

Untersuchungen zur analytischen Restlebensdauerbestimmung thermisch belasteter dickwandiger Bauteile

Dissertation

zur

Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik

der Universität Rostock

vorgelegt von

Maria Paarmann

aus Rostock

Rostock, August 2019

https://doi.org/10.18453/rosdok_id00002704

Gutachter:

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Manuela Sander
Lehrstuhl für Strukturmechanik
Universität Rostock
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Tilmann Beck
Lehrstuhl für Werkstoffkunde
Technische Universität Kaiserslautern

Datum der Einreichung: 28.08.2019

Datum der Verteidigung: 30.04.2020

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Strukturmechanik der Universität und baut auf den Untersuchungen im Verbundprojekt THERRI auf. Daher möchte ich mich bei allen beteiligten Projektpartnern und im Besonderen bei Herrn Axel Schulz und Herrn Detlef Rieck für die gute Zusammenarbeit herzlich bedanken. Für die Hilfsbereitschaft bei thermodynamischen und MATLAB-spezifischen Fragen danke ich Herrn Conrad Gierow.

Bei Frau Prof. Dr.-Ing. Manuela Sander bedanke ich mich für die gute Betreuung und die Möglichkeit das Thema zu bearbeiten. Herrn Prof. Dr.-Ing. Tilmann Beck von der TU Kaiserslautern danke ich für die Erstellung des Gutachtens.

Ein herzlicher Dank gilt auch meinen Kollegen am Lehrstuhl für Strukturmechanik. Die unterhaltsamen Mittagspausen und der kollegiale Umgang haben mir das Arbeiten sehr angenehm gestaltet. Für die fachlichen Diskussionen, die für das Gelingen der Arbeit von großem Wert sind, möchte ich mich vor allem bei Herrn Dr. Horst Heyer bedanken.

Nicht zuletzt danke ich meiner Familie für die stetige mentale und moralische Unterstützung über die Jahre hinweg herzlichst. Die Geduld und das offene Ohr von Johannes Niemeyer bei all meinen Sorgen weiß ich sehr zu schätzen.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen und Formelzeichen	iii
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	3
2.1 Spannungsintensitätsfaktor.....	5
2.2 Methoden zur Bestimmung des Spannungsintensitätsfaktors.....	5
2.2.1 Energiefreisetzungsrates	6
2.2.2 <i>J</i> -Integral	9
2.3 Ermüdungsrisswachstum	11
2.4 Analytische Beschreibung von Spannungsintensitätsfaktorverläufen.....	12
2.5 Konzept zur Restlebensdauervorhersage	14
2.6 Bruchmechanik bei erhöhten Temperaturen	17
2.6.1 Einfluss der Werkstofftemperatur auf bruchmechanisches Verhalten.....	18
2.6.2 Analytische Beschreibung des temperaturabhängigen SIF-Verlaufs.....	20
3 Voruntersuchungen zu thermischem Risswachstum	23
3.1 Analytische und numerische Untersuchungen des Lastfalls Dauerbetrieb	25
3.1.1 Numerische Untersuchungen des Kugelformstücks	28
3.1.2 Untersuchung zur analytischen SIF-Bestimmung im Kugelformstück	30
3.2 Lastfall Abfahrvorgang	33
3.3 Risswachstum an Position F	37
3.4 Risswachstum an Position E.....	41
4 Untersuchung des SIF-Verlaufs im rein thermisch belasteten Kugelformstück.....	45
5 Untersuchung des SIF in einfachen rein thermisch belasteten Geometrien	51
5.1 Einfluss der Temperaturtransienten	52
5.2 Einfluss des <i>a/c</i>-Verhältnisses	58
5.3 Einfluss der Wanddicke.....	59
5.4 Einfluss des Wärmeübergangskoeffizienten.....	60
6 Analytische Beschreibung des SIF-Verhaltens bei thermischer Belastung	63
6.1 SIF-Verhalten für sich einstellenden <i>a/c</i>-Verlauf	63

6.1.1	Herleitung der analytischen Beschreibung	64
6.1.2	Überprüfung der Methode zur analytischen SIF-Bestimmung.....	70
6.1.2.1	Anwendbarkeit der Methodik auf weitere Geometrien.....	71
6.1.2.2	Variation der Plattenwanddicke	73
6.1.2.3	Anwendung unterschiedlicher Wärmeübergangskoeffizienten	74
6.1.2.4	Bewertung der Methode.....	77
6.2	SIF-Verhalten bei beliebiger Rissgeometrie	79
6.2.1	Herleitung der analytischen Beschreibung	79
6.2.2	Anwendung der hergeleiteten Lösung zur SIF-Bestimmung	83
6.3	Anwendung der Gewichtsfunktionsmethode	86
7	Untersuchung rein mechanischer und überlagerter Belastung am Hohlzylinder	93
8	Untersuchungen der Restlebensdauern bei thermischer Belastung	97
9	Zusammenfassung und Ausblick.....	105
10	Literaturverzeichnis	107
11	Anhang.....	114
11.1	Materialdaten.....	114
11.2	Koeffizienten zur Beschreibung des SIF-Verlaufs nach 6.1	114
11.3	Koeffizienten zur Beschreibung des SIF-Verlaufs nach 6.2	116
11.4	Koeffizienten zur Beschreibung des SIF-Verlaufs nach 6.3	118
11.5	Skripte zur automatisierten SIF-Bestimmung nach Kapitel 6.1	119
11.5.1	Skript Dateneinlesen.m.....	119
11.5.2	Datei Mittelpunkte.m zur Bestimmung zusätzlicher Stützwerte	123
11.5.3	Bestimmung von Achsenabschnitten und Anstiegen	124
11.5.4	Function-Datei Gesamtgleichung.m zur SIF-Bestimmung	124
11.6	Skript zur automatisierten SIF-Bestimmung nach Kapitel 6.2.....	126
11.6.1	Hohlzylinder	126
11.6.1.1	Function-Datei GesamtgleichungM.m.....	126
11.6.1.2	Function-Datei GesamtgleichungN.m	128
11.6.2	Platte	129
11.7	Parameter der Rissgeschwindigkeitskurven	129

ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN

Abb.	Abbildung
ESZ	Ebener Spannungszustand
EVZ	Ebener Verzerrungszustand
FEM	Finite-Elemente-Methode
Gl.	Gleichung
KF	Kugelformstück
LEBM	Linear-elastische Bruchmechanik
RT	Raumtemperatur
SIF	Spannungsintensitätsfaktor
TR	Template Radius
Tab.	Tabelle
\bar{U}	Elastische Energiedichte
a	Risstiefe
A	Fläche
a_0	EL-HADDAD-Parameter/ intrinsische Risstiefe
a_0/c_0	Initiales a/c -Verhältnis
a_{krit}	Risstiefe, ab der instabiles Risswachstum einsetzt
a_{min}	Minimale Risstiefe/Anfangsrisstiefe
a_{pl}	Plastische Risslängenkorrektur
a_{th}	Risstiefe, ab der ein Riss ausbreitungsfähig ist
c	Rissbreite
C	Integrationsweg
C_1 - C_3	Koeffizienten zur Beschreibung des $m_{\Delta K1}$ - bzw. $n_{\Delta K1}$ -Verlaufs
$(C, n, p, q)_{\text{FM}}$	Konstanten der FORMAN/METTU-Gleichung
$C_{G,1}$ - $C_{G,4}$	Konstanten der Funktion G_i
$C_{m\Delta K,i}, C_{n\Delta K,i}$	Konstanten der Funktionen $m_{\Delta K1}$ und $n_{\Delta K1}$
C_p, m_p	Konstanten der PARIS-Geraden

$C_{V1,i}$	Konstanten der Funktion V_1
d	Wanddicke
D	Wanddickenverhältnis
da	Risserweiterung
da/dN	Rissgeschwindigkeit/Risswachstumsrate
E	Elastizitätsmodul
F	Kraft
f_i	Allgemeine Polynomfunktion
G	Energiefreisetzungsrate
G_T	Grundfunktion zur analytischen Beschreibung des allgemeinen SIF-Verlaufs
$G_{T,m}, G_{T,n}$	Grundfunktionen von $m_{K,ac}$ bzw. $n_{K,ac}$ zur analytischen Beschreibung des a/c -abhängigen SIF
$h(x,a)$	Gewichtsfunktion
i	Zählvariable
J	RICESches Linienintegral
K	Spannungsintensitätsfaktor
k	Boltzmann-Konstante
k_T	Koeffizient zur Beschreibung der Krümmung von $G_{T,m}$ bzw. $G_{T,n}$
K_C	Risszähigkeit
K_I, K_{II}, K_{III}	Spannungsintensitätsfaktor bei Mode I-, II- bzw. III-Beanspruchung
K_{min}, K_{max}	Minimaler bzw. maximaler Spannungsintensitätsfaktor
K_{num}, K_{analy}	Numerisch bzw. analytisch ermittelter Spannungsintensitätsfaktor
K_{op}	Spannungsintensitätsfaktor, ab dem ein Riss vollständig geöffnet ist
K_V	Vergleichsspannungsintensitätsfaktor
M	Funktion zur Beschreibung des Verhältnisses des SIF bei $a/c = 1$ und davon abweichenden Seitenverhältnissen
$M1-M3$	Koeffizienten der Gewichtsfunktion
m, n	Anstieg bzw. Achsenabschnitt
m_{ac}, n_{ac}	Anstieg und Achsenabschnitt zur Beschreibung des a/c -Verhältnisses
$m_{K,ac}, n_{K,ac}$	Funktionen zur analytischen Beschreibung des a/c -abhängigen SIF
$m_{CV1,i}, n_{CV1,i}$	Anstieg und Achsenabschnitt zur Beschreibung der Konstanten von V_1

m_G	Anstieg der Grundfunktion
m_i	Anstieg der SIF-Verläufe der einzelnen Szenarien
mk_l	Verhältnis der Anstiege m_i unterschiedlicher Wärmeübergangskoeffizienten
m_M, n_M	Anstieg bzw. Achsenabschnitt der Funktion $M(a, c, t)$
$m_{M,t}, n_{M,t}$	Anstieg bzw. Achsenabschnitt der Funktion $M(a, c = 2a, t)$
m_{reg}, n_{reg}	Anstieg bzw. Achsenabschnitt der Regressionsgeraden
$m_{\Delta K_1}, n_{\Delta K_1}$	Anstieg und Achsenabschnitt zur Beschreibung von ΔK_1
N	Zyklenzahl/ Schwingenspielzahl
N_B	Bruchschwingenspielzahl bzw. Restlebensdauer
N_{33}	Schwingenspielzahl bis zum Erreichen von $a = 33$ mm
N_t	Teilschwingenspielzahl
p	Druck
Q	Wärmemenge
\dot{Q}	Wärmestrom
q_k	Wichtungsfunktion
r	Radius, Polarkoordinate
R	Spannungsverhältnis
r_i	Innenradius
s	Wegkoordinate
T	Temperatur
T_w	Temperatur der wärmeren Oberfläche
T_k	Temperatur der kälteren Oberfläche
t_i	Zeit
t	Abkühldauer
T_0, T_{end}	Anfangs- bzw. Endtemperatur
T_W	Oberflächentemperatur an der belasteten Bauteilseite
U	Elastische Energie
u, v	Verschiebung in x - bzw. y -Richtung
V	Volumen
V_1	Teilfunktion zur Beschreibung des analytischen SIF-Verlaufs
W	Arbeit

x, y, z	Kartesische Koordinaten
Y	Geometriefaktor, Geometriefunktion
Y_I, Y_{II}, Y_{III}	Geometriefaktor bei Mode I-, II- bzw. III-Beanspruchung
α	Wärmeübergangskoeffizient
γ	Rissöffnungsfunktion
ΔK	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor
ΔK_{mech}	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor infolge mechanischer Belastung
ΔK_{therm}	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor infolge thermischer Belastung
$\Delta K_{\text{überlagert}}$	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor infolge überlagerter Belastung
ΔK_I	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor des Initialrisses
ΔK_{th}	Thresholdwert
ΔK_{trans}	Um ΔK_I verschobener SIF-Verlauf
ΔT	Temperaturdifferenz
ε	Dehnung
ε_T	Wärmedehnung
λ	Wärmeleitfähigkeit
ν	Querkontraktionszahl
σ_F	Fließgrenze
σ_{ges}	sich aus thermischen Belastungen und mechanischen Randbedingungen ergebende Gesamtspannung
$\sigma_{\text{min}}, \sigma_{\text{max}}$	Minimale bzw. maximale Spannung
$\sigma_{T, \text{RB}}$	Zugspannung infolge der thermischen Belastung und mechanischen Randbedingung
σ_V	Vergleichsspannung
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Spannungskomponenten in x -, y - bzw. z -Richtung
τ	Schubspannung
φ	Winkel, Polarkoordinate
ω	Abmessung der plastischen Zone

1 EINLEITUNG

Das zuletzt 2014 geänderte Gesetz für den Ausbau erneuerbarer Energien [1] legt fest, dass regenerative Energien gegenüber anderen Energieformen Vorrang haben. Daraus ergeben sich für fossil befeuerte Kraftwerke, welche vorher als Grundversorger eingesetzt wurden, neue Beanspruchungen und größere Lastwechselzahlen infolge geänderter und flexiblerer Fahrweisen. Dieser Betrieb wurde bei der Auslegung der Bauteile nicht berücksichtigt. Entsprechend ergibt sich die Notwendigkeit, die dickwandigen Kraftwerkskomponenten hinsichtlich ihres Ermüdungsverhaltens zu untersuchen. Gerade vor dem Hintergrund, dass bereits ein Schadensfall als Folge geschädigter Bauteile im Kraftwerk Staudinger auftrat [2], stellt die geänderte Belastung neben der Frage eines wirtschaftlichen Betriebs auch ein ernst zu nehmendes Sicherheitsrisiko dar. Um beiden Ansprüchen gerecht zu werden, sind Rissfortschrittsuntersuchungen sinnvoll. Sie sollen im Ergebnis darüber Auskunft geben, ob ein bei einer Inspektion entdeckter Riss den sicheren Betrieb gefährdet oder der Betrieb innerhalb eines gewissen Zeitfensters aufrechterhalten werden kann. Dabei sind in einem fossil befeuerten Kraftwerk nicht alle Komponenten gleich belastet und folglich auch nicht gleich stark gefährdet. Ein als ermüdungsrelevant identifiziertes Bauteil ist das Kugelformstück, welches in dieser Arbeit genauer untersucht wurde.

Für dieses Bauteil ist die Temperatur von zentraler Bedeutung. Mit Schwankungen zwischen 545°C und 50°C ist die dickwandige Komponente neben der mechanischen einer thermischen Belastung ausgesetzt. Somit ist vor allem die Auswirkung dieser thermischen Belastung auf den Werkstoff und daraus folgend auf das Rissverhalten zu untersuchen. Eine Einschätzung des Einflusses auf das Risswachstum gelingt dabei u.a. mithilfe des Spannungsintensitätsfaktors (SIF). Wegen seiner Bedeutung ist die Bestimmung des SIF in verschiedenen Programmen implementiert. Für einfache Geometrien existieren analytische Lösungen in Programmen wie NASGRO [3] oder IWM-VERB [4]. FE-Programme greifen hingegen häufig auf die MVCCI-Methode oder das wegunabhängige J -Integral zurück, um den SIF in einem konkret modellierten Bauteil unter definierter Belastung zu bestimmen. Da das J -Integral für ebene Probleme gilt, erfolgte die Erweiterung auf das M -Integral, welches in ABAQUS [5] und FRANC3D [6] angewandt wird. Mithilfe der numerischen Programme ist die Untersuchung des Risswachstums im ermüdungsrelevanten Kugelformstück möglich.

Soll jedoch eine Studie unterschiedlicher Szenarien erfolgen, gestalten sich numerische Simulationen als sehr zeitaufwendig, weshalb die Anwendung einer analytischen Lösung sinnvoll ist. Bisher basieren die in den analytischen Tools implementierten Lösungen auf rein mechanischer Belastung oder einem dem Programm zu übergebenden Spannungsverlauf einer numerischen Simulation der rissfreien Struktur.

Obwohl das Kugelformstück wegen seines realen Einsatzgebietes im Kraftwerk geeignet ist, um die Auswirkung thermischer Belastung auf das Risswachstum zu untersuchen, stellt die komplexe Geometrie einen weiteren Einflussfaktor auf den SIF dar. Aus diesem Grund wer-

den mit der Platte und dem Hohlzylinder zwei weitere Bauteile einfacher Geometrie untersucht. Die Ergebnisse sollen Aufschluss über den Zusammenhang zwischen SIF und Abkühldauer, Anfangs- und Endtemperatur, Wärmeübergangskoeffizient, sowie Wanddicke und Bauteilgeometrie geben. Darauf aufbauend werden in dieser Arbeit Methoden zur analytischen Ermittlung des SIF-Verlaufs für charakteristische Punkte der Rissfront in Abhängigkeit der Temperaturtransiente entwickelt und hinsichtlich ihrer Eignung gegenübergestellt. Ein Anspruch ist dabei, den SIF ausschließlich durch die Angabe der über das abkühlende Medium vorgegebenen thermischen Randbedingungen zu bestimmen.

Auf der Basis der numerisch oder analytisch ermittelten SIF-Verläufe kann schließlich unter Verwendung temperaturabhängiger Rissgeschwindigkeitsdaten eine Restlebensdauer abgeschätzt werden. Die Ergebnisse können später verwendet werden, um im Rahmen eines Sicherheitskonzepts Inspektionsintervalle abzuleiten.

2 GRUNDLAGEN

Zur Untersuchung des Ermüdungsrisswachstums ist zunächst das Vorhandensein eines Initialrisses erforderlich. Ein Riss wird dabei als lokale Materialtrennung in einer Struktur definiert. Die Ursachen reichen von Material- und Fertigungsfehlern über zeitlich veränderliche Belastungen bis hin zu Einzelereignissen wie z.B. einem Schlag. Für einen senkrecht zur Belastungsrichtung liegenden Riss in einem ebenen Bauteil lässt sich das Spannungsfeld mit den in Abb. 1 dargestellten Größen als Resultat einer Reihenentwicklung für $r \rightarrow 0$ näherungsweise nach

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(1 - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right) \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(1 + \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\right) \\ \tau_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi \cdot r}} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\varphi}{2}\right)\end{aligned}\quad (1)$$

beschreiben. Dabei stellt K den Spannungsintensitätsfaktor (siehe Kapitel 2.1) dar. Aus den Gleichungen geht hervor, dass die einzelnen Spannungskomponenten eine $1/\sqrt{r}$ -Singularität aufweisen. Sie sind ausschließlich für linear-elastische Risslösungen isotroper homogener Körper mit ebenem Spannungs- bzw. Verzerrungszustand gültig.

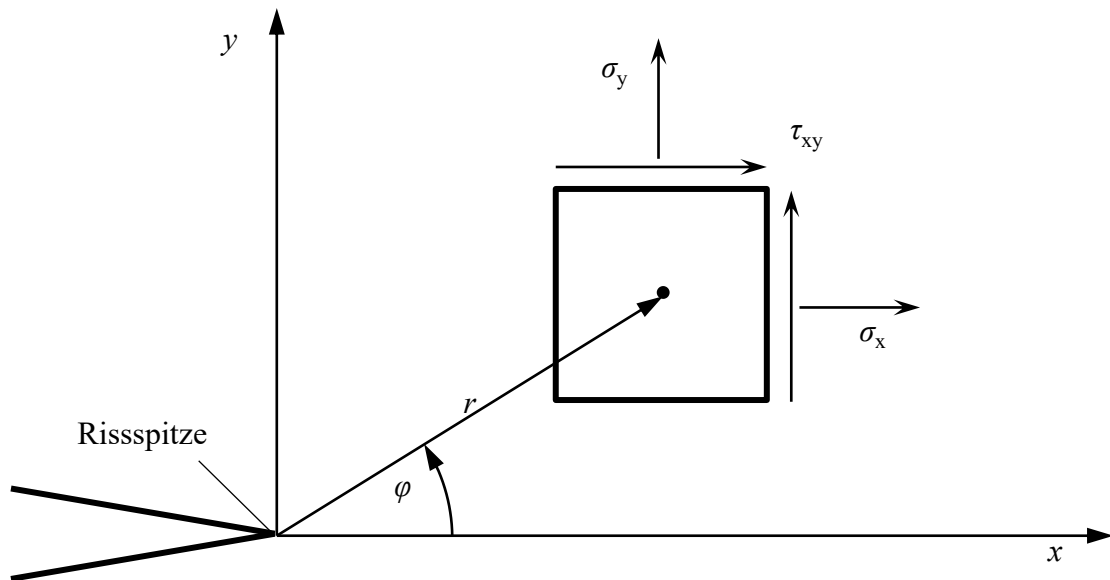


Abb. 1: Definition der Spannungskomponenten und des Koordinatensystems in Risspitzennähe

Die Verschiebung in der Rissumgebung lässt sich für den vorgestellten Fall in x -Richtung durch u und in y -Richtung durch v mit

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{K \cdot (1+\nu)}{E} \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(\kappa - 1 + 2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right) \\
 v &= \frac{K \cdot (1+\nu)}{E} \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \left(\kappa + 1 - 2 \cos^2\frac{\varphi}{2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

beschreiben. Dabei ist ν die Querkontraktionszahl und E der Elastizitätsmodul. κ entspricht für den ebenen Spannungszustand (ESZ) $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ und für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) $\kappa = 3-4\nu$.

Die beschriebene Singularität des Spannungsfeldes in Rissspitzennähe erfordert die Definition einer weiteren Größe. Da in der Praxis üblicherweise kein rein linear-elastisches Materialverhalten vorliegt, lässt sich aus den Näherungslösungen (1) schließen, dass in einem definierten Abstand die Fließgrenze σ_F überschritten wird, sodass in dem Gebiet um die Rissspitze eine lokale Plastizität vorliegt (siehe Abb. 2). Dieser Bereich wird als plastische Zone bezeichnet, deren Abmessung über ω definiert ist. Eine Ableitung der Größenordnung der plastischen Zone nach IRWIN ist entsprechend Abb. 2 über den linear-elastischen Spannungsverlauf nach Gl. (1) und den elastisch-ideal plastischen Verlauf bei Anwendung einer geeigneten Hypothese zur Ermittlung der Vergleichsspannung σ_V möglich. Dabei wird die Kurve elastisch-plastischen Materialverhaltens so verschoben, dass die rot schraffierten Flächen 1 und 2 die gleiche Größe besitzen. Der Schnittpunkt aus Fließgrenze und linear-elastischem Spannungsverlauf ergibt die plastische Risslängenkorrektur a_{pl} . Das Zweifache der Risslängenkorrektur ergibt die Abmessung der plastischen Zone $\omega = 2a_{pl}$. Weiterführende Informationen zur Abschätzung der plastischen Zone finden sich in [7-10]. Liegt eine plastische Zone vor, welche gegenüber der Risslänge klein ist, spricht man von der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM). Sie findet in der vorliegenden Arbeit Anwendung.

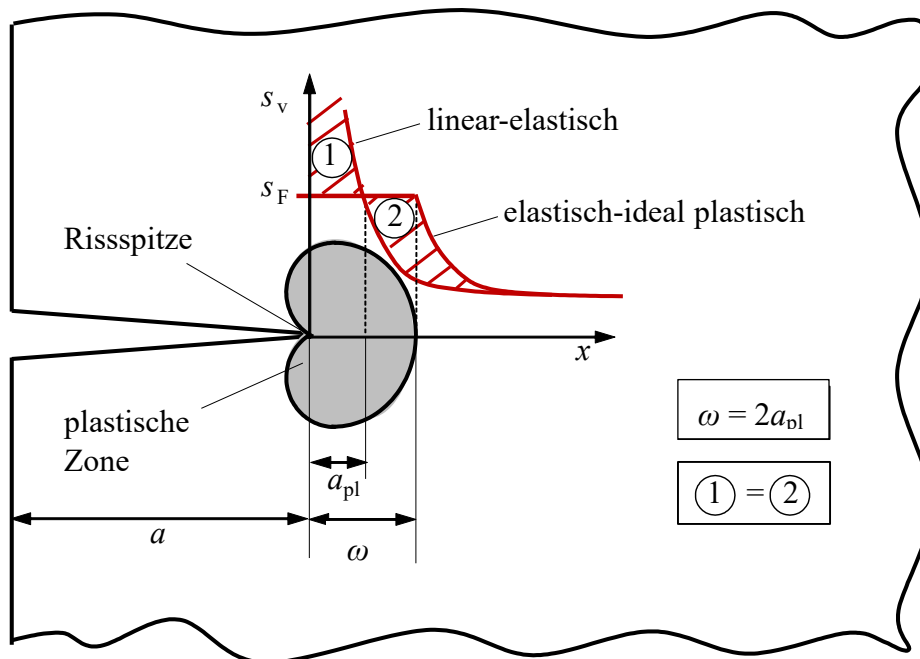


Abb. 2: Schematische Darstellung der plastischen Zone (Abmessung ω) um die Rissspitze (vgl. [7])

2.1 Spannungsintensitätsfaktor

Ein Riss bewirkt eine starke Kraftflussumlenkung, welche lokal ein singuläres Spannungsfeld um die Risspitze bzw. die Rissfront verursacht. Die Intensität des singulären Spannungsfeldes in der Risspitzenumgebung lässt sich im Rahmen der LEBM über den Spannungsintensitätsfaktor (SIF) beschreiben.

Der SIF hängt dabei von der äußeren Belastung des Bauteils, der Rissgeometrie, der Risslage bzw. -orientierung zur Beanspruchung, der Bauteilgeometrie sowie der Lasteinleitung ab. Entfernen sich die Rissufer bezüglich der Rissebene infolge einer Normalbeanspruchung symmetrisch voneinander, spricht man von einer Mode I-Beanspruchung (siehe Abb. 3a), welche sich an der Risspitze über den Spannungsintensitätsfaktor K_I quantifizieren lässt. Eine solche Beanspruchung kann z.B. durch Zug oder Biegung verursacht werden. Mode II umfasst alle Beanspruchungen, welche ein entgegengesetztes Gleiten der Rissoberflächen in Richtung des Risses bewirken (Abb. 3b). Dies entspricht einer Schubbeanspruchung. Nichtebene Schubbeanspruchungszustände haben ein Gleiten der Rissoberflächen quer zur Rissrichtung zur Folge und entsprechen damit einer Mode III-Beanspruchung (Abb. 3c). Die zugehörigen SIF sind K_{II} bzw. K_{III} . In der Praxis treten diese Rissbeanspruchungsarten häufig gekoppelt auf. Bei einer Überlagerung unterschiedlicher Rissbeanspruchungsarten wird von einer Mixed-Mode-Beanspruchung gesprochen. [7]

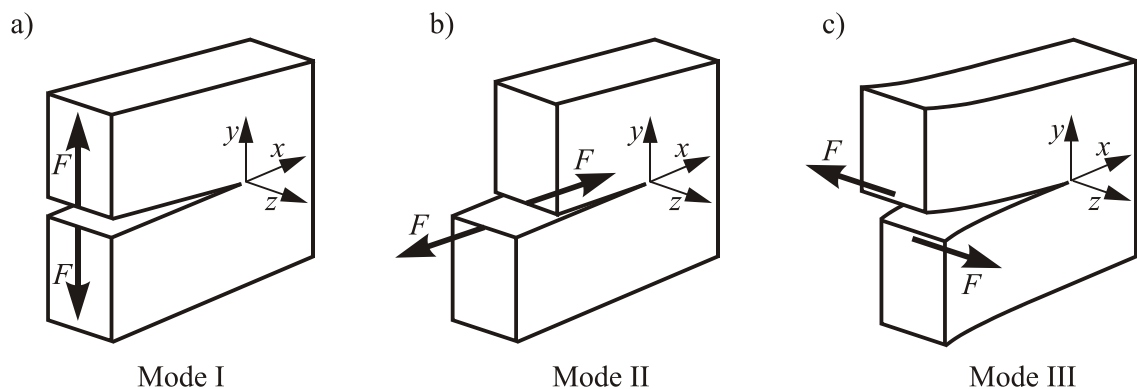


Abb. 3: Rissbeanspruchungsarten der Bruchmechanik:

- a) Mode I,
- b) Mode II- und
- c) Mode III-Beanspruchung [7]

2.2 Methoden zur Bestimmung des Spannungsintensitätsfaktors

Allgemein setzt sich der SIF aus der Beanspruchung, der Risstiefe a , sowie einem Geometriefaktor Y (siehe Kapitel 2.4) zusammen. Für die unterschiedlichen Modi ergeben sich daraus die folgenden Zusammenhänge:

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I \quad (3)$$

$$K_{II} = \tau \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_{II} \quad (4)$$

$$K_{III} = \tau_z \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_{III} \quad (5)$$

Die Spannung σ entspricht der Belastung des Bauteils und kann sich somit auch aus einer Kraft oder einem Moment ergeben. Der Geometriefaktor Y beinhaltet nicht nur den Einfluss der Bauteilgeometrie, sondern berücksichtigt zusätzlich die Risslage und die Art und den Ort der Lasteinleitung. Bei reiner Mode II-Beanspruchung wird der Riss auf Schub beansprucht, was sich im SIF in der Schubspannung τ widerspiegelt. Diese kann sich aus einer ebenen Schubbelastung des Bauteils, aber auch aus einer Querkraft ergeben. Im Falle der reinen Mode III-Beanspruchung liegt eine nichtebene Schubspannung τ_z vor, welche sich beispielsweise aus einem Torsionsmoment ergibt. [7]

Im Falle einer Mixed-Mode-Beanspruchung ist der sogenannte Vergleichsspannungsintensitätsfaktor K_V heranzuziehen. Der nach RICHARD [11-13] definierte Vergleichsspannungsintensitätsfaktor lautet:

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 5,336K_{II}^2 + 4K_{III}^2} \quad (6)$$

Weitere Ansätze zur Bestimmung sind in [14, 15] vorgestellt.

Für die Bestimmung des SIF kann auf direkte und indirekte Methoden zurückgegriffen werden [16]. Die direkten Methoden verwenden die Nahfeldgleichungen (1) und (2) zur SIF-Ermittlung. In den indirekten Methoden finden die Energiefreisetzungsrates und das J -Integral Anwendung. [17]

2.2.1 Energiefreisetzungsrates

Eine weitere Möglichkeit, die Rissbeanspruchung zu beschreiben, ist die Energiefreisetzungsrates G nach IRWIN [7, 8, 18]. Sie ergibt sich aus der Annahme, dass die bei einer Risserweiterung um da freigesetzte elastische Energie dU den Bedarf an erforderlicher Oberflächen- und möglicher Verformungsenergie deckt. Somit ist G für ebene Rissprobleme mit einer Rissausbreitung in Richtung des bereits vorhandenen Risses wie folgt definiert:

$$G = - \frac{dU}{da} \quad (7).$$

Bestimmen lässt sich die Energiefreisetzungsrates über die Arbeit dW , die erforderlich ist, um einen Riss um ein Teilstück dx zu schließen. Sie entspricht bei elastischer Verformung der Rissausbreitungsenergie und kann über die Spannung $\sigma_y(x)$ und die Rissverschiebung $v(x)$ (siehe Abb. 4) ermittelt werden. Die Betrachtung einer Druckkraft

$$F_y(x) = -\sigma_y(x) \cdot dx \quad (8)$$

statt der Spannung $\sigma_y(x)$ an der Rissoberfläche (Abb. 4b) führt für eine Scheibe der Einheitsdicke 1 zu

$$dW = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot dF_y \cdot v(x) = -\sigma_y(x) \cdot v(x) \cdot dx \quad (9).$$

Für das Schließen des Risses um die Länge da folgt daraus

$$W = - \int_0^{da} \sigma_y(x) \cdot v(x) dx \quad (10).$$

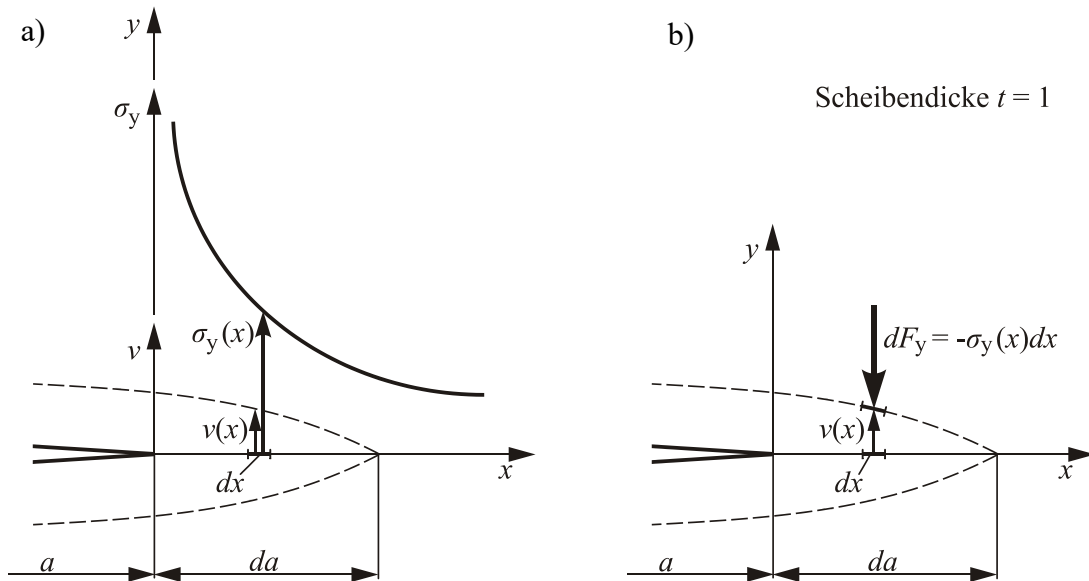


Abb. 4: a) Darstellung der Spannungsverteilung $\sigma_y(x)$ und Rissöffnungsverschiebung $v(x)$ bei einer Rissweiterung um da für die Anwendung des Riss-schließungsintegrals bei reiner Mode I-Beanspruchung
b) Berechnung der Riss-schließungsarbeit mit dF_y und $v(x)$ in einer Scheibe [7]

Für Mode I bis III erhält man dabei mit $W = U$

$$G_I = - \frac{dU}{da} = - \frac{dW}{da} = \frac{1}{da} \int_0^{da} \sigma_y(x) \cdot v(x) dx \quad (11)$$

$$G_{II} = \frac{1}{da} \int_0^{da} \tau_{xy}(x) \cdot u(x) dx \quad (12)$$

$$G_{III} = \frac{1}{da} \int_0^{da} \tau_{xz}(x) \cdot w(x) dx \quad (13).$$

Liegt ein räumliches Problem vor, findet eine Rissweiterung um eine Fläche dA statt. Entsprechend ist die Energiefreisetzungsrate für diesen Fall mit

$$G = - \frac{dU}{dA} \quad (14)$$

definiert. Über die Berechnung der Riss-schließungsarbeit W lässt sich eine numerische Ermittlung der Energiefreisetzungsrate gut umsetzen. Unter Verwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM) werden die Knotenpunktkräfte F_i und -verschiebungen u_i in den Koordinatenrichtungen x , y und z entsprechend Abb. 5 ermittelt und direkt in beispielsweise die modifizierte Riss-schließungsintegralmethode (MVCCI, [19-21]) eingesetzt. So lassen sich für beliebige Mixed-Mode-Beanspruchungen an der Rissfront Aussagen über die Spannungsintensität treffen. Für $o = [x, y, z]$ gilt mit

$$W_k^o = \frac{1}{2} [F_{i,k}^o(a) \cdot \Delta u_{i-1,k}^o(a)] \quad (15)$$

$$G_I(a, \Delta t_k) = \frac{1}{\Delta t_k \cdot \Delta a} \cdot W_k^y \quad (16)$$

$$G_{II}(a, \Delta t_k) = \frac{1}{\Delta t_k \cdot \Delta a} \cdot W_k^x \quad (17)$$

$$G_{III}(a, \Delta t_k) = \frac{1}{\Delta t_k \cdot \Delta a} \cdot W_k^z \quad (18)$$

Damit ist das Produkt aus Δt_k und Δa die Rissflächenerweiterung dA .

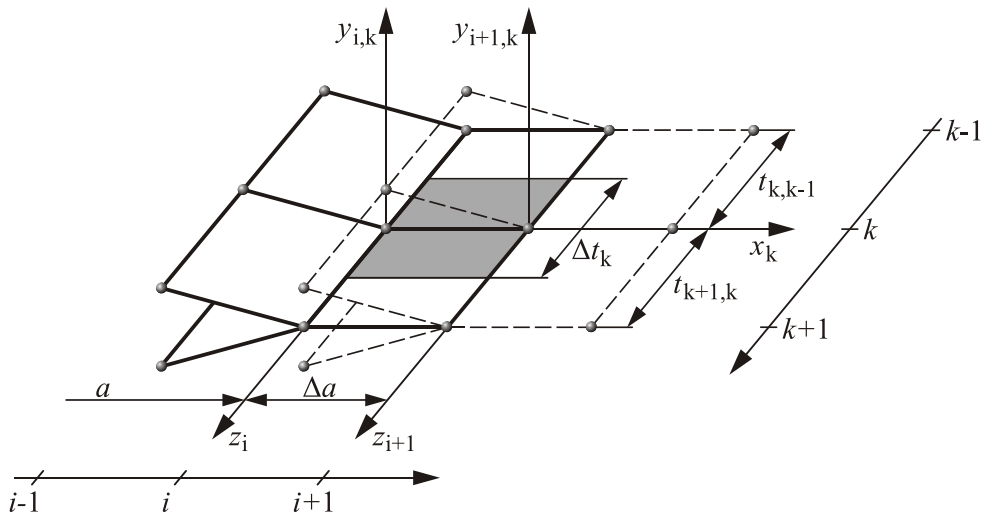


Abb. 5: Kenngrößen zur Bestimmung der Energiefreisetzungsrate bei Verwendung der Finite-Elemente-Methode (FEM) [7]

Eine Überführung der SIF der einzelnen Modi in die Energiefreisetzungsrate ist durch feste Zusammenhänge möglich [8, 18, 22, 23]. So gilt für reine Mode I-Beanspruchung bei ebenem Spannungszustand (ESZ)

$$G = G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad (19)$$

und bei ebenem Verzerrungszustand (EVZ)

$$G = G_I = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot K_I^2 \quad (20)$$

Für reine Mode II- bzw. Mode III-Beanspruchungen gelten die Zusammenhänge

$$G = G_{II} = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot K_{II}^2 \quad (21)$$

$$G = G_{III} = \frac{1+\nu}{E} \cdot K_{III}^2 \quad (22)$$

Liegt eine Mixed-Mode-Beanspruchung vor, lässt sich G aus der Summe der Energiefreisetzungsraten der einzelnen Modi berechnen:

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot \left(K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1-\nu} \right) \quad (23)$$

Für reine Mode I, II bzw. III-Beanspruchung lassen sich die SIF durch Umstellen der Gleichungen (19)-(21) bestimmen. [7]

2.2.2 J -Integral

Eine weitere Größe zur Beschreibung der Rissbeanspruchung ist das RICEsche Linienintegral ([8, 24]), das sogenannte J -Integral (Abb. 6), mit geschlossenem Integrationsweg um die Risspitze:

$$J = \int_C \left(\bar{U} dy - \vec{\sigma} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \right) \quad (24).$$

Dabei sind $\vec{\sigma}$ der Spannungsvektor und \vec{u} der Verschiebungsvektor auf dem Integrationsweg C mit ds als Wegkoordinate. \bar{U} ist die elastische Energiedichte, welche sich über den Spannungstensor σ_{ij} und den Dehnungstensor ε_{ij} wie folgt berechnen lässt:

$$\bar{U} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (25)$$

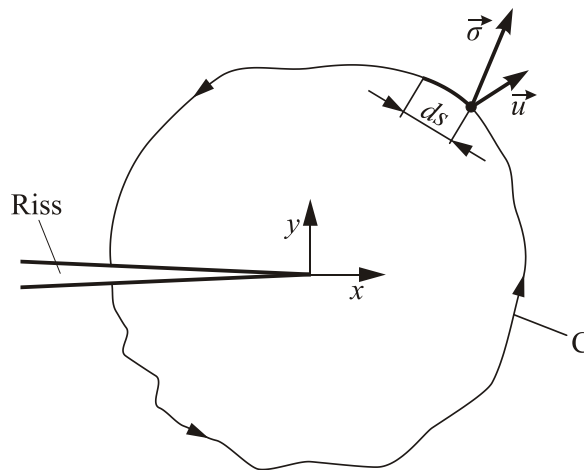


Abb. 6: Schematische Darstellung des Integrationsweges C des J -Integrals mit dem Vektor $\vec{\sigma}$, dem Verschiebungsvektor \vec{u} und der Wegkoordinate ds [7]

Im Falle kleiner plastischer Zonen um die Risspitze herum bestehen die Zusammenhänge

$$J = \frac{K_I^2}{E} = G \quad (26)$$

für den ESZ und

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 = G \quad (27)$$

für den EVZ. [7]

Im Gegensatz zu G und K , welche ausschließlich für linear-elastisches Materialverhalten definiert sind, darf das J -Integral auch durch plastisch verformtes Gebiet verlaufen. In der elastisch-plastischen Bruchmechanik (EPBM) beschreibt das J -Integral die Intensität des Rissspitzenfeldes in einem verfestigenden elastisch-plastischen Material innerhalb der plastischen Zone. Aufgrund der plastischen Deformationstheorie sind Wegunabhängigkeit und Eindeutigkeit von J solange gewährleistet, wie die Belastung monoton auf proportionalen Belastungspfaden ansteigt. Entsprechend ist die Anwendbarkeit des J -Konzepts im Rahmen EPBM auf stationäre Risse unter monotoner Belastung begrenzt. [25]

Das J -Integral findet vor allem in der FEM Anwendung. Voraussetzung ist eine Vernetzung, die einen geschlossenen Integrationsweg gewährleistet. Das bedeutet, die den Integrationsweg betreffenden Elemente müssen benachbart sein. In vielen numerischen Programmen sind mittlerweile Algorithmen zur Bestimmung des J -Integrals implementiert, welche zu diesem Zweck eine Vernetzung der Rissspitze entsprechend Abb. 7 erfordern. Während es sich bei den weiß hinterlegten Elementen des ebenen Problems um gewöhnliche Viereckelemente handelt, befinden sich in der grauen Kreisfläche sogenannte Rissspitzenelemente – in diesem Fall kollabierte isoparametrische 8-Knotenelemente (Abb. 7, links). Das bedeutet für das in Abb. 7 mittig dargestellte Viereckelement mit quadratischem Lösungsansatz (Zwischenknoten 5-8), dass die Rechteckseite an der Rissspitze mit den Knoten 1, 8 und 4 so umdefiniert wird, dass diese Knoten auf einen Einzelnen zusammenfallen. Darüber hinaus sind die Knoten 5 und 7 auf eine Viertelposition zu verschieben.

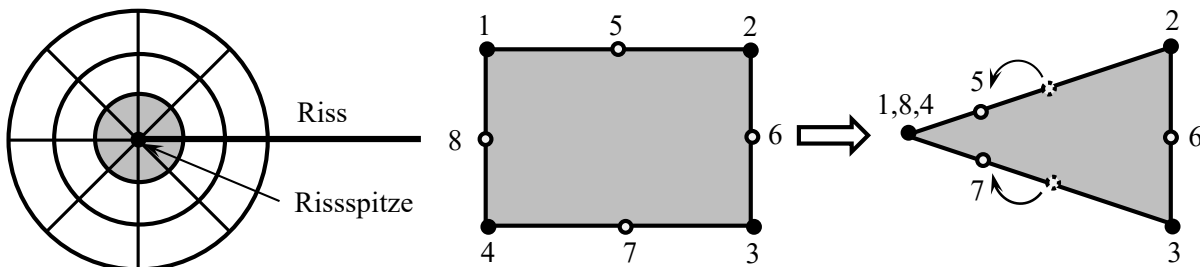


Abb. 7: Definition von Rissspitzenelementen (in Anlehnung an [25])

Für ebene Probleme ergeben sich aus dieser Elementdefinition die für die elastische Nahfeldgleichung erforderlichen $1/\sqrt{r}$ -Singularitäten und ein konstanter Verzerrungsansatz, welcher für das Konvergenzverhalten sowie die Berücksichtigung thermischer Dehnungen notwendig ist. Im Falle einer räumlichen Anwendung können die beschriebenen ebenen Elemente in Richtung der Rissfront zu einem Prisma ausgedehnt werden. Entsprechend handelt es sich bei diesen Elementen um knotendistordierte Hexaederelemente oder Pentaederelemente, für welche die erläuterten Singularitätseigenschaften für jede senkrecht zur Rissfront liegende Ebene gelten. Um diese Eigenschaften auch für jede senkrecht zur Rissfront liegende Elementkante zu erreichen, ist es erforderlich, dass die nicht an der Rissfront anliegenden Elementkanten eine Gerade bilden. Alle Zwischenknoten, welche nicht auf die Viertelposition gesetzt werden, sind mittig der jeweiligen Elementkante zu positionieren. Weiterführende Erklärungen zu den beschriebenen 3D-Elementen sind [25-28] zu entnehmen.

Neben der geänderten Elementierung erfolgt für die Untersuchung dreidimensionaler Risse ebenfalls eine Erweiterung der SIF-Bestimmung über das äquivalente Gebietsintegral (auch Domain- oder M -Integral genannt). In diesem Fall wird nicht der Integrationsweg C , sondern die geschlossene umhüllende Fläche S verwendet. Diese setzt sich dabei aus den Deckflächen S_D , der Mantelfläche S_M sowie den Rissflächen S_R zusammen (Abb. 8). Die Rissspitzenelemente bilden die umhüllende Fläche S_0 , bestehend aus der zugehörigen Mantel- und den Deckflächen.

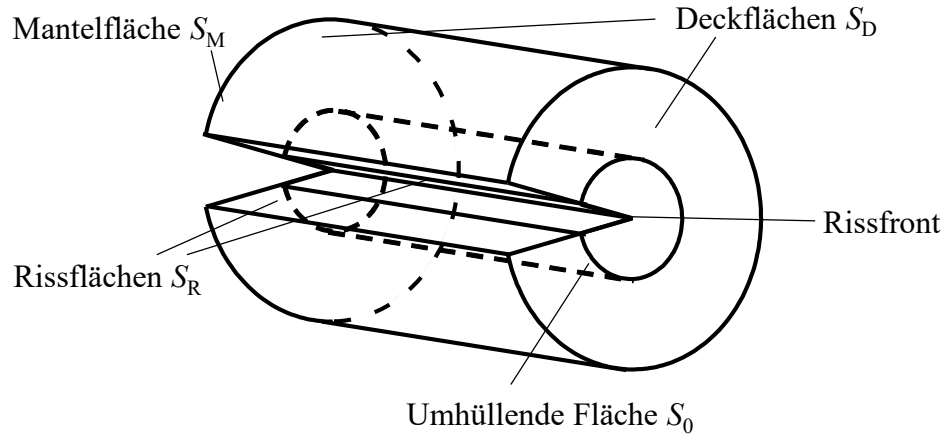


Abb. 8: Schematische Darstellung der für das Gebietsintegral verwendeten umhüllenden Flächen S und S_0 (vgl. [25])

Unter Anwendung einer Wichtungsfunktion q_k ergibt sich für den dreidimensionalen Fall mit der Rissspitzenumgebung A und dem umhüllten Volumen V ein Gebietsintegral zu

$$J(s) = -\frac{1}{\Delta A} \int_V (U\delta_{kj} - \sigma_{ij}u_{i,k})q_{k,j}dV \quad (28).$$

Numerisch wird dieses Prinzip im Postprocessing der FE-Simulation umgesetzt. Betrachtet man ein beliebiges physikalisches Feld $f(x)$ über das Gebiet V , so erfolgt seine numerische Integration durch die Summation über alle zum Gebiet gehörenden Elemente. Die einzelnen Elemente werden dabei unter Verwendung der GAUSSschen Integrationsformeln integriert, indem die Funktionswerte diskreter Punkte mit den Gewichtsfunktionen multipliziert und summiert werden. Detailliertere Ausführungen zum M -Integral sind in [25] zu finden.

2.3 Ermüdungsrisswachstum

In der technischen Praxis werden Bauteile üblicherweise jedoch nicht konstant, sondern zeitlich veränderlich belastet. Somit folgt aus der zeitabhängigen Spannung $\sigma(t)$ ein zeitabhängiger Spannungsintensitätsfaktor:

$$K(t) = \sigma(t) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y \quad (29)$$

Im Falle einer zyklischen Belastung, also dem Vorliegen sich wiederholender Spannungsamplituden, ist der zyklische Spannungsintensitätsfaktor ΔK zu betrachten. Er ergibt sich aus dem maximalen SIF K_{\max} und dem minimalen SIF K_{\min} :

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} \quad (30)$$

Die Beschreibung der zyklischen Beanspruchung eines Risses erfolgt außerdem über das Spannungsverhältnis R , welches wie folgt definiert ist:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} \quad (31)$$

Während ein negatives R -Verhältnis für eine Zug-Druck-Beanspruchung steht, liegt bei $R \geq 0$ reine Druckbelastung ($R > 1$) bzw. Zugbelastung ($0 \leq R < 1$) vor.

Liegt ein Riss in einem zyklisch belasteten Bauteil vor, ist dieser zwingend auf seine Ausbreitungsfähigkeit zu untersuchen. Eine maßgebliche Kenngröße ist dabei der Thresholdwert ΔK_{th} . Mit Überschreiten dieses Wertes, kann sich der Riss ausbreiten. Die zugehörige Risttiefe ist a_{th} . Der Riss wächst zunächst stabil, d.h. mit einer vom SIF abhängigen analytisch beschreibbaren Geschwindigkeit da/dN . Überschreitet der Spannungsintensitätsfaktor K hingegen die Risszähigkeit K_C , aus der sich ΔK_C ableiten lässt, wächst der Riss instabil, also unkontrolliert. Es kommt schließlich zum Restgewaltbruch (Abb. 9). [7]

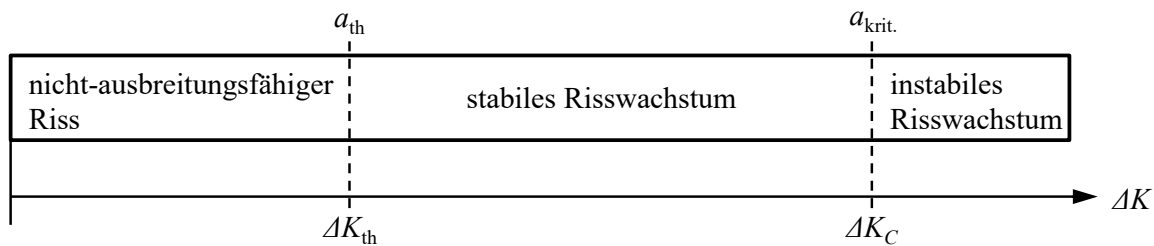


Abb. 9: Charakterisierung der Risswachstumsstadien langer Risse

2.4 Analytische Beschreibung von Spannungsintensitätsfaktorverläufen

Da numerische Simulationen mitunter sehr arbeits- und zeitaufwendig sind, besteht die Bestrebung das SIF-Verhalten analytisch zu beschreiben. Für einfache Bauteil- und Rissgeometrien liegen solche Lösungen bereits vor. Basis dieser Lösungen sind Gl. (3)-(5). Risslage, Geometrie sowie Lasteinleitung gehen dabei in die Geometriefunktion ein. Je nach Komplexität des Anwendungsfalls entspricht sie für statische Belastungen einem einzelnen Zahlenwert, dem Geometriefaktor oder fasst für zyklische Belastungen als Funktion bspw. eine Kurvenschar zusammen. Bei reiner Mode I-Belastung kann die Beziehung

$$Y_I = \frac{1}{1 - \frac{a}{d}} \cdot \sqrt{\frac{A+B \cdot \frac{a}{d-a}}{1+C \cdot \frac{a}{d-a} + D \cdot \left(\frac{a}{d-a}\right)^2}} \quad (32)$$

nach RICHARD [7, 29] verwendet werden. Dabei ist d die Bauteilbreite bzw. der Durchmesser. Die jeweiligen Konstanten sind für viele Geometrien z.B. in [30] nachzuschlagen. Entwickelt werden diese Geometriefunktionen auf der Basis von numerischen Simulationen oder experimentellen Untersuchungen. [7]

Ein alternatives Verfahren zur Entwicklung einer analytischen SIF-Lösung ist die Methode der Gewichtsfunktion nach [31] und [32]. Sie beruht auf der Annahme linear-elastischen Materialverhaltens und der Anwendbarkeit des Superpositionsprinzips. Das bedeutet, die Summe zweier Einzellösungen ergibt den SIF der überlagerten Belastung. Für das Beispiel in Abb. 10 bedeutet das, dass der SIF einer Belastung entsprechend Abb. 10a) addiert mit der SIF-Lösung aus der Krafteinleitung in Abb. 10b) zu dem SIF des in Abb. 10c) überlagerten Szenarios führt.

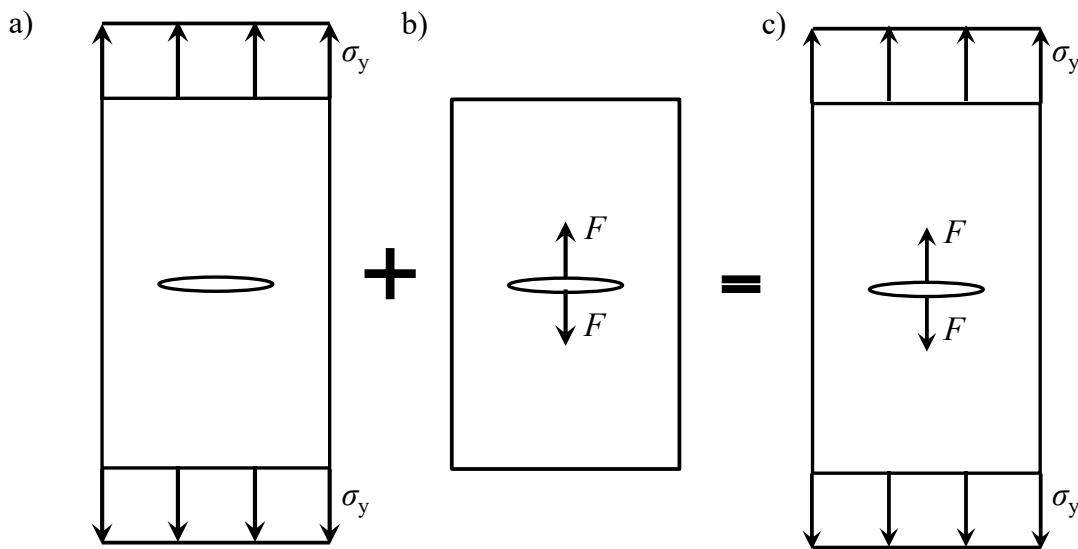


Abb. 10: Aus der SIF-Lösung von
a) Belastung 1 addiert mit
b) der Lösung von Belastung 2 ergibt sich nach dem Superpositionsprinzip
c) die Lösung der überlagerten Belastung

Entsprechend der Gewichtsfunktionsmethode lässt sich der SIF mit

$$K = \int_0^a \sigma(x) \cdot h(x, a) dx \quad (33)$$

bestimmen. Dabei ist $\sigma(x)$ die Normalspannung orthogonal zur Rissebene im rissfreien Bauteil am Ort des untersuchten Risses und $h(x, a)$ die von der Geometrie und Risstiefe abhängige Gewichtsfunktion

$$h(x, a) = \frac{E'}{K} \cdot \frac{\partial v(x, a)}{\partial a} \quad (34)$$

Im Falle eines ebenen Spannungszustandes (ESZ) entspricht $E' = E$ und bei einem ebenem Verzerrungszustand (EVZ) gilt $E' = E/(1-\nu^2)$ mit der Querkontraktionszahl ν . Um die Gewichtsfunktion bestimmen zu können, müssen der Spannungsintensitätsfaktor K und das Verschiebungsfeld $v(x, a)$ für einen definierten Belastungsfall bekannt sein. [33] Eine Reihe ver-

schiedener Lösungen für Gewichtsfunktionen bei Mode I-Belastung liegen bereits z.B. in [34], [35] und [36] vor. Die allgemeine aus Gl. (34) folgende Formulierung für eine 1D-Lösung

$$h(x, a) = \sum_i M_i(a) \cdot (a-x)^{\frac{n}{2}-1} \quad (35)$$

nach [37] mit $i = 1, 2, 3 \dots$ wird entsprechend [34] für 2D-Risse häufig auf die Verwendung von drei Koeffizienten reduziert (z.B. in [36, 38, 39]). Für den tiefsten Punkt der Rissfront ergibt sich daraus die Funktion

$$h(x, a) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \cdot (a-x)} \cdot \left[1 + M1 \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{2}} + M2 \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) + M3 \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (36).$$

Die Koeffizienten $M1$ bis $M3$ werden dabei aus den für drei Referenzbelastungen bestimmten SIF ermittelt. Die Gewichtsfunktion für einen Oberflächenriss muss darüber hinaus die Randbedingung

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial x^2} (h) \right|_{x=0} = 0 \quad (37)$$

erfüllen. Diese sagt nach [35] aus, dass in einem Körper endlicher Dicke die Krümmung der Rissuferverschiebung an der Stelle $x = 0$ gleich null sein muss. SHEN und GLINKA zeigen in [40], dass $M2$ der Gl. (36) aus dieser Randbedingung folgend unabhängig von der Geometrie gleich drei ist. [17]

2.5 Konzept zur Restlebensdauervorhersage

Das Ziel der Bruchmechanik ist es, Vorhersagen über den Rissverlauf und das Rissverhalten zu treffen. Zu diesen Vorhersagen zählt auch die Bestimmung einer Restlebensdauer. Diese erfordert die Kenntnis über die Rissgeschwindigkeitskurve, welche in Abb. 11 dargestellt ist. Um die experimentell ermittelte Rissgeschwindigkeit über dem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor zu beschreiben, existieren unterschiedliche Ansätze. An dieser Stelle soll jedoch exemplarisch auf zwei Beispiele eingegangen werden. Das bekannteste Rissfortschrittskonzept ist das PARIS-Gesetz [41]:

$$\frac{da}{dN} = C_p \cdot \Delta K^{m_p} \quad (38)$$

Diese Beziehung wird auch als PARIS-Gerade bezeichnet, da bei doppellogarithmischer Achseneinteilung ein linearer Zusammenhang besteht. Der Exponent m_p stellt somit den Anstieg der Geraden dar, während der Faktor C_p die Kurve in Geschwindigkeitsachsenrichtung verschiebt. Die PARIS-Gerade bildet ausschließlich den Bereich stabilen Risswachstums in Bereich B (siehe Abb. 11a) ab. Aus diesem Grund ist die Beschreibung der da/dN - ΔK -Kurve über das PARIS-Gesetz nicht hinreichend genau. Wie Abb. 11a) zeigt, liegt gerade im Bereich des Thresholdwertes in doppellogarithmischer Darstellung zunächst ein nahezu senkrecht ansteigender Verlauf der Rissgeschwindigkeitskurve vor, ehe diese in die PARIS-

Gerade übergeht. Anschließend nähert sich die da/dN -Kurve im Bereich C asymptotisch der Risszähigkeit (siehe Abb. 11a). Eine Adaption der PARIS-Gleichung ist die von FORMAN und METTU veröffentlichte Formulierung der NASGRO-Gleichung [3]:

$$\frac{da}{dN} = C_{FM} \cdot \left[\left(\frac{1-\gamma}{1-R} \right) \cdot \Delta K \right]^{n_{FM}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^{p_{FM}}}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_C} \right)^{q_{FM}}} \quad (39).$$

Mit der Rissöffnungsfunktion γ nach NEWMAN wird das Risschließen miteinbezogen. γ ist wie folgt definiert:

$$\gamma = \frac{K_{op}}{K_{max}} = \begin{cases} \max(R, A_0 + A_1 \cdot R + A_2 \cdot R^2 + A_3 \cdot R^3) & \text{für } R \geq 0 \\ A_0 + A_1 \cdot R & \text{für } -2 \leq R < 0 \end{cases} \quad (40).$$

Hierbei stellt K_{op} den SIF dar, ab dem ein Riss vollständig geöffnet ist. Der Wert wurde vor dem Hintergrund definiert, dass bei zyklischer Belastung mit konstanter Amplitude bei Entlastung noch vor Erreichen der minimalen Last ein Schließen des Risses bzw. bei Belastung eine Öffnungsverzögerung auftritt [42]. Die Größe von K_{op} wird durch plastizitäts-, rauigkeits-, oxid- sowie fluidinduziertes Risschließen bestimmt (siehe z.B. [43-45]). K_{max} entspricht dem maximalen SIF des jeweiligen Zyklus. Die Definition der Koeffizienten A_0 bis A_3 lautet

$$\begin{aligned} A_0 &= (0,825 - 0,34\alpha + 0,05\alpha^2) \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma_{max}}{\sigma_F}\right) \right]^{\frac{1}{\alpha}} \\ A_1 &= (0,415 - 0,071\alpha) \cdot \frac{\sigma_{max}}{\sigma_F} \\ A_2 &= 1 - A_0 - A_1 - A_3 \\ A_3 &= 2A_0 + A_1 - 1 \end{aligned} \quad (41)$$

mit dem Constraint-Faktor α , welcher zwischen 1 (ESZ) und 3 (EVZ) variiert. Das Verhältnis aus maximaler Spannung und Fließspannung wird für viele Werkstoffe konstant auf 0,3 gesetzt [3].

Die Variablen p und q der FORMAN/METTU-Gleichung hängen vom Werkstoff ab und müssen aus den experimentellen Daten bestimmt werden. Sie beschreiben die Übergänge zwischen PARIS-Gerade und dem Thresholdwert- bzw. Risszähigkeitsbereich (Bereich A und C in Abb. 11a). Die Größen C_{FM} und n_{FM} beschreiben Bereich B analog zu C_p bzw. m_p aus dem PARIS-Gesetz (siehe Abb. 11b).

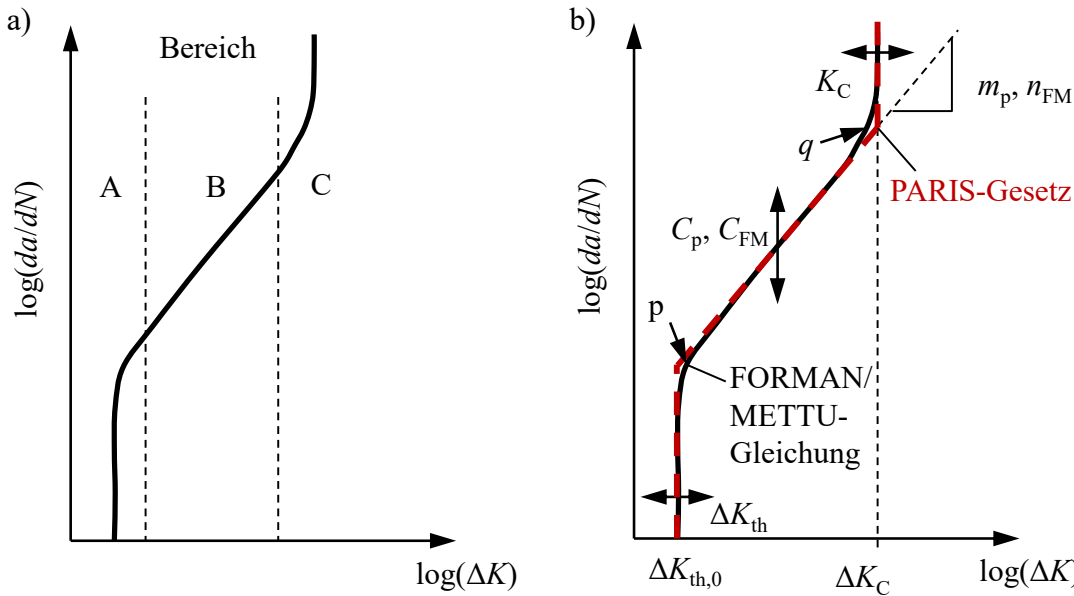


Abb. 11: a) Einteilung der Rissgeschwindigkeitskurve in charakteristische Bereiche
 b) Schematische Darstellung der PARIS-Gesetz und der FORMAN/METTU-Gleichung zur Beschreibung der Rissgeschwindigkeitskurve (vgl. [7])

Abb. 11 veranschaulicht weiterhin den Einfluss der Risszähigkeit K_C und des Thresholdwertes ΔK_{th} . Dabei hängt ΔK_{th} entsprechend

$$\Delta K_{th} = \frac{\Delta K_{th,0} \cdot \sqrt{\frac{a}{a+a_0}}}{\left[\frac{1-\gamma}{(1-A_0) \cdot (1-R)} \right]^{1+C_{th} \cdot R}} \quad (42)$$

ebenfalls von der Rissöffnungsfunktion, dem R -Verhältnis und der Risslänge a ab. Weitere Einflussparameter sind die intrinsische Risstiefe $a_0 = 0,0381$ mm (EL-HADDAD-Parameter) sowie der Thresholdwert $\Delta K_{th,0}$ für $R = 0$. Die empirische Konstante C_{th} wird in C_{th+} für positive und C_{th-} für negative R -Verhältnisse unterschieden. Für $\Delta K_{th,1}$ statt $\Delta K_{th,0}$ existiert in [3] eine neuere Fassung der Formulierung zur Beschreibung des Thresholdwertes.

Da die Rissgeschwindigkeitskurve eine Funktion von R und dem SIF

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (43)$$

ist, wird zur Restlebensdauerbestimmung außerdem ein analytisch oder numerisch bestimmter SIF-Verlauf ausgehend von einer Anfangsrisslänge a_A benötigt. Durch Integration lässt sich die Bruchschwingspielzahl N_B , ab der ein Riss instabil wächst, über

$$N_B = \int_{a_A}^{a_{krit}} \frac{da}{f(\Delta K, R)} \quad (44)$$

mit der kritischen Risstiefe a_{krit} berechnen. Dieses Vorgehen ist jedoch nur bei simplen SIF-Lösungen mit einem konstanten Geometriefaktor Y und einer konstanten zyklischen Spannung $\Delta\sigma$ für das PARIS-Gesetz möglich. Bei komplexen SIF-Lösungen ist die Rissgeschwindigkeitsgleichung nicht mehr geschlossen integrierbar, sodass in der Praxis üblicherweise eine

numerische Integration durchgeführt wird. Dabei wird entsprechend Abb. 12 die $da/dN(a)$ -Kurve in diskrete Abstände der Risstiefen Δa unterteilt und für jeden einzelnen Abschnitt eine Teilschwingspielzahl N_t bestimmt. Zur Ermittlung der Bruchschwingspielzahl N_B werden die einzelnen Teilschwingspielzahlen anschließend nach

$$N_B = \sum N_t = \sum \frac{\Delta a}{\left(\frac{da}{dN}\right)_t} \quad (45)$$

aufsummiert. [9]

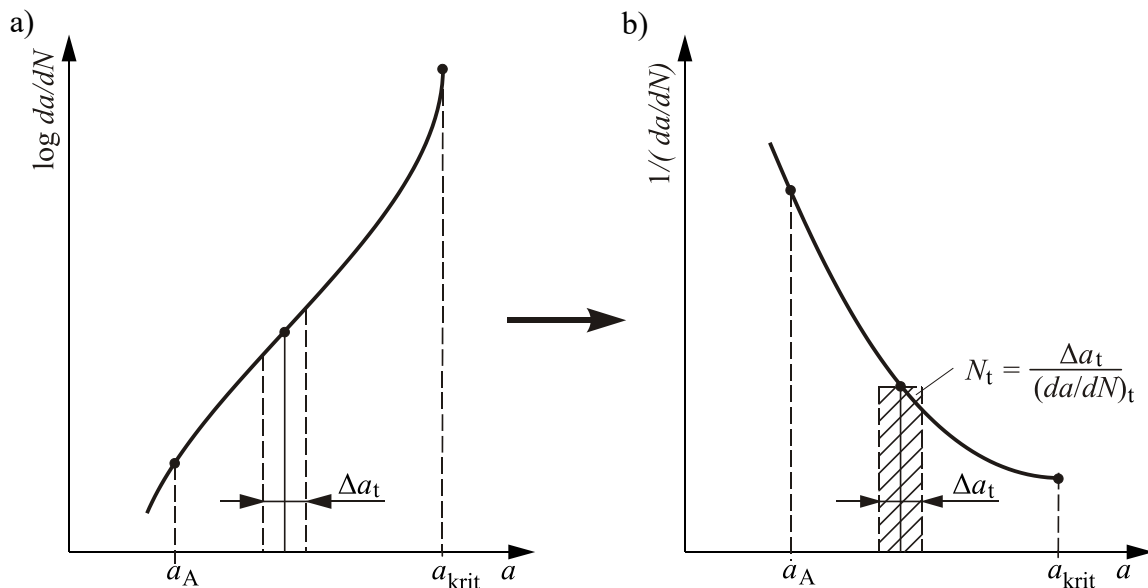


Abb. 12: Schematische Darstellung der numerischen Integration zur Restlebensdauerbestimmung [7]

Die unterschiedlichen Beschreibungen der Rissgeschwindigkeitskurven nach PARIS und FORMAN/METTU beeinflussen auch die Restlebensdauer. Durch die fehlende Berücksichtigung der Nichtlinearität des thresholdwertnahen Bereichs im PARIS-Gesetz werden bereits bei kleinen SIF große Rissfortschrittsraten da/dN angenommen, was dazu führt, dass bei geringen Lastwechselzahlen bereits ein deutlich stärkerer Rissfortschritt vorhergesagt wird. Entsprechend führt die Anwendung des PARIS-Gesetzes i. Allg. zu deutlich konservativeren Restlebensdauern als die NASGRO-Gleichung nach FORMAN und METTU. [7]

2.6 Bruchmechanik bei erhöhten Temperaturen

Die vorgestellten Zusammenhänge sind zunächst allgemeiner Natur. Da sich die vorliegende Arbeit allerdings mit Abkühlvorgängen im Temperaturbereich zwischen Raumtemperatur (RT) und 545°C befasst, ist die Auseinandersetzung mit dem Temperatureinfluss auf bruchmechanisches Verhalten erforderlich.

2.6.1 Einfluss der Werkstofftemperatur auf bruchmechanisches Verhalten

Die Werkstofftemperatur besitzt bereits einen Einfluss auf gewöhnliche statische Festigkeitswerte wie den Elastizitätsmodul oder die Fließgrenze. Außerdem kommt es in dem für diese Arbeit relevanten positiven Temperaturbereich zu einer Änderung von z.B. der Schwingfestigkeit, welche bei Temperaturerhöhung sinkt, während sie bei Temperaturabnahme steigt. Ebenso können jedoch auch Bruchmechanismen von der Temperatur beeinträchtigt werden. Dabei sind bei erhöhten Temperaturen besonders zeitabhängige Vorgänge zu nennen. So fördern diese das Kriechen, ändern z.B. durch Ausscheidungsvorgänge die Mikrostruktur oder führen zu Korrosion. Abhängig vom Werkstoff ist es als Folge dieser geänderten Mechanismen sogar möglich, dass ab einer bestimmten Temperatur keine Langzeitfestigkeit folgt. Genauso beeinflusst neben der Beanspruchungshöhe nun auch die Beanspruchungszeit die Bruchschwingzahl. Das heißt, es liegen ein Frequenz- und Haltezeiteinfluss sowie der Einfluss der Belastungsform vor. [46]

Das bereits erwähnte Kriechen, welches nach [47] für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen jedoch nicht relevant ist, besitzt in der Rissausbreitungsphase einen Einfluss auf die Rissgeschwindigkeitskurve [46]. Weitere thermische Einflüsse auf die Rissgeschwindigkeit werden in [9] angeführt. So steigt die Rissgeschwindigkeit als Folge der hohen Temperaturen bspw. erheblich an. Dies ist auf weitere zeitabhängige Vorgänge wie eine Änderung der Mikrostruktur, Spannungsrelaxation und Umgebungseinflüsse zurückzuführen. Sind die Temperaturen ausreichend niedrig und die Frequenzen hoch, besitzt die Temperatur kaum einen Einfluss auf den PARIS-Bereich [48-50]. Insgesamt ist dennoch eine Änderung der Rissgeschwindigkeitskurve abhängig von der Temperatur entsprechend Abb. 13 festzustellen. Dabei lässt sich dieser Einfluss auf die Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls [51, 52] und weitere temperaturabhängige Umgebungseinflüsse [52, 53] zurückführen. Umso höher die Temperaturen sind, desto niedriger ist der zyklische Thresholdwert und umso höher ist die Risszähigkeit, was sich in der Folge auf die Restlebensdauer auswirkt.

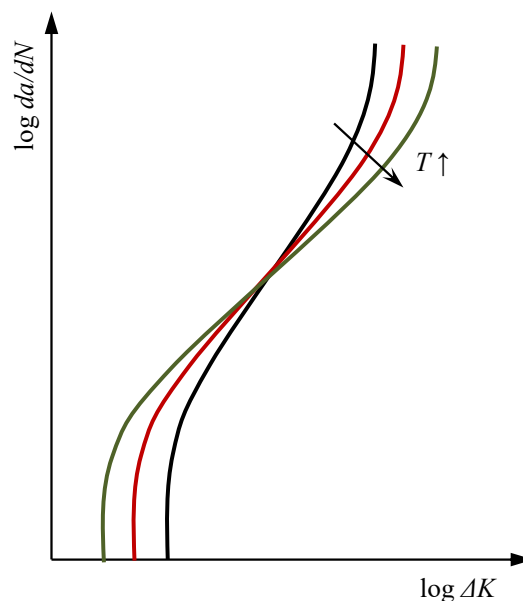


Abb. 13: Temperatureinfluss auf die Rissgeschwindigkeitskurve bei zeitunabhängigen Vorgängen [9]

Wegen der Überlagerung der genannten zeitabhängigen Einflüsse bei der Materialermüdung lassen sich die experimentellen Ergebnisse in der Regel deutlich schwerer beschreiben [46]. Zur Beurteilung des Risswachstums unter hohen Temperaturen wurden in [54] außerdem zyklische Zugversuche am Werkstoff P91 bei unterschiedlichen Frequenzen, Temperaturen und R -Verhältnissen vorgenommen. Es wurde herausgefunden, dass Oxidation der dominante Faktor ist, welcher das Risswachstum mit steigenden Temperaturen beschleunigt.

Eine gesonderte Situation bei thermisch beeinflusstem Risswachstum ergibt sich dabei aus einer inhomogenen Temperaturverteilung, welche eine Wärmespannung zur Folge hat. Kommt es zudem zu einer Behinderung der Wärmeausdehnung, ist der Bereich hoher Temperaturen einer Druckspannung ausgesetzt, während im Bereich niedriger Temperaturen eine Zugspannung herrscht. Beeinflusst werden diese Spannungen von der Temperaturerhöhung, der Wärmeausdehnungszahl, dem Elastizitätsmodul, der Fließgrenze sowie von der Bauteilgeometrie und den Randbedingungen. Durch das Auftreten zyklisch wechselnder Temperaturen kann es zu thermischer Ermüdung kommen. [55]

Die bisherigen Untersuchungen zum Temperatureinfluss umfassen unter anderem die Betrachtung von Thermoschock, also einem abrupten Absenken der Temperatur (z.B. [56], [57]). Die ersten Untersuchungen wurden in [58] und [59] vorgestellt. Darüber hinaus wurde bereits in [60, 61] ein Vorgehen zur Analyse eines solchen thermischen Risswachstums vorgeschlagen. Das dort verwendete konservative Modell basiert auf isothermer mechanischer Ermüdung und vereinfacht die Spannungsprofile. [62] beinhaltet Untersuchungen zu thermomechanisch belasteten Turbinenblattstählen mit dem Effekt von minimaler und maximaler Temperatur, Dehnungsbereichen, mittlerer Dehnung sowie den Lastzyklen. Als Resultat wird festgestellt, dass der SIF bei kleinen plastischen Dehnungen ein anwendbarer Parameter zur Beschreibung des Ermüdungsrisswachstums ist. In [63] kam man zu einem ähnlichen Schluss. Unter anderem zeigt [64], dass der SIF bei reiner Thermoschock-Belastung mit fortschreitendem Risswachstum zunächst steigt und anschließend mit einem flacheren Anstieg wieder sinkt. In [57] wird zudem festgestellt, dass die Risswachstumsrate mit größer werdender Risstiefe sinkt. Die Anwendung des SIF im Rahmen der LEBM findet ebenfalls in [65] Anwendung. Innerhalb dieser wird aus der Temperaturverteilung unter Anwendung der Gewichtsfunktionsmethode ein SIF-Profil abgeleitet. In der weiteren Untersuchung thermischer Ermüdung wird das PARIS-Gesetz genutzt und eine Vorhersage zu einem Rissstillstand getroffen. [64]

Bei einer Thermoschockbelastung kommt es, wie in u.a. [66] zu sehen ist, an mehreren Stellen der abgekühlten Oberfläche zu einer Rissinitiierung. Analytische Beschreibungen zum SIF-Verhalten dieser Lastfälle wurden bereits z.B. in [67-70] vorgestellt. Allerdings wurde dort von einem einzigen Riss im Bauteil ausgegangen. Die Motivation dieser Arbeit ist jedoch, die Bestimmung von Restlebensdauern für Anwendungen z.B. im Kraftwerksbetrieb. Die dort stattfindenden, für die vorliegenden Untersuchungen relevanten Vorgänge umfassen jedoch keinen Thermoschock, sondern Abkühlauern von mindestens mehreren Minuten. Inwieweit die für Thermoschock verwendeten Methoden auch für diese Belastungsszenarien zutreffen, ist zu überprüfen. Weiterhin wurden zahlreiche Untersuchungen an Kraftwerksstählen vorgenommen, welche sich mit Kriechen befassen (z.B. [71-73]). Die dort durchgeführten

Versuche wurden mit mindestens 600°C allerdings in einem höheren Temperaturbereich vorgenommen, als in dieser Arbeit relevant ist. Darüber hinaus liegt der Fokus der nachfolgend vorgestellten Untersuchungen nicht auf dem Einfluss von Haltezeiten, sondern viel mehr auf der Beschreibung des SIF bei Abkühlvorgängen.

2.6.2 Analytische Beschreibung des temperaturabhängigen SIF-Verlaufs

Um das Risswachstum infolge eines Abkühlvorgangs bei hohen Starttemperaturen analytisch zu beschreiben, wird in der Literatur häufig auf die Gewichtsfunktionsmethode nach Gl. (35) zurückgegriffen (siehe [67, 68, 74-82]). Die Untersuchungen für einen umlaufenden Riss in einem Hohlzylinder in [74], [75] und [68] beschränken sich jedoch auf Abkühlauern unter einer Minute und z.T. sogar weniger als eine Sekunde, was den in dieser Arbeit betrachteten Szenarien nicht entspricht. Weiterhin werden mit einer mechanischen Belastung gekoppelte Anwendungsfälle betrachtet. [67] bezieht sich ebenfalls auf einen umlaufenden Riss in einem druckbelasteten Hohlzylinder unter Temperatureinfluss. Aus der Arbeit geht jedoch nicht hervor, um welchen Temperaturbereich es sich handelt und wie die Zeitabhängigkeit in die analytische Berechnung des Spannungsverlaufs zur Anwendung der Gewichtsfunktionsmethode eingeht. Eine weitere Beschreibung der Spannung in einem Hohlzylinder infolge thermischer Belastung liegt in [76] vor. Die Abkühlzeiten betragen jedoch weniger als zwei Sekunden. In [77] fehlen ebenfalls Angaben zum betrachteten Temperaturbereich sowie zur Bauteildicke. Die Untersuchungen in [78-80] erfolgten in einem dünnwandigen Rohr mit einer maximalen Temperaturbelastung von 180°C, was unterhalb der für diese Arbeit relevanten Betriebstemperatur liegt. Darüber hinaus existiert in [81] eine analytische Lösung für einen Eckenriss in einer thermisch belasteten Platte. Ein solcher Riss wurde ebenfalls in [82] betrachtet. Allerdings geht aus der Arbeit nicht hervor, in welcher Form die Risttiefe berücksichtigt wird und in welchem Temperaturbereich sich die betrachteten Fälle befinden. Mit Abkühlzeiten von unter einer Sekunde weicht die Belastung stark von den in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsfällen ab.

Eine sehr komplexe analytische Beschreibung des SIF in einem Hohlzylinder erfolgt in [83]. Dort werden das Temperaturfeld und die thermischen Spannungen hergeleitet und ein normalisierter Spannungsintensitätsfaktor abgeleitet. Durch das Fehlen von Angaben zum Temperatur- und Zeitbereich sowie zum Material, zur Bauteildicke und zur konkreten Belastung ist das vorgestellte Verfahren für die Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit nicht relevant. Zudem liegt der Fokus der Veröffentlichung von FU auf der Untersuchung des Einflusses von Phasenverschiebung und Biot-Zahl unter Berücksichtigung der Wärmeleitungstheorie.

[84] befasst sich mit der Ermittlung des SIF für einen Eckenriss in einem Streifen. Dieser umfasst einen linearen Temperaturgradienten über die Wanddicke, wobei die Temperatur bei mittlerer Wandstärke 0°C beträgt. Die Ableitung des SIF erfolgt über die Verwendung des J -Integrals über eine in der Arbeit hergeleitete Beziehung. Basis der Untersuchungen waren FE-Simulationen. Zur Bewertung der Anwendbarkeit der Methode fehlen auch in diesem Fall Angaben zu den Temperaturtransienten und zum Materialmodell. Darüber hinaus geht aus der Veröffentlichung nicht hervor, in welcher Weise die numerische Simulation zur SIF-

Bestimmung erforderlich ist und ob für jede Rissgeometrie ein neues FE-Modell erstellt werden muss.

Aus fast allen betrachteten Veröffentlichungen wird nicht ersichtlich, ob für die Untersuchungen temperaturabhängiges Materialverhalten zugrunde gelegt wurde. Z.T. wird in den analytischen Beschreibungen zudem nur mit einer Temperaturdifferenz und nicht konkreten Temperaturwerten gearbeitet. Dies schließt die Verwendung eines bspw. temperaturabhängigen E -Moduls aus. Da die Spannung und somit auch der SIF von diesem abhängig sind, ist zu überprüfen, inwieweit Materialdaten unabhängig von der Temperatur verwendet werden dürfen.

Für die numerischen Untersuchungen des Bauteils [86, 87] wurden die Materialkennwerte aus Tab. A1 im Anhang zugrunde gelegt. In den Untersuchungen aus [47] wurde gezeigt, dass in dem betrachteten Temperaturbereich bis 600°C kein Kriechen vorliegt. Entsprechend wurden Kriechmechanismen bei der Erstellung des numerischen Modells nicht berücksichtigt. Aus einer vorangegangenen XFEM-Rechnung [88] ließen sich die Rissinitiierungsposition für die entsprechenden Lastfälle bestimmen.

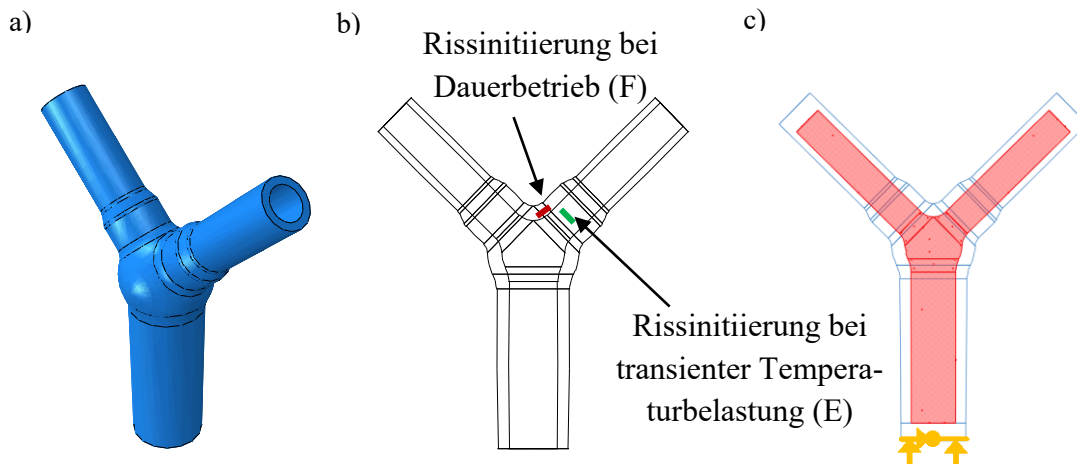


Abb. 15: a) Modell eines Kugelformstücks
 b) Rissinitiierungspositionen im Kugelformstück bei unterschiedlichen Lastfällen
 c) Lagerung (gelb) und Innendruckbelastung (rot) im Kugelformstück [87]

Die ungestörten Modelle wurden in der Software ABAQUS erstellt, um sie anschließend in FRANC3D einzulesen und eine wie in Abb. 16 schematisch dargestellte Rissfortschrittsanalyse vorzunehmen.

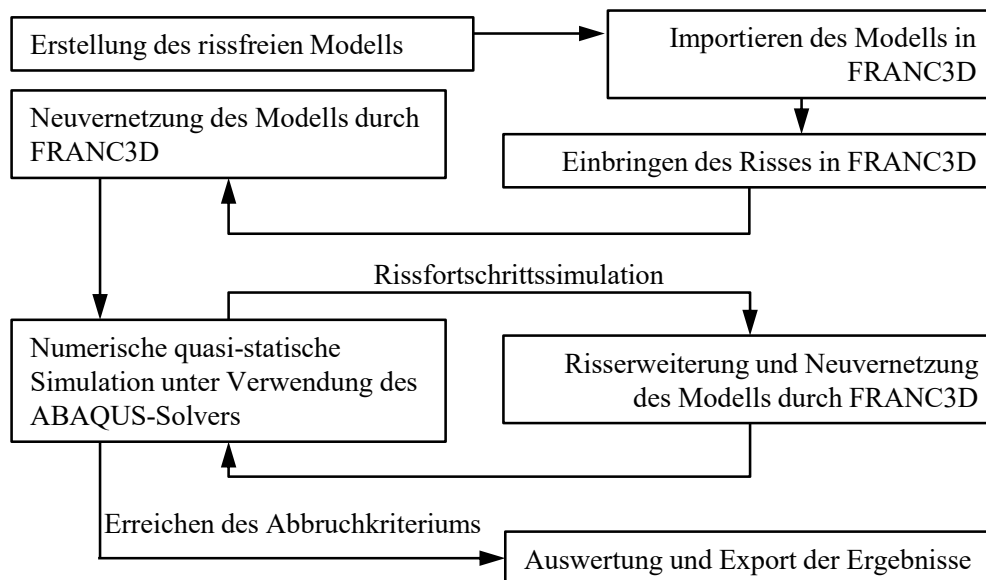


Abb. 16: Ablauf einer Rissfortschrittssimulation unter Verwendung von FRANC3D

Für die Bauteiluntersuchungen war die Absicherung der Methodik in FRANC3D erforderlich. Diese gelang über einen Vergleich der numerischen Ergebnisse mit den abgesicherten Lösun-

gen aus der Analytik für eine einfache Geometrie unter rein mechanischer Belastung. Dabei wurde linear-elastisches Materialverhalten angenommen.

3.1 Analytische und numerische Untersuchungen des Lastfalls Dauerbetrieb

Wegen seiner Einfachheit und der geometrischen Ähnlichkeit wurde zur Überprüfung des numerischen Vorgehens an Position F ein Hohlkugelmodell (Innenradius $r_i = 100$ mm; Wanddicke $d = 40$ mm) untersucht. Der halbkreisförmige Innenriss besitzt einen Radius $r = 5$ mm. Die für alle numerischen Berechnungen verwendeten Materialdaten sind Tab. A1 zu entnehmen. Sie entsprechen den Kennwerten für den Kraftwerksstahl X20CrMoV12-1 und sind als Referenzwerte für Untersuchungen an Stählen zu sehen. Mit einer initialen Elementkantenlänge von 10 mm erfolgte die Vernetzung unter Verwendung von Tetraeder-Elementen. Die Kontur zur Bestimmung des J - bzw. M -Integrals wird über die von FRANC3D als Template Radius (TR) (siehe Abb. 17) definierte Größe beschrieben. Der Radius beträgt $TR = 0,5$ mm. Innerhalb der Kontur befinden sich Hexaeder-Elemente. Da die Definition des TR drei Elementreihen umfasst, wird über diese Größe zusätzlich die Elementierung um die Rissspitze vorgegeben. Bei $TR = 0,5$ mm beträgt die Elementkantenlänge der rissspitzennahen Elemente somit $0,1\bar{6}$ mm. Die Simulation und Auswertung über das J -Integral erfolgte sowohl in ABAQUS als auch in FRANC3D. Die Anwendung eines quadratischen Lösungsansatzes in ABAQUS erforderte die Verschiebung der Zwischenknoten der kollabierten Rissspitzenelemente auf eine Viertelposition.

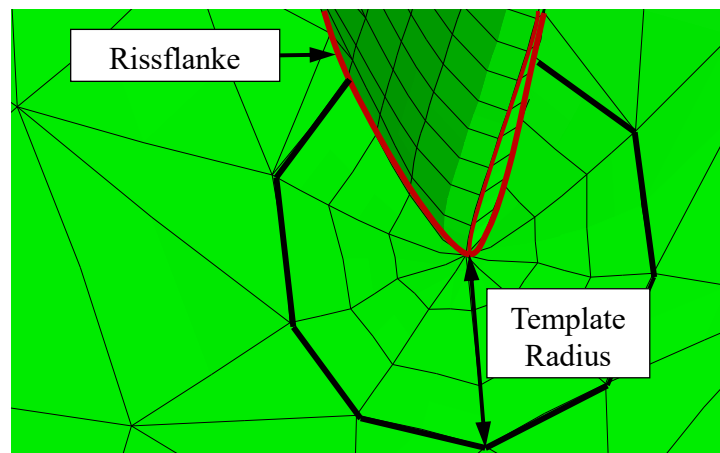


Abb. 17: Template Radius zur Beschreibung der Integrationskontur

Zur Untersuchung des Dauerbetriebs wurde für die Hohlkugel ein konstanter Innendruck von $p = 10$ MPa angenommen. Der Innendruck wurde sowohl auf die Innenfläche der Hohlkugel als auch auf die Rissfläche aufgebracht. Für die Absicherung der Validität der Ergebnisse aus FRANC3D erfolgte für den Initialriss der Vergleich mit aus ABAQUS gewonnenen Ergebnissen. Da eine Mode I-Belastung vorliegt, werden ausschließlich K_I -Werte ausgewertet.

Die Berechnung des SIF erfolgte für eine Betriebstemperatur von 545°C sowie für Raumtemperatur. Die Ergebnisse (siehe Tab. 1) zeigen, dass eine konstante Temperatur im durchge-

wärmten Bauteil keine zusätzliche Belastung darstellt und somit keinen Einfluss auf den SIF hat. Hohe Temperaturen bewirken größere Dehnungen, welche wiederum zu einem höheren J -Integral führen. Auf der Gegenseite sinkt der Elastizitätsmodul, was zu einem Ausgleich beider SIF entsprechend Gl. (26) führt.

Tab. 1: J -Integral und SIF bei Raumtemperatur und 545°C aus ABAQUS und FRANC3D [87]

	Raumtemperatur		$T = 545^\circ\text{C}$	
	J [N/mm]	K_I [MPa $\sqrt{\text{m}}$]	J [N/mm]	K_I [MPa $\sqrt{\text{m}}$]
ABAQUS	1,58e-2	1,91	1,9e-2	1,90
FRANC3D	1,48e-2	1,85	1,8e-2	1,85

Neben der Bestimmung des SIF über das J -Integral kann K_I über die Energiefreisetzungsrate bestimmt werden. Dies erfolgte am Beispiel der ABAQUS-Simulation. Dem Modell werden im Oberflächen- und Scheitelpunkt des Risses die Verschiebungen v_1 und v_2 relativ zur Risspitze sowie die Knotenkräfte F_0 bis F_2 entsprechend Abb. 18 entnommen. Unter Berücksichtigung der Viertelposition der Zwischenknoten der Rissspitzenelemente lässt sich die Energiefreisetzungsrate G über die für 2D-Elemente entwickelten Zusammenhänge nach [89] mit

$$G = - \frac{1}{2 \cdot t_k \cdot \Delta a} \cdot (F_0 \cdot (g_{01} \cdot 2v_1 + g_{02} \cdot 2v_2) + F_1 \cdot (g_{11} \cdot 2v_1 + g_{12} \cdot 2v_2) + F_2 \cdot (g_{21} \cdot 2v_1 + g_{22} \cdot 2v_2))$$

$$g_{01} = \left(14 - \frac{33}{8} \cdot \pi\right); g_{02} = \left(-52 + \frac{33}{2} \cdot \pi\right)$$

$$g_{11} = \left(-\frac{7}{2} + \frac{21}{16} \cdot \pi\right); g_{12} = \left(17 - \frac{21}{4} \cdot \pi\right)$$

$$g_{21} = \left(8 - \frac{21}{8} \cdot \pi\right); g_{22} = \left(-32 + \frac{21}{2} \cdot \pi\right)$$
(46)

bestimmen. Dabei stellt t_k die Elementdicke dar. Der partielle Rissfortschritt bzw. das Rissinkrement Δa entspricht in diesem Fall der Elementkantenlänge.

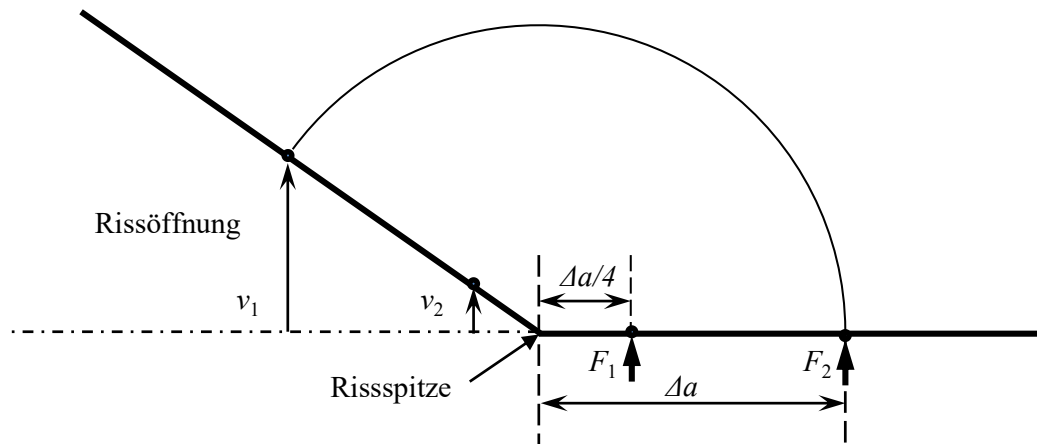


Abb. 18: Schematische Darstellung der Größen zur Berechnung der Energiefreisetzungsrate nach MVCCI-Methode bei Verwendung der Viertelposition der Zwischenknoten der Rissspitzenelemente (vgl. [89])

Unter der Annahme des ESZ oder EVZ ergeben sich die Ergebnisse entsprechend Tab. 2. Obwohl G und J identisch sein sollten, unterscheidet sich das von ABAQUS berechnete J -Integral von der Energiefreisetzungsrate, die sich aus den Kräften und Verschiebungen ergibt. Dabei liegt J um ca. 6 % bzw. 19 % über G . Die sich daraus ergebenden SIF weichen lediglich um 3 % bzw. 10 % voneinander ab. Somit kann die Bestimmung des SIF in ABAQUS über das J -Integral als anwendbar bewertet werden. Der ABAQUS-intern bestimmte SIF K_{ABAQUS} ergibt sich dabei immer aus dem J -Integral unter Annahme des EVZ. Dieser trifft auf die Oberflächenpunkte jedoch nicht zu.

Tab. 2: Vergleich der über die Energiefreisetzungsrate und das J -Integral bestimmten SIF am tiefsten Punkt A der Rissfront und dem Oberflächenpunkt C unter Annahme eines ESZ und EVZ mit den von ABAQUS ausgegebenen SIF

	G [N/mm]	$K_{\text{ESZ}}(G)$ [MPa√m]	$K_{\text{EVZ}}(G)$ [MPa√m]	J [N/mm]	$K_{\text{ESZ}}(J)$ [MPa√m]	$K_{\text{EVZ}}(J)$ [MPa√m]	K_{ABAQUS} [MPa√m]
A	1,15e-2	1,58	1,66	1,43e-2	1,76	1,85	1,85
C	1,52e-2	1,82	1,91	1,6e-2	1,87	1,96	1,96

Für die Simulation des Rissfortschritts in der untersuchten Hohlkugel wurde ein mittleres Rissfortschrittsinkrement von $\Delta a = 1$ mm verwendet. Die so in FRANC3D ermittelten Ergebnisse wurden mit einer in IWM-VERB [4] für die innendruckbelastete Hohlkugel bereits vorliegenden analytischen Lösung verglichen. Dabei wurde durch den TÜV NORD dem Programm IWM-VERB der numerisch ermittelte Spannungsverlauf über die Wanddicke der ungestörten Hohlkugel übergeben. Sowohl in dem numerischen Programm als auch in IWM-VERB stellt sich mit zunehmendem Rissfortschritt ein a/c -Verhältnis, als das Verhältnis von Risstiefe a zu Rissbreite c , von etwa 0,8 ein. Der Vergleich der SIF-Verläufe für den tiefsten Punkt A der Rissfront sowie den Oberflächenpunkt C wird in Abb. 19 vorgenommen. Für den Scheitelpunkt liegen ähnliche SIF-Verläufe bei analytischer und numerischer Ermittlung sowohl bei Raumtemperatur (RT) als auch bei 545°C vor. Als Grund für die Abweichungen von bis zu 7% sind die teilweise unterschiedlichen a/c -Verhältnisse zu nennen. Diese Annahme wird durch die sehr gute Übereinstimmung des SIF des Initialrisses mit identischem a/c -Verhältnis bestätigt. Des Weiteren folgt aus der Durchführung numerischer Simulationen, dass die mit FRANC3D ermittelten Ergebnisse nur für diskrete Punkte der Rissfront vorliegen. Entsprechend lassen sich nur näherungsweise identische Punkte der Rissfront vergleichen.

Am Oberflächenpunkt zeigt sich die größte Übereinstimmung der Spannungsintensität der verglichenen Herangehensweisen ebenfalls für den Initialriss. Trotz des Vorliegens eines Anstiegs des SIF mit wachsender Risslänge bei beiden Methoden steigen die Abweichungen mit fortschreitendem Risswachstum jedoch. Wegen der fehlenden $1/r^{1/2}$ -Singularität am tatsächlichen Oberflächenpunkt gibt FRANC3D lediglich die Ergebnisse für den nächstgelegenen Knoten der Rissfront aus. Daher ist ein direkter Vergleich des Oberflächenpunktes identischer Lage nicht möglich. Ein Vergleich der Maxima in Oberflächennähe mit den Ergebnissen aus IWM VERB zeigt für Punkt C aufgrund des fehlenden Randeinflusses hingegen eine bessere Übereinstimmung. Unter Berücksichtigung dieser Erkenntnis kann aus den Abweichungen

zwischen Numerik und Analytik der Schluss gezogen werden, dass die Vorgehensweise in FRANC3D als abgesichert angesehen werden kann.

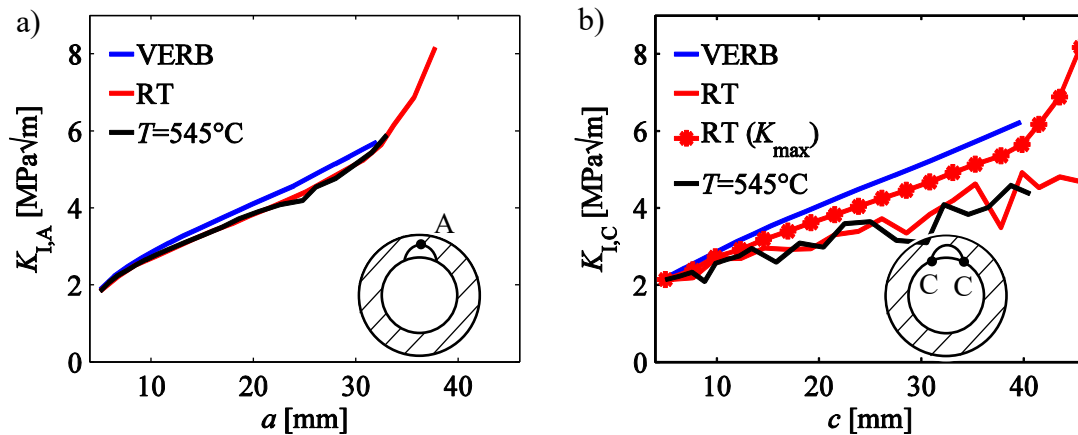


Abb. 19: Numerisch und analytisch bestimmte SIF-Verläufe in der Hohlkugel bei Raumtemperatur und 545°C für
 a) den Scheitelpunkt A und
 b) den Oberflächenpunkt C [87]

3.1.1 Numerische Untersuchungen des Kugelformstücks

Im Dauerbetrieb wird das Kugelformstück auf 545°C durchgewärmt und mit einem konstanten Innendruck von 26,6 MPa belastet. Zur Erzeugung der Zugspannungen in den Stützen erhielt das Modell Deckel, an welchen der Druck zusätzlich zu den restlichen Innenwänden angreift. Darüber hinaus wurde das Modell im Fuß zur Unterbindung der Starrkörperbewegung gelagert (siehe Abb. 20c).

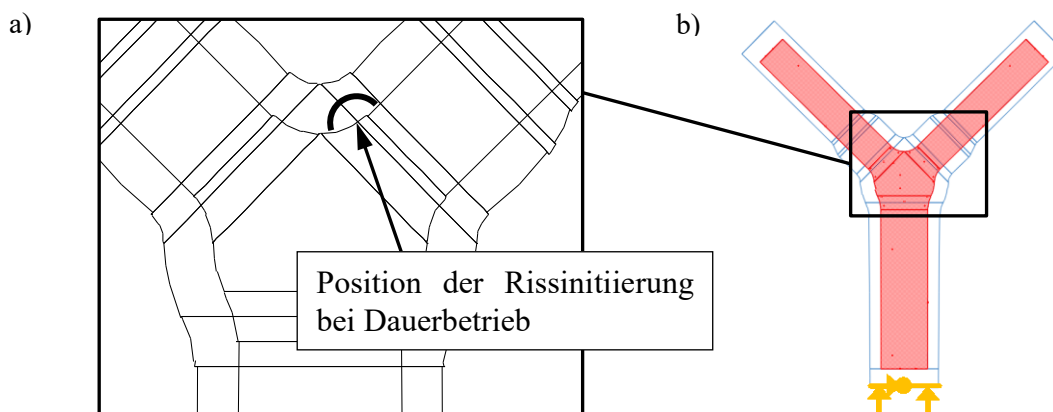


Abb. 20: a) Position der Rissinitiiierung bei Dauerbetrieb im Kugelformstück
 b) Lagerung (orange) und Innendruckbelastung (rot) im Kugelformstück [87]

Für die Simulation in FRANC3D wurde das Modell entsprechend der Erkenntnisse bzgl. der Initialtemperatur aus [87] angepasst, indem vor dem eigentlichen Belastungsschritt ein ebenfalls quasi-statisch simulierter Aufwärmsschritt vorgeschaltet wurde. Die Kantenlänge der Tetraeder-Elemente mit quadratischem Verschiebungsansatz beträgt für das rissfreie Modell (Abb. 21) 2 cm. Am Rissinitiiierungsort in der Symmetrieebene des Kugelformstücks (Positi-

on F in Abb. 20b) wurden für den Dauerbetrieb ein halbkreisförmiger ($r = 5$ mm; Abb. 21) und ein halbelliptischer Initialriss ($a = 1$ mm; $c = 2$ mm) untersucht. Wegen der Komplexität der Bauteilkontur und um die Ergebnisse später mit anderen Modellen vergleichen zu können, ist die Rissbreite c für alle weiteren Untersuchungen im Kugelformstück entsprechend Abb. 22 festgelegt.

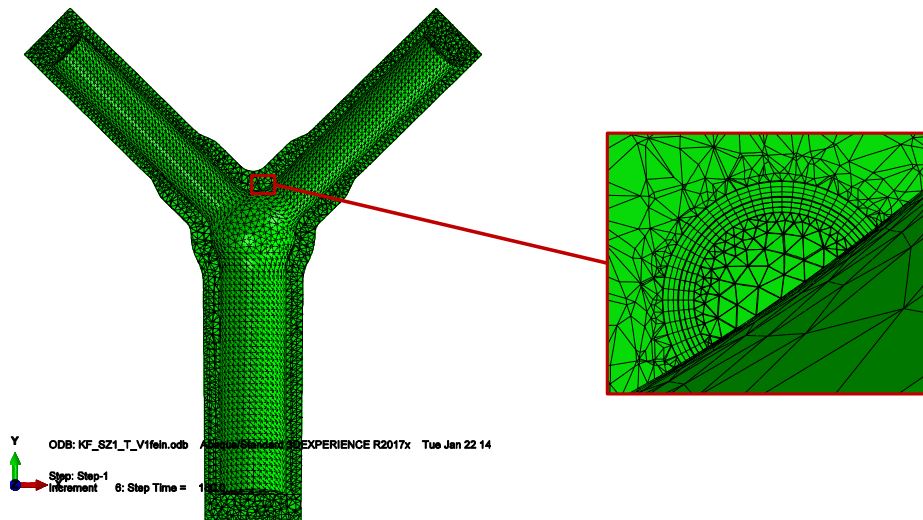


Abb. 21: Querschnitt des vernetzten Modells des Kugelformstücks mit Riss ($r = 5$ mm)

Während des Risswachstums stellt sich bei beiden untersuchten initialen Rissgeometrien ein ähnliches a/c -Verhältnis ein. Wie aus Abb. 22 hervorgeht, ruft die halbelliptische Anfangsrisssgeometrie jedoch deutlich früher einen Abbruch der Simulation hervor als der halbkreisförmige Riss. Dies ist jedoch auf Probleme des Programms bei der Neuvernetzung und nicht auf mechanische Ursachen zurückzuführen. Bei der Wahl des Rissfortschrittsinkrements Δa ist zu beachten, dass ein zu groß gewähltes Δa dazu führen kann, dass sich bei einer anfänglich halbkreisförmigen Rissfront das erwartete a/c -Verhältnis aus Abb. 22a erst sehr spät einstellt. Im vorliegenden Fall ist Δa 2 mm groß. Der Integrationsweg um die Risspitze ergibt sich in diesem Fall aus dem „Template Radius“ (TR) von 0,5 mm.

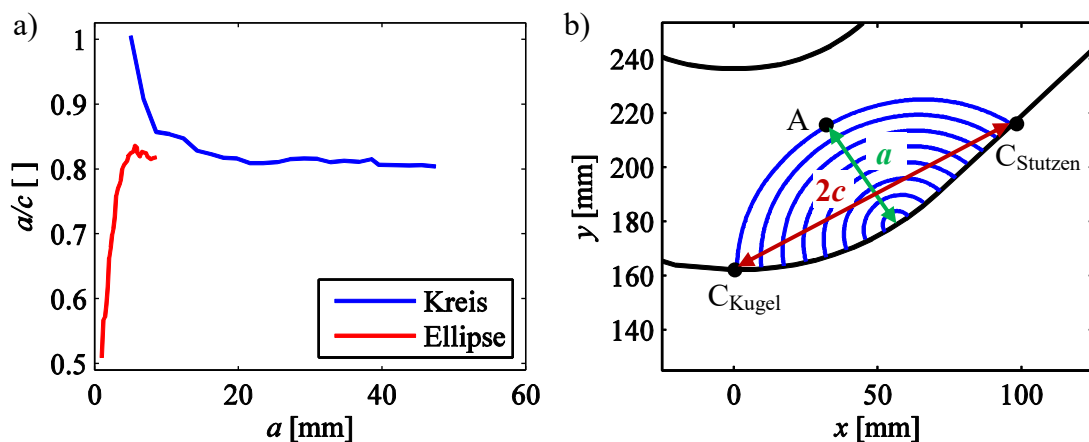


Abb. 22: a) a/c -Verhältnis bei halbkreisförmigem bzw. halbelliptischem Initialriss
b) Änderung der Rissform mit zunehmender Risstiefe ausgehend von einem halbkreisförmigen Initialriss [87]

Der Einfluss der Konturgröße des M -Integrals um die Risspitze wurde am Beispiel des halbkreisförmigen Initialrisses über eine Konvergenzstudie untersucht. Alle Ergebnisse bestätigen durch vernachlässigbar kleine K_{II} - und K_{III} -Werte die Annahme einer reinen Mode I-Belastung. Aus diesem Grund wird nachfolgend für die Radien 0,25 mm, 0,5 mm, 0,75 mm und 1 mm ausschließlich K_I betrachtet. Für Punkt A geht aus Abb. 23 hervor, dass der SIF mit größer werdendem Radius marginal ansteigt. Bei $TR = 1$ mm findet jedoch wieder ein Abfall statt. Dies lässt den Schluss zu, dass der Auswertepfad in diesem Fall zu weit von der Risspitze entfernt liegt. Aus der Erhöhung des TR folgt außerdem durch die automatische Vernetzung eine geänderte Diskretisierung über der Rissfront. Mit größer werdendem Radius sinkt die Anzahl der Elemente über der Front und die Distanz zwischen Bauteiloberfläche und erstem und letztem Auswertepunkt wird größer. Entsprechend sind die Ergebnisse des SIF für den tatsächlichen Punkt C nicht nur aufgrund auftretender Eckensingularitäten ungenauer. Aufgrund der besseren Netzqualität, sowie der an Punkt A auftretenden Konvergenz des SIF wird für die weiteren Untersuchungen ein Template Radius von 0,75 mm verwendet.

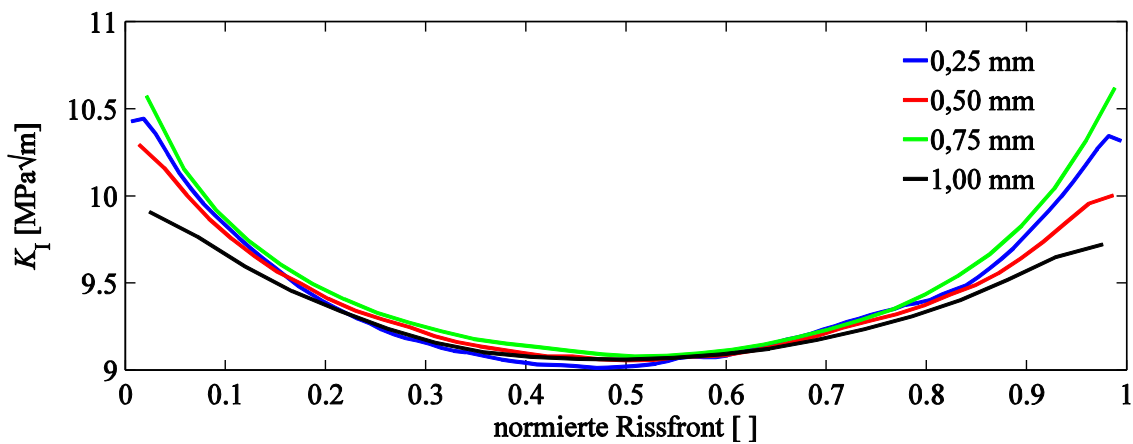


Abb. 23: SIF-Verläufe über der Rissfront für unterschiedliche Template Radien ($a = 5$ mm; $a/c = 1$)

3.1.2 Untersuchung zur analytischen SIF-Bestimmung im Kugelformstück

Für das Kugelformstück ist bisher keine analytische Lösung vorhanden. Aus diesem Grund wurden zunächst unterschiedliche Vergleichsmodelle, für welche bereits analytische Lösungen existieren, auf ihre Eignung untersucht. Die Position des Risses im Innenbereich der Kugel des Bauteils begründet die Untersuchung einer Hohlkugel mit Innenriss (V Kugel innen). Wegen der durch den Übergang zum Rohr bedingten Konvexität der Oberfläche wurde außerdem ein Außenriss einer Hohlkugel (V Kugel außen) untersucht. Da sich der Riss in den Stutzen ausbreitet, wurde die Eignung eines Rohrs mit axialem Innenriss (V Zylinder und V Zylinder Feld) überprüft. Für alle untersuchten Modelle wurde eine identische Spannungsverteilung übergeben, welche dem Kugelformstück für den Pfad über die Wanddicke des tiefsten Punktes der Rissfront entnommen wurde. Die Ergebnisse der analytischen Untersuchungen des TÜV NORD (V) sind in Abb. 24 den numerischen Ergebnissen (FRANC3D bzw. F) gegenübergestellt. Stutzen und Kugel stehen dabei für die Bauteilregion, in die der jeweilige Oberflächenpunkt wächst. Aus Abb. 24 geht hervor, dass das Zylindermodell am besten geeignet ist, um den SIF-Verlauf des Kugelformstücks bei Dauerbetrieb nachzubilden.

Zur Überprüfung der Steigerungsmöglichkeit der Genauigkeit der analytischen Ergebnisse wurde eine Spannungsverteilung aus einem Spannungsfeld um den Rissbereich des Kugelformstücks extrahiert und IWM-VERB übergeben. Die Ergebnisse sind mit „Feld“ gekennzeichnet. Für den Punkt A trat eine geringfügige Verbesserung der Ergebnisse ein. Für die Oberflächenpunkte folgt unter Verwendung des Ausgangszylinders allerdings eine bessere Abbildung des Verlaufsanstiegs als aus der Verwendung der extrahierten Spannungen. Darum zeigt Abb. 25 die Ergebnisse des Zylinders mit den für den Pfad durch den Rissfrontscheitelpunkt angegebenen Spannungen.

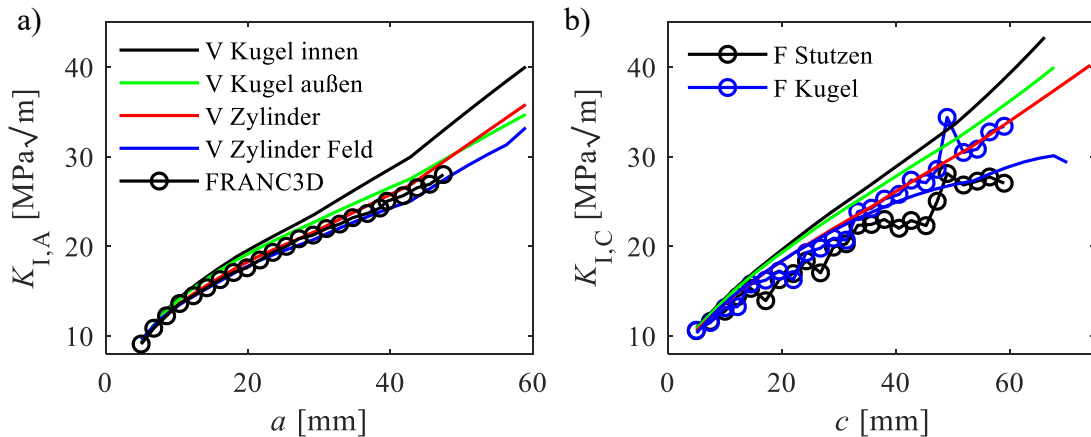


Abb. 24: Vergleich numerisch (F) und analytisch (V) bestimmter SIF-Verläufe des Kugelformstücks für den Lastfall Dauerbetrieb
a) im Punkt A und
b) an den Oberflächenpunkten C [87]

Sowohl aus den numerisch als auch analytisch ermittelten Ergebnissen geht hervor, dass das a/c -Verhältnis von 1 auf erwartungsgemäß etwa 0,8 sinkt (Abb. 25a). Größere Abweichungen zwischen beiden Lösungen liegen mit ca. 5 % im Risslängenbereich zwischen 10 bis 30 mm vor.

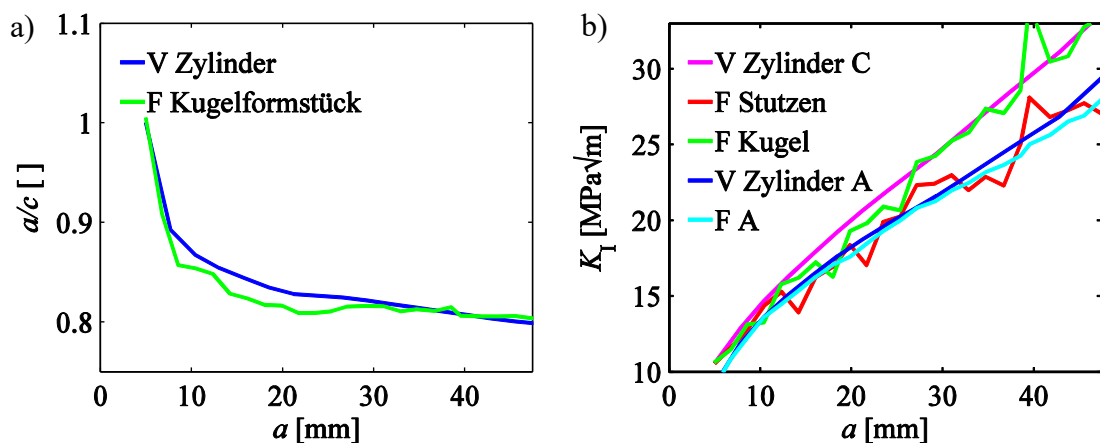


Abb. 25: Vergleich numerischer (F) und analytischer (V) Ergebnisse für das Kugelformstück und den Hohlzylinder
a) a/c -Verhältnisse
b) SIF am Oberflächenpunkt und tiefstem Punkt der Rissfront [87]

Für den Scheitelpunkt A und den Oberflächenpunkt zum Kugelbereich hin (V Zylinder C bzw. F Kugel) liegt in diesem Risstiefenbereich ebenfalls ein Anstieg der Abweichungen der SIF-Verläufe vor. Es ist anzunehmen, dass die weitere Steigerung der Abweichung auf die Bauteilgeometrie zurückzuführen ist. Mit fortschreitendem Risswachstum reicht der Oberflächenpunkt zur einen Seite immer weiter in den Stutzen und somit in einen Zylinder hinein, während sich der andere Oberflächenpunkt in der konvexen Fläche wieder in die positive y-Richtung bewegt (siehe Abb. 22b). Dies führt aufgrund der verschiedenen Definitionen zu größeren Unterschieden zwischen den ausgewerteten Rissbreiten beider Programme, was wiederum eine falsche Zuordnung von SIF und Rissbreite zur Folge hat und somit die Vergleichbarkeit der Ergebnisse verringert.

Ein weiteres Tool, welches bezüglich seiner Eignung zur analytischen SIF-Bestimmung in ermüdungsrelevanten Bauteilen überprüft wurde, ist die von der NASA entwickelten Software NASGRO. Auch in diesem Fall erfolgte die Übergabe der Umfangsspannungen im Rissbereich des Kugelformstücks für den bereits in IWM-VERB untersuchten Hohlzylinder in NASGRO. Die dem Programm übergebene Rissgeometrie entspricht dabei den mit FRANC3D ermittelten a/c -Verläufen über der Risstiefe. Wie Abb. 26 zu entnehmen ist, liegt eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse vor. Für den Punkt A liegen die Abweichungen von der FRANC3D-Lösung unterhalb von 5%. Dabei verwendet NASGRO die Lösung aus [90, 91] zur SIF-Bestimmung, während in IWM-VERB die SIF-Lösung für ein Rohr nach CHAPUILOT [80] hinterlegt ist.

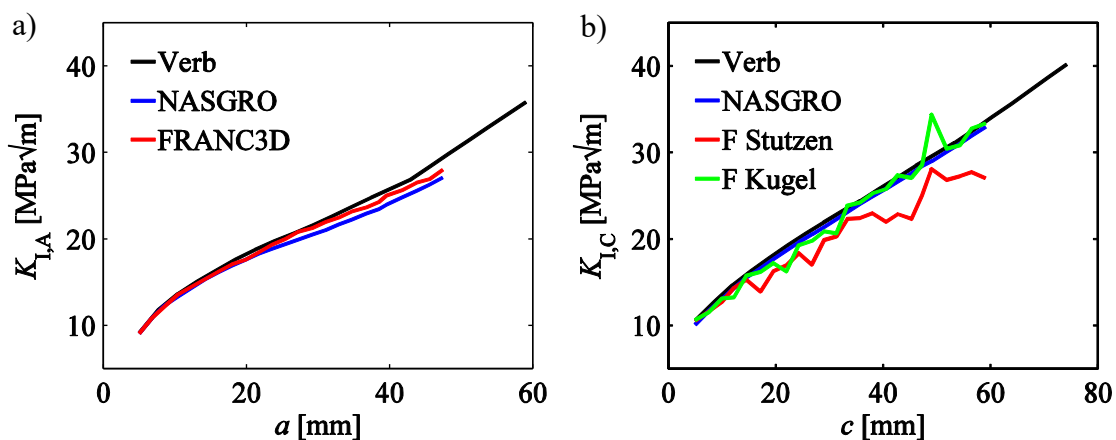


Abb. 26: Vergleich der für einen Hohlzylinder ermittelten SIF
a) im Punkt A und
b) an Punkt C

Für einen besseren Vergleich der analytischen Programme erfolgte zusätzlich ein Vergleich für die bereits untersuchte Kugel. Bei einem Innendruck von 10 MPa liegt entsprechend der Kesselformel

$$\sigma_a = \frac{p \cdot r_i}{2 \cdot d} \quad (47)$$

eine Axialspannung von 12,5 MPa vor. Der Druck von 10 MPa wurde zusätzlich zur Kugelinnenfläche auf die Rissflächen aufgebracht. Abb. 27 zeigt besonders im Scheitelpunkt eine gute Übereinstimmung der NASGRO-Lösung mit den IWM-VERB-Ergebnissen. Trotz iden-

tischer Rissgeometrie werden die Abweichungen der analytisch ermittelten SIF von den numerischen Ergebnissen analog zum Oberflächenpunkt allerdings mit fortschreitendem Risswachstum größer. Dies lässt sich vermutlich damit begründen, dass NASGRO für die innen-druckbelastete Hohlkugel keine Möglichkeit bereithält, einen Spannungsverlauf vorzugeben. In komplexen Bauteilen wie dem Kugelformstück lässt sich die Spannung nicht auf einfache Weise über eine allgemeingültige analytische Beschreibung bestimmen. Darüber hinaus kann die Interpolation auf z.B. einen Durchschnitt eine deutliche Vereinfachung des Spannungsverhaltens im Bauteil zur Folge haben, welche zu falschen Ergebnissen führen. Für beide analytischen Tools liegt für die einfache Hohlkugel eine ähnlich gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit den numerischen Lösungen vor, sodass in nachfolgenden Vergleichen zwischen Numerik und Analytik ausschließlich IWM-VERB herangezogen wird.

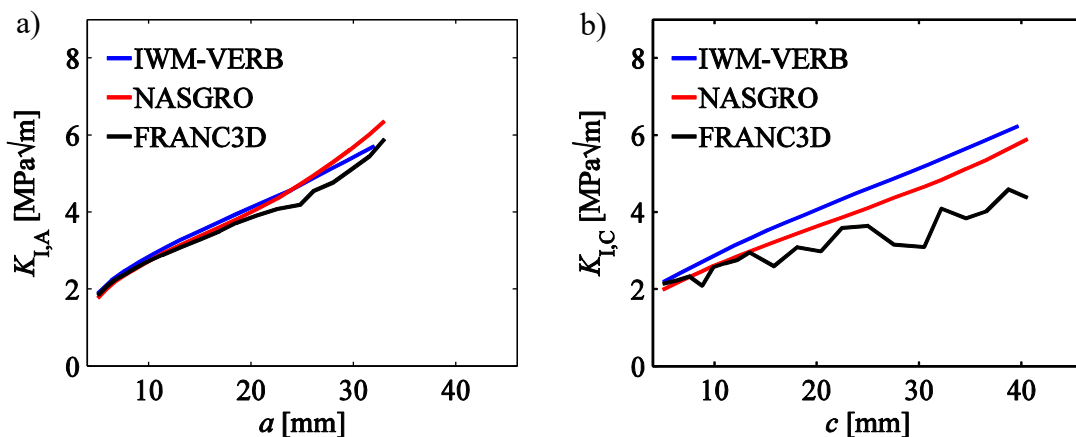


Abb. 27: Vergleich der für die Hohlkugel ermittelten SIF

a) im Punkt A und

b) im Punkt C

3.2 Lastfall Abfahrvorgang

Um eine Aussage über die unterschiedlichen Einflüsse von Primär- und Sekundärbelastung auf das Risswachstum im Kraftwerksbetrieb treffen zu können, fand die Untersuchung einer transienten rein thermischen Belastung mit negativem Gradienten statt. Diese Sekundärbelastung entspricht dem Temperaturverlauf eines Abfahrvorgangs (siehe Abb. 28 b). Für die Simulation einer solchen thermischen Belastung in ABAQUS ist die Durchführung von zwei Simulationsschritten erforderlich. Im ersten Schritt wird eine „Heat Transfer“-Simulation vorgenommen, in welcher dem Bauteil die thermischen Randbedingungen übergeben werden. In diesem Fall wurde das Bauteil mit einer Anfangstemperatur von 545°C versehen. Über eine „Interaction“ wurde auf der Bauteilinnenseite die zeitliche Änderung der Temperatur des durchströmenden Mediums auf die Oberfläche aufgebracht. Als Wärmeübergangskoeffizient wurde dabei ein konstanter Wert von $\alpha = 10.000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ festgelegt. Dieser ist damit zu begründen, dass ein Extremfall, also ein Notabschalten, untersucht werden soll. Bei einem solchen Vorgang wird kalte Luft durch das Bauteil geblasen, was einen hohen Wärmeübergangskoeffizienten, in diesem Fall den beim Volllastbetrieb vorliegenden Wert, zur Folge hat. Für die Simulation dieser Belastungssituation wurden sogenannte „Heat Transfer“-Elemente

mit quadratischem Lösungsansatz verwendet. Das Ergebnis dieser Simulation ist die Temperaturverteilung über das gesamte Bauteilvolumen. Diese Daten werden anschließend in die quasi-statische Spannungssimulation eingelesen. Neben der Temperatur werden in dieser Simulation außerdem die mechanischen Randbedingungen aus Abb. 20c) übergeben.

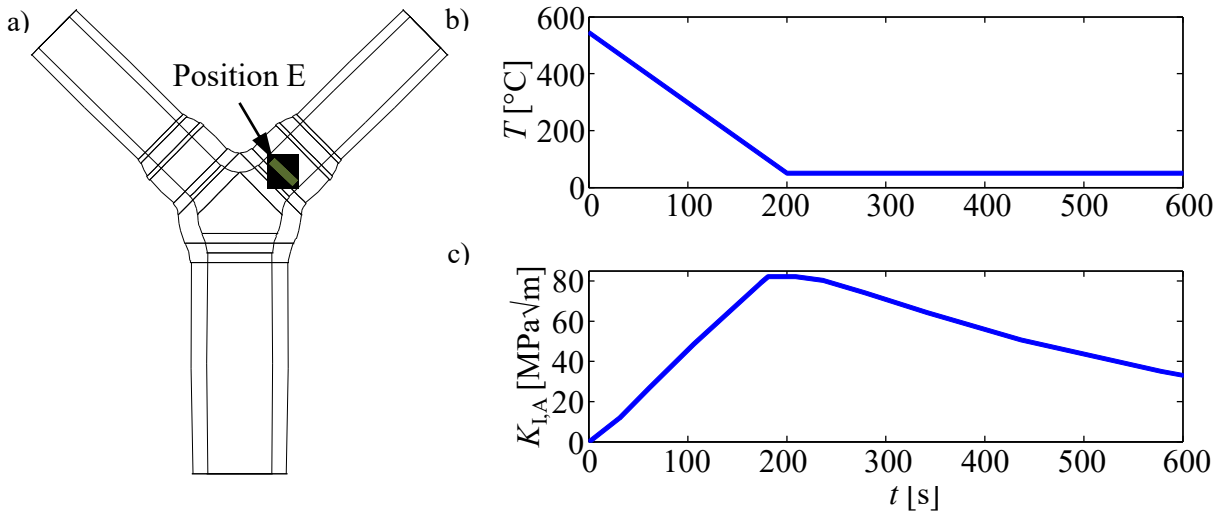


Abb. 28: a) Thermisch untersuchte Rissposition im Kugelformstück
 b) Temperaturbelastung im Szenario 1
 c) SIF-Verlauf für den Riss an der Spitze über einen Zyklus am Beispiel des Initialrisses für Szenario 1 [86]

Anders als bei der Druckbelastung ergibt sich die Initiierungsposition in diesem Fall im Stutzen (Position E) und nicht wie beim Dauerbetrieb an Position F (siehe Abb. 28a) (siehe [92]). Untersucht wurde ein halbkreisförmiger Initialriss mit dem Radius $r = 5$ mm senkrecht zur Stutzenmittelachse. Entsprechend Abb. 28c) hat sich gezeigt, dass der SIF unter dieser Belastung wegen der Kontraktion des Materials auf ein Maximum von etwa $80 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ansteigt. Im sich daran anschließenden Bereich konstanter Raumtemperatur (Dauer $t = 420$ s) entspannt sich das Material wieder und es kommt zu einem Absinken des SIF. Darüber hinaus liegen die SIF der rein thermischen Belastung deutlich über denen der reinen Innendruckbelastung, wie in dem nachfolgenden Kapitel näher beschrieben wird.

Analog zum Kugelformstück erfolgte die Belastung der Hohlkugel aus Kapitel 3.1 zur Untersuchung der Anwendbarkeit eines analytischen Modells bzw. Tools. Die maximalen Umfangsspannungen über die Wanddicke d treten entsprechend Abb. 29a) zum Zeitpunkt $t = 180$ s auf und wurden IWM-VERB zur analytischen Berechnung der Rissgeometrie übergeben. Aus dem Vergleich der Ergebnisse des Risses in IWM-VERB und FRANC3D geht mit einer Abweichung des initialen SIF von unter einem Prozent eine sehr gute Übereinstimmung hervor. Eine anschließende Rissfortschrittsberechnung des halbkreisförmigen Initialrisses in IWM-VERB und FRANC3D diente zur Untersuchung der Rissform. Aus beiden Methoden folgte ein ähnlicher a/c -Verlauf (siehe Abb. 29b). Dieser Verlauf des Seitenverhältnisses resultiert aus der über die Wanddicke, und somit mit der Risstiefe a , sinkenden Umfangsspannung, während sie an den Oberflächenpunkten konstant hoch ist (Abb. 29a). Folglich breitet sich der Riss schneller in Umfangs- als in Tiefenrichtung aus.

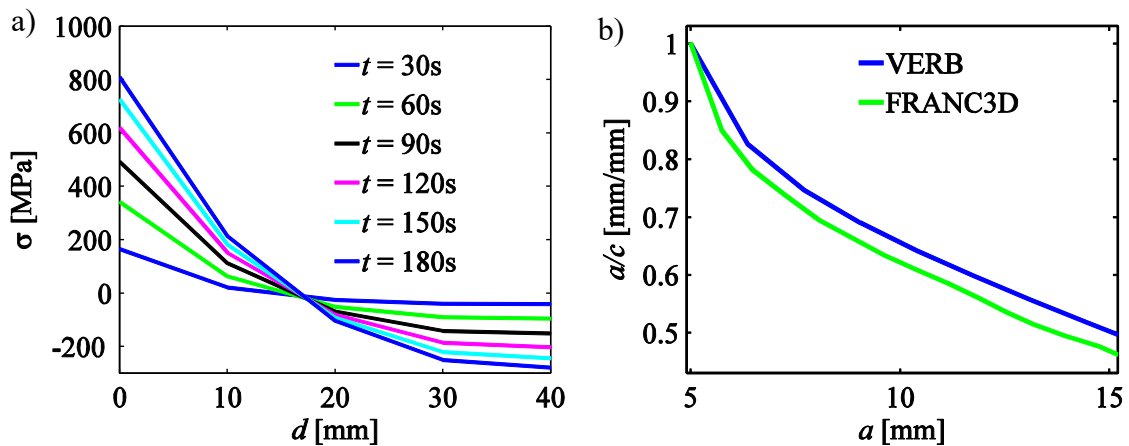


Abb. 29: a) Umfangsspannungen der ungestörten Kugel über der Wanddicke d
 b) Entwicklung des a/c -Verhältnisses des halbkreisförmigen Initialrisses in FRANC3D und IWM-VERB [87]

Diese Annahme wird durch den SIF-Verlauf in Abb. 30a bestätigt. Während der SIF im tiefsten Punkt mit fortschreitendem Risswachstum ab $a = 10$ mm sinkt, steigt der SIF im Oberflächenpunkt kontinuierlich an. Die in FRANC3D ermittelten Rissgeometrien wurden IWM-VERB übergeben, um einen Vergleich der analytischen und numerischen Methode anstellen zu können. Dabei tritt mit zunehmendem Rissfortschritt ein Anstieg der Abweichungen der SIF-Verläufe voneinander auf. Zur Überprüfung des Einflusses der Netzfeinheit des gesamten Modells, fand die Berechnung des Rissverlaufs bei identisch eingestellten Programmparametern in FRANC3D bei halbiertem Elementgröße des ungestörten Modells statt. Aus der Simulation ergaben sich leicht geänderte a/c -Verhältnisse (siehe Abb. 31b) gegenüber der größeren Vernetzung.

Auch in diesem Fall lässt sich eine steigende Abweichung der numerisch und analytisch über IWM-VERB bestimmten Ergebnisse mit zunehmendem Rissfortschritt feststellen. Ein Vergleich mit den Ergebnissen aus Abb. 31 deutet dabei auf eine a/c -Abhängigkeit der Abweichungen hin. Für ein Seitenverhältnis nahe eins liegt eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse vor. Umso kleiner das Verhältnis jedoch wird, desto stärker weichen die analytisch ermittelten Ergebnisse von den numerisch bestimmten Lösungen ab. Die Annahme konnte durch eine statische SIF-Berechnung für einen Riss der Tiefe $a = 15$ mm mit dem a/c -Verhältnis 1 und 0,46 bestätigt werden. Während das größere a/c -Verhältnis zu einer Abweichung beider Programmergebnisse von 7% bzw. 0,04 % führt, resultiert aus $a/c = 0,46$ eine Abweichung von 12 %. Diese Abhängigkeit ist auf die in IWM-VERB hinterlegte analytische Lösung nach [93, 93] zurückzuführen. Diese für das Hohlkugelmodell angewandte Lösung basiert auf Untersuchungen an einem zylindrischen Rohr. Daraus ergibt sich, dass sowohl IWM-VERB als auch ein Hohlzylinder für die Berechnung einer Temperaturtransienten in einer Hohlkugel nicht geeignet sind.

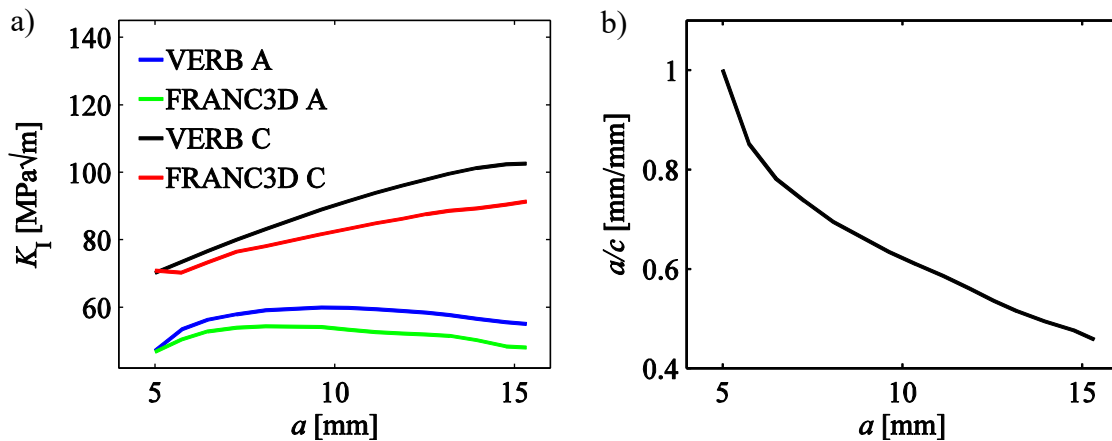


Abb. 30: a) Analytisch und numerisch bestimmte SIF-Verläufe für identische a/c -Verhältnisse und
 b) Entwicklung der Rissform in einer thermisch belasteten Hohlkugel [87]

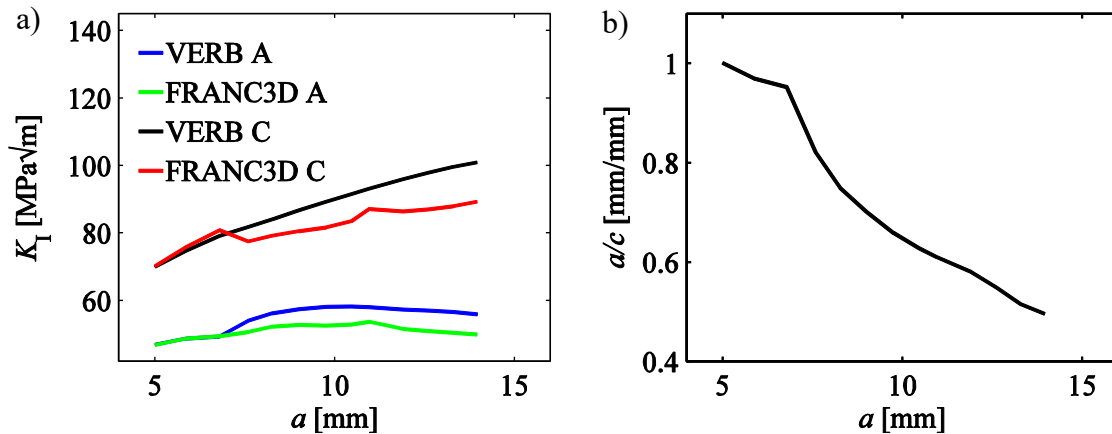


Abb. 31: Simulationsergebnisse in einer thermisch belasteten Hohlkugel bei feinerer Vernetzung
 a) analytisch und numerisch bestimmte SIF-Verläufe für identische a/c -Verhältnisse
 b) Entwicklung der Rissform [87]

Da sich der zu untersuchende Riss im Stutzen des Kugelformstücks befindet, wurde die Eignung der analytischen Lösung des Rohrs in einem nächsten Schritt für ein numerisches Referenzrohr ($r_i = 100$ mm; $d = 40$ mm) überprüft. Zur Minimierung des Einflusses der Randbedingungen auf den Spannungsverlauf im Rohr erfolgte die Modellierung eines ausreichend langen Hohlzylinders. Da die Ermittlung eines realistischen a/c -Verhältnisses bereits am Beispiel der Hohlkugel bestätigt werden konnte, dient der Hohlzylinder ausschließlich zur Überprüfung der a/c -Abhängigkeit der SIF. Dafür fand lediglich eine Beschränkung auf die Überprüfung eines axialen und in Umfangsrichtung verlaufenden Risses bei jeweils einem Seitenverhältnis von 1 und 0,5 statt. Die Ergebnisse bestätigen die Verwendung IWM-VERBs für einen Hohlzylinder unter transienter Temperaturbelastung und belegen gleichzeitig, dass die Geometrie bei transienter Temperaturbelastung gegenüber rein mechanischer Belastung einen erheblicheren Einfluss auf den SIF besitzt.

3.3 Risswachstum an Position F

Im realen Kraftwerksbetrieb kommt es zu zeitlich veränderlichen Belastungen mit Betriebs- und Ruhephasen. Das bedeutet, dass mit jedem Dauerbetrieb auch ein Abfahrvorgang verbunden ist. Aus diesem Grund ist es notwendig, Simulationen thermisch und mechanisch beanspruchter Risse jeweils an beiden Risspositionen im Kugelformstück durchzuführen. Darüber hinaus erfolgte mit Szenario 1a (Abb. 32c) und 2a (Abb. 32d) außerdem die Untersuchung einer überlagerten thermischen und mechanischen Belastung.

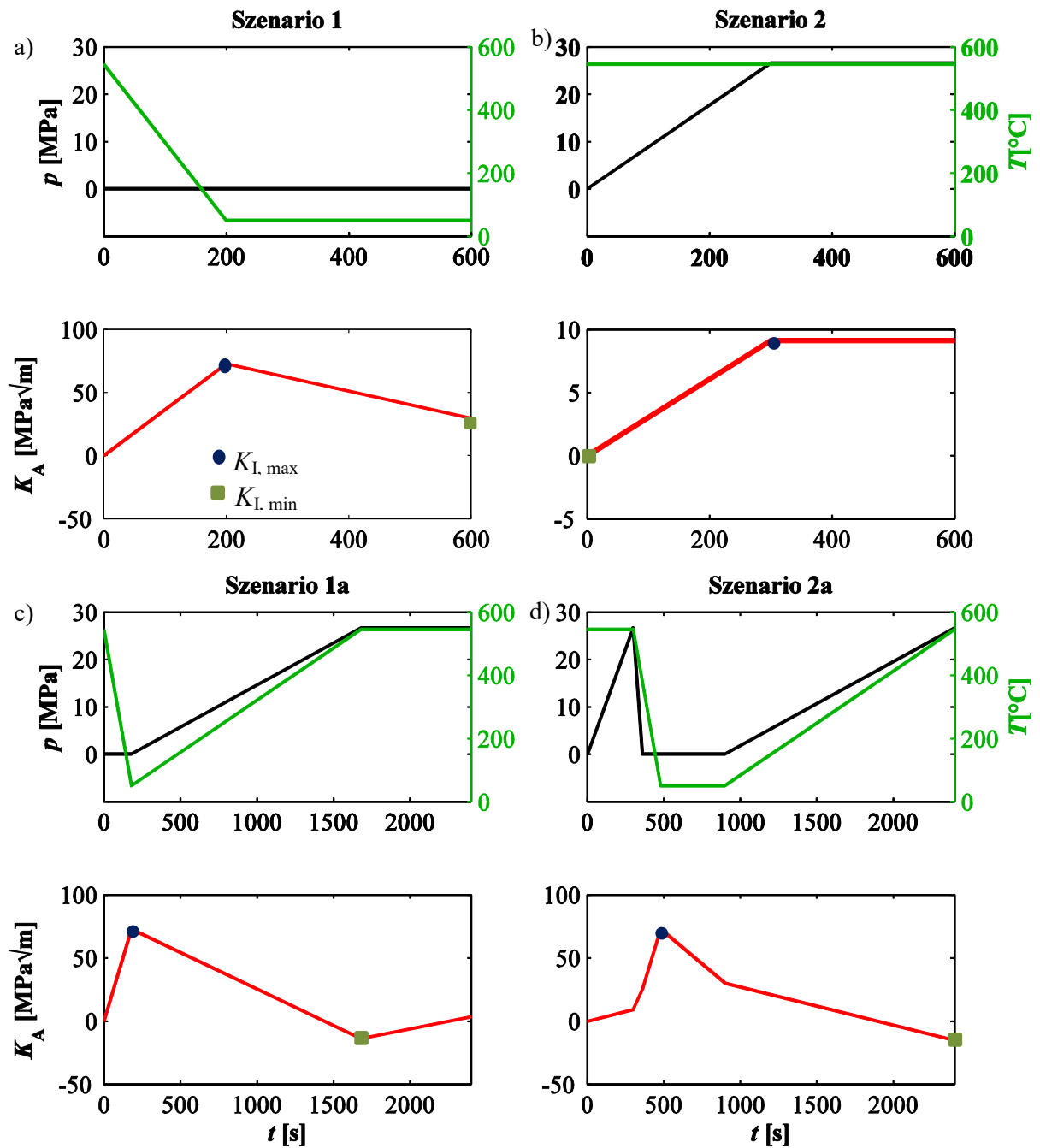


Abb. 32: Thermische und mechanische Belastung sowie SIF-Verläufe des Scheitelpunktes A für den Initialriss über der Zeit an Position F

- a) Szenario 1 b) Szenario 2
c) Szenario 1a d) Szenario 2a

In allen Fällen wurde ein halbkreisförmiger Initialriss ($r = 5\text{mm}$) angenommen. Sämtliche Rechnungen bestätigen das Vorliegen dominierender Mode I-Belastung. Daher sind in Abb. 32 für die charakteristischen Zeitpunkte neben den aufgetragenen Temperatur- und Druckverläufen ausschließlich die K_I -Werte exemplarisch für den Risscheitel A des Initialrisses dargestellt. Der Verlauf für Szenario 2a verdeutlicht den größeren thermischen Einfluss auf den SIF gegenüber dem mechanischen. Bei konstanter Temperatur ist der Anstieg des SIF infolge des Druckanstiegs innerhalb der ersten 300 s deutlich geringer als bei anschließendem Einsetzen des Temperaturabfalls trotz zeitgleichem Druckabfall (Abb. 32 d).

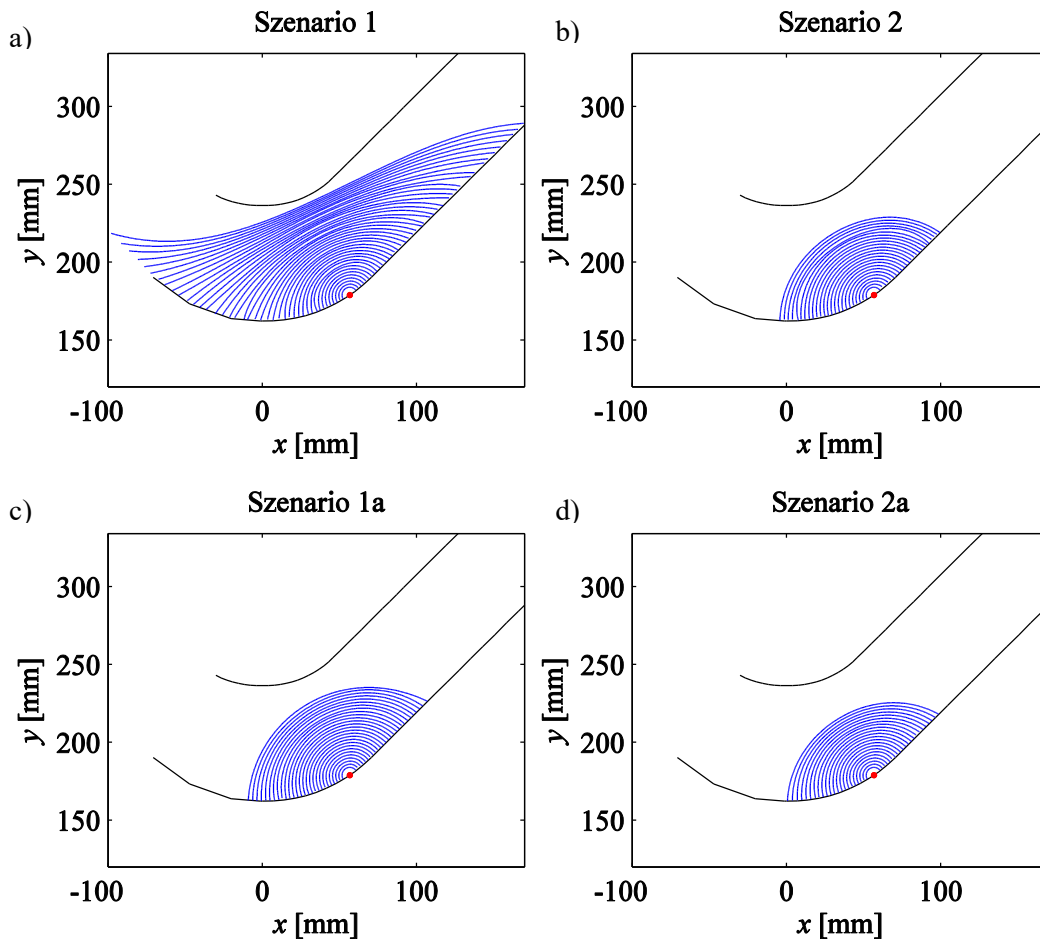


Abb. 33: Risswachstum im Kugelformstück an Position F für
 a) Szenario 1 (Sz.1) b) Szenario 2 (Sz.2)
 c) Szenario 1a (Sz.1a) d) Szenario 2a (Sz.2a) [86]

Bei identisch gewählten Programmparametern ergeben sich mit fortschreitendem Risswachstum die für die jeweiligen Szenarien in Abb. 33 dargestellten Rissgeometrien. Am auffälligsten ist die sich z.T. stark voneinander unterscheidende Endrisslänge. Dies ist auf Vernetzungsprobleme bei den Rechnungen der Szenarien 1a, 2 und 2a zurückzuführen. Das a/c -Verhältnis in Szenario 1, welches deutlich unter $a/c = 0,8$ der anderen Szenarien liegt (siehe Abb. 34), lässt sich durch die Bauteilgeometrie begründen, die sich mit fortschreitendem Risswachstum bemerkbar macht (Abb. 33a). Während die Verhältnisse für die thermisch belasteten Szenarien (Szenario 1, 1a und 2a) tendenziell sinken, ist für den Dauerbetrieb (Szenario 2) eine Stagnation erkennbar. Dieses Verhalten ergibt sich aus dem gleichmäßigen Anstieg

des SIF über der gesamten Rissfront bei Dauerbetrieb, während es bei den thermisch geprägten Szenarien (1, 1a und 2a) ab einer Risstiefe von etwa $a = 10$ mm am Rissscheitel zu einem Sinken des SIF bei gleichzeitigem Anstieg des SIF an den Oberflächenpunkten (siehe Abb. 35) kommt. Es ist davon auszugehen, dass sich die unterschiedlichen a/c -Verhältnisse trotz geringer Unterschiede der Rissfläche auf die für jede Rechnung durch FRANC3D neu festgelegte Vernetzung der Rissfront zurückführen lassen. Aus einer solchen automatischen Vernetzung resultiert, dass die Position des tiefsten Punktes nicht immer mit einem Knoten zusammenfällt und somit Schwankungen der ausgewerteten Risstiefe entlang einer gedachten Achse auftreten. Bereits aus geringen Schwankungen können relevante Abweichungen im a/c -Verhältnis folgen.

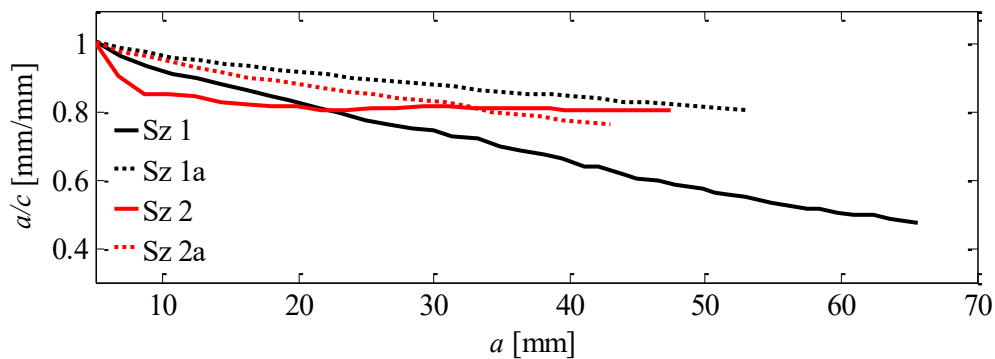


Abb. 34: Änderung des a/c -Verhältnisses mit zunehmender Risstiefe bei unterschiedlichen Belastungsszenarien an Position F [86]

Für eine weiterführende Betrachtung der von FRANC3D ausgegebenen Ergebnisse sind in Abb. 35 und Abb. 38 die SIF-Verläufe $K_{I,max}$ und $K_{I,min}$ für die in Abb. 32 markierten Zeitpunkte dargestellt. Aus Abb. 35.1 geht hervor, dass die Maxima der thermisch geprägten Szenarien für z.T. den gesamten Rissbereich deutlich über denen der rein mechanischen Belastung (Szenario 2) liegen. Am tiefsten Punkt der Rissfront sinken die Werte jedoch mit steigender Risstiefe rein rechnerisch bis in den negativen Bereich hinein. Darüber hinaus wird ersichtlich, dass selbst der minimale SIF des Szenarios rein thermischer Belastung (Szenario 1) bis zu einer gewissen Risstiefe oberhalb des maximalen SIF des Dauerbetriebs (Szenario 2) liegt. Für die Szenarien überlagerter Belastung ergeben sich anfängliche minimale SIF im negativen Bereich. Formal lassen sich diese als gegenseitiges Durchdringen der Rissflächen infolge von Druckspannungen interpretieren. Diese Ergebnisse treten sowohl mit als auch ohne Definition eines Selbstkontakts an der Rissfläche auf. Im Falle der Definition eines solchen Kontaktes kommt es in der numerischen Simulation zu einem Aufliegen statt eines Durchdringens der Rissflanken.

An den Oberflächenpunkten der Rissfront sinkt $K_{I,min}$ für die Szenarien 1a und 2a mit steigender Risstiefe. Gleichzeitig steigt der minimale SIF am Rissscheitelpunkt und erreicht infolge dessen wieder einen positiven Wert (Abb. 35.2). Entsprechend folgt für den Rissscheitel aus dem fortschreitenden Risswachstum eine Umkehr der Zeitpunkte minimalen und maximalen SIFs eines Zyklus gegenüber dem Initialriss. Weiterhin ergibt sich zum in Abb. 32 festgelegten Zeitpunkt für $K_{I,max}$ ein Aufeinanderdrücken der mittleren Rissfläche mit steigendem Rissfortschritt. Dieses bewirkt an den Randbereichen ein Rissöffnen (siehe Abb. 36).

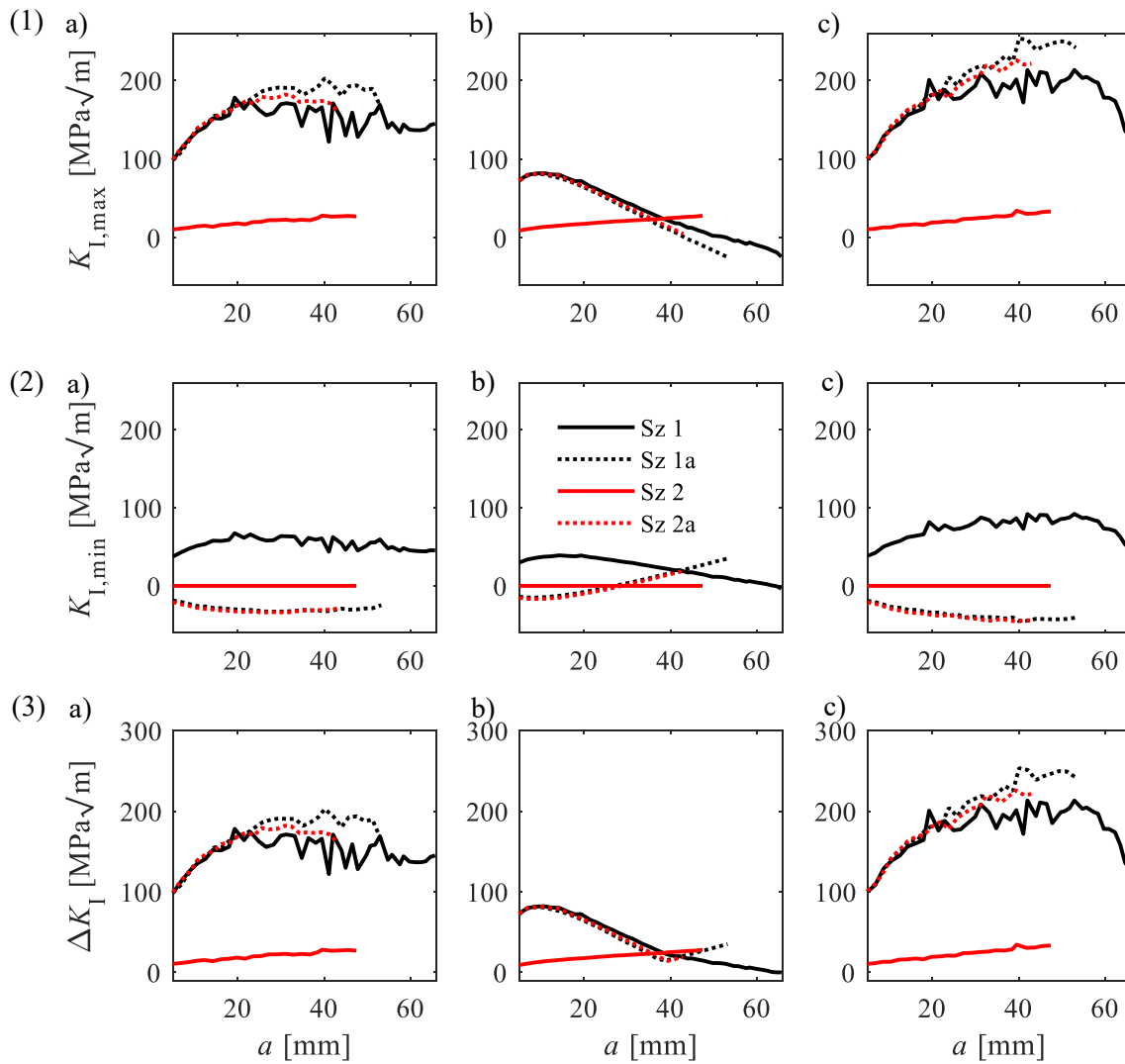


Abb. 35: Maximale (1), minimale (2) und zyklische (3) SIF der unterschiedlichen Belastungsszenarien über der Risstiefe an Position F für
 a) den Oberflächenpunkt im Stutzen,
 b) den Scheitelpunkt und
 c) den Oberflächenpunkt zur Kugelmitte hin ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$) [86]

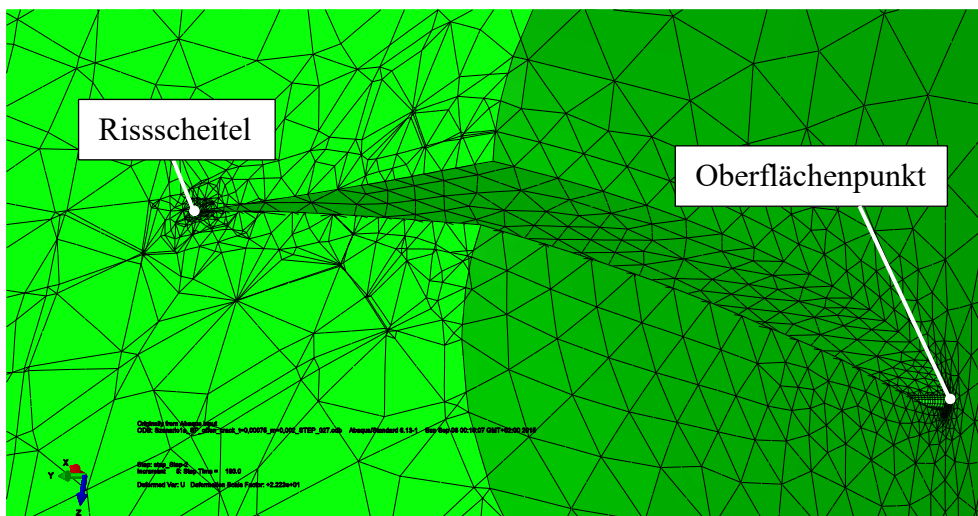


Abb. 36: Teilweise geöffneter Riss zum Zeitpunkt von $K_{I,max}$ in Szenario 1a [86]

Umgekehrt verhält es sich zu dem als „ $K_{I,min}$ “ betrachteten Zeitpunkt (siehe Abb. 37). Ein Grund für den Anstieg von $K_{I,min}$ ist der gewachsene Riss und die daraus resultierende größere Angriffsfläche für den Druck. Als Folge wächst der Einfluss der mechanischen Belastung auf den SIF-Verlauf. Der stetige Anstieg des maximalen SIF an den Oberflächenpunkten deutet auf ein Bestreben des Risses, sich schnell in Umfangsrichtung auszubreiten. Da die Risszähigkeit von $37 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ($T = 500 \text{ °C}$) bereits am Initialriss überschritten wird, liegt von Anfang an instabiles Risswachstum vor. Folglich geben die dargestellten Ergebnisse einen SIF-Verlauf für Werkstoffe mit höheren Risszähigkeiten als des betrachteten Werkstoffs wieder. Außerdem ist zu beachten, dass die thermisch belasteten Szenarien Extremfälle mit sehr steilen Temperaturtransienten und einem hohen Wärmeübergangskoeffizienten darstellen, welche in der Realität nur in Notfällen Anwendung finden. Das in der Praxis stattfindende langsamere Abfahren bewirkt eine deutlich geringere thermische Beanspruchung, was wiederum zu niedrigeren SIF führt.

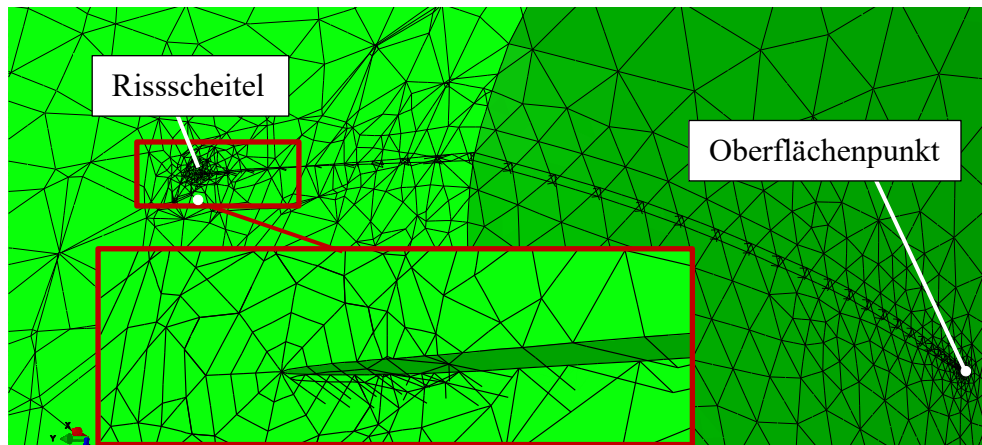


Abb. 37: Teilweise geschlossener Riss zum Zeitpunkt von $K_{I,min}$ in Szenario 1a [86]

Ausgehend von den als minimal und maximal definierten SIF der in Abb. 32 dargestellten gesamten Belastungszyklen lassen sich unter der Annahme, dass der SIF zum Zeitpunkt des Kraftwerkstillstands gleich Null gesetzt ist, die in Abb. 35 (3) dargestellten zyklischen SIF ableiten. Diese sind im Vergleich zum Rissseite an den Oberflächenpunkten deutlich größer und steigen mit fortschreitendem Risswachstum an. Das Sinken und anschließende Steigen von ΔK_I im Rissseite resultiert aus dem Wechsel von maximalem und minimalem SIF bei den Szenarien mechanisch und thermisch überlagerter Belastung. Es ist zu erkennen, dass der anfängliche SIF-Verlauf der rein thermischen Belastung gleicht. Ab dem Wendepunkt gewinnt jedoch die Druckbelastung an Bedeutung und der SIF-Verlauf geht in den der rein mechanischen Belastung über. Die Ergebnisse deuten darüber hinaus darauf hin, dass die Superposition der SIF des rein mechanisch und rein thermisch belasteten Risses zu dem SIF überlagerter Belastung führt.

3.4 Risswachstum an Position E

Bei identischem halbkreisförmigem Initialriss ($r = 5 \text{ mm}$) stellt sich an Positionen E und F für die einzelnen Belastungsfälle ein ähnlicher SIF-Verlauf über der Zeit eines Zyklus ein. Ein

Vergleich der Größenordnung der SIF-Verläufe über der Risstiefe zeigt für die unterschiedlichen Szenarien eine gute Übereinstimmung (vgl. Abb. 35 und Abb. 38). Die Rissposition F bewirkt mit ca. 10 bis 15 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ geringfügig größere SIF als die Positionierung im Stutzen. Diese scheinbar für alle Szenarien konstante Verschiebung der SIF fällt vor allem bei der reinen Primärbelastung in Szenario 2 ins Gewicht. Während der SIF am Übergang zwischen Kugel und Stutzen ein Maximum von 28 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ erreicht, liegt dieses im Stutzen mit 13 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ bei etwa der Hälfte. Dies führt zu einem schnelleren Risswachstum in der Symmetrieebene als im Stutzen. Während sich der Riss an Position E symmetrisch ausbreitet, ist der SIF am Oberflächenpunkt zur Kugelmitte hin an Position F deutlich größer als am Oberflächenpunkt in den Stutzen hinein. Daraus resultiert ein schnelleres Risswachstum zur Kugelmitte hin.

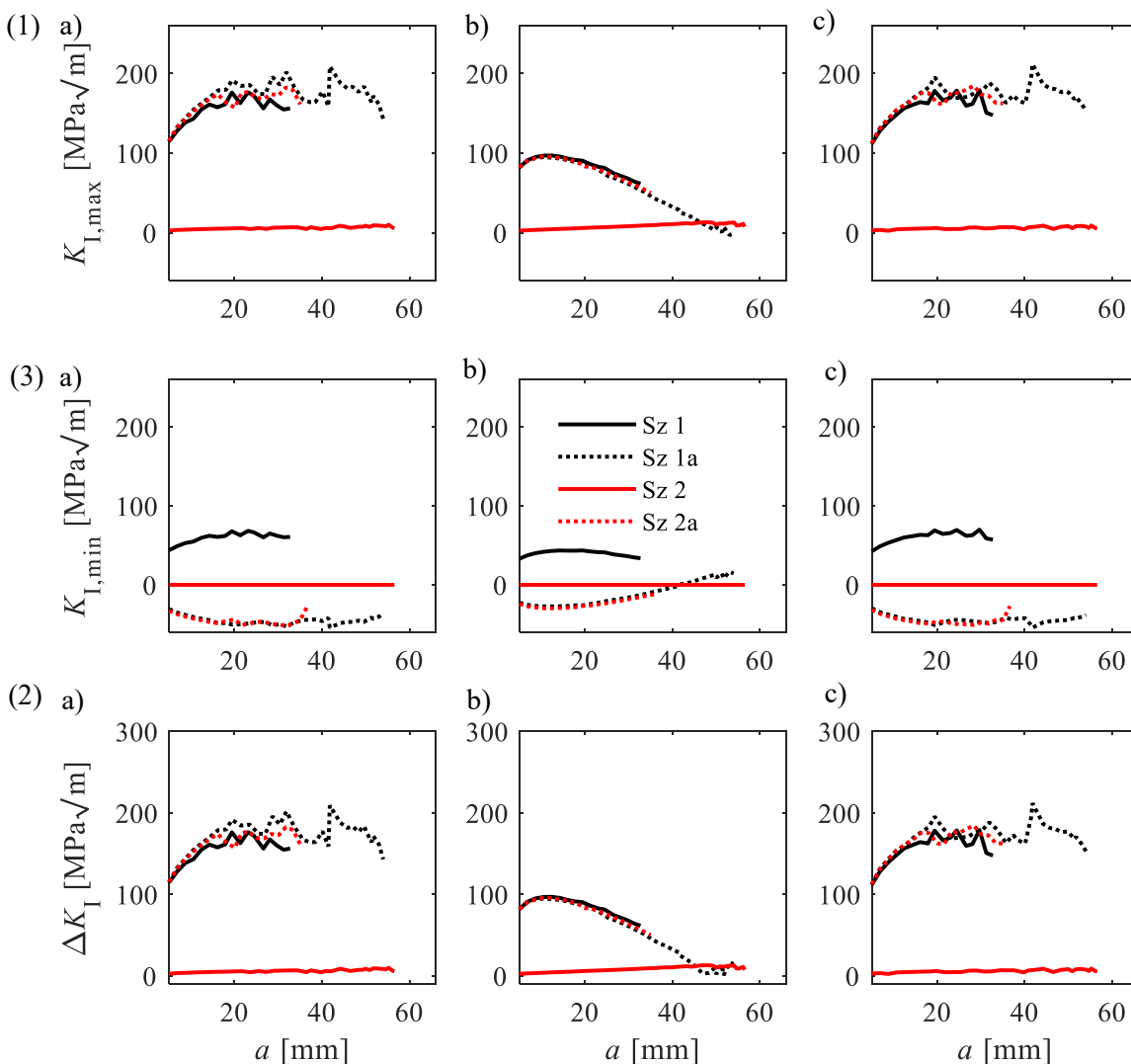


Abb. 38: Maximale (1), minimale (2) und zyklische (3) SIF der unterschiedlichen Belastungsszenarien über der Risstiefe an Position E für
 a) den Oberflächenpunkt im Stutzen,
 b) den Scheitelpunkt und
 c) den Oberflächenpunkt zur Kugelmitte hin [86]

Abb. 39 ist weiter zu entnehmen, dass sich der Verlauf des a/c -Verhältnisses an beiden untersuchten Positionen ähnelt. Jedoch sinkt das a/c -Verhältnis von Szenario 2 im Vergleich zu den anderen Szenarien an Position E langsamer als an Position F.

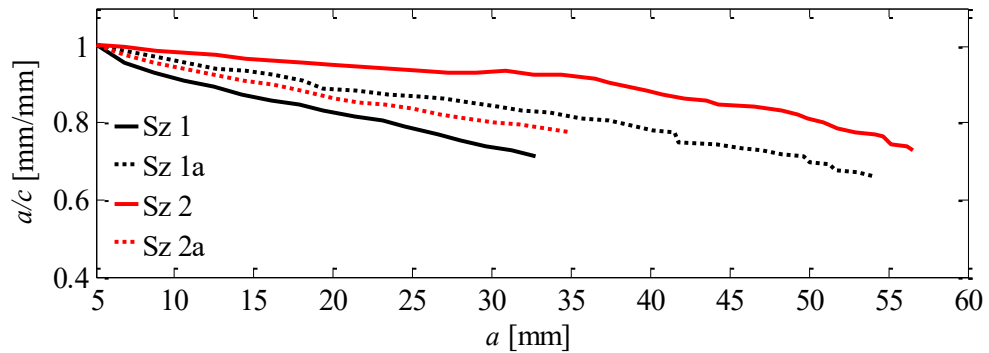


Abb. 39: Änderung des a/c -Verhältnisses mit zunehmender Risstiefe bei unterschiedlichen Belastungsszenarien an Position E des Kugelformstücks [86]

4 UNTERSUCHUNG DES SIF-VERLAUFS IM REIN THERMISCH BELASTETEN KUGELFORMSTÜCK

Da die untersuchten thermisch belasteten Szenarien sehr spezielle Extremfälle eines Abfahrvorgangs darstellen, erfolgten weitere Untersuchungen, bei welchen sowohl die Abkühlzeit t als auch die Abkühltemperatur T_{end} variiert wurden (siehe Tab. 3). Dabei wurde die Anfangstemperatur T_0 bei 545 °C belassen.

Tab. 3: *Variierte Werte für die Lastfallparameter*

T_{end} [°C]	t [s]
50	180
100	360
300	540
	900
	1800

Die Rissfortschrittssimulationen fanden in FRANC3D an Position E für die identische initiale Rissgeometrie wie in den Untersuchungen zuvor statt. Aufgrund des Umfangs und der damit verbundenen Simulationsdauer der Untersuchung fand ein größeres Netz Anwendung. Während die durchschnittliche Elementbreite des ungerissenen Modells der vorangegangenen Simulationen bei etwa 15 mm lag, wurde nun eine Elementbreite von 45 mm gewählt. In beiden Fällen lag ein quadratischer Lösungsansatz vor. Für die Erstellung des fehlerstellenbehafteten Modells wurde in FRANC3D die Submodell-Technik genutzt. Unter Vorgabe der gleichen Template Radien ergab sich damit im Rissbereich mit einer Elementgröße von 0,2 mm an der Risspitze eine deutlich feinere Vernetzung. Diese entspricht näherungsweise der ursprünglich fein vernetzten Diskretisierung (siehe Abb. 40). Ein Vergleich des SIF des Initialrisses zeigt eine Abweichung beider Werte voneinander um 9 % und ist auf die weiterhin grobe Vernetzung des numerischen Temperaturmodells zurückzuführen, auf dessen Ergebnisse das mechanische Modell zurückgreift. Da der Fokus der Untersuchungen auf der Erforschung der Einflussfaktoren thermischer Belastung und der Möglichkeit, diese analytisch zu beschreiben, liegt, sind die Ergebnisse bei größerer Vernetzung zugunsten kürzerer Simulationsdauern ausreichend genau. Die Einleitung des Abkühlvorgangs aus einem durchgewärmten unbelasteten Zustand führt zu einem R -Verhältnis von null. Folglich entspricht ΔK bei allen vorgenommenen thermischen Untersuchungen dem SIF bei Erreichen der Abkühldauer.

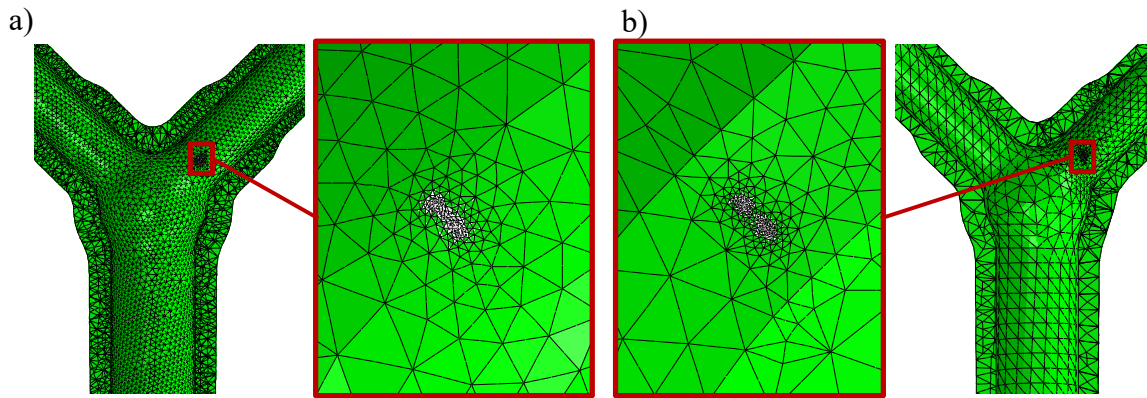


Abb. 40: Vernetzung bei
 a) fein vernetztem rissfreien Modell und
 b) grob vernetztem rissfreien Modell

Bei der Durchführung der Simulationen haben sich in Abhängigkeit der Abkühlzeit unterschiedliche Rissfronten entwickelt (siehe Abb. 41). Bei kürzeren Abkühlzeiten wächst der Riss nahezu linear in Umfangsrichtung. Bei größeren Abkühlzeiten ergibt sich in Umfangsrichtung mit fortschreitendem Risswachstum ein nicht-linearer bis hin zu einem stark asymmetrischen Rissverlauf. Dieses Verhalten lässt sich mit den SIF begründen (siehe Abb. 42).

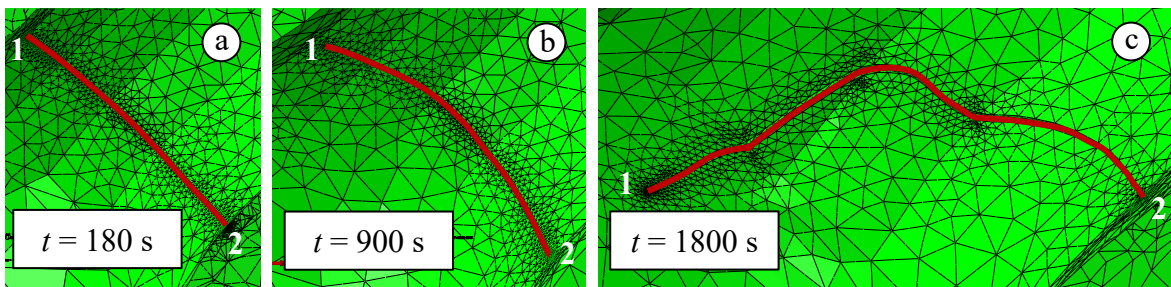


Abb. 41: Oberflächenrisswachstum an Position E während einer Abkühlzeit von
 a) $t = 180$ s,
 b) $t = 900$ s und
 c) $t = 1800$ s ($a_0 = 5$ mm; $a_0/c_0 = 1$)

Während eine Abkühlzeit von $t = 180$ s zwar zu deutlich höheren Spannungen und daraus folgend zu größeren SIF führt, bewirkt eine längere Abkühlzeit, dass die Bauteilgeometrie einen größeren Einfluss auf den Spannungszustand besitzt. Dies schlägt sich im SIF-Verlauf der Modi I und II für die Oberflächenpunkte nieder. Für das Verhältnis aus dem zyklischen SIF für Mode II und dem durchschnittlichen zyklischen SIF für Mode I $\Delta K_{I, \text{mean}}$ tritt für $t = 1800$ s bei $a = 14$ mm ein deutlicher Peak auf. Bei der zugehörigen Rissfront zeigt sich in Abb. 41c) an dieser Stelle ein Abknicken des nachfolgenden Rissverlaufs. Mit fortschreitendem Risswachstum liegt vor allem jedoch ein zunehmender Schubeinfluss für $t = 900$ s und $t = 1800$ s im Vergleich zu $t = 180$ s vor. Während $\Delta K_{III} / \Delta K_{I, \text{mean}}$ bei dieser um den Wert Null „schwingt“, ist das Verhältnis bei den längeren Zeiten größer und besitzt einen eindeutigen Anstieg. Bei $t = 1800$ s lässt sich am tiefsten Punkt der Rissfront ebenfalls ein leichter Mode III-Einfluss feststellen.

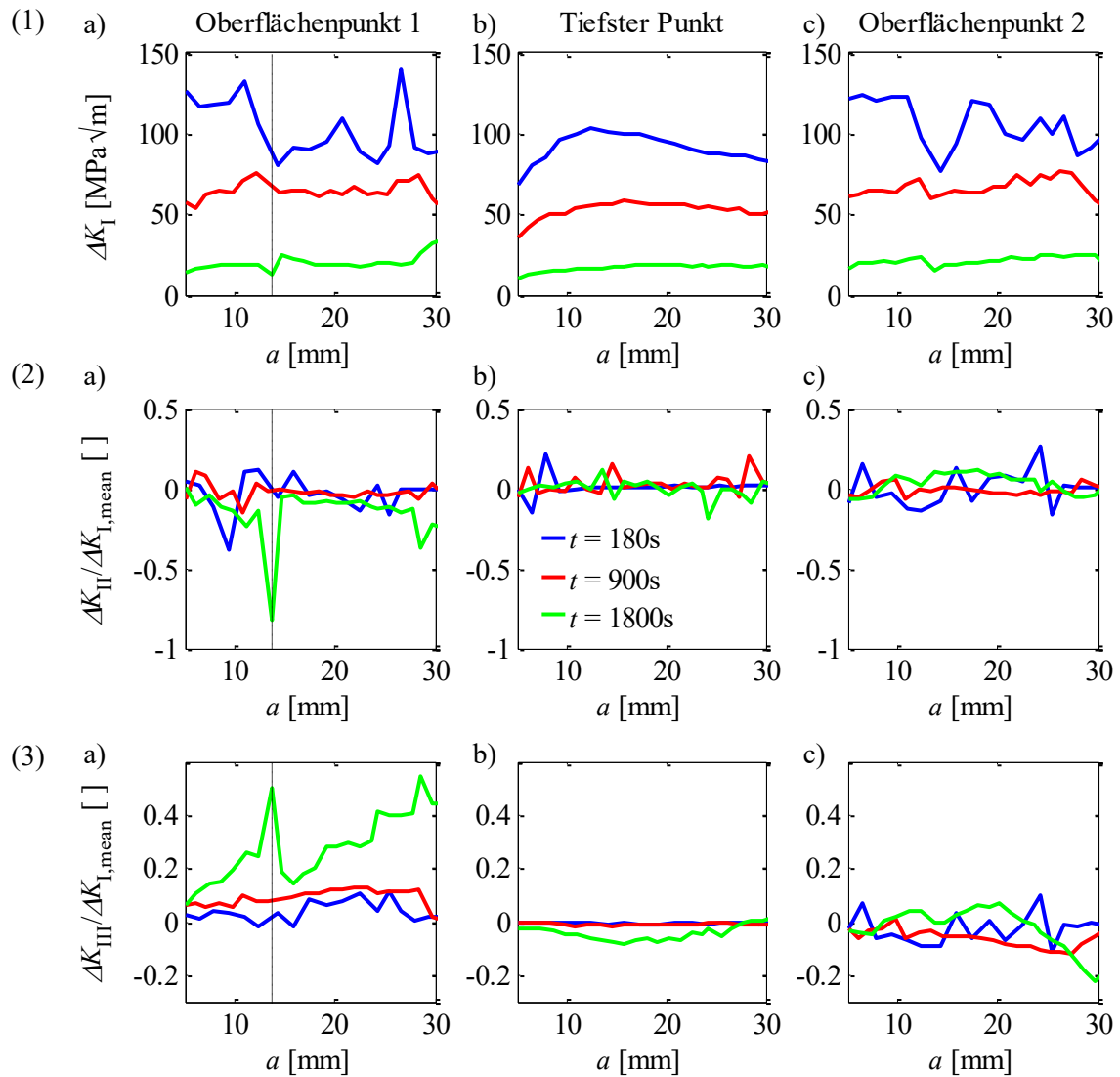


Abb. 42: (1) ΔK_I , (2) $\Delta K_{II} / \Delta K_{I,mean}$ und (3) $\Delta K_{III} / \Delta K_{I,mean}$ -Kurve für
 a) den ersten Oberflächenpunkt,
 b) den tiefsten Punkt und
 c) den zweiten Oberflächenpunkt der Rissfront ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$)

Zur Bestimmung einer analytischen Lösung zur Abbildung des SIF-Verlaufs wurde eine Überprüfung der Relevanz des zyklischen Vergleichsspannungsintensitätsfaktor ΔK_V vorgenommen. Zu diesem Zweck erfolgte zunächst die Berechnung von ΔK_V für die in Abb. 42 dargestellten Simulationen nach RICHARD (Gl. (6)). Die durchschnittliche Abweichung von unter einem Prozent zwischen ΔK_V und ΔK_I am tiefsten Punkt der Rissfront bestätigt die Anwendbarkeit von ΔK_I zur Ableitung einer analytischen Lösung für den tiefsten Punkt der Rissfront.

Da die Mode I-Beanspruchung am tiefsten Punkt der Rissfront dominiert, erfolgt der Vergleich der einzelnen Szenarien für ΔK_I . Zunächst liegt eine Aufschlüsselung der numerischen Einzellösungen nach Temperatur und Abkühldauer vor (siehe Abb. 43). Alle Ergebnisse zeigen, dass mit fortschreitendem Risswachstum zunächst ein Anstieg des SIF bis zu einem Maximum vorliegt und es anschließend zu einem Abfall der Kurve kommt. Das angesprochene

SIF-Maximum liegt dabei bei allen Szenarien etwa bei einer Risttiefe von 12 mm vor. Unterschiede der Kurven liegen beispielsweise im Niveau vor. Dieses sinkt mit steigender Abkühl-dauer (Abb. 43 (2)). Darüber hinaus bewirkt die Abkühl-dauer eine Änderung der Form des Verlaufs (Abb. 43 (1)). Bei hohen Abkühl-dauern liegt eine eher flache Kurve vor, während niedrige Zeiten zu einem deutlichen Unterschied zwischen maximalem und minimalem zyklischen SIF führen. Die Temperatur hingegen bewirkt lediglich eine Verschiebung des SIF-Verlaufs (Abb. 43 (2)). Große Temperaturdifferenzen führen dabei zu höheren SIF-Werten.

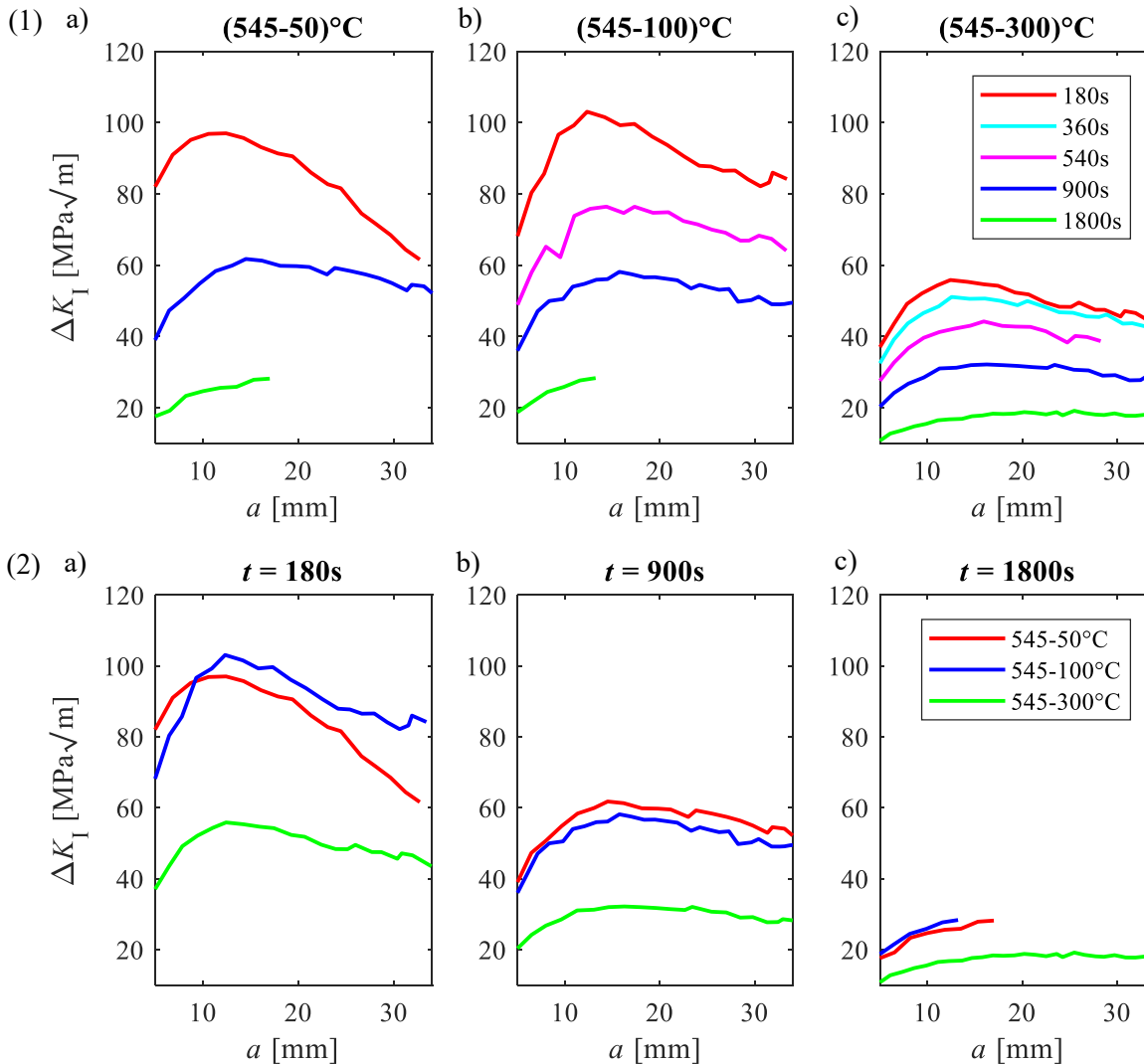


Abb. 43: SIF-Verläufe der einzelnen Szenarien sortiert nach (1) der Temperaturdifferenz und (2) der Abkühlzeit ($a_0 = 5$ mm; $a_0/c_0 = 1$)

Trotz der Verschiebung des gesamten SIF-Verlaufs infolge unterschiedlicher Temperaturbelastung bei identischer Abkühlzeit, ist der Startwert ΔK_I als einzelner Punkt jeder Kurve ausreichend, um den Haupteinfluss der Temperatur zu beschreiben. Trägt man für jede Abkühl-dauer diesen Wert über der Temperatur auf, erhält man eine Kurvenschar (Abb. 44). Dabei besitzt jede Kurve einen näherungsweise linearen Zusammenhang (gestrichelte Linie).

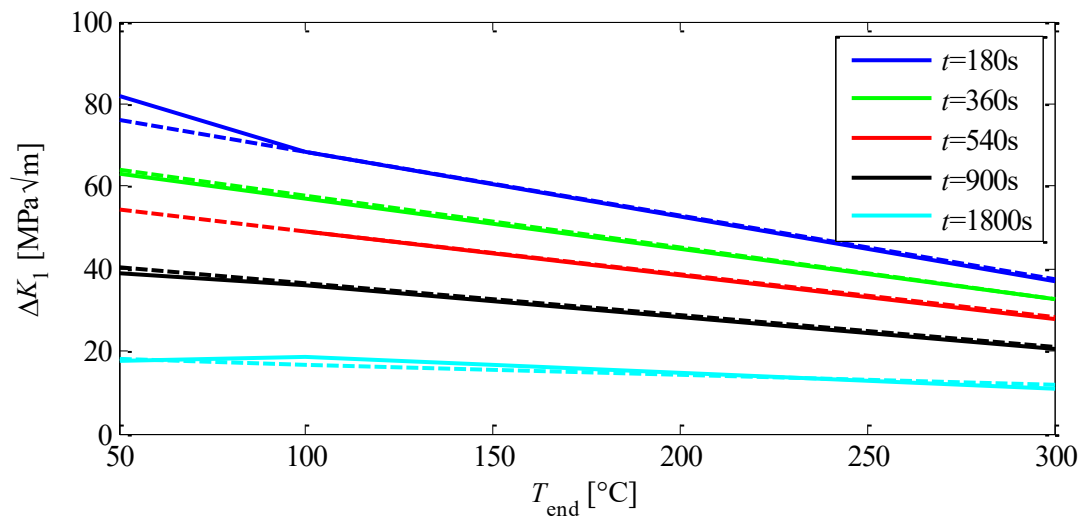


Abb. 44: Kurvenschar zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Startwert ΔK_I und der Endtemperatur T_{end}

5 UNTERSUCHUNG DES SIF IN EINFACHEN REIN THERMISCH BELASTETEN GEOMETRIEN

Das Kugelformstück ist ein sehr spezielles Bauteil, welches zwar im Kraftwerksbetrieb häufig Anwendung findet, doch wegen der untersuchten Position nur für eben diese Geometrie eine gültige SIF-Lösung besitzt. Darüber hinaus führt die besondere Geometrie in Abhängigkeit der thermischen Randbedingungen zu einem Abknicken des Risses, was für die analytische Beschreibung kritisch ist und zeigt, dass eine starke Überlagerung des Geometrie- und Temperatureinflusses auf den SIF vorliegt. Für das bessere Verständnis bzgl. der unterschiedlichen temperaturabhängigen Mechanismen erfolgte die Untersuchung verschiedener transientser Temperaturbelastungen an weiteren einfachen Geometrien wie einer Platte und einem Hohlzylinder (Abb. 45). Die numerischen Modelle orientieren sich hinsichtlich ihrer Größenordnung sowie der Materialdaten als auch der thermischen Randbedingungen an dem Kugelformstück. Die geometrischen Maße, Randbedingungen sowie der Ort der thermischen Belastung sind Abb. 45 zu entnehmen. Die verwendeten Elemente haben eine Elementkantenlänge von 10 mm und beinhalten einen quadratischen Verschiebungsansatz.

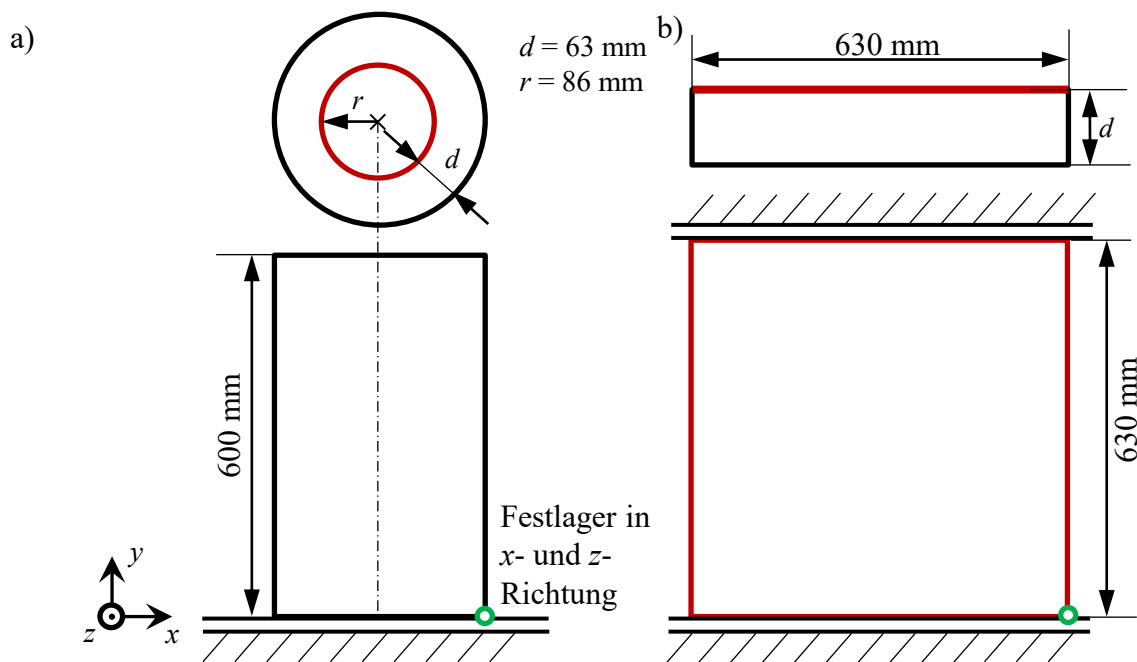


Abb. 45: Geometrische Maße, Lagerung und Ort der Aufbringung der thermischen Belastung (rot)
a) des Hohlzylinders und b) der Platte [94]

Die Platte wurde einseitig thermisch belastet. Um ein Spannungsfeld infolge thermischer Belastung in der Platte zu erhalten, wurde die Platte an der oberen und unteren Seite in y -Richtung festgehalten (siehe Abb. 45b). Die Unterbindung der Starrkörperbewegung erfolgte über die Sperrung aller weiteren Freiheitsgrade an einem der unteren Eckpunkte.

Bei der Untersuchung des Hohlzylinders wurde die Bewegung des Zylinderbodens in Richtung der Zylinderachse sowie die Rotation um die Senkrechten zu dieser unterbunden

(Abb. 45a). Die Starrkörperbewegung wurde analog zur Platte verhindert. Die Aufbringung einer thermischen Belastung erfolgte ebenfalls wie in Abb. 15 in Kapitel 3 dargestellt. Dabei fanden folgende Endtemperaturen und Abkühlzeiten in Kombination Anwendung:

Tab. 4: Übersicht über die zur Parameterbestimmung durchgeführten Belastungsszenarien

t [s]	$T_{\text{end}} = 300^{\circ}\text{C}$	$T_{\text{end}} = 50^{\circ}\text{C}$	$T_{\text{end}} = 100^{\circ}\text{C}$
180	V3	V1	V7
900	V6	V5	V9
1800	V4	V2	V8
3600	V11	V10	V12

Die Bezeichnung der Kombinationsvarianten stammt aus den Untersuchungen am Kugelformstück. Für alle zwölf Szenarien wurde eine Anfangstemperatur von 545°C verwendet. Die Temperaturänderung wurde bei Verwendung eines Wärmeübergangskoeffizienten von $10.000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ einseitig aufgebracht. Auf dieser Seite wurde später auch der Riss in FRANC3D mit einer halbkreisförmigen Geometrie und einem Radius von $r = 5 \text{ mm}$ eingebracht. Der Riss befindet sich dabei sowohl in x - als auch y -Richtung mittig. Im Falle des Hohlzylinders ist der Riss senkrecht zur Zylinderachse orientiert. In der Platte wurde der Riss horizontal eingebracht (senkrecht zur y -Achse). Für die Risswachstumssimulation wurde ein mittleres Rissfortschrittsinkrement von $\Delta a = 2 \text{ mm}$ genutzt. Sowohl bei der Platte als auch dem Hohlzylinder haben sich die Risse selbstständig, also ohne ein Abknicken der Rissfront, ausgebreitet.

5.1 Einfluss der Temperaturtransienten

Eine Betrachtung der numerischen Ergebnisse für den tiefsten Punkt der Rissfront nach t aufgeschlüsselt lässt in Abb. 46 exemplarisch für den Hohlzylinder ein vergleichbares Muster wie schon beim Kugelformstück erkennen. Für alle untersuchten Szenarien zeigt sich ein für gleiche Abkühlgeschwindigkeiten ähnlicher Verlauf, deren Größenordnung sich über T_{end} unterscheidet. Dabei wächst der SIF bis zu einer bestimmten Risstiefe an, um anschließend mit fortschreitendem Risswachstum wieder zu sinken.

Im Gegensatz zum Kugelformstück und Hohlzylinder steigt die ΔK -Kurve der Platte mit fortschreitendem Risswachstum stetig an. Während eine größere Temperaturdifferenz in der Platte ebenfalls zu höheren SIF führt, liegt ein weiterer Unterschied zwischen Platte und den beiden anderen Bauteilen im Einfluss der Abkühldauer. Für die Platte bewirkt eine längere Abkühlzeit ein leichtes Steigen der SIF (Abb. 47).

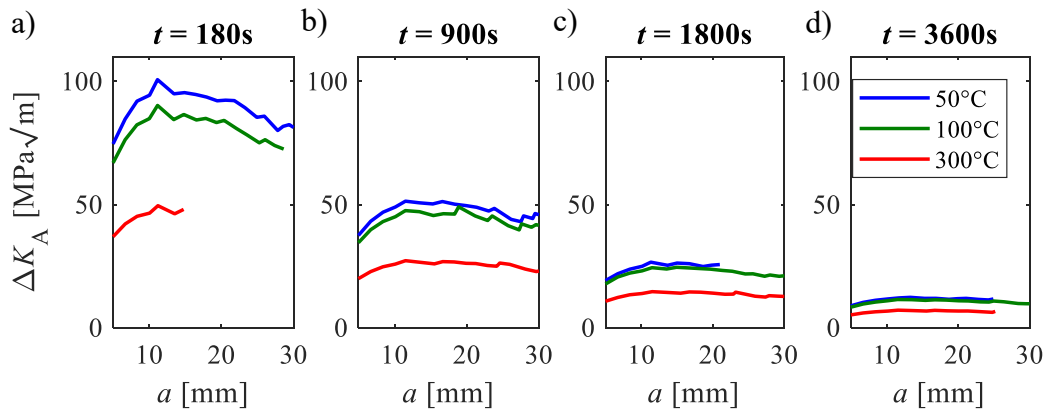


Abb. 46: SIF-Verläufe im Hohlzylinder für unterschiedliche Endtemperaturen bei den Abkühl dauern
 a) 180s, b) 900s,
 c) 1800s und d) 3600s ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$) [94]

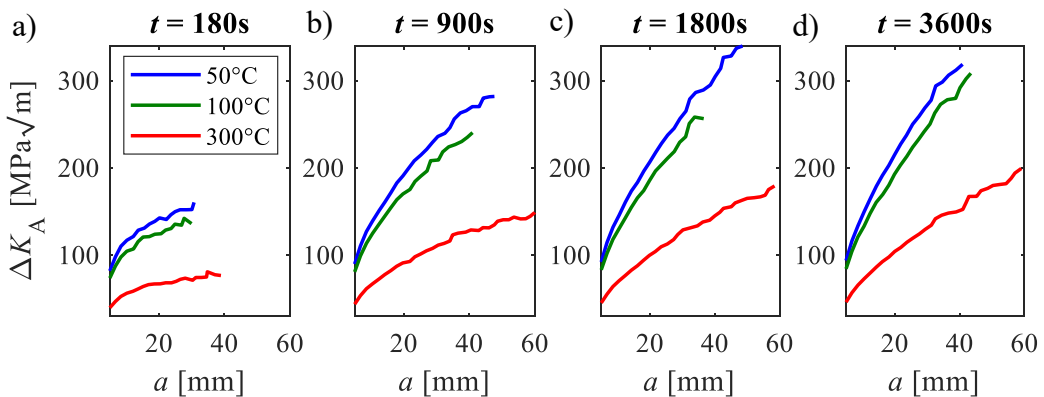


Abb. 47: SIF-Verläufe in der Platte für unterschiedliche Endtemperaturen bei den Abkühl dauern
 a) 180s, b) 900s,
 c) 1800s und d) 3600s ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$) [94]

Begründen lässt sich dies mit der Temperaturverteilung bzw. den daraus folgenden Dehnungen und den mechanischen Randbedingungen. Ein Wärmestrom \dot{Q} verläuft immer vom Gebiet höherer Temperatur zum Gebiet niedriger Temperatur und ist über

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} \quad (48)$$

definiert. Dabei ist Q die Wärmemenge, welche transportiert wird. Verkürzt sich die Zeit, in der eine bestimmte Wärmemenge übertragen wird, steigt der Wärmestrom entsprechend. Folglich lässt sich ein Zusammenhang zwischen Abkühl dauern und Wandtemperatur aus dem FOURIERSchen Gesetz der Wärmeleitung für eine Platte mit

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A \cdot \frac{T_w - T_k}{d} \quad (49)$$

ableiten. Hier stellen λ die Wärmeleitfähigkeit, A die durchströmte Fläche, d die Wanddicke, T_w die Temperatur der wärmeren Wandoberfläche und T_k die Temperatur der kälteren Wandoberfläche dar. Ein Umstellen der Gleichung nach T_w , also der Temperatur an der nicht thermisch belasteten Wandseite führt zu:

$$T_w = \frac{\dot{Q} \cdot d}{\lambda \cdot A} + T_k \quad (50)$$

Für identische Geometrien sind d und A ebenfalls gleich groß. Unter der Annahme derselben Temperaturdifferenz bzw. derselben T_0 und T_{end} sind T_k und λ ebenfalls näherungsweise identisch. Somit wird die Temperatur der wärmeren Wand hauptsächlich durch den Wärmestrom bestimmt. Entsprechend ist die Temperatur an der rissfreien Wandseite bei kurzen Abkühl-dauern höher (siehe Abb. 48). Dies geht auch aus den numerisch ermittelten Werten hervor. Bei identischer Temperaturdifferenz des abkühlenden Mediums von bspw. $\Delta T = 545^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}$ beträgt die Temperatur am Ende der Abkühl-dauer von 180 s an der riss-freien Wandseite $493,33^\circ\text{C}$, während bei $t = 3600$ s nur $97,56^\circ\text{C}$ herrschen. Gl. (50) lässt sich ebenfalls auf infinitesimal kleine Bereiche der Wand anwenden, um so die Temperaturverteilung über die gesamte Wanddicke zu bestimmen. Mit diesen Temperaturen kann unter Verwendung des Wärmeausdehnungskoeffizienten α_T die Wärmedehnung ε_T nach

$$\varepsilon_T = \alpha_T \cdot \Delta T \quad (51)$$

ermittelt werden. Die Temperaturdifferenz ΔT ergibt sich hier aus der Temperatur T_0 und der über Gl. (50) bestimmten Temperatur am Ende des Abkühlvorgangs und ist umso größer, je länger die Abkühl-dauer ist. Somit bewirken lange Abkühlzeiten größere thermische Dehnungen (siehe Abb. 48). Es ist jedoch zu beachten, dass es sich aufgrund des Abkühlprozesses um negative Dehnungen handelt. Die in Abb. 48 dargestellten schematischen Verläufe veranschaulichen die geschilderten Zusammenhänge, welche sich auch in den numerischen Simulationen gezeigt haben. Die Position $d = 0$ entspricht in diesem Fall der thermisch belasteten Wandseite.

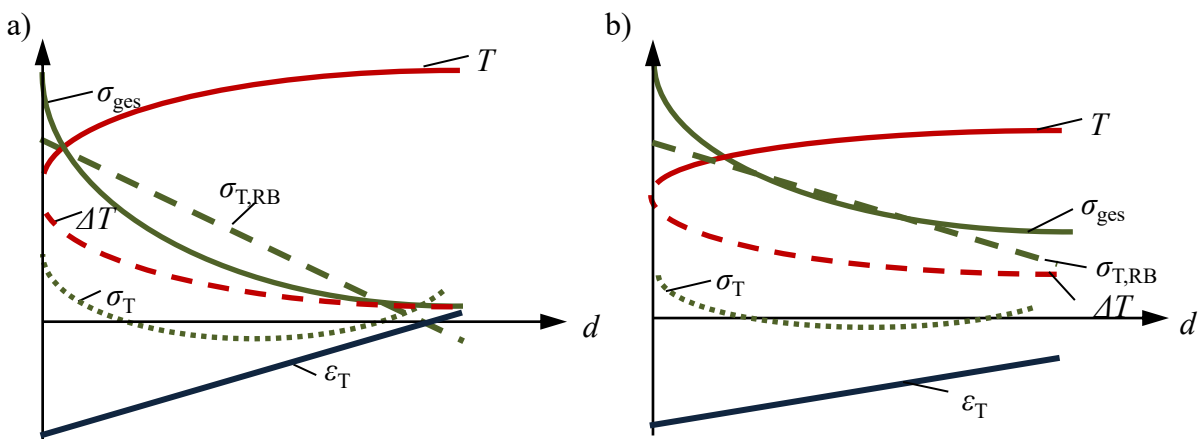


Abb. 48: Schematische Verläufe der Temperatur T , Temperaturdifferenz ΔT , thermischen Zugspannung infolge der Randbedingung $\sigma_{T,RB}$, Thermospannung σ_T , Gesamtspannung σ_{ges} und thermischen Dehnung ε_T des ungestörten Querschnitts über der Wanddicke d für
a) eine kurze Abkühl-dauer und
b) eine lange Abkühl-dauer in der entsprechend Abb. 49b) gelagerten Platte

Durch die Randbedingung, dass die Platte sowohl an der oberen als auch unteren Fläche (siehe Abb. 49b) in y -Richtung festgehalten wird, kann das Material dieser im Falle einer Abkühlung zusammenziehenden Formänderung im Gegensatz zu Abb. 49a) jedoch nicht nachgehen. Es entstehen über die gesamte Wanddicke zusätzliche thermische Zugspannungen $\sigma_{T,RB}$, wel-

che zur temperaturbelastungsabgewandten Seite hin abnehmen. Für die gesamte Bauteildicke werden diese Zugspannungen größer, umso länger die Abkühldauer ist. Die thermischen Spannungen σ_T hingegen werden kleiner, umso länger die Abkühldauer ist.

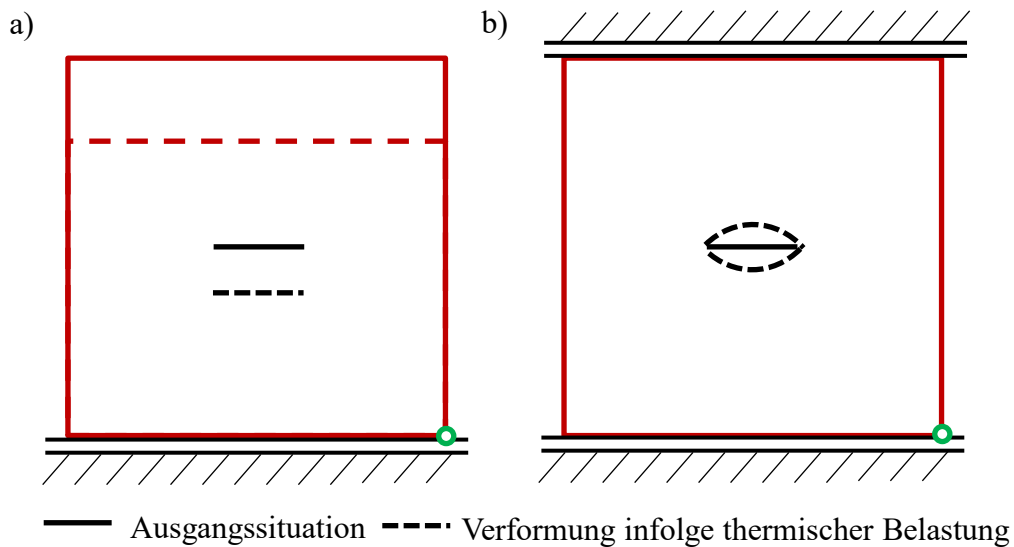


Abb. 49: Verformung der rissbehafteten einseitig thermisch belasteten Platte bei
a) einseitiger und
b) beidseitiger Lagerung

Eine Überlagerung beider Spannungskomponenten und der zusätzliche Risseinfluss führen in der Platte zu nahezu einem Ausgleich bzw. zu einem leichten Anstieg des SIF mit größer werdender Abkühldauer. Im Hohlzylinder findet hingegen keine beidseitige Fesselung der Flächen statt. Folglich kann sich das Material resultierend aus der thermischen Belastung um ε_T zusammenziehen. In Bezug auf den SIF ist im dickwandigen Rohr die thermische Spannung σ_T dominant. Da sich diese im ungestörten Querschnitt nach einer anfänglichen Zugbeanspruchung in den Druckbereich entwickelt (Abb. 48), sinkt auch der SIF mit fortschreitendem Risswachstum. Er wird jedoch nicht Null, da ein Riss eine Materialtrennung darstellt, welche an den Rissflanken durch die thermisch bedingten negativen Dehnungen immer eine Zugbeanspruchung bewirkt. Ebenso wie beim Kugelformstück zeigt sich auch für den Hohlzylinder (Abb. 50) und die Platte (Abb. 51) ein linearer Zusammenhang zwischen ΔK_I und T_{end} .

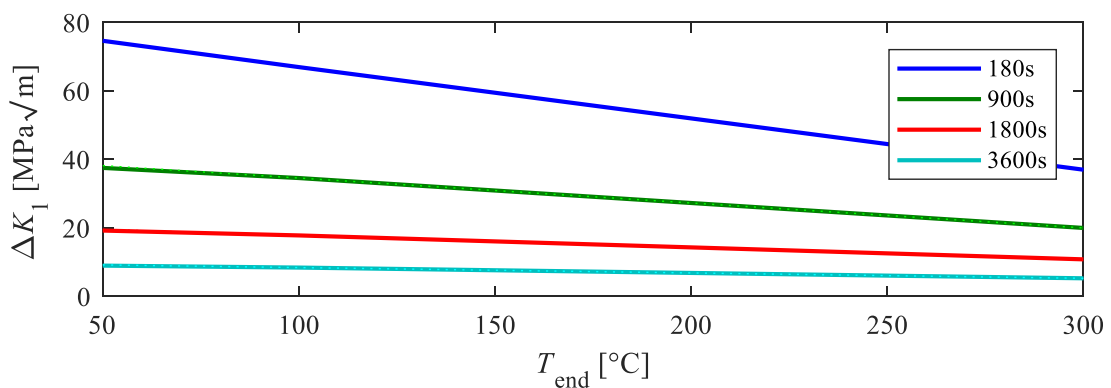


Abb. 50: ΔK_I -Verhalten für den Hohlzylinder [94]

Auffällig ist jedoch, dass die Werte in der Platte deutlich höher sind und die Geraden der unterschiedlichen Abkühlauern deutlich näher beieinander liegen als es im Hohlzylinder der Fall ist. Darüber hinaus zeigt sich der Einfluss der Randbedingung auf den SIF-Verlauf auch im zwischen der Platte und dem Hohlzylinder bzw. dem Kugelformstück bzgl. des Niveaus genau entgegengesetzten Zusammenhang zwischen ΔK_I und der Abkühlauer. Während dieser Wert im Hohlzylinder mit größer werdender Abkühlauer sinkt, steigt er in der Platte. ΔK_I kann damit als erste Orientierung für die Größenordnung des SIF-Verlaufs des jeweiligen Bauteils angesehen werden.

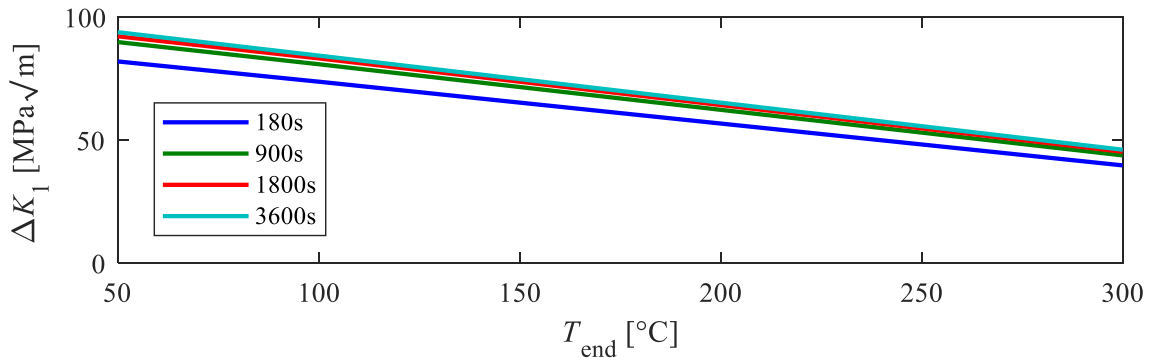


Abb. 51: ΔK_I -Verhalten für die Platte [94]

Die Untersuchung des a/c -Verlaufs in der Platte ergibt, dass dieser von der Abkühlauer, nicht aber von der Endtemperatur T_{end} abhängt (Abb. 52). Gerade für niedrige Abkühlauern sinkt das Seitenverhältnis auf sehr kleine Werte (z.B. für $a = 38,93$ mm: $a/c = 0,45$). In diesen Fällen stellt sich eine stärkere Ausbreitung des Risses in Umfangsrichtung als bei höheren Abkühlauern ein, was sich mit den größeren Spannungsdifferenzen über die Bauteildicke begründen lässt.

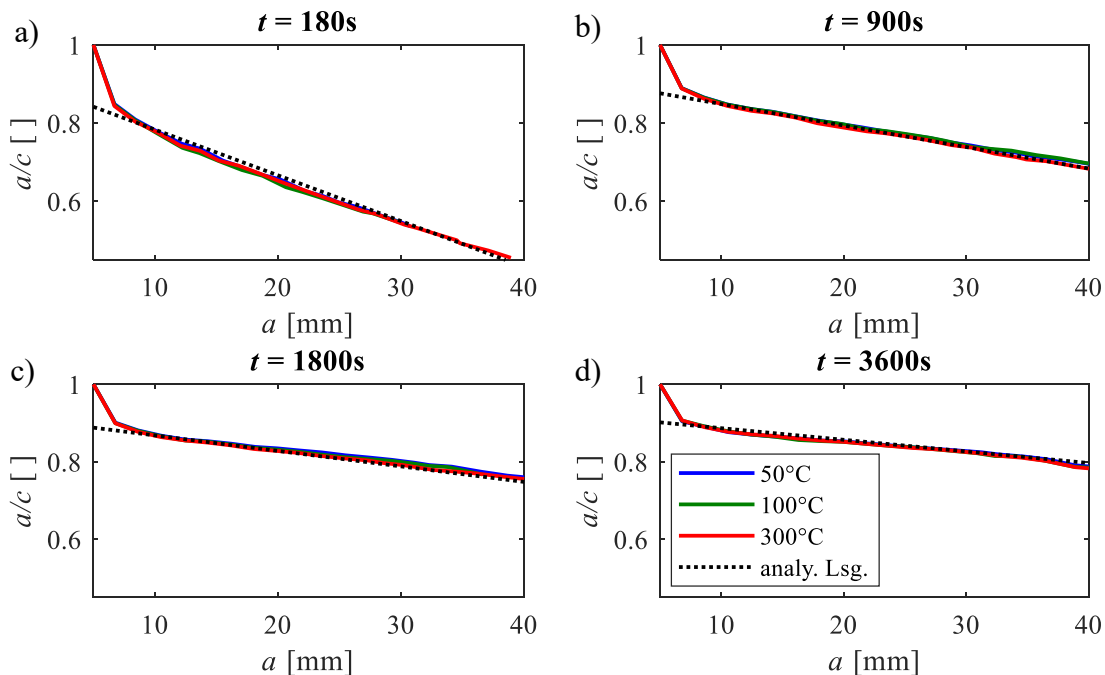


Abb. 52: Verläufe der a/c -Verhältnisse für

a) $t = 180s$,

b) $t = 900s$,

c) $t = 1800s$ und

d) $t = 3600s$ ($a_0 = 5$ mm; $a_0/c_0 = 1$)

Ebenso ist auffällig, dass das Anfangsseitenverhältnis von eins nicht der Belastung entspricht. Legt man eine Regressionsgerade in die numerisch ermittelten Verläufe, ergibt sich bei allen untersuchten Szenarien ein a/c zwischen 0,8 und 0,9. Über Geradengleichungen ist eine Beschreibung der linearen Zusammenhänge zwischen Seitenverhältnis und der Risstiefe möglich (Abb. 52 gestrichelte Linie).

Der Anstieg lässt sich dabei entsprechend Abb. 53a) über eine Polynomfunktion vierten Grades beschreiben. Die Achsenabschnitte wurden als lineare Funktion in Abhängigkeit der Zeit angenommen (Abb. 53b). Somit erfolgt die Beschreibung des a/c -Verhältnisses in Abhängigkeit der Risstiefe für unterschiedliche Abkühlauern über:

$$\frac{a}{c}(a, t) = m_{ac}(t) \cdot a + n_{ac}(t) \quad (52)$$

$$m_{ac}(t) = -1,978e^{-16} \cdot t^4 + 2,156e^{-12} \cdot t^3 - 8,602e^{-9} \cdot t^2 + 1,539e^{-5} \cdot t - 0,014$$

$$n_{ac}(t) = 4,818e^{-6} \cdot t + 0,899$$

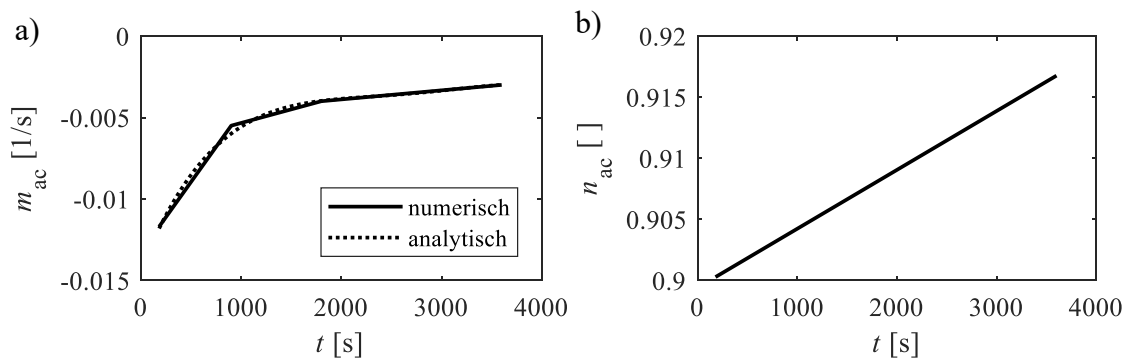


Abb. 53: a) Funktionsverläufe des Anstiegs und
b) des Achsenabschnitts der Geradengleichungen zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen a/c und a in Abhängigkeit der Abkühldauer

Eine Überprüfung der Lösung wurde in Abb. 54 an zusätzlich durchgeführten Szenarien vorgenommen. Mit einer maximalen Abweichung von 8% bei $t = 500$ s liefert die analytische Lösung eine gute Beschreibung der a/c -Verhältnisse über der Risstiefe beliebiger Abkühlauern. Es ist weiterhin anzumerken, dass bei den überprüften Szenarien eine von 545°C abweichende Anfangstemperatur vorliegt. Somit bestätigt Abb. 54 das Vorliegen eines linearen Zusammenhangs zwischen dem a/c -Verhältnis und der Risstiefe für sowohl beliebige End- als auch Anfangstemperaturen.

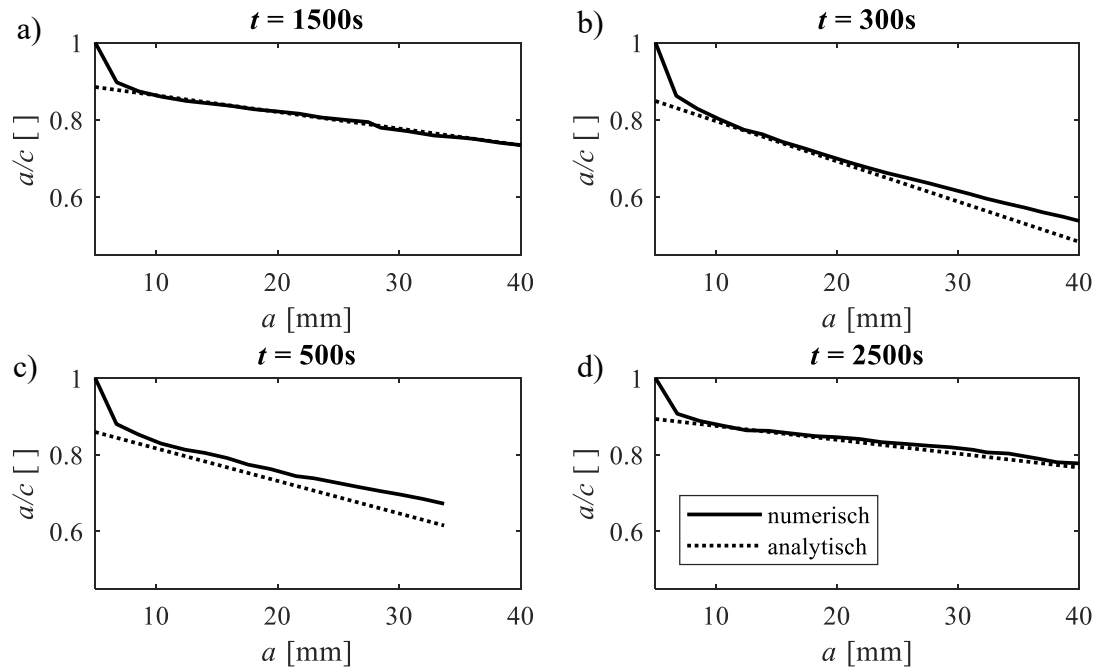


Abb. 54: Vergleich numerisch und analytisch bestimmter a/c -Verläufe für

- a) $t = 1500s$, b) $t = 300s$,
 c) $t = 500s$ und d) $t = 2500s$

5.2 Einfluss des a/c -Verhältnisses

Um die Abhängigkeit des SIF von der transienten Temperaturbelastung für beliebige Risskonfigurationen, welche sich nicht aus dem realistischen Rissfortschritt ergeben, zu untersuchen, wurden quasi-statische Simulationen einzelner Risstiefen ($a = [2; 5; 10; 20; 30]$) und a/c -Verhältnisse ($a/c = [0,5; 0,75; 1]$) durchgeführt. Exemplarisch für Szenario V3 sind die SIF-Verläufe der unterschiedlichen a/c -Verhältnisse am tiefsten Punkt der Rissfront in Abb. 55 für die Platte dargestellt. Alle Kurven zeigen einen in ähnlicher Form steigenden Verlauf, wobei kleinere Seitenverhältnisse zu höheren SIF führen.

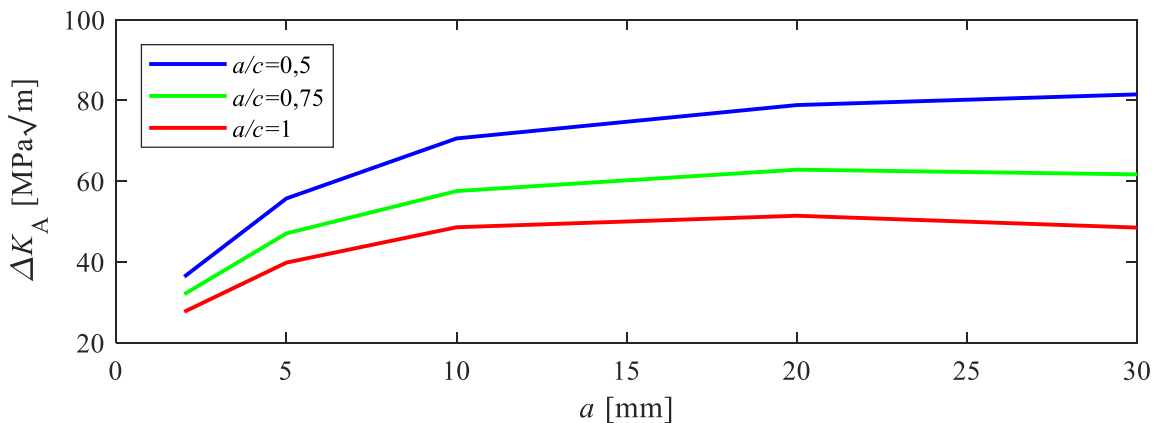


Abb. 55: Kurven der numerisch ermittelten SIF in Abhängigkeit des a/c -Verhältnisses (Szenario V3) [94]

Eine Betrachtung der SIF für die einzelnen Risstiefen über dem a/c -Verhältnis für die Szenarien V3 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 180$ s) und V4 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800$ s) zeigt in Abb. 56 unabhängig von der thermischen Belastung einen linearen Zusammenhang zwischen SIF und Seitenverhältnis. Ein solcher Zusammenhang konnte auch beim Hohlzylinder an exemplarisch simulierten Szenarien festgestellt werden (Abb. 57), wobei die Rissbreite über den betroffenen Kreisbogen der Zylinderinnenseite definiert ist.

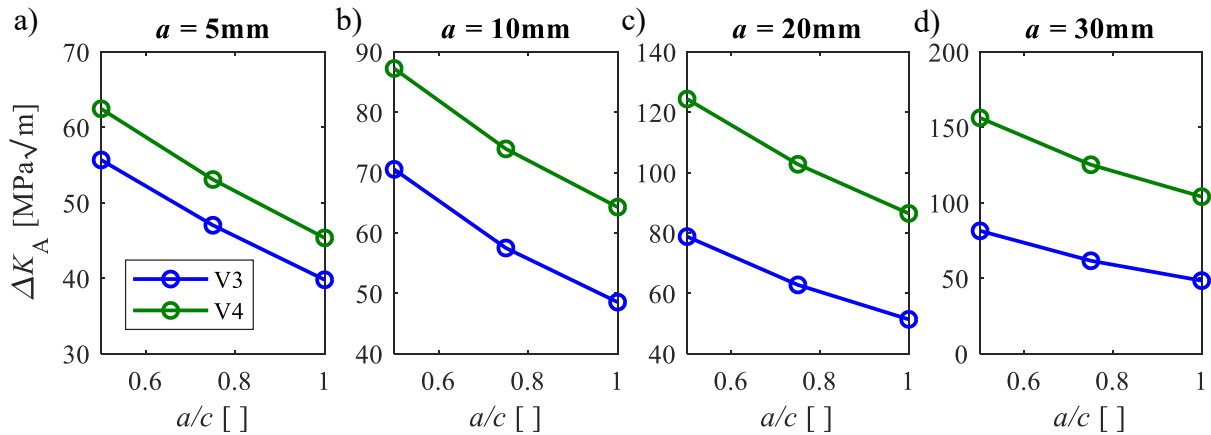


Abb. 56: Numerisch ermittelte SIF des tiefsten Punktes der Rissfront für V3 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 180$ s) und V4 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800$ s) in Abhängigkeit des a/c -Verhältnisses aufgeschlüsselt nach der Risstiefe [94]

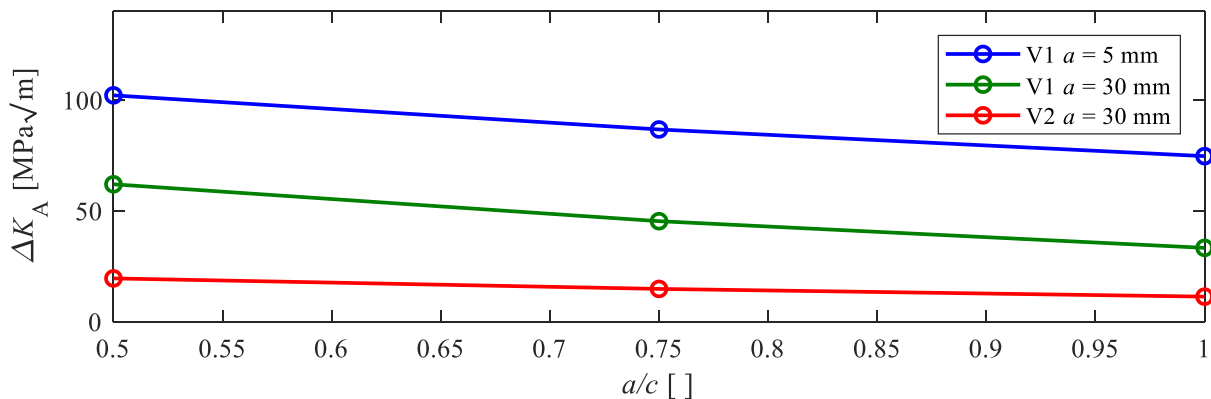


Abb. 57: Numerisch ermittelte SIF des tiefsten Punktes der Rissfront in Abhängigkeit des a/c -Verhältnisses exemplarisch für V1 ($T_{\text{end}} = 50^\circ\text{C}$; $t = 180$ s), V2 ($T_{\text{end}} = 50^\circ\text{C}$; $t = 1800$ s) und Beispielsrisstiefen

5.3 Einfluss der Wanddicke

Einen weiteren Einfluss auf den SIF stellt die Wanddicke d dar, welche für die Platte variiert wurde. Die an den Szenarien V1-V4 zusätzlich untersuchten Wanddicken sind 50 mm und 80 mm. Identisch zu den vorangegangenen Simulationen wurde die Einbringung des initialen Risses für alle Wanddicken vorgenommen.

Am Beispiel des Belastungsfalls V2 zeigt ein Vergleich der numerisch ermittelten SIF-Verläufe für den tiefsten Punkt der Rissfront, dass Unterschiede zwischen den Kurven der einzelnen Dicken erst mit fortschreitendem Risswachstum auftreten (Abb. 58) und sich ledig-

lich in unterschiedlichen Anstiegen ausdrücken. Die größten SIF treten bei der geringsten Wanddicke auf.

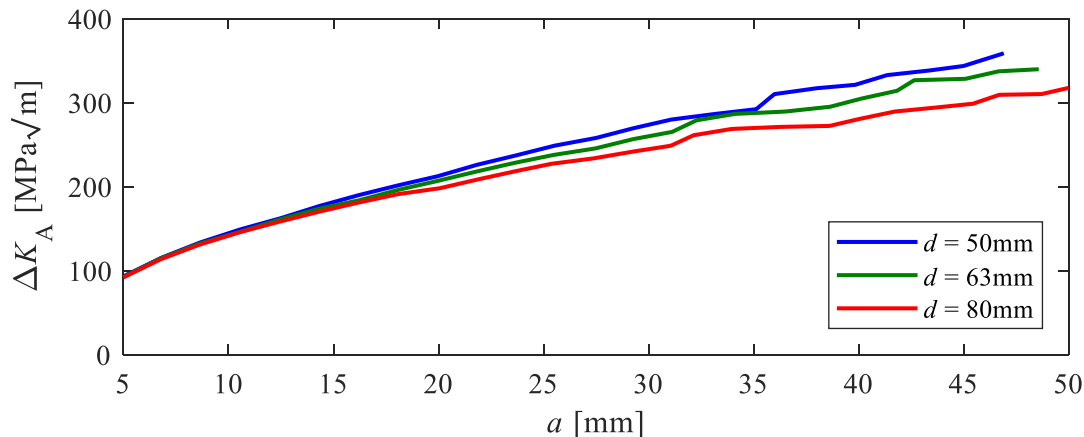


Abb. 58: Vergleich der SIF-Verläufe bei unterschiedlichen Wanddicken der Platte für Szenario V2

Für Szenario V2 ($T_{\text{end}} = 50^\circ\text{C}$) wurde darüber hinaus der Einfluss der Wanddicke auf die Oberflächentemperatur an der temperaturbelasteten Wandseite untersucht. Die Ergebnisse sind in Tab. 5 zu sehen. Je größer die Wandstärke ist, desto höher ist die Wandtemperatur. Das bedeutet, dass bei identischer vorgegebener Endtemperatur und Abkühldauer des Mediums eine dickere Materialstärke zu einem langsameren Abkühlen des Bauteils auf die gewünschte Temperatur führt. Der Zusammenhang zwischen Wanddicke und Oberflächentemperatur T_W ist bei einem Wärmeübergangskoeffizienten von $10.000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ linear und lässt sich über

$$T_W = 0,123 \cdot d + 49,30 \quad (53)$$

beschreiben.

Tab. 5: Wandtemperatur am Ende der Simulation von V2 bei unterschiedlichen Wanddicken

Wanddicke [mm]	40	50	63	80
Wandtemperatur [°C]	54,22	55,41	57,03	59,15

5.4 Einfluss des Wärmeübergangskoeffizienten

Eine weitere spezifische Größe für die durchgeführten Simulationen ist der Wärmeübergangskoeffizient. Dieser wurde mit $10.000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ sehr hoch angesetzt, um zu untersuchen, welchen Einfluss schnelle Abfahrvorgänge durch das Einströmen kalter Luft auf das Ermüdungsrisswachstum besitzen. Diese Größenordnung ist aktuell jedoch nur bei Notabschaltungen oder im Vollastbetrieb vorzufinden. Am Lehrstuhl für Technische Thermodynamik (LTT) der Universität Rostock wurde im Rahmen des Projektes THERRI eine Simulation des Frischdampfverhaltens bei einem gewöhnlichen Abfahrvorgang durchgeführt [95]. Für diese ist in Abb. 59 der zeitliche Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten am Kesselaustritt dargestellt. Bei einem gewöhnlichen Vollastbetrieb liegt ein α von näherungsweise

10.000 W/(m²K) vor, welcher infolge der Einleitung des Teillast- und Abfahrbetriebs auf etwa 1000 W/(m²K) sinkt. Aus diesem Grund wurden weitere Werte für den Wärmeübergangskoeffizienten am Beispielszenario V4 an der Platte angewandt. Dabei wurde der Wert für α jeweils als konstant angenommen.

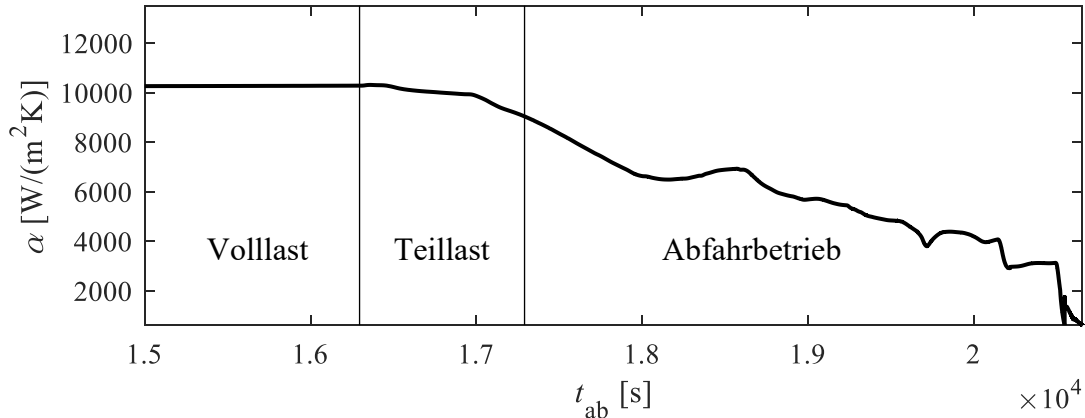


Abb. 59: Zeitlicher Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten am Kesselaustritt (Daten des LTT)

Abb. 60 zeigt den Einfluss der unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten auf die maximale und minimale Spannung bzw. Bauteiltemperatur und somit also auf die Spannungs- bzw. Temperaturdifferenz zwischen den beiden Seiten der Platte. Es ist zu erkennen, dass ein Abkühlen des Bauteils um mehr als 10°C innerhalb der Abkühldauer von 1800 s erst oberhalb eines Wärmeübergangskoeffizienten von 100 W/(m²K) vorliegt (Abb. 60a). Entsprechend steigen die Spannungen ab diesem Wert markant an.

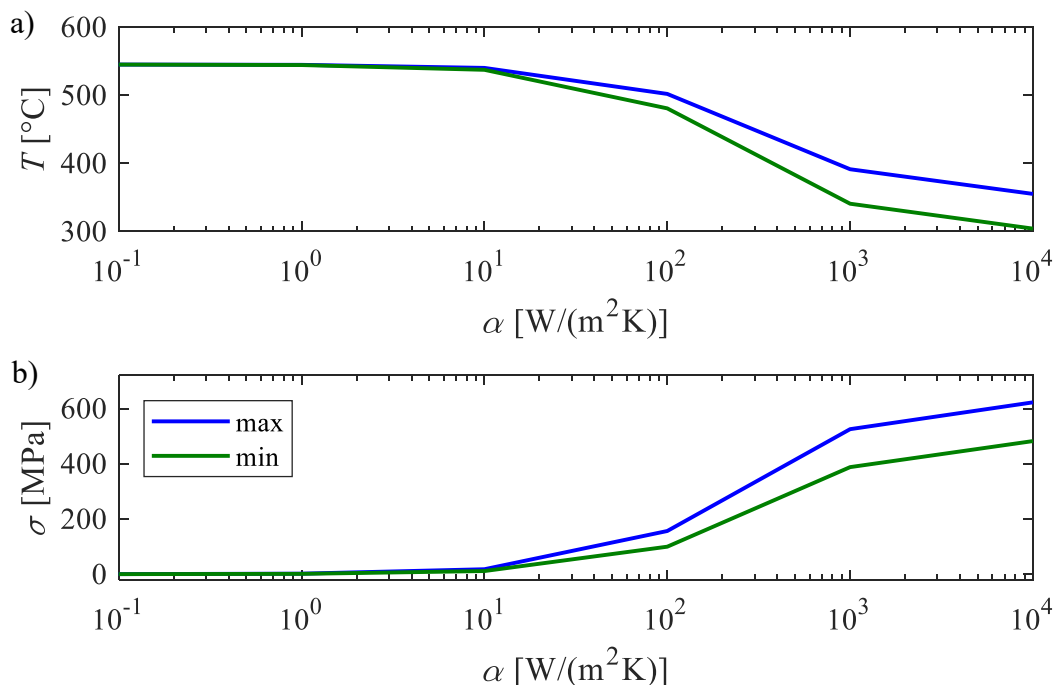


Abb. 60: Auswertung

a) der Temperatur und

b) der Spannung bei unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten in der Platte für Szenario V4 ($T_{end} = 300^{\circ}\text{C}$; $t = 1800\text{ s}$)

Das schlägt sich ebenfalls auf den SIF nieder. Abb. 61 zeigt die SIF-Verläufe infolge Risswachstums in der Platte bei angewandtem Szenario V4 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800 \text{ s}$) für die unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten. Aus den numerisch ermittelten Ergebnissen geht hervor, dass sich der SIF erwartungsgemäß bei großen α auf einem höheren Niveau befindet. Außerdem lässt sich ein steilerer Anstieg der Kurve feststellen.

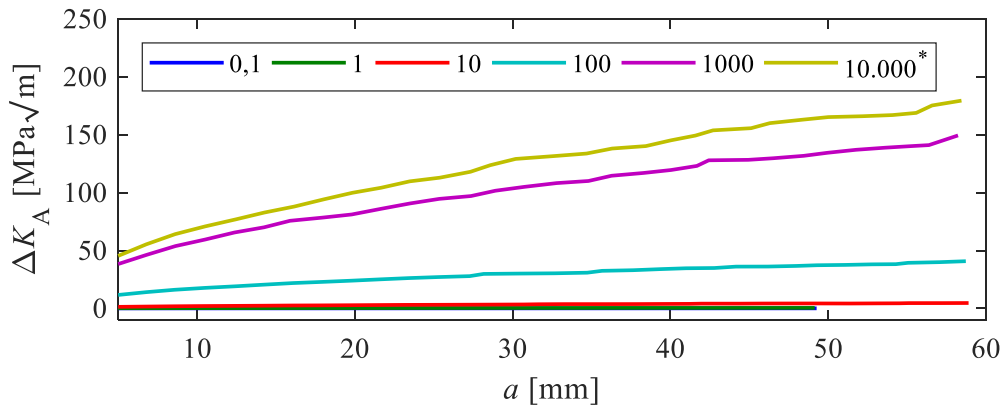


Abb. 61: Numerisch ermittelte SIF-Verläufe bei Anwendung unterschiedlicher Wärmeübergangskoeffizienten in der Platte für Szenario V4 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800 \text{ s}$) ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$; $^*[\text{W}/(\text{m}^2\text{K})]$)

6 ANALYTISCHE BESCHREIBUNG DES SIF-VERHALTENS BEI THERMISCHER BELASTUNG

Um unterschiedliche Belastungsszenarien hinsichtlich ihres bruchmechanischen Verhaltens mit möglichst geringem Aufwand zu untersuchen, ist es erforderlich, eine analytische Beschreibung des SIF-Verlaufs abzuleiten. In Kapitel 3.1.2 wurden bereits Möglichkeiten zur analytischen Beschreibung des SIF-Verlaufs im Kugelformstück unter mechanischer Belastung vorgestellt. Nachfolgend soll auf die thermische Belastung eingegangen werden. Basis der analytischen Beschreibungen sind die in Kapitel 4 und 5 durchgeführten numerischen Untersuchungen. Für die Entwicklung der Gleichungen wurde auf die Software MATLAB R2017b zurückgegriffen. Das Programm wurde verwendet, um die Stützwerte der einzelnen numerisch ermittelten SIF in Vektoren und Cell-Arrays zu systematisieren. Zudem wurden neu definierte bzw. aus den Ergebnissen abgeleitete Größen für die weitere Auswertung in neuen Vektoren sortiert abgespeichert. Zur Bestimmung der in diesem Kapitel vorgestellten Koeffizienten von Polynomfunktionen wurde die im Programm implementierte Curve-Fitting-Funktion „polyfit“ unter Vorgabe des gewünschten Polynomgrades und der zu beschreibenden Stützwerte genutzt. Lagen bei einer Funktion dritten oder vierten Grades weniger als fünf Stützwerte vor, wurden durch lineare Interpolation zusätzliche Wertepaare erzeugt und ergänzt. Hintergrund dieser Erweiterung der Vektoren ist es, die Bestimmung von Koeffizienten, welche mehrere lokale Extrempunkte im betrachteten Wertebereich beschreiben, zu vermeiden. Die Ermittlung von Anstiegen und Achsenabschnitten linearer Zusammenhänge erfolgte über zwei Stützwerte. Zu diesem Zweck wurde eine eigene MATLAB-Funktion erstellt. Alle bestimmten Parameter sind dabei auf das Einsetzen der Risstiefe in mm, der Temperaturen in °C und der Zeit in s ausgelegt, um das Ergebnis für den SIF in $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ zu erhalten.

6.1 SIF-Verhalten für sich einstellenden a/c -Verlauf

In einer ersten Variante soll das SIF-Verhalten bei einem sich während der Rissfortschrittssimulation einstellenden a/c -Verlauf beschrieben werden. Die analytische Beschreibung kann dabei analog zu einer linearen Funktion aufgebaut werden:

$$\Delta K(a, t, T_{\text{end}}) = V_1(t, T_{\text{end}}) \cdot G_T(a) + \Delta K_1(T_{\text{end}}, t) \quad (54).$$

Dabei ist $G_T(a)$ eine Funktion zur Beschreibung des grundsätzlichen SIF-Verlaufs über der Risstiefe bei einer thermischen Belastung im jeweiligen Bauteil (siehe Abb. 43, Abb. 46 und Abb. 47). V_1 stellt eine von der Endtemperatur und Abkühldauer abhängige Funktion dar, welche das Verhältnis aus der Grundfunktion G_T und dem jeweils gewünschten Szenario beschreibt. Entsprechend Abb. 62a) verändert dieses Verhältnis die Form der Grundfunktion. ΔK_1 ist ebenfalls eine von T_{end} und t abhängige Funktion, die den SIF des initialen Risses wiedergibt. Sie verschiebt die Kurve wie in Abb. 62b) dargestellt auf das zum Szenario gehörige Niveau (siehe Kapitel 5.1).

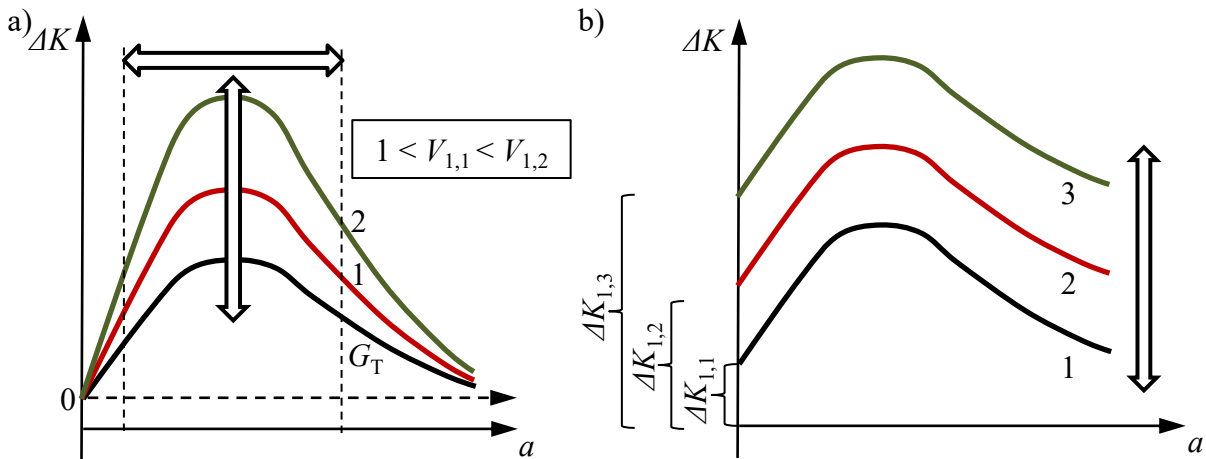


Abb. 62: Schematische Darstellung zum Einfluss von
 a) V_1 und
 b) ΔK_1 auf den SIF-Verlauf [94]

Um die analytische Beschreibung zusätzlich von der Wanddicke und der Anfangstemperatur abhängig zu machen, kann die Lösung um einen anfangstemperaturabhängigen Quotienten sowie eine wanddickenabhängige Funktion $f(d)$ ergänzt werden:

$$\Delta K(a, t, T_{\text{end}}, T_0, d) = \Delta K(a, t, T_{\text{end}}) \cdot \frac{T_0 - T_{\text{end}}}{545^\circ\text{C} - T_{\text{end}}} \cdot f(a, d) \quad (55)$$

6.1.1 Herleitung der analytischen Beschreibung

Um die Grundfunktion $G_T(a)$ der jeweiligen Kurvenschar (Abb. 43, Abb. 46 und Abb. 47) zu bestimmen, wurde in diesem Fall exemplarisch der Verlauf für Szenario V5 ($T_{\text{end}} = 50^\circ\text{C}$; $t = 900$ s) ausgewertet. Dieser wurde zunächst auf $0 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ verschoben, indem von jedem einzelnen Wert der Kurve der SIF des Initialrisses ΔK_1 subtrahiert wurde:

$$\Delta K_{\text{trans}} = \Delta K - \Delta K_1 \quad (56)$$

Dieser ΔK_{trans} -Verlauf lässt sich für die Platte entsprechend Abb. 63 mittels einer Polynomfunktion dritten Grades beschreiben:

$$G_T(a) = C_{G,1} \cdot a^3 + C_{G,2} \cdot a^2 + C_{G,3} \cdot a + C_{G,4} \quad (57)$$

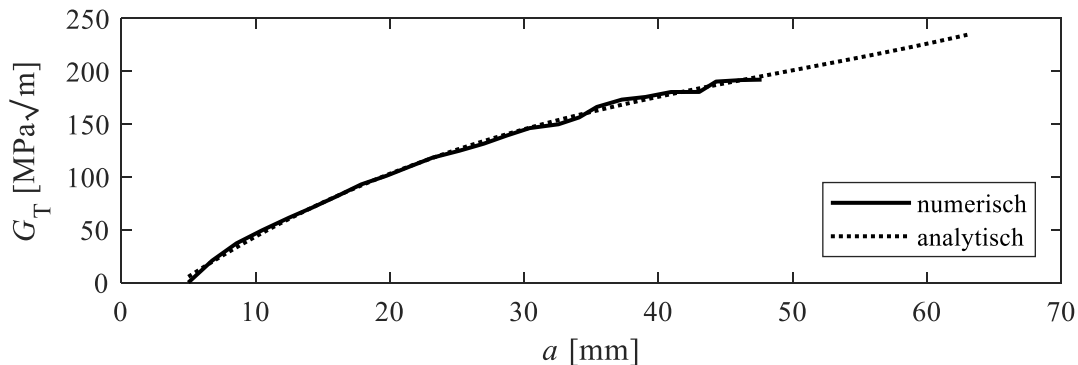


Abb. 63: Auf Basis des numerisch ermittelten SIF-Verlaufs von V5 abgeleitete analytische Lösung für die Grundfunktion G_T in der Platte

Wie in Kapitel 5.1 bereits erwähnt wurde, weicht der grundsätzliche SIF-Verlauf in der Platte (Abb. 47) von denen im Kugelformstück (Abb. 43) und im Hohlzylinder (Abb. 46) ab. Dennoch lassen sich die zugehörigen Grundfunktionen G_T über Gl. (57) beschreiben. Die Koeffizienten $C_{G,1}$ - $C_{G,4}$ sind für alle Bauteile Tab. A2 zu entnehmen.

Für die Bestimmung der Funktion V_1 wurden die SIF-Verläufe aller weiteren Szenarien in analoger Weise zu V5 auf null verschoben. Definiert ist V_1 über

$$V_1 = \frac{m_i}{m_G} \quad (58)$$

mit dem Anstieg der Grundfunktion

$$m_G = \frac{G_T(a_{\min}) - G_{T,\max}}{a_{\min} - a(G_{T,\max})} \quad (59)$$

und den Anstiegen der einzelnen numerisch ermittelten $\Delta K_{\text{trans}}(a)$ -Kurven

$$m_i = \frac{\Delta K_{\text{trans}}(a_{\min}) - \Delta K_{\text{trans,max}}}{a_{\min} - a(\Delta K_{\text{trans,max}})} \quad (60)$$

entsprechend Abb. 64.

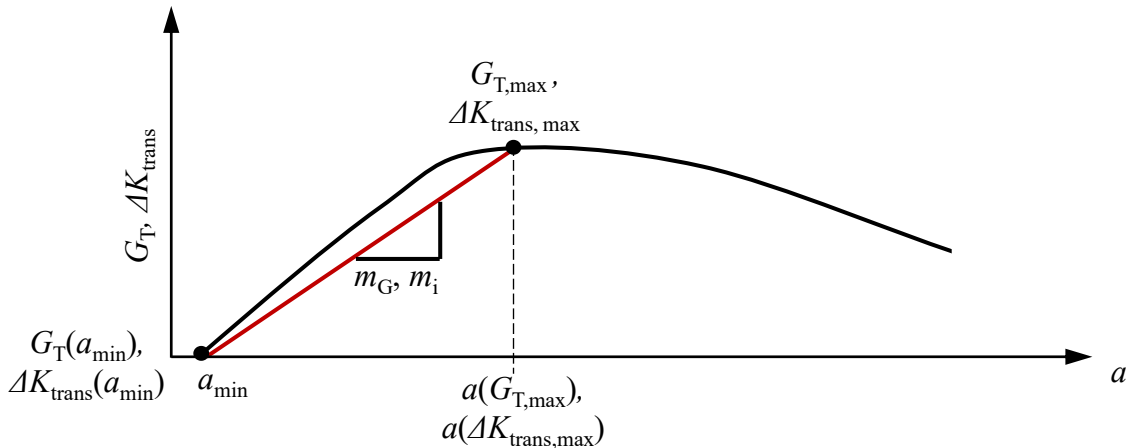


Abb. 64: Schematische Darstellung zur Bestimmung der Anstiege m_G und m_i nach (59) und (60) [94]

Werden die ermittelten Werte V_1 für die unterschiedlichen Szenarien nach der Endtemperatur sortiert und über der Abkühldauer dargestellt, erhält man eine Kurvenschar mit ähnlichem Verlauf (Abb. 65a). Dabei bewirken höhere Endtemperaturen kleinere Werte für das Verhältnis der Anstiege. Eine Beschreibung der Schar ist über ein Polynom dritten Grades in Abhängigkeit der Abkühldauer möglich:

$$V_1(t, T_{\text{end}}) = C_{V1,1}(T_{\text{end}}) \cdot t^3 + C_{V1,2}(T_{\text{end}}) \cdot t^2 + C_{V1,3}(T_{\text{end}}) \cdot t + C_{V1,4}(T_{\text{end}}) \quad (61)$$

Daraus ergeben sich vier Funktionen zur Beschreibung der Koeffizienten $C_{V1,1}$ bis $C_{V1,4}$ in Abhängigkeit von T_{end} :

$$C_{V1,i}(T_{\text{end}}) = m_{CV1,i} \cdot T_{\text{end}} + n_{CV1,i} \quad (62)$$

An dieser Stelle wurde die Vereinfachung durch die Verwendung einer Geradengleichung vorgenommen. In Abb. 65 sind für die Platte sowohl die numerisch mittels Gl. (58) bis Gl. (60) (durchgezogene Linie) als auch die analytisch entsprechend Gl. (61) und Gl. (62)

(gestrichelte Linie) bestimmten Kurven für V_1 und die zugehörigen Koeffizientenverläufe zu sehen.

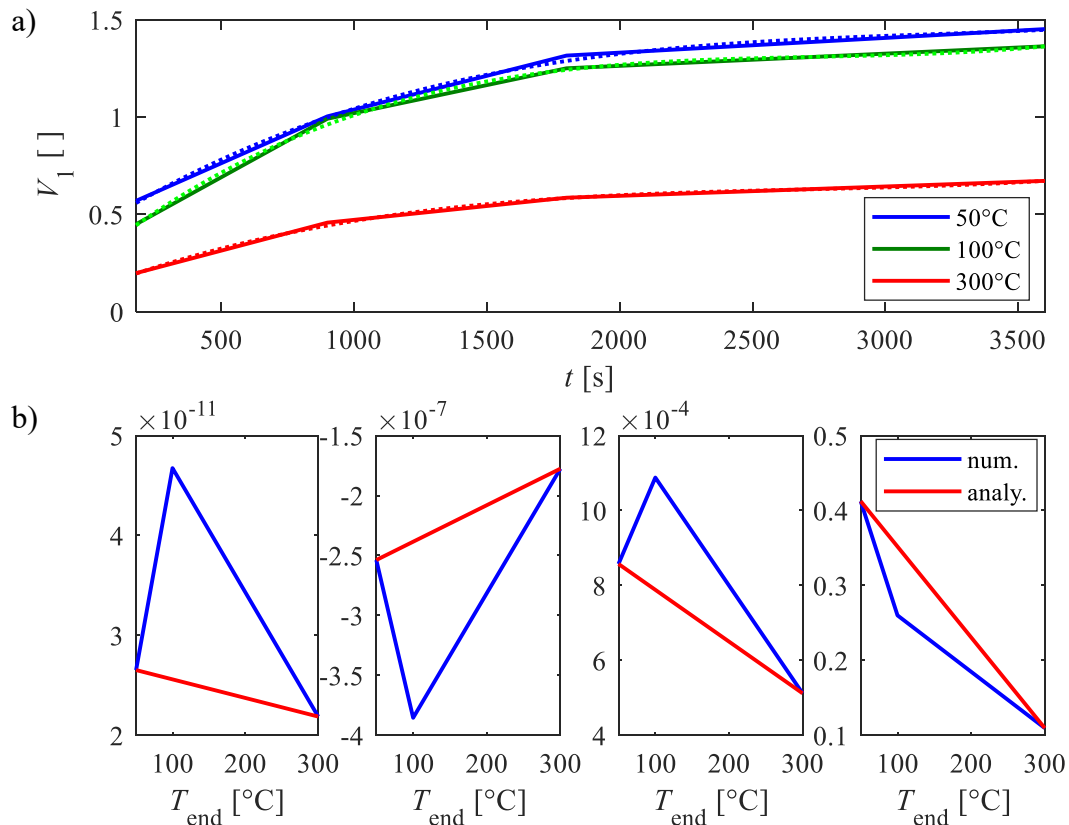


Abb. 65: a) V_1 -Kurven für die unterschiedlichen Endtemperaturen in der Platte und
 b) Verhalten der zugehörigen Koeffizienten $C_{V1,1}$ - $C_{V1,4}$

Auch für den Hohlzylinder (Abb. 66) und das Kugelformstück (Abb. 67) lassen sich diese Zusammenhänge mit den vorgestellten Gleichungen beschreiben. Die für die jeweiligen Bauteile bestimmten Koeffizienten sind Tab. A3 im Anhang zu entnehmen. Im Unterschied zur Platte sinken die V_1 -Kurven des Hohlzylinders und des Kugelformstücks mit größer werdender Abkühldauer. Dies ist damit zu begründen, dass der SIF in der gelagerten Platte entsprechend Kapitel 5.1 im Gegensatz zu den beiden anderen Bauteilen mit größer werdender Abkühldauer wächst. Bei einem für das jeweilige Bauteil konstantem Bezugswert m_G resultieren daraus nach Gl. (58) die dargestellten Kurvenverläufe (Abb. 65a) bzw. Abb. 66 und Abb. 67).

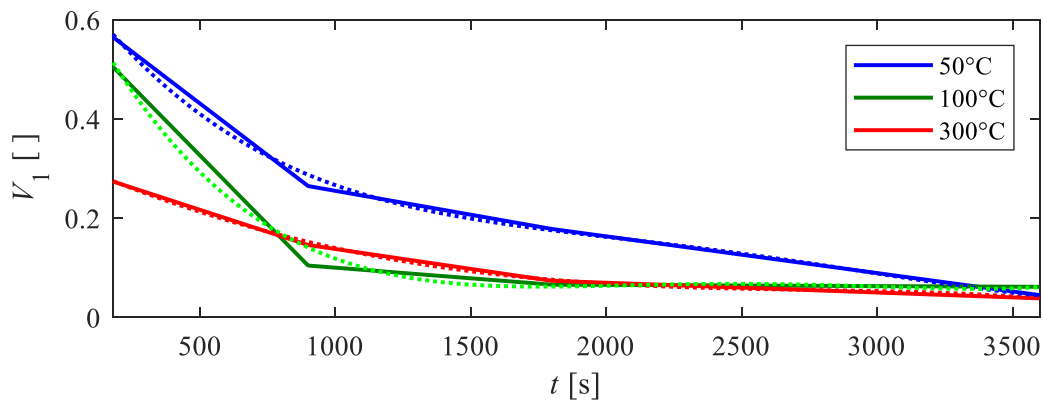


Abb. 66: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (--) bestimmten Kurvenverläufe für den Anstieg V_1 des Hohlzylinders bei unterschiedlichen Endtemperaturen [94]

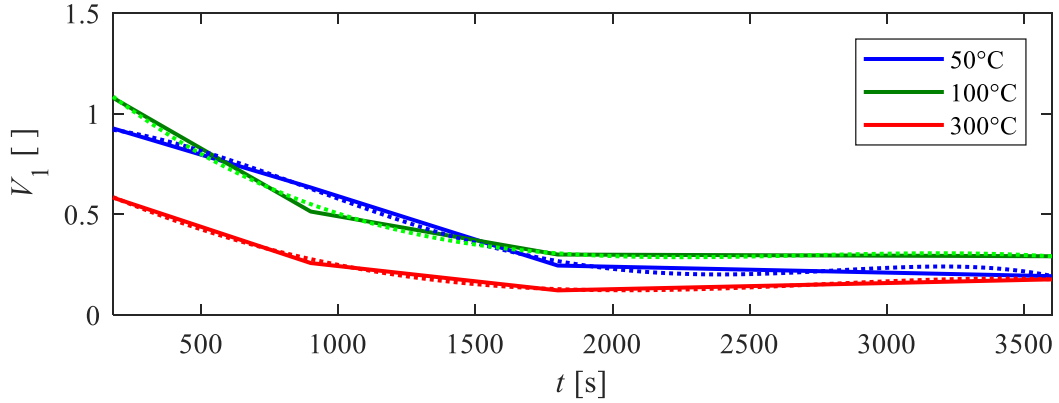


Abb. 67: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (--) bestimmten Kurvenverläufe für den Anstieg V_1 des Kugelformstücks bei unterschiedlichen Endtemperaturen

Weiterhin wird die Entwicklung des Wertes ΔK_1 des jeweiligen Initialrisses über Gl. (63) bis Gl. (65) beschrieben. In Abhängigkeit der Abkühldauer lassen sich der Anstieg und der Achsenabschnitt des wie bereits in Kapitel 4 und 5 erwähnten linearen Zusammenhangs zwischen ΔK_1 und T_{end} (siehe Abb. 68a) ebenfalls über Funktionen beschreiben (siehe Abb. 68b) und c). Somit können die Kurven für die unterschiedlichen Abkühlzeiten wie folgt zusammengefasst werden:

$$\Delta K_1(T_{\text{end}}, t) = m_{\Delta K_1}(t) \cdot T_{\text{end}} + n_{\Delta K_1}(t) \quad (63)$$

$$m_{\Delta K_1}(t) = C_{m\Delta K,1} \cdot t^4 + C_{m\Delta K,2} \cdot t^3 + C_{m\Delta K,3} \cdot t^2 + C_{m\Delta K,4} \cdot t + C_{m\Delta K,5} \quad (64)$$

$$n_{\Delta K_1}(t) = C_{n\Delta K,1} \cdot t^4 + C_{n\Delta K,2} \cdot t^3 + C_{n\Delta K,3} \cdot t^2 + C_{n\Delta K,4} \cdot t + C_{n\Delta K,5} \quad (65)$$

Die Beschreibung der Graphen für $m_{\Delta K_1}$ und $n_{\Delta K_1}$ erfolgt über Polynome vierten Grades, da der Stützwert $t = 3600$ s bei niedrigerer Ordnung einen Wendepunkt darstellt. Dies würde die Anwendbarkeit der Gleichung zusätzlich einschränken. Aus den Kurven geht außerdem hervor, dass sich die Werte von $m_{\Delta K_1}$ bzw. $n_{\Delta K_1}$ für $t = 180$ s lediglich um 10 % bzw. 14 % von den Werten für $t = 3600$ s unterscheiden. Die Abweichungen nehmen mit steigender Abkühldauer ab.

Da sich gezeigt hat, dass für den Hohlzylinder und das Kugelformstück ähnliche Zusammenhänge bestehen wie für die Platte, wurde das für die Platte beschriebene Verfahren zur Bestimmung der analytischen Lösung in MATLAB automatisiert (Anhang 11.5). Diese Automatisierung ermöglicht die Ermittlung der Koeffizienten für die Gleichungen (54)-(65) aus den numerisch ermittelten SIF und zugehörigen Risstiefen der vorgegebenen zwölf Szenarien für beliebige Bauteilgeometrien (Tab. A4 im Anhang). Die Ergebnisse gelten jedoch zunächst für die bei den Untersuchungen vorliegenden Bauteilgeometrien mit einer Wanddicke $d = 63$ mm.

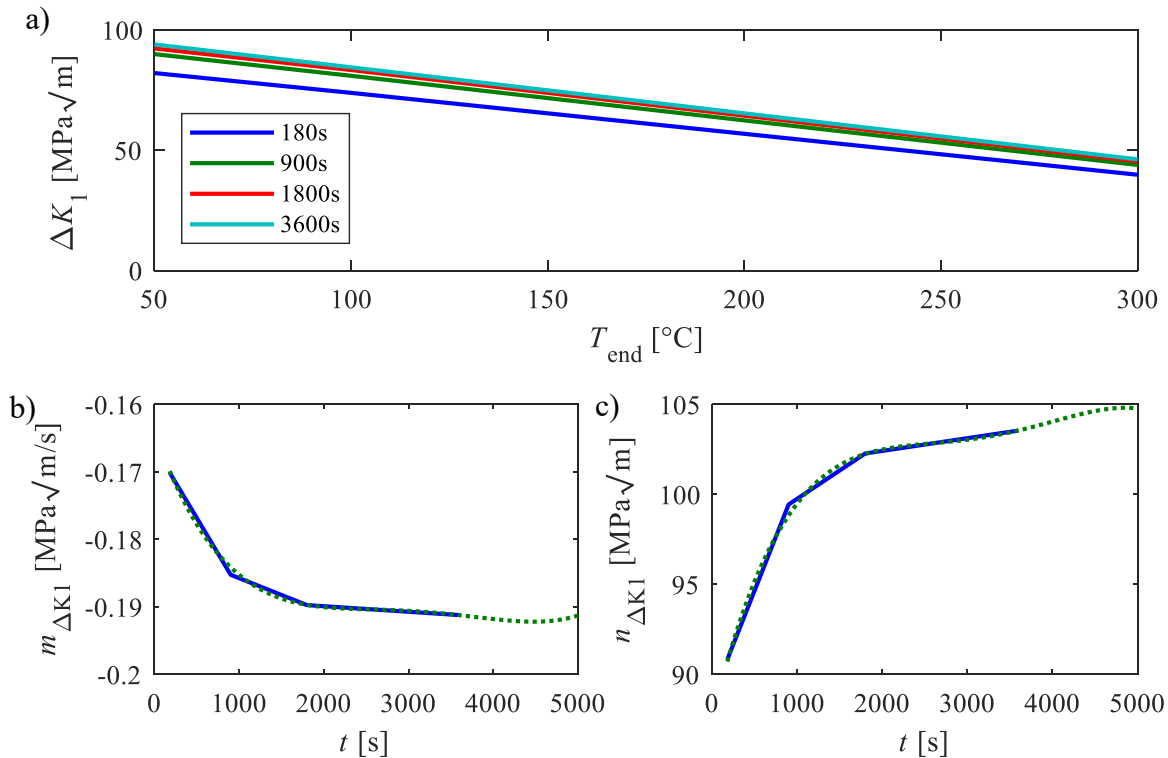


Abb. 68: a) $\Delta K_I(T_{end})$ -Kurven der Abkühlauern in der Platte und zugehörige Graphen des
b) Anstiegs und
c) Achsenabschnitts

Zur Ableitung einer analytischen Beschreibung des Zusammenhangs zwischen SIF und Wanddicke $f(d)$, welche sich in die vorgestellte Lösung integrieren lässt, wurde zunächst das Verhältnis der SIF der weiteren Wanddicken und der Ausgangswanddicke von 63 mm für die unterschiedlichen Szenarien in der Platte ausgewertet (Abb. 69). Über die Risstiefe ergibt sich ein nahezu belastungsfallunabhängiger Verlauf. Aus diesem Grund wurde zusätzlich eine Regressionsgerade („reg“) in die Kurvenschar der jeweiligen Wanddicken gelegt, welche die Ergebnisse aller Szenarien zusammenfassen soll:

$$f(a, d) = m_{reg}(d) \cdot a + n_{reg}(d) \quad (66)$$

Der Achsenabschnitt n_{reg} folgt dabei aus der Festlegung, dass der Kurvenwert bei der initialen Risstiefe 1 betragen soll.

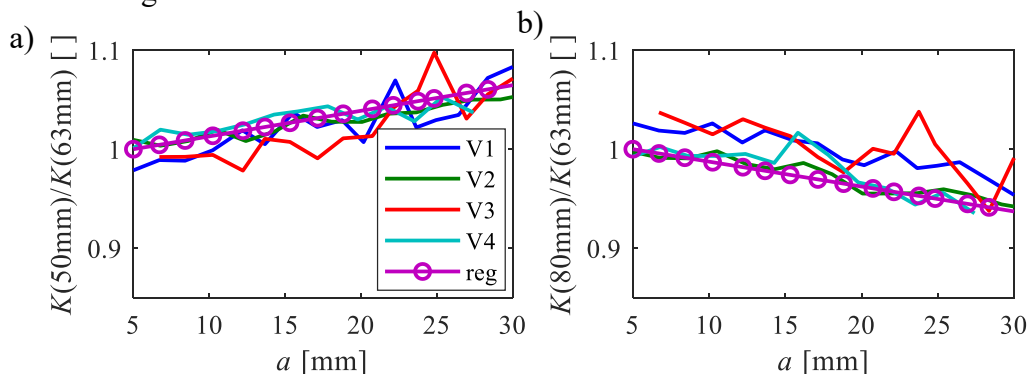


Abb. 69: Verhältnis der Spannungsintensitätsfaktoren bei einer Wanddicke von
a) 50 mm und
b) 80 mm der Platte

Die neuen Größen m_{reg} und n_{reg} des linearen Zusammenhangs zwischen den SIF-Verhältnissen und der Risstiefe hängen von der Wanddicke ab. Um zu ermitteln, ob diese Abhängigkeit

nicht-linear ist, war die Untersuchung einer vierten Wanddicke, in diesem Fall $d = 40$ mm an Szenario V2 ($\Delta T = 545^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}$; $t = 1800$ s), erforderlich (Abb. 70).

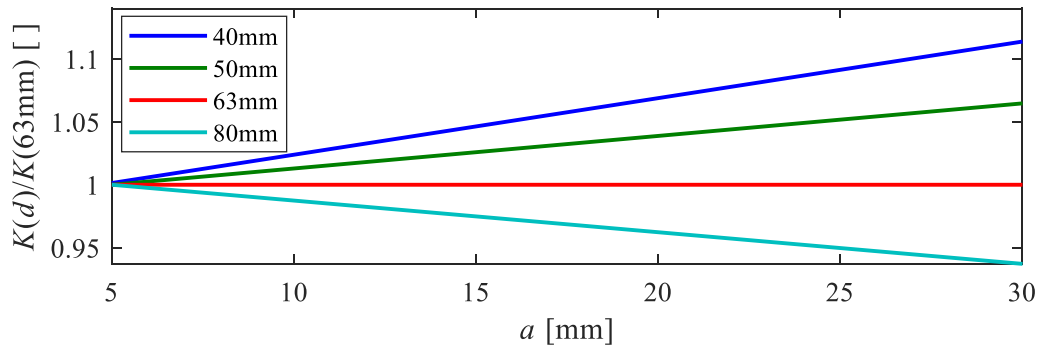


Abb. 70: Übersicht über die Regressionsgeraden der SIF-Verhältnisse bei verschiedenen Wanddicken in der Platte

Wie aus Abb. 71 hervorgeht, liegt ein nahezu linearer Verlauf von m_{reg} und n_{reg} vor. Da die Beschreibung der Kurvenschar unterschiedlicher Dicken die analytische Lösung für $d = 63$ mm erweitern soll, wurde die Kurve m_{reg} in zwei Geraden für die Bereiche $d/63 < 1$ und $d/63 > 1$ aufgeteilt:

Für $d/63 < 1$ gilt

$$m_{\text{reg}}(d) = -0,012 \cdot \frac{d}{63} + 0,012 \quad (67)$$

und für $d/63 > 1$

$$m_{\text{reg}}(d) = -0,009 \cdot \frac{d}{63} + 0,009 \quad (68)$$

Legt man die Gerade zur Beschreibung von n_{reg} durch den ersten und letzten Punkt aus Abb. 71b), ist der Wert $n_{\text{reg}}(d = 63 \text{ mm})$ näherungsweise 1. Das ist erforderlich, um die analytische Lösung nach Gl. (54) für $d = 63$ mm nicht zu beeinflussen. Darüber hinaus bewirkt der Achsenabschnitt lediglich eine Verschiebung der SIF-Kurve. Eine Abweichung des Anstiegs kann jedoch mit fortschreitendem Risswachstum zu größeren Abweichungen führen. Aus diesem Grund findet zur Beschreibung von n_{reg} keine Unterteilung der Beziehung in zwei Bereiche statt. Somit kann der Achsenabschnitt mit

$$n_{\text{reg}}(d) = 0,053 \cdot D + 0,945 \quad (69)$$

beschrieben werden.

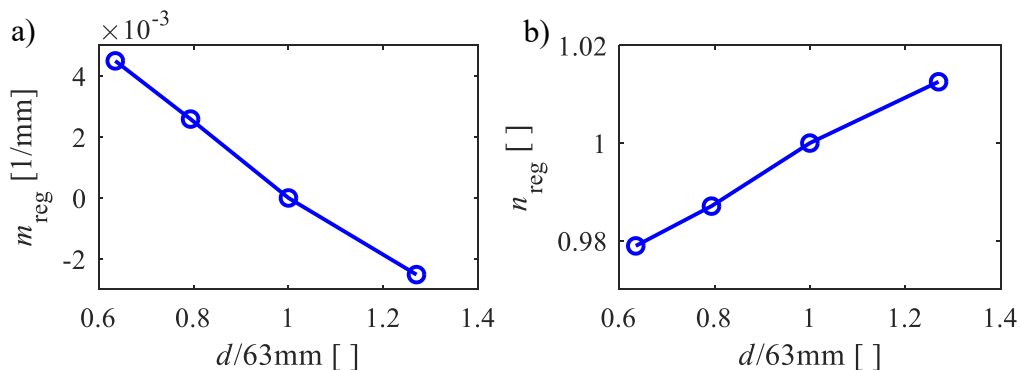


Abb. 71: Kurven der
a) Anstiege und
b) Achsenabschnitte der Regressionsgeraden in der Platte

6.1.2 Überprüfung der Methode zur analytischen SIF-Bestimmung

Die Überprüfung der zuvor abgeleiteten analytischen SIF-Lösung gelingt durch ein Einsetzen der ermittelten Parameter in die Gleichungen (55), (57) und (61) bis (69). Für die Platte führt dies für die zur Identifikation verwendeten Belastungsszenarien über der in der jeweiligen numerischen Simulation maximal erreichten Risstiefe zu den in Abb. 72 dargestellten Kurven (gestrichelte Linie). Das Resultat ist eine durchschnittliche Abweichung der Ergebnisse von unter 10%. Dabei liegen die analytisch ermittelten Ergebnisse fast ausschließlich unter der der numerisch ermittelten Lösung. Damit ist die Lösung nichtkonservativ. Dies ist bei der Berechnung der Restlebensdauer und Festlegung der Inspektionsintervalle zu berücksichtigen.

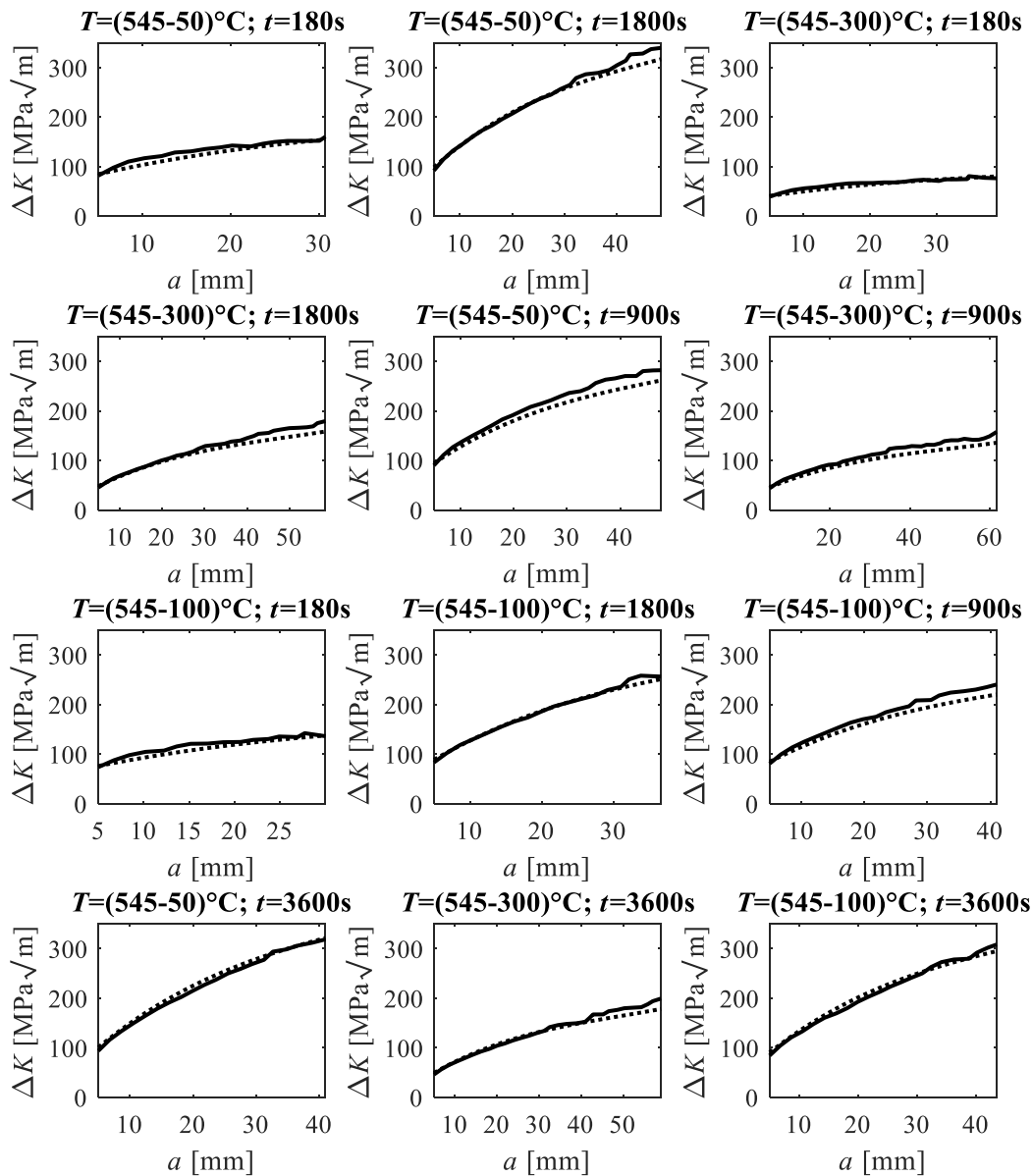


Abb. 72: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (- -) ermittelten SIF-Lösungen der zwölf Szenarien in der Platte ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$)

Um zu überprüfen, ob die Gleichung auch für andere Szenarien gute Ergebnisse liefert, wurden vier weitere Belastungen untersucht. Neben der Endtemperatur und Abkühlgeschwindigkeit

keit wurde zudem die Anfangstemperatur variiert. Wie Abb. 73 zeigt, liegen gute Übereinstimmungen vor.

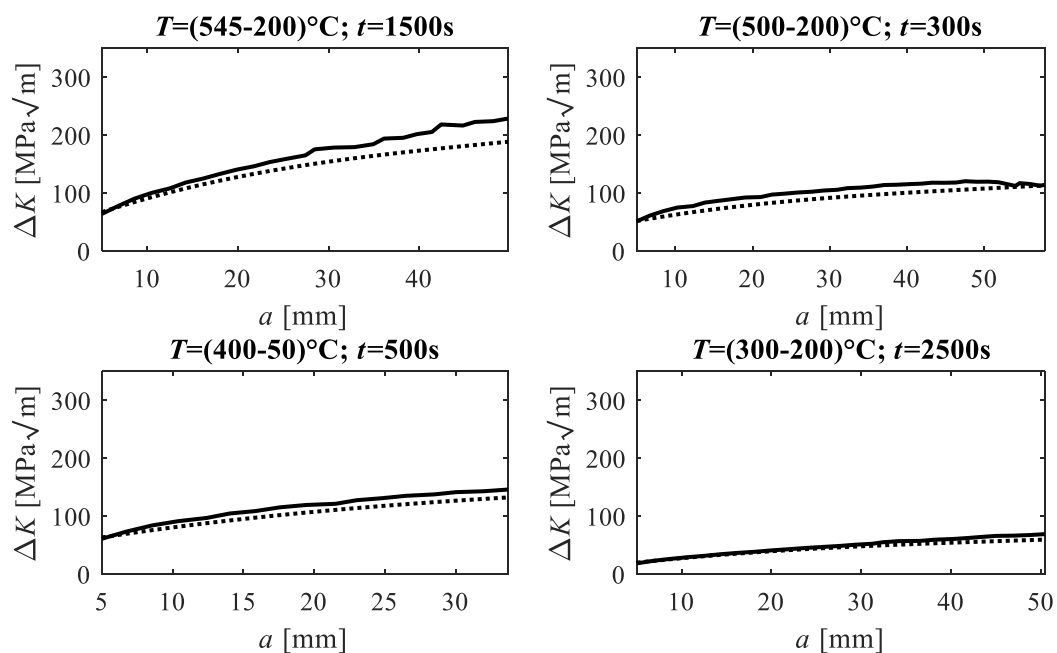


Abb. 73: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (--) ermittelten SIF-Lösungen für die zusätzlichen Szenarien in der Platte ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$) [94]

6.1.2.1 Anwendbarkeit der Methodik auf weitere Geometrien

Die in Kapitel 6.1.1 vorgestellten Gleichungen zur Beschreibung des SIF in Abhängigkeit thermischer Belastung wurden ebenfalls auf den Hohlzylinder und das Kugelformstück angewandt. Die Automatisierung der Methode führt für beide Bauteile zu ähnlich guten Ergebnissen wie bei der Platte (Abb. 75 und Abb. 74). Dies bestätigt das Vorliegen der abgeleiteten Zusammenhänge.

Wegen der nicht-selbstähnlichen Rissausbreitung ist im Kugelformstück jedoch zu beachten, dass die Lösung an den Initialriss ($a_0 = 5 \text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$) gebunden ist. Eine abweichende Rissgeometrie kann zu einem deutlich anderen Rissverlauf führen, womit die Lösung nicht mehr anwendbar ist.

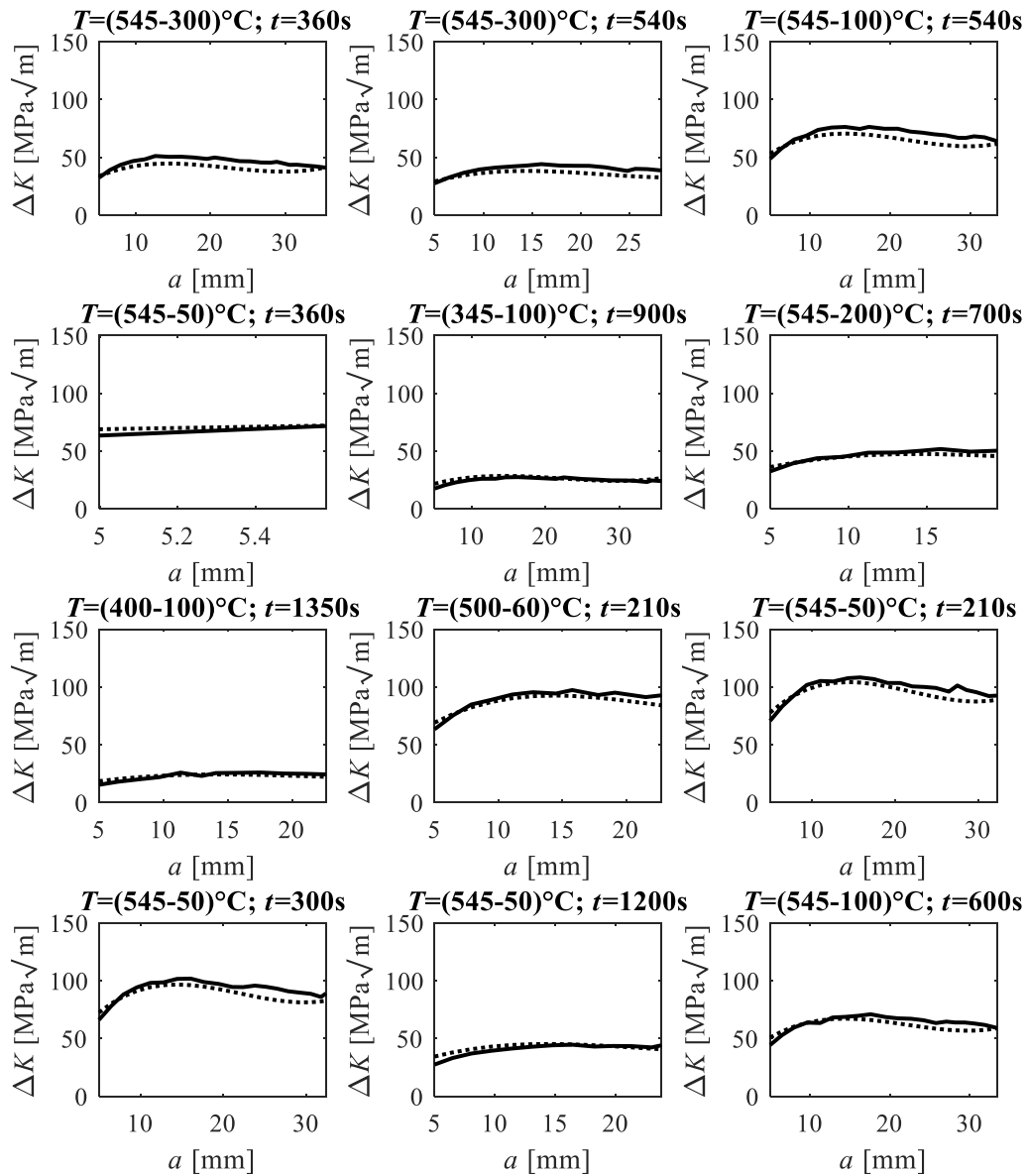


Abb. 74: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (--) ermittelten SIF-Lösungen für die zusätzlichen Szenarien im Kugelformstück ($a_0 = 5$ mm; $a_0/c_0 = 1$)

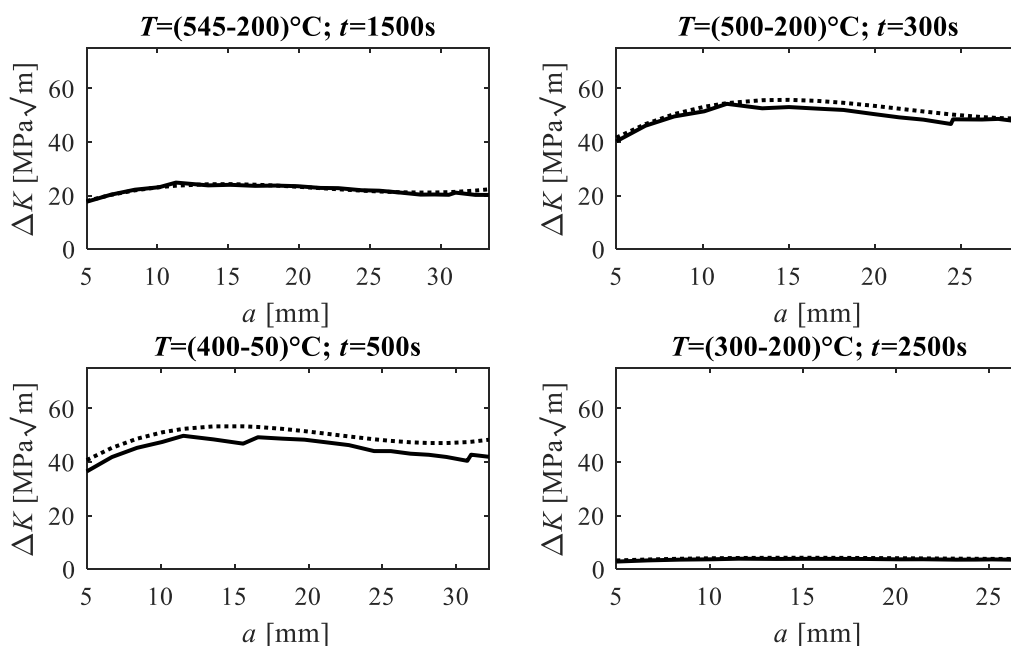


Abb. 75: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (--) ermittelten SIF-Lösungen für die zusätzlichen Szenarien im Hohlzylinder ($a_0 = 5$ mm; $a_0/c_0 = 1$) [94]

6.1.2.2 Variation der Plattenwanddicke

Zur Überprüfung der Gleichungen (66) bis (69) wurde das über die Regressionsgerade bestimmte SIF-Verhältnis $f(d)$ mit der numerisch und der analytisch bestimmten SIF-Lösung bei $d = 63$ mm multipliziert. In Abb. 76 ist für alle drei untersuchten Wanddicken zu sehen, dass die numerisch bestimmte Lösung (blaue Kurve) gut mit dem Produkt aus numerischer Lösung ($d = 63$ mm) und der Regressionsgeraden $f(d)$ (grüne Kurve) übereinstimmt. Die nach Gl. (55) komplett analytisch bestimmte Lösung (rote Kurve) unterscheidet sich leicht von den beiden anderen Kurven. Dies lässt sich mit der leichten Abweichung der Grundfunktion für $d = 63$ mm begründen.

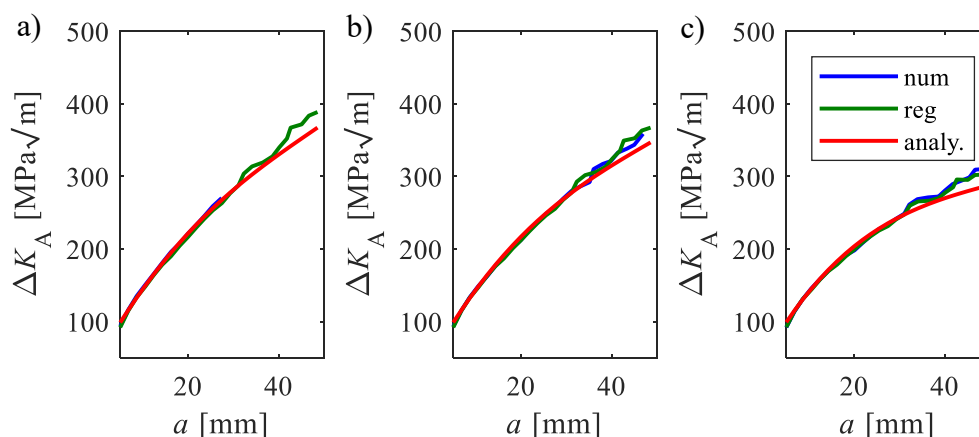


Abb. 76: Vergleich der numerisch (blau), halbanalytisch (grün) und analytisch nach Gl. (55) ermittelten SIF-Verläufe bei einer Wanddicke von
a) 40 mm,
b) 50 mm und
c) 80 mm ($a_0 = 5$ mm; $a_0/c_0 = 1$) am Beispiel von Szenario V2 ($T_{end} = 50$ °C; $t = 1800$ s)

Die numerisch ermittelten maximalen Risstiefen sind z.T. deutlich geringere als die Referenzlösung für $d = 63$ mm. Gerade große Risstiefen weisen jedoch größere Abweichungen zwischen numerisch und analytisch bestimmter SIF-Kurve auf. Wegen der geringen Unterschiede zwischen der halbanalytischen und numerischen Lösung und um dennoch eine Aussage über die Qualität der analytischen Lösung zu erhalten, wird in Abb. 77 die analytische mit der halbanalytisch ermittelten SIF-Lösung verglichen. Da alle halbanalytischen Lösung auf derselben numerischen SIF-Lösung basieren, ist ein exemplarischer Verlauf der Abweichungen für $d = 80$ mm ausreichend, um die gute Übereinstimmung zwischen numerisch und analytisch bestimmten SIF zu illustrieren. Die dargestellten Differenzen spiegeln dabei weniger den Einfluss der Wanddickenbeschreibung, sondern vielmehr die Beschreibbarkeit des SIF-Verhaltens unter thermischer Belastung nach Gl. (54) wieder. Unter Berücksichtigung von Abb. 76 bestätigen die geringen Abweichungen dennoch das beschriebene Vorgehen zur Berücksichtigung der Bauteildicke in der analytischen Beschreibung des SIF-Verlaufs.

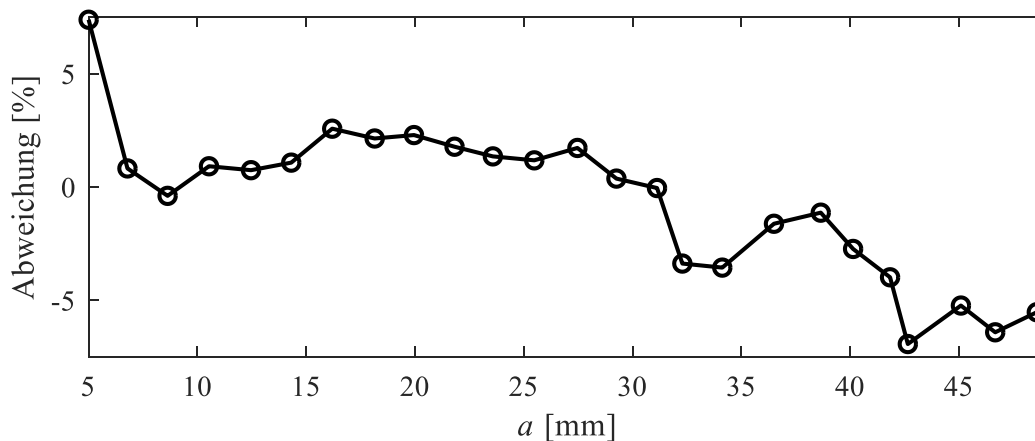


Abb. 77: Abweichung der halbanalytisch und analytisch bestimmten SIF-Lösungen von Szenario V2 bei $d = 80$ mm

6.1.2.3 Anwendung unterschiedlicher Wärmeübergangskoeffizienten

Um zu überprüfen, ob sich der Einfluss des Wärmeübergangskoeffizienten mithilfe der analytischen Gleichungen abbilden lässt, wurde für alle Belastungsszenarien mit einer Abkühldauer von 1800 s ein Vergleich der Endtemperaturen des Mediums und der in den Simulationen ermittelten Endtemperaturen an der Bauteiloberfläche der Platte vorgenommen. Es zeigte sich, dass in allen Fällen eine Temperaturdifferenz zwischen Medium und Bauteil von etwa 5°C vorliegt. Diese wurde auf die für V4 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800$ s) in den numerischen Simulationen ermittelte Oberflächentemperatur infolge der unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten addiert, um sie schließlich in die Gleichungen einzusetzen.

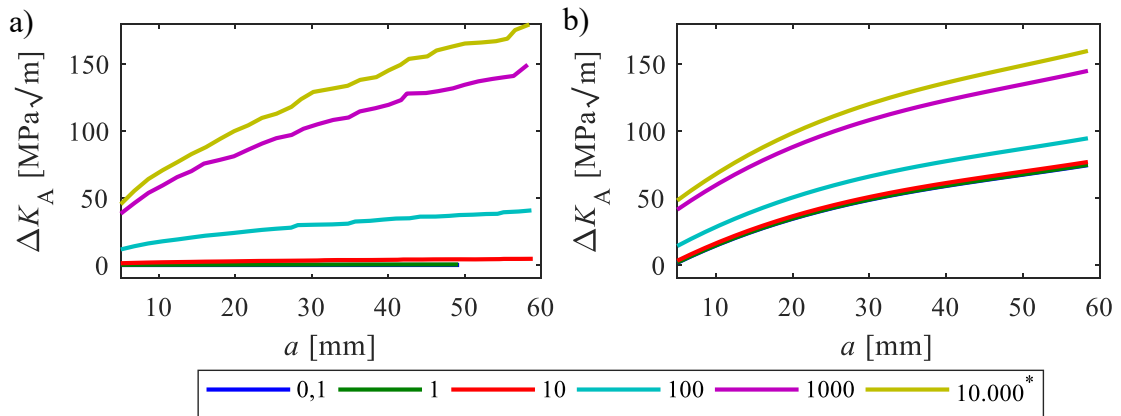


Abb. 78: a) Numerisch ermittelter SIF-Verlauf und
 b) analytisch ermittelter SIF-Verlauf bei Anwendung unterschiedlicher Wärmeübergangskoeffizienten in der Platte für Szenario V4 ($T_{end} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800\text{ s}$) ($a_0 = 5\text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$; * [W/(m²K)])

Wie aus Abb. 78b) hervorgeht, deckt die analytische Beschreibung den initialen SIF ΔK_1 ab. Im Gegensatz zu den numerischen Ergebnissen aus Abb. 78a) weisen die analytisch ermittelten SIF-Verläufe allerdings nur sehr geringe Unterschiede der einzelnen Kurvenanstiege voneinander auf. Dies unterstreicht, dass der Wärmeübergangskoeffizient nicht nur einen Einfluss auf die Oberflächentemperatur, sondern die gesamte Temperaturverteilung über die Wanddicke besitzt. Entsprechend wurde überprüft, ob eine zusätzliche Anpassung des Verhältnisses V_1 entsprechend Gl. (58) durch

$$V_1(\alpha) = mkI(\alpha) \cdot V_1(10.000) \quad (70)$$

mit

$$mkI(\alpha) = \frac{m_i(\alpha)}{m_i(10.000)} \quad (71)$$

und den in Abb. 79 dargestellten Werten zu einer besseren Beschreibung des SIF-Verlaufs in Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten führt.

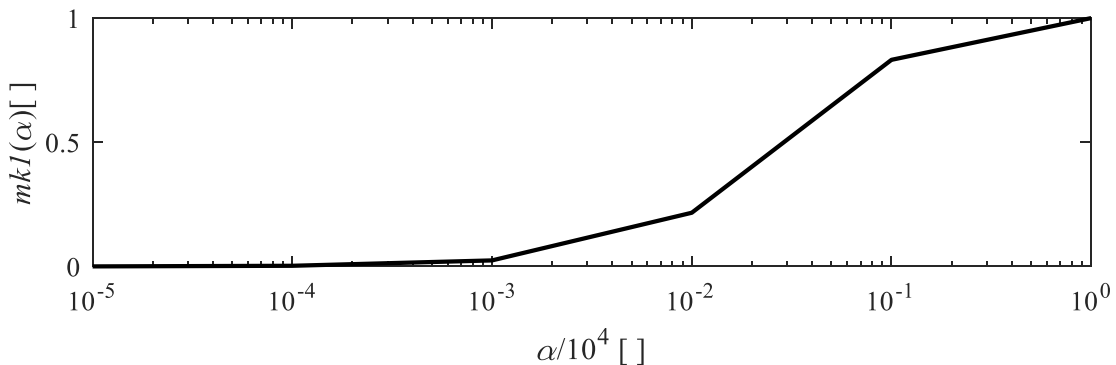


Abb. 79: Verhältnis der Anstiege mkI über dem Verhältnis der Wärmeübergangskoeffizienten

Die Ergebnisse in Abb. 80 zeigen bei Verwendung von $V_1(\alpha)$ deutlich geringere Abweichungen der jeweiligen Anstiege voneinander als die in Abb. 78 angewandte Methode. Die z.T. großen relativen Abweichungen der Kurven bei kleinen Wärmeübergangskoeffizienten sind auf die geringe Größenordnung der SIF zurückzuführen.

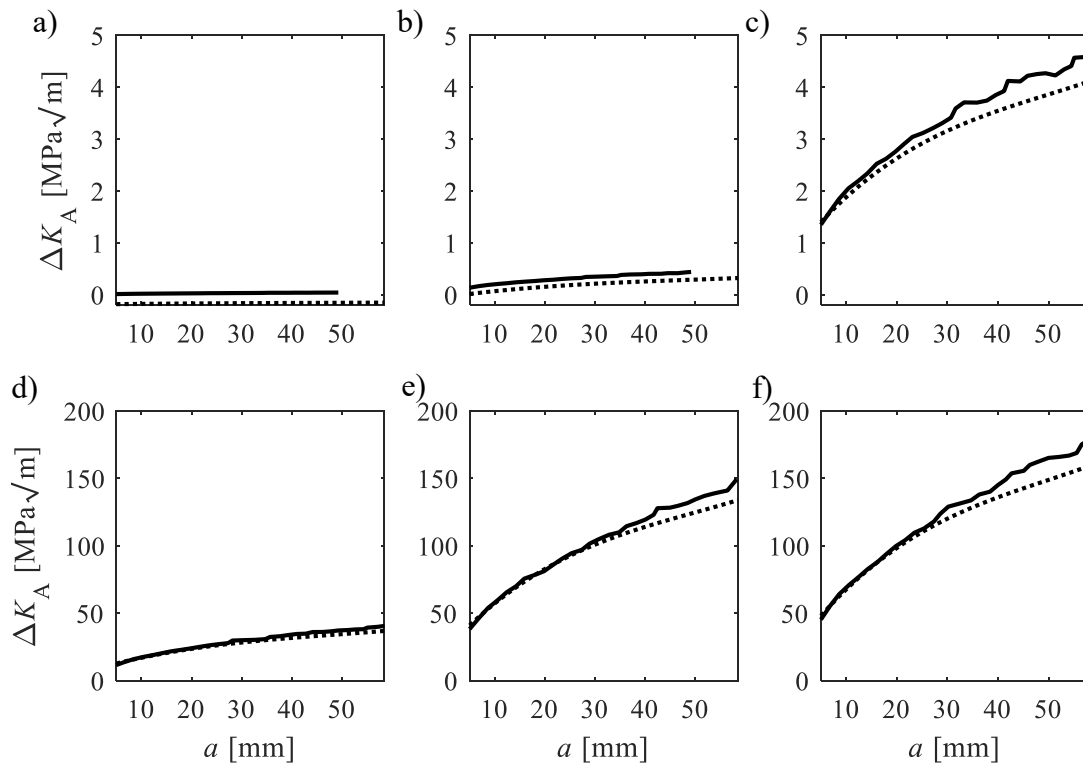


Abb. 80: Vergleich der in der Platte numerisch (-) und analytisch (--) ermittelten SIF-Verläufe für
a) $\alpha = 0,1 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, b) $\alpha = 1 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, c) $\alpha = 10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$,
d) $\alpha = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, e) $\alpha = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ und f) $\alpha = 10.000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$

Außerdem ist erkennbar, dass die stärkeren Abweichungen hauptsächlich bei Rissen auftreten, deren Tiefe größer als die halbe Bauteildicke ist. Für $\alpha \geq 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ betragen die maximalen Abweichungen in diesem Risstiefenbereich etwa 8 %. Für geringere Risstiefen weichen die analytischen Lösungen um etwa 2-3 MPa \sqrt{m} von den numerisch ermittelten SIF ab. Dies spricht für eine sehr gute Abbildung der numerischen Ergebnisse. Die ähnlichen Verläufe der analytisch und numerisch bestimmten SIF-Lösungen bei unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten lassen darauf schließen, dass die Ursache für die Abweichungen bei großen Risstiefen in der Definition der Grundfunktion $G_T(a)$ liegt und somit nicht von α unabhängig ist. Entsprechend ist davon auszugehen, dass die Durchführung weiterer Simulationen der anderen Belastungsszenarien unter Variation des Wärmeübergangskoeffizienten die Berücksichtigung seines Einflusses in der analytischen Beschreibung ermöglicht.

Dass diese Simulationen für alle Szenarien durchzuführen sind, geht aus der Auswertung der Temperaturunterschiede zwischen Medium und Bauteiloberfläche der einzelnen Szenarien bei $\alpha = 10.000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ hervor (Tab. 6). Tab. 6 zeigt weiterhin, dass für jede hier betrachtete Abkühldauer eine andere nahezu konstante Abweichung der Temperaturdifferenz bezogen auf die Abkühldauer zwischen Medium und Bauteiloberfläche vorliegt. Dies lässt darauf schließen, dass aufbauend auf einer Vielzahl weiterer Simulationen die Ableitung einer analytischen in die bestehende Lösung integrierbaren Beziehung möglich ist.

Tab. 6: Auswertung der Endtemperaturen des Mediums und der Bauteiloberfläche bei $\alpha = 10.000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$

t [s]	T_0 [°C]	T_{end} [°C]		$(T_0 - T_{\text{end}})/t$ [°C/s]		Abw. [%]
		Medium	Bauteil	Medium	Bauteil	
180	545	50	90,1	2,75	2,53	8,1
180	545	100	136,4	2,47	2,27	8,2
180	545	300	321,1	1,36	1,24	8,6
1800	545	50	56,1	0,275	0,272	1,23
1800	545	100	106,5	0,247	0,244	1,46
1800	545	300	304,0	0,136	0,134	1,63

6.1.2.4 Bewertung der Methode

Um die Methode nach Kapitel 6.1 zu bewerten, ist die Auswertung der Abweichungen hilfreich. Die Abweichungen der analytischen Lösungen von den jeweiligen numerisch bestimmten SIF der drei untersuchten Bauteilgeometrien für die Wanddicke $d = 63 \text{ mm}$ und einen Wärmeübergangskoeffizienten von $10.000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ sind Abb. 81 zu entnehmen. Dabei wurden die entsprechenden mittleren Abweichungen nach

$$\text{mittlere Abweichung} = \frac{\sum_i \left| \frac{\Delta K_{\text{num}}(a(i)) - \Delta K_{\text{analy}}(a(i))}{\Delta K_{\text{num}}(a(i))} \right|}{i} \quad (72)$$

mit der Anzahl der je Szenario simulierten Rissfortschritte i ermittelt. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen. Gerade bei der Platte und dem Hohlzylinder liegen die mittleren Abweichungen größtenteils unter 10%.

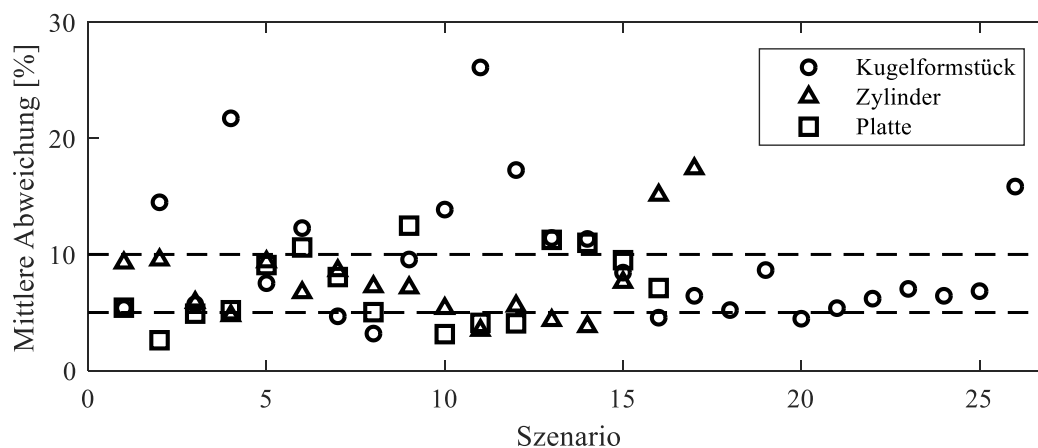


Abb. 81: Mittlere Abweichung zwischen den numerisch und analytisch ermittelten SIF der unterschiedlichen Bauteilgeometrien für die verschiedenen Szenarien

Die Abweichungen für das Kugelformstück schwanken signifikant. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Form der SIF-Kurven je nach Abkühldauer unterschiedlich ist. Wie bereits beschrieben, kommt es gerade bei langen Abkühlzeiten zum Abknicken der Rissfront, was

sich möglicher Weise in dem SIF-Verlauf niederschlägt. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass Risse sich in einem solchen Fall asymmetrisch ausbreiten. Entsprechend fällt die Definition eines Punktes der Rissfront, der für alle Szenarien vergleichbar ist, schwer. Somit kann auch der Vergleich der SIF-Verläufe unterschiedlicher Orte ein Grund für die Schwankungen der Abweichungen sein.

Ein weiterer Grund für die z.T. großen relativen Abweichungen ist in Abb. 82 veranschaulicht. Während eine annähernd konstante absolute Abweichung von etwa $5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ vorliegt, schwankt das Spannungsintensitätsniveau, hier durch den maximalen Wert ΔK_{\max} jedes Szenarios veranschaulicht, sehr stark. Durch diese starken Unterschiede der Größenordnung der SIF besitzen die geringen absoluten Abweichungen einen größeren Einfluss auf die relativen Abweichungen bei niedrigeren Spannungsintensitätsniveaus als bei höheren.

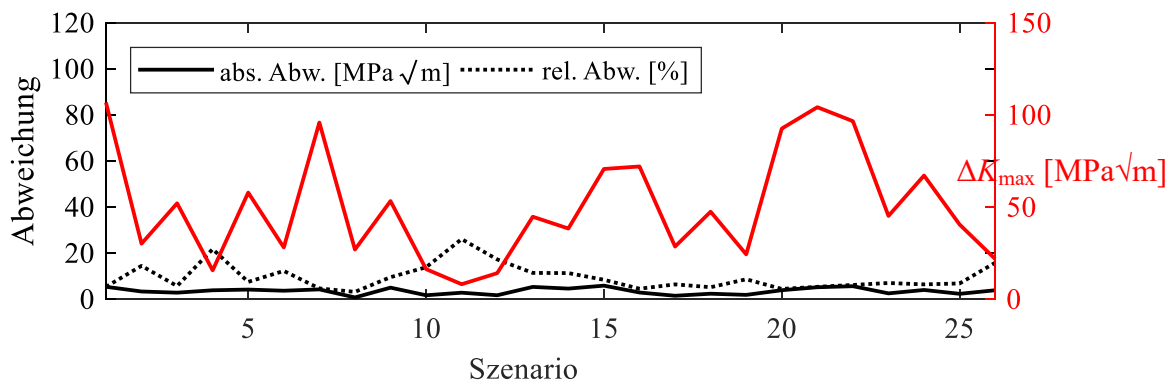


Abb. 82: Darstellung des Zusammenhangs zwischen ΔK_{\max} und der Abweichung am Beispiel des Kugelformstücks

Dass die Temperaturabhängigkeit der Materialparameter (Tab. A1), anders als z.T. in den Untersuchungen in der Literatur (Kapitel 2.6.2) angenommen, durchaus zu berücksichtigen ist, lässt sich aus den numerisch ermittelten Verläufen in Abb. 83 schließen. Dargestellt sind die SIF-Verläufe im Kugelformstück einer identischen Abkühldauer $t = 900\text{s}$ und einer identischen Temperaturdifferenz von 245°C .

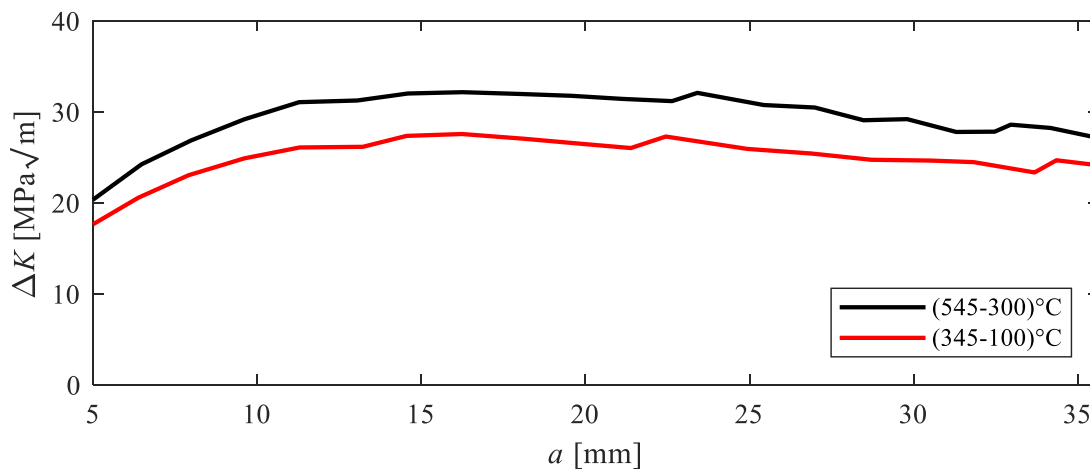


Abb. 83: Vergleich der numerischen SIF-Verläufe gleicher Temperaturtransienten zur Veranschaulichung des Einflusses temperaturabhängiger Materialparameter am Beispiel des Kugelformstücks

Die betrachteten Szenarien unterscheiden sich lediglich im Temperaturniveau, welches um 200°C voneinander abweicht. Wie Abb. 83 zeigt, besitzen beide Verläufe eine ähnliche Form. Aufgrund der temperaturabhängig hinterlegten Materialkennwerte liegt jedoch eine über die Risstiefe konstante Differenz (ca. 20% Abweichung) der Kurven voneinander vor. Dieser Einfluss wird mit der in dieser Arbeit entwickelten Methode berücksichtigt und abgebildet.

Die Lösung gilt aktuell lediglich für einen einzigen Wärmeübergangskoeffizienten. Allerdings konnte für die Platte der Einfluss der Wanddicke einbezogen werden. Weiterhin basiert die Methodik auf Lösungen von Rissfortschrittssimulationen in FRANC3D. Somit gelten die Lösungen für konkrete a/c -Verläufe, welche jedoch bruchmechanisch begründet sind und in Kapitel 5.3 für die Platte bereits analytisch beschrieben werden konnten. Für das Vorliegen abweichender Risskonfigurationen wird in Kapitel 6.2 eine weitere Methode zur SIF-Bestimmung thermisch belasteter Bauteile vorgestellt.

6.2 SIF-Verhalten bei beliebiger Rissgeometrie

Da Risse durch die unterschiedlichsten Ursachen entstehen können, kann nicht zwangsläufig davon ausgegangen werden, dass die initiale Rissgeometrie einem der in Kapitel 6.1 vorliegenden Konfigurationen entspricht. Daher wurde als zweite Variante ein nicht nur von der Risstiefe, sondern auch von dem a/c -Verhältnis abhängige SIF-Lösung (zusammengefasst im Anhang 11.3) am tiefsten Punkt der Rissfront hergeleitet.

6.2.1 Herleitung der analytischen Beschreibung

Wie bereits in Kapitel 5.2 gezeigt werden konnte, liegt zwischen dem SIF und dem Seitenverhältnis ein linearer Zusammenhang vor (siehe Abb. 56), welcher sich unter Berücksichtigung der Anfangstemperatur über

$$\Delta K_A(a, c, t, T_{\text{end}}, T_0) = m_{K,ac}(a, T_{\text{end}}, t) \cdot \frac{a}{c} + n_{K,ac}(a, T_{\text{end}}, t) \quad (73)$$

beschreiben lässt. $m_{K,ac}$ und $n_{K,ac}$ sind von der Risstiefe, der Endtemperatur und der Abkühl-dauer abhängig und stellen den Anstieg bzw. den Achsenabschnitt der linearen Beschreibung dar. Wie aus Abb. 84 hervorgeht, bewirkt die Endtemperatur eine Verschiebung der Kurven $m_{K,ac}(a, T_{\text{end}}, t)$, während die Abkühl-dauer einen Einfluss auf deren Krümmung besitzt. Aus hohen Endtemperaturen folgen damit höhere Werte und aus geringeren Abkühl-dauern eine deutlichere Krümmung. Um dieses Verhalten zu beschreiben, wurde von einer Struktur analog zu Gl. (54) ausgegangen und das Skript (siehe Anhang 11.5) zur automatisierten Bestimmung der Koeffizienten für den SIF aus Kapitel 6.1 auf $m_{K,ac}$ und die zugehörigen Risstiefen angewandt. Die Zusammenhänge lassen sich über

$$m_{K,ac}(a, t, T_{\text{end}}) = (G_{T,m}(a) + \Delta K_1(T_{\text{end}}, t)) \cdot \frac{T_0 - T_{\text{end}}}{545^\circ\text{C} - T_{\text{end}}} \quad (74)$$

beschreiben. ΔK_1 stellt in diesem Fall nicht den initialen SIF dar, sondern beschreibt den Wert des Anstiegs $m_{K,ac}$ für die kleinste untersuchte Risstiefe. Die Verwendung des Variablenna-

mens soll an dieser Stelle lediglich die Analogie der Struktur der Gleichungen (54) und (74) unterstreichen.

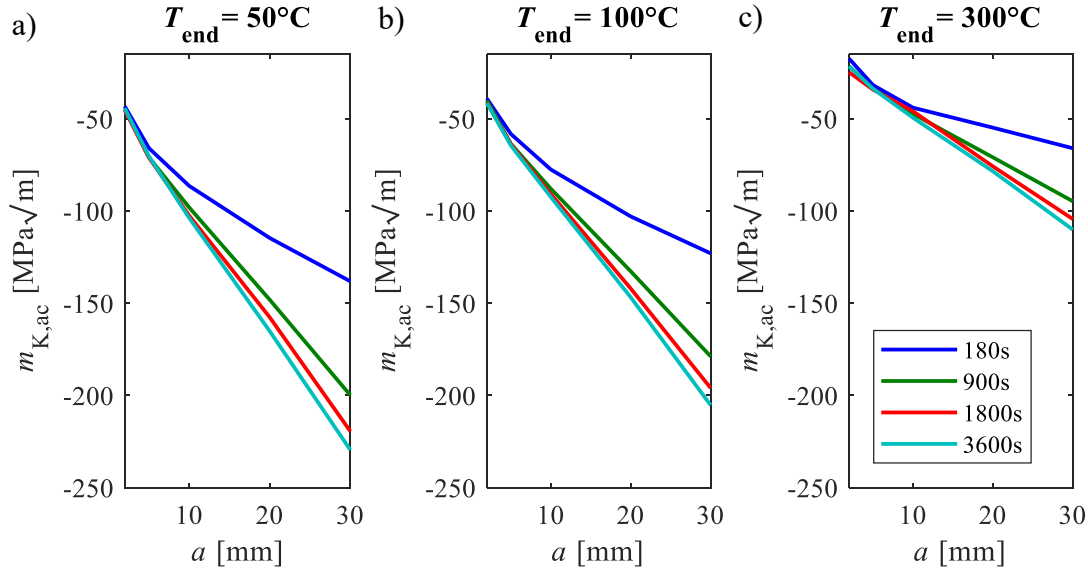


Abb. 84: Kurvenverläufe des Anstiegs aus Gl. (73) zur Beschreibung des a/c -abhängigen SIF der Platte für
 a) $T_{\text{end}} = 50^\circ\text{C}$, b) $T_{\text{end}} = 100^\circ\text{C}$ und c) $T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$ [94]

Als Grundfunktion $G_{T,m}$ wurde eine Wurzelfunktion angenommen, weshalb das Verhältnis V_1 entfällt. Da die kleinste simulierte Risstiefe 2 mm beträgt, wurde sie in der Basis abgezogen:

$$G_{T,m}(a) = k_T \cdot \sqrt{a - 2\text{mm}} \quad (75)$$

Über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate wurde anschließend für alle Szenarien der Koeffizient k_T , welcher die Krümmung der Kurve vorgibt und analog zu V_1 aus Gl. (54) zu sehen ist, bestimmt. Ein Vergleich des numerisch und analytisch bestimmten auf null verschobenen $m_{K,ac}$ -Verlaufs ist exemplarisch für Szenario V3 in Abb. 85 zu sehen. Die Ergebnisse stimmen gut überein. Die Kurvenschar zur Beschreibung der über die Fehlerquadratmethode erhaltenen k_T lässt sich über ein Polynom dritten Grades in Abhängigkeit der Abkühldauer beschreiben. Wie auch bei V_1 wurden diese Verläufe anschließend über eine Geradengleichung abhängig von T_{end} definiert. Der Parameter ΔK_1 wurde analog zu Gl. (63) aus Kapitel 6.1 über eine von T_{end} abhängige lineare Funktion definiert. Der zugehörige Achsenabschnitt und Anstieg wurden jeweils durch ein Polynom dritten Grades über der Abkühldauer beschrieben (siehe Gl. (64) und (65)). Die ermittelten Koeffizienten der Gleichungen sind im Anhang Tab. A5 und Tab. A6 zu entnehmen. In Anhang 11.6 befindet sich der angepasste Quelltext zur Bestimmung der Parameter.

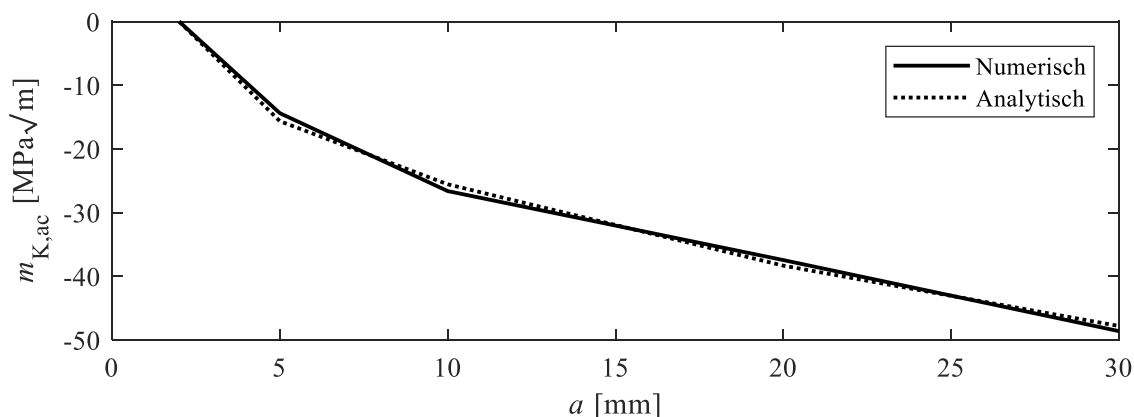


Abb. 85: Vergleich der numerisch und analytisch bestimmten Verläufe für $m_{K,ac}$ am Beispiel von V3

Wie aus Abb. 86 hervorgeht, unterscheiden sich $n_{K,ac}$ und $m_{K,ac}$ hauptsächlich durch das Vorzeichen von k_T voneinander. Während dieses für $m_{K,ac}$ negativ ist, ergeben sich für $n_{K,ac}$ positive Vorzeichen. Dies ist im Skript durch eine Änderung der Relationszeichen zu berücksichtigen (siehe Anhang 11.6.1.2). Die zugehörigen Werte für die Koeffizienten sind im Anhang in Tab. A5 und Tab. A6 zu finden.

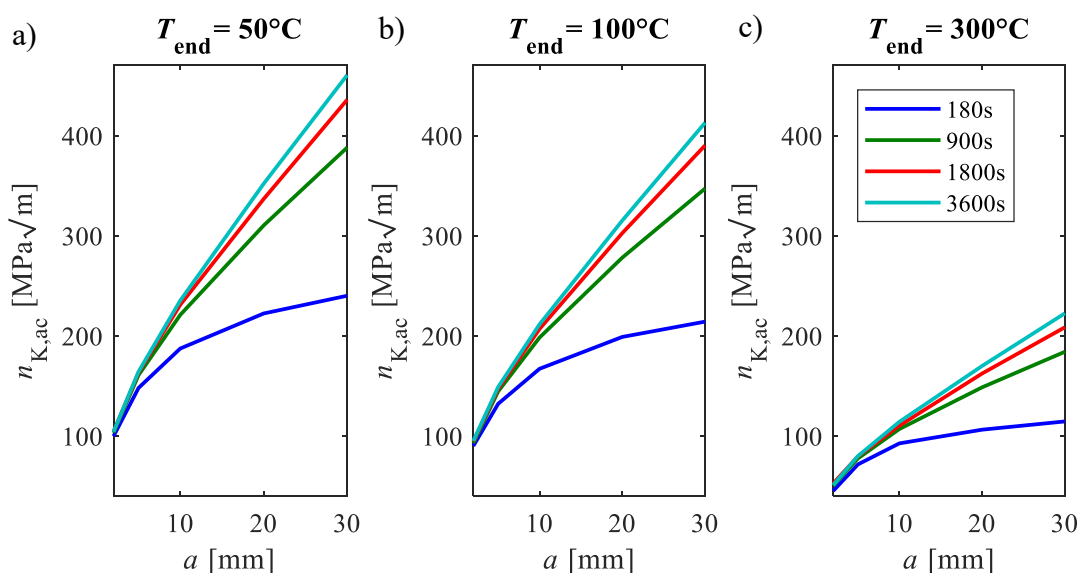


Abb. 86: Kurvenverläufe der Achsenabschnitte aus Gl. (73) zur Beschreibung des a/c -abhängigen SIF der Platte für
 a) $T_{end} = 50^\circ\text{C}$, b) $T_{end} = 100^\circ\text{C}$ und c) $T_{end} = 300^\circ\text{C}$

Das Vorgehen wurde ebenfalls auf den Hohlzylinder angewandt. Da sich die Kurvenverläufe der Anstiege und der Achsenabschnitte nicht mit einer Wurzelfunktion beschreiben lassen (siehe Abb. 87 und Abb. 88), wurde für die Bestimmung der Grundfunktion $G_{T,m}(a)$ wieder über den Verlauf von V5 unter Verwendung einer Polynomfunktion dritten Grades analog zu dem Vorgehen in Kapitel 6.1.1 zurückgegriffen. Entsprechend wird auch V_1 als Quotient der Anstiege der Grundfunktion und des jeweiligen Belastungsszenarios definiert. Dieses Vorgehen ist für den Hohlzylinder möglich, da sich die Verläufe von $m_{K,ac}$ bzw. $n_{K,ac}$ untereinander stark ähneln. Im Falle der Platte stehen eindeutig gekrümmte Kurven nahezu linearen Verläufen gegenüber. Dies erschwert die Definition einer geeigneten Grund- und somit Bezugsfunktion $G_{T,m}$. Vor allem für den Anstieg $m_{K,ac}$ wirken sich von den numerischen Lösungen abwei-

chende analytisch ermittelte Werte jedoch stark auf den darauf aufbauenden SIF aus. Daher ist die Bestimmung von k_T jedes einzelnen Szenarios für die Ableitung einer geeigneten analytischen Lösung sinnvoller. Die Beschreibung aller weiteren Koeffizienten und Zusammenhänge erfolgt analog zur Platte. Eine Zusammenfassung der Gleichungen und die zugehörigen Koeffizienten befinden sich in Tab. A7 und Tab. A8 im Anhang 11.3.

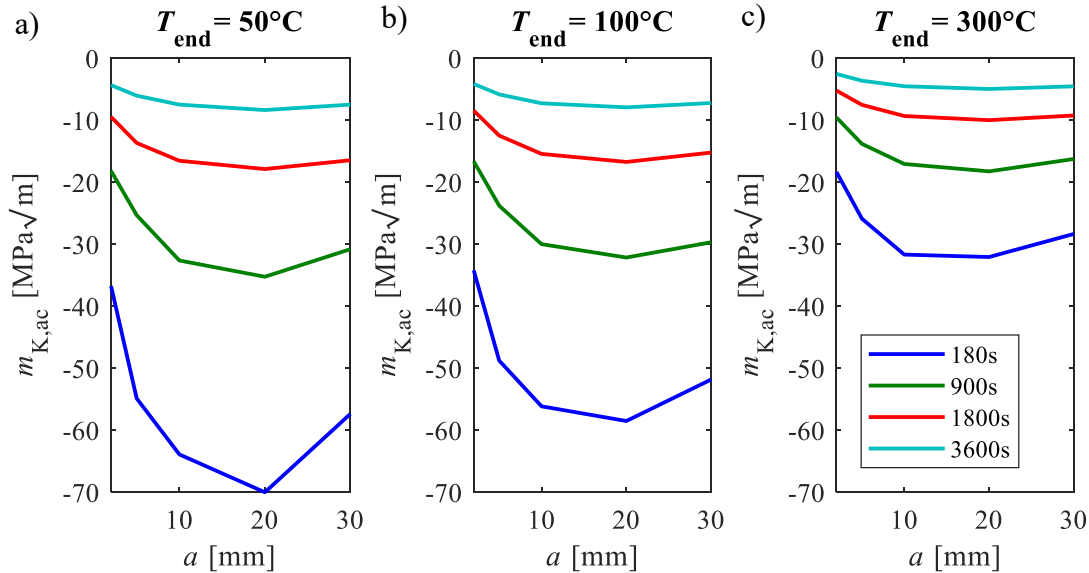


Abb. 87: Kurvenverläufe des Anstiegs (Gl. (73)) zur Beschreibung des a/c -abhängigen SIF im Hohlzylinder für

a) $T_{end} = 50^\circ\text{C}$,

b) $T_{end} = 100^\circ\text{C}$ und

c) $T_{end} = 300^\circ\text{C}$

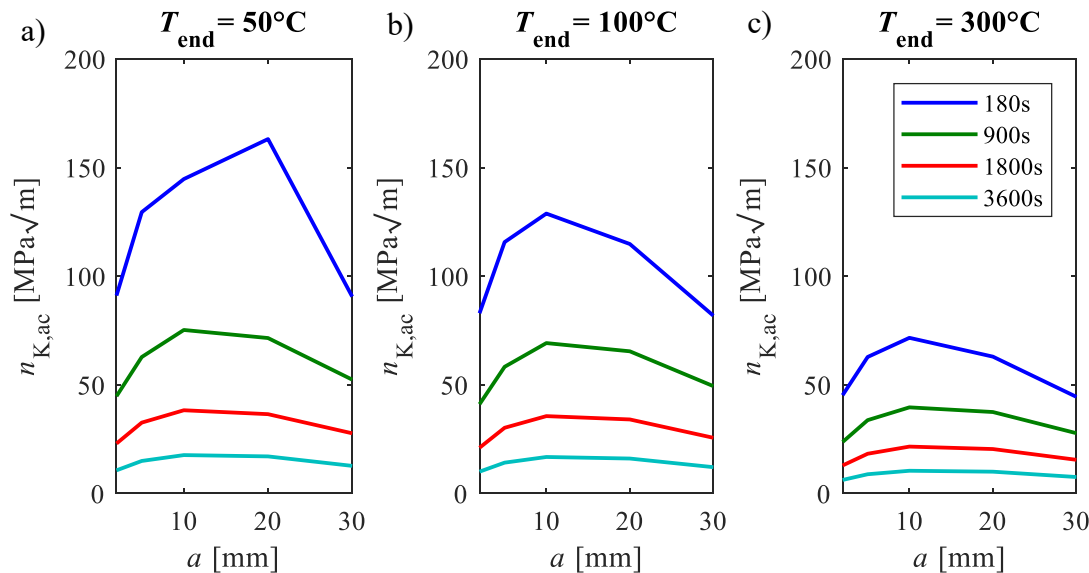


Abb. 88: Kurvenverläufe des Achsenabschnittes aus Gl. (73) zur Beschreibung des a/c -abhängigen SIF im Hohlzylinder für

a) $T_{end} = 50^\circ\text{C}$,

b) $T_{end} = 100^\circ\text{C}$ und

c) $T_{end} = 300^\circ\text{C}$

6.2.2 Anwendung der hergeleiteten Lösung zur SIF-Bestimmung

Die ermittelten Gleichungen wurden anschließend anhand der zur Identifikation genutzten Szenarien überprüft. Abb. 89 zeigt für die Platte und ein konstantes a/c -Verhältnis von 1 den Vergleich aus den analytisch und in Kapitel 5.2 numerisch ermittelten SIF-Verläufe über der Risstiefe. Die hergeleiteten analytischen Beziehungen bilden die einzelnen SIF-Kurven sehr gut ab.

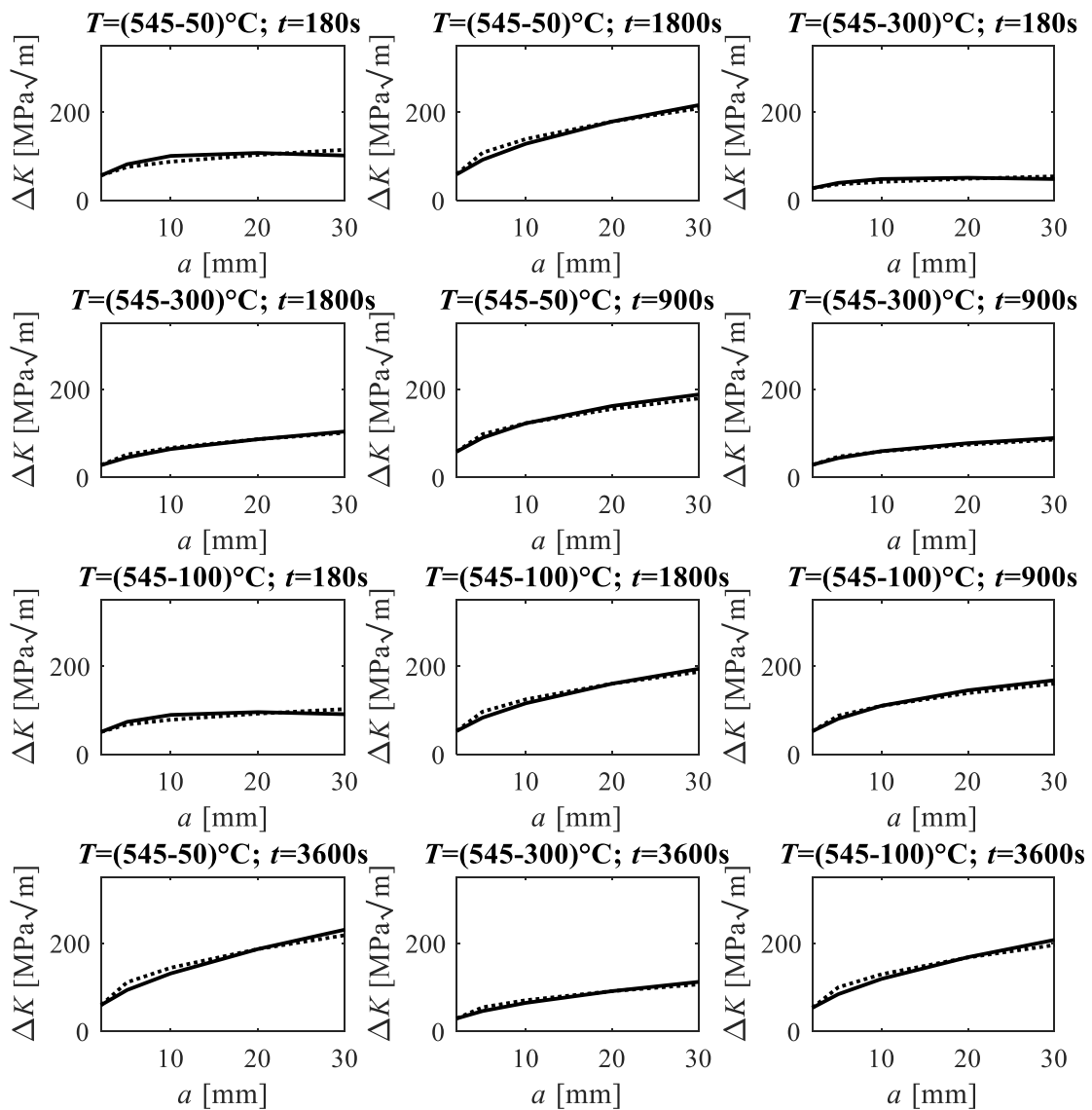


Abb. 89: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (--) bestimmten SIF-Verläufe für $a/c = 1$ in der Platte [94]

Für $a/c = 0,5$ und das bei der Identifikation nicht berücksichtigte $a/c = 0,75$ liegen die Abweichungen zwischen analytisch und numerisch ermittelten SIF für die jeweiligen Szenarien ebenfalls bei unter 10 % (Abb. 90). An den zuvor vorgestellten zusätzlichen Szenarien wurden die in Tab. 7 aufgeführten Risskonfigurationen getestet. Die Auswahl der Rissgeometrien war dabei unter der Bedingung, in allen von den zur Identifikation verwendeten Konfigurationen abzuweichen, zufällig. Auch in diesen Fällen sind die Abweichungen gering.

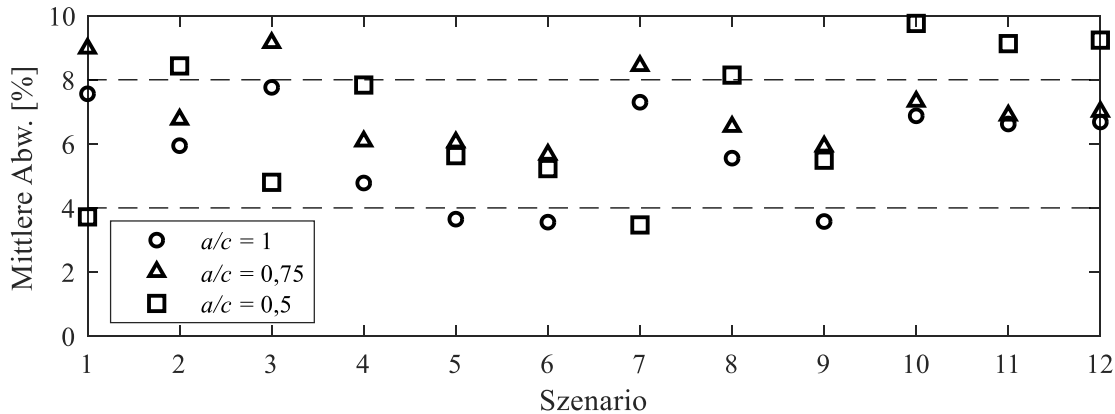


Abb. 90: Abweichungen zwischen analytisch und numerisch ermittelten SIF für unterschiedliche a/c -Verhältnisse in der Platte

Tab. 7: Abweichungen zwischen analytisch und numerisch ermittelten SIF für weitere Risskonfigurationen an den zusätzlichen Belastungsszenarien in der Platte

Risskonfiguration	Abweichung [%]
$\Delta T = (545-200)^\circ\text{C}$; $t = 1500$ s; $a = 25$ mm; $a/c = 0,4$	6,25
$\Delta T = (500-200)^\circ\text{C}$; $t = 300$ s; $a = 15$ mm; $a/c = 0,6$	6,68
$\Delta T = (400-50)^\circ\text{C}$; $t = 500$ s; $a = 8$ mm; $a/c = 0,9$	-12,48
$\Delta T = (300-200)^\circ\text{C}$; $t = 2500$ s; $a = 3$ mm; $a/c = 0,4$	-13,69

Darüber hinaus wurde die Anwendung der Gl. (73) für von 63 mm abweichende Wanddicken überprüft (Tab. 8). Zu diesem Zweck wurde die in Kapitel 6.1 hergeleitete Funktion $f(a, d)$ mit Gl. (73) multipliziert. Die Ergebnisse bestätigen die Anwendung der analytischen Beschreibung auch für eine variable Wanddicke.

Tab. 8: Abweichungen zwischen analytisch und numerisch ermittelten SIF für weitere Risskonfigurationen bei weiteren Bauteildicken der Platte

Merkmal	$\Delta K_{\text{analy}} [\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$	$\Delta K_{\text{num}} [\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]$	Abw. [%]
V2, $d = 80$ mm; $a = 27$ mm; $a/c = 0,6$	260,18	261,69	0,58
V4, $d = 50$ mm; $a = 17$ mm; $a/c = 0,4$	130,51	122,54	6,50

Die Ergebnisse für den Hohlzylinder und ein konstantes a/c -Verhältnis von 1 weisen ähnlich geringe Abweichungen auf (Abb. 91). Auffällig ist in diesem Fall, dass die numerisch ermittelten SIF-Verläufe umso besser abgebildet werden, je größer die Abkühldauer ist. Das trifft ebenso auf $a/c = 0,5$ zu (Abb. 92).

Die für die Platte und den Hohlzylinder hergeleiteten analytischen Lösungen ermöglichen es, eine Aussage über den Spannungsintensitätsfaktor in einer einseitig thermisch belasteten Platte und einem Hohlzylinder bei beliebiger Risstiefe und beliebigem a/c -Verhältnis zu treffen. Die thermischen Randbedingungen beschränken sich jedoch auf einen Temperaturbereich des Mediums zwischen 545°C und 50°C und Abkühlauern von 180 s bis 3600 s. Obwohl für die

Platte zusätzlich die Wanddicke variiert werden kann, wird ein beliebiger Wärmeübergangskoeffizient auch in dieser Variante nicht berücksichtigt.

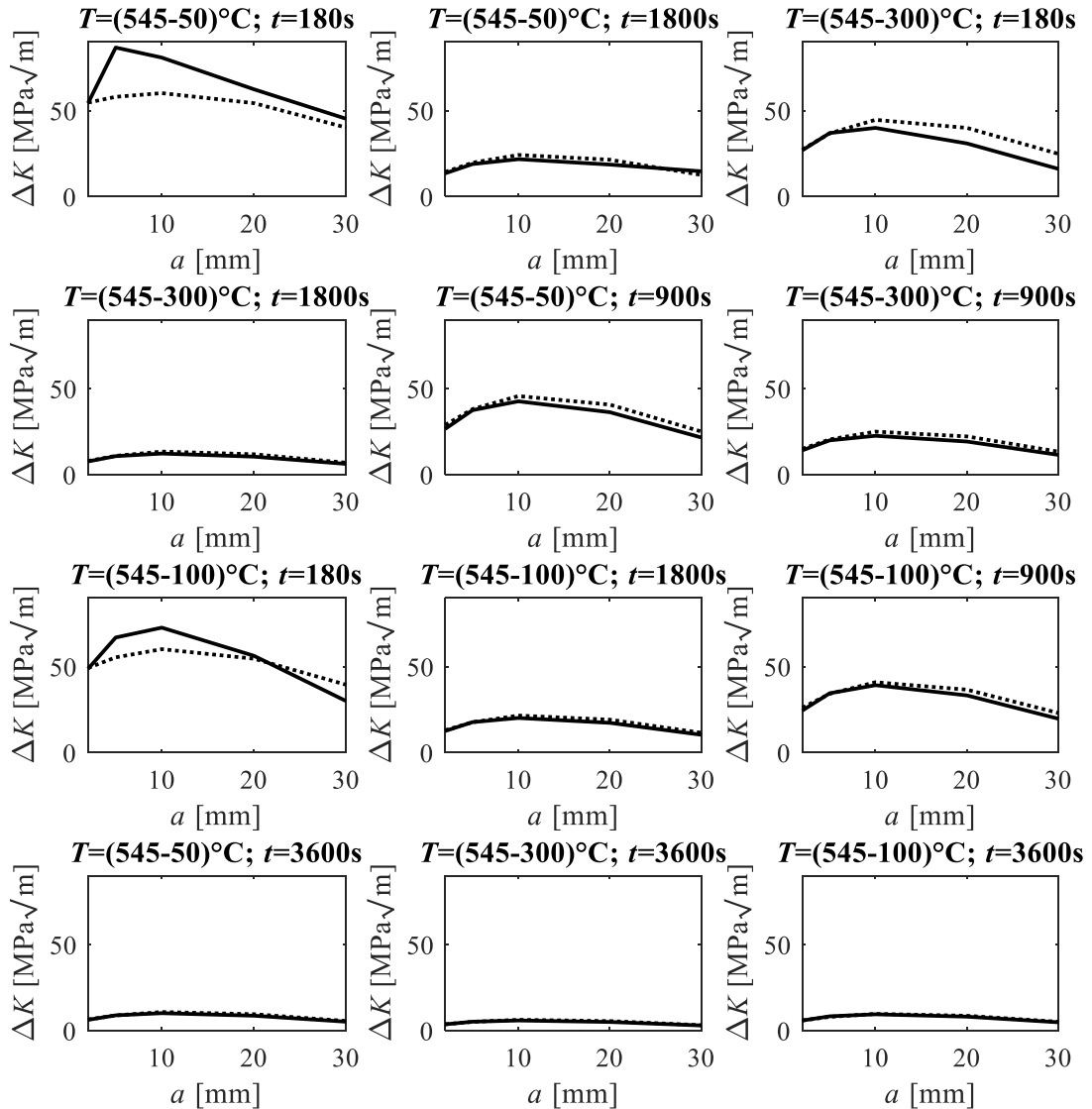


Abb. 91: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (--) bestimmten SIF-Verläufe für $a/c = 1$ im Hohlzylinder

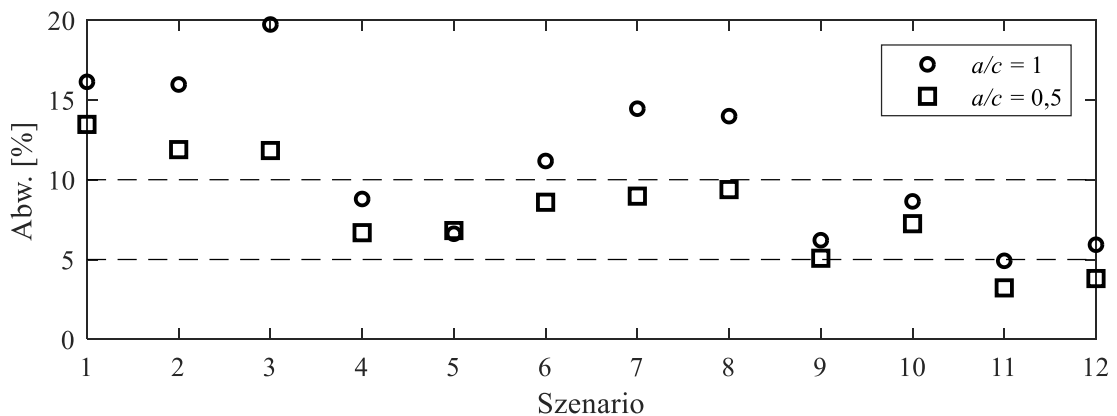


Abb. 92: Abweichungen zwischen analytisch und numerisch ermittelten SIF für unterschiedliche a/c -Verhältnisse im Hohlzylinder

6.3 Anwendung der Gewichtsfunktionsmethode

In einer dritten Möglichkeit wurde außerdem die Anwendung der Gewichtsfunktionsmethode untersucht. Zu diesem Zweck wurden drei unterschiedliche Varianten an einer Platte getestet. Zum einen wurden die Parameter für einen halbelliptischen Oberflächenriss nach [97] entsprechend [96] getestet. Da sich die in der Literatur befindlichen Lösungen auf thermisch und mechanisch überlagerte Belastungen beziehen, wurde anhand der Platte am Beispiel von Szenario V4 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800$ s) außerdem eine Variation der Koeffizienten für die Standardformulierung nach Gl. (35) für rein thermische Belastung iterativ hergeleitet (siehe Tab. 9). Die nach

$$h(x, a) = -\sqrt{\frac{2}{\pi \cdot a}} \cdot \left[\left(1 - \frac{x}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} + M1 + M2 \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{\frac{1}{2}} + M3 \cdot \left(1 - \frac{x}{a}\right) \right] \quad (76)$$

umformulierte Gleichung (vgl. [96]) wurde auf drei Koeffizienten beschränkt und erhielt wegen der besseren Ergebnisse während des Iterationsprozesses zudem ein negatives Vorzeichen. Des Weiteren wurde die Anwendung einer Exponentialfunktion getestet:

$$h(x, a) = (M1 \cdot e^{M2 \cdot (a-x)} + M3) \quad (77)$$

Dabei sind die Koeffizienten M1 bis M3 Tab. 9 zu entnehmen.

Tab. 9: Koeffizienten der Gewichtsfunktion nach Gl. (35) und Gl. (77)

	SHEN und GLINKA [96, 97] (für SIF in $\text{N}/(\text{mm}^{3/2})$)	Angepasst nach Gl. (35) (für SIF in $\text{N}/(\text{mm}^{3/2})$)	Exponentialfunktion (für SIF in $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$)
M1	-1,4298655	0,0002	0,034
M2	3	3	- 0,46
M3	-2,2010653	-10,5	0,0037

Ein Vergleich der Gewichtsfunktionen für unterschiedliche Risstiefen zeigt deutliche Unterschiede (Abb. 93). Während die Beschreibung über eine Exponentialfunktion und die Parameter nach SHEN und GLINKA zu einem steigenden Verlauf mit fortschreitendem Verhältnis der Laufvariablen x der Wanddicke bezogen auf die Risstiefe führen, fällt die Kurve für die Beschreibung über die angepasste Form. Weiterhin ist auffällig, dass eine Bündelung der Kurven der Exponentialfunktion bei $x/a = 1$ auftritt, während die angepasste Variante nach Gl. (76) bei $x/a = 0,7$ eine Schnittstelle aller Kurvenverläufe aufweist. Weiterhin zeigt sich bei der angepassten Form und der Formulierung nach SHEN und GLINKA ein deutlich stärker ausgeprägter Verlauf gegen unendlich bzw. gegen minus unendlich für $x/a = 1$ als bei der Exponentialfunktion. Begründen lässt sich dies mit dem ersten Term in Gl. (76) gegenüber $M3$ aus Gl. (77). Die unterschiedliche Größenordnung der Verläufe resultiert daraus, dass im Gegensatz zu den beiden anderen Lösungen bei der Exponentialfunktion keine Singularität vorliegt. Eine Betrachtung der Verläufe im Bereich $0 \leq h \leq 1,5 \text{ mm}^{-3/2}$ zeigt jedoch, dass die Kurven für die jeweils identischen Risstiefen eine ähnlich große Fläche beschreiben. Eine weitere Gemeinsamkeit der Kurvenscharen ist, dass die Werte mit größer werdendem a sinken.

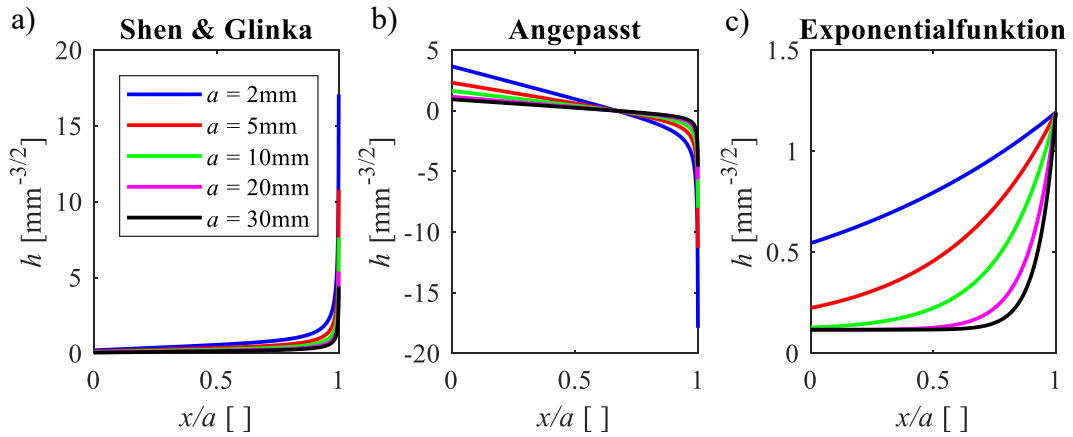


Abb. 93: Kurvenverläufe der Gewichtsfunktionen für unterschiedliche Risstiefen beschrieben über
a) die Formulierung nach SHEN und GLINKA [96],
b) die angepasste Beschreibung nach Gl. (76) und
c) die Exponentialfunktion nach (77)

Der a/c -Einfluss geht in allen Fällen entsprechend den Erkenntnissen aus Kapitel 5.2 in Form einer Geradengleichung als Faktor $M(a, c, t)$ in die SIF-Berechnung ein. Wie die Untersuchungen aus Kapitel 5.2 weiterhin ergeben haben, ändert sich das Verhältnis der SIF unterschiedlicher a/c -Verhältnisse in Abhängigkeit von der Risstiefe und der Belastung. Der Belastungseinfluss wird an dieser Stelle vereinfachend über die Abkühldauer zusammengefasst. Somit lässt sich der a/c -abhängige SIF auf Basis der Gewichtsfunktion über:

$$\Delta K(a, c, t) = M(a, c, t) \cdot \Delta K(a, c = a, \sigma) \quad (78)$$

mit

$$M(a, c, t) = m_M(a, t) \cdot \frac{a}{c} + n_M(a, t) \quad (79)$$

beschreiben. Die Größen m_M und n_M lassen sich dabei aus den numerischen Ergebnissen für $a/c = 1$ und $a/c = 0,5$ ableiten. Da M als das Verhältnis von $\Delta K(a/c)$ zu $\Delta K(a/c = 1)$ definiert ist, entspricht $M(a/c = 1, t)$ eins. Für $a/c = 0,5$ gilt

$$M(a, c = 2a, t) = m_M(a, t) \cdot 0,5 + n_M(a, t) \quad (80).$$

Aus den beiden Gleichungen ergeben sich für n_M und m_M folgende Zusammenhänge:

$$m_M = 2 \cdot (1 - M(a, c = 2a, t)) \quad (81)$$

$$n_M = 2 \cdot M(a, c = 2a, t) - 1 \quad (82)$$

Die Werte für $M(a, c = 2a, t)$ wurden für die untersuchten Risstiefen aus den in Kapitel 5.2 vorgestellten numerisch ermittelten SIF bestimmt. Die Verläufe der einzelnen Szenarien wurden anschließend vereinfacht als linearer Zusammenhang für die unterschiedlichen Abkühl-dauern zusammengefasst:

$$M(a, c = 2a, t) = m_{M,t}(t) \cdot a + n_{M,t} \quad (83)$$

Dabei lässt sich $m_{M,t}$ über eine Polynomfunktion vierten Grades in Abhängigkeit von t beschreiben:

$$m_{M,t}(t) = C_{M,t,1} \cdot t^4 + C_{M,t,2} \cdot t^3 + C_{M,t,3} \cdot t^2 + C_{M,t,4} \cdot t + C_{M,t,5} \quad (84)$$

Die Koeffizienten sind in Tab. A9 aufgeführt. Für $n_{M,t}$ wurde ein konstanter Wert von 1,365 abgeleitet.

Unabhängig vom Kurvenverlauf der Gewichtsfunktion führen alle drei Formulierungen durch anschließendes Integrieren des Produkts aus Gewichtsfunktion und analytischer Beschreibung des über die Wanddicke vorliegenden Spannungsprofils für Szenario V4 ($T_{\text{end}} = 300^\circ\text{C}$; $t = 1800\text{ s}$) zu ähnlich guten SIF-Verläufen (Abb. 94). Der Spannungsverlauf wurde hierzu den Simulationen der rissfreien Platte entnommen und aus den numerisch ermittelten Stützwerten eine für die gesamte Wanddicke geltende analytische Beschreibung in Form einer Polynomfunktion dritten Grades abgeleitet.

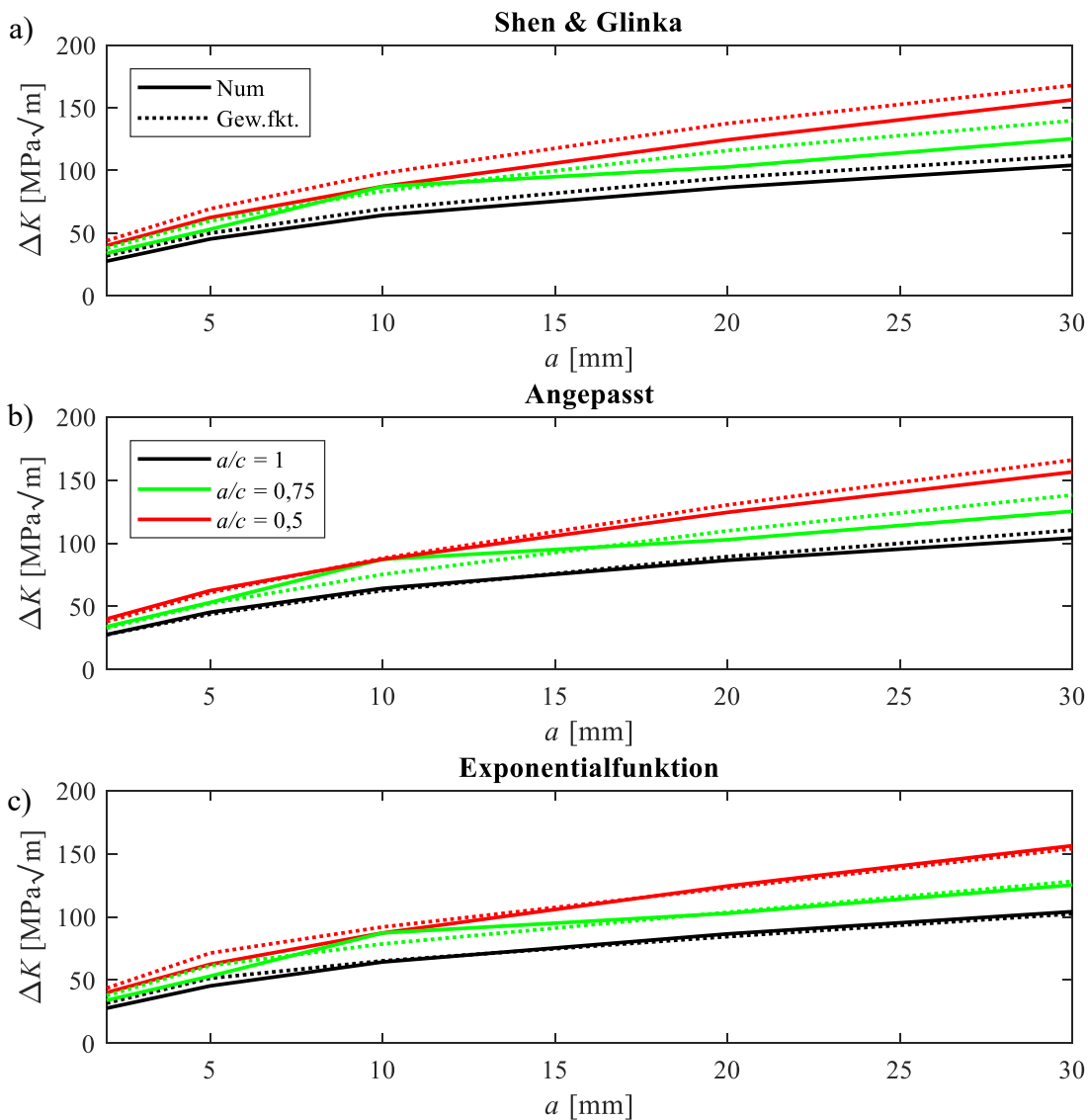


Abb. 94: Für Szenario V4 bestimmte SIF-Verläufe in der Platte unter Verwendung
 a) der Gewichtsfunktion nach SHEN und GLINKA [96],
 b) der angepassten Beschreibung nach Gl. (76) und
 c) der Exponentialfunktion nach (77)

Während die Exponentialfunktion den SIF gerade großer Risstiefen besser abbildet, führt die angepasste Form für kleine Risse zu einer etwas besseren Übereinstimmung zwischen nume-

risch und halbanalytisch bestimmten SIF-Verläufen (Abb. 95). Aus der Anwendung der von SHEN und GLINKA bestimmten Parameter resultieren die größten Abweichungen. Für alle Formulierungen der Gewichtsfunktion treten die größten Abweichungen bei $a/c = 0,75$ auf.

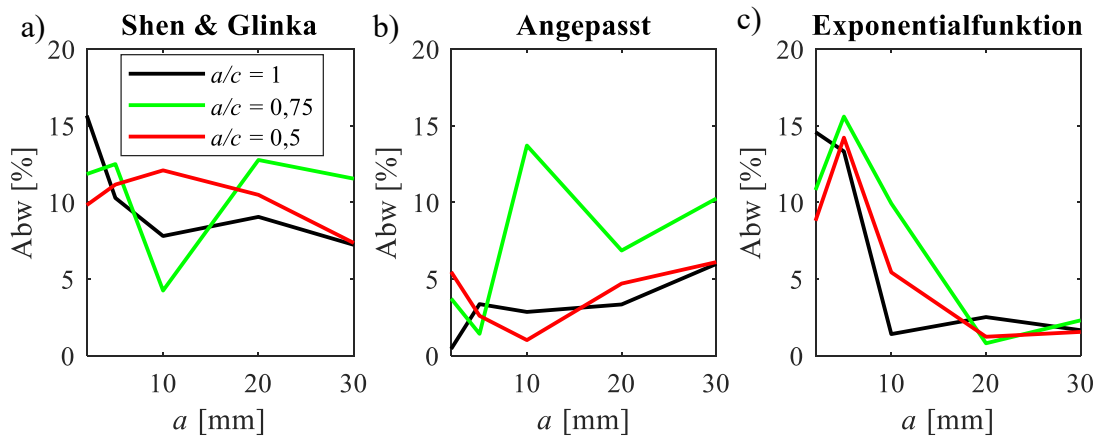


Abb. 95: Abweichungen der für Szenario V4 bestimmten SIF-Verläufe in der Platte unter Verwendung
 a) der Gewichtsfunktion nach SHEN und GLINKA [96],
 b) der angepassten Beschreibung nach Gl. (76) und
 c) der Exponentialfunktion nach (77)

Alle Gewichtsfunktionen wurden zusätzlich auf Szenario V1 ($T_{\text{end}} = 50^\circ\text{C}$; $t = 180$ s) angewandt. Wie Abb. 96 zeigt, treten bei der angepassten Formulierung für große Risstiefen erhebliche Unterschiede zwischen Numerik und Analytik auf. Mit der Gewichtsfunktion nach Gl. (77) und den Parametern von SHEN und GLINKA kann jedoch aus den Spannungsverläufen ein von der Temperatur, Abkühldauer und Risskonfiguration abhängiger SIF bestimmt werden. Doch auch diese weisen die größten Abweichungen bei großen Risstiefen auf. Die Graphen veranschaulichen den starken Einfluss der Abweichungen der SIF-Kurve bei $a/c = 1$ auf die Ergebnisse anderer a/c -Verhältnisse. Aus den numerischen Ergebnissen geht hervor, dass das Verhältnis M mit steigender Risstiefe größer wird. Daraus folgt, dass die Abweichungen bei $a/c = 1$ in diesem Bereich auch zu einer größeren absoluten Abweichung bei z.B. $a/c = 0,5$ führt. Die relativen Abweichungen für $a = 2$ mm und $a = 30$ mm sind für beide Seitenverhältnisse allerdings nahezu identisch. Das ist mit der Wahl der für die Parameterbestimmung in Gl. (83) gewählten Stützwerte zu begründen.

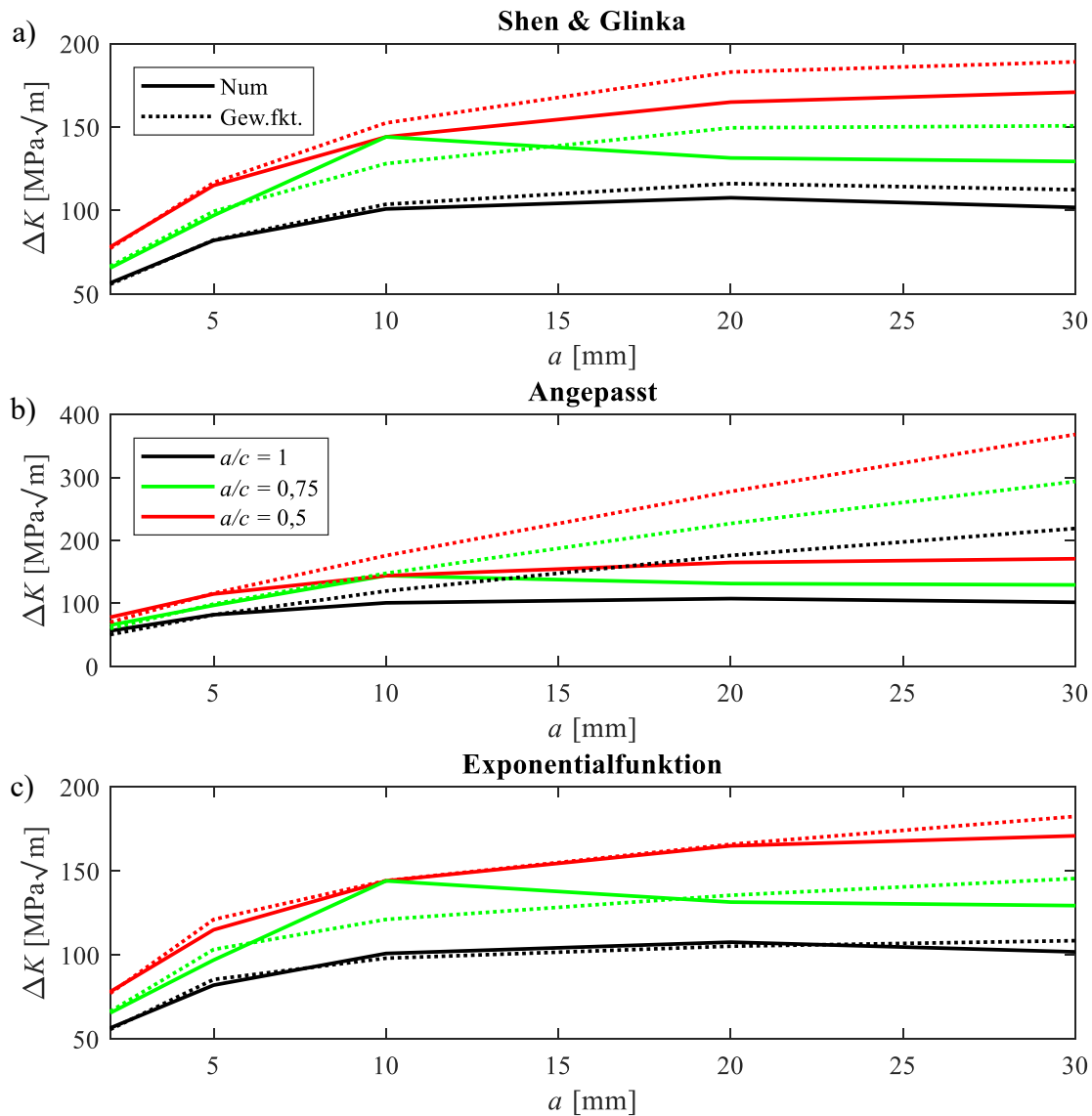


Abb. 96: Für Szenario V1 bestimmte SIF-Verläufe in der Platte unter Verwendung
 a) der Gewichtsfunktion nach SHEN und GLINKA [96],
 b) der angepassten Beschreibung nach Gl. (76) und
 c) der Exponentialfunktion nach (77)

Die Abweichungen sind entsprechend Abb. 97 über die Risstiefe unterschiedlich verteilt. Auch für das Szenario V1 hat sich gezeigt, dass die geringsten Abweichungen bei einem a/c -Verhältnis von eins und 0,5 auftreten. Unabhängig davon zeigen die Untersuchungen jedoch, dass der Verlauf der Gewichtsfunktion bedingt einen Einfluss auf den SIF besitzt. Für Szenario V4 hat sich der im Vergleich zur Variante nach SHEN und GLINKA sowie zur Exponentialfunktion gespiegelte Verlauf der Gewichtsfunktion der angepassten Variante nicht in den SIF-Kurven gezeigt. Bei V1 liegen aber gerade im Bereich langer Risstiefen große Abweichungen bei Verwendung der angepassten Variante vor. Entsprechend der Graphen in Abb. 93 ist davon auszugehen, dass diese Abweichungen auf den fallenden Kurvenverlauf zurückzuführen sind. Darüber hinaus beruhen die bestimmten Parameter auf einem Beispielverlauf statt auf drei verschiedenen Lastfällen.

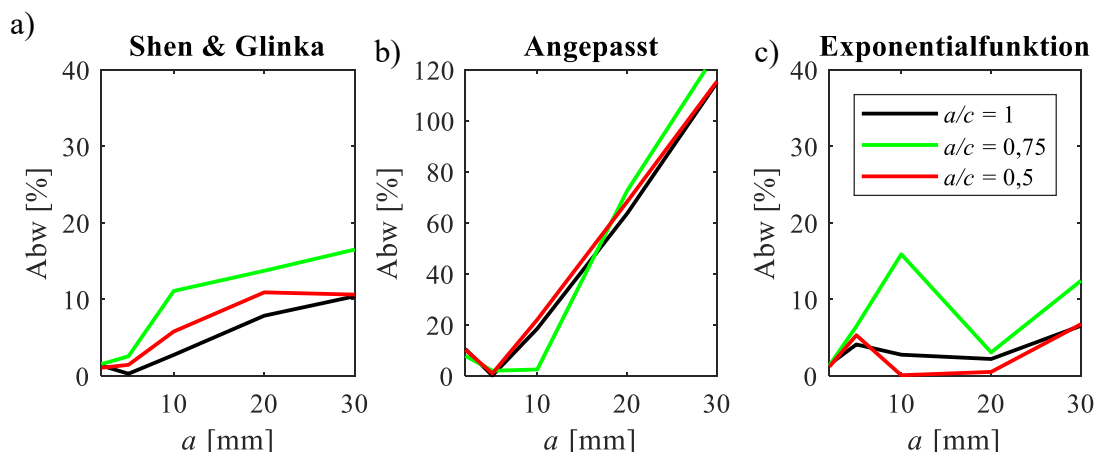


Abb. 97: Abweichungen der für Szenario V1 bestimmten SIF-Verläufe in der Platte unter Verwendung
a) der Gewichtsfunktion nach SHEN und GLINKA [96],
b) der angepassten Beschreibung nach Gl. (76) und
c) der Exponentialfunktion nach (77)

Wegen der geringeren Abweichungen der SIF-Verläufe bei Anwendung der Exponentialfunktion im Vergleich zu den Parametern nach SHEN und GLINKA wurde die Methode nach Gl. (78) unter Verwendung von Gl. (77) zudem an weiteren Wanddicken, sowie Risskonfigurationen und Wärmeübergangskoeffizienten überprüft. Für alle getesteten Varianten liegen die Abweichungen bei unter 15 %. In fast allen Fällen sind die relativen Abweichungen sogar kleiner als 5 % (Tab. 10). Die verhältnismäßig große Abweichung von 12,13 % bei Szenario V4 ($\alpha = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$; $a = 5 \text{ mm}$; $a/c = 1$) ist auf den geringen SIF zurückzuführen. Da der über die Gewichtsfunktion bestimmte SIF über dem numerisch ermittelten Wert liegt, führt die Gewichtsfunktionsmethode in diesem Fall dennoch zu einem konservativen Ergebnis mit einer absoluten Abweichung von unter $2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Tab. 10: Abweichungen zwischen numerisch und über die Gewichtsfunktionsmethode unter Verwendung von Gl. (77) bestimmten SIF für weitere Risskonfigurationen und Wanddicken

Merkmale	$\Delta K_{\text{Gew.fkt}}$ [MPa $\sqrt{\text{m}}$]	ΔK_{num} [MPa $\sqrt{\text{m}}$]	Abw. [%]
V2, $d = 80 \text{ mm}$; $a = 27 \text{ mm}$; $a/c = 0,6$	272,42	261,69	4,10
V4, $d = 50 \text{ mm}$; $a = 17 \text{ mm}$; $a/c = 0,4$	123,58	122,54	0,85
V4, $d = 63 \text{ mm}$ $a = 5 \text{ mm}$; $a/c = 1$; $\alpha = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$	13,03	11,62	12,13
V4, $d = 63 \text{ mm}$ $a = 14,2 \text{ mm}$; $a/c = 0,83$; $\alpha = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$	20,30	20,48	0,88

Gl. (77) bis (84) wurden ebenfalls auf den Hohlzylinder mit angepassten Spannungsverläufen angewandt. Abb. 98 zeigt auch in diesem Fall gute Übereinstimmungen zwischen den numerisch und über die Gewichtsfunktion bestimmten Verläufen. Die Abweichungen betragen dabei belastungsunabhängig größtenteils weniger als 10 % (Abb. 98b).

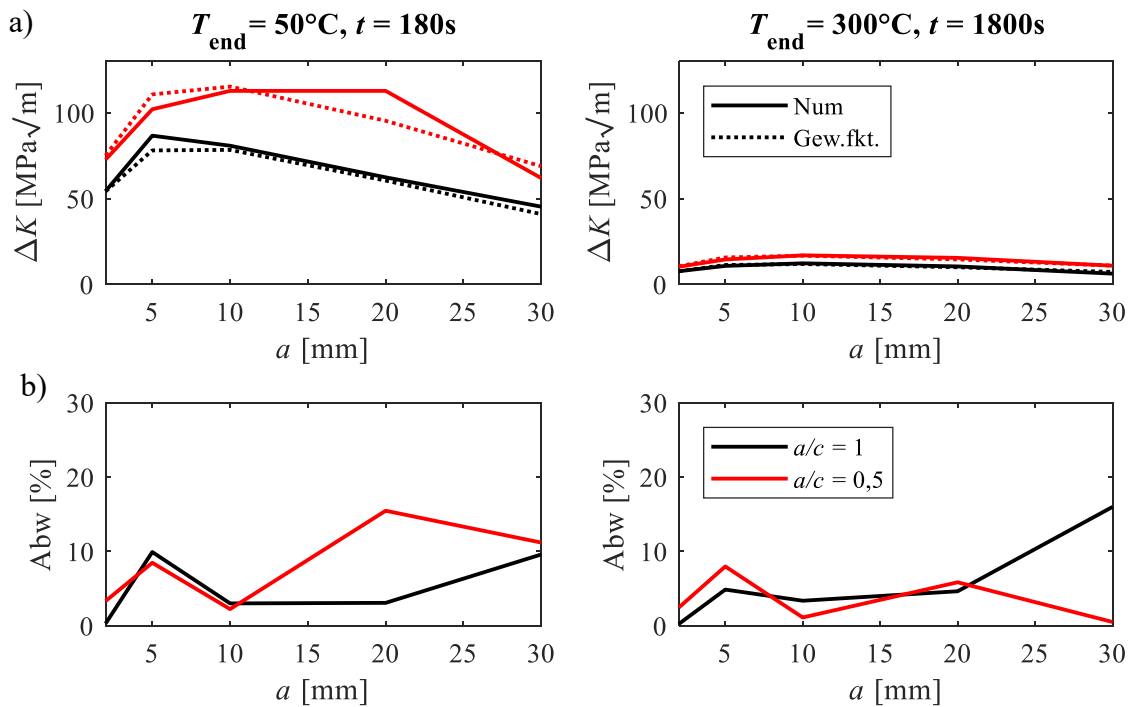


Abb. 98: a) Vergleich der numerisch und über die Gewichtsfunktion nach Gl. (77) bestimmten SIF-Verläufe und
 b) deren Abweichungen voneinander für unterschiedliche a/c -Verhältnisse im Hohlzylinder

Die zur Bewertung der Methode wichtige Bedingung, dass die zweite Ableitung der Gewichtsfunktion nach x an der Stelle $x = 0$ null sein muss, wird nicht exakt, sondern nur näherungsweise erfüllt. Die Ableitung der Gewichtsfunktion weist dabei jedoch ein konvergentes Verhalten über der Risstiefe auf, so dass die Anwendbarkeit der Exponentialfunktion bestätigt ist. Interessanterweise führen sowohl die Lösung nach SHEN und GLINKA als auch die Exponentialfunktion entsprechend Gl. (77) trotz der unterschiedlichen Funktionsstruktur zu ähnlich geringen Abweichungen der SIF. Ein Vergleich der Ergebnisse für V1 (Abb. 97) und V4 (Abb. 95) an der Platte zeigt, dass der Ansatz nach SHEN und GLINKA für kurze Abkühl-dauern besser geeignet ist als für lange Zeiten. Dies ist ein Hinweis darauf, dass thermische Belastung zu einem anderen Beanspruchungsprofil als mechanische Belastung führt. Dies ist bei der analytischen Beschreibung des SIF mittels der Gewichtsfunktionsmethode zu berücksichtigen. Die Exponentialfunktion hingegen weist für alle untersuchten Abkühl-dauern ähnlich geringe Abweichungen auf.

Allgemein kann gesagt werden, dass es möglich ist, mithilfe der Gewichtsfunktionsmethode und der hier vorgestellten Exponentialfunktion (77) im Gegensatz zu den Methoden aus Kapitel 6.1 und 6.2 neben der transienten thermischen Belastung, der Wanddicke und der Risskonfiguration auch den Wärmeübergangskoeffizienten zu berücksichtigen. Hierfür ist jedoch eine numerische Simulation des ungestörten Bauteils erforderlich, was bedeutet, dass es sich lediglich um eine halbanalytische Lösung handelt. Somit ist diese Methode dann zu empfehlen, wenn der Spannungsverlauf im rissfreien Bauteil bekannt ist. Liegt ein solcher Fall nicht vor, kann auf die Lösungsansätze aus Kapitel 6.1 und 6.2 zurückgegriffen werden. Diese ermöglichen eine schnelle Bestimmung des SIF abhängig von der Temperaturtransiente, dem a/c -Verhältnis sowie im Falle der Platte der Wandstärke unter den definierten Randbedingungen.

7 UNTERSUCHUNG REIN MECHANISCHER UND ÜBERLAGERTER BELASTUNG AM HOHLZYLINDER

Wie bereits aus den in Kapitel 3 vorgestellten Szenarien hervorgeht, treten in Kraftwerkskomponenten häufig keine reine Primär- bzw. Sekundärbelastung auf, sondern es herrscht überlagerte thermische und mechanische Belastung. Die Untersuchung des Umgangs mit einer solchen Situation erfolgte am Beispiel des Hohlzylinders aus Kapitel 5 mit den gleichen Maßen des Initialrisses. Der Fokus lag dabei auf der Ableitung einer analytischen Lösung für mechanisch und thermisch überlagerte Belastung basierend auf der analytischen Beschreibung aus Kapitel 6. In diesem Zusammenhang war zu prüfen, ob der SIF resultierend aus mechanischer Belastung einfach zur thermischen Lösung addiert werden kann. Für die Anwendung des Superpositionsprinzips müssen dabei Rissorientierung, Rissgeometrie sowie der Rissbeanspruchungsmodus übereinstimmen. Daher wurde neben der Anpassung der Risskonfiguration der rein mechanischen Belastung an Kapitel 5 ebenso eine Zugbelastung aufgebracht, die für diesen Riss eine reine Mode I-Beanspruchung erzeugt. Insgesamt wurden sieben Szenarien simuliert und ausgewertet. Die Untersuchungen umfassen drei konstante Zugbelastungen (10, 50 und 100MPa), das Abkühlscenario V1 sowie die Überlagerung dieser. Dabei wurde die Zugspannung entsprechend Abb. 99 auf die Deckfläche des offenen Zylinders aufgebracht, während die Bodenfläche in y -Richtung festgehalten wird. Zur Unterbindung der Starrkörperbewegung wurde zusätzlich ein Festlager in x - und z -Richtung an einem Knoten angebracht. Für alle Belastungsfälle wurde ein halbkreisförmiger Initialriss mit $a = 5$ mm auf mittlerer Zylinderhöhe senkrecht zur Richtung der Zugbelastung eingebracht.

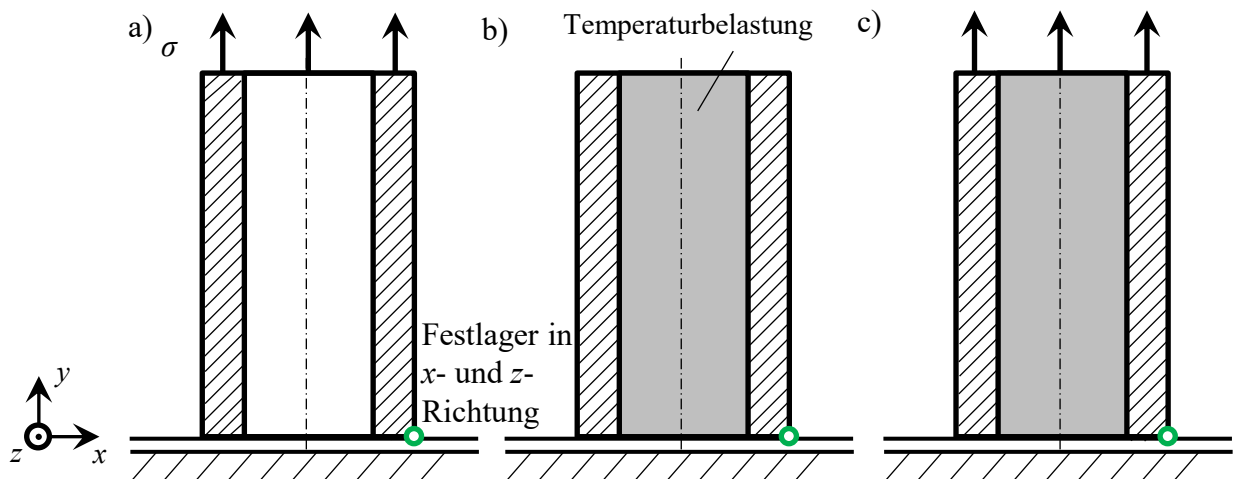


Abb. 99: a) Mechanische Belastung,
 b) Temperaturbelastung und
 c) überlagerte Belastung im Hohlzylinder

Erwartungsgemäß lassen sich die SIF-Verläufe der unterschiedlichen rein mechanischen Beanspruchungen aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen äußerer Belastung und SIF entsprechend Gl. (3) ineinander übertragen. Sie zeigen, dass bei größerem Zug, der SIF schneller steigt (Abb. 100). Ebenso hebt sich der Verlauf von dem der thermischen Belastung

dadurch ab, dass das Maximum der Kurve stets bei der größten Risstiefe liegt und nicht ab einer bestimmten Risstiefe aufgrund des Spannungsverlaufs über der Wanddicke infolge thermischer Belastung wieder sinkt. Mit den vorliegenden Parametern des thermischen Szenarios und den untersuchten Zugspannungen bewirkt die Abkühlung der Zylinderinnenfläche eine deutlich höhere Rissbeanspruchung als die Aufbringung des Zuges (siehe Abb. 100).

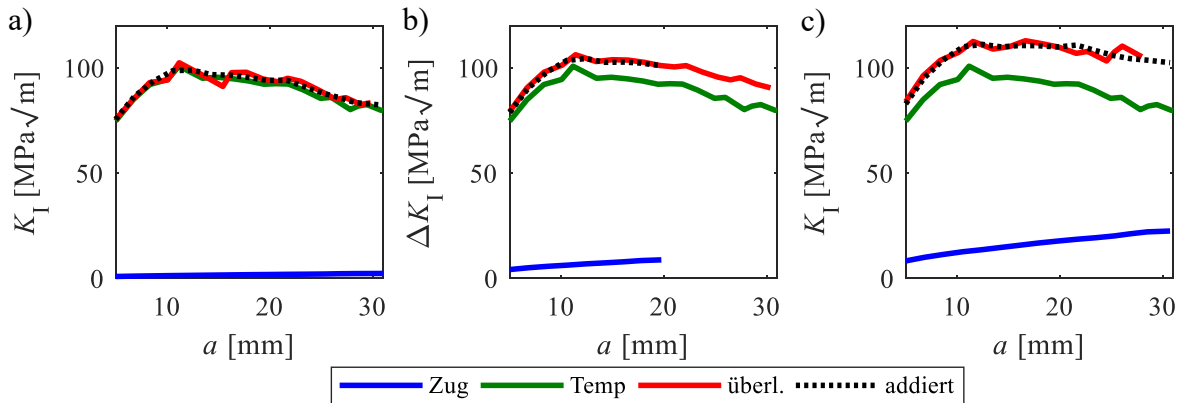


Abb. 100: SIF-Verläufe zur Untersuchung überlagerter Belastung bei einer Zugspannung von
a) 10 MPa, b) 50 MPa und c) 100 MPa

Bei überlagerter Belastung ist zu erkennen, dass die Lage des SIF oberhalb der Kurve von Szenario V1 ($T_{\text{end}} = 50^\circ\text{C}$; $t = 180\text{ s}$) liegt und je nach dem Betrag der Zugspannung mit fortschreitendem Risswachstum stärker abweicht. Die Addition des unter thermischer Belastung ermittelten und des zugbelasteten SIF führt entsprechend Abb. 100 zu dem jeweiligen SIF bei überlagerter Belastung.

Die Auswertung der a/c -Verläufe in Abb. 101 zeigen deutliche Unterschiede zwischen der Aufbringung einer Temperaturänderung und reinem mechanischem Zug. Dass die thermisch und überlagert belasteten Szenarien eine ähnliche Entwicklung der Rissgeometrie besitzen, lässt sich mit dem deutlich größeren Einfluss der Temperaturbelastung gegenüber der mechanischen Belastung begründen. Dennoch zeigen die Ergebnisse, dass die SIF-Lösungen rein mechanisch und rein thermisch belasteter Bauteile addiert werden können, um die Lösung für eine überlagerte Belastung zu erhalten, obwohl unterschiedliche Rissgeometrien vorliegen.

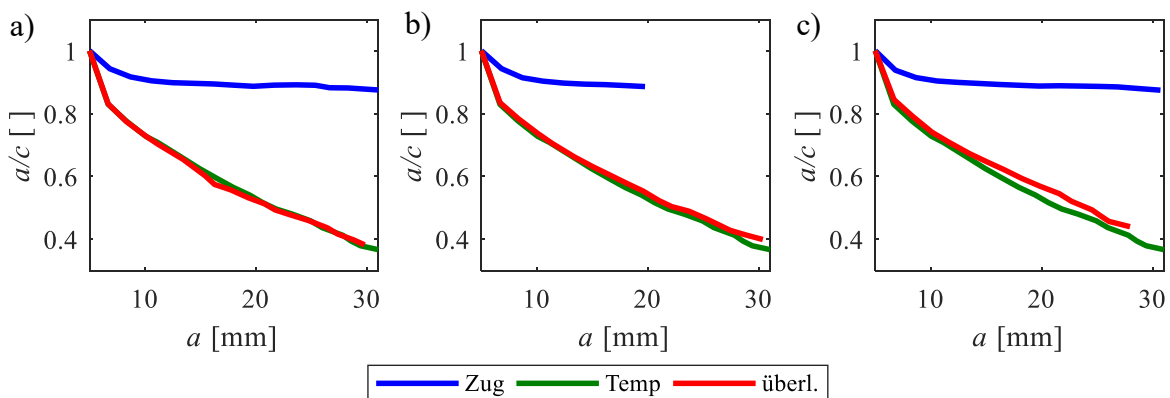


Abb. 101: Entwicklung der a/c -Verhältnisse zur Untersuchung überlagerter Belastung bei einer Zugbelastung von
a) 10 MPa, b) 50 MPa und c) 100 MPa

Diese Erkenntnisse ermöglichen die analytische Bestimmung des SIF bei beliebig überlagerter thermischer und mechanischer Belastung durch die Auswertung der in Kapitel 5 beschriebenen Simulationen sowie ggf. einer einzelnen zusätzlichen unter z.B. Zugbelastung.

Entsprechend lässt sich die Automatisierung zur analytischen SIF-Bestimmung um die mechanische Lösung erweitern, sollte diese noch nicht aus der Literatur bekannt sein. Für die betrachteten Szenarien wurde eine derartige Bestimmung für den Hohlzylinder umgesetzt. Verwendet wurde dabei der SIF-Verlauf der Belastung von 10 MPa, welcher sich analog zur Grundfunktion G_T der thermischen SIF-Kurve über eine Polynomfunktion dritten Grades beschreiben lässt:

$$\Delta K_{\text{mech}}(a, 10 \text{ MPa}) = 2,415e^{-5} \cdot a^3 - 1,955e^{-3} \cdot a^2 + 9,843e^{-2} \cdot a + 0,394 \quad (85).$$

Zur Ermittlung des SIF eines beliebig mechanisch zugbelasteten Zylinders erfolgt eine Skalierung der analytisch beschriebenen mechanischen Referenzlösung:

$$\Delta K_{\text{mech}}(a, \sigma_{\text{Zug}}) = \Delta K_{\text{mech}}(a, 10 \text{ MPa}) \cdot \frac{\sigma_{\text{Zug}}}{10 \text{ MPa}} \quad (86).$$

Die Addition zur thermischen Lösung ΔK_{therm} ergibt schließlich die Lösung für den überlagerten Anwendungsfall:

$$\Delta K_{\text{überlagert}}(a, \sigma_{\text{Zug}}, T_0, T_{\text{end}}, t) = \Delta K_{\text{mech}}(a, \sigma_{\text{Zug}}) + \Delta K_{\text{therm}}(a, T_0, T_{\text{end}}, t) \quad (87).$$

Die Methode wurde an den beschriebenen Szenarien untersucht, wobei die mechanische Belastung 10 MPa, 50 MPa und 100 MPa betrug. Der Vergleich der analytisch und numerisch bestimmten Lösungen ist Abb. 102 zu entnehmen. Mit etwa 6% Abweichung der Verläufe voneinander (siehe Tab. 11) kann die Methode als verifiziert angenommen werden.

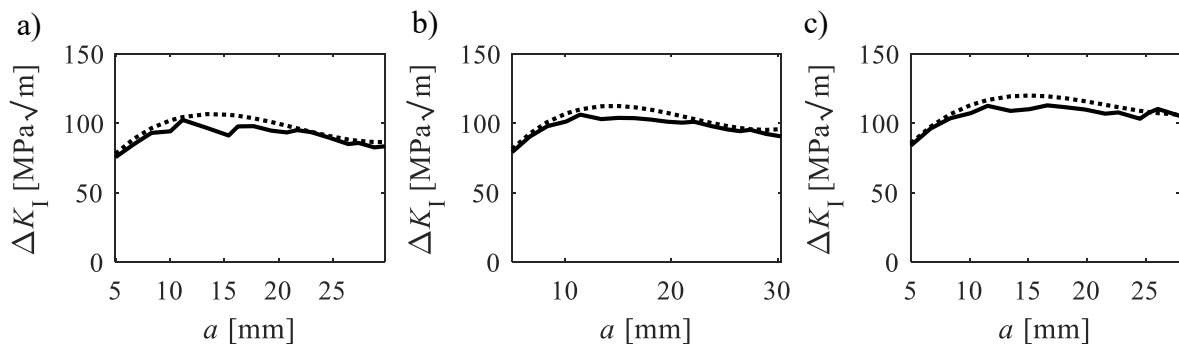


Abb. 102: Vergleich der numerisch (-) und analytisch (- -) bestimmten SIF-Verläufe für eine überlagerte Belastung mit einer Zugbelastung von
a) 10 MPa, b) 50 MPa und c) 100 MPa

Tab. 11: Mittlere Abweichung zwischen numerisch und analytisch bestimmter SIF-Lösung bei überlagerter Belastung

Zugbelastung [MPa]	10	50	100
Abweichung [%]	6,49	5,68	5,57

Für das Kugelformstück konnte in Kapitel 3.1.2 bereits gezeigt werden, dass in der Literatur und den Berechnungstools analytische SIF-Lösungen bei mechanischer Belastung existieren,

die sich auf das Bauteil anwenden lassen. Diese können entsprechend für die SIF-Bestimmung bei überlagerter Belastung genutzt und in die Automatisierung integriert werden.

Darüber hinaus ist anzumerken, dass die mechanische Belastung in Kraftwerkskomponenten, anders als in diesem Fall angenommen, üblicherweise eine Innendruckbelastung ist. Ist diese die Ursache für Rissinitiierung, würde sich ein Längsriss ausbilden. Entsprechend kann eine Superposition der thermischen und mechanischen SIF zur Ermittlung der Rissbeanspruchung bei überlagerter Belastung nur angewandt werden, wenn auch eine Lösung für diese Rissorientierung vorliegt.

8 UNTERSUCHUNGEN DER RESTLEBENSDAUERN BEI THERMISCHER BELASTUNG

Der Grund für solche Untersuchungen des SIF-Verlaufs unter zyklischer Belastung ist die Vorhersage einer Restlebensdauer zur Festlegung von Inspektionsintervallen. Neben der SIF-Lösung ist hierzu die experimentell ermittelte Rissgeschwindigkeitskurve erforderlich. In [98] wurden solche Kurven exemplarisch für X20CrMoV12-1 für unterschiedliche konstante Temperaturen bei u.a. einer Überlebenswahrscheinlichkeit $P_{\bar{U}} = 50\%$ und $R = 0,1$ aufgenommen. Die analytische Beschreibung dieser erfolgte unter anderem über die PARIS-Gerade für die in Abb. 103 farbig hinterlegten Temperaturen (Parameter in Anhang 11.7). Zur Anwendung auf die numerisch ermittelten SIF-Verläufe im Kugelformstück, wurde für jede Risstiefe überprüft, welche Temperatur am Ende der jeweiligen Abkühldauer an der Risspitze vorliegt. Abhängig von den Grenzen, innerhalb derer diese Temperatur liegt, wurde anschließend die der jeweiligen Risstiefe zugeordnete Rissgeschwindigkeitskurve (siehe Abb. 103) zur Ermittlung des $a(N)$ -Verlaufs angewandt. Dabei wurde numerisch integriert.

T der angewandten Kurve	20°C	150°C	300°C	400°C	500°C	600°C
Zugehörige Grenzen	20°C	150°C 250°C	350°C	450°C	550°C	600°C

Abb. 103: Zuordnung der Rissgeschwindigkeitskurven zu den experimentellen Daten der PARIS-Geraden bei konstanter Temperatur

Die so für das Kugelformstück ermittelten Ergebnisse sind in Abb. 104 für die Abkühlauern $t = 180\text{s}$ und $t = 900\text{s}$ dargestellt. Die ersten drei in der Legende aufgeführten Werte geben dabei die Endtemperatur des jeweiligen Belastungsfalls an, während „345°C“ für die Anfangstemperatur des letzten Lastfalls steht. Aus den Kurven geht hervor, dass hohe Endtemperaturen zu langsamerem Risswachstum führen. In den Graphen zeigt sich durch ein Abknicken der $a(N)$ -Kurven außerdem der Einfluss der einzelnen Temperaturbereichsgrenzen bzw. Rissgeschwindigkeitskurven. Da bei großen Risstiefen an der Spitze höhere Temperaturen vorliegen als bei kurzen Rissen, kann es vorkommen, dass innerhalb eines Lastfalls Rissgeschwindigkeitskurven für mehr als eine Temperatur Anwendung fanden. Ein Vergleich der beiden Abkühlauern verdeutlicht nochmals, dass längere Abkühlzeiten nicht nur zu geringeren SIF, sondern infolge dessen auch zu einem langsameren Rissfortschritt führen. Die Betrachtung der Verläufe „300°C“ ((545-300)°C) und „345°C“ ((345-100)°C) zeigt den erheblichen Einfluss des Temperaturniveaus auf das Risswachstumsverhalten. Bei einer um 200°C niedrigeren Starttemperatur bei identischer Temperaturdifferenz ist die Anzahl der Zyklen bis zum Erreichen der Risszähigkeit doppelt so groß wie es bei $T_0 = 545^\circ\text{C}$ der Fall ist (siehe Abb. 104 2.a).

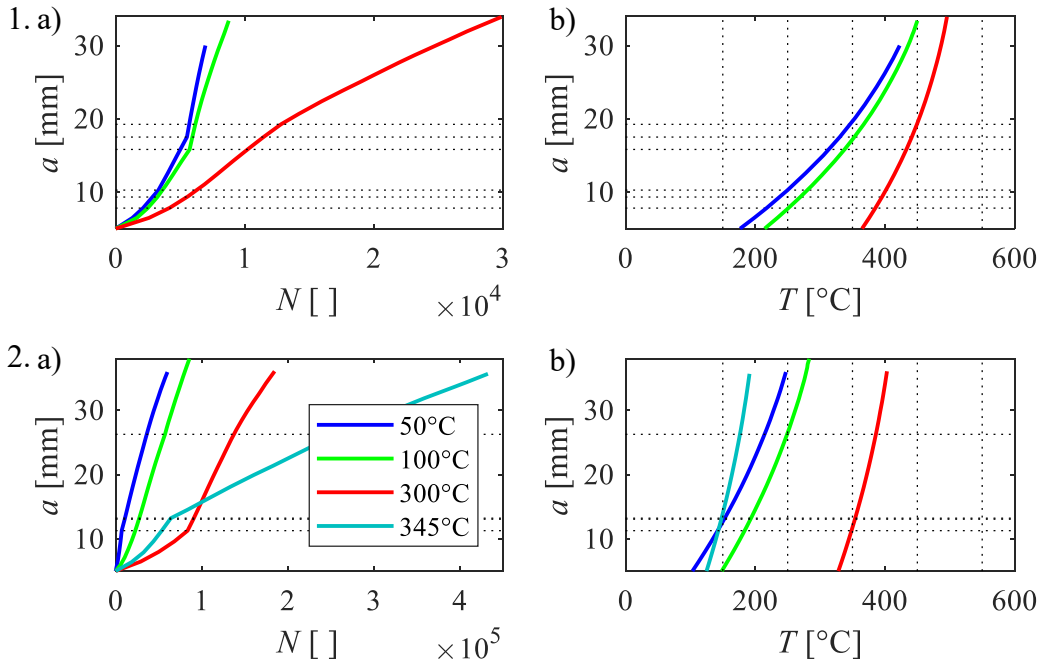


Abb. 104: 1) $t = 180\text{ s}$ 2) $t = 900\text{ s}$
 a) $a(N)$ - und b) zugehörige $a(T)$ -Kurven im Kugelformstück ($a_0 = 5\text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$)

Die Temperatur hat jedoch nicht nur Einfluss auf die PARIS-Gerade, sondern zudem auf die Risszähigkeit $K_{I,C}$. Abb. 105 zeigt die in [99] bestimmten Risszähigkeiten für den Kraftwerkstahl X20CrMoV12-1 (siehe Tab. A12). Vergleicht man nun die SIF-Verläufe über der Temperatur mit der Risszähigkeitskurve (Abb. 105), ist zu sehen, dass eine Abkühldauer von 180s (Abb. 105a) sehr schnell zu instabilem Risswachstum führt, während die Risszähigkeit bei $t = 900\text{ s}$ (Abb. 105b) für die vorliegenden Risstiefen nicht erreicht wird. Die Schwingspielzahlen $N_{33,PARIS}$ bis zum Erreichen einer Risstiefe von ca. 33 mm Tab. 12 zu entnehmen.

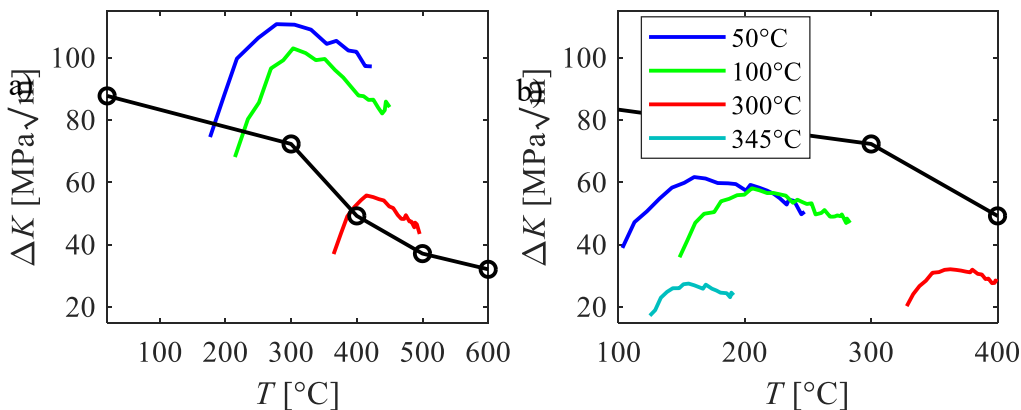


Abb. 105: Vergleich der SIF-Verläufe und Risszähigkeitsverläufe (o) für
 a) $t = 180\text{ s}$ und b) $t = 900\text{ s}$ ($a_0 = 5\text{ mm}$; $a_0/c_0 = 1$)

Eine weitere Möglichkeit die Rissgeschwindigkeitskurven analytisch zu beschreiben, ist die Verwendung der FORMAN/METTU-Gleichung (FM-Gleichung). Auch für diese wurden die Parameter [98] entnommen und sind in Anhang 11.7 hinterlegt. Dabei fand die Bestimmung der Werte für 150°C nicht statt, weshalb die Zuweisung der Rissgeschwindigkeitskurven zur

jeweiligen Rissspitzentemperatur entsprechend Abb. 106 angepasst wurde. Daraus ergibt sich gerade im Bereich niedriger Temperaturen eine große Abweichung zwischen der tatsächlich an der Risspitze vorliegenden und der der Rissgeschwindigkeitskurve zugehörigen Temperatur, was auf das Ergebnis des $a(N)$ -Verlaufs Einfluss haben kann.

T der angewandten Kurve	20°C	300°C	400°C	500°C	600°C	
Zugehörige	20°C	200°C	350°C	450°C	550°C	600°C

Abb. 106: Zuordnung der Rissgeschwindigkeitskurven zu den experimentellen Daten der FM-Gleichung bei konstanter Temperatur

Ein Vergleich der $a(N)$ -Kurven unter Anwendung der PARIS (gestrichelte Linie) und der FM-Gleichung (durchgezogene Linie) zeigt Abb. 107. Der Abbildung ist deutlich der Einfluss der Risszähigkeit zu entnehmen. Gerade bei einer Abkühldauer von 180s enden die Verläufe bereits bei wenigen Millimetern Risstiefe. Anders sieht es bei $t = 900$ s aus. Hier wird die Risszähigkeit für die vorliegenden Risstiefen nicht überschritten. Bei dieser Abkühldauer zeigt sich auch ein markanter Unterschied zwischen den Ergebnissen der jeweils unterschiedlichen Rissgeschwindigkeitskurven. Die Anwendung der FM-Gleichung ergibt für alle untersuchten Endtemperaturen ein deutlich langsamerer Risswachstum.

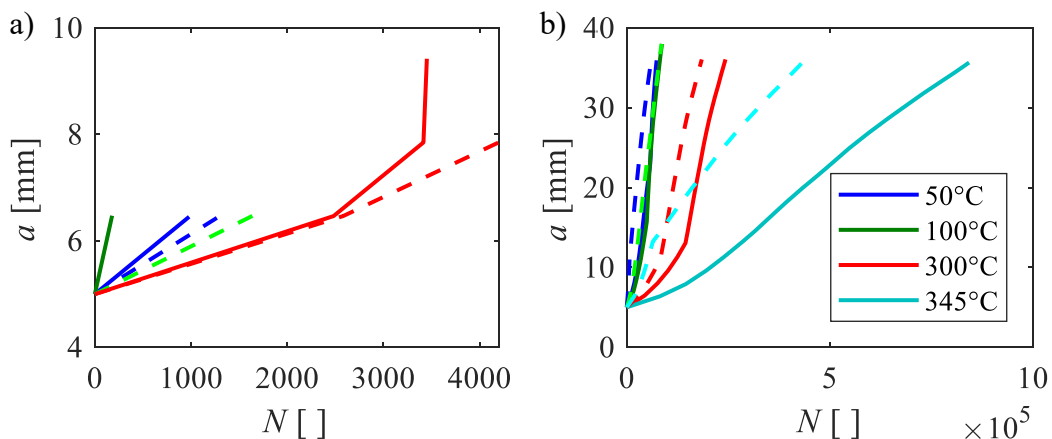


Abb. 107: Vergleich $a(N)$ -Kurven unter Verwendung der PARIS-Geraden (--) und der FM-Gleichung (-) für a) $t = 180$ s und b) $t = 900$ s im Kugelformstück ($a_0 = 5$ mm; $a_0/c_0 = 1$)

Aufgrund der Berücksichtigung des nach Abb. 11b) durch q beschriebenen Übergangsbereichs nahe der Risszähigkeit führt die Anwendung der FM-Gleichung bei $t = 180$ s zu geringeren Bruchschwingspielzahlen N_B als die Anwendung der PARIS-Geraden. Bei $t = 900$ s verhält es sich anders (siehe Tab. 12). Hier liegen die Zyklenzahlen bis zum Erreichen einer Risstiefe von 33 mm unter Anwendung der FM-Gleichung $N_{33,FM}$ oberhalb der Werte der mittels der PARIS-Geraden ermittelten Schwingspielzahlen $N_{33,PARIS}$. Gerade für $\Delta T = (345 - 100)^\circ\text{C}$ ist $N_{33,FM}$ fast doppelt so groß wie $N_{33,PARIS}$. Obwohl die Risszähigkeit bei hohen Temperaturen sinkt, sind die Restlebensdauern umso größer, je höher die Endtemperatur ist. Dies ist auf die niedrigeren SIF-Werte bedingt durch die geringeren thermischen Spannungen infolge der schwächeren Transiente zurückzuführen. Aufgrund der deutlich kleineren SIF bei

rein mechanischer Belastung im Kugelformstück wurde in dieser Arbeit auf die Berechnung der zugehörigen Restlebensdauer verzichtet.

Tab. 12: Ermittelte Schwingspielzahlen bis zum Erreichen einer Risstiefe von 33 mm unter Verwendung der PARIS-Geraden und FM-Gleichung für unterschiedliche T_{end} bei $t = 900\text{s}$ im Kugelformstück

T_{end} [°C]	50	100	300	100 ($T_0=345^\circ\text{C}$)
$N_{33,\text{PARIS}}$ []	$5,23 \cdot 10^4$	$7,33 \cdot 10^4$	$1,69 \cdot 10^5$	$3,95 \cdot 10^5$
$N_{33,\text{FM}}$ []	$6,88 \cdot 10^4$	$7,53 \cdot 10^4$	$2,26 \cdot 10^5$	$7,86 \cdot 10^5$

Für die Platte wurde eine Restlebensdauerberechnung auf Basis der nach der Methode aus Kapitel 6.1 vollanalytisch berechneten SIF-Lösung durchgeführt. Der SIF-Verlauf wurde für eine Risstiefe von 1 mm bis 50 mm berechnet. Der Vorteil der analytischen Lösung ist die Festlegung einer kleineren Schrittweite zwischen den einzelnen Stützwerten, wodurch das Ergebnis der numerischen Integration der Rissfortschrittsgleichungen genauer wird. Abb. 108 zeigt die $a(N)$ -Verläufe für ausgewählte Belastungsszenarien unter Anwendung des PARIS-Gesetzes. Die Verläufe weisen deutliche Unterschiede gerade auch hinsichtlich der Bruchschwingspielzahlen auf. Hohe Endtemperaturen bewirken bei damit einhergehenden geringeren Risszähigkeiten auch in der Platte kürzere Restlebensdauern als niedrige T_{end} , da aus den somit geringeren Temperaturänderungen geringere Spannungen folgen. Hohe Abkühlauern führen im Gegensatz zum Kugelformstück in der Platte jedoch zu einem Erreichen der Risszähigkeit bei geringeren Schwingspielzahlen. Zurückführen lässt sich dies auf die mechanischen Randbedingungen der Platte. Sie bewirken für die Platte bei langen Abkühlauern größere SIF, was in der Folge zu geringeren Restlebensdauern führt. Diese Zusammenhänge unterstreichen den größeren Einfluss des SIF gegenüber der temperaturabhängigen Risszähigkeit auf die Restlebensdauer.

Die analytische Lösung erlaubt durch die kleinere Schrittweite außerdem die genauere Feststellung, wann die Risszähigkeit der zugehörigen Temperatur überschritten ist. Entsprechend ist das Abbruchkriterium der FORMAN/METTU-Gleichung zu einem exakteren Zeitpunkt erfüllt. Ein Vergleich der Verläufe unter Anwendung der unterschiedlichen Rissfortschrittsgesetze ist in Abb. 108 dargestellt. Für die Platte zeigt sich unter Verwendung des PARIS-Gesetzes ein schnelleres Risswachstum als bei dem FORMAN/METTU-Gesetz. Im Gegensatz zum Kugelformstück gilt dieser Sachverhalt für die Platte unabhängig von der Abkühldauer.

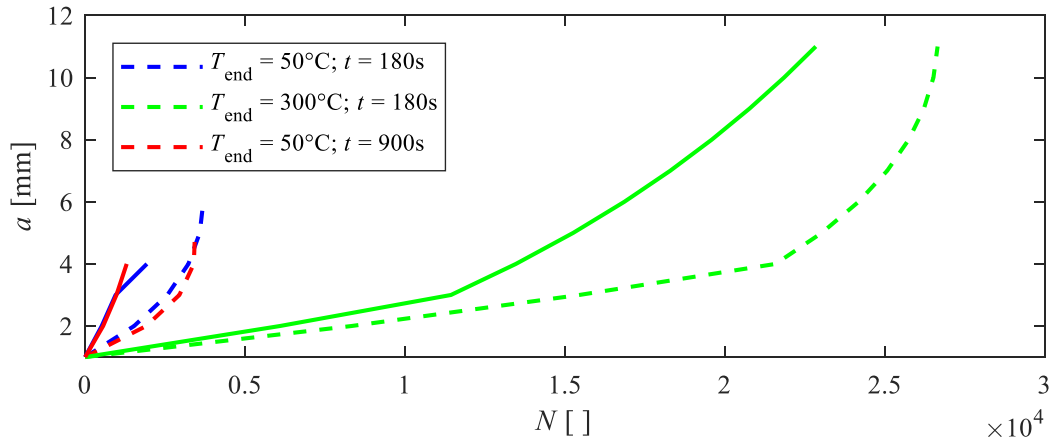


Abb. 108: Vergleich der über das PARIS(--)- und FORMAN/METTU(-)-Gesetz bestimmten $a(N)$ -Verläufe in der Platte ($a_0 = 1 \text{ mm}$)

Dies lässt sich durch die Betrachtung der in [98] definierten Rissgeschwindigkeitsverläufe begründen (Abb. 109). Dargestellt sind die für den jeweiligen Temperaturbereich geltenden Verläufe der FM- bzw. PARIS-Gleichung sowie die Grenzen der für die untersuchten Szenarien relevanten SIF-Bereiche. In der Platte befindet sich der SIF-Verlauf für V3 ($\Delta T = (545-300)^\circ\text{C}$; $t = 180\text{s}$) im Temperaturbereich 250°C - 350°C (Abb. 109b) und geht anschließend in den Bereich 350°C - 450°C (Abb. 109c) über. Entsprechend Abb. 109b) ist die Rissgeschwindigkeit in dem relevanten SIF-Bereich bei der PARIS-Geraden größer als bei der FM-Gleichung. Folglich wächst der Riss bei Anwendung des PARIS-Gesetzes bis zu einer Zyklenzahl von etwa $2,2 \cdot 10^4$ schneller als bei Verwendung der FM-Gleichung. Nach Überschreiten der Temperaturgrenze bewegt sich der SIF im hinteren Bereich der Rissgeschwindigkeitskurve (Abb. 109c). Da sich die Rissgeschwindigkeitskurve der FM-Gleichung in dieser Zone der Risszähigkeit asymptotisch nähert, liegt ihr Verlauf oberhalb der PARIS-Geraden. Als Konsequenz erfährt die $a(N)$ -Kurve infolge der FM-Gleichung einen deutlichen Anstieg gegenüber der Kurve unter Anwendung des PARIS-Gesetzes. Die PARIS-Gleichung hat bereits bei niedrigeren Zyklenzahlen einen Wechsel des Temperaturbereichs bewirkt, was auch in diesem Fall zu einem weiteren Anstieg der $a(N)$ -Kurve geführt hat. Als Resultat wächst der Riss bei Verwendung des PARIS-Gesetzes bis zum Erreichen der Risszähigkeit schneller als unter Anwendung der FM-Gleichung, obwohl der größte Verlaufsanstieg durch eben diese hervorgerufen wird. Ähnliche Zusammenhänge bestehen für die weiteren Szenarien in der Platte, welche allerdings ausschließlich im Temperaturbereich unter 150°C (Abb. 109a) liegen. In beiden Fällen startet die Untersuchung in einem SIF-Bereich, bei welchem die Rissgeschwindigkeitsbeschreibung nach PARIS oberhalb der nach FORMAN/METTU (vgl. [98]) liegt, was zu einem schnelleren Risswachstum führt. Nachdem der Verlauf nach der FM-Gleichung den linearen Bereich verlassen hat, sind die Rissgeschwindigkeiten nach PARIS geringer als die nach FORMAN/METTU. Dies wirkt sich lediglich auf den $a(N)$ -Verlauf entsprechend der FM-Gleichung aus, da es sich bei dem PARIS-Gesetz bekannter Weise um einen linearen Verlauf handelt. Bis zum Erreichen der Risszähigkeit stellt sich aufgrund der entscheidenden ersten Millimeter Risstiefe dennoch keine geringere Restlebensdauer unter Verwendung der FM-Gleichung gegenüber dem PARIS-Gesetz ein.

Die für die Platte bestimmten Werte für die jeweiligen Restlebensdauern können Tab. 13 entnommen werden.

Tab. 13: Bruchschwingspielzahlen für die Platte mit PARIS- und FORMAN/METTU-Gesetz bestimmt

	$\Delta T = (545-50)^\circ\text{C};$ $t = 180\text{s}$	$\Delta T = (545-300)^\circ\text{C};$ $t = 180\text{s}$	$\Delta T = (545-50)^\circ\text{C};$ $t = 900\text{s}$
$N_{B,PARIS} []$	$0,19 \cdot 10^4$	$2,28 \cdot 10^4$	$0,13 \cdot 10^4$
$N_{B,FM} []$	$0,37 \cdot 10^4$	$2,66 \cdot 10^4$	$0,34 \cdot 10^4$

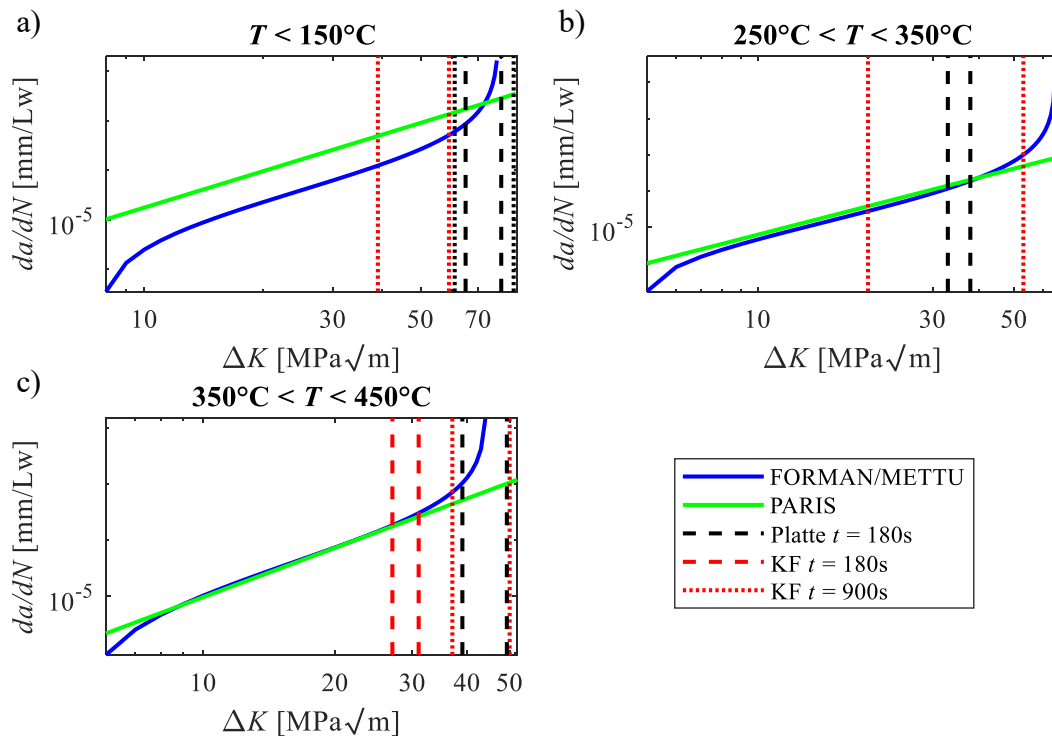


Abb. 109: Vergleich der in [98] beschriebenen Rissfortschrittsgleichungen der Temperaturbereiche
 a) $T < 150^\circ\text{C}$, b) $150^\circ\text{C} < T < 200^\circ\text{C}$, c) $200^\circ\text{C} < T < 350^\circ\text{C}$,
 d) $350^\circ\text{C} < T < 450^\circ\text{C}$ und e) $350^\circ\text{C} < T < 450^\circ\text{C}$ für die jeweils relevanten SIF-Bereiche

Für das Kugelformstück verhält es sich ähnlich. Wie bereits angemerkt wurde, führt die Anwendung der FM-Gleichung bei $t = 180\text{s}$, anders als bei allen anderen Untersuchungen, jedoch zu geringeren Restlebensdauern als die PARIS-Gerade. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Rissgeschwindigkeit nach PARIS in den relevanten SIF-Bereichen geringer ist als jene mit der FM-Gleichung bestimmte. Wegen der z.T. sehr geringen Unterschiede zeigt sich der Einfluss bis zum Erreichen der Risszähigkeit nur geringfügig in der $a(N)$ -Kurve. Das wird vor allem aus V3 ($\Delta T = (545-300)^\circ\text{C}; t = 180\text{s}$) deutlich. Während die Rissgeschwindigkeiten (Abb. 109e) ebenso wie die $a(N)$ -Verläufe (Abb. 107a) zunächst nahezu identisch sind, tritt ab der asymptotischen Näherung an die Risszähigkeit ein steigender Unterschied zwischen den Rissgeschwindigkeiten nach PARIS und FORMAN/METTU auf. Dieser geht mit einem schnelleren Risswachstum bei Anwendung der FM-Gleichung gegenüber dem PARIS-Gesetz einher.

An dieser Stelle soll nochmal darauf hingewiesen werden, dass es sich bei den untersuchten Szenarien um Extremfälle mit einem sehr hohen Wärmeübergangskoeffizienten handelt. Im realen Kraftwerksbetrieb bei standardmäßig durchgeführten Abfahrvorgängen liegen zum einen Abkühlauern von bis zu einer Stunde und zum anderen Wärmeübergangskoeffizienten um z.T. mehrere Zehnerpotenzen kleiner als $10.000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ vor. Entsprechend ergeben sich sowohl im Kugelformstück als auch im Rohr deutlich niedrigere SIF als in dieser Arbeit betrachtet, was wiederum zu höheren Restlebensdauern führen würde. Ein kleinerer Wärmeübergangskoeffizient würde auch in der beidseitig gelagerten ebenen Platte wegen der resultierenden geringeren Temperaturdifferenz im Bauteil zu einem geringeren SIF führen. Auf der anderen Seite bewirken lange Abkühlauern größere SIF. Dabei ist jedoch zu bedenken, dass die bei der Platte angewandten Randbedingungen in der Regel so im Kraftwerksbetrieb nicht vorzufinden sein werden. Die Wahl der doppelseitigen Lagerung wurde getroffen, um den Einfluss von Randbedingungen bzw. Geometrien auf den SIF thermisch belasteter Bauteile zu untersuchen. Die Ergebnisse haben dabei gezeigt, dass die in Kapitel 5 und 6 hergeleiteten Zusammenhänge unabhängig vom Bauteil bei reiner Mode I-Belastung für die analytische Beschreibung thermisch induzierter SIF angewendet werden können.

Unabhängig davon sind die ermittelten Restlebensdauern allerdings auch im Kontext des Kraftwerksbetriebs zu sehen. Geht man von etwa einem Zyklus pro Woche aus, entspräche eine vergleichsweise niedrige Restlebensdauer von etwa 2000 Lastwechseln dennoch einer Dauer von mehr als dreißig Jahren. Im Rahmen eines Sicherheitskonzepts sollte dennoch eine ausreichend hohe Sicherheit umgesetzt werden.

Ein weiterer Punkt bei der Bewertung der ermittelten Restlebensdauern sind die angewandten Rissfortschrittsdaten. Im Zusammenhang dieser Arbeit werden die Kurven als hinreichend passend angenommen, da die Bestimmung der Restlebensdauern vordergründig der Einordnung der Arbeit in den Prozess der Ableitung eines Sicherheitskonzeptes sowie der Veranschaulichung des Einflusses der Belastung und Randbedingungen auf das Risswachstum dient. Für die Ableitung eines bindenden Sicherheitskonzeptes sind jedoch weitere Einflüsse auf die Risswachstumsgeschwindigkeit zu berücksichtigen. Ein Grund für die lange Zyklusdauer liegt nämlich in der Haltezeit vor der Einleitung des Abfahrvorgangs. Wie die in Kapitel 2 angeführten Untersuchungen gezeigt haben, bewirken solche langen Haltezeiten eine höhere Rissgeschwindigkeit gegenüber keinen oder nur kurzen Haltezeiten. Solche Haltezeiten sind in den in der Arbeit verwendeten Rissgeschwindigkeitskurven nicht berücksichtigt worden. Da vor Einleitung des Abfahrvorgangs in der numerischen Simulation jedoch auch keine Haltezeiten definiert wurden, stellt sich ohnehin die Frage, welche Rissgeschwindigkeitskurve den realen Betrieb in diesem Zusammenhang am besten abbildet.

9 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Kurzfristige Abfahrvorgänge, welche thermische Belastungen mit sich bringen, werden für den Kraftwerksbetrieb aufgrund des Energiegesetzes [1] immer relevanter. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Untersuchung des Einflusses einer solchen Beanspruchung auf das Rissverhalten vorgenommen. Exemplarisch erfolgten numerische Untersuchungen zunächst am Kugelformstück. An diesem wurden unter Verwendung des numerischen Programms ABAQUS ausgewählte Belastungsszenarien simuliert. Für die Risseinbringung an ermüdungsrelevanten Positionen wurde das Tool FRANC3D genutzt. Die Ergebnisse zeigen, dass die thermische Belastung während eines Notabfahrvorgangs einen deutlich größeren Einfluss auf das Risswachstum besitzt als eine im Kraftwerksbetrieb übliche konstante Druckbelastung.

Dennoch ist es wichtig, auch den Einfluss einer mechanischen Belastung auf das Rissverhalten quantifizieren zu können. Da bereits eine Reihe analytischer Lösungen zur SIF-Bestimmung unter Druckbelastung existieren, wurde ein Vergleich mit den Ergebnissen für unterschiedliche in den analytischen Tools NASGRO und IWM-VERB hinterlegten Bauteilgeometrien vorgenommen. Die Ergebnisse haben gezeigt, dass bei der Vorgabe einer Spannungsverteilung über die Bauteildicke gute Ergebnisse mit IWM-VERB zu erzielen sind, während NASGRO durch die fehlende Option einer Spannungsverteilungsübergabe für komplexere Bauteile nicht geeignet ist. Die vorliegenden numerischen Ergebnisse lassen sich bei reiner mechanischer Belastung problemlos auf andere Druckbelastungen umrechnen. Weiterhin wurde eine analytische Lösung für einen Hohlzylinder mit zum Kugelformstück analogen Maßen bei vorgegebenem a/c -Verlauf ermittelt. Wie bereits der Vergleich mit den analytischen Lösungen aus IWM-VERB gezeigt hat, sind die Ergebnisse zwischen Hohlzylinder und Kugelformstück vergleichbar. Entsprechend lässt sich die in dieser Arbeit ermittelte Lösung als Orientierung zur Untersuchung des Kugelformstücks verwenden.

Da der Einfluss einer thermischen Belastung im Falle eines Notabfahrvorgangs, wie bereits erwähnt, deutlich größer ist, lag der Fokus der Untersuchungen in der Erarbeitung einer analytischen Lösung zur SIF-Bestimmung unter Temperaturbelastung für $T \leq 545^\circ\text{C}$. Es wurden drei Methoden getestet. Die zu diesem Zweck vorgenommenen numerischen Untersuchungen haben gezeigt, dass sowohl die Abkühldauer als auch die Anfangs- und Endtemperatur erwartungsgemäß einen großen Einfluss auf den SIF besitzen. Dieser wurde in den beiden ersten Methoden berücksichtigt und beschrieben.

Darüber hinaus beinhaltet das numerische Modell temperaturabhängige Materialparameter, welche die Betrachtung der Anfangs- und Endtemperatur statt einer Temperaturdifferenz in der analytischen Lösung erfordern. Dieser Sachverhalt wurde, vermutlich wegen der sehr geringen Abkühlauern, in der Literatur bisher nicht berücksichtigt.

Die Auswertung der numerischen Ergebnisse hat zu zwei analytischen Beschreibungen geführt, welche wie eine lineare Beschreibung strukturiert sind. Die Gleichungen der ersten Methode ermöglichen die analytische Beschreibung des SIF-Verlaufs für die in FRANC3D er-

mittelten a/c -Verläufe, während die zweite Methode eine von der Risskonfiguration abhängige Lösung darstellt.

Um die Allgemeingültigkeit der gefundenen Zusammenhänge zu überprüfen, wurden die Untersuchungen neben dem Kugelformstück mit der Platte und dem Hohlzylinder auch an einfachen Geometrien vorgenommen. Die in Kapitel 6.1 vorgestellte Methode lässt sich dabei so automatisieren, dass die Simulation des Risswachstums von zwölf vorgegebenen Belastungsszenarien ausreicht, um mithilfe eines vorgefertigten Skripts eine analytische SIF-Lösung über der Risstiefe für das jeweilige beliebige Bauteil zu erhalten. Ein Nachteil dieser Lösung ist, dass sie ausschließlich für konkrete numerisch ermittelte a/c -Verläufe oder sich über die gesamte Bauteilbreite erstreckende Risse gilt.

Daher wurde in Kapitel 6.2 eine analytische Lösung abgeleitet, welche das Seitenverhältnis des Risses berücksichtigt. Beide Lösungen gelten jedoch ausschließlich für die in der numerischen Simulation vorgegebenen Wärmeübergangskoeffizienten. Die Studie an einem Beispielszenario hat gezeigt, dass ein direkter Zusammenhang zwischen Wärmeübergangskoeffizient und Spannungsverlauf und daraus folgend dem SIF-Verlauf besteht. Weiterführende Untersuchungen ermöglichen die Integration des Wärmeübergangskoeffizienten in die vorliegende Gleichung.

Die Verwendung der Gewichtsfunktionsmethode ist dabei eine Alternative. Als halbanalytische Methode bietet sie die Möglichkeit, eine einzelne numerische Simulation mit der gewünschten transienten Belastung und selbstgewähltem Wärmeübergangskoeffizienten durchzuführen, um durch Integration aus der aus der Numerik erhaltenen Spannungsverteilung und einer Gewichtsfunktion den SIF zu ermitteln. In Kapitel 6.3 konnte gezeigt werden, dass drei unterschiedliche Beschreibungen zu z.T. ähnlich guten analytischen Näherungslösungen führen. Die Formulierung mit konstant geringen Abweichungen zwischen halbanalytischer und numerischer SIF-Lösung ist dabei die im Rahmen dieser Arbeit angewandte Exponentialfunktion, welche sowohl für die Platte und als auch den Hohlzylinder gute Ergebnisse liefert. Der a/c -Einfluss auf den SIF wird mit der vorgestellten Lösung abgebildet.

Der Einfluss der Bauteildicke wurde an der Platte untersucht. Es konnte ein analytischer Zusammenhang abgeleitet werden, welcher in das Skript zur automatisierten SIF-Ableitung integriert werden konnte. Dieser Zusammenhang lässt sich außerdem auf die zweite Methode anwenden. Die Verwendung der Gewichtsfunktion beinhaltet den Wanddickeneinfluss bereits.

Durch weiterführende Studien lässt sich ggf. eine Materialabhängigkeit des SIF-Verlaufs in die analytische Lösung aus den Kapiteln 6.1 und 6.2 integrieren.

Darüber hinaus konnte bestätigt werden, dass sich die SIF-Lösung bei mechanisch und thermisch überlagerter Belastung aus der Summe der Einzellösungen ergibt. Entsprechend bieten die im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen Untersuchungen eine gute Grundlage zur Ableitung von SIF-Lösungen für beliebige thermisch und mechanisch belastete Bauteile. Dabei muss jedoch sichergestellt sein, dass Mechanismen wie das Kriechen für den betrachteten Temperaturbereich und die vorliegenden Belastungsszenarien bei dem untersuchten Bauteilmaterial nicht vorliegen.

10 LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Gesetz für den Ausbau erneuerbarer Energien (Erneuerbare-Energien-Gesetz - EEG 2014)
- [2] kha/dpa: Dampf-Explosion in hessischem Kraftwerk. [URL: <https://www.spiegel.de/panorama/explosion-im-kraftwerk-staudinger-im-hessischen-grosskrotzenburg-a-969036.html>], abgerufen am: 16.04.2019
- [3] NASA: Fatigue Crack Growth Computer Program „NASGRO“ – Reference Manual, 2000
- [4] IWM Fraunhofer-Institut für Werkstoffmechanik: IWM VERB, Freiburg, 2013
- [5] ABAQUS/CAE. Dassault Systèmes, USA, 2013
- [6] FRANC3D. Fracture Analysis Consultants, Inc, New York, 2011
- [7] Richard, H. A.; Sander, M.: Ermüdungsrisse - Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2012
- [8] Hahn, H. G.: Bruchmechanik. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1976
- [9] Schwalbe, K. H.: Bruchmechanik metallischer Werkstoffe. Hanser-Verlag, München, 1980
- [10] Sander, M.: Einfluss variabler Belastung auf das Ermüdungsrisswachstum in Bauteilen und Strukturen. In: Fortschrittsberichte VDI, Reihe 18, Nr. 287, VDI-Verlag, Düsseldorf
- [11] Richard, H. A.; Buchholz, F.-G., Kullmer, G., Schöllmann, M.: 2D- und 3D-Mixed Mode Fracture Criteria. In: Trans Tech Publications, Zürich, 2003, S. 251–260
- [12] Richard, H. A.: Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis bei Bauteilen mit Rissen unter Mixed-Mode-Beanspruchung. In: Materialprüfung (45), 2003, S. 513–518
- [13] Richard, H. A.; Fulland, M.; Sander, M.: Theoretical crack path prediction. In: Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures (28), 2005, S. 3–12
- [14] Schöllmann, M., Richard, H.A., Kullmer, G., Fulland, M.: A new criterion for the prediction of crack development in multiaxially loaded structures. In: International Journal of Fracture, 2002, Nr. 117, S. 129–141
- [15] Richard, H.A., Schöllmann, M., Buchholz, F.-G., Fulland, M.: Comparison of 3D Fracture Criteria. In: DVM-Bericht 235: Fortschritte der Bruch- und Schädigungsmechanik, 2003, S. 327–340
- [16] Rybicki, E. F., Kanninen, M. F.: A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral. In: Engineering Fracture Mechanics, 1977, Nr. 9, S. 931–938
- [17] Lebahn, J.: Statistisch abgesicherte Restlebensdauervorhersage für wellenartige Strukturen unter Verwendung validierter Spannungsintensitätsfaktor-Lösungen. In: Rostocker Schriften zur Angewandten Mechanik. Verlag Dr. Hut, München, 2013

- [18] Irwin, G. R.: Fracture. In: Flügge, S.: Handbuch der Physik, Bd. 6, Springer-Verlag, Berlin, 1958, S.551-590
- [19] Buchholz, F.-G.: Virtuelle Rissschließungsintegral-Methoden: 30 Jahre Weiterentwicklung und Anwendungen in der Bruchmechanik. In: DVM-Bericht 240. Zuverlässigkeit von Bauteilen durch bruchmechanische Bewertungen: Regelwerke, Anwendungen und Trends, 2008, S. 163–174
- [20] Fulland, M., Richard, H.A.: Application of the FE-Method to the simulation of fatigue crack growth in real structures. In: Steel Research, 2003, Nr. 74, S. 584–590
- [21] Buchholz, F.-G.: Einflüsse von Elementtyp und Netztopologie auf die Finite Element Berechnung eines modifizierten Rissschließungsintegrals. In: Ikoss GmbH Hrsg., 1982, S. 77–101
- [22] Blumenauer, H., Pusch, G.: Technische Bruchmechanik. Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 1993
- [23] Broek, D.: Elementary engineering fracture mechanics, The Hague, 1984
- [24] Rice, J.: A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. In: Journal of Applied Mechanics, 1968, Nr. 35, S. 379–386
- [25] Kuna, M.: Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen - Finite Elemente in der Bruchmechanik. Vieweg+Teubner, Wiesbaden, 2008
- [26] Manu, C.: Quarter-point elements for curved crack fronts. In: Computers and Structures, 1983, Nr. 17, S. 227–231
- [27] Banks-Sills, L., Sherman, D.: On quarter-point three dimensional finite elements in elastic fracture mechanics. In: International Journal of Fracture, 1989, Nr. 41, S. 177–196
- [28] Banks-Sills, L., Sherman, D.: On the computation of stress intensity factors for threedimensional geometries by means of the stiffness derivative and J-integral methods. In: International Journal of Fracture, 1992, Nr. 53, S. 1–20
- [29] Richard, H. A.: Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren aus spannungsoptisch bestimmten Kerbspannungen. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1979
- [30] Richard, H. A.: Interpolationsformel für Spannungsintensitätsfaktoren. In: VDI-Z, 1979, Nr. 121, S. 1138–1143
- [31] Bueckner, H.: A Novel Principle for the Computation of Stress Intensity Factors. In: ZAMM, 1970, Nr. 50, 751ff
- [32] Rice, J.: Some remarks on elastic crack-tip stress fields. In: International Journal of solids and structures, 1972, Nr. 8, S. 751–758
- [33] Edel, K.-O.: Einführung in die bruchmechanische Schadensbeurteilung. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, 2015
- [34] Glinka, G., Shen, G.: Universal features of weight functions for crack in mode I. In: Engineering Fracture Mechanics, 1991, Nr. 40, S. 1135–1146
- [35] Fett, T., Mattheck, C., Munz, D.: On the calculation of crack opening displacement from the stress intensity factor. In: Engineering Fracture Mechanics, 1987, Nr. 27, S. 697–715

- [36] Wang, X., Lambert, S.B.: Stress intensity factors and weight functions for high aspect ratio semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates. In: *Engineering Fracture Mechanics*, 1997, Nr. 57, S. 13–24
- [37] Sha, G. T.; Yang, C.-T.: Weight functions of radial cracks emanating from a circular hole in a plate. In: Underwood, J.H. (Hrsg.) ; Chait, R. (Hrsg.) ; Smith, C. W. (Hrsg.) ; Wilhelm, D. P. (Hrsg.) ; Andrews, W. A. (Hrsg.) ; Newman, J. C. Jr. (Hrsg.) ; American Society for Testing and Materials (Veranst.): *Fracture Mechanics: Seventeenth Volume Bd. ASTM STP 905*. Philadelphia, 1986, S. 573–600
- [38] Anderson, T.; Glinka, G.: A closed-form method for integrating weight functions for part-through cracks subjected to mode I loading. In: *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, Nr. 73, S. 2153–2165
- [39] Kiciak, A.; Glinka, G.; Burns, D. J.: Calculation of stress intensity factors and crack opening displacements for cracks subjected to complex stress fields. In: *Transactions of the ASME*, 2003, Nr. 125, S. 260–266
- [40] Shen, G.; Glinka, G.: Determination of weight functions from reference stress intensity factors. In: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* (15), 1991, Nr. 3, S. 237–245
- [41] Paris, P.C., Gomez, M.P., Anderson, W.E.: A rational analytic theory of fatigue. In: *Trend in Engineering* 13, 1961, S. 9–14
- [42] Elber, W.: Fatigue Crack Closure under Cyclic Tension. In: *Engineering Fracture Mechanics*, 1970, Nr. 2, S. 37–45
- [43] Liaw, P.K.: Overview of Crack Closure at Near-Threshold Fatigue Crack Growth Levels. In: Newman, J.C. jr., Elber, W. (eds.): *Mechanics of Fatigue Crack Closure*, ASTM STP 982, ASTM, Philadelphia, S. 62
- [44] Elber, W.: The Significance of Fatigue Crack Closure. In: *Damage Tolerance in Aircraft Structures*, 1970, S. 230–242
- [45] Suresh, S.; Ritchie, R. O.: Fatigue Crack Growth Threshold Concepts. In: Davidson, D. L.; Suresh, S. (eds.): *TMS-AIME*, Warrendale, S. 227
- [46] Sähn, S., Göldner, H.: *Bruch- und Beurteilungskriterien in der Festigkeitslehre*. Fachbuchverlag Leipzig-Köln, 1993
- [47] Fischer, T., Kuhn, B.: Frequenz- und Haltezeiteinfluss auf die Kriechermüdungswechselwirkung und die Mikrostruktur eines ferritisch-martensitischen 9-12% Cr Stahls im Temperaturbereich von 300°C bis 600°C. In: *DVM-Bericht* 248, S. 101–110
- [48] Clark, W. G.; Trout, H. E.: Influence of temperature and section size on fatigue crack growth behavior in Ni-Mo-V alloy steel. In: *Engineering Fracture Mechanics*, 1970, Nr. 2, S. 107–108
- [49] Campbell, J. E.: Fracture toughness of high-strength alloys at low temperature - areview. In: *ASTM STP* 556
- [50] Paris, P. C.; et al.: Extensive study of low fatigue crack growth rates in A533 and A508 steels. In: *ASTM STP* 513
- [51] Speidel, M. O.: Fatigue crack growth at high temperatures. In: *High Temperature Materials in Gas Turbines*

- [52] Solomon, H. D.: Frequency Dependent Low Cycle Fatigue Crack Propagation. In: Metallurgical Transactions (4), 1973, 1, S. 341–347
- [53] Smith, H. H.; Shahinian, P.: Environmental effects on fatigue crack growth rates in silver. In: Journal of the Institute of Metals, Nr. 99, S. 243
- [54] Lee, J.-H.; Lee, H.-Y.; Hong, S.-G.; Lee, S.-B.: Fatigue crack growth behavior of Mod.9Cr-1Mo steel at elevated temperatures: Effect of temperature, loading frequency and R ratio. In: Journal of Mechanical Science and Technology (31), 2017, Nr. 8, S. 3665–3669
- [55] Radaj, D., Vormwald, M.: Ermüdungsfestigkeit. Grundlagen für Ingenieure. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007
- [56] Ng, H. W.; Lee, C. K.: Remaining life of a vessel containing an internal corner crack under repeated thermal shock. In: ARCHIVE Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers Part E Journal of Process Mechanical Engineering 1989-1996, 1997, Nr. 211, S. 215–219
- [57] Price, J. W. H.; Kerezsi, B. B.; Chang, M.: Thermal shock cracking guidelines for acceptance in service. In: Engineering Failure Analysis, 2004, Nr. 11, S. 267–277
- [58] Manson, S. S.: Behaviour of materials under conditions of thermal stress, NACA TN-2933, 1954
- [59] Coffin, L.; Schenectady, N.; Wesley, R.: Apparatus for study of effects of cyclic thermal stresses on ductile metals. Transactions ASME 1954; 76, S. 923-930
- [60] ASME Boiler and Pressure Vessel Code, New York: ASME, 1998
- [61] ASME Boiler and Pressure Vessel Code, New York: ASME, 1998
- [62] Rau, C. A.; Gemma A., E.; Leverant G. R.: Thermal-mechanical fatigue crack propagation in nickel- and cobalt-base superalloys under various strain-temperature cycles. Fatigue at elevated temperatures, ASTM STP 1973; 520, S. 166-178.
- [63] Mowbray, D. F.; Woodford, D. A.; Brandt, D. E.: Thermal fatigue characterization of cast cobalt and nickel-base superalloys. Fatigue at elevated temperatures. ASTM STP 1973;520: 416-426.
- [64] Kerezsi, B. B.; Kotousov, A. G.; Price, J. W. H.: Experimental apparatus for thermal shock fatigue investigations. In: International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2000, Nr. 77, S. 425–434
- [65] Skelton RP, editor. Fatigue at high temperature, 1983
- [66] Price, J. W. H.: Thermal Shock Cracking: Design and Assessment Guidelines. In: Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, 2007, Nr. 129, S. 125–132
- [67] Eshraghi, I.; Soltani, N.: Thermal stress intensity factor expressions for functionally graded cylinders with internal circumferential cracks using the weight function method. In: Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2015, Nr. 80, S. 170–181
- [68] Schlitzer, T.; Vormwald, M.; Rudolph, J.: Strip yield model application for thermal cyclic loading. In: Computational Materials Science, 2012, Nr. 64, S. 265–269

- [69] Tsai, C.-H.; Ma, C.-C.: Thermal weight function of cracked bodies subjected to thermal Loading. In: *Engineering Fracture Mechanics* (41), 1992, 1, S. 27–40
- [70] Lu, T. J.; Fleck, N. A.: The thermal shock resistance of solids. In: *Acta mater* (46), 1998, Nr. 13, S. 4755–4768
- [71] Ab Razak, N.; Davies, C. M.; Nikbin, K. M.: Creep-fatigue crack growth behaviour of P91 steels - 21st European Conference on Fracture, ECF21, 20-24 June 2016, Catania, Italy. In: *Procedia Structural Integrity*, 2016, Nr. 2, S. 855–862
- [72] Ab Razak, N.; Davies, C. M.; Nikbin, K. M.: Testing and assessment of cracking in P91 steels under creep-fatigue loading conditions. In: *Engineering Failure Analysis*, 2018, Nr. 84, S. 320–330
- [73] El-Desoky, O. E.; Abd El-Azim, M. E.; El Kossy, M. R.: Analysis of creep behavior of welded joints of P91 steel at 600 °C. In: *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2019, Nr. 171, S. 145–152
- [74] Jones, I. S.: Impulse response model of thermal striping for hollow cylindrical geometries. In: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2005, Nr. 43, S. 77–88
- [75] Nabavi, S.M., Ghajar, R.: Analysis of thermal stress intensity factor for cracked cylinders using weight function method. In: *International Journal of Engineering Science*, 2010, Nr. 48, S. 1811–1823
- [76] Radu, V.; Taylor, N.; Paffumi, E.: Development of new analytical solutions for elastic thermal stress components in a hollow cylinder under sinusoidal transient thermal loading. In: *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2008, Nr. 85, S. 885–893
- [77] Nied, H. F.: Transient Thermal Stress Problem for a Circumferentially Cracked Hollow Cylinder. In: *Journal of Thermal Stresses*, 1983
- [78] Radu, V., Paffumi, E., Taylor, N.: New analytical stress formulae for arbitrary time dependent thermal loads in pipes. In: *JRC Scientific and Technical Reports*, 2007
- [79] Radu, V., Paffumi, E., Taylor, N., Nilsson, K.-F.: Assessment of thermal fatigue crack growth in the high cycle domain under sinusoidal thermal loading - An application – Civaux 1 case. In: *JRC Scientific and Technical Reports*, 2007
- [80] Chapuliot, S., Gourdin, C., Payen, T., Magnaud, J.P., Monavon, A.: Hydro-thermal-mechanical analysis of thermal fatigue in a mixing tee. In: *Nuclear Engineering and Design*, 2005, Nr. 235, S. 575–596
- [81] Nied, H. F.: Thermal Shock Fracture in an Edge-Cracked Plate. In: *Journal of Thermal Stresses*, 1983, S. 217–229
- [82] Zhou, Z.; Xu, X.; Leung, A. Y.; Guan, Z.: Transient thermal stress intensity factors for Mode I edge-cracks. In: *Nuclear Engineering and Design*, 2011, Nr. 241, S. 3613–3623
- [83] Fu, J.; Chen, Z.; Qian, L.; Xu, Y.: Non-Fourier thermoelastic behavior of a hollow cylinder with an embedded or edge circumferential crack. In: *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, Nr. 128, S. 103–120
- [84] Wilson, W. K.; Yu, I.-W.: The use of the J-Integral in thermal stress crack problems. In: *International Journal of Fracture* (15), 1979, Nr. 4, S. 377–387

- [85] Schulz, A.; Czubanowski, M.; Mathes, F.; Rieck, D.: Abschlussbericht: Ermittlung von Kennwerten zur Bewertung thermischen Ermüdungsrisswachstums in Kraftwerken (THERRI) - Numerische Untersuchungen, zerstörungsfreie Prüfmethoden sowie Regelungen zur Bewertung thermischen Ermüdungsrisswachstums in Kraftwerken, 2017
- [86] Paarmann, M., Sander, M.: Numerische Untersuchungen zur Rissausbreitung in Kraftwerkskomponenten für betriebsnahe Belastungsszenarien. In: DVM-Bericht 248, S. 111–120
- [87] Paarmann, M., Rieck, D., Schulz, A., Sander, M.: Vergleich analytischer und numerischer Rissfortschrittssimulationen von Kraftwerkskomponenten bei überlagerter mechanischer und thermischer Belastung. In: DVM-Bericht 247, S. 103–112
- [88] Rieck, D.; Schulz, A.; Czubanowski, M.; Mathes, F.: THERRI - Ermittlung von Kennwerten zur Bewertung des thermischen Ermüdungsrisswachstums Arbeitsanteil TÜV NORD SysTec GmbH & Co. KG THERRI - Teilprojekt 4 - Zwischenbericht 02/013 Rostock
- [89] Raju, I. S.: Calculation of strain-energy release rates with higher order and singular finite elements. In: Engineering Fracture Mechanics (28), 1987, Nr. 3, S. 251–274
- [90] Forman, R. G., Mettu, S. R., Shivakumar, V.: Fracture Mechanics Evaluation of Pressure Vessels and Pipes in Aerospace Applications. In: Fatigue, Fracture and Risk, 1992, S. 25–36
- [91] Mettu, S. R., Raju, I. S., and Forman, R. G.: Stress Intensity Factors for Part-Through Surface Cracks in Hollow Cylinders. In: JSC Report No. 25685/LESC Report No. 30124, July 1992
- [92] Schulz, A.; et al.: Prüfkonzepte für ermüdungsführende Komponenten unter den Bedingungen eines flexiblen Kraftwerksbetriebes (SIC – Smart Inspection Concept). In: 46. Kraftwerkstechnisches Kolloquium 2014, Oktober 2014, Dresden
- [93] Chapuilot, S.: KI formula for pipes with a semi-elliptical longitudinal or circumferential, internal or external crack. In: CEA Report CEA-R-5900, 2000
- [94] Paarmann, M., Sander, M.: Analyticaldetermination of stress intensity factors in thick walled thermally loaded components. In: Engineering Fracture Mechanics, 2020, Nr. 235
- [95] Gierow, C., Nocke, J., Hassel, E.: Abschlussbericht: THERRI - Ermittlung von Kennwerten zur Bewertung des thermischen Ermüdungsrisswachstums. Arbeitsanteil Lehrstuhl für Technische Thermodynamik der Universität Rostock (LTT-Rostock), 2017
- [96] Schlitzer, T.: Erweiterungen des Fließstreifenmodells der elastisch-plastischen Schwingbruchmechanik, 2019
- [97] Shen, G.; Glinka, G.: Weight functions for a surface semi-elliptical crack in a finite thickness plate. In: Theoretical and Applied Fracture Mechanics (15), 1991, Nr. 3, S. 247–255
- [98] Mutschler, P., Paarmann, M., Sander, M.: Abschlussbericht: Ermittlung von Kennwerten zur Bewertung thermischen Ermüdungsrisswachstums in Kraftwer-

- ken (THERRI). Experimentelle, numerische und analytische Untersuchungen zum thermischen Ermüdungsrisswachstum in Kraftwerken, 2017
- [99] Mutschler, P. - E-Mail, 21.03.2017 10:07

11 ANHANG

11.1 Materialdaten

Tab. A1: Im Modell hinterlegte Materialdaten [TÜV NORD]

T [°C]	λ [W/(mm·K)]	ρ [kg/mm ³]	E [N/mm ²]	α_T [1/K]	c [mm ² /(s ² ·K)]
RT	24.000	7,76e-6	218.000	1,02e-5	4,39e8
100	24.400		213.000	1,05e-5	5,0e8
200	24.800		206.000	1,09e-5	5,34e8
300	25.100		198.000	1,13e-5	5,71e8
400	25.600		190.000	1,16e-5	6,25e8
500	26.100		180.000	1,2e-5	7,04e8
600	26.400		167.000	1,22e-5	8,31e8

11.2 Koeffizienten zur Beschreibung des SIF-Verlaufs nach 6.1

$$\Delta K(a, t, T_{\text{end}}, T_0) = (V_1(t, T_{\text{end}}) \cdot G_T(a) + \Delta K_1(T_{\text{end}}, t)) \cdot \frac{T_0 - T_{\text{end}}}{545^\circ\text{C} - T_{\text{end}}} \quad (88)$$

$$G_T(a) = C_{G,1} \cdot a^3 + C_{G,2} \cdot a^2 + C_{G,3} \cdot a + C_{G,4} \quad (89)$$

$$V_1(t, T_{\text{end}}) = C_{V1,1} \cdot t^3 + C_{V1,2} \cdot t^2 + C_{V1,3} \cdot t + C_{V1,4} \quad (90)$$

$$C_{V1,i}(T_{\text{end}}) = m_{CV1,i} \cdot T_{\text{end}} + n_{CV1,i} \quad (91)$$

$$\Delta K_1(T_{\text{end}}, t) = m_{m\Delta K1}(t) \cdot T_{\text{end}} + n_{m\Delta K1}(t) \quad (92)$$

$$m_{\Delta K1}(t) = C_{m\Delta K,1} \cdot t^4 + C_{m\Delta K,2} \cdot t^3 + C_{m\Delta K,3} \cdot t^2 + C_{m\Delta K,4} \cdot t + C_{m\Delta K,5} \quad (93)$$

$$n_{\Delta K1}(t) = C_{n\Delta K,1} \cdot t^4 + C_{n\Delta K,2} \cdot t^3 + C_{n\Delta K,3} \cdot t^2 + C_{n\Delta K,4} \cdot t + C_{n\Delta K,5} \quad (94)$$

Tab. A2: Koeffizienten zur Beschreibung der Grundfunktion G_T nach Gl. (89) für unterschiedliche Bauteile

	Platte	Hohlzylinder	Kugelformstück
$C_{G,1}$	9,667e-04	4,758e-03	1,057e-02
$C_{G,2}$	-1,443e-01	-3,098e-01	-6,993e-01
$C_{G,3}$	9,6	6,006	13,550
$C_{G,4}$	-39,033	-22,385	-47,669

Tab. A3: Werte der Anstiege und Achsenabschnitte der einzelnen Konstanten zur Beschreibung von V_i nach Gl.(91) für die unterschiedlichen Bauteile

i	Platte		Hohlzylinder		Kugelformstück	
	$m_{CV1,i}$	$n_{CV1,i}$	$m_{CV1,i}$	$n_{CV1,i}$	$m_{CV1,i}$	$n_{CV1,i}$
1	-5,117e-14	2,595e-11	3,477e-13	-1,440e-10	9,123e-14	-5,008e-11
2	5,143e-10	-2,494e-07	-2,308e-09	1,032e-06	-6,916e-10	4,011e-07
3	-1,746e-06	8,431e-04	5,310e-06	-2,614e-03	1,787e-06	-1,047e-03
4	-7,291e-04	0,4	-5,477e-03	2,923	-2,148e-03	1,169

Tab. A4: Koeffizienten zur Beschreibung der Anstiege und Achsenabschnitte zur Beschreibung von ΔK_i nach Gl.(93) und (94) für die unterschiedlichen Bauteile

i	Platte		Hohlzylinder		Kugelformstück	
	$C_{m\Delta K,i}$	$C_{n\Delta K,i}$	$C_{m\Delta K,i}$	$C_{n\Delta K,i}$	$C_{m\Delta K,i}$	$C_{n\Delta K,i}$
1	3,033e-16	-1,519e-13	1,658e-16	-1,421e-13	2,631e-16	-1,650e-13
2	-3,847e-12	2,005e-09	5,292e-12	-2,258e-09	4,282e-12	-1,913e-09
3	1,761e-08	-9,4588e-06	-5,087e-08	2,496e-05	-4,704e-08	2,319e-05
4	-3,523e-05	1,962e-02	1,514e-04	-7,772e-02	1,468e-04	-7,536e-02
5	-1,641e-01	87,478e+01	-1,762e-01	95,478	-1,813e-01	96,865

11.3 Koeffizienten zur Beschreibung des SIF-Verlaufs nach 6.2

Um die Analogie zur Methode in Kapitel 6.1 hervorzuheben, wurden die Parameternamen größten Teils beibehalten.

$$\Delta K_A(a, c, t, T_{\text{end}}, T_0) = \left(m_{K,ac}(a, T_{\text{end}}, t) \cdot \frac{a}{c} + n_{K,ac}(a, T_{\text{end}}, t) \right) \cdot \frac{T_0 - T_{\text{end}}}{545^\circ\text{C} - T_{\text{end}}} \quad (95)$$

Für die Platte gilt:

$$m_{K,ac}(a, t, T_{\text{end}}) = (G_{T,m}(a) + \Delta K_1(T_{\text{end}}, t)) \cdot \frac{T_0 - T_{\text{end}}}{545^\circ\text{C} - T_{\text{end}}} \quad (96)$$

$$G_{T,m}(a) = k_T \cdot \sqrt{a-2 \text{ mm}} \quad (97)$$

$$k(t, T_{\text{end}}) = C_{k,1} \cdot t^3 + C_{k,2} \cdot t^2 + C_{k,3} \cdot t + C_{k,4} \quad (98)$$

$$C_{k,i}(T_{\text{end}}) = m_{Ck,i} \cdot T_{\text{end}} + n_{Ck,i} \quad (99)$$

Für den Hohlzylinder gilt:

$$m_{K,ac}(a, t, T_{\text{end}}) = (V_1(t, T_{\text{end}}) \cdot G_{T,m}(a) + \Delta K_1(T_{\text{end}}, t)) \cdot \frac{T_0 - T_{\text{end}}}{545^\circ\text{C} - T_{\text{end}}} \quad (100)$$

$$G_{T,m}(a) = C_{G,1} \cdot a^3 + C_{G,2} \cdot a^2 + C_{G,3} \cdot a + C_{G,4} \quad (101)$$

$$V_1(t, T_{\text{end}}) = C_{V1,1} \cdot t^3 + C_{V1,2} \cdot t^2 + C_{V1,3} \cdot t + C_{V1,4} \quad (102)$$

$$C_{V1,i}(T_{\text{end}}) = m_{CV1,i} \cdot T_{\text{end}} + n_{CV1,i} \quad (103)$$

Für Platte und Hohlzylinder gilt:

$$\Delta K_1(T_{\text{end}}, t) = m_{m\Delta K1}(t) \cdot T_{\text{end}} + n_{m\Delta K1}(t) \quad (104)$$

$$m_{\Delta K1}(t) = C_{m\Delta K,1} \cdot t^3 + C_{m\Delta K,2} \cdot t^2 + C_{m\Delta K,3} \cdot t + C_{m\Delta K,4} \quad (105)$$

$$n_{\Delta K1}(t) = C_{n\Delta K,1} \cdot t^3 + C_{n\Delta K,2} \cdot t^2 + C_{n\Delta K,3} \cdot t + C_{n\Delta K,4} \quad (106)$$

Die Gleichungen zur Bestimmung von $n_{K,ac}$ besitzen jeweils die identische Struktur wie $m_{K,ac}$.

Tab. A5: Koeffizienten für Gl. (99) der Platte

i	$m_{K,ac}$		$n_{K,ac}$	
	$m_{Ck,i}$	$n_{Ck,i}$	$m_{Ck,i}$	$n_{Ck,i}$
1	2,109e-12	-1,008e-09	-5,172e-12	2,496e-09
2	-1,725e-08	7,701e-06	3,985e-08	-1,91e-05
3	4,563e-05	-1,963e-02	-1,004e-04	4,851e-02
4	2,374e-02	-15,269e+01	-3,83e-02	22,595

Tab. A6: Koeffizienten zur Beschreibung der Anstiege und Achsenabschnitte zur Beschreibung von ΔK_i nach Gl. (105) und (106) für die Platte

i	$m_{K,ac}$		$n_{K,ac}$	
	$C_{m\Delta K,i}$	$C_{n\Delta K,i}$	$C_{m\Delta K,i}$	$C_{n\Delta K,i}$
1	-1,086e-12	1,022e-10	1,434e-12	4,104e-11
2	1,285e-08	-9,294e-07	-1,235e-08	-4,772e-07
3	-3,641e-05	1,660e-03	2,843e-05	2,582e-03
4	1,156e-01	-50,195	-2,3e-01	111,993

Tab. A7: Koeffizienten für Gl. (101) und (103) des Hohlzylinders

i	$m_{K,ac}$			$n_{K,ac}$		
	$C_{G,i}$	$m_{CV1,i}$	$n_{CV1,i}$	$C_{G,i}$	$m_{CV1,i}$	$n_{CV1,i}$
1	-2,649e-03	2,897e-13	-1,062e-10	6,018e-03	-3,056e-13	6,690e-11
2	1,775e-01	-2,331e-09	8,881e-07	-4,321e-01	1,917e-09	-3,487e-07
3	-3,477	6,348e-06	-2,589e-03	8,281	-2,945e-06	1,212e-04
4	6,103	-6,603e-03	3,073e+00	-14,387	-4,640e-04	1,267

Tab. A8: Koeffizienten zur Beschreibung der Anstiege und Achsenabschnitte zur Beschreibung von ΔK_i nach Gl. (105) und (106) für den Hohlzylinder

i	$m_{K,ac}$		$n_{K,ac}$	
	$C_{m\Delta K,i}$	$C_{n\Delta K,i}$	$C_{m\Delta K,i}$	$C_{n\Delta K,i}$
1	-3,998e-12	1,942e-09	9,005e-12	-4,506e-09
2	3,236e-08	-1,577e-05	-7,325e-08	3,676e-05
3	-8,878e-05	4,407e-02	2,039e-04	-1,039e-01
4	9,476e-02	-49,786e+01	-2,240e-01	119,846e+02

11.4 Koeffizienten zur Beschreibung des SIF-Verlaufs nach 6.3

Die in Kapitel 6.3 beschriebene Methode ist die Gewichtsfunktionsmethode:

$$K = \int_0^a \sigma(x) \cdot h(x,a) dx \quad (107)$$

Die für die SIF-Berechnung in der thermisch belasteten Platte und dem Hohlzylinder vorgeschlagene Gewichtsfunktion lautet für $a/c = 1$ dabei:

$$h(x, a) = (0,034 \cdot e^{-0,46 \cdot (a-x)} + 0,0037) \quad (108)$$

Unter der Annahme, dass im Falle eines Abkühlvorgangs aus dem durchgewärmten Zustand $R = 0$ gilt, wird unter Berücksichtigung von Gl. (107) ΔK an dieser Stelle gleich K gesetzt. Die Ermittlung des SIF für ein von $a/c = 1$ abweichendes Seitenverhältnis erfolgt über:

$$\Delta K(a, c, t) = M(a, c, t) \cdot \Delta K(a, c = a) \quad (109)$$

mit

$$M(a, c, t) = m_M(a, t) \cdot \frac{a}{c} + n_M(a, t) \quad (110)$$

$$m_M = 2 \cdot (1 - M(a, c = 2a, t)) \quad (111)$$

$$n_M = 2 \cdot M(a, c = 2a, t) - 1 \quad (112)$$

$$M(a, c = 2a, t) = m_{M,t}(t) \cdot a + 1,365 \quad (113)$$

$$m_{M,t}(t) = C_{Mt,1} \cdot t^4 + C_{Mt,2} \cdot t^3 + C_{Mt,3} \cdot t^2 + C_{Mt,4} \cdot t + C_{Mt,5} \quad (114)$$

Tab. A9: Koeffizienten zur Bestimmung von $m_{M,t}$ nach Gl. (114) für die Platte und den Hohlzylinder

$C_{Mt,1}$	$C_{Mt,1}$	$C_{Mt,1}$	$C_{Mt,1}$	$C_{Mt,1}$
1,7473e-16	-1,8765e-12	7,3663e-9	-1,2642e-5	0,0126

11.5 Skripte zur automatisierten SIF-Bestimmung nach Kapitel 6.1

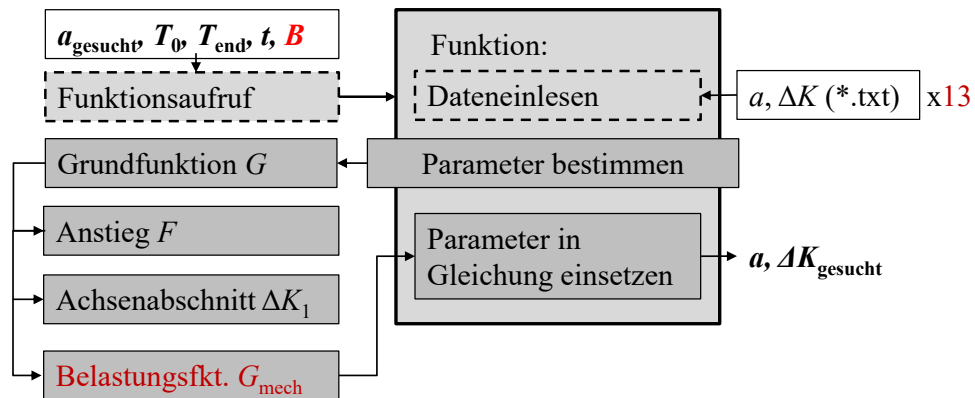


Abb. 110: Schematische Darstellung des Aufbaus der Skripte zur automatisierten SIF-Bestimmung

Beispielfunktionsaufruf für Szenario V1:

Übergebene Werte: gewünschte Risstiefen, Abkühldauer, Endtemperatur, Starttemperatur, mechanische Belastung

```
clear all
close all
clc

KT{1}=Gesamtgleichung(a{1},180,50,545,0);
```

11.5.1 Skript Dateneinlesen.m

```
%% rein mechanisch
data_exp=dlmread('Datenexport_10MPa.txt'); über ANSYS identifiziert
a10MPa(:,1)=data_exp(:,1);
Ka10MPa(:,1)=data_exp(:,2);
c10MPa(:,1)=data_exp(:,4);
Kc110MPa(:,1)=data_exp(:,5);
Kc210MPa(:,1)=data_exp(:,7);
ac10MPa(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin10MPa(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax10MPa(:,1)=data_exp(:,11);

%% rein thermisch
data_exp=dlmread('Datenexport_V1.txt');
a1(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1(:,1)=data_exp(:,2);
c1(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21(:,1)=data_exp(:,7);
ac1(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1(:,1)=data_exp(:,11);

a{1}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{1}(:,1)=data_exp(:,2);
```

```
c{1}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{1}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{1}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{1}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{1}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{1}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V2.txt');
a2(:,1)=data_exp(:,1);
Ka2(:,1)=data_exp(:,2);
c2(:,1)=data_exp(:,4);
Kc12(:,1)=data_exp(:,5);
Kc22(:,1)=data_exp(:,7);
ac2(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin2(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax2(:,1)=data_exp(:,11);

a{2}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{2}(:,1)=data_exp(:,2);
c{2}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{2}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{2}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{2}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{2}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{2}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V3.txt');
a1V3(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V3(:,1)=data_exp(:,2);
c1V3(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V3(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V3(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V3(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V3(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V3(:,1)=data_exp(:,11);

a{3}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{3}(:,1)=data_exp(:,2);
c{3}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{3}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{3}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{3}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{3}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{3}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V4.txt');

a1V4(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V4(:,1)=data_exp(:,2);
c1V4(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V4(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V4(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V4(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V4(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V4(:,1)=data_exp(:,11);

a{4}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{4}(:,1)=data_exp(:,2);
```

```
c{4}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{4}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{4}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{4}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{4}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{4}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V5.txt');
a1V5(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V5(:,1)=data_exp(:,2);
c1V5(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V5(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V5(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V5(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V5(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V5(:,1)=data_exp(:,11);

a{5}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{5}(:,1)=data_exp(:,2);
c{5}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{5}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{5}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{5}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{5}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{5}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V6.txt');
a1V6(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V6(:,1)=data_exp(:,2);
c1V6(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V6(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V6(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V6(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V6(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V6(:,1)=data_exp(:,11);

a{6}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{6}(:,1)=data_exp(:,2);
c{6}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{6}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{6}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{6}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{6}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{6}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V7.txt');
a1V7(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V7(:,1)=data_exp(:,2);
c1V7(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V7(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V7(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V7(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V7(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V7(:,1)=data_exp(:,11);

a{7}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{7}(:,1)=data_exp(:,2);
c{7}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{7}(:,1)=data_exp(:,5);
```

```

Kc2{7}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{7}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{7}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{7}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V8.txt');
a1V8(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V8(:,1)=data_exp(:,2);
c1V8(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V8(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V8(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V8(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V8(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V8(:,1)=data_exp(:,11);

a{8}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{8}(:,1)=data_exp(:,2);
c{8}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{8}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{8}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{8}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{8}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{8}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V9.txt');
a1V9(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V9(:,1)=data_exp(:,2);
c1V9(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V9(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V9(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V9(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V9(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V9(:,1)=data_exp(:,11);

a{9}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{9}(:,1)=data_exp(:,2);
c{9}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{9}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{9}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{9}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{9}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{9}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V25.txt');
a1V25(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V25(:,1)=data_exp(:,2);
c1V25(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V25(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V25(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V25(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V25(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V25(:,1)=data_exp(:,11);

a{10}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{10}(:,1)=data_exp(:,2);
c{10}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{10}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{10}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{10}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{10}(:,1)=data_exp(:,10);

```

```

Kmax{10}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V26.txt');
a1V26(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V26(:,1)=data_exp(:,2);
c1V26(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V26(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V26(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V26(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V26(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V26(:,1)=data_exp(:,11);

a{11}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{11}(:,1)=data_exp(:,2);
c{11}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{11}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{11}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{11}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{11}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{11}(:,1)=data_exp(:,11);

data_exp=dlmread('Datenexport_V29.txt');
a1V29(:,1)=data_exp(:,1);
Ka1V29(:,1)=data_exp(:,2);
c1V29(:,1)=data_exp(:,4);
Kc11V29(:,1)=data_exp(:,5);
Kc21V29(:,1)=data_exp(:,7);
ac1V29(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin1V29(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax1V29(:,1)=data_exp(:,11);

a{12}(:,1)=data_exp(:,1);
Ka{12}(:,1)=data_exp(:,2);
c{12}(:,1)=data_exp(:,4);
Kc1{12}(:,1)=data_exp(:,5);
Kc2{12}(:,1)=data_exp(:,7);
ac{12}(:,1)=data_exp(:,9);
Kmin{12}(:,1)=data_exp(:,10);
Kmax{12}(:,1)=data_exp(:,11);

```

11.5.2 Datei Mittelpunkte.m zur Bestimmung zusätzlicher Stützwerte

```

function [X,Y] = Mittelpunkte(x,y)

X=[x(1)];
Y=[y(1)];
for i=2:length(x)
    my=(y(i-1)+y(i))/2;
    mx=(x(i-1)+x(i))/2;
    X=[X;mx;x(i)];
    Y=[Y;my;y(i)];
end

end

```

11.5.3 Bestimmung von Achsenabschnitten und Anstiegen

```
function [m,n] = Geradengleichung(x,y)
m=(y(1)-y(end))/(x(1)-x(end));
n=y(1)-m*x(1);
end

function [m,n,my,mx] = Geradengleichung2(x,y)
m=(y(2)-y(end))/(x(2)-x(end));
n=y(end)-m*x(end);
end
```

11.5.4 Function-Datei Gesamtgleichung.m zur SIF-Bestimmung

```
function [Kgesamt] = Gesamtgleichung(aA,t,Tend,T0,B)

Dateneinlesen

%% Mechanische Belastung
pG10MPa=polyfit(a10MPa,Ka10MPa,3);
G10MPa=polyval(pG10MPa,aA);
GBelastung=polyval(pG10MPa,aA)*B/10;

%% Thermische Belastung
%% Grundfunktion
options = struct('MaxFunEvals',2000000000,'MaxIter',20000

Ka1V7_1=Ka1V7-Ka1V7(1)*ones(length(Ka1V7),1);
pG=polyfit(a1V7,Ka1V7_1,3);

G=polyval(pG,aA);

aa=[5:30];
y=polyval(pG,aa);

for i=1:12
    k1{i}=Ka{i}-Ka{i}(1)*ones(length(Ka{i}),1);
end

%% Anstieg
l=1;
while y(l)<max(y)
    l=l+1;
end

my=(y(l)-max(y))/(aa(l)-aa(1));

for i=1:12
    l=1;
while k1{i}(l)<max(k1{i})
    l=l+1;
end

mk1{i}=(k1{i}(3)-max(k1{i}))/(a{i}(3)-a{i}(1));
```

```

V1{i}=mk1{i}/my;
end

V1_50=[V1{1};V1{5};V1{2};V1{10}];
V1_100=[V1{7};V1{9};V1{8};V1{12}];
V1_300=[V1{3};V1{6};V1{4};V1{11}];

tttt=[180:30:3600];
tt=[180;900;1800;3600];
TEnd=[50;100;300];

[Zeit,Vmitte] = Mittelpunkte(tt,V1_300);

pV1=polyfit(Zeit,Vmitte,4);
pV11=polyval(pV1,tttt);

[Zeit,Vmitte_100] = Mittelpunkte(tt,V1_100);
pV1_100=polyfit(Zeit,Vmitte_100,4);
pV11_100=polyval(pV1_100,tttt);

[Zeit,Vmitte_50] = Mittelpunkte(tt,V1_50);
pV1_50=polyfit(Zeit,Vmitte_50,4);
pV11_50=polyval(pV1_50,tttt);

pPP=[transpose(pV1_50),transpose(pV1_100),transpose(pV1)]

for i=1:5
    [pmpC(i),pnpC(i)] = Geradengleichung(TEnd,pPP(i,:));
    p(i)=pmpC(i)*TEnd+pnpC(i);
end
V1=polyval(p,t)

%% Achsenabschnitt
Ka1_180=[Ka{1}(1);Ka{7}(1);Ka{3}(1)];
Ka1_900=[Ka{5}(1);Ka{9}(1);Ka{6}(1)];
Ka1_1800=[Ka{2}(1);Ka{8}(1);Ka{4}(1)];
Ka1_3600=[Ka{10}(1);Ka{12}(1);Ka{11}(1)];

TEnd=[50;100;300];
tt=[180;900;1800;3600];
ttt=180:20:5000;

[mK1_180,nK1_180,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_180);
[mK1_900,nK1_900,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_900);
[mK1_1800,nK1_1800,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_1800);
[mK1_3600,nK1_3600,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_3600);

y_180=mK1_180*TEnd+nK1_180;
y_900=mK1_900*TEnd+nK1_900;
y_1800=mK1_1800*TEnd+nK1_1800;
y_3600=mK1_3600*TEnd+nK1_3600;

mK1=[mK1_180;mK1_900;mK1_1800;mK1_3600];
nK1=[nK1_180;nK1_900;nK1_1800;nK1_3600];

[Zeit,mK1Mitte]=Mittelpunkte(tt,mK1);
[Zeit,nK1Mitte]=Mittelpunkte(tt,nK1);

Zeit=Zeit

```

```

TTTT=tt
figure;
plot (Zeit,mK1Mitte)

pmK1=polyfit (Zeit,mK1Mitte,4);
pnK1=polyfit (Zeit,nK1Mitte,4);

mK1=polyval (pmK1,t);
nK1=polyval (pnK1,t);
K1=mK1*Tend+nK1;

%% Gesamtgleichung
KT=(V1*G+K1*ones (length (G),1)) * (T0-Tend) / (545-Tend);
Kgesamt=KT+GBelastung;
end

```

11.6 Skript zur automatisierten SIF-Bestimmung nach Kapitel 6.2

Funktionsaufruf am Beispiel von Szenario V1 für die a/c -Verhältnisse 1; 0,75 und 0,5:

```

clear all
close all
clc

M{1}=GesamtgleichungM(a{1},180,50,545);
N{1}=GesamtgleichungN(a{1},180,50,545);

ac=[1;0.75;0.5];

for i=1
K_ac1{i}=M{i}*ac(1)+N{i};
K_ac05{i}=M{i}*ac(3)+N{i};
K_ac075{i}=M{i}*ac(2)+N{i};
end

```

Die Dateien DateneinlesenM.m und DateneinlesenN.m sind analog zur Datei Dateneinlesen.m aus Kapitel 11.5.4. Bei der Bezeichnung der Textdateien muss jedoch vermerkt sein, ob es sich um die den Anstieg oder den Achsenabschnitt handelt.

11.6.1 Hohlzylinder

11.6.1.1 Function-Datei GesamtgleichungM.m

```

function [KT] = GesamtgleichungM(aA,t,Tend,T0)

DateneinlesenM

%%
GradV1=3;
GradK1=3;
%% Grundfunktion
options = struct('MaxFunEvals',2000000000,'MaxIter',20000

```

```

KalV5_1=KalV5-KalV5(1)*ones(length(KalV5),1);
pG=polyfit(a1V5,KalV5_1,3);
G=polyval(pG,aA);

aa=[5:a1V5(end)];
y=polyval(pG,aa);

for i=1:12
    k1{i}=Ka{i}-Ka{i}(1)*ones(length(Ka{i}),1);
end

%% Anstieg
l=1;
while y(l)>min(y)&& l<length(y)
    l=l+1;
end

my=(y(l)-min(y))/(aa(l)-aa(1));

for i=1:12

    l=1;
    while k1{i}(l)>min(k1{i})
        l=l+1;
    end

    mk1{i}=(k1{i}(l)-min(k1{i}))/(a{i}(l)-a{i}(1));

    V1{i}=mk1{i}/my;
end

V1_50=[V1{1};V1{5};V1{2};V1{10}];
V1_100=[V1{7};V1{9};V1{8};V1{12}];
V1_300=[V1{3};V1{6};V1{4};V1{11}];

tttt=[180:30:3600];
tt=[180;900;1800;3600];
TEnd=[50;100;300];

[Zeit,Vmitte] = Mittelpunkte(tt,V1_300);

pV1=polyfit(Zeit,Vmitte,GradV1);
pV11=polyval(pV1,tttt);

[Zeit,Vmitte_100] = Mittelpunkte(tt,V1_100);
pV1_100=polyfit(Zeit,Vmitte_100,GradV1);
pV11_100=polyval(pV1_100,tttt);

[Zeit,Vmitte_50] = Mittelpunkte(tt,V1_50);
pV1_50=polyfit(Zeit,Vmitte_50,GradV1);
pV11_50=polyval(pV1_50,tttt);

pPPP=[transpose(pV1_50),transpose(pV1_100),transpose(pV1)];

for i=1:GradV1+1
    [pmpC(i),pnpC(i)] = Geradengleichung(TEnd,pPPP(i,:));
    p(i)=pmpC(i)*Tend+pnpC(i);
end

```

```

end

V1=polyval(p,t);

%% Achsenabschnitt
Ka1_180=[Ka{1}(1);Ka{7}(1);Ka{3}(1)];
Ka1_900=[Ka{5}(1);Ka{9}(1);Ka{6}(1)];
Ka1_1800=[Ka{2}(1);Ka{8}(1);Ka{4}(1)];
Ka1_3600=[Ka{10}(1);Ka{12}(1);Ka{11}(1)];

TEnd=[50;100;300];
tt=[180;900;1800;3600];
ttt=180:20:5000;

[mK1_180,nK1_180,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_180);
[mK1_900,nK1_900,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_900);
[mK1_1800,nK1_1800,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_1800);
[mK1_3600,nK1_3600,my,mx] = Geradengleichung2(TEnd,Ka1_3600);

y_180=mK1_180*TEnd+nK1_180;
y_900=mK1_900*TEnd+nK1_900;
y_1800=mK1_1800*TEnd+nK1_1800;
y_3600=mK1_3600*TEnd+nK1_3600;

mK1=[mK1_180;mK1_900;mK1_1800;mK1_3600];
nK1=[nK1_180;nK1_900;nK1_1800;nK1_3600];

[Zeit,mK1Mitte]=Mittelpunkte(tt,mK1);
[Zeit,nK1Mitte]=Mittelpunkte(tt,nK1);

pmK1=polyfit(Zeit,mK1Mitte,GradK1);
pnK1=polyfit(Zeit,nK1Mitte,GradK1);

mK1=polyval(pmK1,t);
nK1=polyval(pnK1,t);
K1=mK1*TEnd+nK1;

%% Gesamtgleichung
KT=(V1*G+K1*ones(length(G),1))*(T0-Tend)/(545-Tend);
end

```

11.6.1.2 Function-Datei GesamtgleichungN.m

Die Datei GesamtgleichungN.m sieht grundsätzlich identisch zur Datei GesamtgleichungM.m aus. Die Dateien unterscheiden sich nur durch die in 11.6.1.1 rot markierten Passagen, die hier für den Achsenabschnitt aufgeführt werden:

```

DateneinlesenN

%% Anstieg
l=1;
while y(l)<max(y) && l<length(y)
    l=l+1;

```

```

end

my=(y(1)-max(y))/(aa(1)-aa(1));

for i=1:12
    l=1;
    while k1{i}(l)<max(k1{i})
        l=l+1;
    end

    mk1{i}=(k1{i}(l)-max(k1{i}))/ (a{i}(l)-a{i}(1));
    V1{i}=mk1{i}/my;

end

```

11.6.2 Platte

Für die Platte unterscheidet sich lediglich der erste Abschnitt der Dateien GesamtgleichungM.m und GesamtgleichungN.m von dem des Hohlzylinders:

```

%% Grundfunktion
options = struct('MaxFunEvals',2000000000,'MaxIter',20000);
Ka1V5_1=Ka1V5-Ka1V5(1)*ones(length(Ka1V5),1);
pG=polyfit(a1V5,Ka1V5_1,4);
save(fullfile(cd,'Datenexport_PlatteG.txt'),'pG','-ASCII')

G=(aA-2).^ (0.5);
aa=[5:a1V5(end)];
y=(aa-2).^ (0.5);

for i=1:12
    k1{i}=Ka{i}-Ka{i}(1)*ones(length(Ka{i}),1);
end

for i=1:12
    AAA=a{i};
    fun=@(kk,AAA)kk*(AAA-2).^ (0.5);
    kk0=1;
    V1{i}=lsqcurvefit(fun, kk0, AAA, k1{i});
end

```

11.7 Parameter der Rissgeschwindigkeitskurven

Tab. A10: Parameter der PARIS-Gleichung ($P_{\dot{v}} = 90\%$; $R = 0,1$) [98]

T [°C]	20	150	300	400	500	600
m_P	2,45	2,53	2,61	2,92	2,29	2
C_P für ΔK in $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$	$6,23e^{-8}$	$1,66e^{-8}$	$1,55e^{-8}$	$1,17e^{-8}$	$1,21e^{-7}$	$4,55e^{-7}$

Tab. A11: Parameter der FORMAN/METTU-Gleichung ($P_{\dot{U}} = 90\%$; $R = 0,1$) [98]

T [°C]	ΔK_I [MPa \sqrt{m}]	C_{th}^+	C_{FM} [mm/LW]	n_{FM}	p_{FM}	q_{FM}
20	2,50	1,69	$4,92e^{-7}$	1,56	1,03	1,00
300	3,74	-0,40	$2,00e^{-7}$	1,82	0,77	1,26
400	2,44	0,83	$7,79e^{-7}$	1,70	1,16	0,87
500	2,82	0,58	$2,97e^{-6}$	1,30	1,03	0,74
600	3,94	-0,70	$2,97e^{-6}$	1,56	0,90	0,74

Tab. A12: Experimentell ermittelte Risszähigkeiten bei unterschiedlichen konstanten Temperaturen für X20CrMoV12-1 [99]

T [°C]	20	300	400	500	600
$K_{I,C}$ [MPa \sqrt{m}]	87,77	72,35	49,26	37,16	32,12