden. Auch lässt sich feststellen, dass das Verwenden der zuletzt rücksignalisierten Kanalübertragungsfunktionen nicht sinnvoll ist, da die zuletzt rücksignalisierten Kanalübertragungsfunktionen veraltet sind.

In Tabelle 6.4 sind die sich ergebenden normierten MSE (6.11) und (6.12) gelistet. Da es sich um eine reine Frequenzprädiktion zum aktuellen Zeitpunkt v = 35 handelt, wurde die Prädiktionsweite  $\Delta v$  in Zeitrichtung auf 0 gesetzt. Die Prädiktionsweite in Frequenzrichtung wurde auf  $F \cdot \Delta w = 100$  MHz gesetzt. Dementsprechend wurde der normierte MSE zwischen den prädizierten 100 MHz und den gemessenen 100 MHz im Bereich von 2,45 GHz und 2,55 GHz berechnet. Ein kleinerer Wert für  $F \cdot \Delta w$  ist nicht sinnvoll, da sonst ein Bereich der prädizierten Kanalübertragungsfunktionen im Bereich der bekannten Kanalübertragungsfunktionen liegen würde. Es ist zu erkennen, dass alle Ergebnisse im Vergleich zum WIEN II Ansatz verhältnismäßig schlecht sind.

Im Folgenden werden die Ergebnisse für das Szenario Labor 2 mit den Ergebnissen des synthetisch generierten Kanals verglichen. In Abbildung 6.8 sind die sich ergebenden normierten MSE bei einer reinen Frequenzprädiktion des synthetisch generierten Kanals in Abhängigkeit vom SRV dargestellt. Es lässt sich feststellen, dass ein normierter MSE von 0,002 beim Einsatz des Wiener-Filters beim synthetisch generierten Kanal erst für ein SRV der Kanalschätzung von größer als 36 dB auftritt. Der normierte MSE in Tabelle 6.4 beim Einsatz von REK korrespondiert mit einem SRV von größer als 28 dB in Abbildung 6.8. Die normierten MSE beim Einsatz von KOV und OHNE in Tabelle 6.4 sind kleiner, als die normierten MSE beim Einsatz von KOV und OHNE in Abbildung 6.8.

## 6.3.2 Anwenden der Prädiktionsverfahren auf die gemessenen Funkkanäle der Szenarien Korridor und Labor 1

In diesem Abschnitt wird die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken an den real gemessenen Funkkanälen der beiden Szenarien Korridor und Labor 1 untersucht. Bei diesen beiden Szenarien wurde ein zeitinvarianter MIMO-Kanal vermessen. Daher wird lediglich eine Prädiktion in Frequenzrichtung vorgenommen. Um die Leistungsfähigkeit der Prädiktionstechniken zu untersuchen, wurde wieder der Bereich von 2,35 GHz bis 2,45 GHz als bekannter Bereich definiert. Das bedeutet, dass von den insgesamt 401 gemessenen Abtastwerten der  $36 \cdot 36$  Kanalübertragungsfunktionen, W = 201 bekannte Abtastwerte in Frequenzrichtung vorhanden sind. Das Ziel der Prädiktion besteht darin, die restlichen Abtastwerte für den Frequenzbereich bis 2,55 GHz zu bestimmen. Zum Prädizieren basierend auf dem direktionalen Kanalmodell wurde der Rekonstruktionsansatz REK eingesetzt und es wurde der Least-Squares Ansatz LS eingesetzt. Die pfadspezifischen Parameter wurden mit dem SAGE Algorithmus geschätzt. Untersuchungen für das Szenario Korridor mit verschiedenen Annahmen für den Wert D haben gezeigt, dass D = 7 zu den besten Ergebnissen im Sinne des minimalen MSE zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen führt. Untersuchungen für das Szenario Labor 1 mit verschiedenen Annahmen für den Wert D haben gezeigt, dass D = 10 zu

| Dfad  |                       |                       | Par                       | rameter                     |                                 |  |
|-------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------------|--|
| Tiau  | $	au^{(d)}$           | $arphi_{ m Rx}^{(d)}$ | $\vartheta_{ m Rx}^{(d)}$ | $arphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$ | $\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$ | $\underline{\alpha}^{(d)} \cdot 10^{-3}$ |
| d = 1 | $26{,}23\mathrm{ns}$  | $-179,40^{\circ}$     | $74,\!87^{\circ}$         | $3,28^{\circ}$              | $76,\!80^{\circ}$               | 2,74 - j0,06                             |
| d = 2 | $26{,}45\mathrm{ns}$  | $-169,\!87^{\circ}$   | $77,\!68^{\circ}$         | $-5,34^{\circ}$             | $79,\!57^{\circ}$               | -0,92 + j2,02                            |
| d = 3 | $26{,}61\mathrm{ns}$  | $168, 31^{\circ}$     | $74,\!24^{\circ}$         | $18,\!03^{\circ}$           | $76,\!10^{\circ}$               | 0,22 - j1,43                             |
| d = 4 | $28{,}18\mathrm{ns}$  | $-154,\!90^{\circ}$   | 78,14°                    | $22,\!21^{\circ}$           | 81,89°                          | -0,86 + j0,38                            |
| d = 5 | $71,\!58\mathrm{ns}$  | $6,08^{\circ}$        | 73,92°                    | $8,87^{\circ}$              | $76,\!63^{\circ}$               | 0,66 - j0,38                             |
| d = 6 | $171,\!90\mathrm{ns}$ | $-175,\!92^{\circ}$   | $76,\!40^{\circ}$         | $-175,\!58^{\circ}$         | $76,\!58^{\circ}$               | 0,29 + j0,31                             |
| d = 7 | $75,77\mathrm{ns}$    | $-12,20^{\circ}$      | 75,39°                    | 10,44°                      | 77,81°                          | -0,11 + j0,32                            |

Tabelle 6.5. Parameter der elektromagnetischen Wellen für das Szenario Korridor

den besten Ergebnissen im Sinne des minimalen MSE zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen führt.

In Tabelle 6.5 sind die geschätzten Parameter der elektromagnetischen Wellen für das Szenario Korridor aufgeführt. Anhand der Abbildungen B.1 bis B.3 lässt sich erkennen, dass der erste Ausbreitungspfad mit der direkten Sichtverbindung zwischen dem Sender und dem Empfänger korrespondiert. Der zweite und der dritte Ausbreitungspfad korrespondieren ebenfalls ungefähr mit der direkten Sichtverbindung zwischen dem Sender und dem Empfänger. Der vierte Ausbreitungspfad korrespondiert mit einer Reflexion an der Seitenwand des Korridors. Der fünfte und der siebente Ausbreitungspfad korrespondieren mit einer Reflexion an der in Abbildung B.1 dargestellten Wand auf der rechten Seite. Der sechste Ausbreitungspfad korrespondiert mit einer Reflexion an der in Abbildung B.1 dargestellten Wand ganz auf der linken Seite. Weiterhin besitzt der sechste Ausbreitungspfad eine Laufzeit von ungefähr 171,90 ns. Da 171,90 ns die längste geschätzte Laufzeit ist, ist ein Abtastabstand im Frequenzbereich von 1/171,90 ns  $\approx 5.8$  MHz ausreichend, um Aliasing-Effekte zu verhindern. Der tatsächliche Abtastabstand im Frequenzbereich beträgt jedoch ungefähr 0.5 MHz. Dementsprechend ist der Funkkanal mit einem Faktor von ungefähr 11.6 in Frequenzrichtung überabgetastet.

In Tabelle 6.6 sind die geschätzten Parameter der elektromagnetischen Wellen für das Szenario Korridor aufgeführt. Anhand der Abbildungen B.4 bis B.6 lässt sich erkennen, dass die ersten drei Ausbreitungspfade mit der direkten Sichtverbindung zwischen dem Sender und dem Empfänger korrespondieren. Der vierte bis siebente Ausbreitungspfad

| Dfad   | Parameter            |                       |                           |                             |                                 |  |  |  |
|--------|----------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------------|--|--|--|
| 1 lau  | $	au^{(d)}$          | $arphi_{ m Rx}^{(d)}$ | $\vartheta_{ m Rx}^{(d)}$ | $arphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$ | $\vartheta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$ | $\underline{\alpha}^{(d)} \cdot 10^{-3}$ |  |  |
| d = 1  | $13,\!07\mathrm{ns}$ | $0,47^{\circ}$        | 79,73°                    | $-177,03^{\circ}$           | $75,50^{\circ}$                 | 11,95 + j0,45                            |  |  |
| d = 2  | $13,\!16\mathrm{ns}$ | $-1,76^{\circ}$       | 78,73°                    | $-179,47^{\circ}$           | $74,70^{\circ}$                 | -5,00 - j6,89                            |  |  |
| d = 3  | $13,\!13\mathrm{ns}$ | $3,99^{\circ}$        | 79,01°                    | $-173,\!48^{\circ}$         | $74,\!56^{\circ}$               | -5,38 - j2,39                            |  |  |
| d = 4  | $21,\!00\mathrm{ns}$ | $176,72^{\circ}$      | 74,81°                    | $-177,71^{\circ}$           | $73,77^{\circ}$                 | -1,16 + j1,07                            |  |  |
| d = 5  | $21{,}54\mathrm{ns}$ | $58,\!54^{\circ}$     | 79,14°                    | $126,\!82^{\circ}$          | 76,73°                          | 0,30 - j1,13                             |  |  |
| d = 6  | $26{,}05\mathrm{ns}$ | $138,\!94^{\circ}$    | $76,\!47^{\circ}$         | $139,\!54^{\circ}$          | $75,\!05^{\circ}$               | -0,39 + j1,05                            |  |  |
| d = 7  | $27,\!80\mathrm{ns}$ | $-133,32^{\circ}$     | 74,71°                    | $-131,99^{\circ}$           | $77,01^{\circ}$                 | 0,62 + j0,49                             |  |  |
| d = 8  | $46{,}01\mathrm{ns}$ | $-2,\!65^{\circ}$     | $76,\!97^{\circ}$         | $-57,41^{\circ}$            | $73,\!52^{\circ}$               | -0,33 - j0,03                            |  |  |
| d = 9  | $64,19\mathrm{ns}$   | 24,10°                | $77,04^{\circ}$           | $170,16^{\circ}$            | 76,30°                          | 0,07 + j0,28                             |  |  |
| d = 10 | $100,46\mathrm{ns}$  | $-20,82^{\circ}$      | $77,\!54^{\circ}$         | 162,10°                     | 74,11°                          | 0,09 - j0,15                             |  |  |

Tabelle 6.6. Parameter der elektromagnetischen Wellen für das Szenario Labor 1

korrespondiert jeweils mit einer einfachen Reflexion an den Wänden oder der Fensterfront. Der achte bis zehnte Ausbreitungspfad korrespondiert jeweils mit einer Mehrfachreflexion an den Wänden oder der Fensterfront. Die maximal aufgetretene Laufzeit beträgt beim Szenario Labor 1 100,46 ns. Das bedeutet, dass ein Abtastabstand im Frequenzbereich von 1/100,46 ns  $\approx 10,0$  MHz ausreichend ist, um Aliasing-Effekte zu verhindern. Der tatsächliche Abtastabstand im Frequenzbereich beträgt jedoch ungefähr 0,5 MHz. Dementsprechend ist der Funkkanal mit einem Faktor von ungefähr 20,0 in Frequenzrichtung überabgetastet.

Zum Prädizieren basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell wurde die Kovarianzmethode eingesetzt. Beim Schätzen der Filterkoeffizienten wurde die Prädiktionsweite wieder auf  $\Delta w = 1$  gesetzt und die Abtastwerte wurden iterativ prädiziert. Die Filterordnungen für das Szenario Korridor wurden exemplarisch auf P = 7, auf P = 91und auf P = 151 gesetzt. Die Filterordnungen für das Szenario Labor 1 wurden exemplarisch auf P = 10, auf P = 91 und auf P = 151 gesetzt. Der Wert von P = 7für das Szenario Korridor beziehungsweise der Wert P = 10 für das Szenario Labor 1 wurde gewählt, da auch D = 7 beziehungsweise D = 10 diskrete Ausbreitungspfade beim Schätzen der Parameter der elektromagnetischen Wellen vorausgesetzt wurden. Der Wert P = 91 wurde gewählt, da verschiedene Untersuchungen gezeigt haben, dass dieser Wert zu guten Ergebnissen im Sinne des MSE zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen führt.



Abbildung 6.16. MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario Korridor

Der Wert P = 151 wurde gewählt, um zu zeigen, welchen Einfluss eine möglicherweise zu groß gewählte Filterordnung auf die Prädiktionsergebnisse besitzt. Weiterhin wurden die Werte P = 91 und P = 151 bereits beim Szenario Labor 2 eingesetzt, sodass die Ergebnisse vergleichbar sind. Die Filterkoeffizienten wurden durch Lösen des linearen Gleichungssystems (4.26) geschätzt. Dieser Ansatz wurde wieder als KOV bezeichnet. Die Korrelationsmatrizen, die für das Wiener-Filter benötigt werden, können nicht basierend auf einer Realisierung des Kanals geschätzt werden. Die Korrelationsmatrizen basierend auf dem Verzögerungsleistungsdichtespektrum und basierend auf dem Winkelleistungsdichtespektrum zu berechnen ist nicht sinnvoll, da weder das Verzögerungsleistungsdichtespektrum, noch das Winkelleistungsdichtespektrum bekannt ist. Erste Untersuchungen haben gezeigt, dass die Annahme eines konstanten Verzögerungsleistungsdichtespektrums und eines konstanten Winkelleistungsdichtespektrums zu sehr schlechten Ergebnissen führt. Daher wurde der Wiener-Filter Ansatz nicht näher untersucht.

In den Abbildungen 6.16 und 6.17 ist jeweils der MSE  $f_w$  (6.3) zwischen den prädizierten Abtastwerten und den gemessenen Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen für die beiden Szenarien Korridor und Labor 1 dargestellt. Weiterhin ist in den Abbildungen 6.16 und 6.17 der MSE  $\tilde{f}_w$  (6.7) gestrichelt dargestellt, um die Vortei-



Abbildung 6.17. MSE zwischen den komplexen Abtastwerten beim Einsatz von REK, LS und KOV für das Szenario Labor 1

le der Prädiktion gegenüber keiner Prädiktion zu beurteilen. Dies wurde wieder als OHNE bezeichnet. Es lässt sich in den Abbildungen 6.16 und 6.17 erkennen, dass der OHNE Ansatz zu signifikant schlechteren Ergebnissen führt, verglichen mit den Ergebnissen der Prädiktion. Trotzdem steigt der MSE beim OHNE Ansatz nicht monoton an. Vielmehr steigt der MSE zunächst an, anschließend fällt er wieder ab und steigt mit noch größerer Prädiktionsweite wieder an. Dieses Ergebnis war bereits bei den Untersuchungen am synthetisch generierten Kanal und bei den Untersuchungen an den real gemessenen Funkkanälen des Szenarios Labor 2 aufgetreten. Falls lediglich ein einziger Ausbreitungspfad vorhanden wäre, ist es leicht zu erkennen, dass der Fehler beim OHNE Ansatz mit steigender Prädiktionsweite auch wieder sinkt. Ein SISO-Subkanal würde durch eine komplexe Exponentialfunktion dargestellt werden. Der Betrag wäre konstant und die Phase dieser komplexen Exponentialfunktion wäre periodisch, wobei die Periodendauer durch die Pfadparameter der elektromagnetischen Welle bestimmt wäre. Da die Phase periodisch wäre, muss der MSE beim OHNE Ansatz ebenfalls periodisch sein. Bei den real gemessenen Funkkanälen handelt es sich jedoch um eine Überlagerung vieler elektromagnetischer Wellen. Dies hat zur Folge, dass der Fehler beim OHNE Ansatz nicht zwangsläufig periodisch ist, jedoch kann der MSE mit steigender Prädiktionsweite auch kleiner werden. Die Ergebnisse beim Einsatz des REK Ansatzes und beim Einsatz des LS Ansatzes unterscheiden sich insbesondere beim Szenario Korridor nur wenig voneinander. Beim Szenario Labor 1 sind die Ergebnisse des LS Ansatzes ein wenig besser als die Ergebnisse des REK Ansatzes. Für große Prädiktionsweiten ist der REK Ansatz und der LS Ansatz besser geeignet als der KOV Ansatz. Die Kovarianzmethode liefert für kleine Prädiktionsweiten bessere Ergebnisse, jedoch sind die Ergebnisse abhängig von der Filterordnung. Eine Filterordnung von P = 7beim Szenario Korridor und eine Filterordnung von P = 10 beim Szenario Labor 1 führt bei diesen gemessenen Szenarien zu den schlechtesten Prädiktionsergebnissen. Diese Ergebnisse können zum einen daran liegen, dass mehr als sieben beziehungsweise mehr als zehn Ausbreitungspfade vorhanden sind. Zum anderen kann es an den getroffenen Annahmen beim direktionalen Kanalmodell liegen. Der reale Kanal kann offensichtlich besser prädiziert werden, wenn die Filterordnung größer gewählt wird. Aufgrund der größeren Filterordnung können möglicherweise Effekte des realen Kanals berücksichtigt werden, die beim direktionalen Kanalmodell nicht berücksichtigt werden. Beim Szenario Korridor führt eine Filterordnung von P = 91 zu besseren Ergebnissen als eine Filterordnung von P = 151. Dies liegt wieder an der auf Seite 114 beschriebenen Überabtastung der Kanalübertragungsfunktionen. Obwohl die Kanalübertragungsfunktionen mit einer hohen RBW gemessen wurden, so sind die Messergebnisse natürlich nicht rauschfrei. Daher kann der Einfluss des Rauschens bei einer zu groß gewählten Filterordnung zu stark werden. Beim Szenario Labor 1 unterscheiden sich die Prädiktionsergebnisse bei einer Filterordnung von P = 91 und P = 151 nur wenig voneinander.

Die bisherigen Darstellungen haben den nicht normierten MSE zwischen den gemessenen Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen gezeigt. Dass bedeutet, dass die absoluten Werte des MSE für unterschiedliche Szenarien nicht fair miteinander verglichen werden können. Um auch die Leistungsfähigkeit der untersuchten Prädiktionstechniken fair für verschiedene Szenarien miteinander vergleichen zu können, sind in Tabelle 6.7 der normierte MSE (6.11) und der normierte MSE (6.12) zwischen den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen und den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen gelistet. Außerdem ist es durch die Analyse der relativen Leistungsfähigkeit möglich, die sich ergebenden normierten mittleren quadratischen Fehler bei der Prädiktion des synthetisch generierten Funkkanals und die sich ergebenden normierten mittleren quadratischen Fehler bei der Prädiktion der gemessenen Funkkanäle fair miteinander zu vergleichen. Zum Berechnen des normierten MSE wurde genauso wie bei den Untersuchungen an dem synthetisch generierten Funkkanal und wie bei den real gemessenen Funkkanälen des Szenarios Labor 2 vorgegangen. Das bedeutet, dass die Prädiktionsweite in Frequenzrichtung auf  $F \cdot \Delta w = 100 \text{ MHz}$  gesetzt wurde und die Prädiktionsweite in Zeitrichtung wurde auf 0 gesetzt. Das bedeutet, dass basierend auf den ersten

| Tabe | elle 6               | 5.7. Normierte | er MSE | zwischen  | den gemess  | senen l | Kana | lübertragu | ngsfunkti | onen |
|------|----------------------|----------------|--------|-----------|-------------|---------|------|------------|-----------|------|
| und  | $\operatorname{den}$ | prädizierten   | Kanalü | ibertragu | ngsfunktion | en für  | die  | Szenarien  | Korridor  | und  |
| Labo | or 1                 |                |        |           |             |         |      |            |           |      |

| Prädiktionsverfahren     | normierter MSE $(6.11)$ & $(6.12)$ |         |  |  |
|--------------------------|------------------------------------|---------|--|--|
|                          | Korridor                           | Labor 1 |  |  |
| REK (6.11)               | 0,293                              | 0,394   |  |  |
| LS (6.11)                | 0,287                              | 0,349   |  |  |
| KOV mit $P = D$ (6.11)   | 0,427                              | 0,987   |  |  |
| KOV mit $P = 91$ (6.11)  | 0,200                              | 0,368   |  |  |
| KOV mit $P = 151$ (6.11) | 0,318                              | 0,375   |  |  |
| OHNE (6.12)              | 3,573                              | 2,514   |  |  |

100 MHz der gemessenen Kanalübertragungsfunktionen die zweiten 100 MHz prädiziert wurden. Anschließend wurde der normierte MSE zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den gemessenen Kanalübertragungsfunktionen berechnet. An Tabelle 6.7 lässt sich erkennen, dass keine Prädiktion durchzuführen ungeeignet ist. Das bedeutet, dass der bekannte Bereich der Kanalübertragungsfunktionen nicht direkt für den unbekannten Bereich der Kanalübertragungsfunktionen verwendet werden sollte. Diese Aussage deckt sich auch mit den Ergebnissen am synthetisch generierten Funkkanal in Abbildung 6.8. Weiterhin lässt sich feststellen, dass die beiden auf dem direktionalen Kanalmodell basierenden Ansätze REK und LS gute Ergebnisse erzielen. Für das Szenario Korridor unterscheiden sich diese beiden Ergebnisse nicht signifikant voneinander. Beim Szenario Labor 1 sind die Unterschiede zwischen REK und LS etwas größer. Der KOV Ansatz mit einer Filterordnung von P = 91 erzielt für das Szenario Korridor das beste Ergebnis und der LS Ansatz erzielt für das Szenario Labor 1 das beste Ergebnis. Der KOV Ansatz mit einer Filterordnung von P = D erzielt in beiden Szenarien das schlechteste Ergebnis aller untersuchten Prädiktionsverfahren. Beim Vergleich der Ergebnisse vom Szenario Korridor und vom Szenario Labor 1 lässt sich feststellen, dass die relative Leistungsfähigkeit beim Szenario Korridor besser ist. Die Ergebnisse der einzelnen Prädiktionstechniken in Tabelle 6.4 und in Tabelle 6.7 zeigen, dass die jeweiligen Prädiktionstechniken in den beiden Szenarien Korridor und Labor 1 zu besseren Ergebnissen führen, als die jeweiligen Prädiktionstechniken in dem Szenario Labor 2. Beim Vergleich der Werte aus Tabelle 6.7 mit den Werten in Abbildung 6.8 zeigt sich, dass die relativen Ergebnisse der Prädiktion der real gemessenen Funkkanäle besser sind, als die relativen Ergebnisse der Prädiktion des synthetisch generierten Funkkanals unter Einfluss von Rauschen. Ausnahme hierbei sind die Ergebnisse des
WIEN I Ansatzes, der bei den gemessenen Funkkanälen nicht näher untersucht wurde. Daher lässt sich die Vermutung aufstellen, dass in realen Systemen die Leistungsfähigkeit des REK Ansatzes, des LS Ansatzes und des KOV Ansatzes vom Rauschen dominiert wird und nicht von getroffenen Vereinfachungen beim direktionalen Kanalmodell.

# Kapitel 7 Zusammenfassung

#### 7.1 Zusammenfassung in deutscher Sprache

Viele moderne Übertragungsverfahren, die eine hohe Leistungsfähigkeit besitzen, benötigen senderseitige Kanalkenntnis. Typischerweise ist es jedoch schwierig, senderseitige Kanalkenntnis zu erlangen. Empfängerseitige Kanalkenntnis lässt sich klassischerweise basierend auf der Übermittlung von a priori bekannten Trainingssignalen erlangen. Es wurden verschiedene trainingssignalbasierte Verfahren untersucht, um die empfängerseitige Kanalkenntnis zu schätzen. Dabei hat sich herausgestellt, dass der unterraumbasierte Maximum-Likelihood-Schätzer, in Abhängigkeit vom Szenario, signifikante Verbesserungen gegenüber dem klassischen Maximum-Likelihood-Schätzer erzielen kann.

Basierend auf der geschätzten empfängerseitigen Kanalkenntnis wurden Verfahren vorgeschlagen und untersucht, um die senderseitige Kanalkenntnis zu erlangen. Sowohl der vorgeschlagene Rekonstruktionsansatz als auch der vorgeschlagene Least-Squares Ansatz basieren auf einem physikalisch motivierten Kanalmodell. Dieses physikalisch motivierte Kanalmodell kann ausgehend von den Maxwellschen Gleichungen hergeleitet werden. Bei diesem sogenannten direktionalen Kanalmodell werden die Kanalübertragungsfunktionen als Superposition von diskreten Ausbreitungspfaden beschrieben. Jeder einzelne Ausbreitungspfad wird durch verschiedene physikalische Parameter beschrieben. Zum Prädizieren der empfängerseitigen Kanalzustandsinformationen müssen die pfadspezifischen Parameter der Ausbreitungspfade geschätzt werden. Da die physikalischen Parameter der Ausbreitungspfade benötigt werden, wurden Verfahren zum Schätzen dieser Parameter untersucht. Dabei wurde insbesondere auf den SAGE Algorithmus (engl. <u>Space Alternating G</u>eneralized <u>E</u>xpectation Maximization) eingegangen. Der SAGE Algorithmus ist ein iterativer Maximum-Likelihood-Schätzer und liefert im Vergleich zu den anderen untersuchten Verfahren die besten Ergebnisse.

Neben der Prädiktion basierend auf dem direktionalen Kanalmodell wurden auch Verfahren zum Prädizieren basierend auf dem sogenannten filterbasierten Kanalmodell vorgestellt. Das filterbasierte Kanalmodell ist im Allgemeinen nicht physikalisch motiviert. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass das physikalisch motivierte direktionale Kanalmodell in das filterbasierte Kanalmodell überführt werden kann. Zum Prädizieren der empfängerseitigen Kanalkenntnis basierend auf dem filterbasierten Kanalmodell müssen die Filterkoeffizienten geschätzt werden. Zum Schätzen der Filterkoeffizienten wurde unter anderem die Kovarianzmethode untersucht. Der Vorteil der Kovarianzmethode liegt darin, dass das Schätzen der Filterkoeffizienten einfach ist. Der Nachteil der Kovarianzmethode liegt darin, dass der mittlere quadratische Fehler zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen im Allgemeinen durch die geschätzten Filterkoeffizienten nicht minimiert wird. Daher wurde auch das Minimum Mean Square Error Verfahren zum Schätzen der Filterkoeffizienten untersucht, sodass der mittlere quadratische Fehler zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen minimiert wird. Dies führte auf das Wiener-Filter. Der Nachteil beim Wiener-Filter besteht darin, dass Statistiken zweiter Ordnung über den Kanal und über das Rauschen bekannt sein müssen. Die Statistik zweiter Ordnung des Kanals zu erlangen ist nicht trivial. Falls ein Rücksignalisierungskanal vorhanden ist, können während einer Initialisierungsphase die Kanalkorrelationsmatrizen geschätzt werden, um anschließend die Filterkoeffizienten zu bestimmen. Somit ist es möglich, den mittleren quadratischen Fehler zwischen den prädizierten Kanalübertragungsfunktionen und den tatsächlichen Kanalübertragungsfunktionen zu minimieren.

Das Anwenden der vorgeschlagenen Prädiktionstechniken auf einen synthetisch generierten Funkkanal und auf real gemessene Funkkanäle hat gezeigt, dass es möglich und sinnvoll ist, die empfängerseitigen Kanalzustandsinformationen zu prädizieren, um die senderseitigen Kanalzustandsinformationen zu erhalten. Somit können moderne Übertragungstechniken, die senderseitige Kanalkenntnis benötigen, erfolgreich eingesetzt werden.

#### 7.2 Zusammenfassung in englischer Sprache

Many modern transmission techniques require channel state information at the transmitter side in order to achieve a high performance. Unfortunately, it is difficult to achieve channel state information at the transmitter side. Channel state information at the receiver side can be achieved based on the transmission of a priori known training signals. Different training signal based techniques to achieve the channel state information at the receiver side were investigated. The subspace based maximum-likelihoodestimator yields significant performance gains compared to the classical maximumlikelihood-estimator for certain scenarios.

Based on the estimated channel state information at the receiver side, different techniques to predict the channel state information at the transmitter side were investigated. The proposed reconstruction approach and the proposed least-squares approach are based on a physically motivated channel model. This physically motivated channel model can be deduced from Maxwell's equations. This channel model is called directional channel model and the channel transfer functions can be described by a superposition of different discrete propagation paths. Each propagation path can be described by different physical path parameters. In order to predict the channel state information at the receiver side, it is necessary to estimate the physical path parameters. Different techniques to estimate these physical path parameters were studied. Especially the SAGE algorithm (space alternating generalized expectation maximization) were investigated. The SAGE algorithm is an iterative maximum-likelihood-estimator and leads to the best results among the different proposed techniques for estimating the physical path parameters.

Additionally to the prediction, based on the directional channel model, the prediction based on the so called filter based channel model was investigated. In general, it is not possible to motivate the filter based channel model in a physical sense. However, it was possible to show that the directional channel model can be converted into the filter based channel model. In order to predict the channel state information at the receiver side based on the filter based channel model, it is necessary to estimate the filter coefficients. For estimating the filter coefficients the covariance method was studied. The advantage of the covariance method is that it is easy to compute the filter coefficients. Unfortunately, the mean square error between the predicted channel transfer functions and the real channel transfer functions is not minimized. Hence, a minimum mean square error technique which leads to the minimum mean square error between the predicted channel transfer functions and the real channel transfer functions was also investigated. This led to the Wiener-filter. The disadvantage of the Wiener-filter is the need for having the knowledge of the second order statistics about the noise and about the channel. To achieve the knowledge of the second order statistic of the channel is nontrivial. In case of having a feedback channel, it is possible to estimate the channel correlation matrices during an initialization process. With the knowledge of the channel correlation matrices and with the knowledge of the noise correlation matrix it is possible to estimate the filter coefficients in such a way that the mean square error between the predicted channel transfer functions and the real channel transfer functions is minimized.

The investigated prediction techniques were applied for one artificial generated mobile channel and for three real measured mobile channels. The results show that it is possible and useful to apply prediction techniques. Thus, modern transmission techniques can benefit from channel state information at the transmitter side based on the prediction of the channel state information at the receiver side.

## Anhang A Herleitungen

#### A.1 Korrelationsmatrix des Rauschens

Zur Herleitung der Korrelationsmatrix des Rauschens (2.13) und der Array Korrelationsmatrix (2.14) wird davon ausgegangen, dass sich die an den M Antennen empfangenen Störsignale durch Überlagerung von D aus verschiedenen Richtungen kommenden Störsignalanteilen ergeben. Die D Störsignalanteile erzeugen am Referenzpunkt, der in Kapitel 3 eingeführt wurde, jeweils ein Empfangssignal  $\sigma^{(d)} \underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}$ , wobei  $\underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}$  der leistungsnormierte Störsignalanteil ist und  $\sigma^{(d)^2}$  ist die Leistung des Störsignalanteils. Jeder dieser D Störsignalanteile erzeugt an der m-ten Empfangsantenne den Empfangssignalanteil

$$\underline{\mathbf{n}}^{(m,d)}\left(i\right) = e^{j\gamma_{Rx}^{(m,d)}} \sigma^{(d)} \underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}\left(i\right)$$
(A.1)

mit

$$\gamma_{\rm Rx}^{(m,d)} = -2\pi f_0 \tau_{\rm Rx}^{(m,d)},$$
 (A.2)

wobei  $e^{j\gamma_{Rx}^{(m,d)}}$  einem Element der Steuermatrix (3.29) entspricht. Das gesamte an der Antenne *m* empfangene Störsignal ist folglich

$$\underline{\mathbf{n}}^{(m)}(i) = \sum_{d=1}^{D} \underline{\mathbf{n}}^{(m,d)}(i)$$
$$= \sum_{d=1}^{D} e^{j\gamma_{\text{Rx}}^{(m,d)}} \sigma^{(d)} \underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}(i) .$$
(A.3)

Das totale empfangene und nicht überabgetastete Störsignal ist

$$\underline{\mathbf{n}}(i) = \left(\underline{\mathbf{n}}^{(1)}(i) \dots \underline{\mathbf{n}}^{(M)}(i)\right)^{\mathrm{T}}.$$
(A.4)

Ausgehend von Gleichung (2.11) ergibt sich die Korrelationsmatrix des Rauschens zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{n} = \mathbf{E} \left\{ \underline{\mathbf{n}} \left( i \right) \, \underline{\mathbf{n}} \left( i \right)^{*\mathrm{T}} \right\} \\ = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{R}}_{n}^{(1,1)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{n}^{(1,M)} \\ \vdots & \vdots \\ \underline{\mathbf{R}}_{n}^{(M,1)} & \cdots & \underline{\mathbf{R}}_{n}^{(M,M)} \end{pmatrix},$$
(A.5)

wobei sich die  $M^2$  Blöcke der Korrelationsmatrix des Rauschens zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}}^{(m,m')} = \mathbf{E} \left\{ \underline{\mathbf{n}}^{(m)}(i) \cdot \underline{\mathbf{n}}^{(m')}(i)^{*\mathrm{T}} \right\} 
= \mathbf{E} \left\{ \left( \sum_{d=1}^{D} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)}} \sigma^{(d)} \underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}(i) \right) \cdot \left( \sum_{d=1}^{D} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m',d)}} \sigma^{(d)} \underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}(i)^{*\mathrm{T}} \right) \right\} \quad (A.6)$$

ergeben. Mit

$$\underline{\tilde{\mathbf{R}}}_{n} = E\left\{\underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}\left(i\right) \cdot \underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}\left(i\right)^{*T}\right\}$$
(A.7)

folgt aus (A.6)

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}}^{(m,m')} = \left(\sum_{d=1}^{D} \sigma^{(d)^2} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{\mathbf{R}_{\mathbf{x}}}^{(m,d)}} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_{\mathbf{R}_{\mathbf{x}}}^{(m',d)}}\right) \cdot \underline{\tilde{\mathbf{R}}}_{\mathbf{n}}.$$
(A.8)

Falls es sich beim Rauschen  $\underline{\tilde{\mathbf{n}}}^{(d)}(i)$  um unkorreliertes Gaußrauschen mit der normierten Leistung 1 handelt, so ergibt sich

$$\tilde{\underline{\mathbf{R}}}_{n} = \mathbf{I},\tag{A.9}$$

wobei I die Einheitsmatrix ist. Mit der nicht normierten  $M \times M$  Array Korrelationsmatrix

$$\underline{\tilde{\mathbf{R}}}_{a} = \begin{pmatrix} \underline{\tilde{r}}_{Rx}^{(1,1)} & \cdots & \underline{\tilde{r}}_{Rx}^{(1,M)} \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{\tilde{r}}_{Rx}^{(M,1)} & \cdots & \underline{\tilde{r}}_{Rx}^{(M,M)} \end{pmatrix}, \qquad (A.10)$$

wobei für

$$\underline{\tilde{r}}_{Rx}^{(m,m')} = \sum_{d=1}^{D} \sigma^{(d)^2} e^{j\gamma_{Rx}^{(m,d)}} e^{-j\gamma_{Rx}^{(m',d)}}$$
(A.11)

gilt, folgt für die Korrelationsmatrix des Rauschens (A.5)

$$\underline{\mathbf{R}}_{n} = \underline{\tilde{\mathbf{R}}}_{a} \otimes \mathbf{I}. \tag{A.12}$$

Das bedeutet, dass alle Blöcke der Korrelationsmatrix des Rauschens (A.5) bis auf die Gewichte  $\tilde{\underline{r}}_{Rx}^{(m,m')}$  identisch sind.

Im Folgenden wird die nicht normierte Array Korrelationsmatrix genauer betrachtet. Die Elemente der nicht normierten Array Korrelationsmatrix  $\underline{\tilde{\mathbf{R}}}_{a}$  ergeben sich zu

$$\tilde{\underline{r}}_{\rm Rx}^{(m,m')} = \sum_{d=1}^{D} \sigma^{(d)^2} e^{j \left(\gamma_{\rm Rx}^{(m,d)} - \gamma_{\rm Rx}^{(m',d)}\right)}.$$
(A.13)

Im Folgenden wird angenommen, dass unendlich viele Ausbreitungspfade vorhanden sind und dass die Einfallswinkel im Azimut gleichverteilt sind, und dass die Poldistanzwinkel alle identisch sind. Damit ergibt sich

$$\varphi_{\rm Rx}^{(d)} = \frac{2\pi}{D} \cdot d \tag{A.14a}$$

$$\vartheta_{\rm Rx}^{(d)} = 90^{\circ},\tag{A.14b}$$

wobei vereinfachend, jedoch ohne Einschränkung der Allgemeinheit angenommen wurde, dass die Poldistanzwinkel alle 90° betragen. Mit (3.5), (A.2) und (A.14b) folgt für den Imaginäranteil des Exponenten in (A.13)

$$\begin{split} \Delta\gamma_{\mathrm{Rx}} &= \gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)} - \gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m',d)} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left( x^{(m)} \cos\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\right) + y^{(m)} \sin\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\right) \\ &- x^{(m')} \cos\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\right) + y^{(m')} \sin\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\right) \right) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left( \underbrace{\left( x^{(m)} - x^{(m')}\right)}_{\Delta x^{(m)}} \cdot \cos\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)}\right) + \underbrace{\left( y^{(m)} - y^{(m')}\right)}_{\Delta y^{(m)}} \cdot \sin\left(\varphi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}\right) \right) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left( \sqrt{\Delta x^{(m)^2} + \Delta y^{(m)^2}} \cdot \cos\left(\varphi_{\mathrm{Rx}}^{(d)} - \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta y^{(m)}}{\Delta x^{(m)}}\right) \right) \right). \end{split}$$
(A.15)

Der Abstand zwischen der m-ten und der m'-ten Empfangsantenne ergibt sich im Allgemeinen zu

$$\ell^{(m,m')} = \sqrt{\Delta x^{(m)^2} + \Delta y^{(m)^2}}.$$
(A.16)

Somit lässt sich (A.15) zu

$$\Delta \gamma_{\rm Rx} = \frac{2\pi \ell^{(m,m')}}{\lambda} \cdot \cos\left(\varphi_{\rm Rx}^{(d)} - \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta y^{(m)}}{\Delta x^{(m)}}\right)\right) \tag{A.17}$$

schreiben. Weiterhin wird angenommen, dass für die Leistung der Störsignalanteile bei einer unendlichen Anzahl von Ausbreitungspfaden

$$\sigma^{(d)^2} = \frac{\sigma^2}{D} \tag{A.18}$$

gilt. Mit (A.14a), (A.17) und (A.18) lässt sich (A.13) zu

$$\underline{\tilde{r}}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')} = \lim_{D \to \infty} \frac{\sigma^2}{2\pi} \sum_{d=1}^{D} \frac{2\pi}{D} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi\ell(m,m')}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{D} \cdot d - \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta y^{(m)}}{\Delta x^{(m)}}\right)\right)}$$
(A.19)

schreiben. Gleichung (A.19) ist die Summendarstellung des Riemannschen Integrals

$$\underline{\tilde{r}}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')} = \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi\ell^{(m,m')}}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{D} \cdot d\right)} \mathrm{d}\left(\frac{2\pi}{D} \cdot d\right).$$
(A.20)

Dieses Integral entspricht der mit  $\sigma^2$ gewichteten Besselfunktion  $J_0\left(\cdot\right)$ erster Gattung und nullter Ordnung

$$\underline{\tilde{r}}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')} = \sigma^2 \cdot \mathbf{J}_0\left(\frac{2\pi\ell^{(m,m')}}{\lambda}\right).$$
(A.21)

Somit kann die nicht normierte Array Korrelationsmatrix berechnet werden

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\mathrm{a}} = \sigma^{2} \cdot \begin{pmatrix} J_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(1,1)}}{\lambda} \right) & \dots & J_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(1,M)}}{\lambda} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(M,1)}}{\lambda} \right) & \dots & J_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(M,M)}}{\lambda} \right) \end{pmatrix}.$$
(A.22)

Mit

$$\underline{\tilde{\mathbf{R}}}_{\mathrm{a}} = \sigma^2 \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a}} \tag{A.23}$$

folgt für die Korrelationsmatrix des Rauschens

$$\mathbf{R}_{n} = \sigma^{2} \cdot \mathbf{R}_{a} \otimes \mathbf{I}. \tag{A.24}$$

#### A.2 MIMO-Kanalkorrelationsmatrix

Zur Herleitung der MIMO-Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}$  wird zunächst ein Vektor erzeugt, in dem alle  $M \cdot N$  Vektoren (3.21) übereinander gestapelt sind. Mit der MIMO-Kanalmatrix (3.22) ergibt sich

$$\underline{\mathbf{h}}(f_{0}) = \operatorname{vec}(\underline{\mathbf{H}}(f_{0})) \\
= \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{h}}^{(1,1)}(f_{0}) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}^{(1,N)}(f_{0}) \\ \underline{\mathbf{h}}^{(2,1)}(f_{0}) \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{h}}^{(M,N)}(f_{0}) \end{pmatrix}.$$
(A.25)

Die  $M \cdot N \cdot W \cdot V \times M \cdot N \cdot W \cdot V$ Korrelationsmatrix ergibt sich zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{h} = \mathbf{E} \left\{ \underline{\mathbf{h}} \left( f_{0} \right) \cdot \underline{\mathbf{h}} \left( f_{0} \right)^{*T} \right\} \\
= \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,1,1,1)} \cdots \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,1,1,N)} \cdots \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,1,1,N)} \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
\underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,N,1,1)} \cdots \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,N,1,N)} \cdots \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(1,N,M,N)} \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
\underline{\mathbf{R}}_{h}^{(M,N,1,1)} \cdots \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(M,N,1,N)} \cdots \underline{\mathbf{R}}_{h}^{(M,N,M,N)} \end{pmatrix},$$
(A.26)

wobei sich die  $M^2\cdot N^2$ Blöcke der Korrelationsmatrix zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}^{(m,n,m',n')} = \mathrm{E}\left\{\underline{\mathbf{h}}^{(m,n)}\left(f_{0}\right) \cdot \underline{\mathbf{h}}^{(m',n')}\left(f_{0}\right)^{*\mathrm{T}}\right\} \\
= \mathrm{E}\left\{\left(\sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{h}}}_{\mathrm{d}}^{(d)}\left(f_{0}\right) \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_{\mathrm{Tx}}^{(n,d)}}\right) \\
\cdot \left(\sum_{d=1}^{D} \underline{\alpha}^{(d)^{*}} \cdot \underline{\tilde{\mathbf{h}}}_{\mathrm{d}}^{(d)}\left(f_{0}\right)^{*\mathrm{T}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m',d)}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma_{\mathrm{Tx}}^{(n',d)}}\right)\right\}$$
(A.27)

ergeben. Hierbei ist  $\underline{\tilde{\mathbf{h}}}_{d}^{(d)}(f_{0})$  der *d*-te normierte direktionale Anteil der Kanalübertragungsfunktion. Zusätzlich gilt

$$\gamma_{\rm Rx}^{(m,d)} = -2\pi f_0 \tau_{\rm Rx}^{(m,d)} \tag{A.28}$$

und

$$\gamma_{\rm Tx}^{(m,d)} = -2\pi f_0 \tau_{\rm Tx}^{(n,d)}.$$
 (A.29)

Im Weiteren wird angenommen, dass für die Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_dh_d}$  des normierten direktionalen Anteils

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{d}\mathbf{h}_{d}} = \mathbf{E}\left\{\underline{\tilde{\mathbf{h}}}_{d}^{(d)}\left(f_{0}\right) \cdot \underline{\tilde{\mathbf{h}}}_{d}^{(d)}\left(f_{0}\right)^{*\mathrm{T}}\right\}$$
(A.30)

gilt. Mit (A.30) ergibt sich (A.27) zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}}^{(m,n,m',n')} = \left(\sum_{d=1}^{D} \left|\underline{\alpha}^{(d)}\right|^{2} \cdot e^{j\gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)}} \cdot e^{j\gamma_{\mathrm{Tx}}^{(n,d)}} \cdot e^{-j\gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m',d)}} \cdot e^{-j\gamma_{\mathrm{Tx}}^{(n',d)}}\right) \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{\mathrm{d}}\mathbf{h}_{\mathrm{d}}}.$$
 (A.31)

Mit der  $M \cdot N \times M \cdot N$  Array Korrelationsmatrix

$$\underline{\mathbf{R}}_{a} = \begin{pmatrix} \underline{r}^{(1,1,1)} & \cdots & \underline{r}^{(1,1,N)} & \cdots & \underline{r}^{(1,1,M,N)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{r}^{(1,N,1,1)} & \cdots & \underline{r}^{(1,N,1,N)} & \cdots & \underline{r}^{(1,N,M,N)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \underline{r}^{(M,N,1,1)} & \cdots & \underline{r}^{(M,N,1,N)} & \cdots & \underline{r}^{(M,N,M,N)} \end{pmatrix},$$
(A.32)

wobei für

$$\underline{r}^{(m,n,m',n')} = \sum_{d=1}^{D} \left|\underline{\alpha}^{(d)}\right|^2 \cdot e^{j\gamma_{\text{Rx}}^{(m,d)}} \cdot e^{j\gamma_{\text{Tx}}^{(n,d)}} \cdot e^{-j\gamma_{\text{Rx}}^{(m',d)}} \cdot e^{-j\gamma_{\text{Tx}}^{(n',d)}}$$
(A.33)

gilt, folgt für die MIMO-Korrelationsmatrix (A.26)

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}} = \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a}} \otimes \underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}_{\mathrm{d}}\mathrm{h}_{\mathrm{d}}}.$$
(A.34)

Das bedeutet, dass alle Blöcke der Kanalkorrelationsmatrix (A.26) bis auf die Gewichte  $\underline{r}^{(m,n,m',n')}$  identisch sind.

Im Folgenden wird die Array Korrelationsmatrix genauer betrachtet. Es wird vorausgesetzt, dass alle Antennen der beiden Arrays die gleiche Polarisation und die gleichen Richtdiagramme aufweisen. Unter der Annahme, dass die Korrelationskoeffizienten der Array Korrelationsmatrix an der Empfängerseite  $\underline{\mathbf{R}}_{a_{Rx}}$  und die Korrelationskoeffizienten der Array Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{a_{Tx}}$  an der Senderseite unkorreliert sind, gilt [KSP+02]

$$\underline{\mathbf{R}}_{a} = \underline{\mathbf{R}}_{a_{\mathrm{Rx}}} \otimes \underline{\mathbf{R}}_{a_{\mathrm{Tx}}}.$$
(A.35)

Dass diese Unkorreliertheit tatsächlich in realen Systemen gegeben ist, kann im Allgemeinen nicht gewährleistet werden. In [ $\ddot{O}HW^+03$ ] wird durch Messungen belegt, dass diese Unkorreliertheit nicht gegeben ist, jedoch als Annäherung durchaus angenommen werden kann. Die  $M \times M$  Array Korrelationsmatrix an der Empfängerseite ergibt sich <sup>ZU</sup>

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{a}_{\mathrm{Rx}}} = \begin{pmatrix} \underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(1,1)} & \cdots & \underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(1,M)} \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(M,1)} & & & \underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(M,M)} \end{pmatrix}, \qquad (A.36)$$

wobei sich die Elemente  $\underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')}$ zu

$$\underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')} = \sum_{d=1}^{D} \left|\underline{\alpha}^{(d)}\right|^2 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m,d)} - \gamma_{\mathrm{Rx}}^{(m',d)}\right)}$$
(A.37)

ergeben. Auf die Herleitung von (A.37) wird verzichtet, da dies unter der Annahme von nur einer Sendeantenne mathematisch analog zur Herleitung von Gleichung (A.33) erfolgen kann. Im Folgenden wird angenommen, dass unendlich viele Ausbreitungspfade vorhanden sind und das die Einfallswinkel im Azimut gleichverteilt sind, und dass die Poldistanzwinkel alle identisch sind. Damit ergibt sich

$$\varphi_{\rm Rx}^{(d)} = \frac{2\pi}{D} \cdot d \tag{A.38a}$$

$$\vartheta_{\rm Rx}^{(d)} = 90^{\circ},\tag{A.38b}$$

wobei vereinfachend, jedoch ohne Einschränkung der Allgemeinheit angenommen wurde, dass die Poldistanzwinkel alle 90° betragen. Analog zu dem Imaginärteil des Exponenten in (A.13) ergibt sich der Imaginärteil des Exponenten in (A.37) zu

$$\Delta \gamma_{\rm Rx} = \frac{2\pi \ell^{(m,m')}}{\lambda} \cdot \cos\left(\varphi_{\rm Rx}^{(d)} - \tan\left(\frac{\Delta y^{(m)}}{\Delta x^{(m)}}\right)\right). \tag{A.39}$$

Weiterhin wird angenommen, dass für die komplexen Gewichte bei einer unendlichen Anzahl von Ausbreitungspfaden

$$\left|\underline{\alpha}^{(d)}\right|^2 = \frac{1}{D} \tag{A.40}$$

gilt. Mit (A.38a), (A.39) und (A.40) lässt sich (A.37) zu

$$\underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')} = \lim_{D \to \infty} \frac{1}{2\pi} \sum_{d=1}^{D} \frac{2\pi}{D} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi\ell(m,m')}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{D} \cdot d - \operatorname{atan}\left(\frac{\Delta y^{(m)}}{\Delta x^{(m)}}\right)\right)}$$
(A.41)

schreiben. Gleichung (A.41) ist die Summendarstellung des Riemannschen Integrals

$$\underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi\ell(m,m')}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{D} \cdot d\right)} \mathrm{d}\left(\frac{2\pi}{D} \cdot d\right). \tag{A.42}$$

Dieses Integral entspricht der Besselfunktion  $J_0(\cdot)$  erster Gattung und nullter Ordnung

$$\underline{r}_{\mathrm{Rx}}^{(m,m')} = \mathcal{J}_0\left(\frac{2\pi\ell^{(m,m')}}{\lambda}\right).$$
(A.43)

Somit kann die Array Korrelationsmatrix an der Empfängerseite berechnet werden

$$\mathbf{R}_{\mathbf{a}_{\mathbf{R}\mathbf{x}}} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_0\left(\frac{2\pi\ell^{(1,1)}}{\lambda}\right) & \dots & \mathbf{J}_0\left(\frac{2\pi\ell^{(1,M)}}{\lambda}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{J}_0\left(\frac{2\pi\ell^{(M,1)}}{\lambda}\right) & \dots & \mathbf{J}_0\left(\frac{2\pi\ell^{(M,M)}}{\lambda}\right) \end{pmatrix}.$$
(A.44)

Mathematisch analog lässt sich die Array Korrelationsmatrix an der Senderseite herleiten

$$\mathbf{R}_{\mathbf{a}_{\mathrm{Tx}}} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(1,1)}}{\lambda} \right) & \dots & \mathbf{J}_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(1,N)}}{\lambda} \right) \\ \vdots & & \vdots \\ \mathbf{J}_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(N,1)}}{\lambda} \right) & \dots & \mathbf{J}_{0} \left( \frac{2\pi\ell^{(N,N)}}{\lambda} \right) \end{pmatrix}, \qquad (A.45)$$

wobei  $\ell^{(n,n')}$  der Abstand zwischen der *n*-ten Sendeantenne und der *n'*-ten Sendeantenne ist. In [Fle00] werden die Array Korrelationsmatrizen für weitere Verteilungsfunktionen der Winkel hergeleitet.

Im Folgenden wird die Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_d h_d}$  genauer betrachtet. Es wird zunächst angenommen, dass es sich um einen reinen frequenzselektiven Kanal handelt. Daher ist es ausreichend, die Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_d h_d}$  nur zu einem Zeitpunkt v zu untersuchen. Die Vektoren  $\underline{\mathbf{\tilde{h}}}_{d}^{(d)}(f_0)$  entsprechen im Allgemeinen nicht zeitvarianten, überabgetasteten SISO-Kanalübertragungsfunktionen. Die zugehörige, nicht zeitvariante und nicht überabgetastete Kanalimpulsantwort wird mit  $\underline{\mathbf{\tilde{k}}}_{d}^{(d)}(f_0)$  bezeichnet und enthält D Elemente. Den überabgetasteten Vektor der Kanalübertragungsfunktionen erhält man, indem (W - D) Nullen an den Vektor  $\underline{\mathbf{\tilde{k}}}_{d}^{(d)}(f_0)$  angefügt werden und anschließend wird der Vektor von links mit der  $W \times W$  Fouriermatrix  $\underline{\mathbf{F}}_W$  multipliziert. Diese Vorgehensweise entspricht dem sogenannten Zero Padding [KK09]. Das gleiche Ergebnis wird erzielt, indem an den Vektor  $\underline{\mathbf{\tilde{k}}}_{d}^{(d)}(f_0)$  keine Nullen angefügt werden und dieser Vektor mit der Matrix  $\underline{\mathbf{F}}_{W,D}$  von links multipliziert wird, wobei  $\underline{\mathbf{F}}_{W,D}$  den ersten D Spalten der Fouriermatrix  $\underline{\mathbf{F}}_W$  entspricht. Damit ergibt sich die  $W \times W$  Korrelationsmatrix zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h_dh_d}} = \underline{\mathbf{F}}_{W,D} \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\tilde{k}\tilde{k}} \cdot \underline{\mathbf{F}}_{W,D}^{*\mathrm{T}},\tag{A.46}$$

wobei  $\underline{\mathbf{R}}_{\tilde{k}\tilde{k}}$  der  $D \times D$  Kanalkorrelationsmatrix der nicht überabgetasteten Kanalimpulsantworten  $\underline{\tilde{\mathbf{k}}}_{d}^{(d)}(f_{0})$  entspricht. Falls es sich um einen WSSUS Kanal (engl. <u>W</u>ide <u>S</u>ense <u>S</u>tationary <u>U</u>ncorrelated <u>S</u>cattering) handelt, so handelt es sich bei  $\underline{\mathbf{R}}_{\tilde{k}\tilde{k}}$  um eine Diagonalmatrix, deren Elemente auf der Hauptdiagonalen dem Verzögerungsleistungsdichtespektrum entsprechen.

Nun wird angenommen, dass es sich um einen reinen zeitselektiven Kanal handelt. Daher ist es ausreichend, die Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_d h_d}$  nur zu einem Frequenzindex w zu untersuchen. Unter der Annahme, dass es sich um einen reinen zeitselektiven Kanal handelt, lässt sich die Korrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{h_d h_d}$  mathematisch analog zu dem Fall herleiten, bei dem angenommen wurde, dass es sich um einen reinen frequenzselektiven Kanal handelt. Es wird lediglich anstelle der Kanalimpulsantwort die Doppler-Funktion betrachtet. Die Doppler-Funktion entspricht der inversen Fouriertransformierten der

zeitvarianten Kanalübertragungsfunktion bezüglich der Zeit t. An die nicht überabgetastete Doppler-Funktion werden (V - D) Nullen angefügt. Damit ergibt sich die  $V \times V$  Korrelationsmatrix zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{d}\mathbf{h}_{d}} = \underline{\mathbf{F}}_{V,D} \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{k}}\tilde{\mathbf{k}}} \cdot \underline{\mathbf{F}}_{V,D}^{*\mathrm{T}},\tag{A.47}$$

wobei die Matrix  $\underline{\mathbf{F}}_{V,D}$  den ersten D Spalten der  $V \times V$  Fouriermatrix  $\underline{\mathbf{F}}_{V}$  entspricht. Bei der  $D \times D$  Kanalkorrelationsmatrix  $\underline{\mathbf{R}}_{\tilde{k}\tilde{k}}$  der nicht überabgetasteten Doppler-Funktionen handelt es sich um eine Diagonalmatrix, deren Elemente auf der Hauptdiagonalen dem Dopplerleistungsdichtespektrum entsprechen.

Abschließend wird angenommen, dass es sich um einen zeitselektiven und frequenzselektiven Kanal handelt. In diesem Fall ergibt sich die  $W \cdot V \times W \cdot V$  Korrelationsmatrix zu

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{h}_{\mathrm{d}}\mathbf{h}_{\mathrm{d}}} = \left(\underline{\mathbf{F}}_{V,D} \otimes \underline{\mathbf{F}}_{W,D}\right) \cdot \underline{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{k}}\tilde{\mathbf{k}}} \cdot \left(\underline{\mathbf{F}}_{V,D}^{*\mathrm{T}} \otimes \underline{\mathbf{F}}_{W,D}^{*\mathrm{T}}\right), \qquad (A.48)$$

wobei  $\underline{\mathbf{R}}_{\tilde{k}\tilde{k}}$  die  $D^2 \times D^2$  Kanalkorrelationsmatrix der nicht überabgetasteten Verzögerungs-Doppler-Funktion entspricht.

## Anhang B Beschreibung der Messszenarien

#### B.1 Szenario Korridor

Bei dem Szenario Korridor wurde mithilfe von einem VNA und zwei virtuellen, zirkularen Antennenarrays ein  $36 \times 36$  zeitinvarianter MIMO-Kanal vermessen. Das bedeutet, dass die Antennen auf den Drehtischen von Messung zu Messung um jeweils  $10^{\circ}$  im mathematisch positiven Drehsinn gedreht wurden. Die Radien der beiden virtuellen Antennenarrays betrugen jeweils 25 cm. Am VNA wurden die folgenden Einstellungen vorgenommen

| Mittenfrequenz           | $f_0 = 2,45 \mathrm{GHz}$ |
|--------------------------|---------------------------|
| Bandbreite               | B = 200  MHz,             |
| Anzahl an Messpunkten    | W = 401,                  |
| RBW                      | $100 \mathrm{Hz},$        |
| interne Dämpfungsglieder | $0 \mathrm{dB},$          |
| Sendeleistung            | $0\mathrm{dBm}$ und       |
| Mittelung                | aus.                      |

Ein Grundriss des Szenarios ist in Abbildung B.1 dargestellt und in den Abbildungen B.2 und B.3 sind Fotos des Messszenarios dargestellt. Der Drehtisch, der in der Skizze rechts platziert wurde, wurde als Empfänger definiert und der andere Drehtisch entsprechend als Sender, wobei diese Festlegung prinzipiell willkürlich ist und auch vertauscht werden kann. Diese Festlegung hat jedoch Einfluss darauf, ob es sich bei den Richtungen der elektromagnetischen Wellen an den virtuellen Antennenarrays um Einfallswinkel oder um Ausfallswinkel handelt. Die Höhe des Mittelpunkts der Antennen befand sich jeweils bei 1,23 m über dem Boden. Die kürzesten Abstände von



Abbildung B.1. Grundriss des Szenarios Korridor



Abbildung B.2. Foto des Szenarios Korridor



Abbildung B.3. Foto des Szenarios Korridor

den beiden RPs zu den Seitenwänden betrugen jeweils 55 cm und 83 cm. Die Höhe des Korridors betrug 2,98 m. Die Antennen waren bei der Startposition direkt aufeinander ausgerichtet, sodass sich der kleinstmögliche Abstand von 6,39 m zwischen den beiden Antennen ergeben hat. Die Startposition der beiden Antennen ist ebenfalls in Abbildung B.1 mit eingezeichnet. Das Koordinatensystem wurde so definiert, dass die direkte Sichtverbindung zwischen dem Sender und dem Empfänger den beiden Azimutwinkeln

$$\varphi_{\rm Rx} = 180^{\circ} \tag{B.1a}$$

$$\varphi_{\mathrm{Tx}} = 0^{\circ} \tag{B.1b}$$

entsprach.

#### B.2 Szenario Labor 1

Bei dem Szenario Labor 1 wurde mithilfe von einem VNA und zwei virtuellen, zirkularen Antennenarrays ein  $36 \times 36$  zeitinvarianter MIMO-Kanal vermessen. Das bedeutet, dass die Antennen auf den Drehtischen von Messung zu Messung um jeweils  $10^{\circ}$  im mathematisch positiven Drehsinn gedreht wurden. Die Radien der beiden virtuellen Antennenarrays betrugen jeweils 25 cm. Am VNA wurden die folgenden Einstellungen vorgenommen

| Mittenfrequenz           | $f_0 = 2,45 \mathrm{GHz}$ |
|--------------------------|---------------------------|
| Bandbreite               | B = 200  MHz,             |
| Anzahl an Messpunkten    | W = 401,                  |
| RBW                      | $100 \mathrm{Hz},$        |
| interne Dämpfungsglieder | $0 \mathrm{dB},$          |
| Sendeleistung            | $0\mathrm{dBm}$ und       |
| Mittelung                | aus.                      |

Ein Grundriss des Szenarios ist in Abbildung B.4 dargestellt und in den Abbildungen B.5 und B.6 sind Fotos des Messszenarios dargestellt. Vorhandene Tische im Raum wurden in Abbildung B.4 ebenfalls mit eingezeichnet, wobei die Tische entweder eine Höhe von 77 cm hatten oder eine Höhe von 1,37 m hatten. Die Höhe des Raums betrug 2,98 m. Der Drehtisch am Fenster wurde als Sender definiert und der Drehtisch in der Mitte des Raums entsprechend als Empfänger, wobei diese Festlegung prinzipiell willkürlich ist und auch vertauscht werden kann. Diese Festlegung hat jedoch Einfluss



Abbildung B.4. Grundriss des Szenarios Labor 1



Abbildung B.5. Foto des Szenarios Labor1



Abbildung B.6. Foto des Szenarios Labor 1

darauf, ob es sich bei den Richtungen der elektromagnetischen Wellen an den virtuellen Antennenarrays um Einfallswinkel oder um Ausfallswinkel handelt. Die Höhe des Mittelpunkts der Antennen befand sich jeweils bei 1,8 m über dem Boden. Der kürzeste Abstand des RPs des Empfangsantennenarrays zur Fensterfront betrug 96 cm. Die Antennen waren bei der Startposition direkt aufeinander ausgerichtet, sodass sich der kleinstmögliche Abstand von 2,19 m zwischen den beiden Antennen ergeben hat. Das Koordinatensystem wurde so definiert, dass die direkte Sichtverbindung zwischen dem Sender und dem Empfänger den beiden Azimutwinkeln

$$\varphi_{\rm Rx} = 180^{\circ} \tag{B.2a}$$

$$\varphi_{\mathrm{Tx}} = 0^{\circ} \tag{B.2b}$$

entsprach.

#### B.3 Szenario Labor 2

Bei dem Szenario Labor 2 wurde mithilfe von einem VNA, einem virtuellen, zirkularen Antennenarray und einem x-y-Tisch ein  $1 \times 36$  zeitvarianter SIMO-Kanal zu I = 36verschiedenen Zeitpunkten vermessen beziehungsweise es wurde ein  $36 \times 1$  zeitvarianter MISO-Kanal zu I = 36 verschiedenen Zeitpunkten vermessen. Das bedeutet, dass die Antenne auf dem Drehtisch um jeweils  $10^{\circ}$  im mathematisch positiven Drehsinn gedreht wurde und die Antenne auf dem x-y-Tisch wurde an 36 verschiedenen Stellen positioniert. Der Radius des virtuellen Antennenarrays betrug 25 cm. Der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Antennenpositionen auf dem x-y-Tisch betrug 3 cm. Am VNA wurden die folgenden Einstellungen vorgenommen

| $f_0 = 2,45 \mathrm{GHz},$ |
|----------------------------|
| B = 200  MHz,              |
| W = 401,                   |
| $100 \mathrm{Hz},$         |
| $0 \mathrm{dB},$           |
| $0\mathrm{dBm}$ und        |
| aus.                       |
|                            |

Ein Grundriss des Szenarios ist in Abbildung B.7 dargestellt und in den Abbildungen B.8 und B.9 sind Fotos des Messszenarios dargestellt. Die Bewegungsrichtung der Antenne auf dem x-y-Tisch ist ebenfalls mit in Abbildung B.7 eingezeichnet. Vorhandene



Abbildung B.7. Grundriss des Szenarios Labor2



Abbildung B.8. Foto des Szenarios Labor2



Abbildung B.9. Foto des Szenarios Labor2

Tische im Raum wurden ebenfalls mit eingezeichnet, wobei die Tische entweder eine Höhe von 77 cm hatten oder eine Höhe von 1,37 m hatten. Die Höhe des Raums betrug 2,98 m. Der Drehtisch wurde als Sender definiert und die Antenne auf dem x-y-Tisch wurde als Empfänger definiert, wobei diese Festlegung prinzipiell willkürlich ist und auch vertauscht werden kann. Diese Festlegung hat jedoch Einfluss darauf, ob es sich bei den Richtungen der elektromagnetischen Wellen an dem virtuellen Antennenarray um Einfallswinkel oder um Ausfallswinkel handelt. Die Höhe des Mittelpunkts der Antenne auf dem Drehtisch befand sich bei 1,74 m über dem Boden und die Höhe des Mittelpunkts der Antenne auf dem x-y-Tisch befand sich bei 1,96 m über dem Boden. Der kürzeste Abstand des RPs des virtuellen, zirkularen Antennenarrays zur Wand betrug 54 cm. Die Antenne auf dem Drehtisch war bei der Startposition so ausgerichtet, dass sich der kleinstmögliche Abstand von 2,72 m zwischen der Sendeantenne und der Linie, auf der sich die Empfangsantenne bewegt hat, ergab. Die Antenne auf dem x-y-Tisch war bei der Startposition so ausgerichtet, dass sich der größtmögliche Abstand zur Startposition der Sendeantenne ergab. Der Abstand bei der Startposition der Antenne auf dem x-y-Tisch zur Fensterfront betrug 2,82 m. Die Startposition der beiden Antennen ist ebenfalls mit eingezeichnet. In der Endposition der Antenne auf dem x-y-Tisch hat sich ebenfalls der größtmögliche Abstand zur Startposition der Sendeantenne ergeben.

## Anhang C

# Liste häufig verwendeter Abkürzungen und Formelzeichen

### C.1 Abkürzungen

| $\mathbf{E}\mathbf{M}$ | Expectation-Maximization   |
|------------------------|--|
| ESPRIT                 | Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques |
| $\mathbf{FDD}$         | Frequency Division Duplex  |
| MIMO                   | Multiple-Input Multiple-Output                                       |
| MISO                   | Multiple-Input Single-Output   |
| $\mathbf{ML}$          | Maximum-Likelihood   |
| MMSE                   | Minimum-Mean-Square-Error  |
| MSE                    | Mean-Square-Error  |
| MUSIC                  | Multiple Signal Classification                                       |
| $\mathbf{RBW}$         | Resolution Bandwidth   |
| RP                     | Referenzpunkt  |
| SAGE                   | Space Alternating Generalized Expectation Maximization               |
| SIMO                   | Single-Input Multiple-Output   |
| SISO                   | Single-Input Single-Output   |
| $\operatorname{TDD}$   | Time Division Duplex   |
| VNA                    | Vector Network Analyzer  |
|                        |  |

## C.2 Formelzeichen

| $\underline{\mathbf{A}}(f_0)$   | Matrix mit allen Steuervektoren  |
|---|--|
| $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Rx}}\left(f_{0}\right)$                  | Matrix mit den Steuerfaktoren für die Empfangsseite                        |
| $\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{Tx}}\left(f_{0}\right)$                  | Matrix mit den Steuerfaktoren für die Sendeseite                           |
| $\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Rx}}^{\left(d\right)}\left(f_{0}\right)$ | Vektor mit den Steuerfaktoren für die Empfangsseite für den $d$ -ten Aus-  |
|   | breitungspfad  |
| $\underline{\mathbf{a}}_{\mathrm{Tx}}^{\left(d\right)}\left(f_{0}\right)$ | Vektor mit den Steuerfaktoren für die Sendeseite für den $d$ -ten Ausbrei- |
|   | tungspfad  |
| В   | Bandbreite   |
| D   | Anzahl der Ausbreitungspfade   |
| $\underline{\mathbf{e}}\left(i\right)$                                    | Empfangsvektor zum Zeitindex $i$   |
|   |  |

| F  | Abtastabstand im Frequenzbereich   |
|--|--|
| f  | Frequenz im Bereich von $-B/2$ bis $B/2$   |
| $f_{ m d}^{(d)}$   | Dopplerfrequenz des $d$ -ten Ausbreitungspfades                                    |
| $f_{w+\Delta w,v+\Delta v}$  | mittlerer quadratischer Fehler bei der Prädiktion                                  |
| $f_{\mathrm{n},w+\Delta w,v+\Delta v}$                                   | normierter mittlerer quadratischer Fehler bei der Prädiktion                       |
| $f_0$  | Mittenfrequenz   |
| G  | Systemmatrix   |
| $\underline{H}_{w+\Delta w,v+\Delta v}^{(m,n)}$                          | $(w+\Delta w,v+\Delta v)\text{-ter}$ Abtastwert der Kanalübertragungsfunktion zwi- |
| . , .  | schen der $m$ -ten Empfangsantenne und der $n$ -ten Sendeantenne                   |
| $\mathbf{\underline{H}}(f_0)$  | Kanalmatrix  |
| $\underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{d}}\left(f_{0}\right)$                  | direktionale Kanalmatrix   |
| <u>h</u>   | Kanalvektor mit Abtastwerten aller Kanalübertragungsfunktionen                     |
| $\mathbf{\underline{h}}(i)$  | Kanalvektor zum Zeitindex $i$ mit Abtastwerten aller Kanalübertragungs-            |
|  | funktionen   |
| $\underline{\tilde{\mathbf{h}}}\left(i\right)$                           | Kanalvektor im Unterraum zum Zeitindex $i$ mit Abtastwerten aller Ka-              |
|  | nalübertragungsfunktionen  |
| $\mathbf{\underline{h}}_{\mathrm{b}}$                                    | Kanalvektor mit bekannten Abtastwerten aller Kanalübertragungsfunk-                |
|  | tionen   |
| $\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{d}}^{\left(d\right)}\left(f_{0}\right)$ | direktionaler Kanalvektor mit Abtastwerten der $d$ -ten direktionalen Ka-          |
|  | nalübertragungsfunktion  |
| $\mathbf{\underline{h}}_{\mathrm{p}}$                                    | Kanalvektor mit prädizierten Abtastwerten aller Kanalübertragungs-                 |
| -  | funktionen   |
| $\underline{\mathbf{h}}_{\mathrm{s}}\left(i\right)$                      | unterraumbasierter Kanalvektor zum Zeitindex $i$ mit Abtastwerten aller            |
|  | Kanalübertragungsfunktionen  |
| $\underline{\mathbf{h}}_{w,v}$   | Kanalvektor mit Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen zwi-                  |
|  | schen allen Sendeantennen und allen Empfangsantennen zum Frequenz-                 |
|  | index $w$ und Zeitindex $v$  |
| $\underline{\mathbf{h}}^{\left(m,n\right)}\left(f_{0}\right)$            | Kanalvektor mit Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktion zwischen                |
|  | der $m$ -ten Empfangsantenne und der $n$ -ten Sende<br>antenne bei der Mit-        |
|  | tenfrequenz $f_0$  |
| $\underline{\mathbf{h}}^{\left(m,n\right)}\left(i\right)$                | Kanalvektor zum Zeitinde<br>x $i$ mit Abtastwerten der Kanalübertragungs-          |
|  | funktion zwischen der $m$ -ten Empfangsantenne und der $n$ -ten Sendean-           |
|  | tenne  |
| Ι  | Einheitsmatrix   |
| L  | Größe des Unterraums   |
| M  | Anzahl der Empfangsantennen  |
| N  | Anzahl der Sendeantennen   |
| <u>N</u>   | Rauschmatrix   |
| <u>n</u>   | Rauschvektor   |

| P   | Filterordnung   |
|---|---|
| $\underline{p}_{\Delta w \ \Delta v}^{(p,q)}$ | Filterkoeffizient   |
| $\underline{\mathbf{p}}_{\Delta w,\Delta v}$  | Vektor mit den Filterkoeffizienten                                      |
| $Q^{-\alpha,-\circ}$                          | Filterordnung   |
| $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a}}$         | Array Korrelationsmatrix  |
| $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{a_d}}$       | Array Korrelationsmatrix der direktionalen Kanalübertragungsfunktio-    |
|   | nen   |
| $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{h}}$         | Kanalkorrelationsmatrix   |
| $\underline{\mathbf{R}}_{\mathrm{n}}$         | Korrelationsmatrix des Rauschens  |
| T   | Abtastabstand im Zeitbereich  |
| t   | Zeit  |
| V   | Anzahl der Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion in Zeitrichtung    |
| W   | Anzahl der Abtastwerte der Kanalübertragungsfunktion in Frequenzrich-   |
|   | tung  |
| $\mathbf{W}$                                  | Wiener Filter   |
| $\mathbf{\underline{x}}^{(d)}$                | Kanalvektor mit Abtastwerten der Kanalübertragungsfunktionen zwi-       |
|   | schen allen Sendeantennen und allen Empfangsantennen in Folge des       |
|   | d-ten Ausbreitungspfades  |
| $\underline{\alpha}^{(d)}$                    | komplexes Gewicht des <i>d</i> -ten Pfads                               |
| $\Delta f$                                    | Prädiktionsweite in Frequenzrichtung                                    |
| $\Delta t$                                    | Prädiktionsweite in Zeitrichtung  |
| $\Delta w$                                    | Prädiktionsweite in Frequenzrichtung                                    |
| $\Delta v$                                    | Prädiktionsweite in Zeitrichtung  |
| $\Theta$                                      | Parametervektor   |
| $	heta_{ m Rx}^{(d)}$                         | Poldistanzwinkel der Einfallsrichtung des $d$ -ten Ausbreitungspfades   |
| $	heta_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$                   | Poldistanzwinkel der Ausfallsrichtung des $d$ -ten Ausbreitungspfades   |
| $\lambda$                                     | Wellenlänge   |
| $\lambda^{(u)}$                               | <i>u</i> -ter Eigenwert   |
| ν   | absolute Frequenz   |
| $ u^{(\mu)}$                                  | $\mu$ -ter Eigenwert  |
| $\sigma^2$                                    | Rauschvarianz   |
| $\tau^{(d)}$                                  | Laufzeit des $d$ -ten Ausbreitungspfades                                |
| $	au_{ m Rx}^{(m,d)}$                         | Laufzeit des $d$ -ten Ausbreitungspfades vom Referenzpunkt auf der Emp- |
|   | fangsseite zur $m$ -ten Empfangsantenne                                 |
| $	au_{\mathrm{Tx}}^{(n,d)}$                   | Laufzeit des $d$ -ten Ausbreitungspfades vom Referenzpunkt auf der Sen- |
|   | deseite zur $n$ -ten Sendeantenne                                       |
| $\phi_{ m Rx}^{(d)}$                          | Einfallsrichtung im Azimut des $d$ -ten Ausbreitungspfades              |
| $\phi_{\mathrm{Tx}}^{(d)}$                    | Ausfallsrichtung im Azimut des $d$ -ten Ausbreitungspfades              |
| $\mathbf{\Omega}^{(d)}$                       | Parametervektor des $d$ -ten Ausbreitungspfades                         |

#### Literaturverzeichnis

- [AB07] Abe, T.; Bauch, G.: Differential Codebook MIMO Precoding Technique. 2007, S. 3963–3968.
- [AJJF99] Andersen, J. B.; Jensen, J.; Jensen, S. H.; Frederiksen, F.: Prediction of Future Fading Based on Past Measurements. Proc. IEEE 50th Vehicular Technology Conference (VTC'99-Fall), 1999, S. 151–155.
- [ASPW09] Al-Shatri, H.; Palleit, N.; Weber, T.: Transmitter Power Allocation for Optimizing Sum Capacity in Interference Channels. Proc. 14th International OFDM-Workshop (InOWo'09), Hamburg, Germany, 2009, S. 73–77.
- [ASW10] Al-Shatri, H.; Weber, T.: Optimizing Power Allocation in Interference Channels Using D.C. Programming. Proc. 6th Workshop on Resource Allocation in Wireless Networks (RAWNET'10), 2010.
- [AZK06] Al Zhour, Z.; Kilicman, A.: Matrix Equalities and Inequalities Involving Khatri-Rao and Tracy-Singh Sums. Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics, Bd. 7, 2006, S. 1–17.
- [BD96] Brockwell, P. J.; Davis, R. A.: Introduction to Time Series and Forecasting. Springer-Verlag, 1996.
- [BHKL01] Beuth, K.; Hanebuth, R.; Kurz, G.; Lüders, C.: *Nachrichtentechnik.* 2. Auflage. Vogel Buchverlag, 2001.
- [BLM03] Barhumi, I.; Leus, G.; Moonen, M.: Optimal Training Design for MIMO OFDM Systems in Mobile Wireless Channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Bd. 51, 2003, S. 1615–1624.
- [BNN<sup>+</sup>08] Bui, H. P.; Nishimoto, H.; Nishimura, T.; Ohgane, T.; Ogawa, Y.: Performance of MIMO E-SDM Systems Using Channel Prediction in Actual Time-Varying Indoor Fading Environments. *IEICE Transactions on Communications*, 2008, S. 1713–1723.
- [BOON06] Bui, H. P.; Ogawa, Y.; Ohgane, T.; Nishimura, T.: Extrapolation of Time-Varying MIMO Channels for an E-SDM System. 2006, S. 1748–1752.
- [BUN01] Brunner, C.; Utschick, W.; Nossek, J. A.: Exploiting the Short-Term and Long-Term Channel Properties in Space and Time: Eigenbeamforming Concepts for the BS in WCDMA. *European Transactions on Telecommunications*, Bd. 12, 2001, S. 365–378.
- [Bun08] Bundesnetzagentur: Frequenznutzungsplan. 2008.
- [Bur75] Burg, J. P.: *Maximum Entropy Spectral Analysis*. Dissertation, Stanford University, 1975.
- [CEV07] Chen, M.; Ekman, T.; Viberg, M.: New Approaches for Channel Prediction Based on Sinusoidal Modeling. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Bd. 2007, 2007.

- [Cha03] Chan, R.: Channel Prediction for Adaptive Modulation in Wireless Communications. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- [CHC03] Chalise, B. K.; Häring, L.; Czylwik, A.: Uplink to Downlink Spatial Covariance Matrix Transformation Concepts for Downlink Beamforming. Proc. IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT'03), 2003.
- [CHC04] Chalise, B. K.; Häring, L.; Czylwik, A.: Robust Uplink to Downlink Spatial Covariance Matrix Transformation for Downlink Beamforming. Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC'04), 2004.
- [CLT<sup>+</sup>02] Chong, C. C.; Laurenson, D. I.; Tan, C. M.; McLaughlin, S.; Beach, M. A.; Nix, A. R.: Joint Detection-Estimation of Directional Channel Parameters Using the 2-D Frequency Domain SAGE Algorithm With Serial Interference Cancellation. Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC'02), Bd. 2, 2002, S. 906–910.
- [DHHH00] Duel-Hallen, A.; Hu, S.; Hallen, H.: Long-Range Prediction of Fading Signals: Enabling Adaptive Transmission for Mobile Radio Channels. *IEEE Signal Processing Magazine*, Bd. 17, 2000, S. 62–75.
- [DLR77] Dempster, A. P.; Laird, N. M.; Rubin, D. B.: Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. Journal of the Royal Statistical Society. Series B, Bd. 39, 1977, S. 1–38.
- [DM84] Dudgeon, D. E.; Mersereau, R. M.: Multidimensional Digital Signal Processing. Prentice Hall, 1984.
- [DS03] Detlefsen, J.; Siart, U.: *Grundlagen der Hochfrequenztechnik.* 2. Auflage. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2003.
- [EDHH97] Eyceoz, T.; Duel-Hallen, A.; Hallen, H.: Prediction of Fast Fading Parameters by Resolving the Interference Pattern. Signals, Systems & Computers. Conference Record of the Thirty-First Asilomar Conference on, 1997.
- [EDHH98] Eyceoz, T.; Duel-Hallen, A.; Hallen, H.: Deterministic Channel Modeling and Long Range Prediction of Fast Fading Mobile Radio Channels. *IEEE Communications Letter*, Bd. 2, 1998, S. 254–256.
- [FDHT96] Fleury, B. H.; Dahlhaus, D.; Heddergott, R.; Tschudin, M.: Wideband Angle of Arrival Estimation Using the SAGE Algorithm. Proc. IEEE 4th International Symposium on Spread Spectrum Techniques & Applications (ISSSTA'96), 1996, S. 79–85.
- [FH94] Fessler, J. A.; Hero, A. O.: Space-Alternating Generalized Expectation-Maximization Algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Bd. 42, 1994, S. 2664–2675.

- [FH96] Fischer, R.; Huber, J.: A new Loading Algorithm for Discrete Multitone Transmission. Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'06), 1996.
- [Fis02] Fischer, R. F. H.: *Precoding and Signal Shaping for Digital Transmission*. John Wiley & Sons, 2002.
- [FJS02] Fleury, B. H.; Jourdan, P.; Stucki, A.: High-Resolution Channel Parameter Estimation for MIMO Applications Using the SAGE Algorithm. International Zürich Seminar on Broadband Communications, 2002, S. 301–309.
- [FL96] Fleury, B. H.; Leuthold, P. E.: Radiowave Propagation in Mobile Communications: An Overview of European Research. *IEEE Communications Magazine*, Bd. 34, 1996, S. 70–81.
- [Fle00] Fleury, B. H.: First- and Second-Order Characterization of Direction Dispersion and Space Selectivity in the Radio Channel. *IEEE Transactions* on Information Theory, Bd. 46, 2000, S. 2027–2044.
- [FW88] Feder, M.; Weinstein, E.: Parameter Estimation of Superimposed Signals Using the EM Algorithm. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Bd. 36, 1988, S. 477–489.
- [God97] Godara, L. C.: Applications of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-of-Arrival Considerations. *Procee*dings of the IEEE, Bd. 85, 1997, S. 1195–1245.
- [Hän01] Hänsler, E.: Statistische Signale. 3. Auflage. Springer-Verlag, 2001.
- [Hay02] Haykin, S.: Adaptive Filter Theory. 4. Auflage. Prentice Hall, 2002.
- [HDHH99] Hu, S.; Duel-Hallen, A.; Hallen, H.: Adaptive Power Control Using Long Range Prediction for Realistic Fast Fading Channel Models and Measured Data. Proc. IEEE 5th International Symposium on Communication Theory and Application (ISCTA'99), 1999, S. 118–120.
- [HH89] Hughes-Hartogs, D.: Ensemble Modem Structure for Imperfect Transmission Media. 1989. United States Patents No. 4,679,227 and 4,731,816 and 4,833,706.
- [Höh11] Höher, P. A.: *Grundlagen der digitalen Informationsübertragung*. Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
- [HHDH99] Hu, S.; Hallen, H.; Duel-Hallen, A.: Physical Channel Modeling, Adaptive Prediction and Transmitter Diversity for Flat Fading Mobile Channel. Proc. 2nd Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC'99), 1999, S. 387–390.
- [Hie06] Hiebel, M.: *Grundlagen der vektoriellen Netzwerkanalyse*. Rohde&Schwarz GmbH & Co. KG, 2006.

| [HKL02] | Hugl, K.; Kalliola, | K.; Laurila, | J.: | Spatial  | Reciprocity | of Uplink |
|---------|---------------------|--------------|-----|----------|-------------|-----------|
|         | and Downlink Radio  | Channels in  | FDD | Systems. | Technischer | Bericht,  |
|         | COST 273 TD(02)06   | 6, 2002.     |     |          |             |           |

- [HLB00] Hugl, K.; Laurila, J.; Bonek, E.: Transformation Based Downlink Beamforming Techniques for Frequency Division Duplex Systems. Proc. 2000 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP'00), 2000, S. 1529–1532.
- [HM72] Harashima, H.; Miyakawa, H.: Matched-Transmission Technique for Channels With Intersymbol Interference. *IEEE Transactions on Communicati*ons, Bd. 20, 1972, S. 774–780.
- [HN95] Haardt, M.; Nossek, J. A.: Unitary ESPRIT: How to Obtain Increased Estimation Accuracy With a Reduced Computational Burden. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Bd. 43, 1995, S. 1232–1242.
- [HW98] Hwang, J.-K.; Winters, J. H.: Sinusoidal Modeling and Prediction of Fast Fading Processes. Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'05), 1998, S. 892–897.
- [IGS01] Iwata, T.; Goto, Y.; Susaki, H.: Application of the Multiple Signal Classification (MUSIC) Method for one-Pulse Burst-Echo Doppler Sonar Data. *Measurement Science and Technology*, Bd. 12, 2001, S. 2178–2184.
- [Jai02] Jain, P.: On the Impact of Channel and Channel Quality Estimation on Adaptive Modulation. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002.
- [JBMW02] Jötten, C. A.; Baier, P. W.; Meurer, M.; Weber, T.: Subspace Related Signalling of Feedback Information for Low Rank MIMO Channels. Bd. 56, 2002, S. 146–145.
- [JMK<sup>+</sup>05] Jämsä, T.; Meinilä, J.; Kyösti, P.; Baum, D. S.; El-Sallabi, H.; Rautiainen, T.; Schneider, C.; Milojevic, M.; Zetterberg, P.: Overview of WINNER Channel Modelling Activities. 15th Meeting of the Wireless World Research Forum (WWRF), Paris, 2005.
- [Jöt04] Jötten, C. A.: Ein Beitrag zur rämlichen Sendesignalvorverarbeitung in der Abwärtsstrecke frequenzduplexbasierter Mobilfunksysteme mit Code-Vielfachzugriff. Dissertation, Lehrstuhl für hochfrequente Signalübertragung und -verarbeitung, Technische Universität Kaiserslautern, 2004.
- [Kal60] Kalman, R. E.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering, Bd. 82, 1960, S. 35–45.
- [Kam04] Kammeyer, K. D.: *Nachrichtenübertragung.* 3. Auflage. B. G. Teubner, 2004.
- [Kay88] Kay, S. M.: Modern Spectral Estimation. Prentice Hall, 1988.

- [Kay93] Kay, S. M.: Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1993.
- [KK07] Klenner, P.; Kammeyer, K. D.: Spatially Interpolated OFDM With Channel Estimation for Fast Fading Channels. *Proc. IEEE 65th Vehicular Technology Conference (VTC'03-Spring)*, 2007.
- [KK08] Klenner, P.; Kammeyer, K. D.: Space-Time Coded OFDM Transmission With Spatial Interpolation in the Presence of Severe Doppler Spread. Proc. 3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP'08), 2008.
- [KK09] Kammeyer, K. D.; Kroschel, K.: *Digitale Signalverarbeitung*. Vieweg+Teubner Verlag, 2009.
- [KKKB96] Klein, A.; Kawas Kaleh, G.; Baier, P. W.: Zero Forcing and Minimum Mean-Square-Error Equalization for Multiuser Detection in Code-Division Multiple-Access Channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, Bd. 45, 1996, S. 276–287.
- [Kle96] Klein, A.: Multi-User Detection of CDMA Signals-Algorithms and Their Application to Cellular Mobile Radio. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1996.
- [Köh05] Köhler, B.-U.: Konzepte der statistischen Signalverarbeitung. Springer-Verlag, 2005.
- [Kro96] Kroschel, K.: Statistische Nachrichtentheorie. Springer-Verlag, 1996.
- [KSP<sup>+</sup>02] Kermoal, J. P.; Schumacher, L.; Pedersen, K. I.; Mogensen, P. E.; Frederiksen, F.: A Stochastic MIMO Radio Channel Model With Experimental Validation. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Bd. 20, 2002, S. 1211–1226.
- [Küh06] Kühn, V.: Wireless Communications over MIMO Channels. John Wiley & Sons, 2006.
- [Kum86] Kummer, M.: *Grundlagen der Mikrowellentechnik.* 1. Auflage. VEB Verlag Technik Berlin, 1986.
- [KV96] Krim, H.; Viberg, M.: Two Decades of Array Signal Processing Research. *IEEE Signal Processing Magazine*, Bd. 13, 1996, S. 67–94.
- [KWC04] Kang, G.; Weckerle, M.; Costa, E.: Space-Time Joint Channel Estimation in Filtered Multitone Multicarrier Multibranch Systems. Wireless Communications and Networking Conference, 2004, S. 1844–1849.
- [LH05] Love, D. J.; Heath, R. W.: Limited Feedback Unitary Precoding for Spatial Multiplexing Systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, Bd. 51, 2005, S. 2967–2976.
- [Lin05] Lindner, J.: Informationsübertragung. 1. Auflage. Springer-Verlag, 2005.

| [LJP10]  | Lee, JH.; Jung, SY.; Park, D.: Simplified Maximum-Likelihood Pre-<br>coder Selection for Spatial Multiplexing Systems. <i>IEEE Transactions on</i><br><i>Vehicular Technology</i> , Bd. 59, 2010, S. 4628–4634.   |
|----------|---|
| [LO71]   | Lewis, T. O.; Odell, P. L.: <i>Estimation in Linear Models</i> . 1. Auflage. Prentice Hall, 1971.   |
| [LR99]   | Liberti Jr., J. C.; Rappaport, T. S.: Smart Antennas For Wireless Com-<br>munications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications. 1. Auflage.<br>Prentice Hall, 1999.  |
| [Lüt96]  | Lütkepohl, H.: Handbook of Matrices. John Wiley & Sons, 1996.   |
| [Mak75]  | Makhoul, J.: Linear Prediction. A Tutorial Overview. <i>Proceedings of the IEEE</i> , 1975, S. 561–580.   |
| [Mar87]  | Marple, S. L.: <i>Digital Spectral Analysis With Applications</i> . 1. Auflage. Prentice Hall, 1987.  |
| [MD04]   | Mutti, C.; Dahlhaus, D.: Adaptive Power Loading for Multiple-Input<br>Multiple-Output OFDM Systems With Perfect Channel State Informati-<br>on. Proc. Joint COST 273/284 Workshop on Antennas and Related System<br>Aspects in Wireless Communications, 2004.   |
| [MG92]   | Meinke, H. H.; Gundlach, FW.: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik. 5. Auflage. Springer-Verlag, 1992.   |
| [MH06]   | Marzetta, T. L.; Hochwald, B. M.: Fast Transfer of Channel State Information in Wireless Systems. <i>IEEE Transactions on Signal Processing</i> , Bd. 54, 2006, S. 1268–1278.   |
| [MIK05]  | Manolakis, D. G.; Ingle, V. K.; Kogon, S. M.: Statistical and Adaptive Signal Processing:. Artech House, 2005.  |
| [Moo97]  | Moon, T. K.: The Expectation-Maximization Algorithm. <i>IEEE Signal Processing Magazine</i> , Bd. 13, 1997, S. 47–60.   |
| [MS00]   | Moon, T. K.; Stirling, W. C.: Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing. 1. Auflage. Prentice Hall, 2000.   |
| [MWSL02] | Maniatis, I.; Weber, T.; Sklavos, A.; Liu, Y.: Pilots for Joint Channel Estimation in Multi-user OFDM Mobile Radio Systems. Proc. IEEE 7th International Symposium on Spread Spectrum Techniques & Applications (ISSSTA'02), Prag, 2002, S. 44–48.  |
| [NA06]   | Nakamura, T.; Abeta, S.: Super 3G Technology Trends. NTT DoCoMo Technical Journal, Bd. 2, 2006, S. 52–56.   |
| [NTOO05] | Nishimura, T.; Tsutsumi, T.; Ohgane, T.; Ogawa, Y.: Compensation of<br>Channel Information Error Using First Order Extrapolation in Eigenbeam<br>Space Division Multiplexing (E-SDM). <i>Proc. IEEE International Confe-</i><br><i>rence on Wireless Communications and Applied Computational Electroma</i> - |

gnetics (ACES'05), 2005, S. 44–47.

- [ÖHW<sup>+</sup>03] Özcelik, H.; Herdin, M.; Weichselberger, W.; Wallace, J.; Bonek, E.: Deficiencies of "Kronecker" MIMO Radio Channel Model. *IEE Electronics Letters*, Bd. 39, 2003, S. 1209–1210.
- [OM09] Oyerinde, O. O.; Mneney, S. H.: Adaptive CIR Prediction of Time-Varying Channels for OFDM Systems. *IEEE AFRICON 2009*, 2009.
- [PAL06] Palleit, N.; Ahrens, A.; Lange, C.: Transmit Power Allocation in SVD-Equalized Broadband MIMO Transmission Systems. International Conference on Advances in the Internet, Processing, Systems and Interdisciplinary Research (IPSI'06), New York, 2006.
- [Pal09] Palleit, N.: Sum Rate Maximization in Interference Channels. Proc. 13. Diskussionssitzung der ITG-Fachgruppe "Angewandte Informationstheorie", Rostock, 2009.
- [Pap00] Papathanassiou, A.: Adaptive antennas for mobile radio systems using Time Division CDMA and joint detection. Dissertation, Lehrstuhl für hochfrequente Signalübertragung und -verarbeitung, Universität Kaiserslautern, 2000.
- [Par92] Parsons, J. D.: *The Mobile Radio Propagation Channel*. Pentech Press, 1992.
- [Pät99] Pätzold, M.: *Mobilfunkkanäle*. 1. Auflage. Vieweg, 1999.
- [PDT91] Parsons, J. D.; Demery, D. A.; Turkmani, A. M. D.: Sounding Techniques for Wideband Mobile Radio Channels: A Review. Communications, Speech and Vision, IEE Proceedings I, Bd. 5, 1991, S. 437–446.
- [Pic93] Picinbono, B.: Random Signals and Systems. 2. Auflage. Prentice Hall, 1993.
- [PRK85] Paulraj, A.; Roy, R.; Kailath, T.: Estimation of Signal Parameters via Rotational Invarinace Techniques – ESPRIT. Proc. 19th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, 1985.
- [Pro01] Proakis, J. G.: *Digital Communications*. 4. Auflage. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [PW07] Palleit, N.; Weber, T.: Untersuchungen zur Kanalschätzung durch Ausnutzen langzeitstatistischer räumlicher Eigenschaften von MIMO-Funkkanälen. Tagungsband des 12. Symposiums Maritime Elektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik, Rostock, 2007.
- [PW09] Palleit, N.; Weber, T.: Prediction of the Channel Transfer Function. Workshop Selbstorganisierende Sensor- und Datenfunknetze, 2009.
- [PW10a] Palleit, N.; Weber, T.: Channel Prediction in Point-to-Point MIMO-Systems. Proc. 7th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS'10), 2010.

| [PW10b] | Palleit, N.; Weber, T.: Frequency Prediction of the Channel Transfer Func-<br>tion in Multiple Antenna Systems. <i>Proc. International ITG/IEEE Work-</i><br><i>shop on Smart Antennas (WSA'10)</i> , 2010.  |
|---------|--|
| [PW11]  | Palleit, N.; Weber, T.: Time Prediction of non Flat Fading Channels.<br>Proc. 36th IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal<br>Processing (ICASSP'11), 2011.  |
| [RK89]  | Roy, R.; Kailath, T.: ESPRIT – Estimation of Signal Parameters via Ro-<br>tational Invariance Techniques. <i>IEEE Transactions on Acoustics, Speech,</i><br>and Signal Processing, Bd. 37, 1989, S. 984–995.   |
| [Sch86] | Schmidt, R. O.: Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation. <i>IEEE Transactions on Antennas and Propagation</i> , Bd. 34, 1986, S. 276–280.  |
| [Sem03] | Semmelrodt, S.: Methoden zur prädiktiven Kanalschätzung für adapti-<br>ve Übertragungstechniken im Mobilfunk. Dissertation, Universität Kassel,<br>2003.   |
| [SK01]  | Semmelrodt, S.; Kattenbach, R.: Application of Spectral Estimation Tech-<br>niques to 2-D Fading Forecast of Time-Variant Channels. Technischer<br>Bericht, COST 273 TD(01)034, 2001.  |
| [SK02]  | Semmelrodt, S.; Kattenbach, R.: A 2-D Fading Forecast of Time-Variant<br>Channels Based on Parametric Modeling Techniques. <i>Proc. 13th Interna-</i><br><i>tional Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications</i><br>( <i>PIMRC'02</i> ), 2002.             |
| [SK03a] | Semmelrodt, S.; Kattenbach, R.: <i>Fading Forecast Schemes for Frequency Selective Radio Channels.</i> Technischer Bericht, COST 273 TD(03)112, 2003.  |
| [SK03b] | Semmelrodt, S.; Kattenbach, R.: Investigation of Different Fading Fore-<br>cast Schemes for Flat Fading Radio Channels. <i>Proc. IEEE 57th Vehicular</i><br><i>Technology Conference (VTC'03-Spring)</i> , 2003.   |
| [SK03c] | Semmelrodt, S.; Kattenbach, R.: Performance Analysis and Comparison<br>of Different Fading Forecast Schemes for Flat Fading Radio Channels.<br>Technischer Bericht, COST 273 TD(03)045, 2003.  |
| [SM05]  | Schafhuber, D.; Matz, G.: MMSE and Adaptive Prediction of Time-<br>Varying Channels for OFDM Systems. <i>IEEE Transactions on Wireless Communications</i> , Bd. 4, 2005, S. 593–602.   |
| [TBS05] | Thomas, T. A.; Baum, K. L.; Sartori, P.: Obtaining Channel Knowledge<br>for Closed-Loop Multi-Stream Broadband MIMO-OFDM Communications<br>Using Direct Channel Feedback. <i>Proc. IEEE Global Telecommunications</i><br><i>Conference (GLOBECOM'05)</i> , 2005, S. 3907–3911. |
| [TH96]  | Torrance, J. M.; Hanzo, L.: Upper Bound Performance of Adaptive Modulation in a Slow Rayleigh Fading Channel. <i>IEE Electronics Letters</i> , 1996.   |

- [Tom71] Tomlinson, M.: New Automatic Equalizer Employing Modulo Arithmetic. *IEE Electronics Letters*, Bd. 7, 1971, S. 138–139.
- [TS310] 3GPP TS 36.211 V10.0.0: Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical Channels and Modulation. 2010.
- [TU07] Tejera, P.; Utschick, W.: Feedback of Channel State Information in Wireless Systems. Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC'07), 2007.
- [UB01] Utschick, W.; Brunner, C.: Efficient Tracking and Feedback of DL-Eigenbeams in WCDMA. Proc. 4th European Personal Mobile Communications Conference (EPMCC'01), 2001.
- [Vas96] Vaseghi, S. V.: Advanced Signal Processing and Digital Noise Reduction. John Wiley & Sons, 1996.
- [VPP97] Vanderveen, M. C.; Papadias, C. B.; Paulraj, A.: Joint Angle and Delay Estimation (JADE) for Multipath Signals Arriving at an Antenna Array. *IEEE Communications Letter*, Bd. 1, 1997, S. 12–14.
- [VT01] Vook, F. W.; Thomas, T. A.: MMSE Multi-User Channel Estimation for Broadband Wireless Communications. Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM'01), 2001.
- [vT02] van Trees, H. L.: Optimum Array Processing Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. 1. Auflage. John Wiley & Sons, 2002.
- [vVB88] van Venn, B. D.; Buckley, K. M.: Beamforming: A Versatile Approach to Spatial Filtering. *IEEE Signal Processing Magazine*, Bd. 5, 1988, S. 4–24.
- [WABD06] Weber, T.; Ahrens, A.; Buch, T.; Deng, S.: Exploiting Second Order Statistics in MIMO Channel Estimation. Proc. 2006 IST Summit, Mykonos, 2006.
- [Wei11] Wei, X.: Cooperative Communications with Partial Channel State Information in Mobile Radio Systems. Dissertation, Institut für Nachrichtentechnik, Universität Rostock, 2011.
- [Wha71] Whalen, A. D.: *Detection of Signals in Noise*. 1. Auflage. Academic Press, 1971.
- [Wie50] Wiener, N.: Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series. John Wiley & Sons, 1950.
- [WM05] Weber, T.; Meurer, M.: Advanced Channel Estimation Exploiting Second Order Statistics. *Proc. 2005 IST Summit*, Dresden, 2005.
- [WMZ05a] Weber, T.; Meurer, M.; Zirwas, W.: Improved Channel Estimation Exploiting Long Term Channel Properties. Proc. 12th International Conference on Telecommunications (ICT'05), Kapstadt, 2005.

- [WMZ05b] Weber, T.; Meurer, M.; Zirwas, W.: Subspace Based Channel Estimation. *COST 273 TD(05)004*, Bologna, 2005.
- [ZB95] Zinke, O.; Brunswig, H.: *Hochfrequenztechnik 1.* 5. Auflage. Springer-Verlag, 1995.