

Universität  
Rostock



Traditio et Innovatio

SIMULATION DER ROTORDYNAMIK GEHÄUSELOSER  
STRÖMUNGSMASCHINENSYSTEME MIT FLEXIBLEN  
ROTORBLÄTTERN IM ZEITBEREICH

*Entwicklung eines Modellierungsansatzes und experimentelle Validierung anhand eines  
Tauchmotorrührwerkes*

**Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**

an der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik  
der Universität Rostock

**vorgelegt von**

Andre Laß  
aus Rostock

Rostock, 2019



**Gutachter:**

Prof. Dr.-Ing. Frank-Hendrik Wurm , Universität Rostock, Lehrstuhl Strömungsmaschinen

Prof. Dr.-Ing. Moustafa Abdel-Maksoud, Technische Universität Hamburg-Harburg (TUHH), Institut für Fluidodynamik und Schiffstheorie

**Jahr der Einreichung:** 2019

**Jahr der Verteidigung:** 2019



# Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen und verdankt Ihre Fertigstellung der Hilfe und dem Zuspruch eines großen Personenkreises.

In erster Linie danke ich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Frank-Hendrik Wurm für das in mich gesetzte Vertrauen und die Möglichkeit zur Promotion. Für die Übernahme des Zweitgutachtens danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Moustafa Abdel-Maksoud. Ein besonderes Dank gilt Dr.-Ing. Jitendra Kumar. Seine Dissertation zur Fluid-Struktur-Interaktion und seine Ideen zur Simulation der Rotordynamik inspirierten das von der KSB-Stiftung geförderte und mit dieser Arbeit abgeschlossene Forschungsprojekt.

Für die Möglichkeit zur Nutzung des Rundlaufkanals am Lehrstuhl für Strömungsmechanik und die Unterstützung während der Durchführung der experimentellen Untersuchungen möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Sven Grundmann und Dr.-Ing. Andreas Wolter herzlich danken.

Des Weiteren bedanke ich mich bei all meinen Kolleg\*innen vom Lehrstuhl für Strömungsmaschinen, welche mir mit einer Vielzahl fachlicher Diskussionen und freundschaftlichen Gesprächen zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Allen Werkstattmitarbeitern, insbesondere Herrn Jörn Zimmermann und Herrn Michael Gabel, gilt mein Dank für die Fertigung und Montage des Prüfstandes zur experimentellen Untersuchung des Tauchmotorrührwerkes.

Zum Abschluss danke ich meiner Familie, besonders meiner Lebensgefährtin Julia und unseren gemeinsamen Kindern, für ihre moralische Unterstützung und Ihren Glauben an meine Fähigkeiten sowie die Geduld bis zur Fertigstellung dieser Arbeit.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>III</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>VIII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Hintergründe und Motivation . . . . .	1
1.2 Stand der Forschung . . . . .	4
1.2.1 Modellierung der Dynamik rotierender Maschinenteile und elektrischer Maschinen	4
1.2.2 Strömungsmechanische Berechnung von Propeller und Rotor . . . . .	7
1.2.3 Kopplungsmethoden zur Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion . . . . .	11
1.3 Ziel und Lösungsansatz der Arbeit . . . . .	13
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>15</b>
2.1 Bondgraphen . . . . .	15
2.1.1 Konzept und multidisziplinärer Charakter . . . . .	15
2.1.2 Elemente und Zwangsbindungen . . . . .	17
2.1.3 Kausalität und Bewegungsgleichungen . . . . .	21
2.2 Grundlagen der Tragflächentheorie . . . . .	23
2.2.1 Potentialtheoretische Grundlagen . . . . .	23
2.2.2 Integralgleichung der Tragflügelumströmung . . . . .	24
2.3 Fluid-Struktur-Interaktion . . . . .	26
2.3.1 Uni- und bidirektionale Kopplung . . . . .	26
2.3.2 Lösungsverfahren der bidirektionalen FSI . . . . .	27
<b>3 Numerische Modelle und Methoden</b>	<b>28</b>
3.1 Bondgraph-Modelle . . . . .	28
3.1.1 Rotierende Welle . . . . .	28
3.1.2 Wälzlager . . . . .	33
3.1.3 Umlaufrädergetriebe . . . . .	36
3.1.4 Rotornabe mit flexiblen Rotorblättern . . . . .	38
3.1.5 Asynchronmaschine . . . . .	41
3.2 Instationäres Wirbelgitterverfahren für Propeller und Rotoren . . . . .	44
3.2.1 Definition der Tragfläche eines Rotorblattes . . . . .	44
3.2.2 Diskretisierung der Trag- und Nachlauffläche . . . . .	45
3.2.3 Numerische Lösung der Integralgleichungen . . . . .	46
3.2.4 Instationäre Modellierung der Wirbelschlepe und Desingularisierung . . . . .	49
3.2.5 Hydrodynamische Lasten und dimensionslose Kennwerte . . . . .	52

3.3	Kopplungsansatz der Fluid-Struktur-Interaktion . . . . .	55
3.3.1	Bündelung der hydrodynamischen Lasten . . . . .	55
3.3.2	Übertragung der Rotorblattverformungen . . . . .	56
3.3.3	Zeitliche Diskretisierung und Kopplung . . . . .	57
3.3.4	Numerische Stabilität . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Experimentelle Untersuchung eines Tauchmotorrührwerkes</b>	<b>60</b>
4.1	Prüfstandskomponenten und -aufbau . . . . .	60
4.1.1	Prüfling: Tauchmotorrührwerk . . . . .	60
4.1.2	Rundlaufkanal und Messaufbau . . . . .	63
4.2	Experimentelle Methoden . . . . .	64
4.2.1	Ermittlung der Schubkräfte . . . . .	65
4.2.2	Ermittlung der axialen Anströmgeschwindigkeiten . . . . .	65
4.2.3	Dehnungsmessung auf dem Rotorblatt . . . . .	66
4.2.4	Messungen der Rotorverschiebungen . . . . .	68
4.2.5	Messunsicherheiten und Fehlerfortpflanzung . . . . .	70
4.3	Messergebnisse . . . . .	72
4.3.1	Anfahrverhalten und instationärer Betrieb . . . . .	72
4.3.2	Axiale Anströmgeschwindigkeiten . . . . .	73
4.3.3	Schub und Drehmoment . . . . .	76
4.3.4	Dehnungen . . . . .	77
4.3.5	Rotorverschiebungen . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Numerische Untersuchung des Tauchmotorrührwerkes</b>	<b>80</b>
5.1	Bondgraphmodell des Tauchmotorrührwerkes . . . . .	80
5.1.1	Modellierung des Antriebsstrangs . . . . .	81
5.1.2	Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	82
5.2	Validierung der Fluid-Struktur-Interaktion . . . . .	85
5.2.1	Strukturdomäne: Rotorblatt-Bondgraph-Modell . . . . .	85
5.2.2	Fluiddomäne: I2VL . . . . .	89
5.2.3	Ergebnisse des FSI-Ansatzes . . . . .	93
5.3	Dynamik des Tauchmotorrührwerkes . . . . .	96
5.3.1	Anfahrvorgang . . . . .	96
5.3.2	Kontinuierlicher Betrieb . . . . .	101
5.3.3	Ausgewählte hydrodynamische Randbedingungen . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>112</b>
	<b>Selbständigkeitserklärung</b>	<b>i</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>ii</b>
<b>A</b>	<b>Eingabeparameter des modellierten Tauchmotorrührwerkes</b>	<b>xi</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Übersicht über die an einem Strömungsmaschinensystem beteiligten Energiedomänen und Wechselwirkungen sowie schematische Darstellung eines Strömungsmaschinensystems (1.-8.) und der auf das System wirkenden Umgebungsbedingungen (9.-11.) . . . . .	2
1.2	Übersicht theoretischer Ansätze zur Berechnung von Propellern nach Kornev [2009] . . . . .	10
2.1	grafische Darstellung eines <i>bonds</i> zwischen den Teilsystemen A und B . . . . .	16
2.2	Beispiel eines Bondgraphen für ein äquivalentes mechanisches und elektrisches System . . . . .	17
2.3	symbolische Darstellung von Widerständen in Bondgraphen . . . . .	18
2.4	symbolische Darstellung von Speicherelementen in Bondgraphen . . . . .	18
2.5	symbolische Darstellung von Wandler-elementen in Bondgraphen . . . . .	19
2.6	symbolische Darstellung von Quellelementen in Bondgraphen . . . . .	20
2.7	symbolische Darstellung der Zwangsbindungen/Junktionen in Bondgraphen . . . . .	21
2.8	Berechnungsstruktur in Bondgraphen . . . . .	22
2.9	Vergleich unidirektionale (a) und bidirektionale(b) Fluid-Struktur-Interaktion . . . . .	26
3.1	Diskretisierung der rotierende Welle und schematische Darstellung des Rayleigh-Balkens . . . . .	28
3.2	Darstellung der Knotenverschiebungen eines Balkens mit 3 Masseschwerpunkten . . . . .	29
3.3	4-Port Speicherelemente zur Repräsentation der Steifigkeitsmatrizen eines Euler-Bernoulli Balkenelementes . . . . .	30
3.4	4-Port Widerstandselemente zur Repräsentation der Werkstoffdämpfung im körperfesten, rotierenden Bezugssystem . . . . .	31
3.5	Bondgraph-Modelle der Newton-Euler Bewegungsgleichungen im Schwerpunkt rotierender Punktmassen . . . . .	32
3.6	Ausschnitt des Bondgraph-Modells einer rotierenden Welle modelliert durch drei gekoppelte Massen zu je fünf Freiheitsgraden (axial fixiert) . . . . .	33
3.7	Darstellung eines einreihigen Wälzlagers - Querschnitte: (a) Ebene 1, (b) Ebene 2, (c) Schematische Darstellung der Verschiebungen bezüglich der Wälzkörper $k$ . . . . .	34
3.8	Bondgraph-Modell des Wälzlagers zur Modellierung umlaufender radialer Reaktionskräfte . . . . .	36
3.9	kinematische Gleichgewichtsbedingungen (links) und physikalisches Modell (rechts) des einstufigen Umlaufrädergetriebes nach Yutao u. Di [2011] . . . . .	36
3.10	Bondgraph-Modell eines eindimensionalen, einstufigen Umlaufrädergetriebes mit drei Planeten unter Berücksichtigung von Kopplungssteifigkeiten und Rotationsträgheitsmomenten . . . . .	37
3.11	schematische Diskretisierung des Rotors mit Rotorblättern . . . . .	38
3.12	Bondgraphmodell der Nabe mit Rotorblättern . . . . .	41
3.13	Bondgraphmodell der Asynchronmaschine nach Nakhaeinejad [2010] . . . . .	42
3.14	schematische Darstellung von Rotor und Profilschnitt . . . . .	44
3.15	Darstellung des Tragflügels und der Diskretisierung mittels Dipolelementen . . . . .	45

3.16	Überführung von Paneelementen konstanter Dipolstärke in Wirbelringe konstanter Zirkulation nach McNae [2013] . . . . .	47
3.17	Biot-Savart-Gesetz in Anwendung auf ein endliches Wirbelsegment $\vec{r}_0$ . . . . .	48
3.18	Instationäre Modellierung des Nachlaufes im Rahmen der UVLM . . . . .	50
3.19	bidirektionale Kopplung von verteilten Lasten und Punktverformungen im Rahmen der angestrebten FSI . . . . .	55
3.20	Vergleich axialer (links) und tangentialer (rechts) Verschiebungen. Oben: Darstellung der Wirbelgitter. Unten: Verschiebungen der Massepunkte gegenüber in Sehnenrichtung gemittelten Werten der Gitterpunkte . . . . .	57
3.21	Kopplungsschema des MBS/UVLM-Ansatzes . . . . .	58
3.22	Interpolation der Lasten im Rahmen des MBS/UVLM-Ansatzes . . . . .	59
4.1	Darstellung des Tauchmotorrührwerkes: Propeller mit Drehrichtung (links) und Ausschnitt-darstellung des Antriebsstrangs (rechts) . . . . .	60
4.2	Explosionsansicht des modifizierten Rührwerktriebstrangs. . . . .	61
4.3	Explosionsansicht eines CAD-Modells zum Aufbau des Rührwerkrotors . . . . .	62
4.4	Darstellung des zerlegten Rotorblattes mit ausgewählten Querschnitten . . . . .	63
4.5	schematische Darstellung des Rundlaufkanals und Prüfstands für Tauchmotorrührwerke .	64
4.6	Positionen der Flügelradanemometer vor dem Tauchmotorrührwerk während der Strömungsmessungen (Blick in Strömungsrichtung) . . . . .	66
4.7	schematische Darstellung einer gestapelten DMS-Rosette inkl. Hauptdehnungsrichtungen (links) und Darstellung der DMS-Anordnung auf dem GFK-Kern des Rotorblattes (rechts)	67
4.8	schematische Darstellung der Signalübertragung per DMS-Telemetrie . . . . .	68
4.9	Aufbau eines Wirbelstromsensors (links) und Sensoranordnung zur Messung der Rotorverschiebung (rechts) . . . . .	69
4.10	Auswertung der Abstandsmessungen . . . . .	70
4.11	Verlauf des gemessenen Rührwerkschubs beim Start aus der Ruhe . . . . .	72
4.12	Verteilung der Axialgeschwindigkeit bei Betriebsdrehzahl(links), mittlere Axialgeschwindigkeit je Sensor über der Drehzahl (rechts), Messdauer pro Drehzahl: $t_{mess} = 900$ s . . .	73
4.13	Konturdarstellung des Anströmfeldes mit Blick entgegen der Strömungsrichtung: Mittelwerte (links) und Standardabweichungen (rechts) der Axialgeschwindigkeiten ( $t_{mess} = 600$ s). Rotor in definierter Nullstellung: $\Phi = 0$ entspricht Ausrichtung der Blattspitzen mit y-Richtung . . . . .	74
4.14	Schematische Darstellung des Strömungsverlaufs im Rundlaufkanal . . . . .	75
4.15	Schub und Drehmoment des Tauchmotorrührwerkes in Abhängigkeit der Drehzahl . . .	76
4.16	Von Mises-Vergleichsdehnungen: zeitliche Mittelwerte über der Drehzahl (links) und Ausschnitt des zeitlichen Verlaufs bei maximaler Drehzahl $242 \text{ min}^{-1}$ (rechts) . . . . .	77
4.17	Rotororbit bei maximaler Drehzahl $n = 242 \text{ min}^{-1}$ (links), Effektivwerte der Rotorverschiebungen in Abhängigkeit der Drehzahl (rechts) . . . . .	78
4.18	mittlere Verschiebung des Rotors in Abhängigkeit der Drehzahl: Winkellage der Verschiebung (links), Betrag der Verschiebung (rechts) . . . . .	79
5.1	Übersicht zum Gesamtmodell des Tauchmotorrührwerkes . . . . .	80
5.2	Bondgraphmodell des Tauchmotorrührwerkes durch die Kombination Submodellen . . .	81
5.3	Darstellung des experimentell bzw. genäherten Anströmfeldes; Konturfarbe = $u_\infty$ in m/s, Rotormittelpunkt bei P(0,0), schwarzer Kreis = Rotordurchmesser . . . . .	84

5.4	Geometrie und Schnittdarstellung durch FEM-Modell des Rotorblattes . . . . .	85
5.5	Messaufbau zur Bestimmung des axialen Last-Dehnungs- und Last-Verschiebungsverhaltens des Rotorblattes . . . . .	86
5.6	Vergleich des axialen Last/Dehnungs- und Last/Verschiebungsverhaltens zwischen numerischen Modell (FEM) und experimentellen Untersuchungen (EXP) . . . . .	87
5.7	Vergleich der punktuellen Verschiebungen von BG- und FEM-Balkenmodell unter axialer bzw. tangentialer Last nahe der Blattspitze . . . . .	88
5.8	Konvergenzstudie zur Länge der Wirbelschleppe per I2VL am Beispiel des Tauchmotorrührwerkes Wilo TR90-2.24-4/12 bei Fortschrittsgrad $J \approx 0.082$ . . . . .	89
5.9	Darstellung der unterschiedlichen Wirbelgitter nach 3 s Simulationszeit: Mittlere Anströmgeschwindigkeit $0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bei unterschiedlicher Anzahl von Wirbelringstreifen $N_W$ . Einfärbung der Wirbelschleppe entspricht der Zirkulationverteilung $\gamma$ bei starren Rotorblättern	90
5.10	Schub- und Drehmomentbeiwert des Tauchmotorrührwerkes Wilo TR90-2.24-4/12 unter der Annahme starrer Flügel: Vergleich von I2VL mit Ansys CFX . . . . .	91
5.11	Schubbelastungsgrad und Leistungsbeiwert einer Gezeitenturbine: Vergleich von I2VL mit experimentellen Ergebnissen nach Bahaj u. a. [2006] . . . . .	92
5.12	Schub- und Drehmomentbeiwert des Schiffspropellers DTRC4119: Vergleich von I2VL mit experimentellen Ergebnissen nach Jessup [1989] . . . . .	92
5.13	Schub- und Drehmomentbeiwert des Schiffspropellers PPTC VP1304: Vergleich von I2VL mit experimentellen Ergebnissen nach Barkmann [2011] . . . . .	92
5.14	Schub- und Drehmomentbeiwert des Tauchmotorrührwerkes Wilo TR90-2.24-4/12: Vergleich uni- und birektionaler Simulation (SIM: uni bzw. bi) mit Experiment (EXP) . . . . .	93
5.15	Gesamtverschiebungen der Blattspitze über einen Umlauf im Falle des angenäherten, experimentellen Anströmfeldes . . . . .	94
5.16	Visualisierung der Randbedingungen basierend auf den berechneten Verschiebungen der Punktmassen des BG-Modells: Gesamtverformung und elastische Vergleichsdehnung des Rotorblatt-FEM-Modells . . . . .	95
5.17	Verhalten der modellierten Asynchronmaschine während des Anfahrens: Stromstärke in einer einzelnen Stator- bzw. Rotorwicklung (oben), Drehzahl und Schlupf (unten links), mech. Leistung und Drehmoment (unten rechts) . . . . .	97
5.18	Verlauf von Axialschub und Drehmoment des Tauchmotorrührwerkes während des Anlaufvorgangs sowie Darstellung der Nachlaufausbildung zu definierten Zeitpunkten. Der Zahlenwert von U: # entspricht den kumulierten Rotorumdrehungen. . . . .	98
5.19	Rotororbit während des Anlaufvorgangs (links) und im kontinuierlichem Betrieb (rechts)	99
5.20	Gesamtverschiebung der Blattspitzen von Rotorblatt 1 und 2 über der Zeit . . . . .	100
5.21	Rotororbit von Experiment (EXP) und numerischer Simulation (SIM) mit bidirektionaler FSI im Vergleich . . . . .	101
5.22	Rotororbit von Experiment (EXP) und numerischer Simulation (SIM) mit bidirektionaler FSI im Vergleich in Abhängigkeit des Anströmwinkels $\Psi_\infty$ . . . . .	103
5.23	Vergleich des Rotororbits von Experiment (EXP) und numerischer Simulation (SIM) in Abhängigkeit des FSI-Ansatzes . . . . .	104
5.24	Darstellung von Verschiebungen des Wellenadapters: $Y, Z$ sowie der Querkräfte: $F_y, F_z$ und Biegemomente: $M_y, M_z$ an bzw. um die Rotornabe in Abhängigkeit der Rotorstellung . . . . .	105
5.25	Nachlaufkonvektion bei $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Grundströmungsgeschwindigkeit: gerade Anströmung (links); Schräganströmung mit $\Psi_\infty = -30^\circ$ (rechts) . . . . .	106

---

5.26	Rotororbit des Tauchmotorrührwerkes in einer Schräganströmung mit Winkel $\Psi_\infty$ um die vertikale Achse . . . . .	106
5.27	hydrodynamische Lasten auf auf/um die Rotornabe in Abhängigkeit des Grundströmungswinkels $\Psi_\infty$ . . . . .	108
5.28	Nachlaufkonvektion bei $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Grundströmungsgeschwindigkeit: homogene Anströmung (links); Scherströmung mit $\partial_y u_\infty = 3 \frac{1}{\text{s}}$ (rechts) . . . . .	109
5.29	Rotororbit des Tauchmotorrührwerkes in einer Scherströmung mit horizontalem Geschwindigkeitsgradienten $\partial_y u_\infty$ . . . . .	110
5.30	hydrodynamische Lasten auf auf die Rotornabe in Abhängigkeit vom horizontalen Geschwindigkeitsgradienten $\partial_y u_\infty$ der Anströmung . . . . .	111

## Tabellenverzeichnis

2.1	Übersicht der unterschiedlichen Energiedomänen und der zugehörigen Leistungsvariablen	16
4.1	Messsysteme und Messunsicherheiten	65
4.2	zeit-gemittelte, elastische Vergleichsdehnungen bei $n = 242.3 \text{ min}^{-1}$	77
5.1	kalibrierte Materialeigenschaften der Komponenten des FEM-Modells	87
5.2	elastische Vergleichsdehnungen des nachgeschalteten FEM-Modells im Vergleich zu zeitlich gemittelten Messwerten (siehe Unterabschnitt 4.2.3)	95
5.3	Lage der gemessenen und simulierten geometrischen Mittelpunkte bei kontinuierlichem Betrieb	102
5.4	RMS-Werte der Rotorschwingung um den geometrischen Mittelpunkt des Rotororbits ( $n = 242 \text{ min}^{-1}$ )	102
A.1	Parameter der Feder-Dämpfer-Elemente zwischen den Massepunkten der Getriebeträgerscheibe, der Rotorwelle und des Wellenadapters	xi
A.2	Parameter der rotierenden Massepunkte der Getriebeträgerscheibe, des Wellenadapters und entlang der Rotorwelle	xi
A.3	Parameter der Wälzlagermodelle	xii
A.4	Parameter des Umlaufrädergetriebes	xii
A.5	Parameter der Asynchronmaschine mit Motorwelle	xii
A.6	Parameter der Massepunkte von Nabe und Rotorblättern im mit-rotierenden Rotorkoordinatensystem	xiii
A.7	Koordinaten der Balkenendpunkte der Rotorblätter im mit-rotierenden Rotorkoordinatensystem	xiii
A.8	Orientierung und Steifigkeiten der segmentierten Rotorblattbalken im mit-rotierenden Rotorkoordinatensystem	xiii
A.9	radiale Definition der Rotorblatt-Tragfläche	xiv

# Nomenklatur

## Abkürzungen

BEM	Boundary Element Method
BET	Blatt-Element-Theorie
CFD	Computational Fluid Dynamics
DMS	Dehnungsmessstreifen
EMI	elektromechanische Interaktion
FEM	finite Element Methode
FSI	Fluid-Struktur-Interaktion
GFK	glasfaservertärkte Kunststoffe
I2VL	Institute of Turbomachinery Vortex Lattice
LLT	lifting tine theory
MBS	Mehrkörpersimulation, engl. multi body simulation
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes
UVLM	Unsteady Vortex Lattice Method
v.E.	vom Endwert
VLM	Vortex Lattice Method
WEA	Windenergieanlage

## Lateinische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
$C_P$		dimensionsloser Leistungsbeiwert
$C_T$		dimensionsloser Schubbelastungsgrad
$C_l$	m	Sehnenlänge eines Tragflügelprofils
$C$	m	Kurve
$E$	J	Energie
$F$	N	Kraft
$J$		Fortschrittsgrad
$K_Q$		dimensionsloser Drehmomentenbeiwert
$K_T$		dimensionsloser Schubbeiwert
$L$		Gesamtanzahl von Elementen je Fläche
$M$		Anzahl von Elementen in Spannweitenrichtung
$N$		Anzahl von Elementen in Sehnenrichtung
$P$	W	Leistung
$S$	m <sup>2</sup>	Oberfläche
$W$	J	Arbeit

$Z$		Anzahl von Flügel- und Nachlaufflächen
$S_{FL}$	$m^2$	Flügelfläche
$S_{NL}$	$m^2$	Nachlauffläche
$\underline{u}$	$\frac{m}{s}$	Vektor der Geschwindigkeiten normal zur Fläche
$\underline{A}$		Einflussmatrix der Paneele bzw. Wirbelringe des Flügels
$\underline{B}$		Einflussmatrix der Paneele bzw. Wirbelringe des Nachlaufes
$\vec{F}$	N	Vektor der Kraftkomponenten $F_x, F_y, F_z$
$\vec{n}$		Einheitsnormalenvektor
$\vec{p}$	Ns	Impuls
$\vec{r}$		Abstandsvektor zwischen Aufpunkt und Singularität
$\vec{u}$	$\frac{m}{s}$	Vektor der Strömungsgeschwindigkeiten $u, v, w$
$\vec{x}$	m	Vektor der kartesischen Koordinaten $x, y, z$
$e$	N,Pa,V, etc.	Potentialgröße ( <i>effort</i> )
$f$	$\frac{m}{s}, \frac{m^3}{s}, A, \text{ etc.}$	Strom- bzw. Flussgröße ( <i>flow</i> )
$k, i, j$		Ortsindizes der Wirbelringe (Flügelnr., Spannweiten-, Sehnenrichtung)
$n$	1/min	Drehzahl
$p$	Pa	Druck
$t$	s	Zeit
$F_x, F_y, F_z$	m	kartesische Komponenten des Kraftvektors
$X, Y, Z$	m	Verschiebungen in $x, y, z$ -Richtung
$\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$	$\frac{m}{s}$	translatorische Geschwindigkeiten in $x, y, z$ -Richtung
$u, v, w$	$\frac{m}{s}$	kartesische Geschwindigkeitskomponenten
$x, y, z$	m	kartesische Koordinaten bzw. Richtung

## Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
$\Gamma$	$\frac{m^2}{s}$	Zirkulation
$\Phi$	$\frac{m^2}{s}$	Potentialfunktion bzw. Geschwindigkeitspotential
$\delta_{xy}$	m	generalisierte Verschiebungen der Balkenendpunkte in der $x, y$ -Ebene
$\delta_{xz}$	m	generalisierte Verschiebungen der Balkenendpunkte in der $x, z$ -Ebene
$\gamma$	$\frac{m^2}{s}$	Intensität eines Wirbelfadens bzw. Zirkulationsverteilung
$\Phi_a$	$\frac{m^2}{s}$	Geschwindigkeitspotential der Anströmung
$\Phi_b$	$\frac{m^2}{s}$	Bewegungspotential des Flügels
$\Phi_\infty$	$\frac{m^2}{s}$	ungestörtes Potential der Grundströmung
$\Phi_s$	$\frac{m^2}{s}$	Störpotential
$\lambda$		Schnelllaufzahl
$\mu$	$\frac{m^2}{s}$	kontinuierliche Dipolstärke
$\nu$	$\frac{m^2}{s}$	kinematische Viskosität
$\omega$	$\frac{rad}{s}$	Winkelgeschwindigkeit
$\rho$	$\frac{kg}{m^3}$	Dichte
$\sigma$	$\frac{m}{s}$	kontinuierliche Quellstärke
$\tau_{ij}$	$\frac{N}{m^2}$	Schubspannung

---

$\Phi, \Theta, \Psi$	rad	Winkeländerungen um die $x, y, z$ -Achse
$\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}$	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Winkelgeschwindigkeiten um die $x, y, z$ -Achse

## Hoch- und tiefgestellte Symbole

$A$	Aufpunkt
$D$	Dipol
$FL$	Flügelfläche
$G$	Gitterpunkt
$NL$	Nachlauf- bzw. Wirbelschleppenfläche
$P$	Punkt
$WR$	Wirbelring
$WS$	Wirbelsegment
$\infty$	ungestört im unendlichen
$\mapsto$	induziert, bspw. $A \mapsto B$ (A induziert in B)
$a$	Anströmung
$b$	Körper (engl. body)
$g$	gebunden

# 1 Einleitung

## 1.1 Hintergründe und Motivation

Gehäuselose Strömungsmaschinen tragen wesentlich zum Lebensstandard in Industrienationen bei. Wir profitieren, wenn auch teils unbemerkt, täglich von der Wirkung dieser Maschinen. So werden Tauchmotorrührwerke zur Wasseraufbereitung in Klärwerksanlagen im Dauerbetrieb eingesetzt. Horizontale Windenergieanlagen, sowie Fluss- und Gezeitenströmungsturbinen versorgen uns mit erneuerbaren Energien und der Einsatz von Propellern in der Luft- und Schifffahrt ermöglicht uns den weltweiten Handel mit Konsumgütern und gewährleistet die Mobilität von Millionen Menschen im Flug-, Fähr- und Reisebetrieb.

Gehäuselosen Strömungsmaschinen sind rotierende Maschinen mit einem Rotor bzw. Propeller, die in einer Fluidströmung betrieben werden. Dabei kann nach der Richtung der Energieübertragung zwischen Kraft- und Arbeitsmaschinen unterschieden werden. Kraftmaschinen wandeln die vom Fluid transportierte Energie zunächst in mechanische Energie des Antriebsstranges und letztlich, mittels eines Generators, in elektrische Energie um. Typische Vertreter der Kraftmaschine sind die zuvor genannte horizontale Windenergieanlage bzw. Fluss- und Gezeitenströmungsturbine. Arbeitsmaschinen, welche die zugeführte Energie auf das Fluid übertragen, werden zusätzlich in Abhängigkeit ihres Einsatzzweckes eingeteilt: zum einen in Fluid-Fördersysteme, zum anderen in Antriebssysteme, sogenannte reaktive Antriebe [Kornev, 2009]. Typische Fluid-Fördersysteme sind bspw. horizontale Tauchmotorrührwerke oder Axialventilatoren, während typische Antriebssysteme mit Vortriebswirkung in der Luft- und Schifffahrt als Flugzeug- bzw. Schiffspropeller und mit vorwiegender Tragwirkung als Hubschrauberrotoren zu finden sind.

In dieser Arbeit wird die Kombination einer gehäuselosen Strömungsmaschine mit einem elektrischen Antrieb als Strömungsmaschinensystem bezeichnet. Dieses System wird in einer Fluidströmung betrieben und besteht aus einer elektrischer Maschine, Antriebsstrang, inklusive Getriebe und Wellenlagerungen, sowie einem gehäuselosen Rotor mit Rotornabe und einer endlichen Anzahl flexibler Rotorblätter. In Abbildung 1.1 ist ein solches Strömungsmaschinensystem schematisch dargestellt. In einem Strömungsmaschinensystem sind unterschiedliche Energiedomänen miteinander gekoppelt. Im Folgenden wird zwischen Struktur-, Antriebs- und Fluiddomäne unterschieden. In allen Energiedomänen werden die Prozesse von Speicherung, Dissipation und Umwandlung von Energie entsprechend der zugehörigen physikalischen Größen beschrieben. Jede Domäne bildet für sich eine Disziplin der Ingenieurwissenschaften die sich mit nachstehenden physikalischen Größen und Prozessen beschäftigt (vgl. Abbildung 1.1):

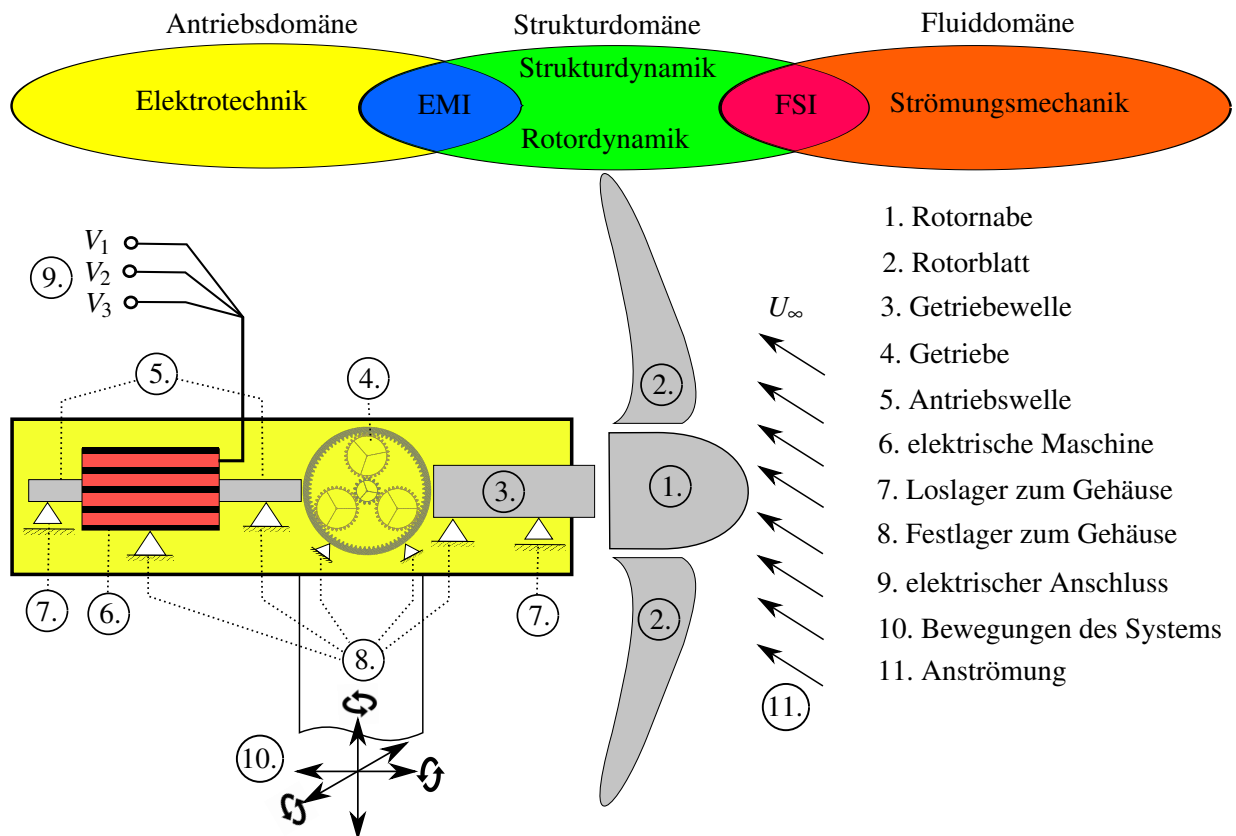


Abb. 1.1: Übersicht über die an einem Strömungsmaschinensystem beteiligten Energiedomänen und Wechselwirkungen sowie schematische Darstellung eines Strömungsmaschinensystems (1.-8.) und der auf das System wirkenden Umgebungsbedingungen (9.-11.)

- **Strukturdomäne:** Analyse und Berechnung von Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verschiebungen in Translations- bzw. Rotationsrichtung für alle mechanischen Komponenten und Strukturen infolge innerer und äußerer Lasten.
- **Antriebsdomäne:** Analyse und Berechnung der Spannung und Stromstärke in den Grundelementen des elektrischen Systems (Spule, Kondensator und Widerstand). Jeden stromdurchflossenen Leiter umgibt ein magnetisches Feld, welches durch die magnetische Feldstärke und Flussdichte gekennzeichnet ist. Innerhalb elektrischer Antriebe interagieren die elektrische und magnetische Energiedomäne. Daher werden sie zur Antriebsdomäne zusammengefasst und in der Elektrotechnik erforscht.
- **Fluiddomäne:** Analyse und Berechnung des Geschwindigkeits- und Druckfeldes in der umgebenden Fluidströmung durch geeignete Methoden der Strömungsmechanik.

Auf die Strukturdomäne wirken von außen aero- bzw. hydrodynamische Lasten, welche die Bewegungen der Maschine bzw. die Verformungen ihrer Komponenten bewirken. Letzteres ist insbesondere bei

Strömungsmaschinensystemen mit flexiblen Rotorblättern von großer Bedeutung. So können aus den äußeren Lasten derart große Verformungen der Rotorblätter resultieren, dass diese ihrerseits die wirkenden Fluidkräfte verändern [Kumar u. Wurm, 2015]. Die Wechselwirkung zwischen Fluid- und Strukturdomäne wird als **Fluid-Struktur-Interaktion (kurz: FSI)** bezeichnet.

Die Kombination von Antriebs- und Strukturdomäne bildet die elektrische Maschine. Je nach Arbeitsweise der Maschine, als Generator oder Motor, bremst bzw. beschleunigt ein elektromagnetisches Drehfeld die Struktur des Rotors. Die in der Strukturdomäne zu- bzw. abgeführte mechanische Leistung bestimmt ihrerseits die in der Antriebsdomäne vorliegenden elektrischen Größen. Diese Wechselwirkung wird im Folgenden als **elektromechanische Interaktion (kurz: EMI)** bezeichnet.

Die Rotordynamik ist ein Spezialgebiet der Strukturmechanik, welche sich mit den Ursachen und Wirkungen zeitlich veränderlicher Kräfte und Momente auf die translatorischen und rotatorischen Bewegungsgrößen einer rotierenden Struktur unter Berücksichtigung gyroskopischer Effekte befasst. Das dynamische Verhalten rotierender Maschinen wird mittels mathematischer Bewegungsgleichungen und numerischer Simulation beschrieben, um das Betriebsverhalten zu optimieren oder unerwünschte Effekte zu verringern oder zu vermeiden. Dies ist notwendig, da jede Struktur in Abhängigkeit ihrer Steifigkeitseigenschaften und Massenverteilung charakteristische Eigenfrequenzen besitzt. Werden diese Eigenfrequenzen durch innere oder äußere dynamische Lasten angeregt, kommt es zur Resonanz. Aus dem damit einhergehenden Anwachsen der Schwingungsamplituden der Struktur folgen erhöhte Schallpegel und Bauteilbelastungen, welche zu vorzeitigem oder akutem Bauteilversagen führen können.

Um Aussagen über das Bewegungsverhalten des Antriebsstranges eines Strömungsmaschinensystems zu tätigen und Maßnahmen zur Vermeidung dieser unerwünschten Effekte abzuleiten, müssen eine Vielzahl von Einflüssen berücksichtigt werden. Hierzu zählen:

1. äußere Lasten und Wechselwirkungen durch:

- transiente hydro- bzw. aerodynamische Strömungskräfte: FSI.
- Schwankungen im angeschlossenen elektrischen Netz: EMI.

2. innere Lasten und Wechselwirkungen resultierend aus:

- Unwuchten im rotierenden System, welche durch eine exzentrische Lage der rotierenden Massen zur Rotationsachse hervorgerufen werden.
- der Art und Gestaltung von Lager- und Dichtungselementen des rotierenden Systems sowie der gesamten Maschine.

3. Fehlausrichtungen entlang des Antriebsstrangs bspw. an Kupplungselementen.

4. fertigungs-, montage- oder betriebsbedingte Fehler bspw. durch Risse in den Maschinenteilen.

5. applizierte Steuer- und Regelungstechniken bspw. in aktiven Dämpfer- und Lagerkomponenten.

Eine zeitaufgelöste, akkurate und unmittelbare Analyse der Rotordynamik ist lt. Batrak [2011] bisher aufgrund der Vielzahl von Einflussfaktoren nicht möglich. Innerhalb dieser Arbeit wird eine Methode entwickelt, welche in der Lage ist, alle aufgezählten Einflussfaktoren in einer zeitaufgelösten, numerischen Simulation des rotordynamischen Verhaltens zu berücksichtigen. Im Folgenden wird zunächst der Stand der Forschung wiedergegeben, um im Anschluss die offenen Fragestellungen und den Lösungsansatz der Arbeit darzulegen.

## 1.2 Stand der Forschung

### 1.2.1 Modellierung der Dynamik rotierender Maschinenteile und elektrischer Maschinen

Nach Genta [2005] werden in der klassischen Rotordynamik lineare bzw. linearisierte Systeme unter stationären Betriebsbedingungen analysiert. In diesem Fall erfolgt die Analyse des Betriebsverhaltens im Frequenzbereich. Die Bewegungsgleichungen werden dabei mittels Fourier Transformation aller Verschiebungs- und Kraftgrößen gelöst. Dieser Ansatz ermöglicht es die Eigenfrequenzen und -formen des Systems direkt zu untersuchen und über Parameterstudien das dynamische Verhalten mit dem konstruktivem Entwurf und ausgewählten, stationären Betriebsbedingungen zu korrelieren und zu optimieren.

Für zeitabhängige bzw. instationären Betriebsbedingungen, sowie nicht-lineare Material- und Verformungseigenschaften, ist die Lösung der Bewegungsgleichungen im Frequenzbereich nicht unmittelbar möglich. Für nicht-lineare dynamische Systeme findet unter anderem die Methode der harmonischen Balance ihre Anwendung, welche die instationären Vorgänge in einem definiertem Zeitintervall in eine Vielzahl stationärer Vorgänge kleinerer Zeitschrittweiten zerlegt und diese mit harmonischen Schwingungen annähert [Guskov u. a., 2008].

Eine Alternativ zur Analyse der Rotordynamik im Frequenzbereich ist die Lösung der Bewegungsgleichung mittels numerischer Integration im Zeitbereich [Genta, 2005]. Das Strömungsmaschinensystem bzw. alle beteiligten mechanischen Komponenten können zu diesem Zweck als Mehrkörpersystem mathematisch beschrieben werden. Hierbei wird zwischen dem klassischen und flexiblen Mehrkörpersystemen unterschieden. Im klassischen Mehrkörpersystem werden alle Komponenten als Starrkörper abgebildet, welche mittels Gelenk- oder Kraffelementen (Feder, Dämpfer, etc.) untereinander bzw. mit der Umgebung verbunden sind. Wenn eine oder mehrere Komponenten des Systems als verformbar betrachtet werden, also linear-elastisches, elastisch-plastisches oder viskoses Verhalten aufweisen, spricht man von einem flexiblen Mehrkörpersystem.

Auf diese Weise untersuchten Bauchau u. a. [2001] einen Hubschrauberrotor unter Verwendung nicht-linearer finiter Balkenelemente (Finite-Element-methode, kurz: FEM), um das elastische Verhalten des Rotorblattes abzubilden. Sie präsentierten zu diesem Zweck eine Elementbibliothek für die einzelnen Komponenten des Rotors, beschrieben die Lösungsvorgänge und wendeten diese auf einen ausgewählten Rotor an. Dabei untersuchten sie das Stabilitätsverhalten unter dem Einfluss von Steuerverbindungen und dem Einsatz einer flexiblen Rotorwelle. Die äußeren aerodynamischen Lasten wurden mittels eines

dreidimensionalen Scheibenmodells unter Annahme konstanter, induzierter Strömungsgeschwindigkeiten ermittelt [vgl. Peters u. He, 1995]. Verformungen des Rotorblattes aus der Rotorebene und der Einfluss auf die Nachlaufströmung wurden vernachlässigt. Des Weiteren wurde ein unveränderliches, zylindrisches Nachlaufsfeld angenommen. Bauchau u. a. [2001] halten fest, dass mit sinkender Steifigkeit der Welle die Wahrscheinlichkeit eines instabilen Betriebs zunimmt, da infolge der Rotorwellenbewegungen die Pitchwinkel der angeschlossenen Rotorblätter zunehmend schwanken. Die mit dem Pitchwinkel des Rotorblattes assoziierten aerodynamischen Lasten wachsen dadurch an und destabilisieren das System.

Später untersuchte Sopanen [2004] den Einsatz der flexiblen Mehrkörpermodellierung zur Modellierung der Rotordynamik. Zu diesem Zweck betrachtete er den Rotor einer elektrischen Maschine als nicht-linearen Balken finiter Elemente (FE) und koppelte diesen an ein detailliertes Modell zur Abbildung der Kugellagerkräfte. Innerhalb der Arbeit wurden verschiedene Störeinflüsse durch das Kugellager, wie die Unrundheit oder Schäden der Laufbahn und der Einfluss einer fehlerhaften Wellenausrichtung analysiert. Hiermit wurde gezeigt, dass das Schwingverhalten des Rotor-Kugellager-Systems mittels eines flexiblen Mehrkörperansatzes akkurat untersucht werden kann. Interaktionen von Fluid- und Strukturdomäne wurden nicht betrachtet.

In der Windenergiebranche ist die Mehrkörpersimulation heute Stand der Technik. Je nach Komponente finden sich eine Vielzahl von Veröffentlichungen. Ein wichtiges Arbeitsfeld ist unter anderen die Modellierung des Antriebsstranges. So untersuchten Peeters u. a. [2006] den Antriebsstrang einer Windenergieanlage, bestehend aus Getriebe, Lagern und Welle in verschiedenen Detailstufen. Ausgehend von einem System mit einem Freiheitsgrad pro Komponente, welches nur Drehbewegungen beinhaltet, wurde ein Starrkörpermodell mit diskreten Steifigkeitselementen und ein flexibles Mehrkörpermodell vorgestellt. Mit diesem Modell bestimmten sie anschließend die Eigenfrequenzen des Antriebsstrangs über eine Frequenzganganalyse. Qin u. a. [2009] erweiterten diese Betrachtung und variierten die Zahnanzahl der Getriebezahnräder und berechneten die zugehörigen Eigenfrequenzen und -moden des Systems. Des Weiteren berücksichtigten sie dabei den Einfluss der Lagersteifigkeit und analysierten detailliert die Torsionsschwingungen der Getriebezahnräder.

Als weitere grundlegende Komponente von Windenergieanlagen wird dem Rotorblatt besondere Aufmerksamkeit gewidmet. So präsentierten Saravia u. a. [2013] ein FE-Balkenmodell zur flexiblen Mehrkörpersimulation, welches große Seitenverhältnisse und den Einsatz von Leichtbaumaterialien (composite) in Rotorblättern und Turmelementen von WEA berücksichtigt. Mit diesen Elementen modellierten sie den Rotor, die Nabe und den Turm. Auch Kim u. a. [2013] entwickelten ein anisotropes finite Element Balkenmodell zur Berücksichtigung von Leichtbauwerkstoffen im Einsatz für die Rotorblätter von Multimegawatt-Windenergieanlagen.

Für gewöhnlich werden die Teilsysteme bzw. einzelnen Komponenten separat voneinander erforscht, parametrisierte Bewegungsgleichungen bestimmt und in ein geeignetes Programmsystem zur späteren Anwendung implementiert. In der Folge basieren industriell eingesetzte Programme in der Regel auf einem modularisierten und parametrisierten System von Bewegungsgleichungen zur Simulation der Strukturmechanik von Wind- oder Gezeitenturbinen [siehe Wang u. a., 2016]. Ein alternativer Ansatz wur-

de Anfang der 60er Jahre von Paynter [1961] entwickelt. Er entwickelte eine Methode, welche die Modellierung dynamischer Systeme durch eine grafische Darstellung der inhärenten physikalischen Mechanismen ermöglicht und die Bewegungsgleichungen algorithmisch aus dieser Darstellung ableitet<sup>1</sup>. Diese als Bondgraph bekannte Methode findet ebenfalls vielfach Anwendung im Bereich der Strukturmechanik.

Insbesondere zur Simulation der Rotordynamik werden Bondgraphen verwendet. So wurden in [Campos u. a., 2005; Pedersen, 2009] Modelle zur Simulation eines Jeffcott-Rotors veröffentlicht, welcher als klassischer Anwendungsfall in der Rotordynamik den Einfluss von elastischer Lagerung und Unwucht einer rotierenden Scheibe beschreibt. Zur Simulation von Teilkomponenten sowie des gesamten Antriebsstrangs rotierender Maschinen werden zunehmend Bondgraphen eingesetzt. Auszugsweise seien abhängig vom Schwerpunkt der Arbeit folgende Veröffentlichungen genannt:

- Rotorwelle: Nakhaeinejad u. a. [2010]
- Rotorwelle mit Riss: Rastogi u. Kumar [2010]
- Rotorwelle mit Werkstoffdämpfung: Samantaray u. a. [2010]
- Rotorblatt: Agarwal u. a. [2012]; Xing u. a. [2011]
- Umlaufrädergetriebe: Yutao u. Di [2011]
- Wälzkörpergelagerter Rotor mit elektrischem Antrieb: Nakhaeinejad [2010]
- Windenergieanlage mit Rotorblätter, -nabe, -welle und Kugellagern sowie elektrischem Generator: Bakka u. Karimi [2013]; Laß u. a. [2015a,b]; Sanchez u. Medina [2014]

Neben der Modellierung starrer und flexibler Mehrkörpersysteme eignen sich Bondgraphen zur Modellierung energiedomänenübergreifender Systeme. Dies beinhaltet die Modellierung der elektromechanischen Interaktion zwischen den statorseitig anliegenden, elektrischen Größen des Netzanschlusses und den rotorseitig wirkenden, mechanischen Lasten. Hierzu werden in der elektrischen Maschine die elektrischen, magnetischen und mechanischen Wechselwirkungen modelliert. Bereits Ende der 70er Jahre erschien mit [Sahm, 1979] eine der ersten Veröffentlichungen zur Bondgraph-Modellierung einer synchronen Drehstrommaschine basierend auf der d/q-Transformation. Später folgte mit Mukherjee u. a. [1999] ein einfaches Modell einer idealisierten Drehstrom-Asynchronmaschine in Anlehnung an das zugehörige einsträngige Ersatzschaltbild. Daraufhin präsentierten Kim u. Bryant [2000], ein detailliertes und bis heute verwendetes nicht-lineares Bondgraph-Modell einer Asynchronmaschine, welches von Nakhaeinejad [2010] durch Multibonds vereinfacht wurde. Mit diesem Modell können verschiedenste Einflussfaktoren, wie bspw. asymmetrische Stator- und/oder Rotorwicklungen oder einzelne, unharmonische Wechselspannungsphasen des Drehstroms modelliert und ihr Einfluss auf das Drehmoment und die Drehzahl des Systems beschrieben werden.

---

<sup>1</sup>Nähere Informationen in Abschnitt 2.1

## 1.2.2 Strömungsmechanische Berechnung von Propeller und Rotor

### Überblick zu verfügbaren Methoden

Die ersten Theorien zur Berechnung von Schraubenpropellern in der Fluiddomäne wurden Ende des 19. Jahrhunderts von Rankine [1865] und R.E. Froude [1889] aufgestellt. In der sogenannten Strahltheorie (engl. Momentum Theory) ist die Strömung als eindimensional und rotationsfrei und der Propeller als Druckscheibe (engl. actuator disc) idealisiert. Unter der Annahme, dass der Schub und die Geschwindigkeit über den Umfang konstant sind, konnte so mittels Impulserhaltungssatz der maximale erreichbare Wirkungsgrad eines Propellers bestimmt werden. Die Wirkung des Nachlauffeldes und der Einfluss der Blattanzahl wurden jedoch vernachlässigt.

W. Froude [1878] entwickelte die Blatt-Elemente-Theorie (kurz: BET), wonach sich die Gesamtbelastung eines Propellers durch die Zerlegung des Rotorblattes in mehrere Segmente und durch anschließende Integration der einzelnen Profilkräfte über die Blattlänge ermitteln ließ. Induzierte Widerstände durch Naben- und Spitzenwirbel konnten hierdurch jedoch nicht berücksichtigt werden. Ihr Einfluss wurde erst ab 1910 durch die Prandtl'sche Wirbeltheorie der Traglinie (engl. lifting line theory, kurz: LLT) [Prandtl, 1927] sowie weiterführenden Studien von Betz [1919], Glauert [1926] und Goldstein [1929] berücksichtigt und lieferte für schwach belastete Propeller mit großen Seitenverhältnissen (Spannweite/Sehnenlänge) gute Ergebnisse. Hier seien vor allem Propeller im Einsatz an Windenergieanlagen oder Hubschraubern genannt. Mit der Einbeziehung einer beliebigen radialer Zirkulationsverteilung [Lerbs, 1952] sowie eines verbesserten Ansatzes zur Modellierung der schraubenförmigen Wirbelschleppen [Wrench, 1957] konnten später auch für mäßig belastete Schiffspropeller mit eher kleinen Seitenverhältnissen adäquate Ergebnisse erzielt werden. Jüngste Entwicklungen erlauben die Berechnung großer Betriebsbereiche, sowohl für die Propeller- als auch die Turbinenentwicklung [Epps, 2010]. Das Traglinienverfahren ist heute ein weithin eingesetztes Verfahren, um die Eigenschaften des Propellers bereits in einer frühen Entwicklungsphase zu bestimmen [Molland u. a., 2011]. Jedoch stößt die Traglinientheorie für große Skew-Winkel, Rake-Verschiebungen und Pitchwinkel-Variationen, wie sie häufig bei Schiffspropellern oder Tauchmotorrührwerken zu finden sind, an ihre Grenzen, da die hiermit einhergehenden dreidimensionalen Strömungseffekte nicht behandelt werden können.

Die Entwicklung moderner Rechentechnik Mitte des 20. Jahrhunderts erlaubte die Implementierung dreidimensionaler, numerischer Methoden. An die Stelle der Traglinientheorie rückte die Tragflächen-theorie (engl. lifting surface theory). Ab Ende der 1960er Jahre wurden verschiedene Methoden zur Berechnung der Tragfläche entwickelt, die sich nach Nakamura [1985] in zwei Gruppen einteilen lassen: zum einen *stetige Lastmethoden* (engl. continuous load methods) und zum anderen *diskrete Lastmethoden* (engl. discrete loading methods). In der Ersten Gruppe werden die Singularitäten und Lasten als stetige Funktionen in Spannweiten- und/oder Sehnenrichtung beschrieben, wodurch die Druckverteilung in guter Näherung berechnet werden kann. Allerdings sind nach Greely u. Kerwin [1982] für die Anwendung auf komplexe Blattgeometrien eine Vielzahl von geometrischen Vereinfachungen sowie verschiedenste numerische Näherungsansätze erforderlich. Die zweite Gruppe basiert auf der Diskretisierung der Trag- und

Nachlaufflächen mittels diskreter Wirbelelemente wie Hufeisenwirbel oder Wirbelringe. Als grundlegende Arbeiten zur Entwicklung dieser Wirbelgitterverfahren (engl. Vortex-lattice method, kurz: VLM) sind vor allem die Arbeiten von Lan [1974], Kerwin u. Lee [1978], sowie Lee [1979] und Greely u. Kerwin [1982] zu nennen. Die Dicke des Tragflügels sowie die Strahlkontraktion des Nachlaufes und das Aufrollen des Spitzenwirbels, welche maßgeblich Einfluss auf den Widerstand der Tragflügel haben, werden erst durch die Arbeiten von Hunt [2001], Lee [2002] und Politis [2004] mittels Quell-/Senkenverteilung und einer adaptiven Nachlaufmodellierung erfasst. Wei Xu [2010] und He [2010] erweitern die Wirbelgittermethode unter Verwendung des adaptiven Nachlaufmodells zur Berechnung von Gezeitenturbinen und Rotor-Stator-Interaktionen. Das Wirbelgitterverfahren liefert für schwach bis stark belastete Rotoren mit großer Rücklage (skew & rake) der Flügel bzw. Rotorblätter qualitativ gute Ergebnisse und findet bis heute vielfach Anwendung in Forschung und Entwicklung [siehe Burger, 2007; Kinnas u. a., 2012; Lin u. Lin, 1996; Pesmajoglou u. Graham, 2000; Smærup Olsen, 2001; Zhang u. a., 2011, etc.]. Mittels des Wirbelgitterfahrens wird lediglich die Tragfläche modelliert, folglich kann die Strömung über das Profil nur näherungsweise abgebildet werden. Für schlanke Profile ( $t \ll c$ ) liefert die Methode zwar gute Ergebnisse, aber mit steigenden Profildicken sinkt die Eignung dieser Methode zur Propellernachrechnung. Zu den größten Nachteilen der Wirbelgitterverfahren gehören nach Nakamura [1985] und Kinnas u. Hsin [1992] die der Methode innewohnende Unterschätzung der Wirbelstärken an der Blatteintrittskante und -spitze. Die Wirkung der Saugkraft muss in der Regel durch nachträgliche Korrekturen berücksichtigt werden.

Um die genannten Beschränkungen der Tragflächentheorie zu überwinden, wurden ab den 1980er Jahren die theoretischen Grundlagen des Wirbelgitters verwendet, um die Oberflächen des Rotorblattes zu diskretisieren [Hess u. Valarezo, 1985]. Zu diesem Zweck wurden die sogenannten Paneel- bzw. Randelementmethoden (engl. Boundary Element Method, kurz: BEM) entwickelt. Sie erlaubten zusätzlich zu den Blättern auch den Einfluss der Rotornabe, eines Gehäuses oder Ruders direkt zu simulieren [Kerwin u. a., 1987; Lee, 1987; Turnock, 1992]. Zudem können Kavitationserscheinungen auf der Blattoberfläche über geeignete Ansätze untersucht werden [siehe. Tian u. Kinnas, 2013; Wei Xu, 2010]. Der Hauptteil der Paneelcodes basiert lt. Bertram [2000] auf dem Ansatz von Morino u. Kuo [1974]. Die größte Schwierigkeit der Paneelmethode ist die Einhaltung und Implementierung der Kutta-Bedingung an der Tragflächenhinterkante, an welcher der Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite verschwinden muss. Kleine Fehler in der Bestimmung führen lt. [Bertram, 2000] schnell zu einer großen Abweichung der berechneten Auftriebskraft. Zudem ist die Rechenzeit, infolge der größeren Wirbelelementanzahl, gegenüber den Tragflächenverfahren erhöht.

Alle vorgestellten Wirbeltheorien basieren auf potentialtheoretischen Annahmen und betrachten die Strömung als reibungs- und drehungsfrei. Reibungseinflüsse werden in der Regel durch entsprechende Korrekturfunktionen berücksichtigt. Die jüngsten Methoden basieren in der Regel auf der Beschreibung der umgebenden Strömung mittels eines dreidimensionalen Rechenetztes aus finiten Volumen, welches zur Lösung der Erhaltungsgleichungen (Navier-Stokes-Gleichungen) genutzt wird. Folglich wird das Verfahren als Finite-Volumen-Methode (FVM) bezeichnet. Da die direkte numerische Simulation (DNS)

turbulenter Strömungen durch einen enorm hohen Rechen- und Zeitaufwand gekennzeichnet ist, ist ihr Einsatz in der industriellen Anwendung selten und eher von wissenschaftlichem Interesse. In der Regel werden turbulente Strömungen durch eine statistische Zerlegung der Strömungsgrößen in Momentan- und Schwankungsgröße modelliert (Reynoldszersetzung). Die resultierenden Reynoldsgleichungen (engl. Reynolds-averaged-Navier-Stokes, kurz: RANS) erfordern zur Lösung jedoch zusätzliche Turbulenzmodelle um die Produktion und Dissipation turbulenter kinetischer Energie zu erfassen. Der Fokus aktueller Arbeiten liegt nach wie vor auf der Berechnung von Leistungsbeiwerten und der Nachlaufmodellierung des Propellers bzw. Rotors unter verschiedenen Randbedingungen [siehe Dubbioso u. a., 2013; Muscari u. a., 2013; Wang u. a., 2013, etc.]. Durch die räumliche Auflösung des Strömungsfeldes erlaubt die FVM die Untersuchung kleinster geometrischer Variationen oder Adaptionen wie bspw. Wirbelgeneratoren [Gao u. a., 2015]. Die Finite-Volumen-Methode liefert qualitativ und quantitativ sehr gute Ergebnisse, wobei die Lösung sehr stark von der zeitlichen und räumlichen Auflösung als auch von den verwendeten Turbulenzmodellen abhängt. Zur Nachrechnung von Entwürfen ist es prinzipiell gut geeignet. Allerdings ist der zeitliche Aufwand zur Berechnung des gesamten Systemverhaltens und für eine große Bandbreite von Randbedingungen, welche im Betrieb auftreten können, deutlich größer als bei geringerer Güte der physikalischen Modellierung (vgl. Abbildung 1.2). Die Vor- und Nachteile der Verfahren sind daher entsprechend ihres Verwendungszweckes gegeneinander abzuwägen.

### **Bewertung der Rechenverfahren**

In Abbildung 1.2 sind die zuvor vorgestellten Rechenverfahren in Abhängigkeit von Rechenaufwand und Güte der gewonnenen Erkenntnisse dargestellt. Die Breite der Modellsäulen korreliert nach Kornev [2009] mit der Breite des Einsatzgebietes bzw. der Vielfältigkeit der Anwendungen. Aus der wichtigsten Anforderung des Entwurfsprozesses: den Schub, das Drehmoment und je nach Anforderung das Kavitationsverhalten eines Rotors in guter Näherung abzuschätzen, folgt für die Wirbeltheorien das beste Verhältnis von Aufwand zu Nutzen (gewonnene Kenntnisse / erforderliche Rechenleistung).

Die Eignung der Wirbelgitterverfahren zur Bestimmung der hydrodynamischen Lasten wird durch zahlreiche Literaturstellen gezeigt. Aufgrund der Erkenntnis, dass RANS-Verfahren qualitativ und quantitativ sehr gute Ergebnisse im Vergleich zu experimentellen Messungen liefern, wird dieses oft auch zur Validierung von Verfahren geringerer physikalischer Modellierungsgüte verwendet (vgl. Abbildung 1.2). So vergleicht Wei Xu [2010] die Ergebnisse der Wirbelgitter(VLM)- und Randelementemethode(BEM) sowie die einer RANS-Simulation zur Leistungsvorhersage von Propellern und Gezeitenturbinen unter stationären Betriebsbedingungen. Schub- und Leistungsbeiwerte aller Methoden zeigen eine sehr gute Näherung mit experimentell erhobenen Daten. Die Rechenzeit der viskosen RANS-Simulation wird mit etwa fünf Stunden angegeben, wohingegen die BEM mit blattwinkelbasierter Wirbelschleppenbestimmung bzw. die VLM mit instationärer Wirbelschleppen Anpassung in weniger als drei Minuten zum Ergebnis führt. Demnach benötigen die Wirbeltheorien weniger als ein Prozent der Rechenzeit von visko-

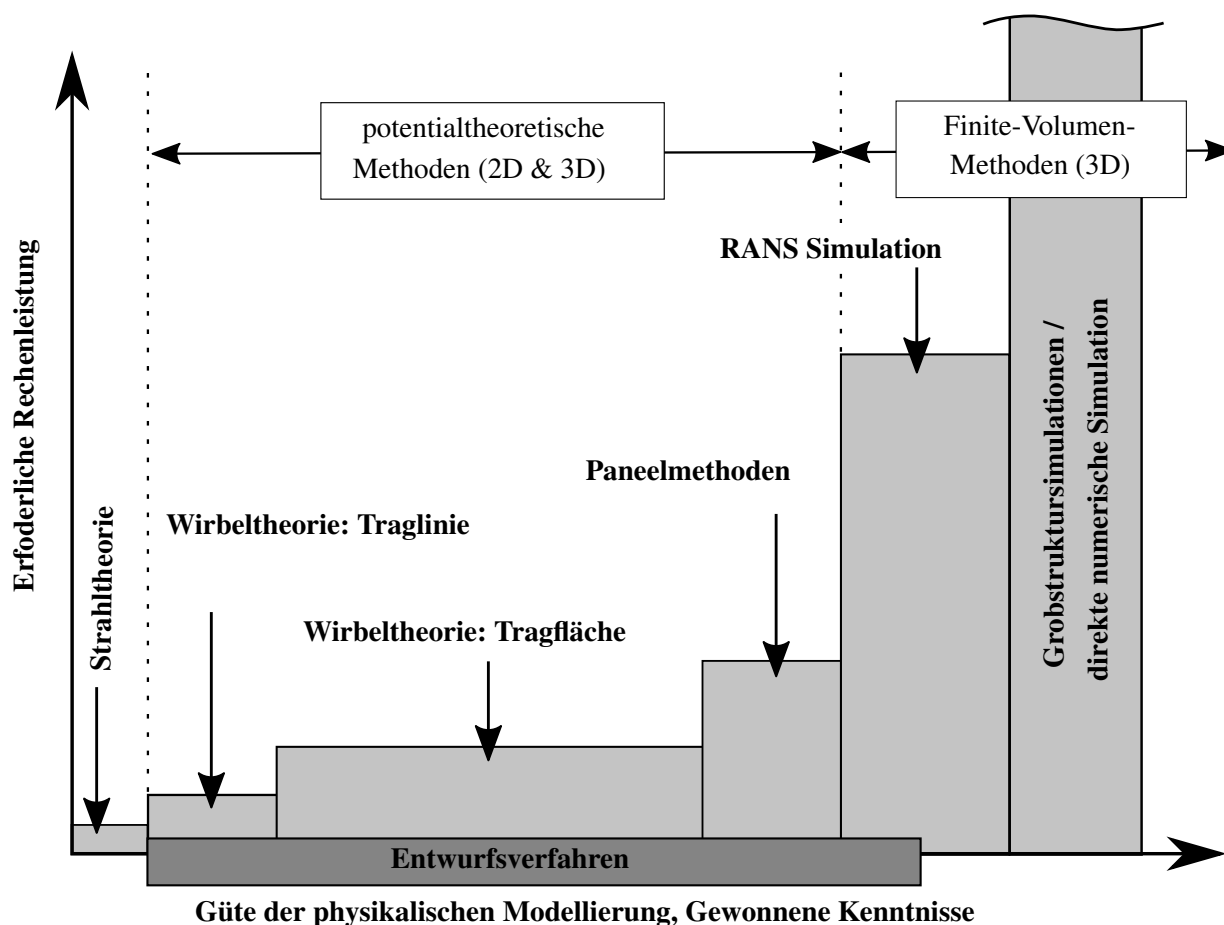


Abb. 1.2: Übersicht theoretischer Ansätze zur Berechnung von Propellern nach Kornev [2009]

sen RANS-Simulationen, um im stationären Fall die für die Entwicklung notwendigen Leistungsdaten zu erheben. So bestimmen He u. a. [2011] die Leistung von Schiffspropellern und horizontalen Gezeitenströmungsturbinen unter instationären Anströmbedingungen (Queranströmung) mittels VLM und einem hybriden Verfahren aus potentialtheoretischem (VLM) und viskosen Strömungslöser (RANS). Die berechneten Lasten zeigen sehr gute Übereinstimmung mit Messungen, wobei herausgearbeitet wird, dass die instationäre Anpassung der Wirbelschlepe über die Kraftfreiheits-Bedingung (engl. force-free condition) gegenüber einer empirisch abgeleiteten Wirbelschlepe zu deutlich besserer Näherung mit experimentellen Daten bei kleinen Fortschrittsgraten führt. Weiterhin untersuchen Young u. Savander [2011] anhand von Oberflächen-durchstoßenden Propellern (surface-piercing propellers) in Antriebssystemen mit hohen Betriebsdrehzahlen die Anwendung eines fluid-struktur-koppelnden BEM/FEM-Verfahrens und vergleichen die Ergebnisse der Leistungsbeiwerte mit jenen aus der VLM und der RANS-Methode. Auch hier wird gezeigt, dass eine gute Übereinstimmung aller Verfahren erzielt wird, wobei die BEM gegenüber der VLM näher an den Ergebnissen der RANS-Simulation liegen, da die Strömung an der Vorder- und Hinterkante und der Einfluss der Schaufeldicke besser erfasst werden. Kinnas u. a. [2012] vergleichen die

Anwendung von VLM und BEM zur Bestimmung von hydrodynamischen Leistungsbeiwerten unter Berücksichtigung translatorischer Schiffsbewegungen (längsbewegen/wogen und tauchen) mit denen einer RANS-Simulation. BEM und VLM erreichen ebenfalls eine gute Näherung zur RANS-Simulation. Trotz kleiner Abweichungen wird auch hier herausgestellt, dass der Rechenzeitvorteil der potentialtheoretischen Methoden überragend ist (RANS-Simulation mit 1.75 Mio. hexaedrischen Elementen: 9s Simulationszeit → 192h Rechenzeit auf 24 Intel Xeon 2.54 GHz CPUs; VLM → 12 min.; BEM → 15 min.). Das Verhältnis der Rechenzeiten von VLM zur RANS-Simulation liegt bei lediglich einem Zehntel Prozent (0.1%).

### 1.2.3 Kopplungsmethoden zur Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion

Seit den 1990er Jahren wächst die Zahl von Veröffentlichungen, die sich mit der Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion von bewegten Rotoren mit starren Rotorblättern oder ortsfesten Rotoren mit flexiblen Rotorblättern beschäftigen. Bereits in [Lin u. Lin, 1996] wurde ein FSI Ansatz durch die Kopplung eines stationären Wirbelgitterverfahrens (VLM) mit einem auf schalenelementen basierenden FEM-Code präsentiert. Diese VLM/FEM-Simulation fokussierte die Simulation der Verformungen und Beanspruchungen der Struktur unter stationärer Last. Erst zehn Jahre später veröffentlichten Young [2007, 2008] erweiterte FSI-Simulationsergebnisse, wobei sie anstelle der VLM die Oberfläche des Rotorblattes mittels Randelementeverfahren (BEM) abbildeten und somit eine BEM/FEM-Kopplung nutzten. Mithilfe dieser Methode simulierten sie später die Blattverformungen und optimierten den geometrieabhängigen Wirkungsgrad eines aus GFK-gefertigten Schiffspellers in einer über den Umfang variierenden Anströmung [Motley u. a., 2009]. Anschließend präsentierten Blasques u. a. [2010] ebenfalls eine BEM/FEM Simulation, in der sie den geschichteten GFK-Laminataufbau des gefertigten Rotorblattes hinsichtlich definierter Versagenskriterien unter Berücksichtigung der hydrodynamischen Lasten optimierten. Auch in [Lee u. a., 2014] präsentierten die Autoren einen BEM/FEM-Ansatz zur hydroelastischen Analyse maritimer Propeller, wobei sie die Dynamik des Rotorblattes in Form der strukturellen Dämpfungs- und Trägheitseigenschaften in die Betrachtung einschlossen. Eine weitere Steigerung der Vorhersagequalität folgte mit [Kumar u. Wurm, 2015], welche eine RANS/FEM-Kopplung auf Tauchmotorrührwerke mit faserverstärkten Kunststoffrotorblättern anwendeten und sehr gute Übereinstimmungen der hydrodynamischen Kennwerte mit experimentellen Ergebnissen, auch bei sehr kleinen Fortschrittsgraden, erzielen konnten. Die zuvor genannten Veröffentlichungen basieren auf FEM-Formulierungen und steigerten die Qualität der Berechnung durch eine zunehmende Auflösung bzw. Elementanzahl sowohl in der Struktur als auch der Fluidomäne. Mit steigender Qualität der Ergebnisse geht jedoch auch ein deutliches Anwachsen des Rechenaufwandes und der Rechenzeit einher.

Eine Alternative zur Verwendung hochaufgelöster FEM-Strukturen ist der Einsatz von Mehrkörpersimulationen (engl. multi body simulation, kurz: MBS) zur Abbildung der Strukturmechanik eines Systems. Die Kopplung einer Mehrkörpersimulation mit den Verfahren der tragenden Linie, bspw. Blattelement-Impuls-Methode oder die Wirbeltheorie der Traglinie mit freien und definierten Nachlaufmodellen, ist

Stand der Technik. So existieren zur aero- und hydroelastischen Modellierung gehäuseloser Strömungsmaschinensysteme eine Reihe branchenspezifischer Werkzeuge. Exemplarisch seien Alaska/Wind, GH-Bladed, FAST, FLEX5, HAWC2 für Windenergieanlagen oder TidalBladed und auch HAWC2 für horizontale Gezeitenströmungsturbinen genannt. Aber auch Branchenübergreifende Systeme wie MSC Adams oder SIMPACK sind im industriellen Umfeld verbreitet. So untersuchte Zierath [2015] in seiner Habilitationsschrift die elastische Mehrkörperdynamik von Windenergieanlagen im Zusammenspiel mit den aerodynamischen Windlasten. Eine umfassende Zusammenfassung zum Stand der Forschung im Bereich der Aeroelastik von Windenergieanlagen ist in [Wang u. a., 2016] zu finden. Die hierin vorgestellten Methoden beinhalten jedoch die zuvor aufgezählten Schwächen der jeweiligen strömungsmechanischen Methode und begrenzen ihren Einsatz somit auf annähernd gerade, das heißt mit geringem Skew-, Rake- und Pitch-Winkeln versehene Rotorblätter, welche sich zudem durch ein großes Seitenverhältnis (Spannweite/Sehnenlänge) auszeichnen und dreidimensionale Strömungseffekte weitgehend vernachlässigen. Eine weitere Limitierung stellt das umgebende Fluid selbst dar: während die Trägheit des umgebenden Fluides in aeroelastischen Anwendungen vernachlässigbar ist, muss diese in hydroelastischen Simulationen berücksichtigt werden. Dies ist durch die Wirkung, der mit dem umgebenden Fluid assoziierten, hydrodynamischen Masse begründet, welche die Eigenfrequenzen einer getauchten Struktur maßgeblich verändert. Des Weiteren erfordert die hydroelastische Untersuchung von Rotoren mit räumlich stark gekrümmten Blattgeometrien für eine direkte Simulation, dass heißt ohne zusätzliche Modellannahmen, hydrodynamische Verfahren höherer physikalischer Modellierungsgüte als die Blatt-Element-Impulsmethode [siehe. Gaschler u. Abdel-Maksoud, 2014; Li u. a., 2017a; Mao u. Young, 2016, u.A.].

So untersuchen Arnold u. a. [2016, 2014] den Einfluss der Fluid-Struktur-Interaktion an Gezeitenströmungsturbinen durch die Kopplung einer flexiblen Mehrkörper- und URANS-Simulation. Auf die gleiche Weise betrachten Li u. a. [2015] den Einfluss von Strömungsturbulenzen und Lastschwankungen infolge der Mehrkörperdynamik bei Windenergieanlagen. In [Li u. a., 2017b] erweiterten sie die Methode und simulierten erstmals das dynamische Verhalten unter Einbeziehung des gesamten Antriebsstrangs bestehend aus Rotor, Nabe, Welle, Getriebe, Generator und Blattwinkelverstellungssystem. In den Untersuchungen mit RANS/MBS-Kopplung konnte bei guter Qualität der Ergebnisse eine deutliche Reduktion der Rechenzeiten verglichen mit RANS/FEM erzielt werden. Eine weitere deutliche Reduktion der Rechenzeiten kann durch die MBS/BEM- oder MBS/UVLM-Kopplung erreicht werden. So wurde in Netzband u. a. [2017] die zeitaugelöste Bewegung einer schwimmenden Offshore-Windkraftanlage unter dem Einfluss von Windlasten und Wellengang untersucht. Dabei nutzten sie eine MBS/BEM-Kopplung, um die Wechselwirkung zwischen der Starrkörperbewegung des Rotors und den aerodynamischen Kräften zu modellieren. Die berechneten Maschinenbewegungen wurden für verschiedene Lastfälle in guter Übereinstimmung mit anderen Simulationsprogrammen erfasst. In der vorliegenden Arbeit wird eine UVLM/MBS-Kopplung vorgestellt und deren Ergebnisse anhand eines numerisch und experimentell untersuchten Tauchmotorrührwerkes validiert, dabei wird die Dynamik eines flexiblen Rotorblattes in die Betrachtung einbezogen.

## 1.3 Ziel und Lösungsansatz der Arbeit

In dieser Arbeit soll ein Modellansatz zur numerische Simulation der last- und zeitabhängigen Dynamik eines Strömungsmaschinensystems erarbeitet werden. Als Randbedingungen seien dem System lediglich eine zeit- und raum aufgelöste Grundströmung, eine starre oder elastische Maschinenlagerung und eine modulierter, elektrischer Netzanschluss vorgegeben. Alle Betriebsparameter sollen sich aus den inhärenten Eigenschaften des Strömungsmaschinensystems ergeben. Der Modellansatzes soll dadurch Antworten auf folgende Fragestellungen liefern können:

- Welche Lasten und Verschiebungen sind entlang des Antriebsstrangs im Betrieb zu erwarten, wenn hydrodynamische und elektromechanische Wechselwirkungen auf das rotierende Strömungsmaschinensystem einwirken?
- Wie wirken sich flexible Rotorblätter auf die aero- bzw. hydrodynamischen Lasten und Verschiebungen des Antriebsstrangs aus? Wie stark verformen sich die Rotorblätter?
- Welche Drehzahl stellt sich im Betrieb ein, wenn eine schlupfbehaftete Asynchronmaschine eingesetzt wird?
- Wie verhält sich die Maschine beim Start aus dem Ruhezustand bei entsprechender Modulation der Randbedingungen (Frequenz bzw. Spannung des elektrischen Netzes, Geschwindigkeitsverteilung der Anströmung)?

Aus dem Stand der Forschung geht hervor, dass für einzelne Fragestellungen Teillösungen vorhanden sind, aber die Kopplung der jeweils geeignetsten Methoden mit einem hohen Rechenaufwand einhergeht und somit den Umfang von Lastensimulationen beschränkt. Bei der Auswahl der numerischen Methoden ist daher einen Kompromiss aus Genauigkeit und Rechenaufwand zu finden, der es ermöglicht die Rotordynamik eines getauchten Strömungsmaschinensystems unter Berücksichtigung multipler Einflussfaktoren zu untersuchen.

Um die oben genannten Fragestellungen zu beantworten und den Einfluss flexibler Rotorblätter zu untersuchen, wird in dieser Arbeit ein Tauchmotorrührwerk mit flexiblen, aus glasfaserverstärktem Kunststoff gefertigten Rotorblättern ausgewählt und untersucht. Dieses Strömungsmaschinensystem wird als flexibles multidomänen Mehrkörpersystem mithilfe von Bondgraphen modelliert. Die Wirkung flexibler Rotorblätter wird durch die Integration eines bidirektionalen FSI-Ansatzes realisiert. Der FSI-Ansatz basiert auf der Kopplung des Mehrkörpersystems (MBS) mit einem instationären Wirbelgitterverfahren (UVLM). Dieser UVLM/MBS-Ansatz erlaubt eine zeitaufgelöste, transiente Simulation der Maschine, da Rechenaufwand und -zeit gegenüber einem RANS/MBS-Ansatz deutlich reduziert sind. Zudem wird der Einfluss der hydrodynamischen Masse im Gegensatz zur Blatt-Element-Impuls-Methode direkt modelliert.

In den folgenden Kapiteln werden die theoretischen Grundlagen der Bondgraph-Methode, der Potentialtheorie und der Fluid-Struktur-Interaktion kurz erörtert. Anschließend werden die Bondgraph-Modelle der einzelnen Komponenten des Strömungsmaschinensystems und das instationäre Wirbelgitterverfahren, sowie das implementierte FSI-Kopplungsschema vorgestellt. Bevor das numerische Gesamtmodell des Tauchmotorrührwerkes und die daraus gewonnenen Ergebnisse präsentiert werden, erfolgt die Beschreibung und Auswertung der experimentellen Untersuchungen, welche als Grundlage für die Validierung verwendet werden.

## 2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zur Modellierung eines elektrisch, betriebenen Strömungsmaschinensystems mit flexiblen Rotorblättern gelegt. Dies umfasst eine kurze Einführung in Bondgraphen, die Grundlagen der Tragflächentheorie sowie die Mechanismen und Ansätze der Fluid-Struktur-Interaktion.

### 2.1 Bondgraphen

Mit Bondgraphen werden die Antriebs- und die Strukturdomäne des Strömungsmaschinensystems modelliert. Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen für die in Abschnitt 3.1 wiedergegebenen Bondgraph-Modelle des Strömungsmaschinensystems dargelegt.

#### 2.1.1 Konzept und multidisziplinärer Charakter

Um die 1960er Jahre erdachte Professor H. Paynter am Massachusetts Institute of Technology (MIT) eine Möglichkeit die physikalischen Mechanismen dynamischer Systeme mittels einer grafischen Darstellung zu modellieren [Paynter, 1961]. Die Erhaltungsgröße Energie  $E$  und dessen Übertragung in dynamischen Systemen bildeten hierfür die Grundlage.

Wird an oder von einem System Arbeit  $W$  verrichtet, so ändert sich dessen Energie. Die Energieänderung  $\Delta E$  des Systems ist gleich der im Laufe der Zeit übertragenen, d.h. zu- und abgeführten, Energie. Der Vorgang der Energieübertragung wird als Energiefluss bezeichnet, wobei die Stärke des Energieflusses der physikalischen Leistung  $P$  entspricht. Es gilt folgender Zusammenhang:

$$\Delta E = W = \int_{t_0}^{t_1} P dt = \int_{t_0}^{t_1} e f dt \quad (2.1)$$

Die Leistung wird in Bondgraphen als gerichtete Austauschgröße zwischen Teilsystemen verwendet und aus zwei Faktoren gebildet (vgl. Gl. 2.1). In der Terminologie der Bondgraphen werden diese mit:

- *effort* ( $e$ ): Potentialgröße (engl. Across Variable) und
- *flow* ( $f$ ): Strom- bzw. Flussgröße (engl. Through Variable)

bezeichnet.

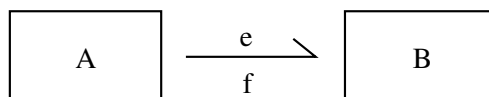


Abb. 2.1: grafische Darstellung eines *bonds* zwischen den Teilsystemen A und B

In Abbildung 2.1 sind exemplarisch zwei Teilsysteme A und B dargestellt. Die Bindung zwischen den Teilsystemen in Form eines Halbpeils repräsentiert die Richtung des Energieflusses und die von A auf B übertragene Leistung. Diese Bindung ist das Basiselement der Bondgraph-Methode und wird (*power*) *bond* genannt, woraus sich die Bezeichnung der Methode ableitet.

Basierend auf dem Konzept des Energieflusses entwickelte Paynter eine Symbolik, mit der laut Mukherjee u. a. [2006] nahezu jedes System durch zwei Funktionssätze beschrieben werden kann. Zum einen ein Satz aus Grundelementen, welche Energie speichern, dissipieren, umwandeln oder generieren. Zum anderen einen Satz aus Zwangsbindungen, welche die Grundelemente unter Berücksichtigung der Energieerhaltung sinnvoll verknüpft (s. Abschn. 2.1.2. Im Gegensatz zu Block- und Signalflussdiagrammen wird über diesen Ansatz nicht nur die Berechnungsstruktur des Systems, sondern auch dessen Topologie abgebildet.

Das Konzept von Bondgraphen wurde seither zu einer eigenständigen Methodik zur Modellierung multidisziplinärer Systeme weiterentwickelt [siehe: Borutzky, 2010; Karnopp u. a., 2012]. Der multidisziplinäre Charakter der Methode wird durch die verallgemeinerte Terminologie von *effort* und *flow* verdeutlicht. So können je nach Energiedomäne unterschiedliche Energiegrößen betrachtet werden. Ein Überblick über die unterschiedlichen Energiedomänen, welche mittels Bondgraphen fließend verbunden werden können, ist Tabelle 2.1 zu entnehmen.

Tab. 2.1: Übersicht der unterschiedlichen Energiedomänen und der zugehörigen Leistungsvariablen

Energiedomäne	<i>effort</i>	<i>flow</i>
mechanisch	Kraft	Geschwindigkeit
	Drehmoment	Winkelgeschwindigkeit
elektrisch	Spannung	Stromstärke
hydraulisch	Druck	Volumenstrom
thermisch	Temperatur	Entropieänderung
	Druck	Volumenänderung
chemisch	chem. Potential	Massenstrom
	Enthalpie	Massenstrom
magnetisch	magnetomotorische Kraft	Änderung des magnetischen Flusses

Im Folgenden wird der grundlegende Satz von Elementen und Zwangsbindungen kurz erläutert, um ein Grundverständnis für die Modellierung mittels Bondgraphen zu ermöglichen.

### 2.1.2 Elemente und Zwangsbindungen

Wie eingangs angeführt, kann ein dynamisches System durch verschiedene Grundelemente und Zwangsbindungen abgebildet werden:

Grundelemente	Zwangsbindungen
Widerstandselemente ( <b>R</b> )	Einheitsflussbindung ( <b>1</b> -junction)
Speicherelemente ( <b>C, I</b> )	Einheitspotentialbindung ( <b>0</b> -junction)
Wandlerelemente ( <b>TF, GY</b> )	
Quellelemente ( <b>SE, SF</b> )	

In Abbildung 2.2 ist ein mechanisches und ein elektrisches System dargestellt. Obwohl beide System in unterschiedlichen Energiedomänen arbeiten, können sie mit denselben Grundelementen und Zwangsbindungen beschrieben werden. Im dargestellten Fall weisen sie zudem ein äquivalentes dynamisches Verhalten auf, sodass der abgebildete Bondgraph für beide Systeme gültig ist.

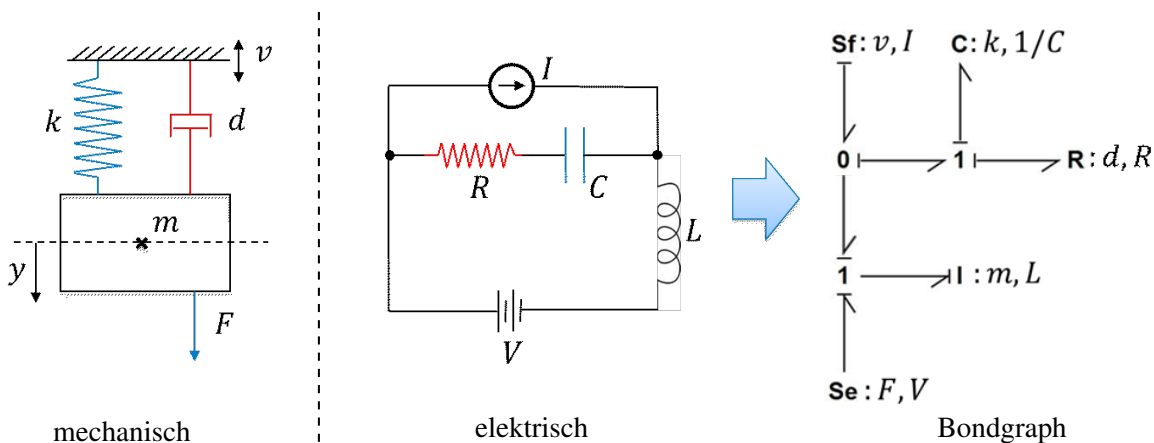


Abb. 2.2: Beispiel eines Bondgraphen für ein äquivalentes mechanisches und elektrisches System

Im Folgenden soll auf jedes dieser Elemente kurz eingegangen werden, wobei sich die Ausführungen hinsichtlich der Terminologie an [Mukherjee u. a., 2006] orientieren.

#### Widerstandselemente

Widerstände dienen zur Abbildung dissipativer Phänomene, wie Wärme- oder Reibungsverluste, innerhalb eines Systems. Im Rahmen der Bond Graph Methode werden Widerstände mit einem *resitive*: **R**-Element symbolisiert (vgl. Abbildung 2.3). Sie besitzen einen Eingangsport über den sie Leistung aus dem System entnehmen.

Die grundlegenden Gleichungen hinter der Symbolik sind:

$$e(t) = F(f(t)) \quad \text{und} \quad f(t) = G(e(t)). \quad (2.2)$$

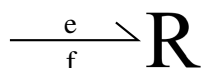


Abb. 2.3: symbolische Darstellung von Widerständen in Bondgraphen

$F$  und  $G$  sind dabei jeweils vom *effort* bzw. *flow* abhängige Funktionen. Auf diese Weise wird beispielsweise ein lineares Dämpfungselement oder ein Ohmscher Widerstand in der jeweiligen Energiedomäne repräsentiert (vgl. Abbildung 2.2):

$$\text{Dämpfer: } e(t) = d \cdot f(t) \quad \text{und: } f(t) = \frac{1}{d} \cdot e(t) \quad (2.3)$$

$$\text{Ohmscher Widerstand: } e(t) = R \cdot f(t) \quad \text{und: } f(t) = \frac{1}{R} \cdot e(t) \quad (2.4)$$

Die Kausalität des *bond* bestimmt, welche Gleichung im System angewendet wird (siehe Abschn. 2.1.3.

### Speicherelemente

Ausgehend von einem mechanischen System, wie einem Feder-Masse-Schwinger, können zwei Energiespeicher identifiziert werden (siehe Abbildung 2.4). Zum einen wird die kinetische Energie als Impuls  $\vec{p}$  der Masse als Funktion der Geschwindigkeit, zum anderen als potentielle Energie in der Feder als Funktion der Verschiebung gespeichert.



Abb. 2.4: symbolische Darstellung von Speicherelementen in Bondgraphen

Die Speicherung potentieller Energie in mechanischen Systeme wird über sogenannte *compliant*: **C**-Elemente abgebildet. Die grundlegenden Gleichungen für diesen Speicher sind:

$$e(t) = F(t, q(t)) \quad (2.5)$$

$$f(t) = \frac{dG(t, e(t))}{dt} \quad (2.6)$$

Darin sind  $F$  und  $G$  von den Eingabewerten abhängige Funktionen mit nur einem Rückgabewert. Die generalisierte Verschiebung  $q(t)$  ergibt sich aus dem Zeitintegral der Flussgröße:

$$q(t) = \int_{-\infty}^t f(\xi) d\xi \quad (2.7)$$

Die generalisierte Verschiebung entspricht bspw. im mechanischen System der Auslenkung der Feder und im elektrischen System der Ladung des Kondensators (vgl. Abbildung 2.2).

Die kinetische Energie des mechanischen Systems wird in der Masse in Form des Impuls  $\vec{p}$  gespeichert. Die Potentialgröße (*effort*) korreliert dann mit der Änderung des Impulses, sodass die Grundgleichung für ein lineares *inertial*: **I**-Elementes mit einer generalisierten Trägheit  $m(t)$  folgende Form annimmt:

$$e(t) = \frac{d(\vec{p}(t))}{dt} = \frac{d(m(t)f(t))}{dt} \quad (2.8)$$

Für die Flussgröße (*flow*) gilt demzufolge:

$$f(t) = \frac{1}{m(t)} \int_{-\infty}^t e(\xi) d\xi \quad (2.9)$$

Der Impuls  $\vec{p}$  spielt als generalisierte Größe eine wichtige Rolle in Bondgraphen und kann nach Gleichung 2.8 erfasst werden mit:

$$\vec{p}(t) = \int_{-\infty}^t e(\xi) d\xi \quad (2.10)$$

### Wandlerelemente

Innerhalb eines Systems wird Energie nicht nur gespeichert oder weitergeleitet. Zwischen zwei Teilsystem kann zudem ein Wechsel der Energieform oder eine Transformation der Leistungsfaktoren ohne Leistungsverluste erfolgen. Solche Elemente besitzen in der Bond Graph Theorie zwei Zugänge bzw. Ports (siehe Abbildung 2.5).



Abb. 2.5: symbolische Darstellung von Wandlerelementen in Bondgraphen

Als Beispiele für Transformer kann u.a. ein mechanischer Hebel oder der elektrische Transformator herangezogen werden. Die übertragene Leistung zwischen den Angriffspunkten wird im angenommenen Idealfall nicht verändert, jedoch variieren in Abhängigkeit der Hebelarme bzw. Windungszahlen die Beträge von *effort* und *flow*. In dieser Form ergeben sich die Grundgleichungen des *transformer*: **TF**-Elementes mit:

$$e_1 = \mu \cdot e_2 \quad \text{und} \quad f_2 = \mu \cdot f_1 \quad (2.11)$$

Beim Wechsel von einer Energiedomäne zur nächsten kann es erforderlich sein, dass die Leistung entsprechend der physikalischen Gesetze umgewandelt bzw. ein Zusammenhang zwischen *effort* und *flow* der angrenzenden Energiedomänen hergestellt wird. Ein Beispiel für diesen Fall ist der idealisierte Gleichstrommotor, dessen Drehmoment von der Stromstärke bzw. dessen Winkelgeschwindigkeit von der Span-

nung abhängt. Hierfür werden die sogenannten *gyrator*: **GY**-Elemente benötigt. Für den Gyrator gelten folgende Grundgleichungen:

$$e_1 = \mu \cdot f_2 \quad \text{und} \quad f_2 = \mu \cdot e_1 \quad (2.12)$$

Der Modul  $\mu$  steht bei **TF**- und **GY**-Elemente für die Relation zwischen den beiden Ports und kann in Abhängigkeit des gewählten Systems eine zeit- und/oder systemabhängige Funktion oder Konstante sein.

### Quellelemente

Die letzte Gruppe der Grundelemente bilden die sogenannten Quellelemente (siehe Abbildung 2.6). Sie dienen dazu dem System von außen Leistung zuzuführen. Entsprechend der Kausalität innerhalb des Systems kann dem System Leistung mittels einer Potential- oder Flußgröße zugeführt werden.



Abb. 2.6: symbolische Darstellung von Quellelementen in Bondgraphen

Wenn das System die Information über die Flußgröße liefert, so kann von außen eine Potentialgröße definiert werden. In diesem Fall wird ein *source of effort*: **SE**-Element verwendet. Während dies in der mechanischen Energiedomäne einer Kraft oder einem Drehmoment entspricht, kann dies in der elektrischen Domäne als Spannungsquelle verstanden werden.

Im anderen Fall, wird vom System die Information über die Potentialgröße geliefert, sodass von außen eine Flussgröße angesetzt werden kann. Hier wird ein *source of flow*: **SF**-Element eingesetzt. So kann einer mechanischen Feder über die Vorgabe einer Geschwindigkeit oder einem Kondensator mittels einer Stromquelle Leistung zugeführt werden.

Für das Beispiel in Abbildung 2.2 gilt:

$$\text{mechanisch: } \mathbf{SE: } e(t) = F(t) \quad \mathbf{SF: } f(t) = v(t) \quad (2.13)$$

$$\text{elektrisch: } \mathbf{SE: } e(t) = V(t) \quad \mathbf{SF: } f(t) = I(t) \quad (2.14)$$

### Zwangsbindungen

Wie in Abbildung 2.2 ersichtlich, stehen die zuvor identifizierten Grundelemente stets in Verbindung zueinander und folgen gemeinsamen Zwangsbedingungen. Die Zwangsbedingungen an den Verbindungsstellen werden auch Junktionen (engl. *junctions*) genannt. Zwei Typen müssen unterschieden werden: die **1**-Junktion und die **0**-Junktion (vgl. Abbildung 2.7).

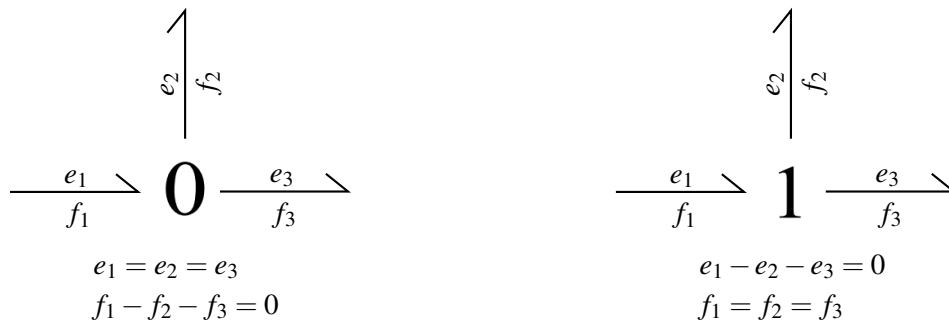


Abb. 2.7: symbolische Darstellung der Zwangsbindungen/Junktionen in Bondgraphen

Die **0**-Junktion vereinheitlicht in der Verbindung die Potentialgröße (*effort*), da die Summe aller zu- und abgeführten Leistungen in den Junktionen Null sein muss, folgt für die Flussgröße (*flow*), dass die Summe über alle *bonds* zu Null wird. Im elektrischen System entspricht dies der Parallelschaltung von Elementen, wobei die Spannung über die Elemente gleich ist, aber die Stromstärke vom jeweiligen Widerstand abhängig ist. Im mechanischen System entspricht dies der Reihenschaltung von Elementen. Auf sie wirken die gleichen Lasten, aber die Geschwindigkeiten unterscheiden in Abhängigkeit ihrer individuellen Eigenschaften.

In umgekehrter Weise vereinheitlicht die **1**-Junktion die Flussgröße und erfordert das Aufsummieren der Potentialgröße zu Null. Im elektrischen System entspricht dies der Reihenschaltung und im mechanischen System der Parallelschaltung von Elementen.

### 2.1.3 Kausalität und Bewegungsgleichungen

Bondgraphen beschreiben sowohl die Topologie als auch die Berechnungsstruktur eines Systems. In Abbildung 2.8 ist die Berechnungsstruktur des in Abb 2.2 angegebenen mechanischen Systems nachvollziehbar dargestellt. Die Berechnungsstruktur folgt aus der Kausalität der Elemente. Die Kausalität wird mittels einer senkrechten Linie am Anfang bzw. Ende eines *bonds* dargestellt. Die Kausalität bestimmt welche Leistungsgröße vom System vorgegeben wird und welche berechnet werden muss. Befindet sich der Kausalitätsstrich auf der Seite eines Elementes bedeutet dies, dass von diesem Element die Flussgröße *flow* berechnet wird und die Potentialgröße *effort* von der gegenüberliegenden Seite des *bonds* gestellt wird.

Speicherelemente haben eine bevorzugte integrale Kausalität und Quellelemente jeweils eine vordefinierte Kausalität (vgl. Abbildung 2.4 und 2.6). Die letztlich angewandte Kausalität des Speicherelementes hängt vom Rückgabewert des betreffenden Elementes als Folge der angrenzenden Zwangsbindungen ab. Wird der Rückgabewert durch zeitliche Integration oder Ableitung der Eingangsgröße berechnet, besitzt das Element entweder integrale oder differentielle Kausalität.

Aus den verwendeten Elementen, Zwangsbindungen und der Kausalität resultiert eine Berechnungsstruktur, welche über einen Algorithmus die Bewegungsgleichungen des Systems aufstellt. Die mittels Bondgraphen abgeleiteten Bewegungsgleichungen liegen in Zustandsraumdarstellung als  $N$ -Zustands-

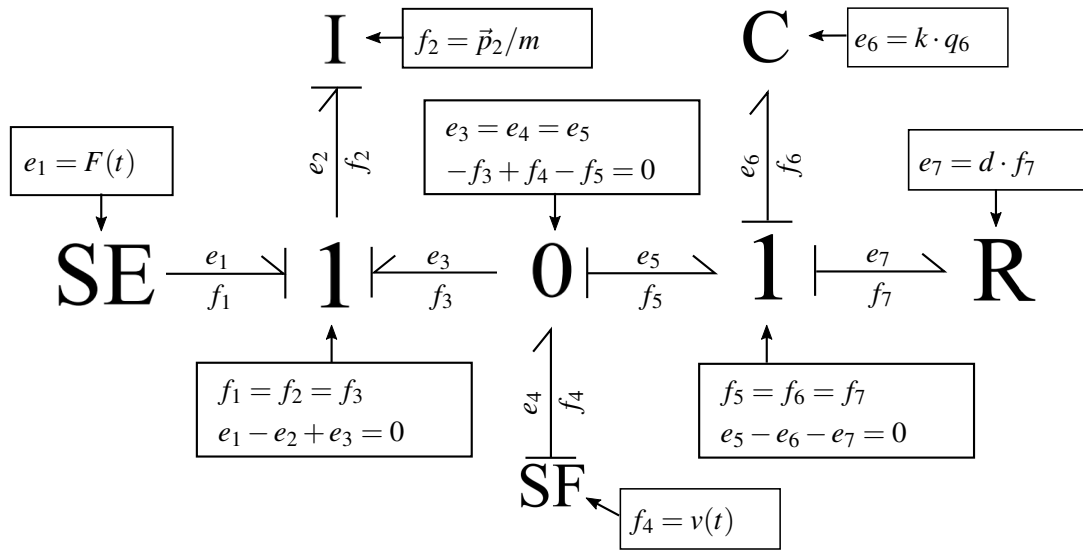


Abb. 2.8: Berechnungsstruktur in Bondgraphen

differentialgleichungen erster Ordnung vor. Wobei  $N$  der Anzahl der möglichen Systemzustände bzw. der Anzahl von Speicherelementen ( $C, I$ ) mit integraler Kausalität entspricht. Nach Mukherjee u. a. [2006] gilt allgemein:

$$\frac{d}{dt}\{X\} = [A]\{X\} + [B]\{U\} + [E]\frac{d}{dt}\{U\} \quad (2.15)$$

Dabei ist:

- $\{X\}$  der Zustandsvektor bestehend aus den generalisierten Zustandsgrößen  $q$  und  $\vec{p}$  (Gl. 2.7 und 2.10)
- $\{U\}$  der Eingangsvektor der dem System zugeführten Fluss- und Potentialgrößen
- $[A]$  die Systemmatrix
- $[B]$  die Eingangsmatrix
- $[E]$  eine Matrix, welche die differentielle Kausalität eines Systems erfasst. Bei vollständiger integraler Kausalität des Bondgraphmodells ist sie eine Nullmatrix.

Für das in Abbildung 2.8 dargestellte mechanische System mit vollständig integraler Kausalität lauten die Zustandsdifferentialgleichungen:

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \vec{p}_2 \\ q_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -d/m & k \\ -1/m & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{p}_2 \\ q_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F(t) \\ v(t) \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Nähere Informationen zu algorithmischen Aufstellung der Zustandsdifferentialgleichungen, zur bevorzugten Kausalität der Elemente und auftretenden Sonderfällen, wie differentieller Kausalität und algebraischen Schleifen, können u.a. in [Borutzky, 2010; Karnopp u. a., 2012; Mukherjee u. a., 2006] detailliert nachgelesen werden.

## 2.2 Grundlagen der Tragflächentheorie

Die fluiddynamischen Lasten, welche auf das elektrisch betriebene Strömungsmaschinensystem einwirken, werden in der Fluiddomäne berechnet. Zur Modellierung der Fluiddomäne wird in dieser Arbeit ein instationäres Wirbelgitterverfahren (engl. Unsteady Vortex Lattice Method, kurz: UVLM) angewendet. Dieses Verfahren basiert auf idealisierten strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen, welche in der Potentialtheorie zusammengefasst werden. An dieser Stelle soll daher auf die potentialtheoretischen Annahmen der Tragflächentheorie eingegangen werden. Die ausführliche Darlegung der UVLM erfolgt in Abschnitt 3.2.

### 2.2.1 Potentialtheoretische Grundlagen

Im Rahmen dieser Theorie werden die strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen vereinfacht und das Strömungsfeld als reibungsfrei ( $\nu = 0$ ), inkompressibel ( $\partial\rho/\partial t = 0$ ) und drehungsfrei ( $\nabla \times \vec{u} = 0$ ) betrachtet.

In der körperfesten, mitbewegten Umgebung des Körpers existiert unter diesen Annahmen ein Geschwindigkeitspotential  $\Phi(x, y, z, t)$ , welches die Strömung als eine skalare Funktion des Ortes und der Zeit beschreibt. Der Geschwindigkeitsvektor  $\vec{u} = (u, v, w)^T$  folgt aus dem Gradienten dieses Geschwindigkeitspotentials:

$$\vec{u} = \nabla\Phi = \begin{pmatrix} \frac{\partial\Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Aus dem Massenerhaltungssatz eines inkompressiblen Fluides ergibt sich unter Verwendung von Gl. 2.17 die Laplace-Gleichung mit:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.18)$$

Die Laplace-Gleichung ist eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung. Nach dem Superpositionsprinzip gilt für die Lösung der Laplace-Gleichungen:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots + \Phi_n \quad (2.19)$$

Die Lösung der Laplace-Gleichung kann demnach aus der Überlagerung unterschiedlicher Elementarlösungen zusammengesetzt werden. So kann die Strömung im Rahmen der Potentialtheorie zum Beispiel durch Dipol-, Quell-, Translation- oder Potentialwirbelelemente zusammengesetzt werden. Die Lösung der Laplace-Gleichung hängt von den gewählten Elementarelementen und den angesetzten Randbedingungen des Systems ab.

### 2.2.2 Integralgleichung der Tragflügelumströmung

Im Falle eines Tragflügels wird das Geschwindigkeitspotential im flügelfesten Bezugssystem in ein Potential der Anströmung  $\Phi_a$  und ein Störpotential  $\Phi_s$ , welches den Flügel und die abfließende Wirbelschleppe (Nachlauf) repräsentiert, zerlegt:

$$\Phi = \Phi_a + \Phi_s \quad (2.20)$$

Das zeit- und ortsabhängige Potential der Anströmung setzt sich im bewegten, flügelfesten System aus dem Potential der ungestörten Strömung  $\Phi_\infty$  sowie dem Bewegungspotential des Flügels  $\Phi_b$  zusammen:

$$\Phi_a = \Phi_\infty + \Phi_b \quad (2.21)$$

Aus der Undurchlässigkeitsbedingung in Normalenrichtung  $\vec{n}_{FL}$  der Flügelfläche  $S_{FL}$  ergibt sich die kinematische (Neumann-)Randbedingung zu:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{S_{FL}} = \nabla(\Phi_\infty + \Phi_b + \Phi_s) \cdot \vec{n}_{FL} = 0 \quad (2.22)$$

Für das Störpotential muss weiterhin gelten, dass dessen Wirkung im Unendlichen, d.h. in großer Entfernung zur Struktur, verschwindet.

$$\lim_{|\vec{r}| \rightarrow \infty} \nabla \Phi_s = 0 \quad (2.23)$$

Diese Bedingung wird von Dipol-, Quell- und Wirbelelementen automatisch erfüllt, da bei ihnen die induzierten Geschwindigkeiten mit steigendem Abstand  $|\vec{r}|$  zwischen Aufpunkt und Singularität abnehmen.

Wie in [Katz u. Plotkin, 2001] ausführlich dargestellt, kann mittels des Greenschen Satzes eine Lösung für die Laplace-Gleichung (2.18) in einem beliebigen Punkt im Raum durch die Integration einer Dipol- und Quellverteilung über die Flügelfläche  $S_{FL}$  und die Nachlauffläche  $S_{NL}$  ermittelt werden. Das Störpotential ergibt sich dabei wie folgt mit:

$$\Phi_s(x, y, z, t) = -\frac{1}{4\pi} \int_{S_{FL}} \left[ \sigma \left( \frac{1}{|\vec{r}|} \right) - \mu \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{|\vec{r}|} \right) \right] dS + \frac{1}{4\pi} \int_{S_{NL}} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{|\vec{r}|} \right) \right] dS \quad (2.24)$$

Darin sind  $\sigma$  und  $\mu$  kontinuierliche, zeit- und ortsabhängige Quell- bzw. Dipolstärken, sowie  $n$  der zur Dipolachse gehörige Normalenvektor auf den jeweils betrachteten Flächen.

Nach Umformen und Einsetzen von Gl. 2.24 in die Neumann-Randbedingung 2.22 folgt:

$$\left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{S_{FL}+S_{NL}} \mu \nabla \left[ \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{|\vec{r}|} \right) \right] dS - \frac{1}{4\pi} \int_{S_{NL}} \sigma \nabla \left( \frac{1}{|\vec{r}|} \right) dS + \nabla \Phi_{\infty} + \nabla \Phi_b \right\}_{S_{FL}} \cdot \vec{n}_{FL} = 0 \quad (2.25)$$

Nach [Katz u. Plotkin, 2001; McNae, 2013] ist diese Gleichung für alle Punkte auf der Oberfläche des Flügels gültig, aber für Auftriebsprobleme hat sie keine eindeutige Lösung, da es unendlich viele Lösungen für das Störpotential gibt, welche sich lediglich in der resultierenden Zirkulation um den Flügel unterscheiden. Zudem ist die Geometrie und das Störpotential des Nachlaufes nicht bekannt. Dieser muss daher zunächst modelliert werden, wobei weitere physikalische Effekte zu berücksichtigen sind. Hierzu zählt in erster Linie die Kutta-Bedingung, wonach die Strömung das Tragflügelprofil an der Hinterkante verlässt und dort keine Kräfte wirken. Des Weiteren muss der Satz von Thomson, der fordert, dass im gesamten Strömungsgebiet keine zeitliche Änderung der Zirkulation auftritt, erfüllt sein:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (2.26)$$

Die Zirkulation  $\Gamma$  ist definiert als das Integral um eine geschlossene Kurve  $C$  in einem Strömungsfeld bzw. unter Anwendung des Stokes-Integralsatzes das Integral über die von  $C$  eingeschlossene Fläche:

$$\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{u} \cdot \vec{n}) dS \quad (2.27)$$

Mit  $\vec{n}$  als Normalenvektor der betrachteten Fläche. Der Satz von Thomson wird bei Verwendung von Wirbelringen automatisch erfüllt. Tritt um den Flügel eine zeitliche Änderung der Zirkulation auf, so fließt diese mit der örtlichen Konvektionsgeschwindigkeit als freie Zirkulation mit entgegengesetztem Vorzeichen in den Nachlauf ab.

## 2.3 Fluid-Struktur-Interaktion

Die Kopplung der Strukturdomäne mit der Fluiddomäne erfordert ein grundlegendes Verständnis der Fluid-Struktur-Interaktion. Die Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) beschreibt die Wechselwirkung zwischen den strömungsmechanischen Lasten und den Verformungen bzw. Bewegungen einer Struktur in der Strömung. Das Kraft/Weg-gekoppelte System kann in die eingangs genannten Energiedomänen bzw. Subsysteme aufgeteilt werden. Die Strukturdomäne liefert die kinematische Koppelgröße des Weges bzw. der Verformung, während die Fluiddomäne eine Kraft bzw. Last, wie z.B. den Druck und/oder die Wandschubspannung bereitstellt.

### 2.3.1 Uni- und bidirektionale Kopplung

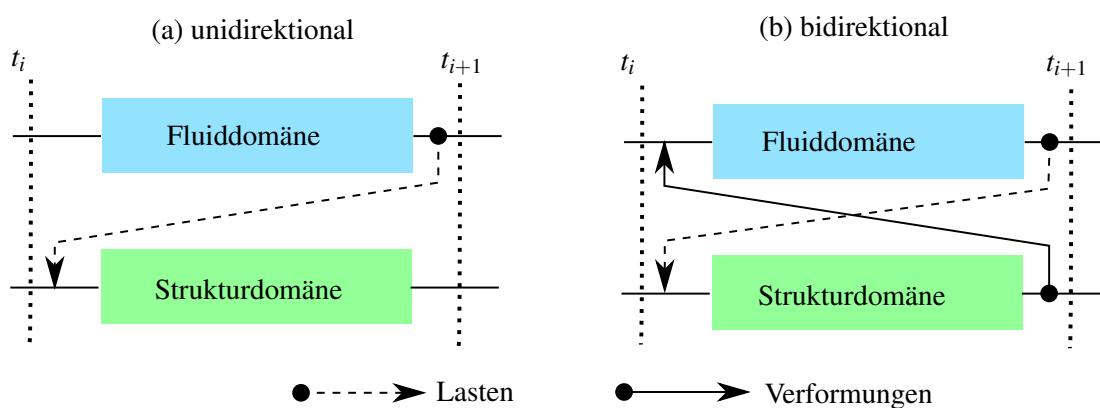


Abb. 2.9: Vergleich unidirektionale (a) und bidirektionale(b) Fluid-Struktur-Interaktion

Innerhalb der Fluid-Struktur-Interaktion wird zwischen einer unidirektionalen und einer bidirektionalen Kopplung unterschieden (vgl. Abb. 2.9).

In der unidirektionalen FSI werden die strömungsmechanischen Lasten auf der Oberfläche der Struktur berechnet und auf die Strukturdomäne übertragen. Innerhalb der Strukturdomäne werden abschließend die resultierenden Verformungen berechnet. (vgl. Abb. 2.9a)

Im Fall der bidirektionalen FSI werden in Erweiterung zur unidirektionalen FSI die resultierenden Verformungen an die Fluiddomäne übergeben. In der Folge kann es in sehr flexiblen Systemen zu großen Verformungen und somit zunehmend abweichenden strömungsmechanischen Lasten kommen.(vgl. Abbildung 2.9 a)

Die konvergierten Gleichgewichtszustände der gekoppelten Systeme unterscheiden sich in in Abhängigkeit der gewählten Kopplung. So wurde beispielsweise an den Rotorblättern eines Tauchrührwerkes gezeigt, dass die resultierenden axialen Verschiebungen und wirkenden hydrodynamischen Lasten im Falle der unidirektionalen Fluid-Struktur-Interaktion überschätzt werden. Begründet ist dies mit der resultierenden Gesamtverformung des Rotorblattes, welche zu einer Reduzierung des wirkenden Schubes

führt. Der Gleichgewichtszustand der bidirektionalen FSI resultiert in geringeren axialen Verschiebungen und Lasten. [Kumar u. Wurm, 2015]

### 2.3.2 Lösungsverfahren der bidirektionalen FSI

Jedes an der bidirektionalen Kopplung beteiligte Subsystem verfügt in der Regel über einen eigenen Gleichungslöser, englisch Solver genannt, zur Berechnung der Kopplungsgrößen. Bezüglich der Schnittstelle der gekoppelten Systeme wird zwischen einer starken und einer schwachen Kopplung unterschieden.

Als eine starke Kopplung (engl. monolithic approach) wird in der numerische Simulation die Lösung aller struktur- und fluiddynamischen Bewegungsgleichungen mit nur einem der verfügbaren Solver bezeichnet. So werden bspw. die Gleichungen des ersten Subsystems in das zweite Subsystem eingebettet und anschließend mit dem Solver des zweiten Subsystems gelöst. Diese Art der Kopplung ist die stabilste Form eines gekoppelten Systems. Im Rahmen der numerischen Simulation bestimmt dann bei Kopplung unterschiedlich steifer bzw. weicher Subsysteme das steifere Subsystem die Makrozeitschrittweite  $\Delta t$  des Solvers. Da beide Subsysteme simultan gelöst werden, führt dies jedoch dazu, dass das weichere Subsystem häufiger gelöst wird als erforderlich. Hierdurch steigen die Rechenzeiten und die Kopplung wird ineffizient. Zudem nimmt mit steigendem Anteil des weichen Subsystems am Gesamtsystem die Ineffizienz weiter zu. [Busch, 2012]

Im Gegensatz zur starken Kopplung steht die weiche Kopplung, in der beide Solver der Subsysteme angewendet und unterschiedliche Zeitschrittweiten für die jeweiligen Solver genutzt werden können, um die Effizienz der Kopplung zu steigern. Die klassische Technik der schwachen Kopplung wird als Co-Simulation bezeichnet. Beide Solver arbeiten dabei parallel (Jacobi-Typ) oder sequentiell (Gauß-Seidel-Typ) und tauschen die Kopplungsgrößen zu definierten Makrozeitpunkten  $t_i$  aus. Neben der klassischen Technik gibt es die sogenannte Funktionskopplung. Sie ist eine hybride Methode, wobei Teilfunktionen von einem Subsystem in das andere eingebettet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine klassische Co-Simulation entsprechend des sequentiellen Gauss-Seidel-Typs vorgestellt. Die Kopplung einer Mehrköpersimulation (MBS) mittels Bondgraphen und einer instationären Wirbelgittermethode (UVLM) wird mit UVLM/MBS abgekürzt. Die Reihenfolge des Lösungsprozesses basiert auf der slowest-first Methode, d.h. das System mit den langsameren Änderungen der Größen rechnet immer zuerst: erst UVLM, dann MBS. Weiterführende Informationen zu den in dieser Arbeit verwendeten Methoden sind in Abschnitt 3.3 zu finden. Hier wird der in dieser Arbeit verwendeten FSI-Ansatz ausführlich dargelegt.

### 3 Numerische Modelle und Methoden

Das vorliegende Kapitel behandelt die Modelle und Methoden zur Simulation der zeitaufgelösten Bewegungen der Komponenten eines elektrisch betriebenen Strömungsmaschinensystems mit flexiblen Rotorblättern. Im Anschluss an die Darlegung der Bondgraph-Modelle zur Modellierung der Antriebs- und Strukturdomäne, folgt die Beschreibung des implementierten, instationären Wirbelgitterverfahrens zur Simulation der Fluidomäne. Abschließend wird der zur Kopplung von Struktur- und Fluidomäne eingesetzte bidirektionale FSI-Ansatz vorgestellt.

#### 3.1 Bondgraph-Modelle

Bondgraphen werden zur Modellierung des dynamischen Verhaltens der rotierenden Welle, der Kugellager, des Planetenradgetriebes, der Rotorblätter und der Asynchronmaschine verwendet. Im Folgenden werden die Modelle der genannten Komponenten vorgestellt. Alle Modelle wurden mit der kommerziell erhältlichen Software 20sim 4.6 erstellt.

##### 3.1.1 Rotierende Welle

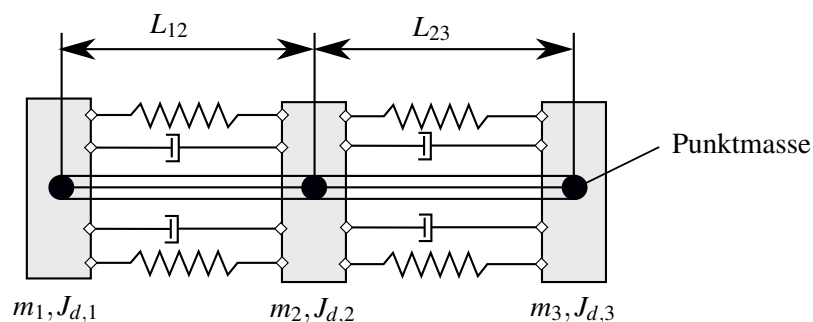


Abb. 3.1: Diskretisierung der rotierende Welle und schematische Darstellung des Rayleigh-Balkens

Die rotierende Welle des Antriebssystems wird ausgehend vom finiten Euler-Bernoulli Balken diskretisiert. Die Knotenpunkte des Elementes entsprechen Punktmassen in den Masseschwerpunkten diskreter Wellenabschnitte. Durch die Berücksichtigung diametraler Trägheitsmomente, d.h. quer zur Rotationsachse liegend, folgt der sogenannte Rayleigh-Balken. Axiale Verschiebungen und die Torsion der Welle

werden im Folgenden vernachlässigt. In Abbildung 3.1 ist der Rayleigh-Balken schematisch in einer achsparallelen Ebene dargestellt.

Die Speicherung der potentiellen Energie basiert auf der Theorie eines finiten Euler-Bernoulli Balkenelementes. In Abbildung 3.2 sind die Knotenverschiebungen der Endpunkte von zwei finiten Elementen dargestellt. Die klein geschriebenen Buchstaben  $x, y, z$ , und  $\phi, \theta, \psi$  repräsentieren Translations- bzw. Rotationsrichtungen im raumfesten, kartesischen Koordinatensystem, wohingegen groß geschriebene Buchstaben die zugehörigen Verschiebungen in bzw. um die jeweilige Richtung beschreiben.

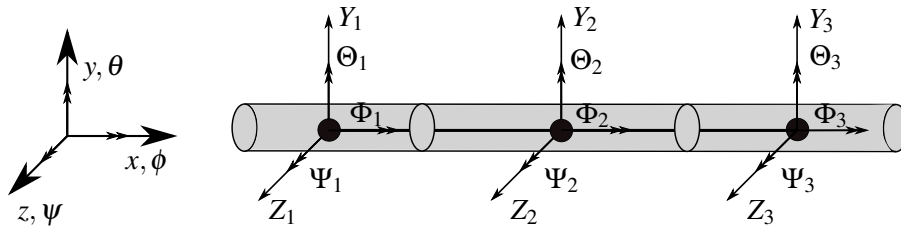


Abb. 3.2: Darstellung der Knotenverschiebungen eines Balkens mit 3 Massenschwerpunkten

Exemplarisch sei im Folgenden das Balkenelement 1-2 mit acht Freiheitsgraden betrachtet: von denen jeweils vier in der  $x, y$ -Ebene bzw.  $x, z$ -Ebene liegen. In diesen Ebenen lauten die generalisierten Verschiebungen:

$$\delta_{xy} = [Y_1, \Psi_1, Y_2, \Psi_2]^T \quad \text{bzw.} \quad \delta_{xz} = [Z_1, \Theta_1, Z_2, \Theta_2]^T. \quad (3.1)$$

Gemäß des Finite-Element-Ansatzes können die Verformungen entlang der Balkenachse  $Y(x), Z(x)$  von Knoten 1 zu 2 mithilfe der Hermiteinterpolationsfunktionen  $N(x)$  in den jeweiligen Ebenen beschrieben werden:  $Y(x) = N_{xy}(x)\delta_{xy}$  und  $Z(x) = N_{xz}(x)\delta_{xz}$  mit:

$$N_{xy}(x) = \left[ 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}, x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}, \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}, -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \right] \quad (3.2)$$

$$N_{xz}(x) = \left[ 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}, -x + \frac{2x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2}, \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}, \frac{x^2}{L} - \frac{x^3}{L^2} \right] \quad (3.3)$$

In Matrixschreibweise gilt nach Nakhaeinejad [2010] für die Formänderungsenergie  $U$  eines Euler-Bernoulli-Balkens mit konstantem Flächenträgheitsmoment  $I$  und Elastizitätsmodul  $E$  unter Verwendung der Gleichungen 3.1 bis 3.3:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left[ \delta_{xy}^T \frac{d^2 N_{xy}^T}{dx^2} \frac{d^2 N_{xy}}{dx^2} \delta_{xy} + \delta_{xz}^T \frac{d^2 N_{xz}^T}{dx^2} \frac{d^2 N_{xz}}{dx^2} \delta_{xz} \right] dx \quad (3.4)$$

Die partielle Ableitung der in einem linear-elastischem Körper gespeicherten Formänderungsenergie  $U$  nach der generalisierten Verschiebung  $\delta$  des Kraftangriffspunktes entspricht nach dem Satz von Cas-

Die generalisierten Kräfte  $F = \frac{\partial U}{\partial \delta} = K \delta$ . In den betrachteten Ebenen folgt für die zugehörigen generalisierten Kräfte:  $F_{xy} = K_{xy} \delta_{xy}$  bzw.  $F_{xz} = K_{xz} \delta_{xz}$ , wobei gilt:

$$K_{xy,xz} = \int_0^L EI \frac{d^2 N_{xy,xz}^T}{dx^2} \frac{d^2 N_{xy,xz}}{dx^2} dx = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & \pm 6L & -12 & \pm 6L \\ \pm 6L & 4L^2 & \mp 6L & 2L^2 \\ -12 & \mp 6L & -12 & \mp 6L \\ \pm 6L & 2L^2 & \mp 6L & 4L^2 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Innerhalb der Steifigkeitsmatrix beziehen sich die oberen Vorzeichen auf die  $x, y$ -Ebene, die unteren Vorzeichen gelten für die  $x, z$ -Ebene.

Die Steifigkeitsmatrizen können nach Mukherjee u. a. [2006] in ein Bondgraph-Modell zur Speicherung der potentielle Energie mittels eines  $\mathbf{C}$ -Element mit 4-Ports integriert werden (vgl. Abb. 3.3).

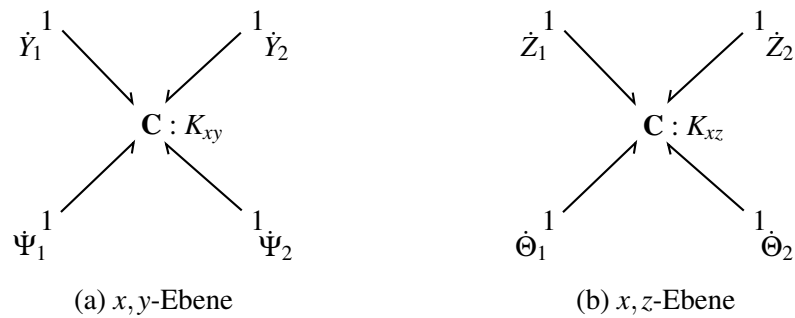


Abb. 3.3: 4-Port Speicherelemente zur Repräsentation der Steifigkeitsmatrizen eines Euler-Bernoulli Balkenelementes

Innerhalb des Feder-Dämpferelementes wird neben der Speicherung auch die Dissipation von Energie modelliert. In Anlehnung an den FEM-Ansatz wird für die rotierende Welle die Rayleigh-Dämpfung verwendet. Die Dämpfungsmatrix  $C$  ist steifigkeits- und massenproportional definiert über:

$$C = \beta K + \alpha M, \quad (3.6)$$

wobei  $K$  und  $M$  die Steifigkeits- bzw. Massenmatrix des Elementes in der jeweiligen Ebene sind.  $\alpha$  und  $\beta$  sind die Rayleighkoeffizienten. Das Produkt  $\alpha M$  kann physikalisch als äußere Dämpfung verstanden und als Dämpfung der schwingenden Struktur durch das umgebende Medium interpretiert werden. Dieser Anteil kann im Bondgraph-Modell mittels der Widerstandselemente:  $\mathbf{R}$  abgebildet werden. Die steifigkeitsproportionale Dämpfung  $\beta K$  ist als innere Dämpfung bzw. Werkstoffdämpfung zu interpretieren.

Um die Werkstoffdämpfung physikalisch korrekt im rotierenden System zu modellieren, werden die Geschwindigkeiten mittels modulierter Transformationselemente **MTF** vom stationären (Index: s) in das rotierende, körperfeste Bezugssystem (Index: r) überführt:

$$\dot{\delta}_r = \underline{T}_{\Phi} \dot{\delta}_s + \dot{\underline{T}}_{\Phi} \delta_s \quad (3.7)$$

$$\text{mit: } \underline{T}_{\Phi} = \begin{bmatrix} \cos(\Phi) & \sin(\Phi) \\ -\sin(\Phi) & \cos(\Phi) \end{bmatrix} \quad \text{bzw: } \dot{\underline{T}}_{\Phi} = -\dot{\Phi} \begin{bmatrix} \sin(\Phi) & -\cos(\Phi) \\ \cos(\Phi) & \sin(\Phi) \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

$$\text{sowie: } \Phi = \int_0^t \dot{\Phi} dt + \Phi_0. \quad (3.9)$$

Der generalisierte Verschiebungsvektor  $\delta$  entspricht dem Vektor der Translations- bzw. Rotationsbewegungen.  $\dot{\Phi}$ ,  $\Phi$  und  $\Phi_0$  sind die Winkelgeschwindigkeit, der instantane und der initiale Drehwinkel der rotierenden Welle. Analog zur Steifigkeit wird die Werkstoffdämpfung über ein dissipatives **R**-Element mit 4-Ports modelliert (siehe Abb. 3.4).

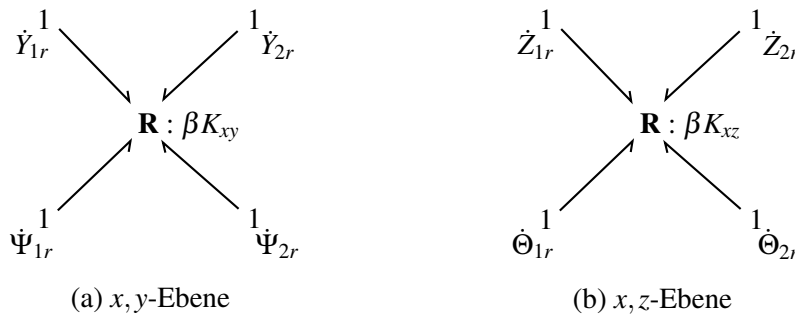


Abb. 3.4: 4-Port Widerstandselemente zur Repräsentation der Werkstoffdämpfung im körperfesten, rotierenden Bezugssystem

Analog zur beschriebenen Vorgehensweise kann die Torsion des Balkenelementes 1-2 in der  $x, y$ -Ebene (normal zur  $x$ -Achse) in der Modellierung einbezogen werden. So gilt mit dem generalisierten Drehmomentenvektor  $M_{yz} = K_{yz} \delta_{yz}$  und dem generalisierten Drillungsvektor  $\delta_{yz} = [\Phi_1, \Phi_2]^T$  für die Torsionsteifigkeit des Balkenelementes:

$$K_{yz} = \frac{GI_T}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Hierin ist  $G$  der Schubmodul des Werkstoffes und  $I_T$  das Torsionsträgheitsmoment, welches im Fall einer rotationssymmetrischen Welle dem polaren Flächenträgheitsmoment  $I_P = 2 * I$  entspricht. Dieser Zusammenhang wird im Bondgraph über ein 2-Port **C**-Element modelliert. Die Dämpfung wird analog als steifigkeitsproportionale Dämpfung über ein 2-Port **R**-Element mit dem Modulus  $\beta K_{yz}$  im Bondgraphen abgebildet.

Zur Beschreibung der Dynamik einer rotierenden Masse werden die Newton-Euler Bewegungsgleichungen im Masseschwerpunkt aufgestellt. Im nicht rotierenden Inertialsystem der Punktmasse gelten in Translationsrichtung nach dem zweiten Newtonschen Axiom:

$$F_x = m\ddot{X} \quad (3.11)$$

$$F_y = m\ddot{Y} \quad (3.12)$$

$$F_z = m\ddot{Z} \quad (3.13)$$

bzw. für die Rotationsrichtung die Eulerschen Gleichungen:

$$M_x = J_x\ddot{\Phi} + \dot{\Theta}J_z\dot{\Psi} - \dot{\Psi}J_y\dot{\Theta} \quad (3.14)$$

$$M_y = J_y\ddot{\Theta} + \dot{\Psi}J_x\dot{\Phi} - \dot{\Phi}J_z\dot{\Psi} \quad (3.15)$$

$$M_z = J_z\ddot{\Psi} + \dot{\Phi}J_y\dot{\Theta} - \dot{\Theta}J_x\dot{\Phi} \quad (3.16)$$

Hierin stehen die äußeren Lasten im Gleichgewicht mit den Trägheitskräften und gyroskopischen Kräften. Die Bewegungsgleichungen 3.11-3.16 sind mithilfe von Bondgraphen für die Translations- und Rotationsrichtungen in Abb. 3.5 dargestellt. Die gyroskopischen Kräfte sind mittels modulierter Gyratorelemente: **MGY** und die Trägheitslasten durch entsprechende **I**-Elemente abgebildet.

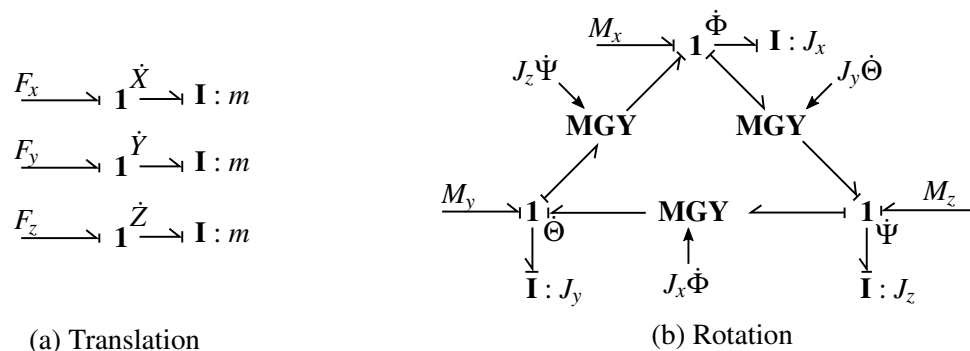


Abb. 3.5: Bondgraph-Modelle der Newton-Euler Bewegungsgleichungen im Schwerpunkt rotierender Punktmassen

In Abbildung 3.6 ist exemplarisch das Bondgraph-Modell einer mit drei Punktmassen diskretisierten Welle mit je fünf Freiheitsgraden<sup>1</sup> wiedergegeben. Das Bondgraph-Modell kann in die Multi-Port-Substrukturen der rotierende Punktmassen (grau) und rotierende Feder-Dämpfer-Elemente (blau) zerlegt werden und vereinfacht somit die Abbildung komplexer Strukturen durch die Verwendung von Submodellen und Multibonds.

<sup>1</sup>axialer Freiheitsgrad fixiert

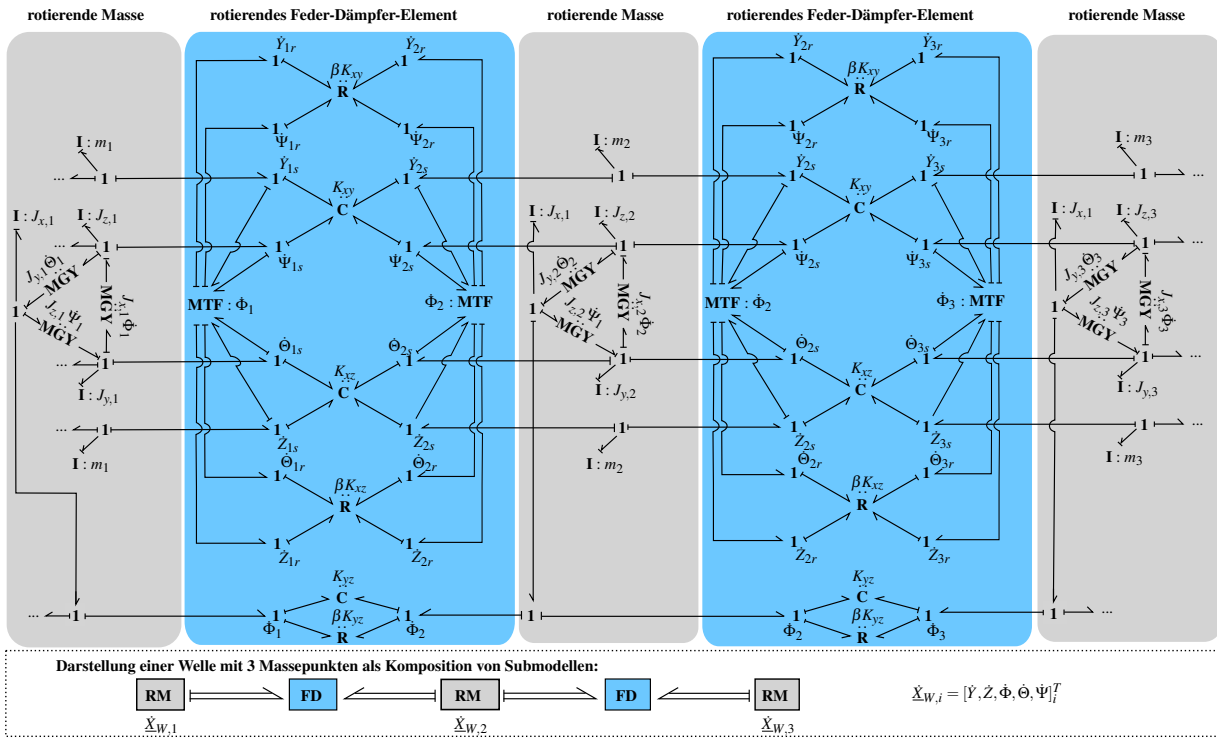


Abb. 3.6: Ausschnitt des Bondgraph-Modells einer rotierenden Welle modelliert durch drei gekoppelte Massen zu je fünf Freiheitsgraden (axial fixiert)

### 3.1.2 Wälzlager

Wälzlager ermöglichen den Betrieb einer rotierenden Maschine, indem sie die rotierende Welle auf einer vorgegebenen Rotationsachse lagern und die Reibung zur Umgebung reduzieren. In dieser Arbeit wird die Dynamik des Lagers als Summe umlaufender, nicht-linearer Einzelkräfte aller Lagerelemente modelliert. Die Dynamik der Lagerelemente infolge inhärenter Massen- und Trägheitsmomente sowie schmierungsbezogene Dämpfungseffekte oder Störeinflüsse infolge von Lagerschäden werden vernachlässigt. Weiterführende Untersuchungen zu diesen Themen sind u.a in [Arslan u. Aktürk, 2008; Harris, 2001; Nakhaeinejad u. Bryant, 2011] zu finden.

Die Reaktionskräfte  $F_k$  des einzelnen Wälzkörpers  $k$  seien durch die Radial- und Tangentialkomponente beschrieben. Die radialen Kraftanteile  $F_{r,k}$  werden unter Verwendung einer äquivalenten Steifigkeit  $K_{eq}$  mittels nicht-linearen Kraft-Verschiebungsfunktion berechnet. Umfangs- bzw- Tangentialkräfte  $F_{t,k}$  infolge reibungsbedingten Schlupfes zwischen Wälzkörper und Laufbahn werden nicht berücksichtigt:

$$F_k = \begin{Bmatrix} F_{r,k} \\ F_{t,k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{r,k} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{mit:} \quad F_{r,k} = \begin{cases} K_{eq}(\delta_{r,k} - c_r)^n + b\dot{\delta}_{r,k} & , \delta_k > c_r \\ 0 & , \delta_k \leq c_r \end{cases} \quad (3.17)$$

Hierin ist  $\delta_{r,k}$  die Radialkomponente der Verschiebung bezogen auf den  $k$ -ten Wälzkörper und  $c_r$  die Radialluft des Wälzlagers gemäß Herstellerangaben. Der Exponent  $n$  ist abhängig vom Wälzkörpertyp:

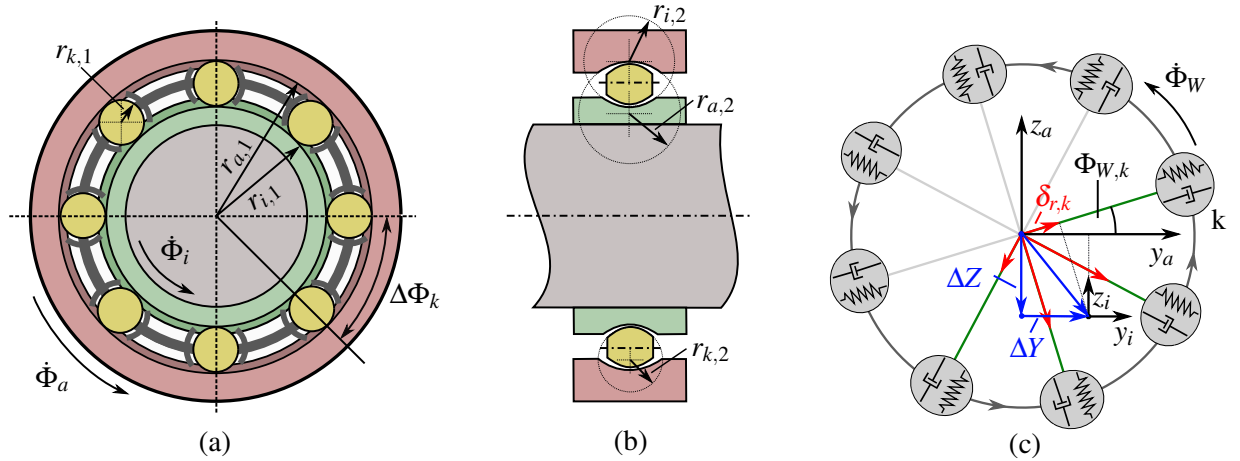


Abb. 3.7: Darstellung eines einreihigen Wälzlagers - Querschnitte: (a) Ebene 1, (b) Ebene 2, (c) Schematische Darstellung der Verschiebungen bezüglich der Wälzkörper  $k$

nach Harris [2001] gilt für Kugellager  $n = 1.5$  und für Pendelrollenlager  $n = 1.11$ . In Anlehnung and Nakhaeinejad u. Bryant [2011] wird ein konstanter Dämpfungsfaktor  $b = (0.25 \dots 2.5) \cdot 10^{-2} K_{eq} \left( \frac{Ns}{m} \right)$  als Funktion der äquivalenten, linear-elastischen Wälzkörpersteifigkeit  $K_{eq}$  gewählt.

Die Relativgeschwindigkeiten zwischen Innen- und Außenring seien:

$$\dot{\delta}_W = \begin{bmatrix} \Delta \dot{Y} \\ \Delta \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_i - \dot{Y}_a \\ \dot{Z}_i - \dot{Z}_a \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Die generalisierte Geschwindigkeit  $\delta_k = [\delta_{r,k}, \delta_{t,k}]^T$  im Wälzkörperkoordinatensystem berechnet sich analog zu Gl. (3.7) durch Transformation von  $\dot{\delta}_W$  mit der Umfangsgeschwindigkeit  $\dot{\Phi}_W$  des Wälzkörperkäfigs sowie der momentanen Winkelposition  $\Phi_{W,k}$  des  $k$ -ten Wälzkörpers.  $\dot{\Phi}_W$  berechnet unter Vernachlässigung von Schlupf zwischen Wälzkörper und den Körperbahnen anhand der geometrischen Abmessungen und den Winkelgeschwindigkeiten des Innen- und Außenrings:

$$\dot{\Phi}_W = \frac{r_{a,1}}{r_{a,1} + r_{i,1}} \dot{\Phi}_a + \frac{r_{i,1}}{r_{a,1} + r_{i,1}} \dot{\Phi}_i \quad (3.19)$$

Der Momentanwinkel des Wälzkörpers  $k$  ergibt sich folglich mit:

$$\Phi_{W,k} = \underbrace{\int_0^t \dot{\Phi}_W dt}_{\Phi_W} + (k-1) \Delta \Phi_{W,k} \quad \text{mit: } k = 1 \dots N_b, \quad (3.20)$$

wobei  $N_b$  die Anzahl und  $\Delta \Phi_k = 2\pi/N_b$  den als konstant angenommenen Winkelabstand zwischen den Wälzkörpern repräsentieren.

Die äquivalente, linear-elastische Kontaktsteifigkeit  $K_{eq}$  eines Wälzkörpers folgt aus der Reihenschaltung der inneren und äußeren Kontaktsteifigkeiten  $K_i$  bzw.  $K_a$  nach Harris [2001]:

$$K_{eq} = \left[ \frac{1}{K_i^{1/n} + K_a^{1/n}} \right]^n . \quad (3.21)$$

Die zugrundeliegenden Kontaktsteifigkeiten  $K_{i,a}$  ergeben sich nach der Theorie der Hertzchen Kontaktflächenpressung. Es gilt nach Arslan u. Aktürk [2008]:

$$K_{i,a} = \frac{2 * E * \sqrt{2}}{3(\delta^*)^n \sqrt{\sum \rho_{i,a}(1-\nu)^2}} . \quad (3.22)$$

$E, \nu$  sind der mittlere Elastizitätsmodul und die Querkontraktionszahl. Die Krümmungssumme  $\sum \rho$  folgt aus den Krümmungen  $\rho$  der Kontaktpartner Innenring-Wälzkörper ( $i, k$ ) bzw. Außenring-Wälzkörper ( $a, k$ ) in den senkrecht zueinander gelegenen Hauptebenen 1 und 2 (vgl. Abb. 3.7) :

$$\sum \rho_{i,a} = \rho_{i,a,1} + \rho_{i,a,2} + \rho_{k,1} + \rho_{k,2} = \frac{1}{r_{i,a,1}} + \frac{1}{r_{i,a,2}} + \frac{1}{r_{k,1}} + \frac{1}{r_{k,2}} . \quad (3.23)$$

Die Vorzeichen sind gemäß der konkaven oder konvexen Flächenkrümmung zu setzen [siehe Harris, 2001]. Die dimensionslose Verschiebung  $\delta^*$  ist definiert als Funktion der Krümmungsdifferenz  $F_{i,a}$ :

$$F_{i,a} = \frac{(\rho_{k,1} - \rho_{k,2}) + (\rho_{i,a,1} - \rho_{i,a,2})}{\rho_{i,a}} . \quad (3.24)$$

Der Funktionswert ist nach Harris [2001] stets im Bereich  $[0, 1]$  definiert, die Hauptebenen 1 und 2 sind entsprechend dieser Konvention zu wählen. Für die dimensionslose Verschiebung wird nach Arslan u. Aktürk [2008] folgende Näherungsfunktion angesetzt:

$$\delta^* = -327.6145 + 1883.338F_{i,a} - 3798.1121F_{i,a}^2 + 3269.6154F_{i,a}^3 - 1026.96F_{i,a}^4 . \quad (3.25)$$

Alle zuvor beschriebenen Funktionen sind in dem Bondgraph-Modell in Abb. 3.8 enthalten. Das Modell kann an die entsprechenden Freiheitsgrade einer beliebige Punktmasse der rotierenden Welle angekoppelt werden und erlaubt die Berücksichtigung externer Einflüsse durch die Ankopplung des äußeren Lagerings an entsprechende Randbedingungen wie bspw. der Maschinenlagerung.

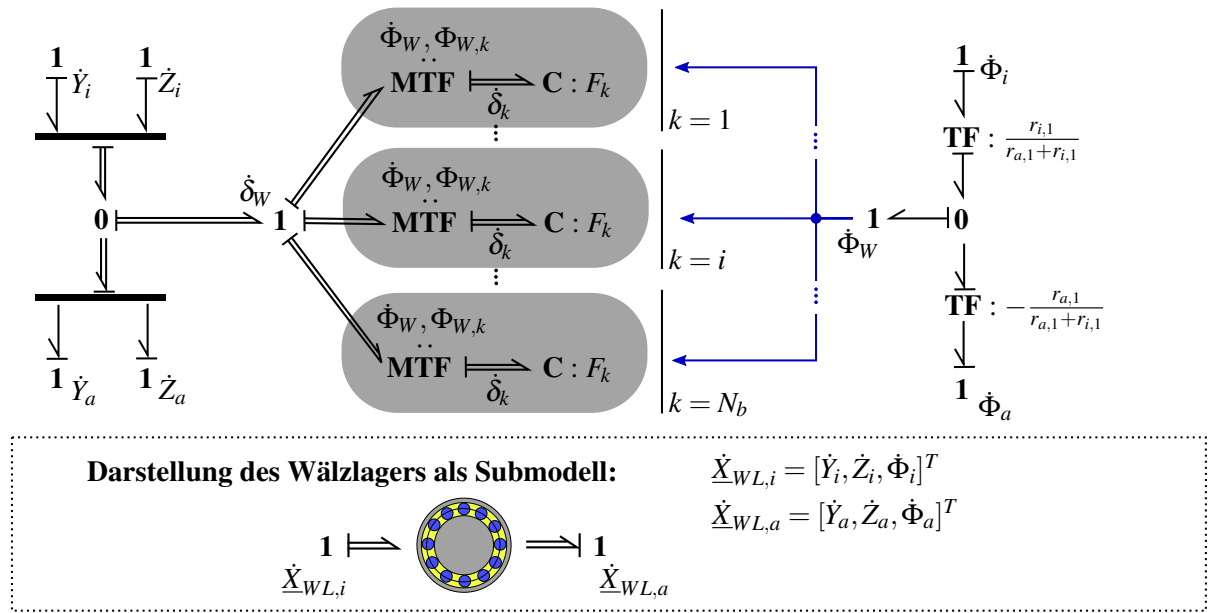


Abb. 3.8: Bondgraph-Modell des Wälzlagers zur Modellierung umlaufender radialer Reaktionskräfte

### 3.1.3 Umlaufrädergetriebe

Das Umlaufrädergetriebe, auch Planetenradgetriebe genannt, dient der Übersetzung der Drehzahl vom Antrieb zum Abtrieb der rotierenden Maschine. Dies geschieht mittels mehrerer Zahnräder unterschiedlicher Durchmesser. Allgemein besteht ein einstufiges Planetenradgetriebe aus einem Trägerrad (T), welches mehrere Planetenräder (P) trägt und im Zusammenspiel mit einem äußerem Zahnring bzw. Hohlrad (R) eine definierte Geschwindigkeit auf ein zentral gelegenes Sonnenrad (S) überträgt.

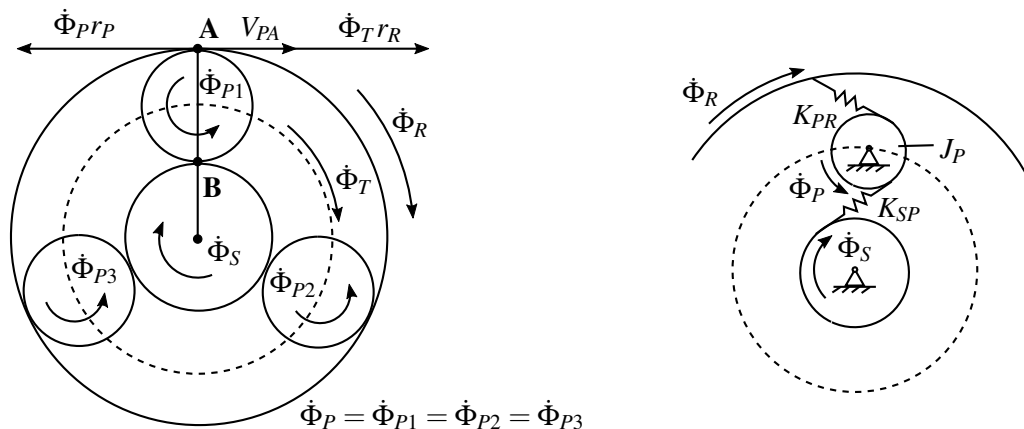


Abb. 3.9: kinematische Gleichgewichtsbedingungen (links) und physikalisches Modell (rechts) des einstufigen Umlaufrädergetriebes nach Yutao u. Di [2011]

In Abbildung 3.9 ist die Kinematik des einstufigen Planetenradgetriebes dargestellt. In den Punkten **A** und **B** gelten unter Berücksichtigung der Radien  $r_P, r_S$  und  $r_R$  die folgenden Gleichgewichtsbedingungen:

$$\mathbf{A}: \dot{\Phi}_R r_R = +\dot{\Phi}_T r_R - \dot{\Phi}_P r_P \tag{3.26}$$

$$\mathbf{B}: \dot{\Phi}_S r_S = \dot{\Phi}_P r_P + \dot{\Phi}_C r_S \tag{3.27}$$

Aus den kinematischen Gleichgewicht folgt das allgemeine Übersetzungsverhältnis  $i$  des Getriebes mit:

$$i = \frac{\dot{\Phi}_S}{\dot{\Phi}_T} = 1 + \frac{r_R}{r_S} \left( 1 - \frac{\dot{\Phi}_R}{\dot{\Phi}_T} \right) \tag{3.28}$$

Das in Abb. 3.10 dargestellte Bondgraph-Modell basiert auf dem eines einstufigen Planetenradgetriebes von Yutao u. Di [2011] und berücksichtigt die Kopplungssteifigkeiten  $K_{SP}$  und  $K_{PR}$  in den Zahnradkontaktpunkten A und B, sowie die Rotationsträgheitsmomente  $J_P$  der Planetenräder. Das Modell wurde mit Dämpfungselementen erweitert, welche die Kopplungssteifigkeit in Anlehnung an die Rayleighdämpfung der rotierenden Welle mit dem Dämpfungsfaktor  $\beta$  skaliert.

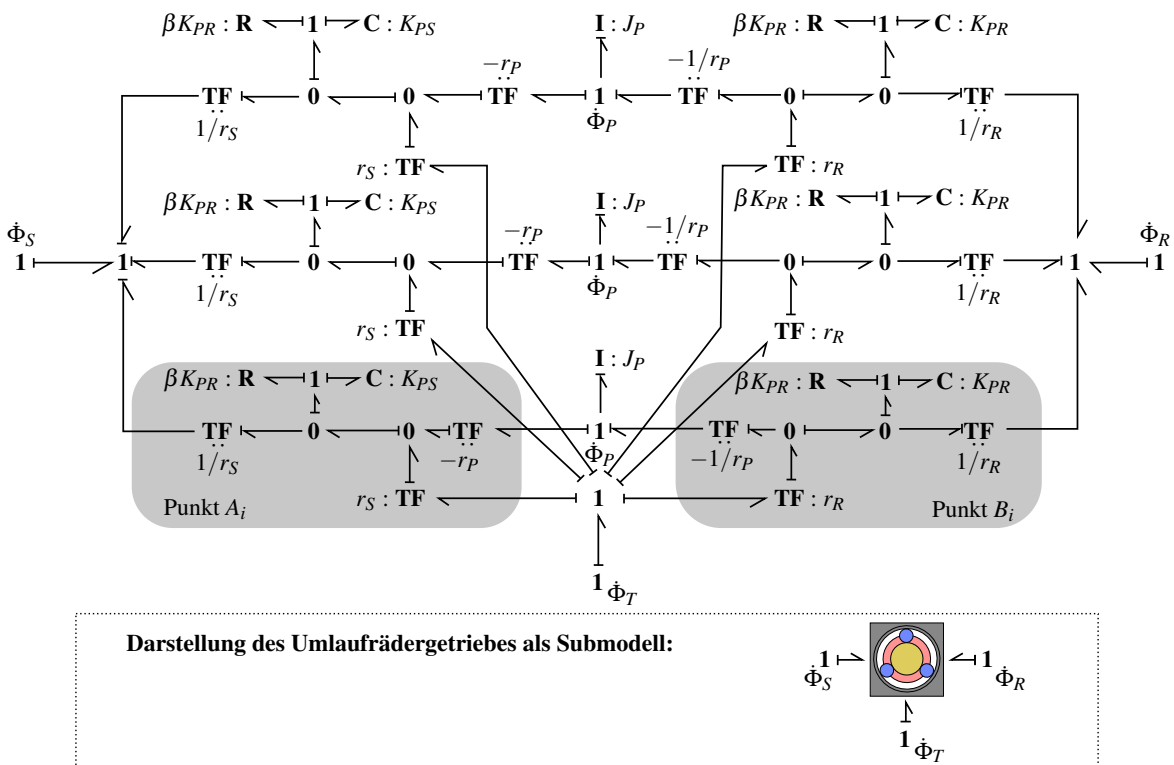


Abb. 3.10: Bondgraph-Modell eines eindimensionalen, einstufigen Umlafrädergetriebes mit drei Planeten unter Berücksichtigung von Kopplungssteifigkeiten und Rotationsträgheitsmomenten

### 3.1.4 Rotornabe mit flexiblen Rotorblättern

Zentrales Element der gehäuselosen Strömungsmaschine ist der Rotor, bestehend aus Nabe und Rotorblättern. In Abb. 3.11 ist der Propeller eines Tauchmotorrührwerkes dargestellt und die Diskretisierung schematisch visualisiert.

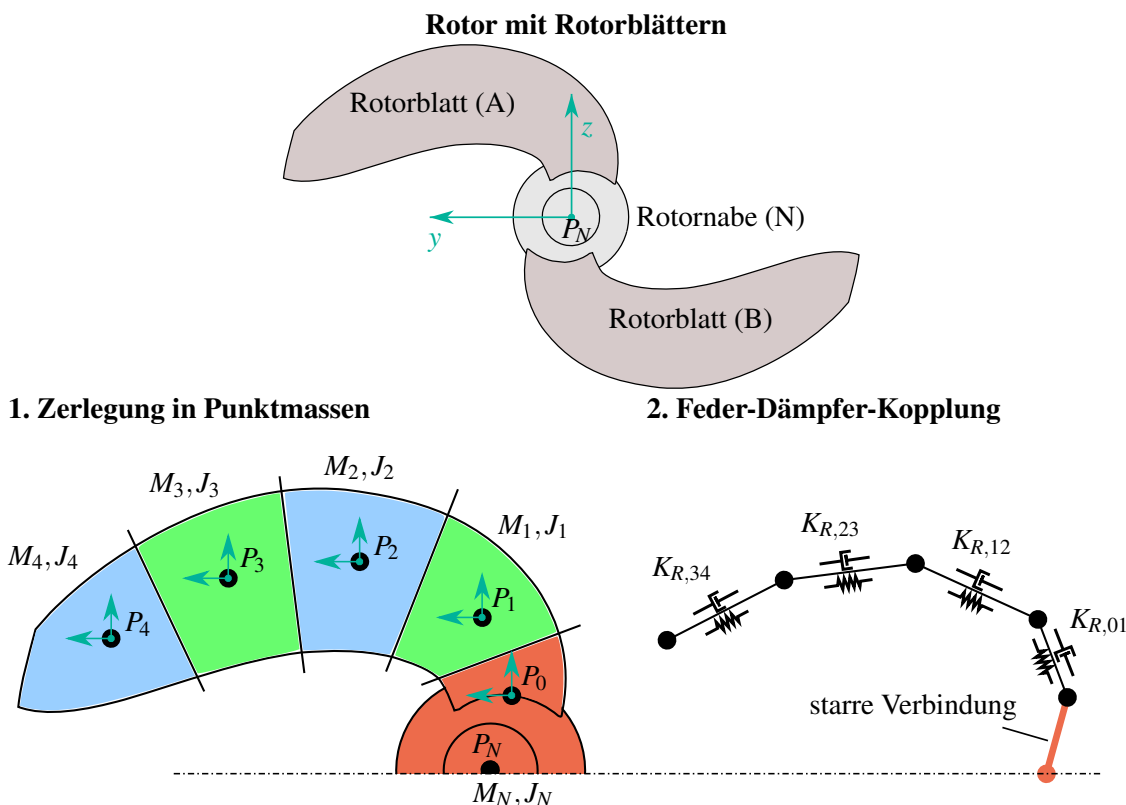


Abb. 3.11: schematische Diskretisierung des Rotors mit Rotorblättern

Die Nabe wird als starre Punktmasse am Ende der rotierenden Welle idealisiert. Die Lage und Geschwindigkeiten der Punktmassen der Rotorblätter werden im rotierenden, rotorfesten Bezugssystem  $R$  beschrieben. Die Geschwindigkeiten der rotierenden Nabe werden hierzu mittels Gl.3.7 aus dem Inertialsystem in das mitbewegte Koordinatensystem transformiert. Die Rotorblätter werden, in Erweiterung der rotierende Welle, durch Balkenelemente mit sechs Freiheitsgraden je Knoten diskretisiert. Analog zur rotierenden Welle wird eine Steifigkeitsmatrix verwendet, um die generalisierten Verschiebungen mit generalisierten Kräften zu verknüpfen:

$$F_R = K_R \delta_R \quad (3.29)$$

Der gemeinsame generalisierte Verschiebungsvektor zweier Knotenpunkte  $P_1$  und  $P_2$  lautet:

$$\delta_R = [X_1, Y_1, Z_1, \Phi_1, \Theta_1, \Psi_1, X_2, Y_2, Z_2, \Phi_2, \Theta_2, \Psi_2]^T . \quad (3.30)$$

Die Steifigkeitsmatrix  $K_R$  im Rotorbezugssystem folgt aus der Transformation der lokalen Blattsteifigkeitsmatrix  $K_B$  eines Balkenabschnittes mit der Transformationsmatrix  $T_{BR}$ :

$$K_R = T_{BR}^T K_B T_{BR} . \quad (3.31)$$

Die jeweilige Transformationsmatrix  $T_{BR}$  ergibt sich aus den zur Lagebeschreibung verwendeten Kardanwinkeln eines Abschnittes bei sukzessiver Rotation um die Momentanachsen [siehe Karnopp u. a., 2012; Woernle, 2016; Zierath, 2015]. Die Blattsteifigkeitsmatrix ist definiert als elastischer Timoshenko-Balken nach Andersen u. a. [2008]:

$$K_B = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & k & 0 & -l & c & 0 & -b & -k & 0 & -l & c \\ 0 & k & d & 0 & -e & l & 0 & -k & -d & 0 & -e & l \\ 0 & 0 & 0 & f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f & 0 & 0 \\ 0 & -l & -e & 0 & g & -m & 0 & l & e & 0 & h & -n \\ 0 & c & l & 0 & -m & i & 0 & -c & -l & 0 & -n & j \\ -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & -k & 0 & l & -c & 0 & b & k & 0 & l & -c \\ 0 & -k & -d & 0 & e & -l & 0 & k & d & 0 & e & -l \\ 0 & 0 & 0 & -f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & -l & -e & 0 & h & -n & 0 & l & e & 0 & g & -m \\ 0 & c & l & 0 & -n & j & 0 & -c & -l & 0 & -m & i \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

mit den Komponenten:

$$\begin{aligned} a &= \frac{EA}{L} ; & b &= \frac{12EI_z}{L^3(1+\phi_y)} ; & c &= \frac{6EI_z}{L^2(1+\phi_y)} ; & d &= \frac{12EI_y}{L^3(1+\phi_z)} ; \\ e &= \frac{6EI_y}{L^2(1+\phi_z)} ; & f &= \frac{GI_x}{L} ; & g &= \frac{(4+\phi_z)EI_y}{L(1+\phi_z)} ; & h &= \frac{(2-\phi_z)EI_y}{L(1+\phi_z)} ; \\ i &= \frac{(4+\phi_y)EI_z}{L(1+\phi_y)} ; & j &= \frac{(2-\phi_y)EI_z}{L(1+\phi_y)} ; & k &= \frac{12EI_{yz}}{L^3} ; & l &= \frac{6EI_{yz}}{L^2} ; \\ m &= \frac{4EI_{yz}}{L} ; & n &= \frac{2EI_{yz}}{L} ; & \phi_y &= \frac{12EI_z}{GA_{sy}L^2} ; & \phi_z &= \frac{12EI_y}{GA_{sz}L^2} . \end{aligned}$$

Hierin entspricht die  $x$ -Richtung der Balkenlängsachse definiert als Verbindung zwischen den Knotenpunkten.  $EA$  ist die Dehnsteifigkeit in  $x$ -Richtung, während  $EI_z$ ,  $EI_y$  und  $EI_{yz}$  Biege- und Deviationssteifigkeiten um die entsprechenden Achsen sind.  $GI_x$  und  $GA_{sy}$  bzw.  $GA_{sz}$  sind die Torsions- bzw. Schub-

steifigkeiten des Balkenabschnittes. Die Werkstoffdämpfung ist analog zur rotierenden Welle als steifigkeitsproportionale Rayleigh-Dämpfung:  $\beta K_R$  modelliert.

Die Punktmassen werden gemäß der Newton-Euler-Gleichung (3.11) - (3.16) modelliert. Im rotierenden Blattkoordinatensystem sind Scheinkräfte auf die Punktmassen zu beachten: auf jede sich abseits des Ursprungs bewegende Punktmasse wirken zusätzlich Zentrifugal-, Euler und Corioliskräfte. Die erweiterten Newtonschen Bewegungsgleichungen eines Starrkörpers bzw. einer Punktmasse im rotierenden Bezugssystem lauten nach Karnopp [1991]:

$$F_x = m\ddot{X} - m\dot{Y}\dot{\Psi} + m\dot{Z}\dot{\Theta} \quad (3.33)$$

$$F_y = m\ddot{Y} - m\dot{Z}\dot{\Phi} + m\dot{X}\dot{\Psi} \quad (3.34)$$

$$F_z = m\ddot{Z} - m\dot{X}\dot{\Theta} + m\dot{Y}\dot{\Phi} \quad (3.35)$$

Das zugehörige Bondgraphmodell ist in Abbildung 3.12 neben dem Gesamtmodell des Rotors mit einem einzelnen Rotorblatt dargestellt. Die hierin angedeuteten externen Lasten repräsentieren aufgeprägte Kräfte und Momente im mitrotierenden Rotorblattbezugssystem wie hydrodynamische Lasten oder Gravitations- und Auftriebskräfte. Über ein FSI-Interface werden die hydrodynamischen Lasten aus der Strömungssimulation importiert. Die Geschwindigkeiten der Rotorblattpunktmassen werden relativ zu einem starr mitrotierende Referenzsystem erfasst und über der Zeit integriert, um die relativen Verschiebungen der Punktmassen zu ermitteln. Diese Verschiebungen werden in entgegengesetzter Richtung an die Strömungssimulation übergeben und in der Berechnung der hydrodynamischen Lasten berücksichtigt. Nähere Informationen in Unterabschnitt 2.3.2.

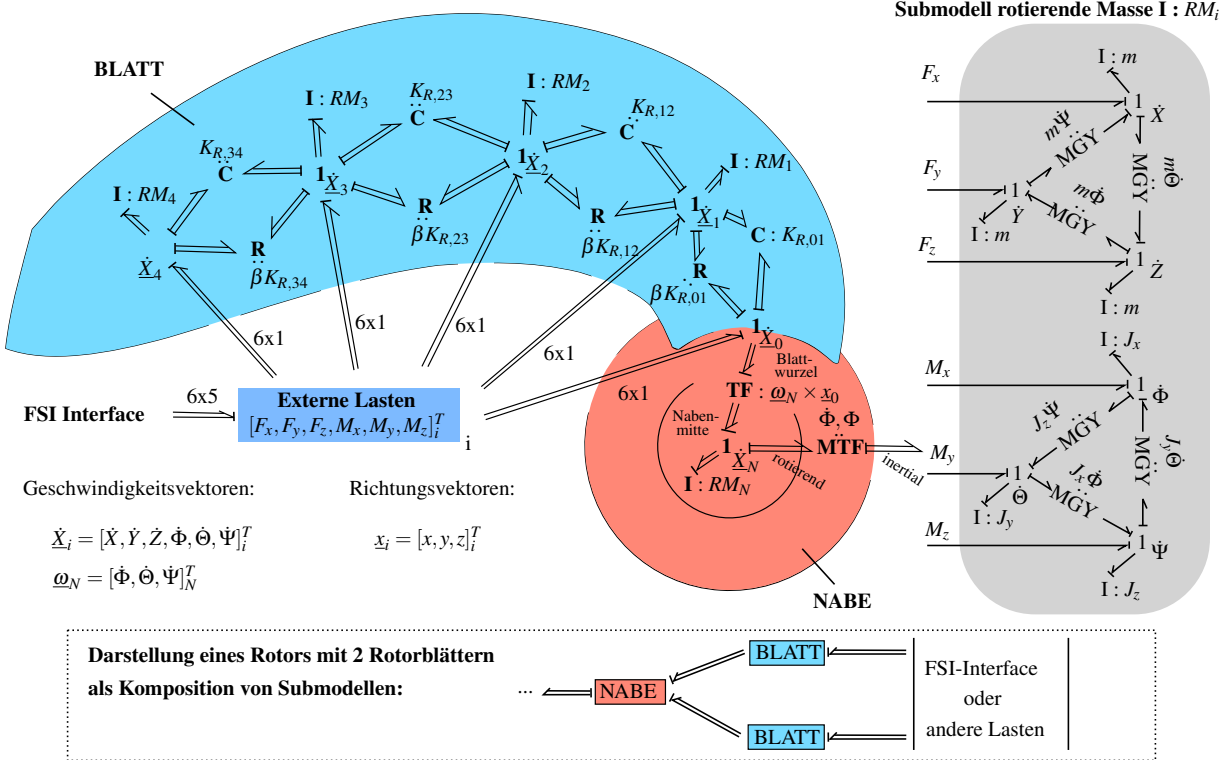


Abb. 3.12: Bondgraphmodell der Nabe mit Rotorblättern

### 3.1.5 Asynchronmaschine

Das untersuchte Strömungsmaschinensystem wird mittels einer Asynchronmaschine angetrieben, welche lastabhängig einen Schlupf und somit eine Abweichung der Drehzahl von der vorgegeben Drehfrequenz des elektrischen Anschlusses aufweist. Die Drehgeschwindigkeit des Rotor hat einen direkten Einfluss auf die Rotordynamik des Strömungsmaschinensystems, da neben der Unwucht auch die hydrodynamischen Lasten proportional von dieser abhängen. Auf diese Weise haben auch elektrische Schwankungen der Netzfrequenz oder -spannung Einfluss auf die Rotordynamik und weiterführend auf die Struktur- dynamik der gesamten Maschine. Zur realitätsnahen Abbildung der elektrischen Einflussfaktoren wird die Asynchronmaschine mittels eines Bondgraph-Modells abgebildet. Das Bondgraphmodell des Asynchronmaschine basiert auf der Arbeit von Ghosh u. Bhadra [1993], welche die dreiphasige Wechselspannung der Statorwindungen mittels Clarke-Transformation in das statorfeste  $\alpha, \beta$ -Koordinatensystem des Stators überführten. Kim u. Bryant [2000] erweiterten den Ansatz und beschrieben die Asynchronmaschine mittels der gekoppelten Energiedomänen: elektrisch, magnetisch und mechanisch (vgl. Abb. 3.13). Nakhaeinejad [2010] erweiterte dieses Modell zu einem Vektorbondgraphmodell für  $n$ -Rotorwindungen.

In Abbildung 3.13 ist das Bondgraph-Modell von Stator- und Rotorsystem dargestellt. Die **GY**-Elemente verbinden die elektrische und magnetische Energiedomäne gemäß der elektromagnetischen Induktion

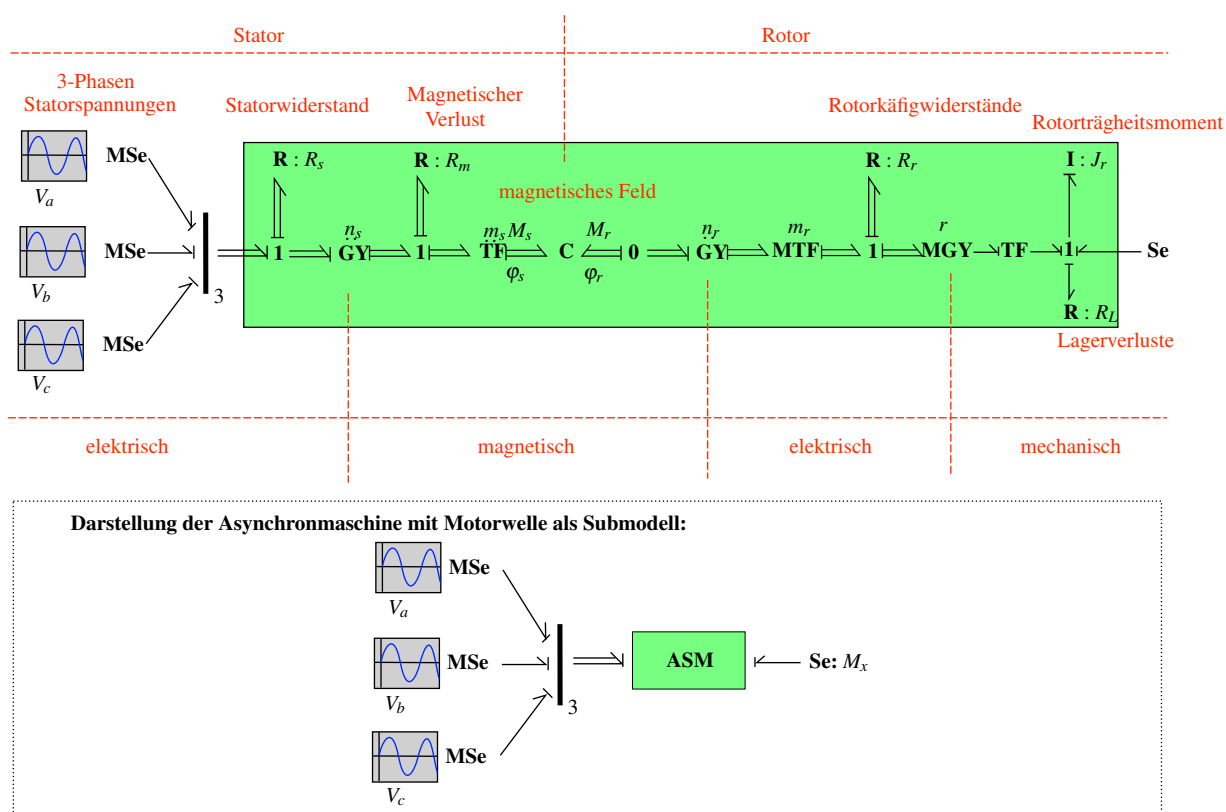


Abb. 3.13: Bondgraphmodell der Asynchronmaschine nach Nakhaeinejad [2010]

durch Transformation zwischen elektrischer Spannung und magnetischem Fluss mit dem Modul  $n_s$  bzw.  $n_r$  (Anzahl der Stator- bzw. Rotorwindungen). Rotor und Stator sind über ein C-Element gekoppelt, welches das Wechselspiel der magnetischen Felder in Form der im Luftspalt gespeicherten magnetischen Energie repräsentiert. Es gilt:

$$\begin{Bmatrix} M_{s,\alpha} \\ M_{s,\beta} \\ M_{r,\alpha} \\ M_{r,\beta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & b & 0 \\ 0 & a & 0 & b \\ b & 0 & c & 0 \\ 0 & b & 0 & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_{s,\alpha} \\ \varphi_{s,\beta} \\ \varphi_{r,\alpha} \\ \varphi_{r,\beta} \end{Bmatrix}, \quad (3.36)$$

wobei  $M$  und  $\varphi$  die magnetomotorischen Kräfte bzw. magnetischen Flüsse im Stator (s) bzw. Rotor (r) nach Clarke-Transformation ins  $\alpha, \beta$ -Koordinatensystem sind. Die Komponenten der Reluktanzmatrix sind:

$$a = \frac{n_s^2 L_r}{L_s L_r - L_m^2}, \quad b = \frac{-n_s n_r L_m}{L_s L_r - L_m^2}, \quad c = \frac{n_r^2 L_s}{L_s L_r - L_m^2}, \quad (3.37)$$

mit den Selbstinduktivitäten  $L_r$  bzw.  $L_r$  und der Gegeninduktivität  $L_m$  in bzw. zwischen Rotor- und Statorspule. Die leistungsinvariante Clarke-Transformation erfolgt mittels der **TF**-Elemente mit den Moduli  $m_s$  und  $m_r$ :

$$m_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$m_r = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos \Phi_r & \cos(\Phi_r + \frac{2\pi}{n}) & \dots & \cos(\Phi_r + \frac{2(k-1)\pi}{n}) \\ \sin \Phi_r & \sin(\Phi_r + \frac{2\pi}{n}) & \dots & \sin(\Phi_r + \frac{2(k-1)\pi}{n}) \end{bmatrix}; \quad k = 1 \dots n \quad (3.39)$$

Hierin sind  $n$  die Anzahl der Läuferstäbe und die  $\Phi_r$  die Winkellage des Rotors gegenüber dem Stator. Schließlich werden die elektrischen Ströme in den Läuferstäben  $I_k$  mittels **MGY**- und **TF**-Element in ein elektromechanisches Drehmoment  $T_e$  überführt und über die Gesamtheit  $n$  aufsummiert [Kim u. Bryant, 2000]:

$$T_e = \underbrace{\frac{P}{2}}_{\text{TF: } m_m} \sum_{k=1}^n \underbrace{\sqrt{\frac{2}{n}} \left[ \varphi_{r,\alpha} \cos\left(\Phi_r + \frac{2(k-1)\pi}{n}\right) - \varphi_{r,\beta} \sin\left(\Phi_r + \frac{2(k-1)\pi}{n}\right) \right]}_{\text{MGY: } r} I_k. \quad (3.40)$$

Die Polpaarzahl  $P$  ist als Modul des TF-Elementes  $m_m$  abgebildet.

Statorseitig werden die 3-phasigen Wechselspannungen  $V_a, V_b, V_c$  mittels modulierter **MSe**-Elemente formuliert, während rotorseitig das anliegende Drehmoment als **Se**-Element abgebildet wird. Das Trägheitsmoment des Rotor ergibt schließlich in Abhängigkeit der angreifenden Lasten die Winkelgeschwindigkeit der Asynchronmaschine. In allen Energiedomänen werden spezifische Verluste mithilfe von resistiven **R**-Elementen modelliert. Dies umfasst Verluste durch stator-bzw. rotorseitige elektrische Widerstände  $R_s, R_r$ , magnetische Widerstände  $R_m$ , sowie mechanische Verluste durch Reibung in der Rotorlagerung  $R_L$ .

## 3.2 Instationäres Wirbelgitterverfahren für Propeller und Rotoren

Im Folgenden wird das vom Autor am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen entwickelte und in MATLAB implementierte, instationäre Wirbelgitterverfahren (UVLM) mit dem Namen I2VL (Institute of Turbomachinery Vortex Lattice) vorgestellt. I2VL dient im Rahmen dieser Arbeit der Modellierung der Fluidumä, das heißt der Berechnung der fluiddynamischen Lasten auf die Rotorblätter unter Berücksichtigung von Anströmungsbedingungen und Rotorblattverformungen.

### 3.2.1 Definition der Tragfläche eines Rotorblattes

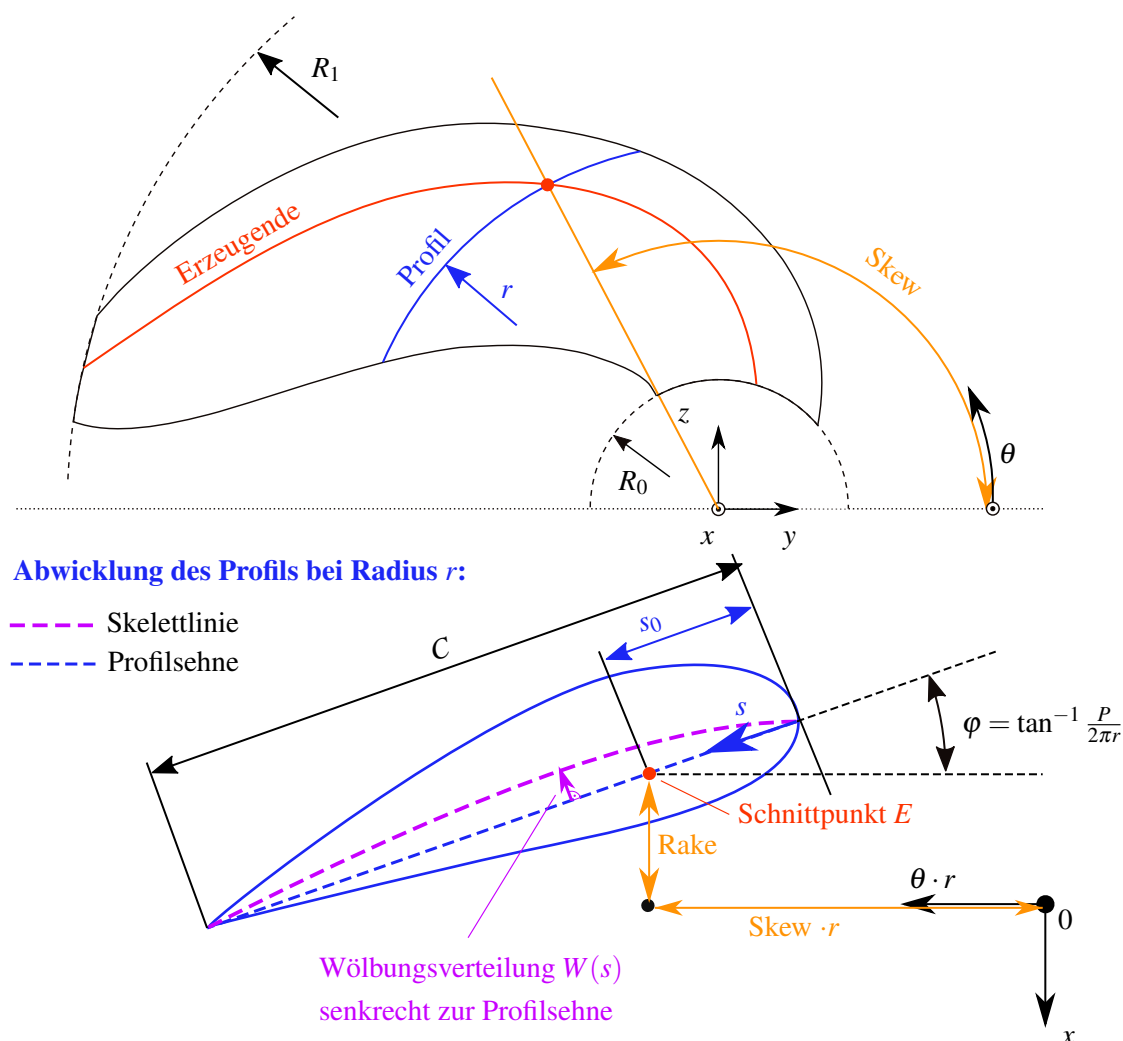


Abb. 3.14: schematische Darstellung von Rotor und Profilschnitt

Die Definition der Trag- bzw. Skelettlfläche des Rotorblattes erfolgt im zylindrischen Rotorkoordinatensystem. Die  $x$ -Achse ist als Rotationsachse festgelegt. Zwischen Naben- und Blattspitzenradius  $R_0$

bzw.  $R_1$  werden in radiale Richtung  $r$  Abwicklungen von Tragflügelprofilen entlang einer Erzeugenden definiert. Die Lage des Schnittpunktes  $E$  zwischen der Erzeugenden und der zweidimensionalen Abwicklung der Profilebene ist durch Skew und Rake eindeutig bezüglich des Rotorkoordinatensystems bestimmt (vgl. Abb. 3.14). Ausgehend von  $E$  wird die Skelettlinie des Profil mittels der Profilsteigung  $P$  bzw. dem Steigungswinkel  $\varphi$ , der Sehnenlänge  $C$  und der Wölbungsverteilung  $W(s)$  des gewählten Profiltyps entlang des Sehnenpfades  $s = [0, 1]$  beschrieben. Die Variable  $s_0 = [0, 1]$  erlaubt dabei eine Verschiebung des Profils entlang der Sehne. Im Koordinatensystem

Die Skelettlinie des Profils ist definiert im Zylinderkoordinatensystem  $\theta, r, x$  mit:

$$\theta(s) = \frac{(s_0 - s)C \cos \varphi - W(s) \cdot \cos \varphi}{r} + \text{Skew} \quad (3.41)$$

$$r(s) = r \quad (3.42)$$

$$x(s) = (s_0 - s)C \sin \varphi - W(s) \cdot \sin \varphi + \text{Rake} \quad (3.43)$$

### 3.2.2 Diskretisierung der Trag- und Nachlauffläche

Im Rahmen dieser Arbeit werden Rotorblätter mit schlanken Profilen, deren Verhältnis der Profildicke zur Sehnenlänge kleiner als 0.2 ist, betrachtet. Unter der Annahme solcher dünnen Profile kann der Flügel bzw. das Rotorblatt nach Kornev [2009] mittels einer Tragfläche, welche sich auf der Skelettlinie des Profils befindet, diskretisiert werden (vgl. Abb. 3.15).

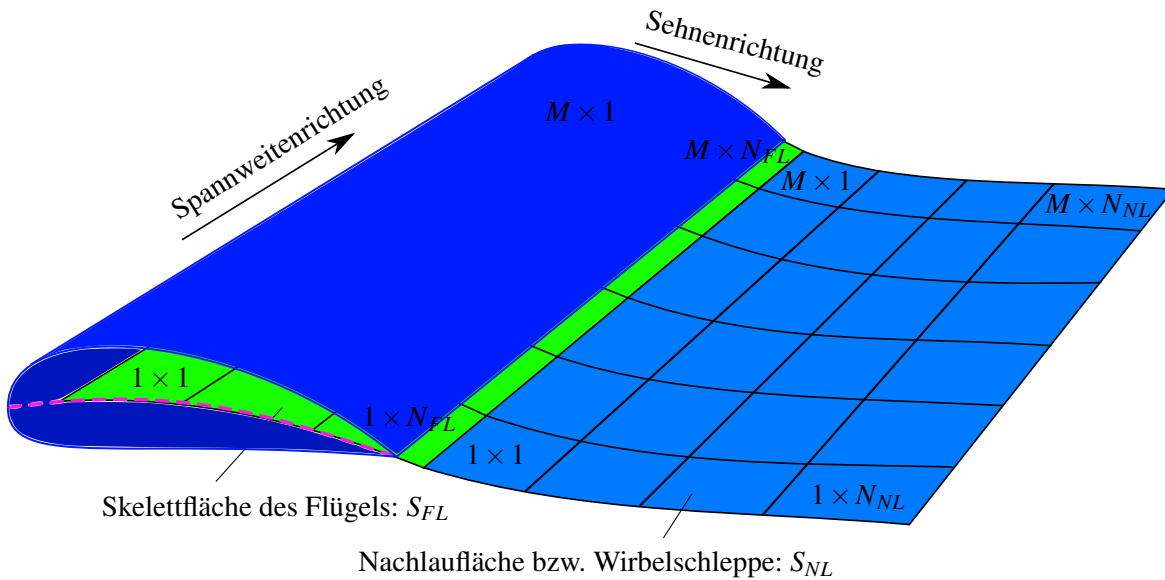


Abb. 3.15: Darstellung des Tragflügels und der Diskretisierung mittels Dipolelementen

Für die Diskretisierung sei ein Rotor mit  $Z$  Flügel- und Nachlaufflächen gegeben. Jede Flügelfläche wird mit einem  $M \times N_{FL}$ -Gitter und jede Nachlauffläche mit einem  $M \times N_{NL}$ -Gitter viereckiger Elemente beschrieben, wobei  $M$  der Anzahl von Elementen in Spannenrichtung und  $N_{FL}$  bzw.  $N_{NL}$  der Anzahl

von Elementen in Sehnenrichtung entsprechen (vgl. Abb. 3.15). Die Indizes  $k, i$  und  $j$  adressieren im Folgenden jeweils die Blattnummer und die Position eines Panels in Spannweiten- bzw. Sehnenrichtung.

Die Eck- bzw. Gitterpunkte der Tragflächenelemente können basierend auf der Flügelskelettfäche in verschiedener Weise definiert werden [siehe. Chao u. Streckwall, 1989; Kerwin u. Lee, 1978; Lan, 1974; Nakamura, 1985, u.a.]. So wird in der von [Lan, 1974] entwickelten Quasi-Continuous Method (kurz: QCM) die Tragfläche mittels einer Kosinusverteilung der Gitterpunkte in Profilschwenneichtung diskretisiert. Im Gegensatz zur äquidistanten Anordnung gemäß Tragflächentheorie [Kerwin u. Lee, 1978], ist die Dichte der Singularitätselemente in der Nähe der Eintritts- und Austrittskante höher, wodurch die QCM nach [Chao u. Streckwall, 1989] im Grenzfall der zweidimensionalen Strömung exakte Lösungen liefert. Die äquidistante Aufteilung erfordert in der Regel eine Korrektur im Bereich der Eintrittskante, da die dort wirkende Saugkraft infolge der Diskretisierung unterschätzt wird [Hoshino, 1985].

Die implementierte Version der Unsteady Vortex Lattice Method (UVLM) ermöglicht nach Bedarf die Wahl unterschiedlicher Methoden zur Gittererzeugung für die Tragflächen von Rotoren. Für die radiale Verteilung der Gitterpunkte  $G$  gilt wahlweise:

$$r_G = \begin{cases} (R_1 - R_0) \cos\left(\frac{\pi \cdot m}{2M+2}\right) + R_0 & m = 1 \dots M+1 \quad (\text{halber Kosinus}) \\ \frac{(R_1 - R_0)(4m-3)}{4M+2} + R_0 & m = 1 \dots M+1 \quad (\text{äquidistante Verteilung}) \end{cases} \quad (3.44)$$

Der Außenradius des Rotorblattes ist  $R_1$  und der innerste Radius des Blattes  $R_0$ . Die Aufteilung der Gitterpunkte in Sehnenrichtung des Tragflügelprofils ist bestimmt durch die auf die Sehnenlänge  $C_l$  normierte Verteilung  $c_G$ :

$$c_G = \begin{cases} 0.5 \left(1 - \cos\left[\frac{(n-0.5)\pi}{N_{FL}+1}\right]\right) & n = 1 \dots N_{FL} + 1 \quad (\text{Kosinusverteilung}) \\ \frac{n-0.75}{N_{FL}} & n = 1 \dots N_{FL} + 1 \quad (\text{äquidistante Verteilung}) \end{cases} \quad (3.45)$$

Für stationäre Simulationen liefert die Kosinusverteilung in Sehnenrichtung laut Greely u. Kerwin [1982] die besseren Ergebnisse. Bei instationären Vorgängen erfahren die Anströmgeschwindigkeiten auf der Tragfläche jedoch zeitliche und lokale Änderungen. Die integralen Ergebnisse sind in diesem Fall bei Verwendung einer äquidistanten Verteilung besser, da diese die Geschwindigkeitsänderungen durch eine vergleichsweise höhere Elementdichte in der Profilmittte besser erfasst. Nach Kerwin u. Lee [1978] stellt die äquidistante Verteilung daher den besten Kompromiss für instationäre und stationäre Simulationen dar.

### 3.2.3 Numerische Lösung der Integralgleichungen

#### Induzierte Geschwindigkeiten durch Störpotentiale

Der Einfluss der Profildicke auf die Strömung wird für die zuvor beschriebenen schlanken Profile als vernachlässigbar angenommen, sodass die Quellterme  $\sigma$  in Gl. 2.24 im Folgenden nicht berücksichtigt

werden. Aus Gl. 2.17 folgt so die vom Störpotential  $\Phi_s$  (Gl. 2.24) mit kontinuierlicher Dipolstärke  $\mu$  induzierte Geschwindigkeit in einem beliebigen Punkt  $P(x, y, z, t)$  mit:

$$\vec{u}_{(FL,NL)\rightarrow P} = \nabla \Phi_s(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{FL}+S_{NL}} \mu \nabla \left[ \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{|\vec{r}|} \right) \right] dS \quad (3.46)$$

Die im Punkt  $P$  induzierte Geschwindigkeit  $\vec{u}_{(FL,NL)\rightarrow P}$  kann in die Anteile  $\vec{u}_{FL\rightarrow P}$  und  $\vec{u}_{NL\rightarrow P}$ , induziert durch die Flügel- bzw. Nachlaufflächen, aufgeteilt werden. :

$$\vec{u}_{(FL,NL)\rightarrow P} = \vec{u}_{FL\rightarrow P} + \vec{u}_{NL\rightarrow P} \quad (3.47)$$

Aus Gl. 3.47 folgt für die jeweils induzierten Geschwindigkeiten im Punkt  $P$  die diskrete Form:

$$\vec{u}_{FL\rightarrow P} = \sum_{k=1}^Z \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_{FL}} \mu_{FL|k,i,j} \underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{S_{FL|k,i,j}} \nabla \left[ \frac{\partial}{\partial n_{k,i,j}} \left( \frac{1}{|\vec{r}_{k,i,j}|} \right) \right] dS}_{\vec{B}_{FL|k,i,j}^D} \quad (3.48)$$

$$\vec{u}_{NL\rightarrow P} = \sum_{k=1}^Z \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_{NL}} \mu_{NL|k,i,j} \underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{S_{NL|k,i,j}} \nabla \left[ \frac{\partial}{\partial n_{k,i,j}} \left( \frac{1}{|\vec{r}_{k,i,j}|} \right) \right] dS}_{\vec{B}_{NL|k,i,j}^D} \quad (3.49)$$

Die Vektoren der  $\vec{B}_{FL|k,i,j}^D$  bzw.  $\vec{B}_{NL|k,i,j}^D$  sind über die Dipolelemente integrierte, geometrische Koeffizienten, welche den Einfluss des  $(k, i, j)$ -ten Dipolelementes bezüglich des Punktes  $P$  beschreiben. Die hochgestellten Indizes repräsentieren die Art des verwendeten Störpotentials (hier: Dipol).  $\vec{r}_{k,i,j}$  ist der zugehörige Abstandsvektor zwischen dem Punkt  $P$  und dem Dipolelement.

Nach Röttgermann u. a. [1992] und McNae [2013] kann die induzierte Geschwindigkeit eines Dipolelementes der Dipolstärke  $\mu$  äquivalent durch ein das Element umschließenden Wirbelring der Zirkulation  $\Gamma$  ausgedrückt werden (vgl. Abb.3.16).

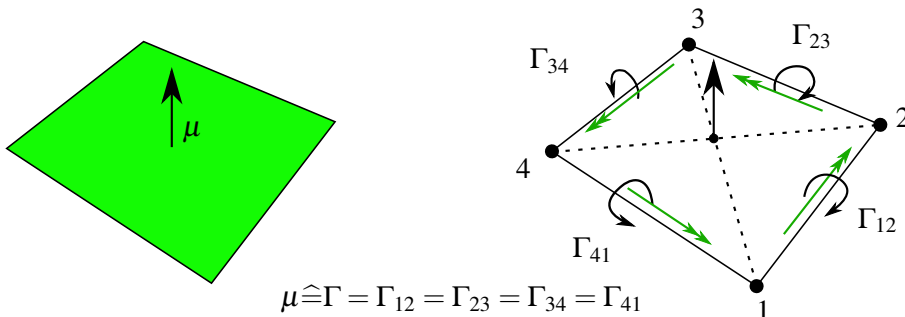


Abb. 3.16: Überführung von Paneelelementen konstanter Dipolstärke in Wirbelringe konstanter Zirkulation nach McNae [2013]

Die differentiellen induzierten Geschwindigkeiten eines Wirbelfadensegmentes der Länge  $dl$  im Punkt  $P$  ergeben sich nach dem Biot-Savart'sches Gesetz mit:

$$d\vec{u}_{WS \rightarrow P} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{dl \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad (3.50)$$

Für einen geraden Wirbelfaden führt die Integration über dessen Länge zu folgendem diskreten Ausdruck für die induzierten Geschwindigkeiten (vgl. Abb. 3.17):

$$\vec{u}_{WS \rightarrow P} = \Gamma \underbrace{\left[ \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \left( \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right) \right]}_{\vec{B}^{WS}(\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2)} \quad (3.51)$$

$\vec{B}^{WS}$  ist hierin der Vektor der Einflusskoeffizienten in kartesischen Koordinaten des einzelnen Wirbelsegmentes.

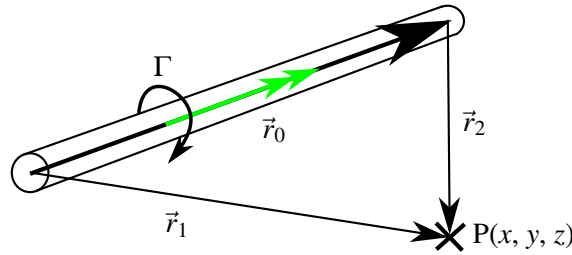


Abb. 3.17: Biot-Savart-Gesetz in Anwendung auf ein endliches Wirbelsegment  $\vec{r}_0$

Die induzierte Geschwindigkeit eines geschlossenen Wirbelringes mit konstanter Zirkulation folgt aus dem Produkt der Zirkulation mit der Summe der vier Einflusskoeffizientenvektoren der umschließenden Wirbelsegmente  $w$ :

$$\vec{u}_{WR \rightarrow P} = \Gamma \underbrace{\sum_{w=1}^4 \vec{B}^{WS}(\vec{r}_{0|w}, \vec{r}_{1|w}, \vec{r}_{2|w})}_{\vec{B}^{WR}} \quad (3.52)$$

Für die vom Flügel und Nachlauf induzierten Geschwindigkeiten in einem beliebigen Punkt  $P$  (vgl. Gl. 3.48 und 3.49) folgt:

$$\vec{u}_{FL \rightarrow P} = \sum_{k=1}^Z \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_{FL}} \vec{B}_{FL \rightarrow P|k,i,j}^{WR} \Gamma_{FL|k,i,j} = \sum_{n=1}^{L_{FL}} \vec{B}_{FL \rightarrow P|n}^{WR} \Gamma_{FL|n} \quad (3.53)$$

$$\vec{u}_{NL \rightarrow P} = \sum_{k=1}^Z \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N_{NL}} \vec{B}_{NL \rightarrow P|k,i,j}^{WR} \Gamma_{NL|k,i,j} = \sum_{l=1}^{L_{NL}} \vec{B}_{NL \rightarrow P|l}^{WR} \Gamma_{NL|l} \quad (3.54)$$

mit  $L_{FL} = Z \cdot M \cdot N_{FL}$  bzw.  $L_{NL} = Z \cdot M \cdot N_{NL}$  als jeweilige Gesamtanzahl von Wirbelringen auf den Flügel- bzw. Nachlaufflächen.

### Randbedingungen und Gleichungssystem

Zu jedem Flügelwirbelring gehört ein Aufpunkt  $A$ , welcher im Flächenschwerpunkt des Wirbelringes liegt. In diesem Aufpunkt  $A$  muss die Undurchlässigkeitsbedingung erfüllt werden, sodass die Normalgeschwindigkeit  $u^\perp$  in diesem Aufpunkt gleich Null ist. Unter Anwendung der Neumann-Randbedingung 2.23 gilt für jeden Aufpunkt  $\{1 \leq m \leq L_{FL}\}$  mit dem Normalenvektor  $\vec{n}_{A|m}$  die folgende lineare Gleichung:

$$(\vec{u}_{FL \rightarrow A|m} + \vec{u}_{NL \rightarrow A|m}) \cdot \vec{n}_{A|m} = -(u_{\infty|m}^\perp + u_{b|m}^\perp) \quad (3.55)$$

Das Skalarprodukt des Aufpunktnormalenvektors mit dem jeweiligen Vektor der Einflusskoeffizienten  $\vec{B}$  ergibt für jeden Wirbelring einen skalaren Einflusskoeffizient  $b$ . Nach Einsetzen der Gleichungen 3.53 und 3.53 in 3.55 und Umstellen nach  $\Gamma_{FL}$  gilt für jeden Aufpunkt  $m$ :

$$\sum_{n=1}^{L_{FL}} b_{FL \rightarrow A|mn}^{WR} \Gamma_{FL|n} = -(u_{\infty|m}^\perp + u_{b|m}^\perp + \sum_{l=1}^{L_{NL}} b_{NL \rightarrow A|ml}^{WR} \Gamma_{NL|l}) \quad (3.56)$$

In Matrixschreibweise folgt aus Gleichung 3.56 das grundlegende Gleichungssystem, welches zu jedem Zeitpunkt gelöst werden muss, mit:

$$\underline{B}_{FL} \underline{\Gamma}_{FL} = -(u_{\infty}^\perp + u_b^\perp + \underbrace{\underline{B}_{NL} \underline{\Gamma}_{NL}}_{u_{NL}^\perp}) \quad (3.57)$$

Hierin sind  $\underline{B}_{FL, mn} = b_{FL \rightarrow A|mn}^{WR}$  bzw.  $\underline{B}_{NL, ml} = b_{NL \rightarrow A|ml}^{WR}$  die Einflusskoeffizientenmatrizen, welche den Einfluss der Wirbelringe vom Flügel auf den Flügel bzw. vom Nachlauf auf den Flügel beinhalten. In dieser Form lässt sich die Zirkulation  $\Gamma_{FL}$  des Flügels berechnen, wobei die vom Nachlauf induzierten Geschwindigkeiten  $u_{NL}^\perp$  als Randbedingungen bekannt sein müssen. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt dies durch eine zeitaufgelöste Simulation der Wirbelschleppenkonvektion.

### 3.2.4 Instationäre Modellierung der Wirbelschleppe und Desingularisierung

Wie in Gleichung 3.57 dargelegt, wird zur Berechnung der Zirkulation der Flügelemente  $\Gamma_{FL}$  die Zirkulation der Nachlaufelemente  $\Gamma_{NL}$  sowie deren räumliche Anordnung benötigt. Die Zeitabhängigkeit wird bestimmt durch die Konvektion der Wirbelringe bzw. der Zirkulation an der Hinterkante mit der lokalen Gesamtströmungsgeschwindigkeit  $\vec{u}_{tot}$ . Dies entspricht der Annahme, dass die abgelösten Wirbelringe der freien Strömung lastfrei folgen müssen, d.h. der Druckgradient normal zur Nachlauffläche zu Null wird. Dieser Ansatz wurde in mehreren Arbeiten mit qualitativ guten Ergebnissen für Schiffspropeller und Gezeitenturbinen verfolgt [He, 2013; Lee u. Kinnas, 2005; McNae, 2013; Politis, 2004].

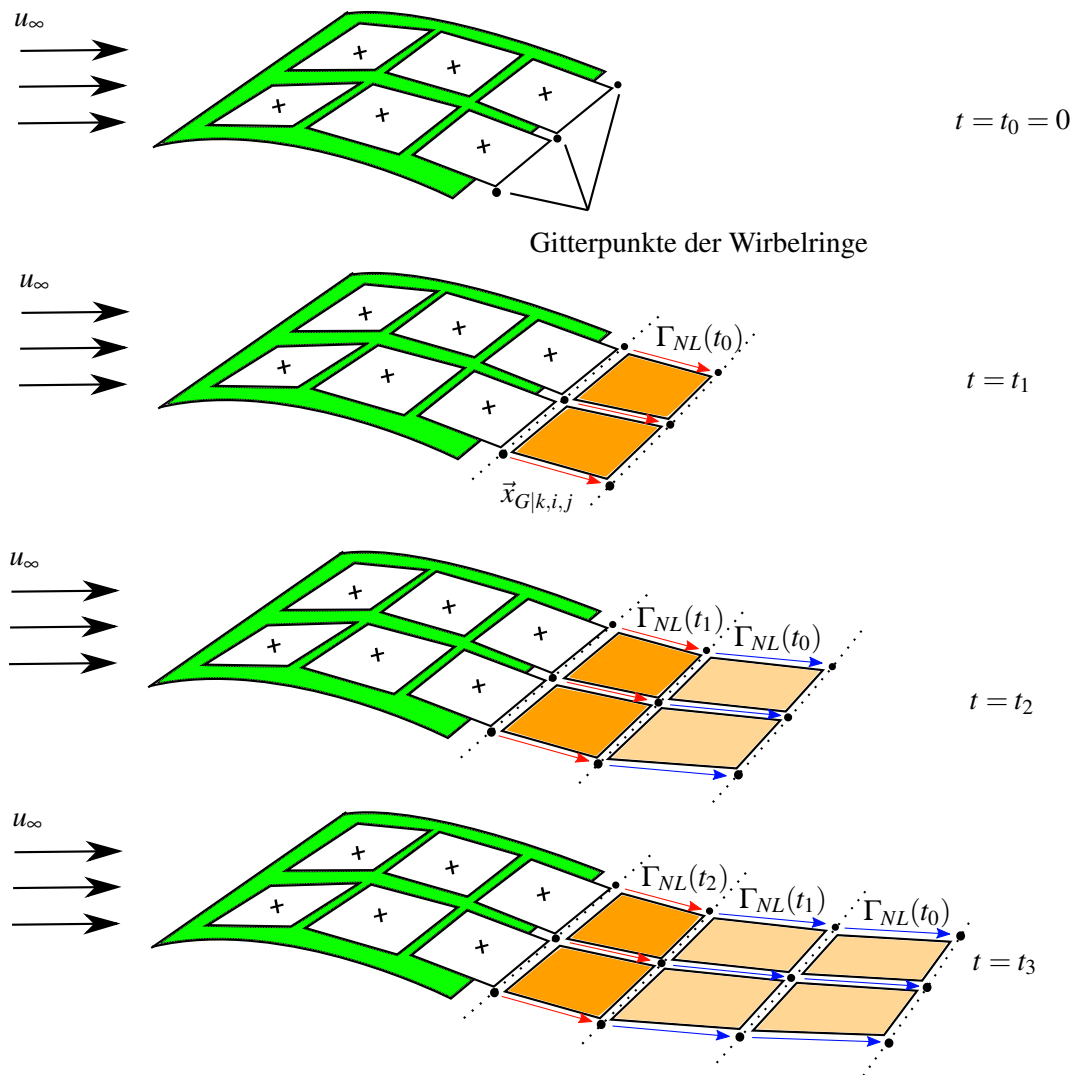


Abb. 3.18: Instationäre Modellierung des Nachlaufes im Rahmen der UVLM

Die zeitliche Diskretisierung der UVLM basiert auf einem expliziten Eulerverfahren mit definierter Zeitschrittweite  $\Delta t$ . Nach jedem Zeitschritt  $\Delta t$  wird ein neuer Streifen von Wirbelringen an der Hinterkante des Flügels in den Nachlauf abgelöst. Die Zirkulation dieser neuen Wirbelringe entspricht der zum aktuellen Zeitpunkt  $t$  ermittelten Zirkulation der stromauf liegenden Wirbelringe der Flügelhinterkante:

$$\Gamma_{NL|k,i,j=1}(t + \Delta t) = \Gamma_{FL|k,i,j=N_{FL}}(t) \quad (3.58)$$

Die Form der Nachlaufwirbelringe wird durch deren Gitterpunkte  $G$  definiert. Die Lage dieser Gitterpunkte ergibt aus deren Konvektion mit der lokalen Gesamtströmungsgeschwindigkeit  $\vec{u}_{G,tot}$ , welche sich aus der lokalen Grundströmung und der von Flügel- und Nachlaufwirbelringen induzierten Geschwindigkeit zusammensetzt:

$$\vec{u}_{G,tot} = \vec{u}_{G,\infty} + \vec{u}_{FL \rightarrow G} + \vec{u}_{NL \rightarrow G} \quad (3.59)$$

Die Lage der neuen Wirbelgitterpunkte zum nachfolgenden Zeitpunkt wird berechnet gemäß:

$$\vec{x}_G(t + \Delta t) = \vec{x}_G(t) + \vec{u}_{G,tot} \Delta t \quad (3.60)$$

Diese Form der Wirbelschleppenmodellierung berücksichtigt das Aufrollen der Spitzenwirbel als auch die Kontraktion bzw. Aufweitung des Propeller- bzw. Turbinenstrahls. In Abbildung 3.18 ist der Vorgang der Wirbelschleppenablösung dargestellt.

Die Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten nach Gleichung 3.53 und 3.54 erfordert die Desingularisierung der Einflusskoeffizienten, da der Grenzwert des Biot-Savart'schen Gesetzes unendlich ist, wenn der Abstand des betrachteten Gitterpunktes zu den Wirbelsegmenten verschwindet. In der diskreten Form des Biot-Savart'schen Gesetzes (Gl. 3.51) wird daher nach [Ramsey, 1996] ein Desingularisierungsterm  $\delta|\vec{r}_0|$  eingeführt. Der Einflusskoeffizientenvektor eines einzelnen Wirbelsegmentes ergibt sich dann zu (vgl. Abb. 3.17):

$$\vec{B}^{WS}(\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2 + \delta^2 |\vec{r}_0|^2} \left( \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_2}{|\vec{r}_2|} \right) \right] \quad (3.61)$$

Der Parameter  $\delta$  ist nach Krasny [1986] analog zum viskosen Wirbelkernradius eines Lamb-Oseen'schen Wirbelsegmentes definiert. Der Wirbelkernradius  $\delta$  eines Wirbelsegmentes wird als Funktion der Viskosität  $\nu$  des Fluides und der seit seinem Abströmen von der Hinterkante verstrichenen Zeit  $t_{ab}$  gebildet:

$$\delta = \sqrt{4\nu t_{ab}} \quad (3.62)$$

Dieses Wirbelmodell erfüllt die Navier-Stokes-Gleichung in einer zweidimensionalen Strömung und berücksichtigt die Dissipation kinetischer Energie in Abhängigkeit des Wirbelkernabstandes und der verstrichenen Zeit. Durch den beschriebenen Ansatz geht der Potentialwirbel in der Umgebung des Wirbel-

kernradius in einen Rankine-Wirbel über, d.h für  $\vec{r} < \delta$  wird der Starrkörperwirbel und für  $\vec{r} > \delta$  der Potentialwirbel approximiert.

### 3.2.5 Hydrodynamische Lasten und dimensionslose Kennwerte

Die hydrodynamischen Lasten setzen sich im Rahmen der UVLM aus den dreidimensionalen, hydrodynamischen Lastanteilen  $\Delta\vec{F}_{h|m}$  jedes Wirbelringes zusammen. Diese Lastanteile folgen für jeden Wirbelring aus der lokalen Druckkraft  $\Delta\vec{F}_{D|m}$  sowie den Reibungskräften infolge viskoser Effekte  $\Delta\vec{F}_{V|m}$ . Die UVLM erfordert zusätzlich eine Korrektur der hydrodynamischen Lasten, da die Umströmung der Eintrittskante, welche einen endlichen Profilsasenradius besitzt, teilweise unzureichend abgebildet wird. Diese Korrektur wird durch Saugkraftanteile  $\Delta\vec{F}_{S|m}$  entlang der Eintrittskante vorgenommen. In Summe gilt für die hydrodynamischen Lasten:

$$\Delta\vec{F}_{h|m} = \Delta\vec{F}_{D|m} + \Delta\vec{F}_{V|m} + \Delta\vec{F}_{S|m} \quad (3.63)$$

#### Druckkräfte

Der dreidimensionale Drucklastanteil  $\Delta F_{D|m}$  jedes Wirbelrings  $m = 1, \dots, L_{FL}$  kann mittels der instationären Form des Kutta-Joukowski-Theorems, berechnet werden [McNae, 2013; Pesmajoglou u. Graham, 2000]:

$$\Delta\vec{F}_{D|m} = \rho \vec{u}_{FL|m} \times \delta\vec{l}_{g|m} \Gamma_{g|m} + \rho \left( \frac{\Delta\Gamma_{FL|m}}{\Delta t} S_{FL|m} \right) \vec{n}_{FL|m} \quad (3.64)$$

Der erste Term der rechten Seite beinhaltet die stationären Lastanteile, wobei  $\vec{u}_{FL|m}$  die Gesamtgeschwindigkeit des Wirbelringes im Aufpunkt mit den Ortsindizes  $k, i, j$  ist. Sie ist zusammengesetzt aus der Anström- und Blattgeschwindigkeit sowie der Summe aller dort induzierten Geschwindigkeiten.  $\Gamma_{g|m}$  ist die gebundene Zirkulation eines Hufeisenwirbels der Länge  $|\delta\vec{l}_{g}|$ , welcher durch zwei in Sehnenrichtung aufeinanderfolgende Wirbelringe gebildet wird. Die gebundene Zirkulation des  $m$ -ten Flügelwirbelringelementes wird berechnet mit:

$$\Gamma_{g|m} = \Gamma_{g|k,i,j} = \begin{cases} \Gamma_{FL|k,i,j} & \text{für: } j = 1 \\ \Gamma_{FL|k,i,j} - \Gamma_{FL|k,i,j-1} & \text{für: } j = 2, \dots, N_{FL} \end{cases} \quad (3.65)$$

Der Längenvektor des gebundenen Wirbels ergibt sich aus der Differenz der Gitterabstände in Spannweitenrichtung des Flügels:

$$\delta\vec{l}_{g|m} = \delta\vec{l}_{g|k,i,j} = \vec{x}_{G|k,i+1,j} - \vec{x}_{G|k,i,j} \quad (3.66)$$

Der zweite Term der rechten Seite in Gl. 3.64 beschreibt die aero- bzw. hydrodynamische Last auf das in der Strömung bewegte Wirbelelement. Sie ist als zusätzliche Trägheit infolge des beschleunigten bzw. abgelenkten Fluidvolumens in der Umgebung des Wirbelelementes zu interpretieren. Die Gesamtwirkung

dieser zusätzlichen Trägheiten auf die Struktur wird als zusätzliche oder auch virtuelle Masse des Rotors bezeichnet.

### Reibungskräfte

Die mit Gleichung 3.64 berechneten Lasten basieren auf den Annahmen der Potentialtheorie für schlanke Tragflügel und vernachlässigen die Kräfte durch viskose Reibung. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein einfaches Reynoldszahl-basiertes Modell nach Burger [2007] verwendet, um die viskosen Kraftanteile  $\vec{F}_{V|m}$  zu berechnen.

Es wird dabei von einer ebenen Plattenströmung ausgegangen, wobei die lokale Reynoldszahl  $Re_x$  eine Funktion der Weges  $x$  entlang der Platte ist. In Bezug auf den Tragflügel wird die lokale Reynoldszahl als Funktion des Weges  $C_x$  in Sehnenrichtung zwischen Eintrittskante und betrachtetem Aufpunkt definiert:

$$Re_{x|m} = \frac{U_m^{\parallel} C_{x|m}}{\nu} \quad (3.67)$$

Wobei  $U_m^{\parallel}$  die lokale Gesamtströmungsgeschwindigkeit in Sehnenrichtung repräsentiert. Mit dem normierten Tangentialvektor  $\vec{\tau}_m = (t_x, t_y, t_z)^T$  in Sehnenrichtung des Wirbelrings  $m$  gilt:

$$U_m^{\parallel} = \vec{u}_{FL|m} \cdot \vec{\tau}_m \quad (3.68)$$

Unter Verwendung der lokalen Reynoldszahl  $Re_{x|m}$  wird der lokale Wandreibungsbeiwert  $c_{f|m}$  nach Çengel u. Cimbala [2014] ermittelt. Im Bereich der Eintrittskante wird bis 15% der Sehnenlänge eine angelegte laminare Strömung und im restlichen Bereich eine turbulente Strömung angenommen [vgl. Burger, 2007]:

$$c_{f|m} = \begin{cases} \frac{0.664}{\sqrt{Re_{x|m}}} & \text{laminar Grenzschicht für: } \frac{C_{x|m}}{C_l} < 0.15 \\ \frac{0.059}{\sqrt[5]{Re_{x|m}}} & \text{turbulente Grenzschicht für: } \frac{C_{x|m}}{C_l} \geq 0.15 \end{cases} \quad (3.69)$$

Die Reibungskraftanteile werden abschließend über folgenden Zusammenhang genähert:

$$\Delta \vec{F}_{V|m} = \left[ \frac{\rho}{2} (U_m^{\parallel})^2 S_{FL|m} c_{f|m} \right] \vec{\tau}_m \quad (3.70)$$

Saug- und Druckseite des Flügels werden gleichermaßen behandelt, sodass die Reibkraftanteile mit dem Faktor zwei in die Lastenberechnung eingehen.

### Saugkraftkorrektur

Nach Kornev [2009] entsteht an der Eintrittskante des Tragflügelprofils eine Saugkraft als Folge eines lokalen Unterdrucks. Dieser Unterdruck ist eine Folge des endlichen Eintrittskanten- bzw. Profilnasenradius und der stoßartigen Umströmung der Profilnase. Die Saugkraft wirkt dabei in Sehnenrichtung und kompensiert einen Teil des Profilwiderstandes.

Die Saugkraft wirkt lediglich entlang der Eintrittskante. Es wird eine zweidimensionale stoßartige Umströmung senkrecht zur Ebene der Eintrittskante angenommen. Im Rahmen der UVLM gilt für die Saugkraftanteile  $\Delta\vec{F}_{S|m}$ :

$$\Delta\vec{F}_{S|m} = \Delta\vec{F}_{S|k,i,j} = \begin{cases} -\rho \frac{\pi}{4} \left( \frac{\Gamma_{g|k,i,j}}{\sqrt{4b_{k,i,j}}} \right)^2 |\delta\vec{l}_{g|k,i,j}| \vec{\tau}_{FL|k,i,j} & j = 1 \\ 0 & j \neq 1 \end{cases} \quad (3.71)$$

### Dimensionslose Rotorkennwerte

Im kartesischen Rotorkoordinatensystem mit dem Ursprung  $O_R(x_R, y_R, z_R)$  im Mittelpunkt des Rotors und den Richtungsvektoren  $(\vec{e}_{R1}, \vec{e}_{R2}, \vec{e}_{R3})$ , wobei  $\vec{e}_{R1}$  der Rotationsachse entspricht, gelten folgende Zusammenhänge für die integralen hydrodynamischen Lasten:

$$\text{Gesamtschub:} \quad T = \sum_m (\Delta\vec{F}_{h|m} \cdot \vec{e}_{R1}) \quad (3.72)$$

$$\text{Gesamtdrehmoment:} \quad Q = \sum_m (\vec{F}_{h|m} \cdot \vec{e}_{R3}) \Delta l_{R2|m} - (\vec{F}_{h|m} \cdot \vec{e}_{R2}) \Delta l_{R3|m} \quad (3.73)$$

$\Delta l_{R2|m}$  und  $\Delta l_{R3|m}$  entsprechen den Abständen des  $m$ -ten Wirbelringaufpunktes vom Koordinatenursprung  $O_R$  in Richtung  $\vec{e}_{R2}$  bzw.  $\vec{e}_{R3}$ .

Aus den Gleichungen 3.72 und 3.73 lassen sich nachstehende dimensionslose Kennwerte für Rotoren (bspw. Propeller und Turbinen) ableiten:

$$\text{Schubbeiwert:} \quad K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (3.74)$$

$$\text{Drehmomentenbeiwert:} \quad K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (3.75)$$

$$\text{Schubbelastungsgrad:} \quad C_T = \frac{T}{\rho / 2 \bar{U}_\infty^2 A} \quad (3.76)$$

$$\text{Leistungsbeiwert:} \quad C_P = \frac{Q \omega}{\rho / 2 \bar{U}_\infty^3 A} \quad (3.77)$$

wobei,  $D, A, n, \omega$  und  $\bar{U}_\infty$  für den Durchmesser, die Fläche, Drehzahl, Winkelgeschwindigkeit und die ungestörte, mittlere Anströmgeschwindigkeit des Rotors stehen. Die dimensionslosen Beiwerte werden je nach Anwendung auf den Fortschrittsgrad  $J$  bzw. die Schnelllaufzahl  $\lambda$  des Rotors bezogen:

$$\text{Fortschrittsgrad:} \quad J = \frac{\bar{U}_\infty}{nD} \quad (3.78)$$

$$\text{Schnelllaufzahl:} \quad \lambda = \frac{\pi n D}{\bar{U}_\infty} \quad (3.79)$$

### 3.3 Kopplungsansatz der Fluid-Struktur-Interaktion

In der Strukturdomäne wird das Rotorblatt als flexibles Mehrkörpersystem mittels konzentrierter Massepunkte durch Bondgraphen modelliert. Bewegungen und Verformungen liegen als Punktwerte in den Endpunkten der Balkenelemente entsprechend der angesetzten Bewegungsfreiheitsgrade vor (siehe Unterabschnitt 3.1.4). Dem gegenüber steht in der Fluiddomäne das instationäre Wirbelgitterverfahren, welches die fluiddynamischen Lasten auf dem Rotorblatt als verteilte Drucklasten über der Tragfläche berechnet (siehe Abschnitt 3.2). Die Kopplung von Struktur- und Fluiddomäne erfordert einen FSI-Ansatz zur Bündelung der Flächenkräfte auf diskrete Punkte sowie in entgegengesetzter Richtung zur Verteilung von punktuellen Verformungen zur Erzeugung eines verformten Wirbelgitters. Die Interaktion erfordert darüber hinaus ein Schema zur zeitlichen Kopplung der beteiligten Solver. Die verwendeten Ansätze für die MBS/UVLM-Kopplung werden im Folgenden dargelegt.

#### 3.3.1 Bündelung der hydrodynamischen Lasten

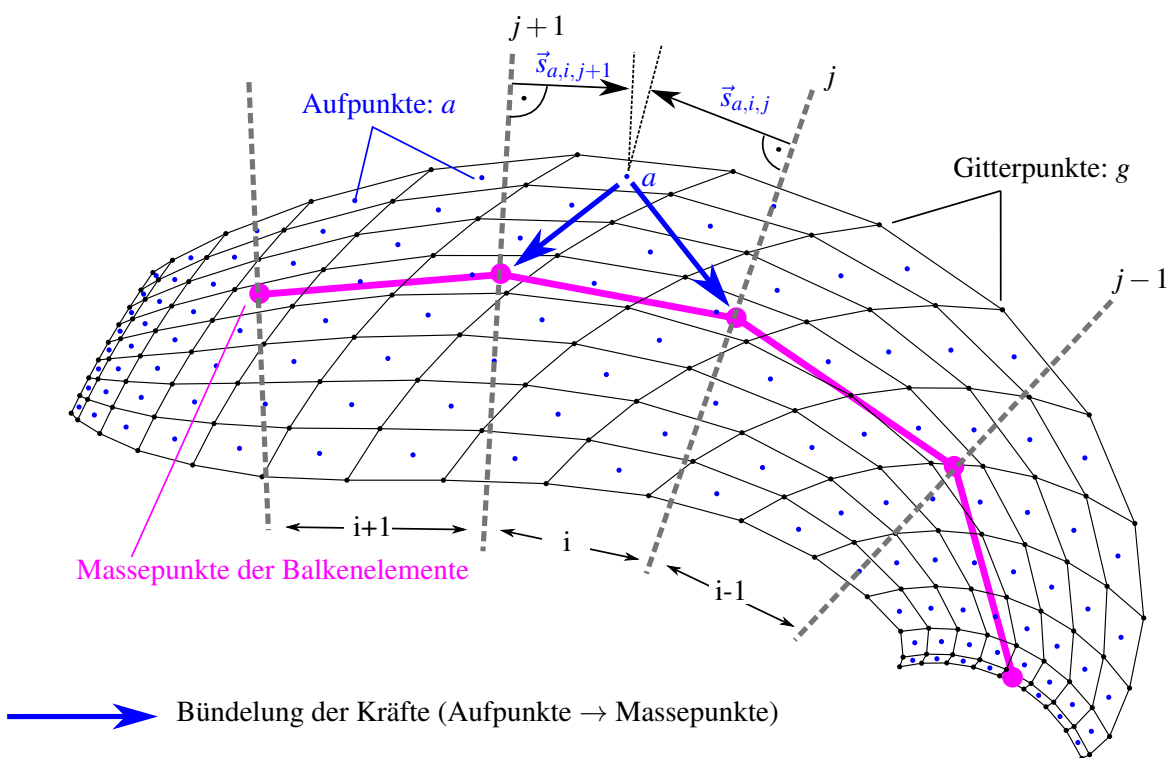


Abb. 3.19: bidirektionale Kopplung von verteilten Lasten und Punktverformungen im Rahmen der angestrebten FSI

In den Massepunkten bzw. Balkenendpunkten werden Ebenen definiert, deren Normalvektoren aus dem arithmetischen Mittel der angrenzenden Balkenvektoren abgeleitet sind. Jeder Gitter- bzw. Aufpunkt der

im Bereich  $i$  zwischen benachbarten Ebenen  $j$  und  $j+1$  liegt, ist durch die orthogonalen Abstandsvektoren  $s_{g,j}, s_{g,j+1}$  bzw.  $s_{a,j}, s_{a,j+1}$  relativ zu den Massepunkten verortet (vgl. Abbildung 3.19). Die Bündelung der hydrodynamischen Lasten erfolgt mittels einer abstands-basierten gewichteten Summation der verteilten Lasten in den Aufpunkten  $a$  auf die Massepunkte  $m$ . So ergibt sich exemplarisch der Kraftvektor  $\vec{F}_{m,j}$  im Massepunkt  $m_j$  aus der Summe über aller Aufpunktkraftvektoren der benachbarten Bereiche  $i$  und  $i-1$ :

$$\vec{F}_{m,j} = \sum_a (f_{a,i} \vec{F}_{a,i} + f_{a,i-1} \vec{F}_{a,i-1}) \quad (3.80)$$

Hierin sind  $f_{a,i}$  bzw.  $f_{a,i-1}$  die abstands-basierten Wichtungsfaktoren der Gitterpunkte der angrenzenden Bereichen  $i$  und  $i-1$  (vgl. Abbildung 3.19):

$$f_{a,i} = \frac{|\vec{s}_{a,i,j}| - |\vec{s}_{a,i,j+1}|}{|\vec{s}_{a,i,j+1}| + |\vec{s}_{a,i,j}|} \quad (3.81)$$

$$f_{a,i-1} = \frac{|\vec{s}_{a,i-1,j-1}| - |\vec{s}_{a,i-1,j}|}{|\vec{s}_{a,i-1,j-1}| + |\vec{s}_{a,i-1,j}|} \quad (3.82)$$

An Rotorblattspitze und -wurzel werden die Wichtungsfaktoren zu eins gesetzt. Daraus folgt, dass die Summe der Wichtungsfaktoren in jedem Gitterpunkt eins beträgt und die translatorischen Kräfte auf das Rotorblatt im Wirbelgitterverfahren identisch zu den Lasten im Bondgraphen sind. Es ist jedoch festzuhalten, dass die resultierende Momente um die Blattwurzel durch diese Methode unterschätzt werden, da die aus der Lastverteilung resultierenden Schnittmomente um die Massepunkte im aktuellen Ansatz vernachlässigt werden.

### 3.3.2 Übertragung der Rotorblattverformungen

Wie in Unterabschnitt 3.2.1 beschrieben, wird das Wirbelgitter basierend auf der Tragfläche des Rotorblattes erzeugt. Die Tragfläche jedes Rotorblattes wird mithilfe einer Erzeugenden generiert, entlang derer die Skelettlinien der verwendeten Profile mit definierter Sehnenlänge und Profilsteigung aufgefädelt sind. Es wird angenommen, dass die Sehnenlängen der Profile konstant und die Variation der Profilsteigungen infolge der Verformung des Rotorblatt vernachlässigbar sind. In der implementierten Methode wird die Erzeugende des Rotorblattes entsprechend der radialen, tangentialen und axialen Verschiebungen der Punktmassen angepasst. Hierzu werden die berechneten Verschiebungen mithilfe kubischer Ansatzfunktionen auf die Radien-, Skew- und Rakeverteilung der Profilschnitte entlang der Erzeugenden interpoliert bzw. im Bereich der Blattspitze extrapoliert.

In Abbildung 3.20 (Unten) ist das Ergebnis der Übertragung für vorgegebene Verschiebungen der Balkenmassepunkte im Vergleich zu den in Sehnenrichtung gemittelten Verschiebungen der Gitterpunkte dargestellt. Die Darstellung basiert auf der in Abbildung 3.19 wiedergegebenen Gitter- und Balkengeometrie des Rotorblattes eines Tauchmotorrührwerkes.

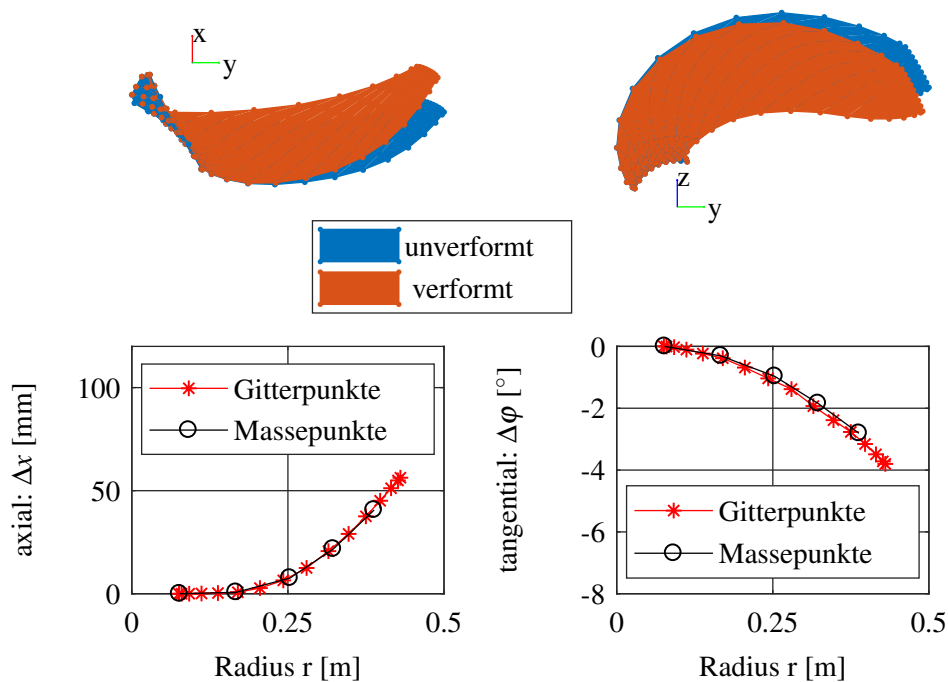


Abb. 3.20: Vergleich axialer (links) und tangentialer (rechts) Verschiebungen. Oben: Darstellung der Wirbelgitter. Unten: Verschiebungen der Massepunkte gegenüber in Sehnenrichtung gemittelten Werten der Gitterpunkte

### 3.3.3 Zeitliche Diskretisierung und Kopplung

Wie in Kapitel 2.3.2 eingeführt, wird in dieser Arbeit eine schwache Kopplung, d.h. eine separate Lösung der Bewegungsgleichungen in Fluid- und Strukturdomäne mit den jeweiligen Solvern, zur Simulation der Fluid-Struktur-Interaktion verwendet. Im vorliegenden Ansatz handelt es sich um die Kopplung eines flexiblen Mehrkörpersystems mit einem instationären Wirbelgitterverfahren: MBS/UVLM.

Das Mehrkörpersystem zur Abbildung des dynamischen Verhaltens in der Struktur- und Antriebsdomäne umfasst die Gesamtheit der Bondgraph(BG)-Modelle. Die BG-Modelle sind in 20sim implementiert und ergeben  $N$ -Zustandsdifferentialgleichungen in Zustandsraumdarstellung<sup>2</sup> (siehe Gl. 2.15). Zur Lösung der Bewegungsgleichung wird ein in 20sim implementiertes implizites Mehrschritt-Rückwärtsdifferenzenverfahren (kurz: BDF, engl. Backward Differentiation Formula) verwendet. Die Zeitschrittweite des 20sim-Solvers  $\Delta t_{BG}$  ist hierbei variabel.

Das instationäre Wirbelgitterverfahren I2VL ist in MATLAB implementiert. In MATLAB wird zu jedem Zeitpunkt ein instantanes, lineares Gleichungssystem aufgestellt und mithilfe eines Gleichungslösers

<sup>2</sup> $N$  - Anzahl der möglichen Systemzustände

gelöst. Anschließend schreitet die Lösung gemäß eines expliziten Eulerverfahrens mit konstanter Zeitschrittweite  $\Delta t_{I2VL}$  (vgl. Abschn. 3.2.4) in der Zeit voran.

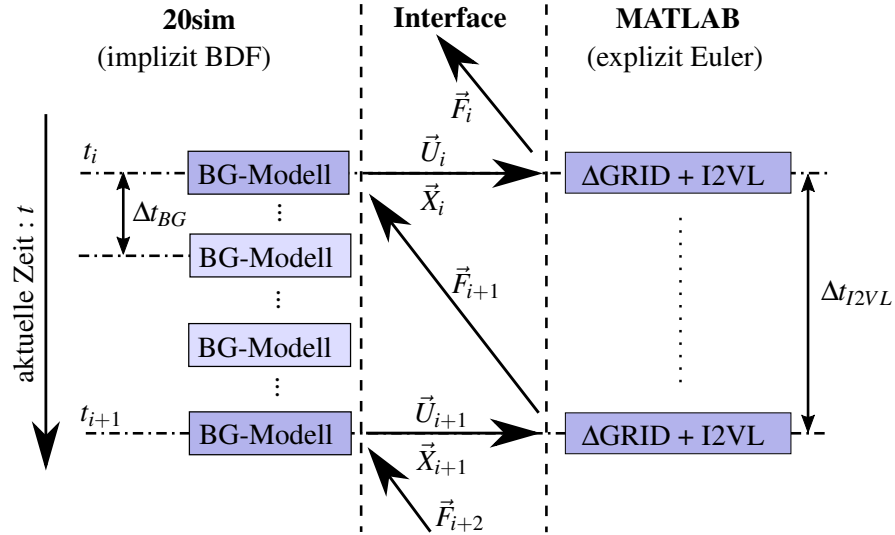


Abb. 3.21: Kopplungsschema des MBS/UVLM-Ansatzes

In Abbildung 3.21 ist das Schema der Kopplung zwischen 20sim und Matlab dargestellt. Die beiden Programme sind über ein Interface miteinander verbunden, welches die Ausführung bzw. den Austausch von Daten zwischen den Gleichungslösern zu definierten Makrozeiten  $t_i$  regelt. Der Makrozeitschritt entspricht dem kleinsten gemeinsamen Zeitschritt der beteiligten Solver (hier:  $\Delta t_{I2VL}$ ). Das Interface ist in 20sim als Gleichungsmodell eingebettet und übernimmt die Steuerung der FSI-Simulation gemäß der nachstehenden Sequenz:

1. Zum Makrozeitpunkt  $t_i$  werden die aktuelle Geschwindigkeit des Rotors  $\vec{U}_i$  und die Verschiebungen der Rotorblattmassepunkte  $\vec{X}_i$  resultierend aus dem BG-Modell an MATLAB übergeben.
2.  $\Delta$ GRID wird ausgeführt und überträgt die aktuellen Verschiebungen auf das Wirbelgitter.
3. I2VL wird ausgeführt und schreitet mit  $\Delta t_{I2VL}$  zum nächsten Makrozeitpunkt  $t_{i+1}$  voran. Abschließend werden die zugehörigen Kräfte  $\vec{F}_{i+1}$  vorausberechnet.
4. 20sim ruft die voraussichtlichen Lasten zum nächsten Makrozeitpunkt ab und schreitet mit der Lösung des BG-Modells voran. Zu jeder Zeit  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  werden die Kräfte  $\vec{F}(t)$  auf das BG-Modell mittels linearer Interpolation berechnet (vgl. Abb. 3.22):

$$\vec{F}(t) = \vec{F}_i + \frac{\vec{F}_{i+1} - \vec{F}_i}{\Delta t_{I2VL}} (t - t_i). \quad (3.83)$$

5. Nach Erreichen des nächsten Makrozeitpunktes  $t > t_{i+1}$  wird die Sequenz erneut gestartet.

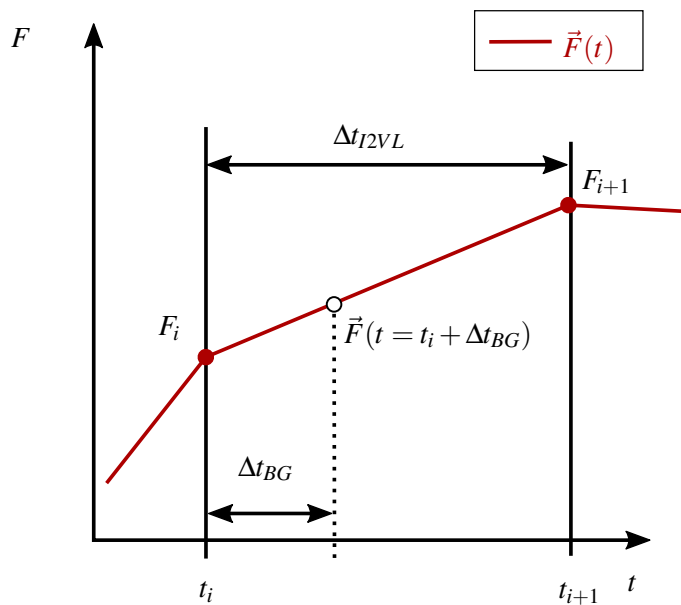


Abb. 3.22: Interpolation der Lasten im Rahmen des MBS/UVLM-Ansatzes

### 3.3.4 Numerische Stabilität

Für gewöhnlich erfordert die stabile Co-Simulation der gewählten Solver die Wahl sehr kleiner expliziter Zeitschrittweiten seitens des instationären Wirbelgitterverfahrens, damit bereits kleinste Verformungen des Rotorblattes Änderungen der hydrodynamischen Lasten bewirken können und ein Aufschwingen der Blattverformungen, entsprechend einer äquivalenten hydrodynamische Dämpfung, verhindern. Um die Effizienz der verwendeten Kopplung zu erhalten und die Zeitschrittweiten in I2VL derart wählen zu können, dass niederskalige Laständerungen hoher Frequenz nicht durch das Wirbelgitterverfahren aufgelöst werden müssen, wurde das Bondgraphmodell des Rotorblattes durch Dämpfungselemente erweitert. Diese resistiven  $\mathbf{R}$ -Elemente dämpfen die relativen Bewegungen der Punktmassen innerhalb des mitrotierenden Blattkoordinatensystems durch zusätzliche geschwindigkeitsproportionale Kräfte. An einer Struktur, welche in einem ruhenden Fluid schwingt, entspricht dies von außen angreifenden, der Bewegung entgegengesetzt, wirkenden Kräften.

Die Dämpfungsfaktoren sind derart zu wählen, sodass die Dynamik des Rotorblattes nicht durch übermäßige numerische Dämpfung eingeschränkt wird und jedwede Verformung des Rotorblattes infolge variierender, hydrodynamischer Lasten aus dem Wirbelgitterverfahren unterdrückt werden. Die Dämpfungsfaktoren sind folglich so klein zu wählen, wie es die Stabilität der gekoppelten Systeme gestattet.

## 4 Experimentelle Untersuchung eines Tauchmotorrührwerkes

### 4.1 Prüfstandskomponenten und -aufbau

Die experimentellen Untersuchungen zielen auf die Erfassung des rotordynamischen Verhaltens sowie die unter Last auftretenden Verformungen des Rotorblattes ab. Des Weiteren werden die Strömungsgeschwindigkeiten im Nahfeld vor dem Rührwerk, der vom Rührwerk erzeugte Schub, das wirkende Drehmoment und weitere Leistungsdaten erfasst. Während das Anströmfeld als Randbedingung für die numerischen Untersuchungen verwendet wird, dienen die übrigen Ergebnisse zur Validierung des numerischen Gesamtmodells.

#### 4.1.1 Prüfling: Tauchmotorrührwerk

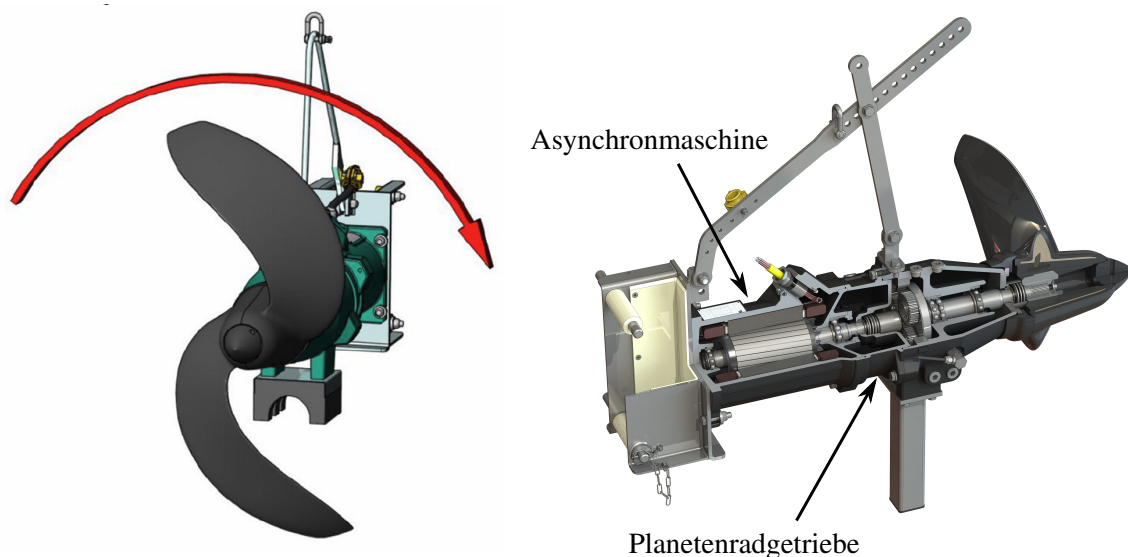


Abb. 4.1: Darstellung des Tauchmotorrührwerkes: Propeller mit Drehrichtung (links) und Ausschnittdarstellung des Antriebsstrangs (rechts)

Die Grundlage für alle experimentellen Untersuchungen bildet das Tauchmotorrührwerk TR90-2.24-4/12 der WILO EMU Anlagenbau GmbH (siehe Abb. 4.1). Der Propeller des Rührwerkes hat einen

Durchmesser von 900 mm mit zwei deutlich rückwärtsgekrümmten Flügeln, um Verzopfungsfreiheit zu gewährleisten. Laut Hersteller erzeugt das Aggregat eine maximale Schubkraft von 1960 N bei einer Drehzahl von  $242 \text{ min}^{-1}$  und einer elektrischen Leistungsaufnahme von 4.7 kW.

### Aufbau des Antriebsstrangs

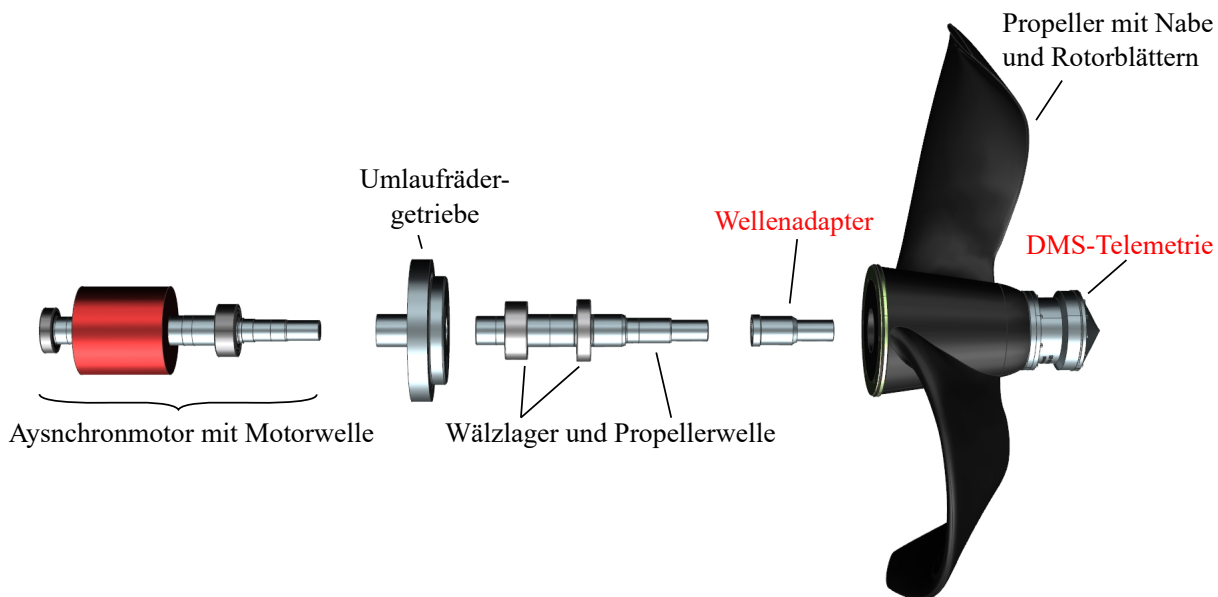


Abb. 4.2: Explosionsansicht des modifizierten Rührwerktriebstrangs.

In Abbildung 4.2 ist der modifizierte Aufbau des Rührwerktriebstrangs abgebildet. Im Auslieferungszustand besteht der Antriebsstrang aus folgenden Komponenten:

- Asynchronmotor mit Motorwelle
- Umlaufrädergetriebe
- Rotorwelle
- Rotor: Nabe und Rotorblätter

Propeller- und Motorwelle sind mittels Wälzlager im Gehäuse gelagert und über das Umlaufrädergetriebe mit einem Übersetzungsverhältnis  $i$  von 5.875 verbunden.

Für die Durchführung der Experimente wurden Anpassungen am Antriebsstrang des Tauchmotorrührwerks vorgenommen<sup>1</sup>. Abweichend vom Auslieferungszustand wurden Dehnungsmessstreifen (DMS) und Kabel in eines der Rotorblätter integriert und mit einem zugehörigen DMS-Telemetriesystem, welches an der Propellernabe befestigt ist, verbunden (s. Unterabschnitt 4.2.3). Des Weiteren ist zwischen

<sup>1</sup>siehe rot beschriftete Komponenten in Abbildung 4.2

Propeller und Propellerwelle ein Wellenadapter eingebracht, um die Propellerwelle zu verlängern und einen größeren Überhang des Propellers zu erzeugen. An diesem freien Wellenabschnitt werden die vertikalen und horizontalen Verschiebungen in der Nähe des Propellers mittels Wirbelstromsensoren gemessen (s. Unterabschnitt 4.2.4).

### Aufbau des Rotors

Der Rotor besteht aus mehreren Teilen. Hierzu gehören Einlegeile für die Wellenverbindung<sup>2</sup>, eine ringförmige metallische Aussteifung der Nabe mit kurzen, in die Rotorblätter ausgeführten Streifen und eine per Halbschalen geformte Naben- und Rotorblattgeometrie aus glasfaserverstärkten Kunststoffen (GFK). Diese Komponenten bilden den inneren Kern und werden abschließend in einer umhüllenden Außenform mit Polyurethan-Harz (PUR) vergossen (vgl. Abbildung 4.3).

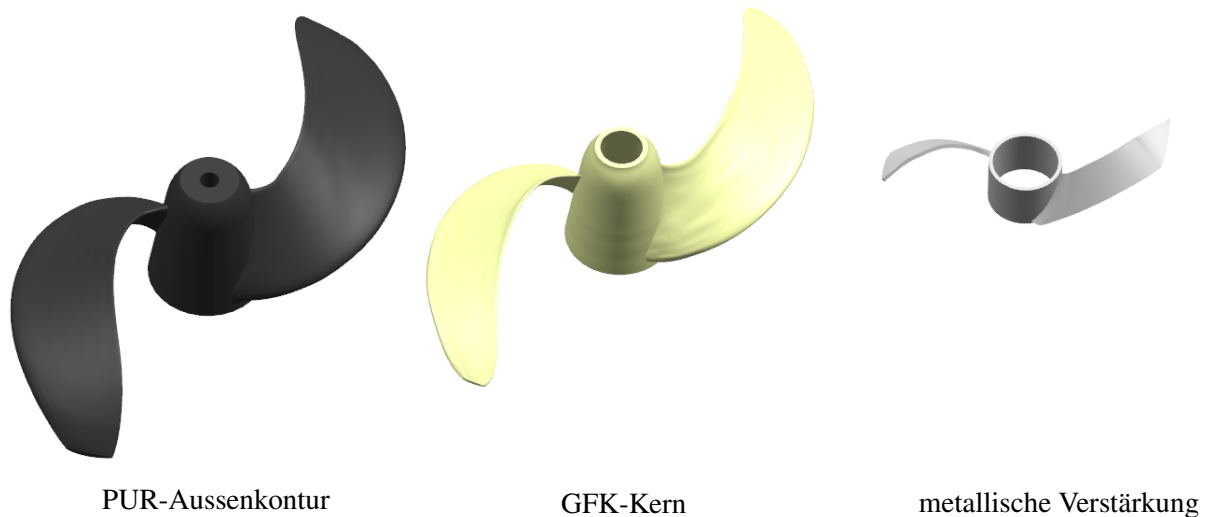


Abb. 4.3: Explosionsansicht eines CAD-Modells zum Aufbau des Rührwerkrotors

Die Halbschalen des GFK-Kerns werden abwechselnd aus regellosen und biaxialen ( $\pm 45^\circ$ ) Glasfaser-matten bzw. -gelegen lagenweise aufgebaut und mit einem ungesättigtem Polyesterharz vergossen, wodurch ein Laminatverbund entsteht. Die Halbschalen werden anschließend mithilfe eines faserverstärkten Füllharzes nass verklebt. Der beschriebene Aufbau kann in Abbildung 4.4 anhand eines zerlegten Rotorflügels an ausgewählten Querschnitten nachvollzogen werden.

Diese Bauweise erlaubt eine hohe Gestaltungsfreiheit des Rotors und insbesondere der Rotorblätter. Die mittleren Elastizitätsmodule der Laminatverbünde sind in der Regel um ein Vielfaches kleiner als die metallischer Werkstoffe. In der Konsequenz ist die Bauteilsteifigkeit im Vergleich kleiner und die Verformungen sind unter gleicher Last größer. Durch die metallische Aussteifung des Rotorblattes im Blattwurzelbereich und eine abnehmende Anzahl von Laminatschichten entlang des Rotorblattes ist die Annahme eines einzelnen, isotropen Materials für das gesamte Rotorblatt nicht möglich.

<sup>2</sup>inAbbildung 4.3 nicht enthalten

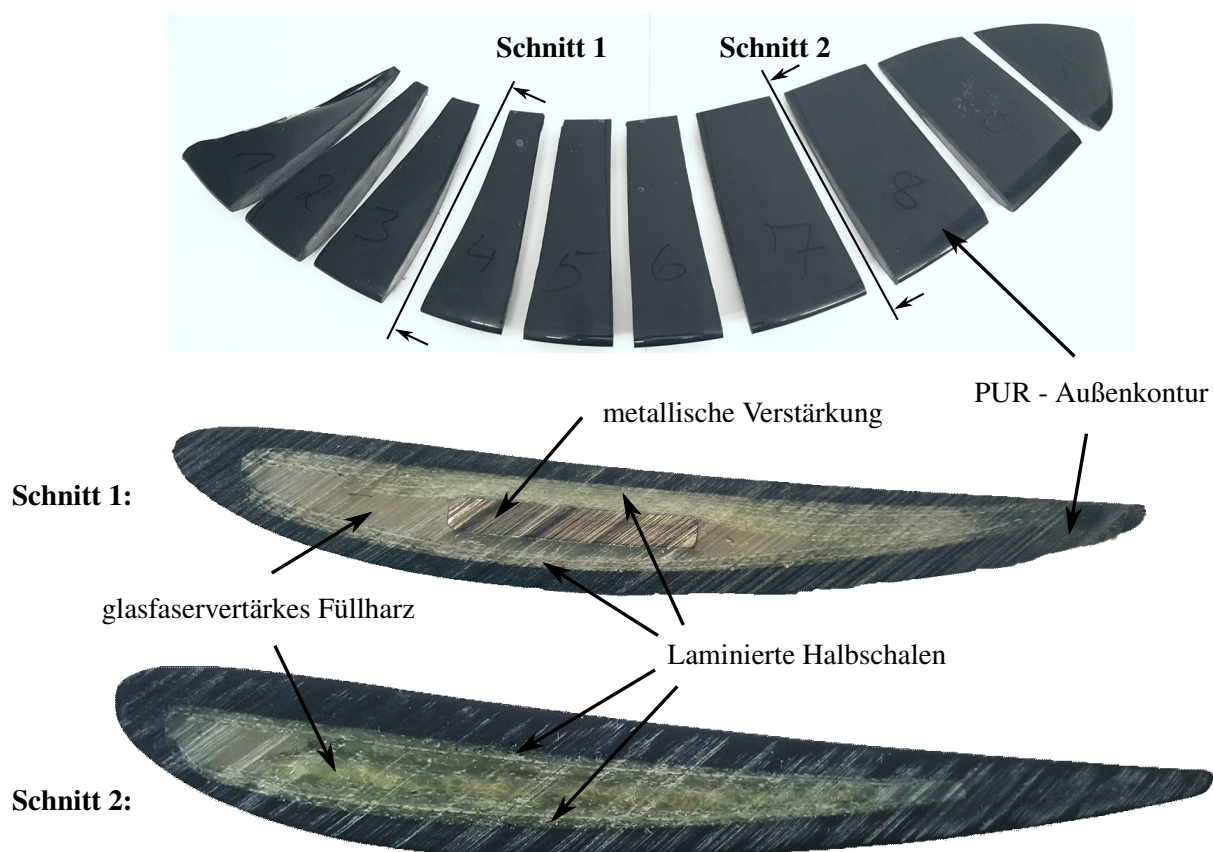


Abb. 4.4: Darstellung des zerlegten Rotorblattes mit ausgewählten Querschnitten

#### 4.1.2 Rundlaufkanal und Messaufbau

Die experimentellen Untersuchungen wurden an der Universität Rostock im Rundlaufkanal des Lehrstuhls Strömungsmechanik durchgeführt. Der Rundlaufkanal hat einen Außendurchmesser von 20 m, eine Kanalbreite von 6 m und eine Wassertiefe von 3 m. Alle Wände des Kanals sind mit vertikalen bzw. horizontalen Vorrichtungen zur Dämpfung der Strömung versehen und verursachen ein inhomogenes Anströmen des Tauchmotorrührwerkes (siehe. Unterabschnitt 4.3.2). Im Zentrum des Rundlaufkanals befindet sich ein Dreharm, der sich beidseitig über den Kanal erstreckt. Für die Untersuchungen des Tauchmotorrührwerkes wurde der Dreharm festgesetzt. An einem der Ausleger wurde der Messaufbau montiert. Der Messaufbau besteht aus einer Aufhängekonstruktion, welche radial auf der Gleitschiene des Auslegers verschiebbar ist und während einer Messung fixiert wird. An der Aufhängung befindet sich ein 4 m langer Hauptträger mit einem festen Sitz für das Tauchmotorrührwerk. Der Träger wird über zwei Lager gehalten: Ein Drehgelenk mit einem Freiheitsgrad nimmt den Großteil der Lasten auf, während über einen Hebelarm der Schub des Tauchmotorrührwerkes auf eine einachsige Kraftmessvorrichtung übertragen wird. Um Querkräfte auf die Kraftmessvorrichtung zu vermeiden wird der Hauptträger mithilfe einer

Zusatzkonstruktion auf Teflon-Gleitschienen axial geführt. In Abbildung 4.5 ist der Rundlaufkanal und der Messaufbau mit den wichtigsten Abmessungen schematisch dargestellt.

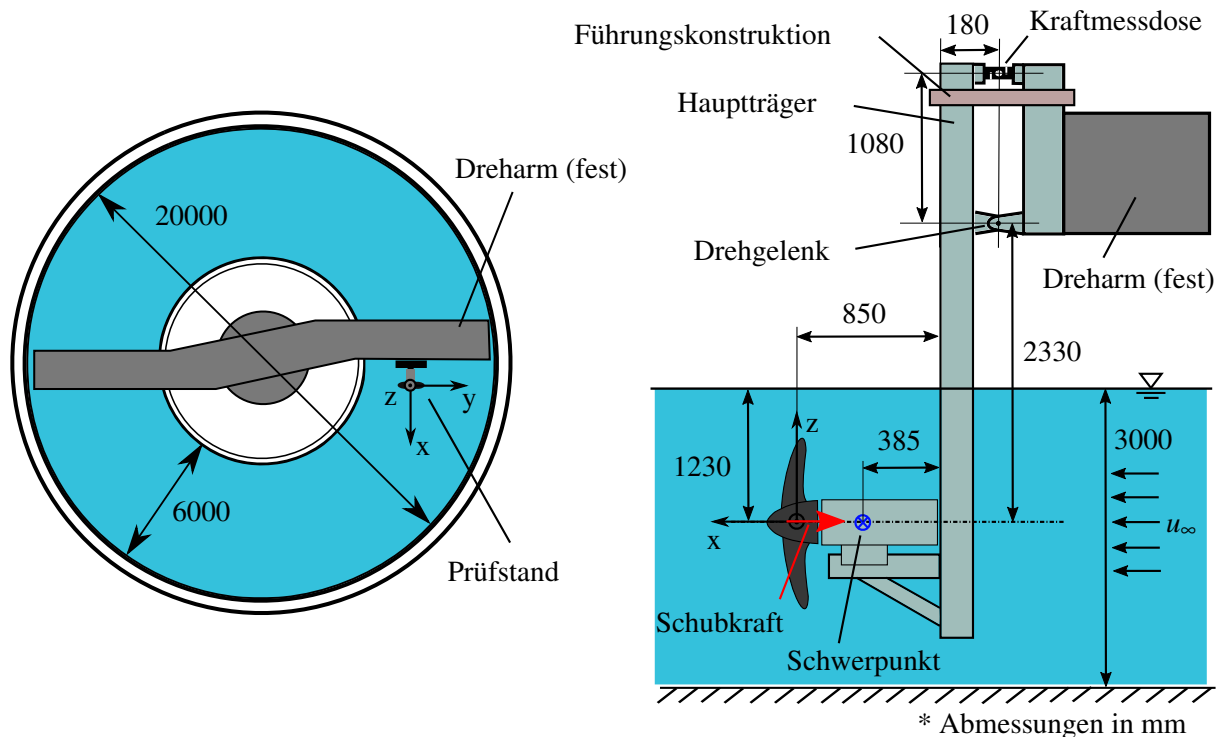


Abb. 4.5: schematische Darstellung des Rundlaufkanals und Prüfstands für Tauchmotorrührwerke

## 4.2 Experimentelle Methoden

Mithilfe des beschriebenen Tauchmotorrührwerkes werden die Ergebnisse der numerischen Modelle validiert. Zu diesem Zweck werden der hydrodynamisch erzeugte Schub und das wirkende Drehmoment sowie die axialen Anströmgeschwindigkeiten erfasst. Ungleichförmig verteilte axiale Anströmgeschwindigkeiten führen zu Biegemomenten und Querlasten auf den Rotor, welche eine gerichtete Verschiebung der Rotorwelle erwarten lassen. Um diesen Effekt zu erfassen, werden die Anströmbedingungen experimentell erfasst und die Verschiebung der Nabe gegenüber dem Gehäuse gemessen. Infolge der über den Umfang variierender Lasten auf das Rotorblatt sind entsprechende ortsabhängige Verformungen des flexiblen Rotorblattes zu erwarten. Mittels zeitaufgelöster Dehnungsmessungen können die Verformungen und Lasten eines Rotorblattes später mit den Verschiebungen des Rotors korreliert werden. Kraft-, Verschiebungs- und Dehnungsmesssignale werden über ein Messwerterfassungssystem (*NI 9066 Embedded-Controller*) mit einer Abtastrate von 1 kHz durch ein *LabView*-Programm erfasst. Der Asynchronmotor des Tauchmotorrührwerkes wird mit einem Frequenzumformer betrieben. Der Frequenzumformer ist über eine Profibuschnittstelle mit dem Prüfstandsrechner verbunden. Über diese Schnittstelle

wird das Drehmoment, die Motorleistung, sowie Statorstrom und -spannung gemessen und die Drehfrequenz der Maschine gesteuert. In Tabelle 4.1 sind die Messsysteme und die zugehörigen systematischen Messunsicherheiten laut Herstellerangaben zusammengefasst.

Tab. 4.1: Messsysteme und Messunsicherheiten

Messgröße	Sensoren	Endwert	syst. Unsicherheit
Schub	Kraftmesssystem	$\pm 10 \text{ kN}$	0.2 % v. E.
Strömungsgeschw.	Flügelradanemometer	5 m/s	2 % v. E. + 3 % v. M.
Dehnungen	DMS-Telemetrie <sup>3</sup>	$\pm \frac{1 \cdot 10^5}{K} \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$	0.5 % v. E.
Rotorverschiebungen	Wirbelstromsensoren	2 mm	0.04 % v. E.
Drehmoment	Frequenzumformer	$M_N = 35 \text{ Nm}$	10 % v. M.
Motorstrom		$I_N = 9.4 \text{ A}$	

### 4.2.1 Ermittlung der Schubkräfte

Die Schubmessung des Rührwerkes erfolgt mit einer einachsigen Kraftmessvorrichtung, welche am oberen Ende des Prüfstandes als Lagerelement den Schub  $T$  über einen vom Hauptträger definierten Hebel überträgt. In der gewählten Konfiguration bewirkt der Schub des Tauchmotorrührwerkes über die Hebelarme eine Zugkraft auf die Kraftmessdose. Aus den Abmessungen in Abbildung 4.5 folgt ein Verstärkungsfaktor  $V_S = 2.157$  für die zu messende Zugkraft  $F_{\text{Zug}}$ . Der Schub  $T$  berechnet sich auf diese Weise zu:

$$T = F_{\text{Zug}} / V_S . \quad (4.1)$$

Um Querkräfte auf den Sensor zu vermeiden, wurde eine Führungskonstruktion für den Rührwerksträger eingesetzt. Die mit Teflon-Schienen versehenen Gleitflächen verfügen über geringe Haft- bzw. Gleitreibungskoeffizienten, welche für die Materialpaarung Stahl-Teflon näherungsweise identisch  $\mu_0 = \mu = 0.04$  sind. Unter der Annahme, dass maximal 25% des wirkenden Schubs als Querkräfte wirken, muss bei der Messung der Zugkraft eine zusätzliche systematische Unsicherheit von max. 2% v.M. angenommen werden.

### 4.2.2 Ermittlung der axialen Anströmgeschwindigkeiten

Die Messung der axialen Strömungsgeschwindigkeiten erfolgt mit fünf vertikal angeordneten Flügelradanemometern (S1-S5: Abstand je 0.25 m, vgl. Abb. 4.6), welche einen halben Rotordurchmesser vor dem Rotor des Tauchmotorrührwerkes positioniert sind. Der mittlere Sensor S3 befindet sich in der Ausgangskonfiguration auf Höhe der Rotorachse, sodass jeweils zwei Sensoren die Verteilung der Strömungsgeschwindigkeiten in die positive und negative vertikale  $z$ -Richtung erfassen. Alle Sensoren sind aufgrund

<sup>3</sup>Endwert abhängig vom  $K$ -Faktor des verwendeten DMS (siehe Gl. 4.2)

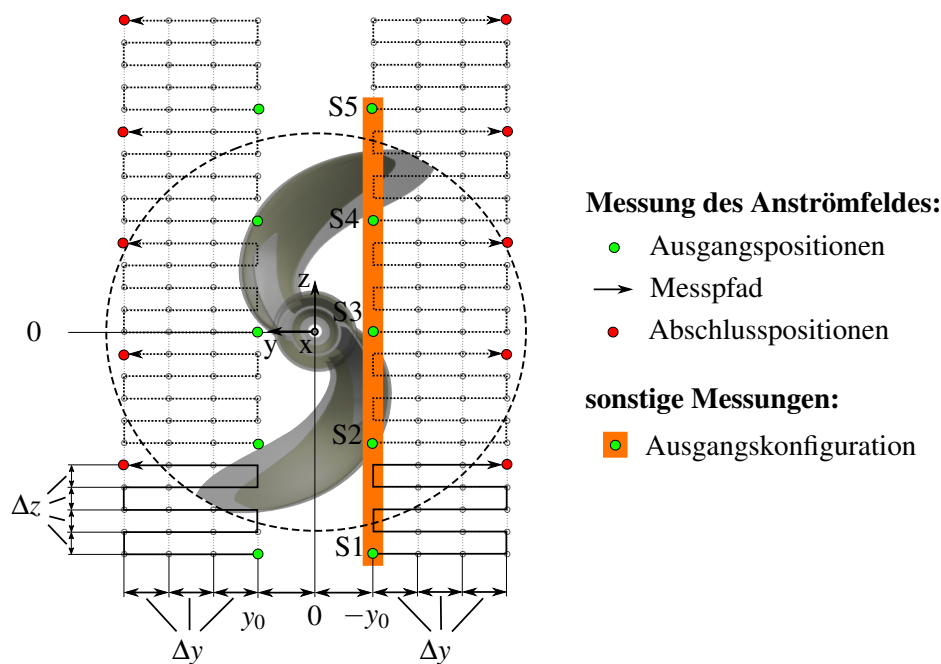


Abb. 4.6: Positionen der Flügelradanemometer vor dem Tauchmotorrührwerk während der Strömungsmessungen (Blick in Strömungsrichtung)

des Rührwerkgehäuses um  $y_0 = \pm 0.13$  m horizontal zur Rotorachse versetzt. Die Verteilung der axialen Strömungsgeschwindigkeiten im Abstand  $x = -D/2$  vor der Rotorebene wird im Folgenden als Anströmfeld bezeichnet. Zur Erfassung des Anströmfeldes werden die Sensoren entlang eines Messpfades stufenweise mit  $\Delta y = 0.1$  m bzw.  $\Delta z = 0.05$  m verschoben. Die Messung des Anströmfeldes erfolgt bei maximaler Betriebsdrehzahl beidseitig des Rotors. Die Untersuchungen anderer Drehzahlen und Betriebsbedingungen wurden in der beschriebenen Ausgangskonfiguration durchgeführt.

### 4.2.3 Dehnungsmessung auf dem Rotorblatt

Dehnungsmessstreifen werden zur Dehnungsmessung an unterschiedlichen Positionen des Blattes eingesetzt, um eine Korrelation mit den Blattverschiebungen zu ermöglichen. Da die Hauptspannungsrichtungen des räumlich gekrümmten Bauteils nicht bekannt sind, wurden sechs drei-lagige DMS-Rosetten (#1-#6) verwendet, welche auf der Druckseite des Rotorblattes auf dem GFK-Kern entlang der Spannungsrichtung appliziert wurden. Die jeweiligen Lagen der DMS-Rosette a,b und c sind in  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  und  $90^\circ$  zueinander ausgerichtet (vgl. Abbildung 4.7). Die Länge des DMS-Messgitters beträgt 6 mm, um lokale Variationen der Dehnung infolge der Glasfaservertärkung durch eine resultieren Mittelwertbildung aus-

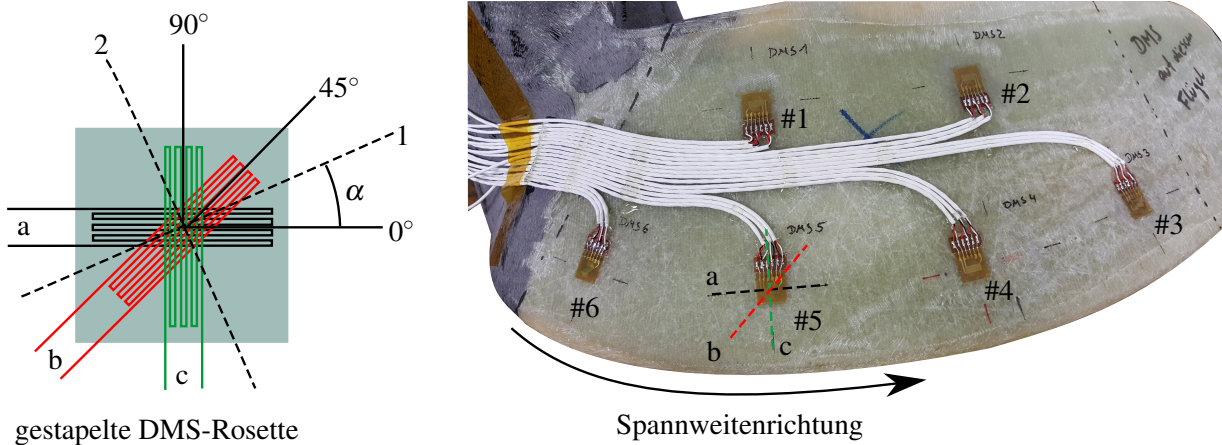


Abb. 4.7: schematische Darstellung einer gestapelten DMS-Rosette inkl. Hauptdehnungsrichtungen (links) und Darstellung der DMS-Anordnung auf dem GFK-Kern des Rotorblattes (rechts)

zugleich. Der Widerstand der DMS beträgt gemäß der Anforderungen des Messsystems  $350 \Omega$ . Die  $K$ -Faktoren der einzelnen DMS (a,b,c) einer Messrosette lauten:

$$K_a = 2.03 \pm 1.0\% \quad K_b = 2.05 \pm 1.0\% \quad K_c = 2.04 \pm 1.0\% . \quad (4.2)$$

Der GFK-Kern inklusive der DMS und Anschlussverkabelung wurden mit der PUR-Außenkontur vergossen, um feuchtigkeitsbedingte Kurzschlüsse zu vermeiden. Zur Kompensation von Widerstandsänderungen, infolge von Längenänderung der vergossenen Anschlusskabel, wurden die DMS in Dreileiterkonfiguration an die Wheatstone-Viertelbrücken des Dehnungsmesssystems angeschlossen.

Das verwendete Messsystem wurde von der *Telemetrie Elektronik GmbH* als 10-Kanal-Telemetrie konzipiert. Die Telemetrie besteht aus einem Sender im rotierenden System und einem Empfänger im stationären System. Beide Systeme sind über ein Antennensystem und eine induktive Speisung zur Spannungsversorgung des Senders und der Sensoren gekoppelt. Die Signalübertragung innerhalb der Telemetrie ist in Abbildung 4.8 schematisch dargestellt. Alle Kanäle der Telemetrie wurden auf einen Messbereich von  $\pm 5000 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$  kalibriert.

Zwischen der Ausgangsspannung  $U_{out}$  im Wertebereich  $\pm 10\text{V}$  und der Dehnung  $\varepsilon$  der DMS a,b,c in  $\mu\text{m}/\text{m}$  besteht folgender Zusammenhang:

$$\varepsilon_{a,b,c} = \left[ \frac{R_V}{C_{sys}} \frac{10^6}{K_{a,b,c}} \frac{4}{U_{DMS} n_{WS}} \right] U_{out} . \quad (4.3)$$

Dabei sind  $R_V = 6.2\text{k}\Omega$  und  $C_{sys} = 5128\text{k}\Omega$  der Verstärkungswiderstand bzw. eine Systemkonstante der Telemetrie. Die Versorgungsspannung der DMS beträgt  $U_{DMS} = 5\text{V}$  und die Anzahl aktiver DMS in der

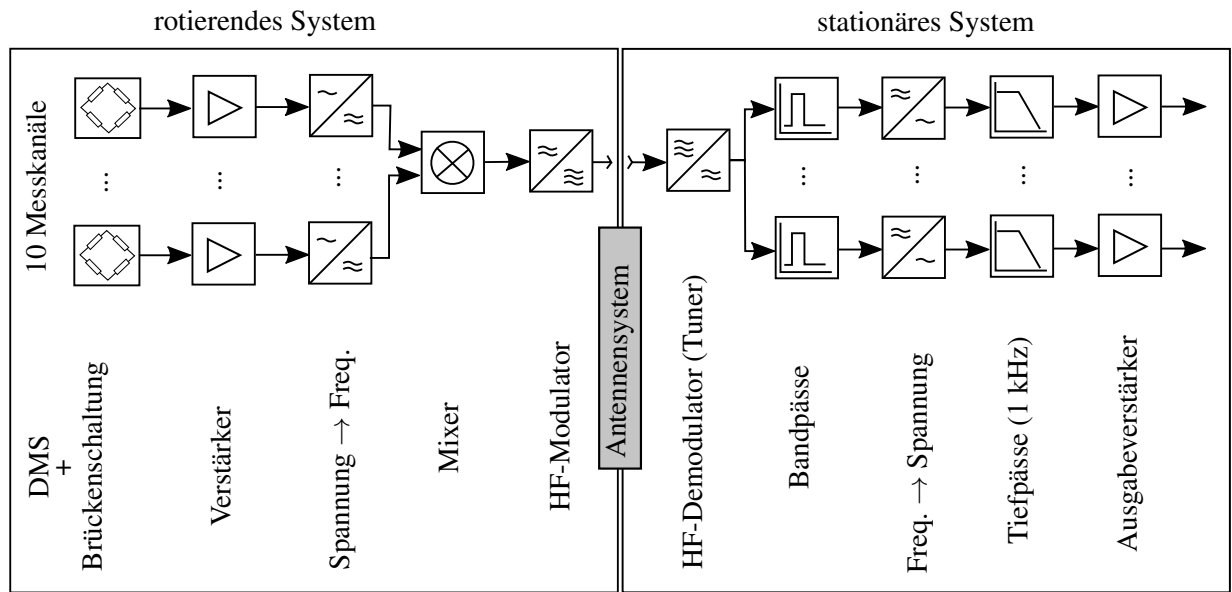


Abb. 4.8: schematische Darstellung der Signalübertragung per DMS-Telemetrie

Wheatstonebrücke  $n_{WS} = 1$ . Die Hauptdehnungen mit den Wirkrichtungen 1 und 2 (vgl. Abb. 4.7) ergeben sich für jede DMS-Rosette nach Keil [2017] zu:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2} . \quad (4.4)$$

Zur besseren Vergleichbarkeit mit numerischen Ergebnissen wird die Vergleichsdehnung

$$\varepsilon_V = \frac{1}{1 + \nu} \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_3 - \varepsilon_2 \varepsilon_3} \quad (4.5)$$

verwendet. Hierin sind  $\nu$  bzw.  $\varepsilon_3$  die Querkontraktionszahl des Werkstoffes und eine per Messung nicht erfassbare Dehnung, welche nach Keil [2017] aus den gemessenen Werten berechnet werden kann:

$$\varepsilon_3 = -\frac{1}{1 - \nu} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) . \quad (4.6)$$

#### 4.2.4 Messungen der Rotorverschiebungen

Die Messung der Rotorverschiebungen erfolgt unter Anwendung von Wirbelstromsensoren. Wirbelstromsensoren erlauben die berührungslose Abstandsmessung zu elektrisch leitfähigen Probekörpern. Die Kombination aus einer Senserspule (Induktivität), einem Leiter (Widerstand) und einem in der Messelektronik befindlichen Kondensator (Kapazität) bilden einen aktiven elektrischen Schwingkreis (vgl. Abb. 4.9). Dieser aktive Schwingkreis erzeugt ein magnetisches Wechselfeld, welches im elektrisch leitfähigem Probekörper Wirbelströme induziert. Diese Wirbelströme wirken entgegen ihrer Ursache. Dadurch entziehen sie dem magnetischen Feld Energie und dämpfen die Schwingungsamplitude des Schwingkreises. Die

Veränderung der Schwingungsamplitude korreliert mit dem Abstand des Messobjektes vom Sensor und wird von der Messelektronik entsprechend interpretiert.

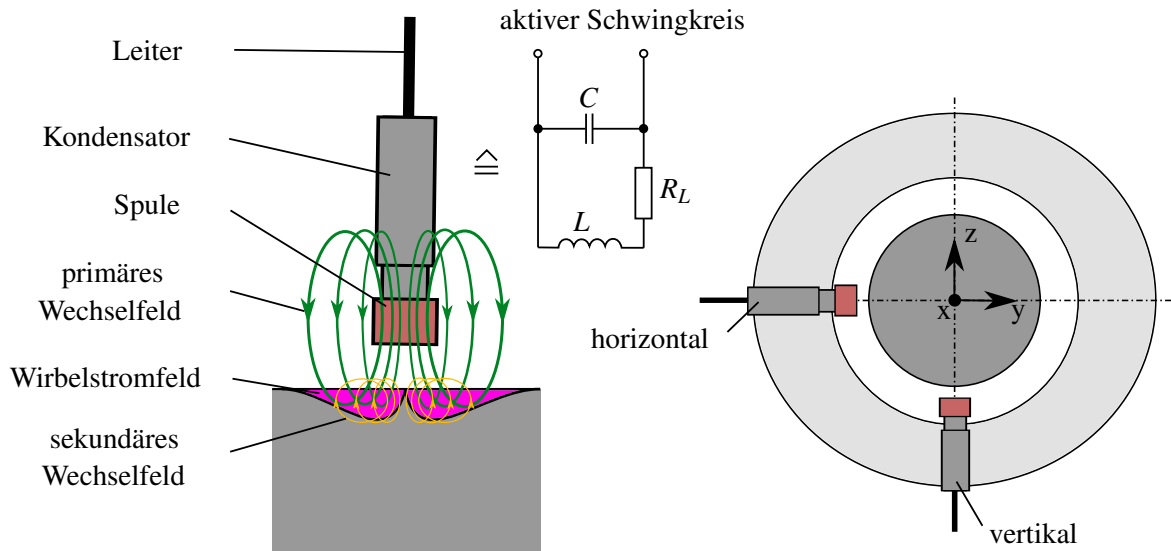


Abb. 4.9: Aufbau eines Wirbelstromsensors (links) und Sensoranordnung zur Messung der Rotorverschiebung (rechts)

Zur Erfassung des rotordynamischen Verhaltens werden zwei Sensoren vertikal und horizontal zueinander auf die Rotorwelle ausgerichtet. Der Abstand der Sensoren zur Welle beträgt näherungsweise die Hälfte des maximalen Messbereichs von 2 mm. Die Sensoren wurden vom Hersteller auf das verwendete Material der Welle kalibriert, um Linearitätsfehler zu minimieren.

Im Folgenden beziehen sich die Begriffe Abstand und Verschiebung auf die Entfernung zwischen Sensor und Welle bzw. die Auslenkung des Wellenmittelpunktes. Aus dem zeitlichen Verlauf der gemessenen Abstände  $y_n(t)$  und  $z_n(t)$  können in Abhängigkeit der Drehzahl  $n$  die zeitlich gemittelten Abstände  $\bar{y}_n$  und  $\bar{z}_n$  berechnet werden. Die Verschiebungen  $\Delta\bar{y}_n$  bzw.  $\Delta\bar{z}_n$  werden indirekt bestimmt (vgl. Abb. 4.10). Die Oberflächenbeschaffenheit der Welle und die Exzentrizität des Wellenmittelpunktes gegenüber der Rotationsachse führen bereits bei lastfreier Rotation zu periodischen Schwankungen<sup>4</sup> der Abstandsmesswerte. Um diese Einflüsse zu kompensieren, wird eine Grundstellung definiert (vgl. Abb. 4.10 links). Die mittleren Abstände  $\bar{y}_0$  und  $\bar{z}_0$  werden als Grundabstände für den Fall der lastfreien Welle bezeichnet und als konstant angenommen. Für die Verschiebungen der Welle infolge äußerer Lasten gilt:

$$\Delta\bar{y}_n = \bar{y}_n - \bar{y}_0 \quad \text{und} \quad (4.7)$$

$$\Delta\bar{z}_n = \bar{z}_n - \bar{z}_0 . \quad (4.8)$$

<sup>4</sup>periodisch über eine Umdrehung

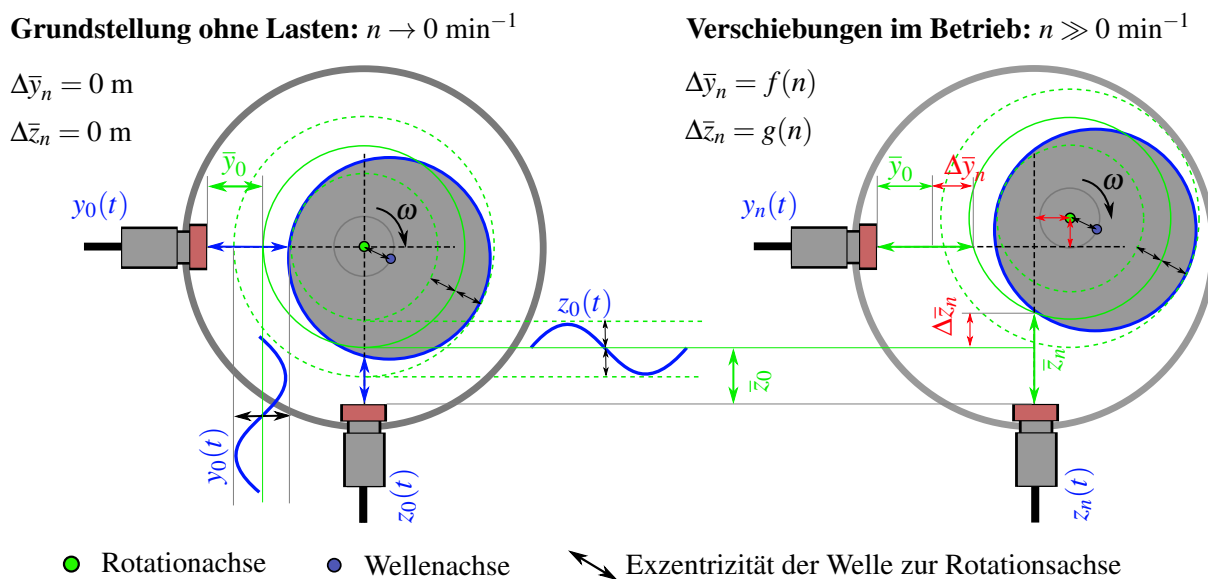


Abb. 4.10: Auswertung der Abstandsmessungen

Im Gegensatz zur Gewichtskraft und Auftriebskraft sind alle den Rotor auslenkenden Kräfte und Momente  $\vec{F}$  bzw.  $\vec{M}$  Funktionen der Drehzahl, wobei folgende Grenzfälle angenommen werden:

$$\lim_{n \rightarrow 0} \vec{F}(n) = \mathbf{0} \text{ N} \quad \text{bzw.} \quad \lim_{n \rightarrow 0} \vec{M}(n) = \mathbf{0} \text{ Nm} \quad (4.9)$$

Die richtungsabhängigen Grundabstände wurden im Experiment mit einer Drehzahl<sup>5</sup> von  $n \approx 3.6 \text{ min}^{-1}$  und einer Messfrequenz von 1 kHz über einen Zeitraum von 5 min berechnet. Es wird angenommen, dass die hydrodynamischen Lasten bei 1.5% der Nenndrehzahl vernachlässigbar sind. Um die Schwankung der Abstände um ihre mittlere Lage in Abhängigkeit der Drehzahl auszuwerten, wird in Anlehnung an die VDI-Richtlinie 2056 der zugehörige Effektivwert<sup>6</sup> bestimmt und ausgewertet. Analog zu den Verschiebungen wird der Effektivwert der Grundstellung von den Effektivwerten höherer Drehzahlen abgezogen, um einen lastabhängigen RMS-Wert als Bemessungsgrundlage zu erhalten.

#### 4.2.5 Messunsicherheiten und Fehlerfortpflanzung

Die Messunsicherheit kennzeichnet die nichtnegative Streuung eines Messwertes  $\phi_i$  um einen Mittelwert infolge systematischer und zufälliger Fehler ( $\Delta \phi_s$  bzw.  $\Delta \phi_z$ ). Die Abschätzung der maximalen Messunsicherheit  $\Delta \phi$  ergibt sich mit:

$$\Delta \phi = |\Delta \phi_s| + |\Delta \phi_z| \quad (4.10)$$

<sup>5</sup>ermittelt aus Frequenzanalyse der Abstandsmessungen bei minimaler Drehzahl

<sup>6</sup>quadratischer Mittelwert, engl. root-mean-square bzw. kurz: RMS

Systematische Fehler beeinflussen das Messergebnis stets in gleicher Weise (Betrag und Richtung). Ursachen sind vor allem Unvollkommenheiten der Messgeräte (Eich-, Kalibrierfehler, Nichtlinearität, Reibung, etc.), Rückwirkungen des Messgerätes auf das Messobjekt und Umwelteinflüsse (Temperatur, elektromagnetische Felder, etc.). Die systematischen Fehler der verwendeten Messgeräte sind entsprechend der Herstellerangaben in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Der zufällige Fehler ergibt sich aus den Messbedingungen. Basierend auf der Vertrauensgrenze  $\tau$  gilt:

$$\Delta\phi_z = \tau \cdot \sigma_\phi \quad (4.11)$$

Hierbei ist die Standardabweichung  $\sigma_\phi = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (\phi_i - \bar{\phi})^2}$ , mit dem Erwartungswert bzw. dem arithmetischen Mittel  $\bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_i)$  und einem Stichprobenumfang  $N$  definiert. Für aus den Messwerten abgeleitete Größen wurde das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz zur Bestimmung der Unsicherheiten verwendet. Die jeweiligen Unsicherheiten werden in den Abbildungen mittels Fehlerbalken mit einem Vertrauensniveau von 95% dargestellt.

### 4.3 Messergebnisse

Mit dem Tauchmotorrührwerk wurden verschiedene Messreihen zur Untersuchung des Anfahrverhaltens sowie des drehzahlabhängigen Betriebsverhaltens durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden in den folgenden Abschnitten dargelegt.

#### 4.3.1 Anfahrverhalten und instationärer Betrieb

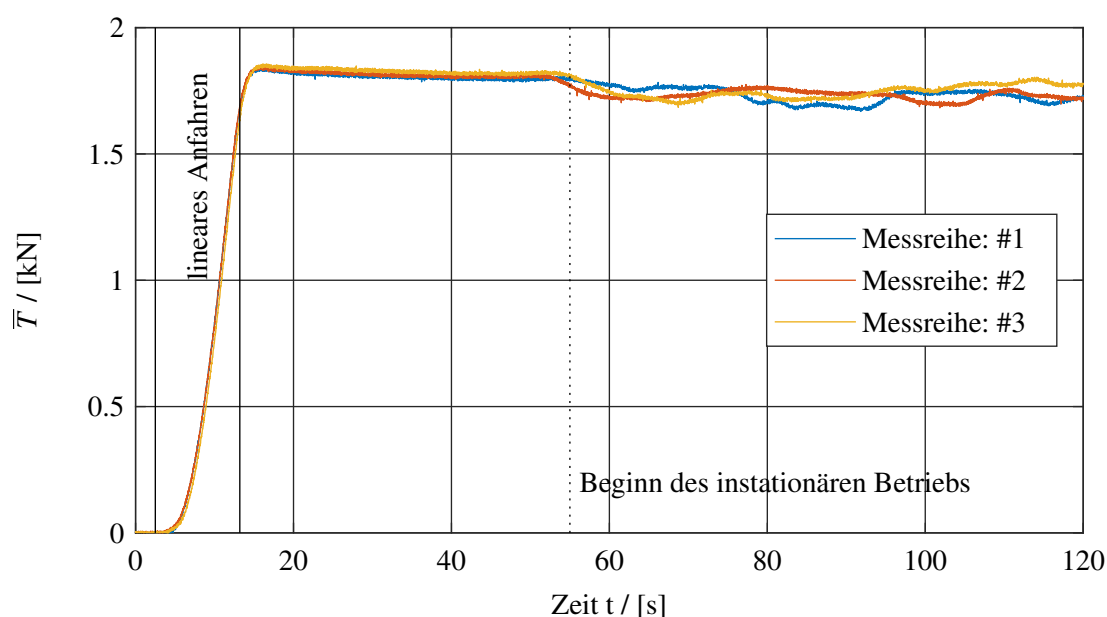


Abb. 4.11: Verlauf des gemessenen Rührwerkschubs beim Start aus der Ruhe

Ausgehend von einem ruhenden Fluid im Rundlaufkanal wird das Tauchmotorrührwerk beim Anfahrversuch in näherungsweise 10 s aus dem Ruhezustand linear bis zur Betriebsdrehzahl ( $n = 242 \text{ min}^{-1}$ ) hochgefahren. In Abbildung 4.11 ist der Verlauf des gemessenen Schubs auf das Rührwerk in den ersten zwei Minuten für drei Messreihen dargestellt. Während die Drehzahl im Anfahrzeitraum linear steigt, nimmt der Schub exponentiell zu. Die geringen Anströmungsgeschwindigkeiten zu Beginn und die anfänglich langsame Konvektion der Anfahrwirbel hinter den Rotorblättern führen zu einem Schubmaximum nach Erreichen der Betriebsdrehzahl. Während sich die Strömung einstellt, sinkt der Schub kontinuierlich ab. Durch die Trägheit des Fluides und die Gestaltung des Rundlaufkanals<sup>7</sup> stellt sich nach dem Start des Tauchmotorrührwerkes eine instationäre Anströmung ein (siehe Abbildung 4.13). Da die mittlere Anströmungsgeschwindigkeit antiproportional zum erzeugten Schub ist, kann aus Abbildung 4.11 entnommen werden, dass es bei maximaler Drehzahl etwa 55 s dauert bis die vom Tauchmotorrührwerk eingetragenen Störungen den Rundlaufkanal erstmals durchströmt haben und eine instationäre Anströmung im Betrieb

<sup>7</sup>Beruhigungsgitter an den Wänden

bewirken. Alle weiteren Untersuchungen wurden im ausschließlichen in diesem drehzahlabhängigen Betriebszeitraum durchgeführt. In den folgenden Abschnitten wird das instationäre Anströmfeld beschrieben und statistisch ausgewertet.

### 4.3.2 Axiale Anströmgeschwindigkeiten

Mit Hilfe der in Abschnitt 4.2.2 beschriebene Ausgangskonfiguration wurde die Verteilung der axialen Geschwindigkeiten bei verschiedenen Drehzahlen  $n$  untersucht.

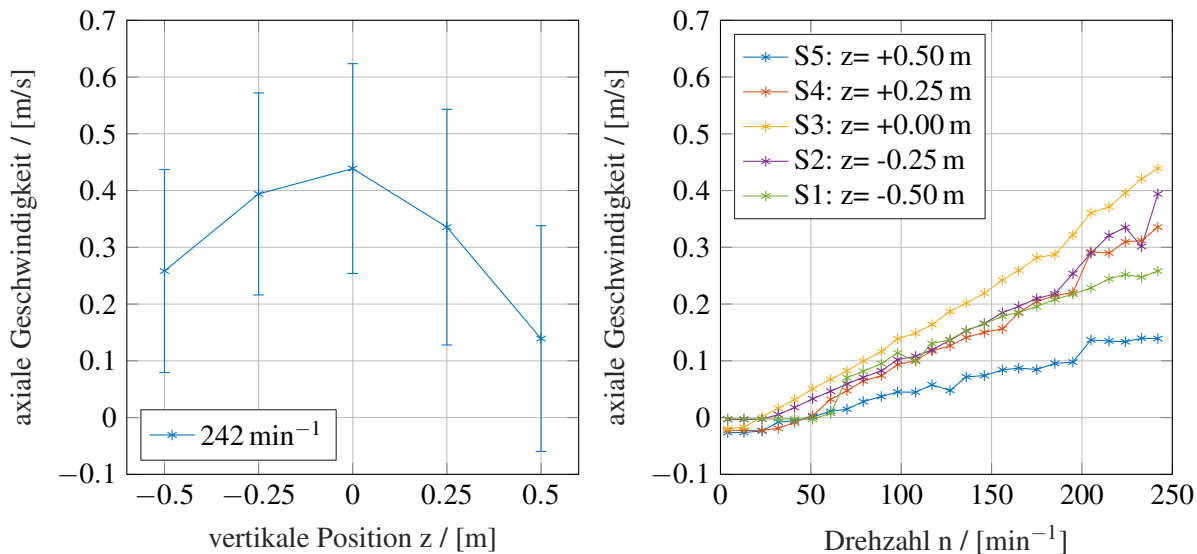


Abb. 4.12: Verteilung der Axialgeschwindigkeit bei Betriebsdrehzahl(links), mittlere Axialgeschwindigkeit je Sensor über der Drehzahl (rechts), Messdauer pro Drehzahl:  $t_{mess} = 900$  s

In Abbildung 4.12 ist auf der linken Seite die Axialgeschwindigkeitsverteilung  $u_{\infty}(z)$  bei Betriebsdrehzahl inklusive der Messunsicherheit dargestellt<sup>8</sup>, während auf der rechten Seite die Verläufe der mittleren Axialgeschwindigkeiten aller Sensoren S1-S5 über der Drehzahl wiedergegeben sind. Es ist zu erkennen, dass die Axialgeschwindigkeiten näherungsweise linear mit der Drehzahl steigen. Im gesamten Drehzahlbereich liegt das Maximum der axialen Strömungsgeschwindigkeit auf der Höhe der Rotorachse ( $z = 0$  m) und fällt ober- und unterhalb der Rotorachse ab. Es ist festzuhalten, dass die axialen Strömungsgeschwindigkeiten oberhalb des Rotors, in Richtung der freien Wasseroberfläche ( $z > 0$  m), wider Erwarten stärker abfallen als unterhalb, in Richtung des Rundlaufkanalbodens ( $z < 0$  m). Die Ursachen werden im Folgenden näher betrachtet.

Die Ergebnisse der Messungen des Anströmfeldes bei Betriebsdrehzahl sind in Abbildung 4.13 als Kontur mit Blick entgegen der Strömung dargestellt. Innerhalb des Anströmfeldes ist eine Überhöhung der mittleren Axialgeschwindigkeit im Bereich des Rotors zu erkennen. Dies ist mit der Verdrängungswirkung des Rührwerkgehäuses und der Sogwirkung des Rotors zu erklären. Das Maximum befindet sich nahe der

<sup>8</sup>entsprechend der Ausgangskonfiguration in Abbildung 4.6

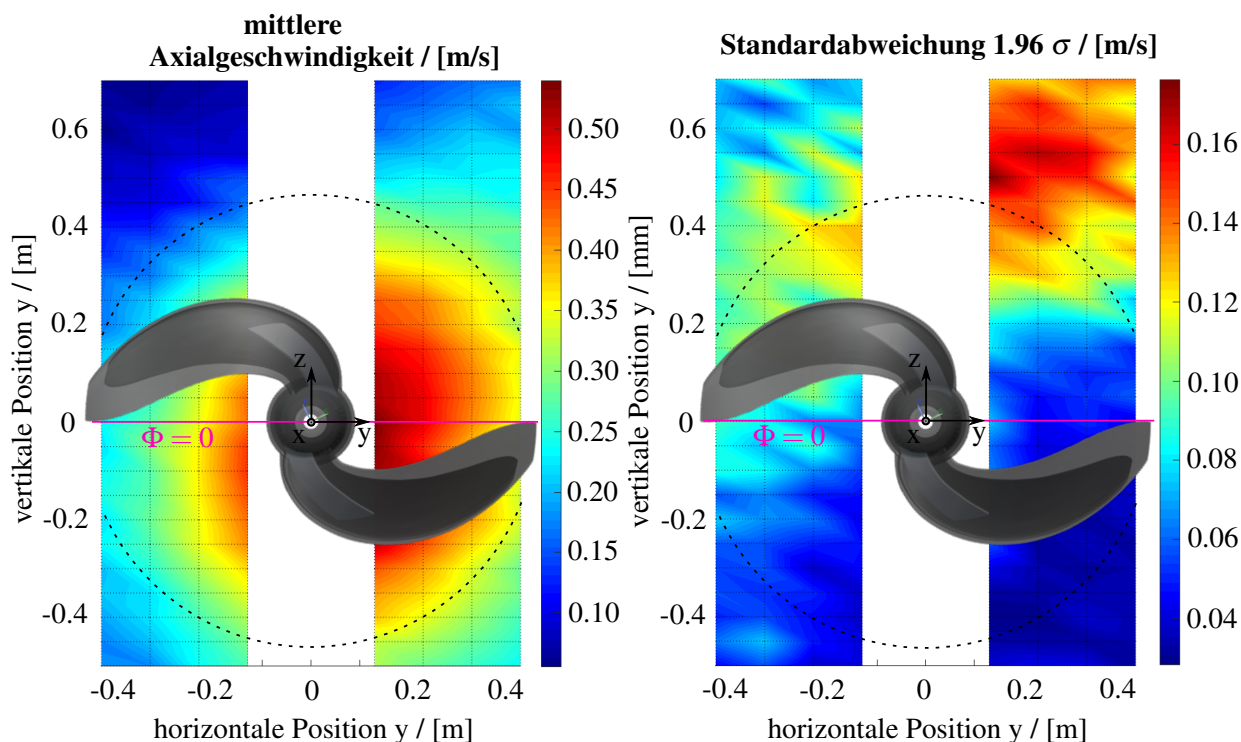


Abb. 4.13: Konturdarstellung des Anströmfeldes mit Blick entgegen der Strömungsrichtung: Mittelwerte (links) und Standardabweichungen (rechts) der Axialgeschwindigkeiten ( $t_{mess} = 600$  s). Rotor in definierter Nullstellung:  $\Phi = 0$  entspricht Ausrichtung der Blattspitzen mit  $y$ -Richtung

Maschinenachse zwischen dem ersten und vierten Quadranten des  $y, z$ -Koordinatensystems. Anhand des Anströmfeldes kann nachvollzogen werden, dass die Gesamtheit der mittleren Axialgeschwindigkeit im Bereich  $y > 0$  m zwischen Tauchmotorrührwerk und äußerem Radius des Rundlaufkanals höher ist als im Bereich  $y < 0$  m. Ebenso ist die Gesamtheit der mittleren Axialgeschwindigkeiten unterhalb größer als oberhalb der Maschine. Die beschriebene Geschwindigkeitsverteilung ist eine Folge der Massenträgheit des Fluids. Im idealisierten Fall wird das Fluid vom Tauchmotorrührwerk tangential zum Rundlaufkanal beschleunigt und über dessen Umfang gefördert. Die Strömung ist infolge der Trägheit bestrebt auf einer geradlinigen Bahn zu bleiben. Bezogen auf den Rundlaufkanal strömt das Fluid demnach mit einer nach außen gerichteten radialen Geschwindigkeitskomponente. Unter Beachtung der Kontinuitätsbedingung führt dies zu dem Anstieg der axialen Strömungsgeschwindigkeit im Bereich zwischen Tauchmotorrührwerk und dem Außenradius des Rundlaufkanals. Die Reduktion der mittleren Axialgeschwindigkeit im zweiten Quadranten, in der Nähe zur Wasseroberfläche, ist zudem eine Folge der lokal begrenzten Beschleunigung des Fluids durch den Rotor.

Wie in Abbildung 4.14 dargestellt wird das Fluid lokal stark beschleunigt und strömt gegen die Außenwand des Rundlaufkanals. Durch die im Kanal eingebauten Strömungsdämpfer wird das Fluid abgebremst und vertikal abgelenkt. An der Wasseroberfläche entsteht hierdurch eine Aufstiegszone, welche das Fluid in der Nähe der Wasseroberfläche verteilt. Durch die Einbauten im Rundlaufkanal und die starke lokale

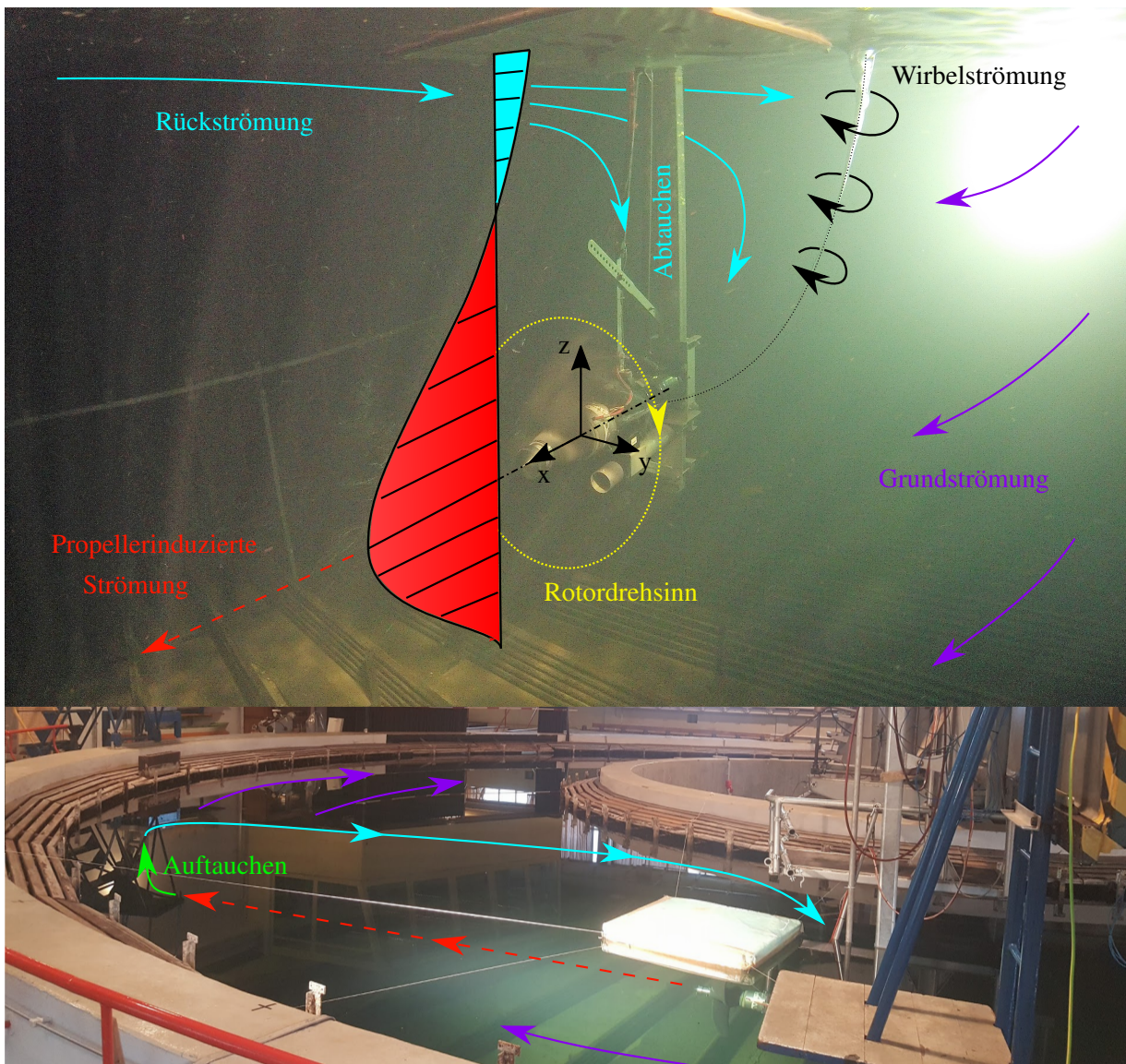


Abb. 4.14: Schematische Darstellung des Strömungsverlaufs im Rundlaufkanal

Beschleunigung durchströmt nur ein gewisser Anteil des Fluids den gesamten Rundlaufkanal. Der verbleibenden Anteil fließt nahe der Oberfläche, infolge der Kontinuitätsbedingungen und der idealisierten Grundströmung, über einen kleineren Radius entgegen der Grundströmung, zurück und taucht vor dem Rotor wieder ab. Es entsteht eine kontinuierliche Austauschströmung, welche die reduzierte mittlere Axialgeschwindigkeit im ersten Quadranten begründet. Hinweise für diese Austauschströmung liefern neben den Strömungsmessungen die Beobachtungen der Wasseroberfläche. So konnte anhand von Blasenbewegungen auf der Wasseroberfläche die beschriebene Strömung nachvollzogen werden. Durch den Rückfluss an der Oberfläche und die entgegengesetzt fließende Grundströmung entsteht eine Scherströmung. Aus der Scherströmung resultiert im Zusammenspiel mit Saugwirkung des Rotors eine Wirbelströmung. Der

Wirbelkern erstreckt sich zwischen Wasseroberfläche und Rotor. Um während des Betriebs das Einsaugen von Luft in den Rotor zu vermeiden, wurde auf der freien Wasseroberfläche ein Schwimmer positioniert. Die Stärke des Wirbels und dessen Lage sind zeitlich variabel. Infolge der beschriebenen Strömungsphänomene schwankt die gemessene Axialgeschwindigkeit während des instationären Betriebs (vgl. Abbildung 4.11). Die Streuung der Axialgeschwindigkeiten innerhalb der jeweiligen Messzeiten  $t_{mess} = 600$  s mit einer Messfrequenz  $f_{mess} = 100$  Hz können statisch mittels der Standardabweichung quantifiziert werden (siehe Unterabschnitt 4.2.5). In Abbildung 4.13 (rechts) ist die Standardabweichung des Anströmfeldes dargestellt. Hierin sind die Einflüsse der Austauschströmung und der Wirbelströmung im ersten und zweiten Quadranten anhand der erhöhten Standardabweichung deutlich zu erkennen.

### 4.3.3 Schub und Drehmoment

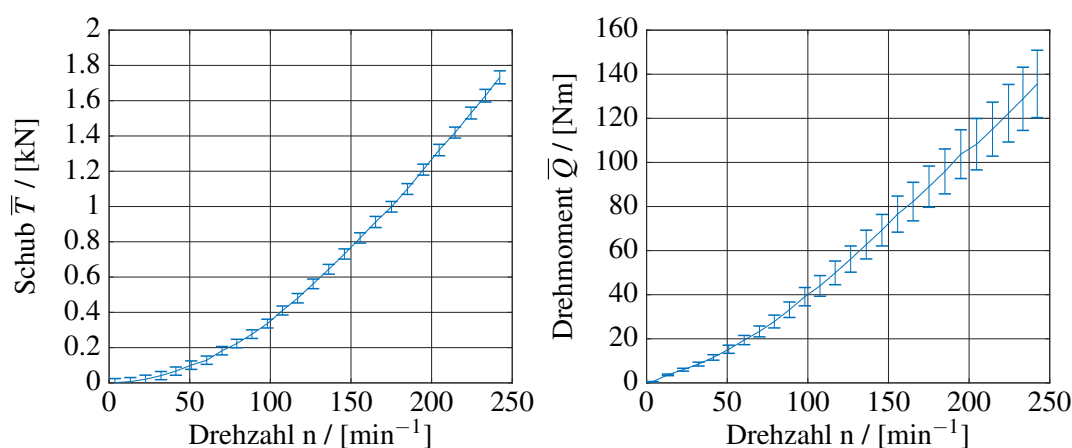


Abb. 4.15: Schub und Drehmoment des Tauchmotorrührwerkes in Abhängigkeit der Drehzahl

Die zeitlich gemittelten Werte für Schub und Drehmoment steigen mit der Drehzahl (vgl. Abbildung 4.15). Bei Betriebsdrehzahl betragen der mittlere Schub  $\bar{T} = 1732.0 \pm 36.9$  N und das Drehmoment  $\bar{Q} = 135.6 \pm 15.3$  Nm. Die verhältnismäßig große Messunsicherheit des Drehmomentes ist eine Folge der laut Hersteller angegebenen systematischen Unsicherheit (siehe Tabelle 4.1). Anhand der zeitlichen Verläufe der Messwerte ist kein Zusammenhang mit den über den Umfang variierenden Anströmgeschwindigkeiten zu erkennen.

Die hydrodynamischen Koeffizienten des Rotors<sup>9</sup> bei maximaler Drehzahl ergeben sich unter der Berücksichtigung der mittleren axialen Anströmgeschwindigkeit  $\bar{u}_\infty = 0.28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  in der Rotorfläche des Tauchmotorrührwerkes zu:

$$J = 0.08 \pm 0.051 \quad K_T = 0.155 \pm 0.0015 \quad 10K_Q = 0.1334 \pm 0.015$$

<sup>9</sup>lt. der Gleichungen 3.78, 3.75 bzw. 3.74

### 4.3.4 Dehnungen

Auf der linken Seite von Abbildung 4.16 sind die von-Mises-Vergleichsdehnungen der Dehnmessstreifen #4 bis #6 in Abhängigkeit der Drehzahl dargestellt. Die gemittelten Vergleichsdehnungen  $\bar{\varepsilon}_V$  korrelieren mit dem Verlauf des mittleren Schubs  $\bar{T}$ . Für  $n > 100 \text{ min}^{-1}$  sind die Verhältnisse aus Dehnung und Schub:  $\bar{\varepsilon}_V/\bar{T}$  für die jeweiligen DMS unabhängig von der Drehzahl annähernd konstant<sup>10</sup>.

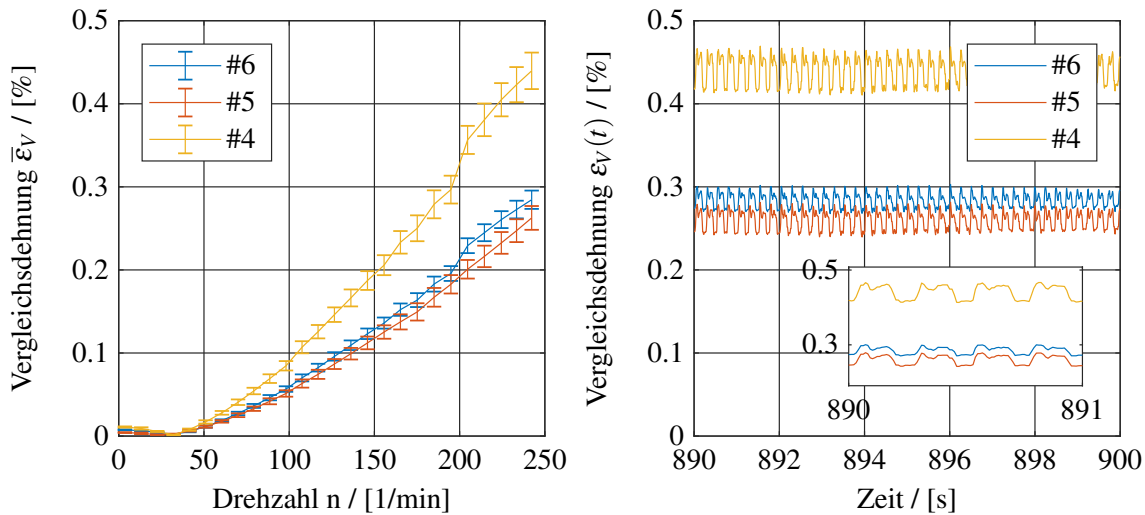


Abb. 4.16: Von Mises-Vergleichsdehnungen: zeitliche Mittelwerte über der Drehzahl (links) und Ausschnitt des zeitlichen Verlaufs bei maximaler Drehzahl  $242 \text{ min}^{-1}$  (rechts)

Die zeitlich gemittelten Werte der elastischen Vergleichsdehnung bei maximaler Drehzahl sind in Tabelle 4.2 zusammengetragen.

Tab. 4.2: zeit-gemittelte, elastische Vergleichsdehnungen bei  $n = 242.3 \text{ min}^{-1}$

DMS	#4	#5	#6
$\bar{\varepsilon}_{V,i} / [\%]$	$0.440 \pm 0.022$	$0.262 \pm 0.015$	$0.285 \pm 0.011$

Die Betrachtung der von-Mises-Vergleichsdehnungen auf einem einzelnen Rotorblatt erlaubt Rückschlüsse auf die Belastungen des jeweiligen Rotorblattes während einer Rotorumdrehung. Auf der rechten Seite von Abbildung 4.16 sind die Verläufe exemplarisch für die Betriebsdrehzahl  $n = 242 \text{ min}^{-1}$  visualisiert. Im Gegensatz zu den integralen Messgrößen von Schub und Drehmoment schwanken die Vergleichsdehnungen innerhalb eines Rotorumlafes erkennbar. Die erste Mode der Dehnungsänderungen entspricht der Drehfrequenz des Rotors:  $\approx 4 \text{ Hz}$  und lässt auf eine Variation der Anströmgeschwindigkeiten und Blattverformungen über den Umfang schließen. Im Bereich der aufsteigenden Flanken der Dehnungsverläufe ist der Rotor in der definierten Nullstellung  $\Phi = 0^\circ$  (vgl. Abbildung 4.13), wobei das

<sup>10</sup>DMS #4:  $2.54 \pm 0.07 \mu\text{m}/\text{Nm}$ , DMS #5:  $1.51 \pm 0.01 \mu\text{m}/\text{Nm}$ , DMS #6:  $1.67 \pm 0.03 \mu\text{m}/\text{Nm}$

untersuchte Rotorblatt in negative  $y$ -Richtung weist<sup>11</sup>. Aus dem Verlauf zwischen zwei aufsteigenden Flanken geht hervor, dass die Dehnungen des Rotorblattes gegenüber dem Mittelwert in den oberen Quadranten ( $z > 0$  m) größer und in den unteren Quadranten ( $z < 0$  m) geringer sind. Die Vergleichsdehnungen verhalten sich proportional zu den strömungsinduzierten Belastungen ( $\varepsilon_V \sim T$ ) des Rotorblattes und antiproportional zu der axialen Anströmgeschwindigkeit ( $\varepsilon_{max} \sim 1/u_\infty$ ). Folglich verhält sich der Schub auf das einzelne Rotorblatt ebenfalls antiproportional zur Strömungsgeschwindigkeit ( $T \sim 1/u_\infty$ )

### 4.3.5 Rotorverschiebungen

Wie zuvor erörtert, verhält sich der von einem einzelnen Rotorblatt erzeugte Schub umgekehrt proportional zur Anströmgeschwindigkeit ( $T \sim 1/u_\infty$ ). Anhand der Inhomogenität des Anströmfeldes ist die höchste Rotorblattbelastung im zweiten Quadranten und die geringste im vierten Quadranten des  $y, z$ -Koordinatensystems zu erwarten. Zum besseren Verständnis ist in Abbildung 4.17 (links) der gemessene Rotororbit, das heißt der Bewegungspfad des Wellenadapters, für die maximale Drehzahl  $n = 242 \text{ min}^{-1}$  wiedergegeben. Zusätzlich sind das Zentrum und der geometrische Mittelpunkt des Orbits dargestellt. Das Zentrum ist definiert als die zeit-gemittelte Lage des Rotor, wohingegen der geometrische Mittelpunkt die orts-gemittelte Lage des Orbits repräsentiert.

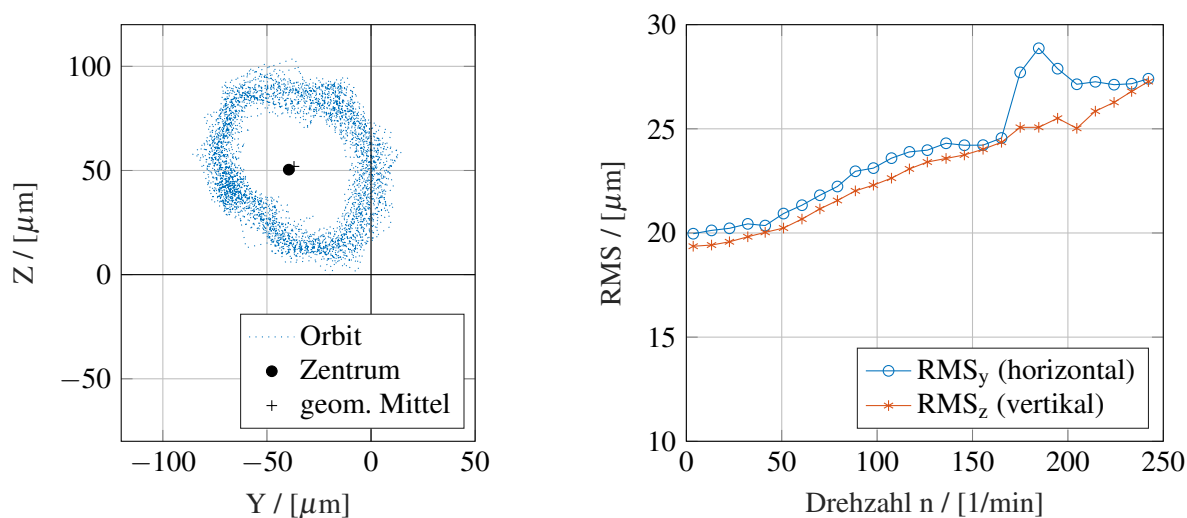


Abb. 4.17: Rotororbit bei maximaler Drehzahl  $n = 242 \text{ min}^{-1}$  (links), Effektivwerte der Rotorverschiebungen in Abhängigkeit der Drehzahl (rechts)

Abbildung 4.17 (links) ist zu entnehmen, dass sowohl das Zentrum als auch der geometrische Mittelpunkt des Wellenorbits erwartungsgemäß in Richtung des zweiten Quadranten ausgelenkt werden. Aus dem Versatz zwischen Zentrum und geometrischen Mittelpunkt kann zudem geschlossen werden, dass die Bahngeschwindigkeit entlang des Orbits variiert: (höhere Geschwindigkeit oben rechts, niedrigere Geschwindigkeit unten links). Die Bestimmung des Zentrums ist gegenüber dem geometrischen

<sup>11</sup>nachgewiesen mittels Wirbelstromsensor, welcher auf eine gekerbte Welle ausgerichtet wurde

Mittelpunkt des Orbits ungenauer, da sie von der Orbitalgeschwindigkeit und somit vom zeitlichen Auflösungsvermögen der Messung abhängt. Der Versatz zwischen Zentrum und Mittelpunkt wird im Experiment tendenziell unterschätzt, da die maximale Messfrequenz 100 Hz beträgt und folglich die Orbitalgeschwindigkeit unterschätzt wird.

Die Schwingungsamplituden um den geometrischen Mittelpunkt des Rotororbits sind drehzahlabhängig. Dies ist in Abbildung 4.17 (rechts) dargestellt: die Effektivwerte der Schwingungen (RMS) wachsen proportional mit der Drehzahl. Bis  $n = 165 \text{ min}^{-1}$  nehmen die Effektivwerte der horizontalen und vertikale Richtung gleichmäßig zu. Für  $165 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 225 \text{ min}^{-1}$  weichen die richtungsabhängigen Ergebnisse deutlich voneinander ab bevor sie sich wieder annähern. Dies ist auf eine Eigenfrequenz des Prüfstandes bzw. der Maschinenlagerung zurückzuführen, welche unter Anregung mit der Drehzahl eine resonanzbedingte Erhöhung der horizontalen Bewegungsamplitude des Tauchmotorrührwerkes bewirkt. Die Querbewegung der gesamten Maschine induziert zusätzliche Geschwindigkeiten auf den Rotor, welche zu höheren hydrodynamischen Lasten und folglich erhöhten RMS-Werten führt.

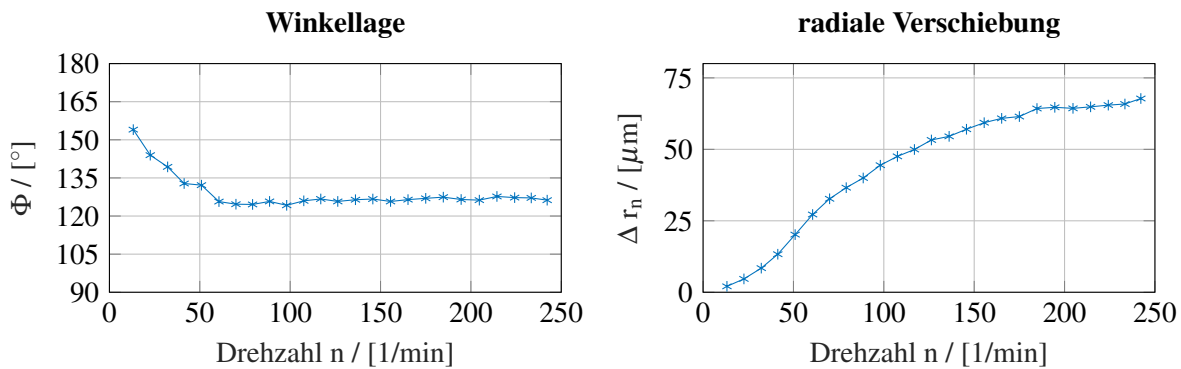


Abb. 4.18: mittlere Verschiebung des Rotors in Abhängigkeit der Drehzahl: Winkellage der Verschiebung (links), Betrag der Verschiebung (rechts)

Die Winkellage  $\Phi_g(n)$  und die radiale Verschiebung  $\Delta r_g(n)$  des geometrischen Mittelpunktes des Rotororbits sind in Abbildung 4.18 dargestellt. Ab einer Drehzahl von  $n \approx 65 \text{ min}^{-1}$  bleiben die Winkellagen im zweiten Quadranten im Bereich  $120^\circ \leq \Phi_g \leq 135^\circ$  nahezu konstant, während die Radialen kontinuierlich ansteigen.

## 5 Numerische Untersuchung des Tauchmotorrührwerkes

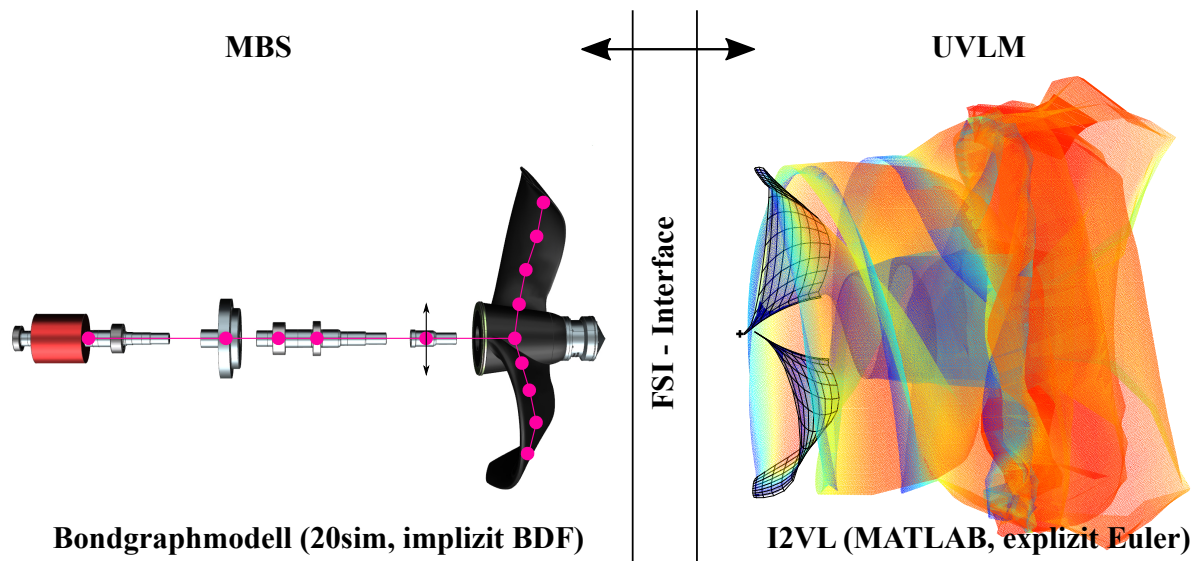


Abb. 5.1: Übersicht zum Gesamtmodell des Tauchmotorrührwerkes

Zur numerischen Analyse der Rotorbewegungen eines getauchten Strömungsmaschinensystems mit flexiblen Rotorblättern unter Berücksichtigung bidirektionaler Kopplung von hydrodynamischen Lasten und Rotorblattverformungen wurde das experimentell untersuchte Tauchmotorrührwerk TR90-2.24-4/12 verwendet. In Abbildung 5.1 sind auf Seiten der Mehrkörpersimulation (MBS) die mittels Bondgraphen modellierten Komponenten des Antriebsstrangs dargestellt (vgl. Abschnitt 3.1). Hierin sind die Schwerpunkte der konzentrierten Massen hervorgehoben. Die Kopplung der Masseschwerpunkte ist schematisch angedeutet. Dem Gegenüber steht der Programmcode zur Berechnung der hydrodynamischen Lasten mittels UVLM: *I2VL*, welcher die zeitliche Konvektion der Wirbelschleppung beinhaltet (vgl. Abschnitt 3.2). Beide Systeme sind entsprechend der in Abschnitt 3.3 beschriebenen Methoden gekoppelt.

### 5.1 Bondgraphmodell des Tauchmotorrührwerkes

Die Simulation des Tauchmotorrührwerkes in der Struktur- und Antriebsdomäne erfolgt mit dem in Abbildung 5.2 dargestellten Bondgraphmodell. Das hier abgebildete Gesamtmodell setzt sich aus den in

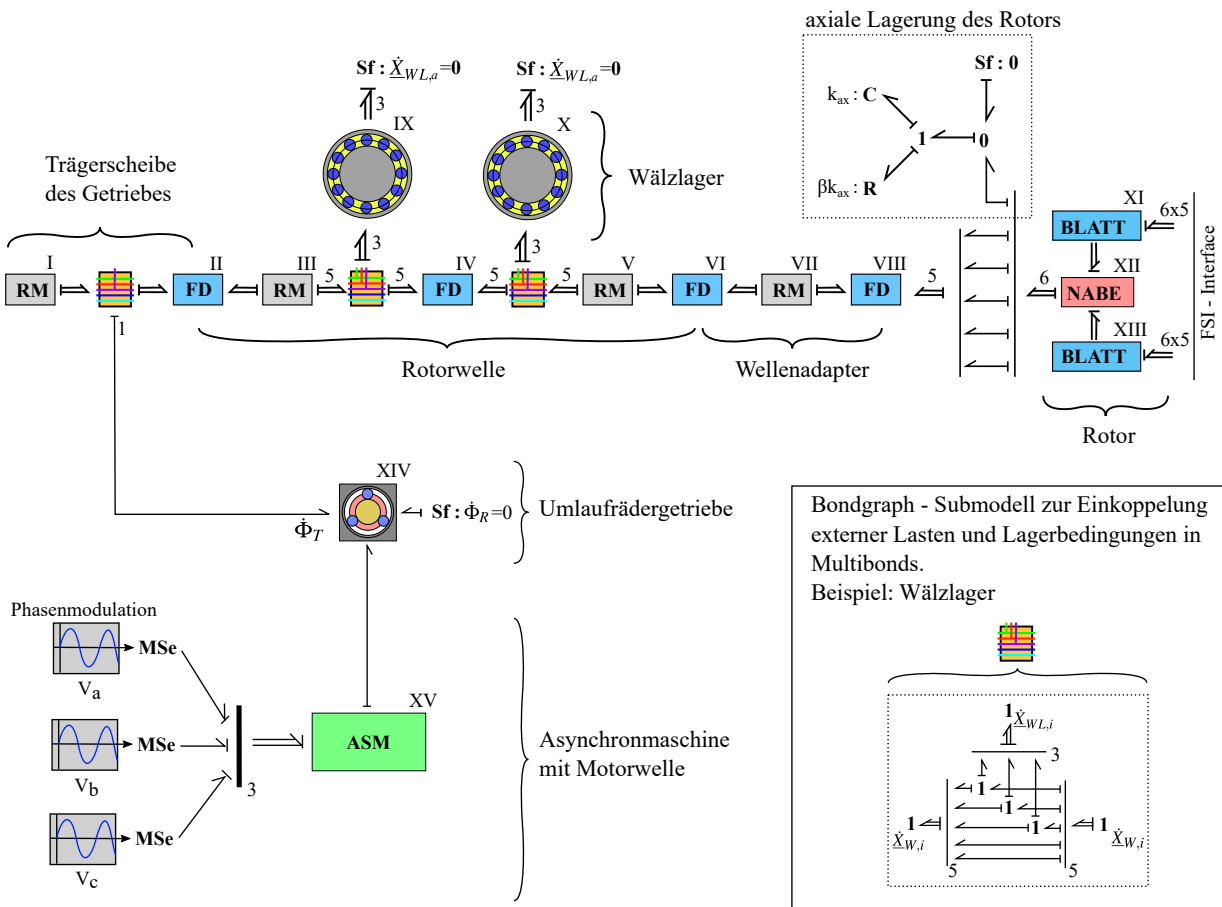


Abb. 5.2: Bondgraphmodell des Tauchmotorrührwerkes durch die Kombination Submodellen

Abschnitt 3.1 beschriebenen Submodellen der einzelnen Komponenten zusammen. Jede Komponente ist parametrisiert und wurde an die Gegebenheiten des experimentell untersuchten Tauchmotorrührwerkes angepasst. Die Einzelkomponenten des Modells in Abbildung 5.2 sind mit fortlaufenden römischen Ziffern gekennzeichnet. Die Parameter der einzelnen Modelle können in Anhang A nachgelesen werden. Im Folgenden werden die darin getroffenen Vereinfachungen und Annahmen für die Modellierung des Antriebsstrangs vorgestellt.

### 5.1.1 Modellierung des Antriebsstrangs

Die Analyse der Rotordynamik erfolgt nur für die Rotorwelle, da aus den Messungen Validierungsdaten für die Rotorbewegungen auf Höhe des Wellenadapters vorliegen. Mögliche Anregungen radialer und tangentialer Bewegungen durch die **Asynchronmaschine mit Motorwelle** bzw. das **Umlaufrädergetriebe** werden vernachlässigt. Diese Komponenten werden entsprechend der zugehörigen Submodelle als eindimensional betrachtet. In der Folge ist Ihre Wirkung auf den Rotationsfreiheitsgrad der Maschine be-

schränkt. In Abbildung 5.2 ist die Anzahl der berücksichtigten Freiheitsgrade mittels arabischer Zahlen an den (Multi-)Bonds gekennzeichnet.

Die Rotordynamik wird entlang des Antriebsstrangs über fünf **rotierende Punktmassen**, welche durch **Feder-Dämpfer-Elemente** verbunden sind, modelliert. Die fünf Punktmassen entsprechen den folgenden Schwerpunkten einzelner Komponenten:

1. Trägerscheibe des Getriebes: I
2. rotierende Welle in Wälzlager IX: III
3. rotierende Welle in Wälzlager X: V
4. Wellenadapter bzw. experimenteller Messpunkt: VII
5. Rotornabe: XII

Eine feinere Einteilung zur Erfassung weiterer Moden ergibt, aufgrund der relativ kurzen Wellenabschnitte ( $L/D$ ) und dem Modellansatz des Rayleighbalkens ( $L \gg D$ ), keine nennenswerten Änderungen der berechneten Rotorbewegungen. Die aufgelisteten Komponenten haben je fünf Freiheitsgrade. Der Freiheitsgrad in axiale Richtung wird vernachlässigt.

Die **Wälzlager IX** und **X** wurden entsprechend des Experimentes als Kugellager mit 10 kugelförmigen Wälzkörpern modelliert. Wälzlager IX ist ein einreihiges Lager, während Wälzlager X zweireihig ausgeführt ist. Dies wird im Modell durch eine Verdoppelung der radialen Steifigkeit berücksichtigt. Eine etwaige Aussteifung der lateralen Rotationsfreiheitsgrade ist vernachlässigt. Die radialen Spaltspiele der Wälzlager sind mit null angenommen, wodurch die Lagersteifigkeiten tendenziell überschätzt werden, aber stets eine definierte Lagerung der Rotorwelle gewährleistet ist. Alle äußeren Lagerringe sind starr mit dem Gehäuse bzw. der Maschine verbunden.

Der **Wellenadapter** ist eingefügt, um numerische und experimentelle Ergebnisse validieren zu können. Die Verbindung zwischen Rotorwelle und Wellenadapter ist nicht ideal, da die Verbindung um die Biegeachsen im Experiment nicht formschlüssig ist. In der numerischen Simulation wurde diesem Umstand durch eine reduzierte Steifigkeit des Feder-Dämpfer-Elementes VI Rechnung getragen. Die Steifigkeit wurde entsprechend der gemessenen Rotorverschiebungen kalibriert. Die skalierte Biegesteifigkeit entspricht 7.5% der formschlüssigen Wellenverbindung. In Bezug auf die Rotordynamik ändert sich hierdurch die Amplitude, nicht aber die Richtung der Rotorbewegung.

## 5.1.2 Anfangs- und Randbedingungen

### Maschinenlagerung

Alle Simulationen starten ausgehend von einer ruhenden Maschine, d.h. der Impuls aller Massepunkte des BG-Modells ist Null. Die Maschine wurde in den betrachteten Untersuchungen starr gelagert (**Sf**:  $\dot{X}_{WL} = 0$ ). Jedwede definierte Maschinenbewegung oder Lagerbedingung kann mittels der verfügbaren

Bondgraph-Grundelemente nach Bedarf in späteren Untersuchungen berücksichtigt werden [siehe Laß u. a., 2018b].

### Elektrisches Netz

Das simulierte Tauchmotorrührwerk wird durch das Bondgraphmodell des Asynchronmotors angetrieben und auf Betriebsdrehzahl gebracht. Hierzu werden drei modulierte **Se**-Elemente verwendet, welche den phasenverschobenen, sinusförmigen Spannungen:

$$V_{a,b,c}(t) = \hat{V}_{a,b,c} \sin\left(\frac{2\pi f}{p}t + \varphi_{a,b,c}\right) \quad (5.1)$$

mit den maximalen Amplituden  $\hat{V}_{a,b,c} = 230 \text{ V}$  und den Phasenwinkeln  $\varphi_{a,b,c} = [0, 120, 240]^\circ$  entsprechen. Die Frequenz des dreiphasigen Wechselfeldes und die Polpaarzahl des Tauchmotors betragen konstant  $f = 50 \text{ Hz}$  bzw.  $p = 2$ .

### Strömungsgeschwindigkeiten bzw. Anströmfeld

Das instationäre Wirbelgitterverfahren I2VL erlaubt die Modellierung unterschiedlicher Strömungen durch die Definition von Anströmfeldern, welche im Umfeld des Rotors und des Nachlaufes genutzt werden, um eine räumlich ausgedehnte Grundströmung<sup>1</sup> zu bilden. In I2VL können neben der standardmäßigen homogenen, geraden Anströmung auch Scherströmungen, schräge Anströmungen oder vordefinierte Anströmfelder untersucht werden. In den nachfolgenden Untersuchungen werden folgende Charakteristiken des Anströmfeldes berücksichtigt:

1. homogene Anströmung entlang der Rotationsachse
2. horizontaler und/oder vertikaler Geschwindigkeitsgradient innerhalb des Anströmfeldes
3. horizontale und/oder vertikale Schräganströmung mit definiertem Winkel
4. Approximation des experimentell ermittelten Anströmfeldes (Abbildung 5.3 rechts)

Das Anströmfeld des 4. Falles ist in Abbildung 5.3 dem zugrundeliegenden experimentellen Anströmfeld gegenübergestellt. Das genäherte Feld ist das Ergebnis einer Kombination von kubischer Interpolation des gemessenen Feldes mit einem durch konstante Gradienten  $\partial u_\infty / \partial y$  bzw.  $\partial u_\infty / \partial z$  definiertem linearen Anströmfeld zur Extrapolation der Geschwindigkeiten in die Umgebung. Innerhalb des Rotordurchmessers beträgt die mittlere Geschwindigkeit  $u_\infty = 0.28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , welche im Fall des untersuchten Tauchmotorrührwerkes einem Fortschrittsgrad  $J = 0.08$  entspricht.

Bei sehr kleinen Fortschrittsgraden tendiert die numerische Simulation des Tauchmotorrührwerkes mittels I2VL instabil zu werden, da sich die Wirbelringe des Nachlaufes durch eine geringe Konvektionsgeschwindigkeit sehr nahe am Rotor vorbeibewegen und trotz Desingularisierung der potentialtheoretischen

<sup>1</sup>ohne induzierte Geschwindigkeiten durch das Wirbelgitter

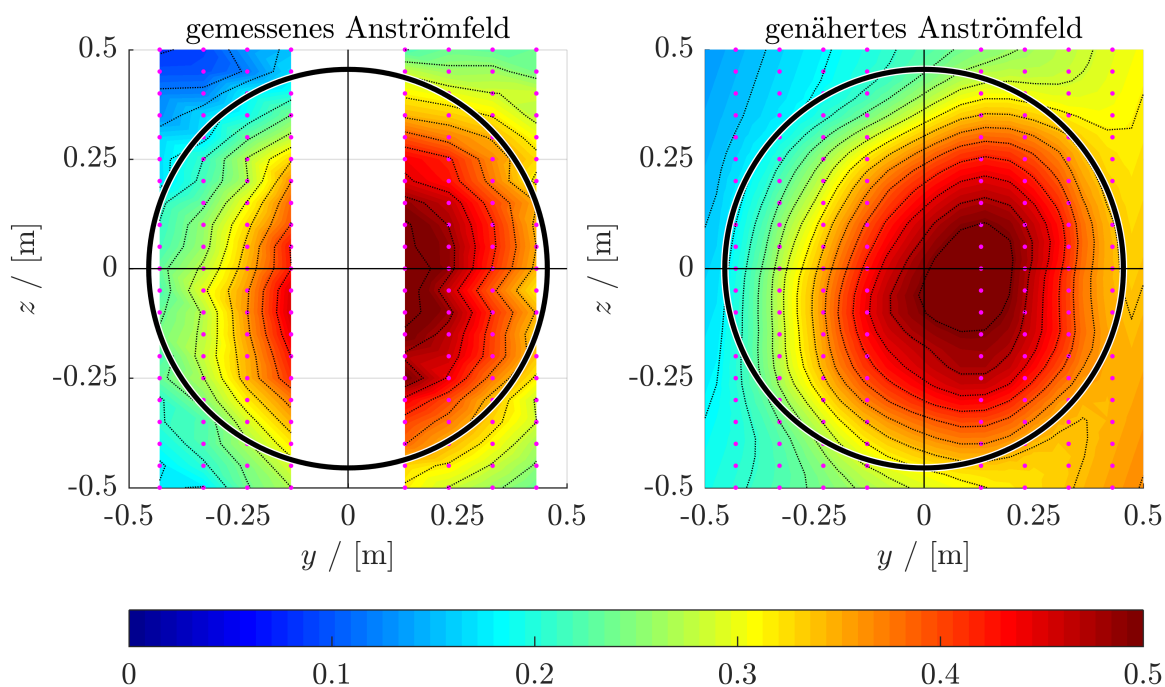


Abb. 5.3: Darstellung des experimentell bzw. genäherten Anströmfeldes; Konturfarbe =  $u_\infty$  in m/s, Rotormittelpunkt bei P(0,0), schwarzer Kreis = Rotordurchmesser

Singularitäten überhöhte Geschwindigkeiten in den Wirbelringen der Rotorblätter induzieren. Im Falle des experimentell ermittelten Anströmfeldes (siehe Abbildung 5.3) sinken die Konvektionsgeschwindigkeiten außerhalb des Rotordurchmessers auf Werte unterhalb von  $0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Durch die radiale Aufweitung des Nachlaufes in größerer Entfernung zum Rotor als Folge des Aufrollens der Spitzenwirbel ist eine stabile Simulation dieses Anströmfeldes in I2VL nicht unmittelbar möglich.

Bezüglich der äußeren Lasten sind für die Rotordynamik die an der Nabe angreifenden Querlasten bzw. Biegemomente maßgebend. Diese Lasten folgen in einem unidirektionalen Anströmfeld aus den vorliegenden Geschwindigkeitsgradienten. Wie in Abbildung 5.14 dargestellt, weisen die berechneten hydrodynamischen Kennlinien nur geringe Unterschiede bei leicht erhöhten Fortschrittsgraden auf. Aus diesem Grund wurde für die numerische Simulation das genäherte Anströmfeld zusätzlich mit einem homogenen Anströmfeld konstanter Geschwindigkeit überlagert, sodass die mittlere Geschwindigkeit im Bereich des Rotors  $u_\infty = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  beträgt, aber alle Geschwindigkeitsgradienten unverändert bleiben. In diesem Anströmfeld entspricht der Fortschrittsgrad des Tauchmotorrührwerkes  $J = 0.1$ , welcher innerhalb der Messunsicherheit der Strömungsgeschwindigkeiten liegt. Des Weiteren bewirkt die Krümmung des Rundlaufkanals eine Ablenkung des Nachlaufes um die vertikale Achse, sodass die Annahme einer rein axialen Grundströmung nicht haltbar ist. Um die Grundströmung zu approximieren wird für die numeri-

sche Nachbildung des Experimentes eine Schräganströmung mit dem zuvor beschriebenen Anströmfeld unter einem Winkel von  $\Psi = -10^\circ$  gegenüber der vertikalen  $z$ -Achse angenommen.

### Numerische Stabilisierung des FSI-Ansatzes

Wie in Unterabschnitt 3.3.4 beschrieben, erfordert der bidirektionale FSI-Ansatz für eine stabile Simulation die Annahme zusätzlicher Dämpfungsfaktoren, die jeweils der hydrodynamischen Last einer im ruhenden Fluid schwingenden Punktmasse entsprechen. Die Dynamik aller Punktmassen des Rotorblattes wurde mit einer geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung von 20 Ns/m stabilisiert. In der numerischen Simulation beträgt die Summe der durch diese Dämpfung zusätzlich generierten Kräfte je Rotorblatt weniger als 1% der per I2VL berechneten hydrodynamischen Lasten<sup>2</sup>. Der Einfluss auf die Rotordynamik kann somit vernachlässigt werden.

## 5.2 Validierung der Fluid-Struktur-Interaktion

### 5.2.1 Strukturdomäne: Rotorblatt-Bondgraph-Modell

Um den Einfluss der Fluid-Struktur-Interaktion auf das rotordynamische Verhalten zu untersuchen, ist es entscheidend das Verformungsverhalten der Rotorblätter unter Belastung durch das zugehörige Bondgraph-Modell möglichst genau nachbilden zu können.

Das als Bondgraph dargestellte Modell eines FE-Balkens wurde unter Zuhilfenahme eines FEM-Modells des Rotorblattes kalibriert. Die in Abschnitt 4.1.1 erläuterten Komponenten des Rotorblattes: PUR-Überzug, GFK-Kern und metallische Verstärkung wurden in Ansys Mechanical vernetzt und unter der Annahme linear-elastischer, isotroper Materialeigenschaften simuliert. In Abbildung 5.4 ist ein Schnitt durch das FEM-Modell dargestellt.

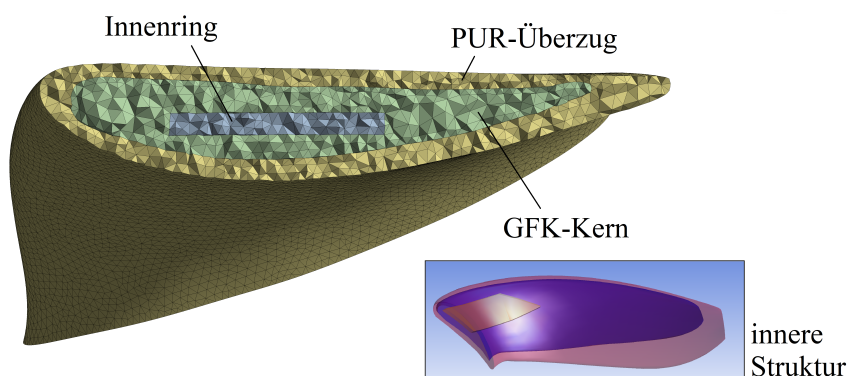


Abb. 5.4: Geometrie und Schnittdarstellung durch FEM-Modell des Rotorblattes

<sup>2</sup>gültig für alle Raumrichtungen

Der PUR-Überzug besteht aus einem 2-Komponentensystem namens Biresin©RG53 der Firma SikaA-xson. Die Materialeigenschaften wurden den Herstellerangaben entnommen. Für die metallische Verstärkung durch den Innenring werden die Materialeigenschaften von Grauguss EN-GJL-250 verwendet. Der GFK-Kern ist aus zwei Halbschalen mit variabler Laminatdichte gefertigt, welche mit einem kurzglasverstärktem Polyester-Harz nass verklebt wurden. Aufgrund der abwechselnden Schichtung von regellosen Glasfasermatten und  $0^\circ/90^\circ$ -Gelegen ohne definierte Ausrichtung zueinander, kann auf keine Vorzugsrichtung der Glasfaserverstärkung geschlussfolgert werden. Die strukturmechanischen Eigenschaften des GFK-Kerns werden daher durch die Verwendung eines homogenen Materials mit isotropen Eigenschaften approximiert.

Da die Materialeigenschaften des GFK-Kerns nicht bekannt sind, ist eine Kalibrierung mittels experimenteller Untersuchungen erforderlich. Der Elastizitätsmodul des GFK-Kerns wurde basierend auf dem experimentell bestimmten Last/Verschiebungs- und Last/Dehnungsverhalten kalibriert. Zu diesem Zweck wurde der in Abbildung 5.5 dargestellte Messaufbau verwendet, wobei der Rotor an der Nabe fest eingespannt und die Blattspitze durch definierte Gewichtskräfte in axiale Richtung belastet wurde. Die auf dem GfK-Kern applizierten DMS-Rosetten wurden zur Bestimmung der Vergleichsdehnungen gemäß Unterabschnitt 4.2.3 eingesetzt. Des Weiteren wurde mithilfe des Abstandsmesssystems optoNCDT 2401 und einem IFS2401-25 Sensor an vier Positionen (I-IV) die axialen Verschiebungen unter Last gemessen. Die Unsicherheit der Verschiebungsmessung setzt sich aus dem systematischen Fehler  $\pm 0.05\%$  des Messbereichs (22 mm) und einem abgeschätztem zufälligen Fehler infolge der Sensorpositionierung  $\pm 1$  mm zusammen. Der Elastizitätsmodul des GFK-Kerns wurde derart kalibriert, dass die Vergleichsdehnun-

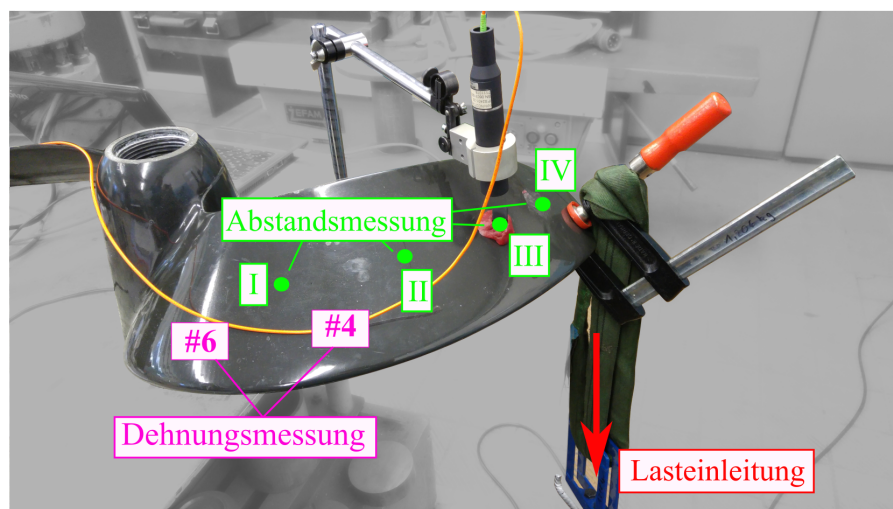


Abb. 5.5: Messaufbau zur Bestimmung des axialen Last-Dehnungs- und Last-Verschiebungsverhaltens des Rotorblattes

gen der DMS #4 und #6 sowie das axiale Verschiebungsverhalten in guter Näherung modelliert werden. Die Ergebnisse von Dehnungen und Verformungen sind in Abbildung 5.6 vergleichend dargestellt. Die

Tab. 5.1: kalibrierte Materialeigenschaften der Komponenten des FEM-Modells

		PUR-Überzug	GFK-Kern	Innenring
Dichte	$\rho$ / [kg/m <sup>3</sup> ]	1200	1500	7200
isotroper Elastizitätsmodul	$E$ / [MPa]	1400	3300	110000
Querkontraktionszahl	$\nu$ / [-]	0.35	0.27	0.28

zugrundeliegenden Materialeigenschaften des FEM-Modells sind für die beteiligten Komponenten in Tabelle 5.1 angegeben.

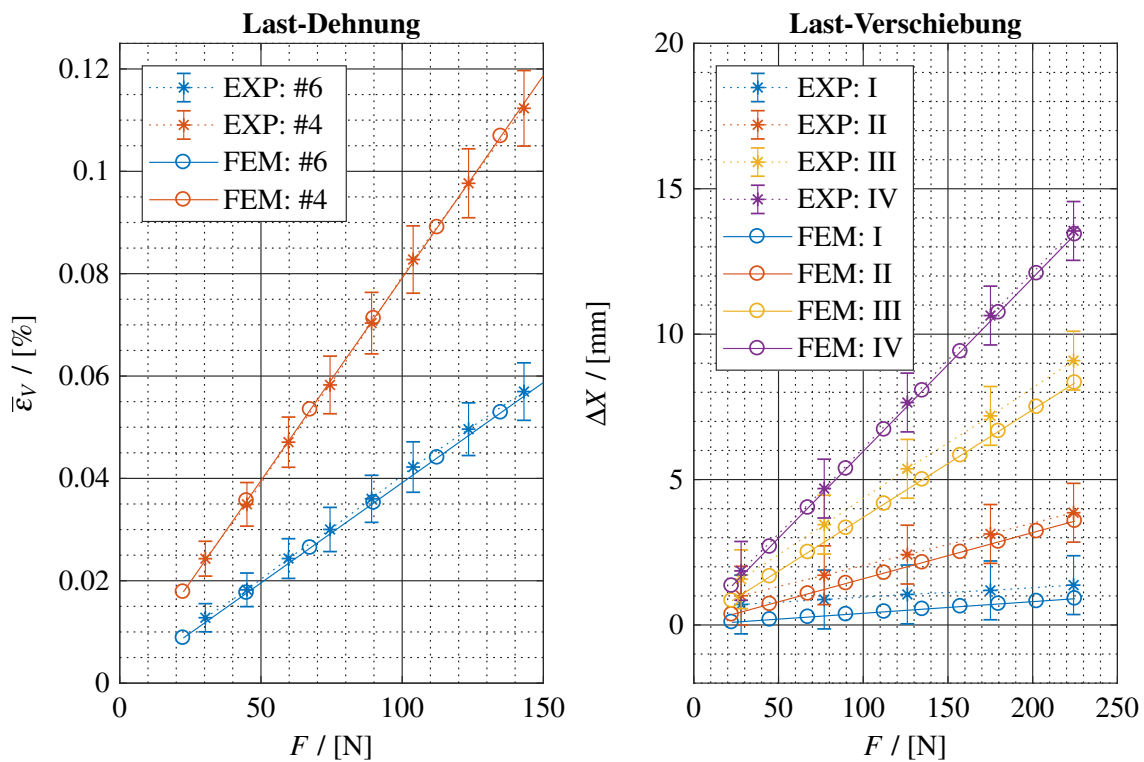


Abb. 5.6: Vergleich des axialen Last/Dehnungs- und Last/Verschiebungsverhaltens zwischen numerischen Modell (FEM) und experimentellen Untersuchungen (EXP)

Da das FEM-Modell das Verformungsverhalten des Rotorblattes in guter Näherung wiedergibt, dient es als Grundlage für die Kalibrierung des per Bondgraph modellierten Balkenmodells. Die Massen- und Steifigkeitseigenschaften der Endpunkte und Segmente des kalibrierten BG-Balkenmodells sind im Anhang A zusammengetragen.

Unter definierter Last im letzten Masseschwerpunkt nahe der Rotorblattspitze zeigen sowohl das kalibrierte BG-Modell als auch das FEM-Modell des Rotorblattes ein vergleichbares Verformungsverhalten. In Abbildung 5.7 sind die ermittelten Verformungen der Modelle für eine axiale und tangentielle Belastung in Höhe von 150 N am letzten Masseschwerpunkt wiedergegeben. Bei Belastung in axiale Richtung

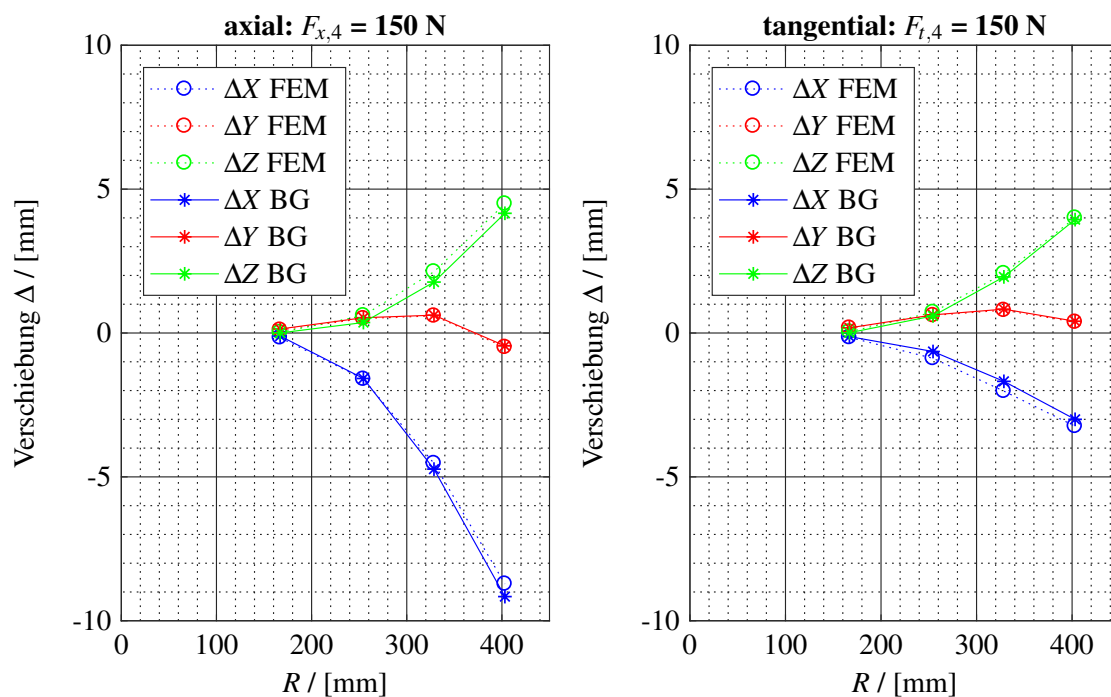


Abb. 5.7: Vergleich der punktuellen Verschiebungen von BG- und FEM-Balkenmodell unter axialer bzw. tangentialer Last nahe der Blattspitze

werden die Verformungen durch das BG-Modell durch eine maximale Abweichung der Verschiebungen gegenüber dem FEM-Modell, gemessen am letzten Massepunkt, von 0.44 mm axial bzw. 0.34 mm tangential, quantitativ gut genähert. Im Falle der tangentialen Belastung betragen die Abweichungen 0.24 mm in axiale bzw. 0.06 mm in tangentialer Richtung.

Die Übertragung der Verschiebungen der Massepunkte auf die nahegelegenen Knoten des FEM-Modells ermöglicht die Berechnung der Dehnungen auf dem Rotorblatt und somit einen Vergleich mit den experimentell ermittelten Dehnungen. In Unterabschnitt 5.2.3 werden auf diesem Weg die berechneten Verschiebungen der Rotorblattpunktmassen mit den gemessenen Dehnungen validiert.

## 5.2.2 Fluiddomäne: I2VL

### Diskretisierung und Konvergenzstudie

Das Rotorblatt des Tauchmotorrührwerkes wird durch ein Wirbelgitter diskretisiert, welches in Spannweitenrichtung durch 15 Elementreihen (entsprechend einer Kosinusverteilung) von je 8 äquidistant verteilten Wirbelringen in Sehnenrichtung gebildet wird (siehe Abbildung 3.19). Die Wahl der Gittergröße basiert auf einer Konvergenzstudie der hydrodynamischen Eigenschaften des Rotors und des resultierenden Rechenaufwandes in Abhängigkeit der Anzahl von Wirbelringstreifen  $N_W$ , welche gemäß der instationären Modellierung der Wirbelschlepe (Unterabschnitt 3.2.4) an der Hinterkante des Rotorblattes abströmen. Die Anzahl der Wirbelringe je Streifen entspricht der Anzahl der Wirbelgitter in Spannweitenrichtung. In Abbildung 5.9 sind die modellierten Wirbelgitter nach 3 s Simulationszeit ( $\approx 12$  Rotorumdrehungen) bei einer gleichförmigen Anströmung  $u_\infty = 0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ohne FSI dargestellt. Die gewählte Zeitschrittweite entspricht der Rotation des Rotors um einen Winkel von  $5^\circ$  bei Betriebsdrehzahl  $n = 242.3 \text{ min}^{-1}$ .

In Abbildung 5.8 sind die zugehörigen hydrodynamischen Koeffizienten  $K_T$  und  $10K_Q$  sowie die benötigte Rechenzeit des I2VL-Quellcodes wiedergegeben. Die Rechenzeit steigt annähernd exponentiell mit der Länge der modellierten Wirbelschleppen. Basierend auf einem Kompromiss von Konvergenz der hy-

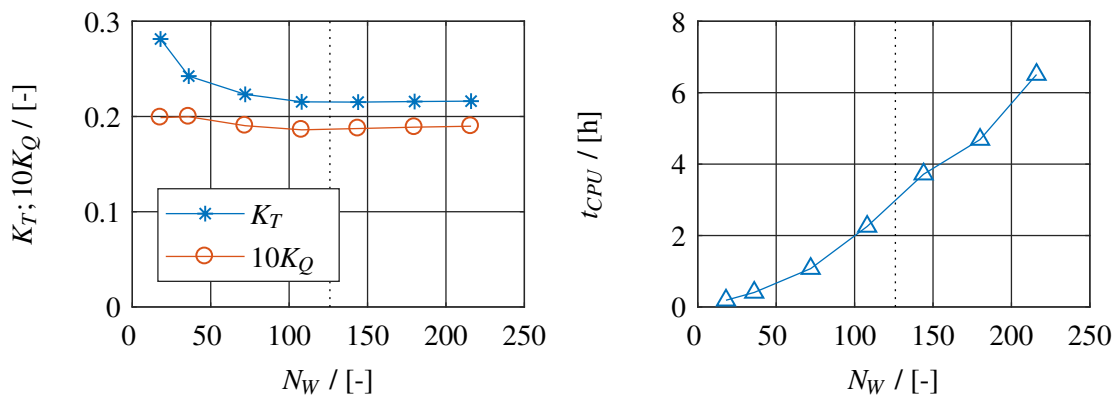


Abb. 5.8: Konvergenzstudie zur Länge der Wirbelschlepe per I2VL am Beispiel des Tauchmotorrührwerkes Wilo TR90-2.24-4/12 bei Fortschrittsgrad  $J \approx 0.082$

drodynamischen Koeffizienten und der erforderlichen Rechenzeit wurde für nachfolgenden Untersuchungen die maximale Anzahl der Wirbelringstreifen  $N_W = 126$  gewählt. Entsprechend der Winkeländerung je Zeitschritt entspricht diese Anzahl näherungsweise der Historie der abströmenden freien Zirkulation von 1.75 Rotorumdrehungen, welche in die instationäre Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten und Lasten einbezogen werden.

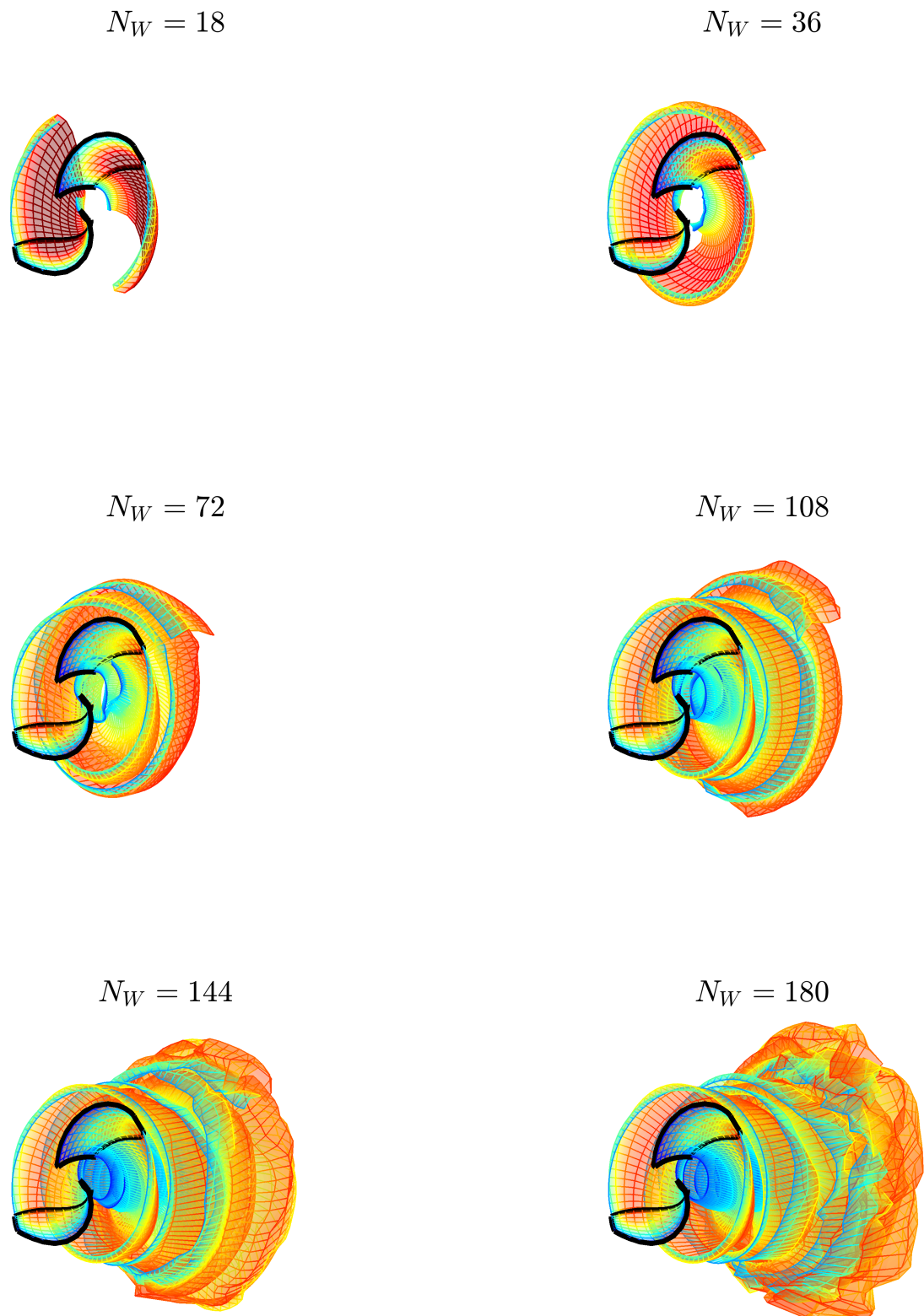


Abb. 5.9: Darstellung der unterschiedlichen Wirbelgitter nach 3 s Simulationszeit: Mittlere Anströmgeschwindigkeit  $0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  bei unterschiedlicher Anzahl von Wirbelringstreifen  $N_W$ . Einfärbung der Wirbelschlepe entspricht der Zirkulationsverteilung  $\gamma$  bei starren Rotorblättern

### Validierung der hydrodynamischen Lastenberechnung am Tauchmotorrührwerk

Zur Validierung von I2VL in der Anwendung auf das Tauchmotorrührwerk wurden die hydrodynamischen Koeffizienten zum Vergleich unter der Annahme starrer Rotorblätter durch transiente CFD-Simulationen mittels Ansys CFX berechnet. Hierzu wurde der Rotor in einer zylinderförmigen mit  $242 \text{ min}^{-1}$  rotierenden Domain<sup>3</sup> positioniert, mit der Zylinderachse ausgerichtet und unstrukturiert vernetzt. Alle reibungsbehafteten Wände wurden durch Prismenschichten aufgelöst, welche zu dimensionslosen Wandabständen  $y^+ < 200$  führten und die Anwendung von Wandfunktionen zur Grenzschichtmodellierung erlauben. Am Einlass wurde eine homogene Anströmgeschwindigkeit  $u_\infty$  vorgegeben, während für die Zylindermantelfläche reibungsfreie Wände und für den Auslass die Entrainment-Randbedingung mit einem relativen Druck von 0Pa gesetzt wurden. Zur Turbulenzmodellierung wurde das  $k - \omega - SST$ -Modell sowie die Stromlinienkrümmungskorrektur zur Berücksichtigung der zusätzlichen Produktion turbulenter kinetischer Energie in stark gekrümmten Strömungen verwendet. In Kumar u. Wurm [2015] wurde gezeigt, dass das verwendete Setup für Tauchmotorrührwerke gute Übereinstimmungen zwischen numerischer Simulation und Experiment liefert. In Abbildung 5.10 sind die Ergebnisse von I2VL und Ansys CFX im Vergleich dargestellt. Es ist zu erkennen, dass I2VL über weite Bereiche des Fortschrittsgrades eine qualitativ und quantitativ gute Übereinstimmung mit Ansys CFX erzielt.

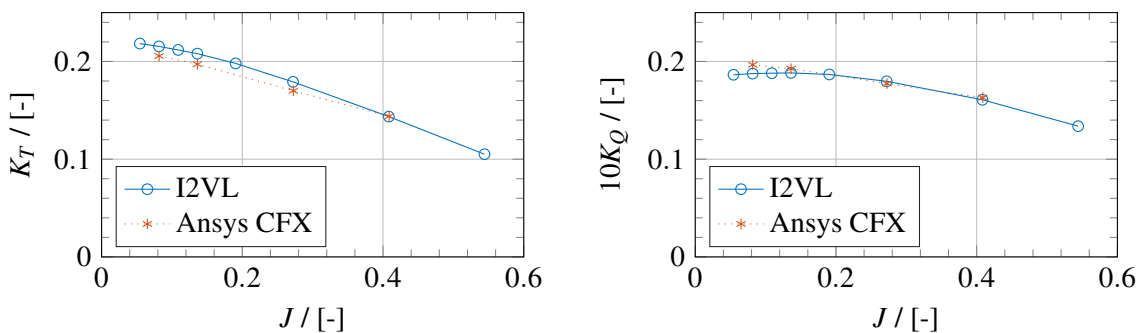


Abb. 5.10: Schub- und Drehmomentbeiwert des Tauchmotorrührwerkes Wilo TR90-2.24-4/12 unter der Annahme starrer Flügel: Vergleich von I2VL mit Ansys CFX

### Validierung anhand weiterer Geometrien und Anwendungen

I2VL wurde für verschiedene Rotorgeometrien mit starren Rotorblättern angewendet und mit experimentellen Ergebnissen und/oder numerischen Verfahren höherer Ordnung wie Ansys CFX validiert [Laß u. a., 2018a,b]. Hierin wurden auch die von I2VL berechneten Querkräfte und Biegemomente um die Rotornabe validiert.

In Abbildung 5.11 bis Abbildung 5.13 sind exemplarisch die experimentell ermittelten Kennlinien für eine Gezeitenturbine nach Bahaj u. a. [2006] sowie für die Schiffspropeller DTRC4119 und PPTC VP1304

<sup>3</sup>Zylinderdurchmesser: 5D, axiale Erstreckung: 10D, Abstand Rotor-Stirnfläche: 3D

nach Jessup [1989] bzw. Barkmann [2011] im Vergleich zu den mit I2VL berechneten Kennlinien dargestellt. Aus den Darstellung geht hervor, dass I2VL die hydrodynamischen Eigenschaften von Rotoren mit annähernd starren Rotorblättern in guter Übereinstimmung ermittelt.

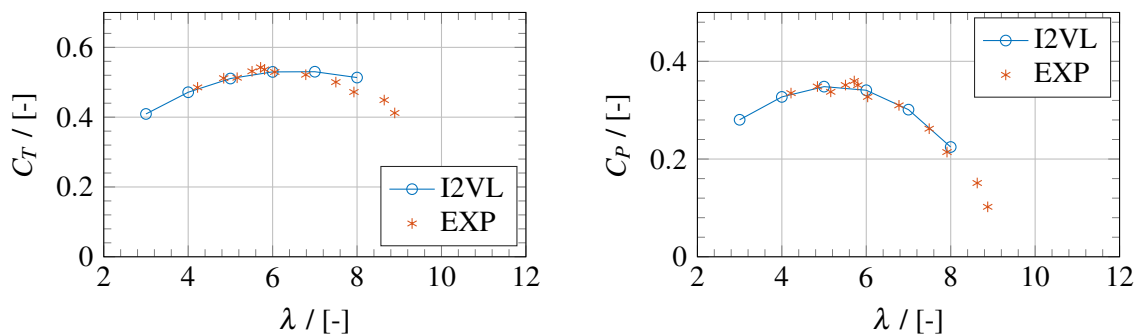


Abb. 5.11: Schubbelastungsgrad und Leistungsbeiwert einer Gezeitenturbine: Vergleich von I2VL mit experimentellen Ergebnissen nach Bahaj u. a. [2006]

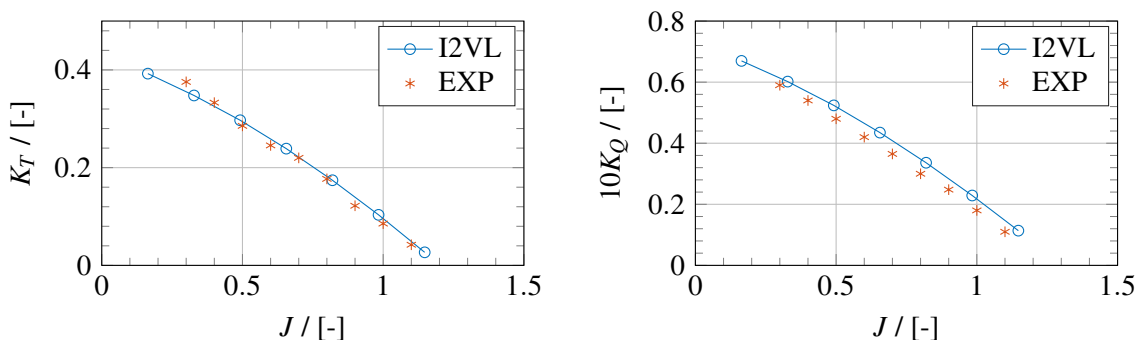


Abb. 5.12: Schub- und Drehmomentbeiwert des Schiffspropellers DTRC4119: Vergleich von I2VL mit experimentellen Ergebnissen nach Jessup [1989]

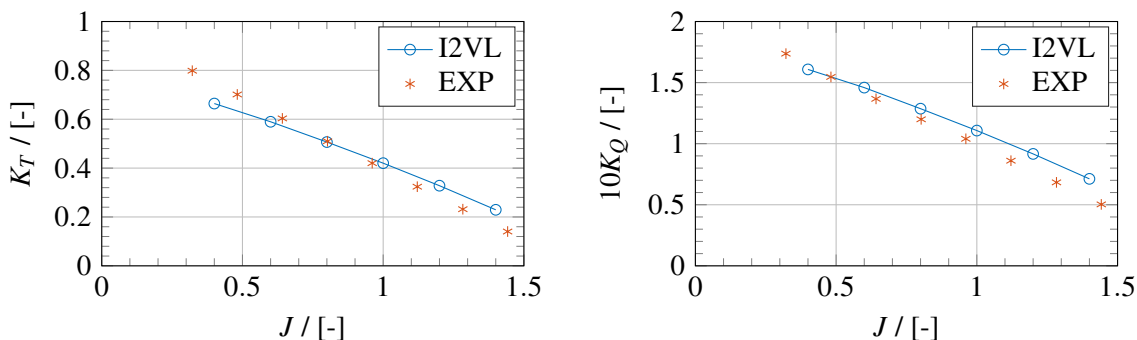


Abb. 5.13: Schub- und Drehmomentbeiwert des Schiffspropellers PPTC VP1304: Vergleich von I2VL mit experimentellen Ergebnissen nach Barkmann [2011]

### 5.2.3 Ergebnisse des FSI-Ansatzes

#### Hydrodynamische Koeffizienten

In Abbildung 5.14 sind die per I2VL unter Annahme starrer Rotorblätter (unidirektional) berechneten hydrodynamischen Koeffizienten des untersuchten Tauchmotorrührwerkes als Funktion des Fortschrittsgrads dargestellt (SIM: uni). In den numerischen Simulationen wurden homogene Anströmfelder mit definierten Geschwindigkeiten  $u_\infty$  verwendet. Aus der Darstellung geht hervor, dass die hydrodynamischen Koeffizienten der uni- und bidirektionalen Fluid-Struktur-Interaktion mit sinkendem Fortschrittsgrad zunehmend voneinander abweichen. Unter Berücksichtigung der bidirektionalen FSI (SIM: bi) sinken die Werte der Koeffizienten, da sich das flexible Rotorblatt der strömungsinduzierten Last folgend verformt. Durch die resultierende Formänderung der Tragfläche werden die hydrodynamischen Lasten reduziert [vgl. Kumar u. a., 2012].

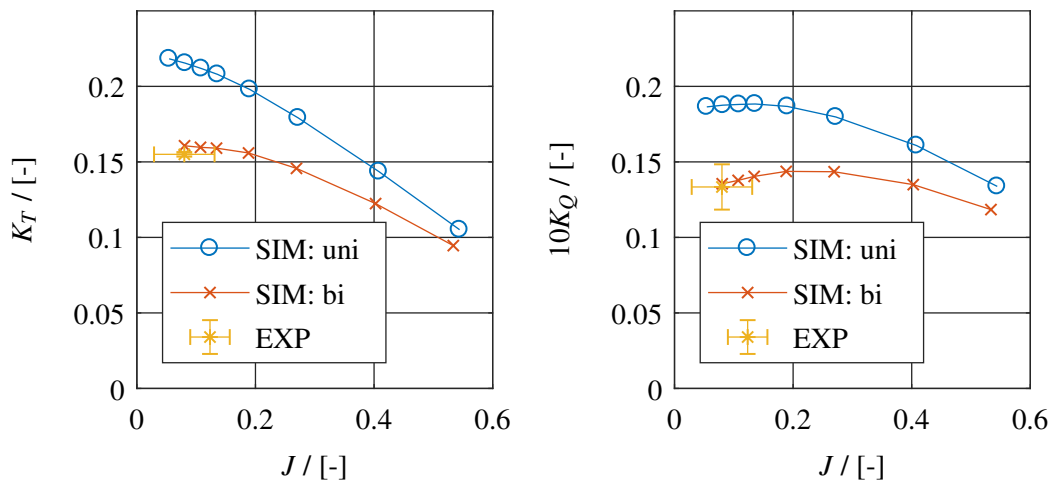


Abb. 5.14: Schub- und Drehmomentbeiwert des Tauchmotorrührwerkes Wilo TR90-2.24-4/12: Vergleich uni- und birektionaler Simulation (SIM: uni bzw. bi) mit Experiment (EXP)

Im Vergleich der hydrodynamischen Koeffizienten von I2VL mit den Mittelwerten des Experimentes (siehe Unterabschnitt 4.3.3) ist eine deutlich bessere Näherung durch Anwendung des präsentierten bidirektionalen FSI-Ansatzes erkennbar. So sinkt der relative Fehler zwischen Experiment und Simulation für  $K_T$  von +39.1 % auf +3.7 % bzw. für  $K_Q$  von +40.6 % auf +1.6 %.

### Rotorblattverformungen

Wie in Unterabschnitt 5.1.2 beschrieben, ist das gemessene Anströmfeld numerisch derart genähert, dass die darin enthaltenen Geschwindigkeitsgradienten in der Simulation erhalten bleiben und ein Fortschrittsgrad  $J = 0.1$  modelliert wird. Abbildung 5.14 ist zu entnehmen, dass diese Annahme einen vernachlässigbaren Einfluss auf die hydrodynamischen Koeffizienten hat. Im Falle der bidirektionalen FSI folgt aus diesem Anströmfeld eine über den Umfang variierende Verformung des Rotorblattes bzw. Verschiebungen der Punktmassen. Exemplarisch sind in Abbildung 5.15 die per Bondgraphmodell berechneten Gesamtverschiebung der Blattspitze für uni- und bidirektionale Kopplung über der Winkelstellung des Rotors abgebildet<sup>4</sup>. Es ist zu erkennen, dass die Verschiebung im Falle der unidirektionalen FSI überschätzt wird, da die Rotorblattverformung in diesem Fall keine lastreduzierende Rückwirkung auf die Fluidomäne hat [vgl. Kumar u. Wurm, 2015].

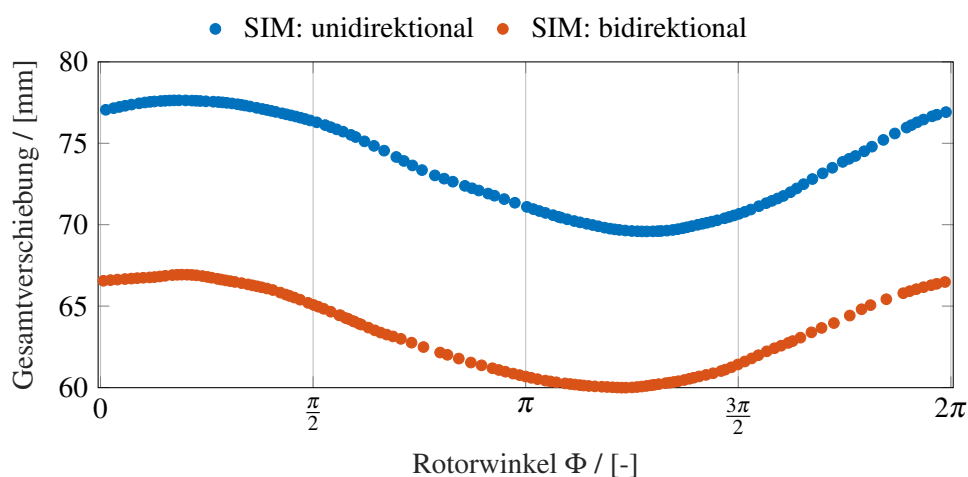


Abb. 5.15: Gesamtverschiebungen der Blattspitze über einen Umlauf im Falle des angenäherten, experimentellen Anströmfeldes

In Übereinstimmung mit den gemessenen Dehnungsverläufen in Unterabschnitt 4.2.3 ist zu erkennen, dass die Verformung des Rotorblattes während einer Umdrehung variiert.

Zur erweiterten Validierung des bidirektionalen FSI-Ansatzes wurden die zugehörigen Verschiebungen der Punktmassen M2 und M4 über eine Umdrehung gemittelt und auf die nächstliegenden Knoten des FEM-Modells übertragen. Im Gleichgewicht von Verschiebung und inneren Lasten ergibt die numerische Simulation des FEM-Modells eine Verteilung der elastischen Vergleichsdehnung auf dem GFK-Kern (vgl. Abbildung 5.16). An den Positionen der DMS #4 bis #6 kann diese mit den gemessenen mittleren Vergleichsdehnungen  $\bar{\epsilon}_V$  des Experimentes verglichen werden. In Tabelle 5.2 sind die Vergleichsdehnungen der FEM-Simulation den experimentellen Werten gegenübergestellt. Der maximale relative Fehler zwischen den berechneten und gemessenen Vergleichsdehnungen beträgt 3.8 %.

<sup>4</sup>Nullstellung entspricht der Ausrichtung der Blattspitze mit positiver y-Richtung (siehe Abbildung 4.13)

Tab. 5.2: elastische Vergleichsdehnungen des nachgeschalteten FEM-Modells im Vergleich zu zeitlich gemittelten Messwerten (siehe Unterabschnitt 4.2.3)

DMS	EXP	FEM	rel. Fehler
#4	$0.440 \pm 0.022$ %	0.460 %	+3.8 %
#5	$0.262 \pm 0.015$ %	0.258 %	-1.8 %
#6	$0.285 \pm 0.011$ %	0.290 %	+2.0 %

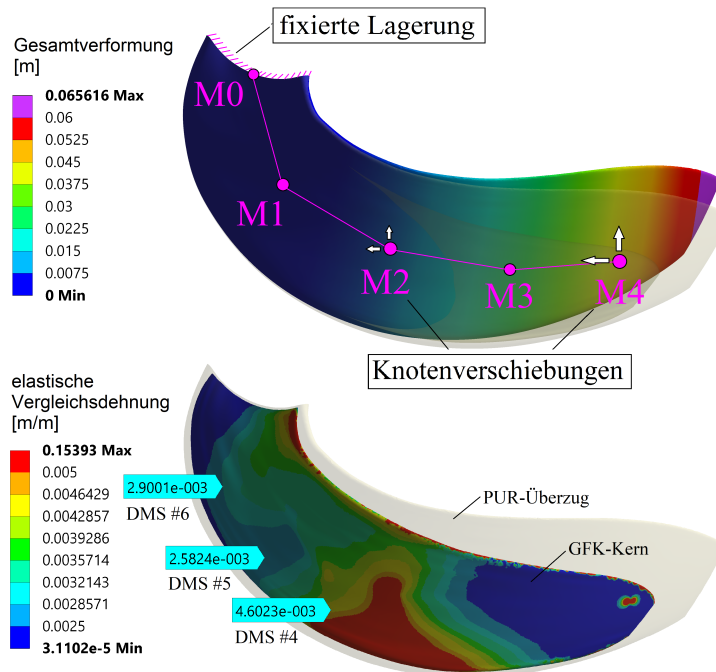


Abb. 5.16: Visualisierung der Randbedingungen basierend auf den berechneten Verschiebungen der Punktmassen des BG-Modells: Gesamtverformung und elastische Vergleichsdehnung des Rotorblatt-FEM-Modells

Anhand der Ergebnisse kann geschlussfolgert werden, dass sowohl die berechneten Lasten als auch die resultierenden Blattverformungen in sehr guter Näherung zum Experiment modelliert werden, wenn der in dieser Arbeit dargelegte, bidirektionale FSI-Ansatz (MBS/UVLM) angewendet wird.

## 5.3 Dynamik des Tauchmotorrührwerkes

In diesem Abschnitt wird das dynamische Verhalten des Tauchmotorrührwerkes untersucht. Ausgangspunkt bildet das in Abschnitt 5.1 dargelegte Gesamtmodell unter Einbeziehung der elektromechanische Interaktion und der bidirektionalen Fluid-Struktur-Interaktion. Sofern nicht anders angegeben wird das approximierte Anströmfeld der Messung als Randbedingung verwendet. Zu Beginn wird das Anfahrverhalten des numerischen Modells betrachtet, um das dynamische Verhalten und die Interaktion von Antriebs-, Struktur- und Fluidomäne zu analysieren. Im Anschluss erfolgt die Analyse der Ergebnisse im kontinuierlichen Betriebsbereich, d.h. nach Anfahren des Systems bei näherungsweise konstanter Drehzahl, um das numerische Modell anhand von Messwerten validieren zu können. Abschließend wird der Einfluss unterschiedlicher Strömungsrandbedingungen auf die Rotordynamik des Tauchmotorrührwerkes behandelt.

### 5.3.1 Anfahrvorgang

Während des Anfahrvorgangs wird das Tauchmotorrührwerk ausgehend vom Ruhezustand bis zur Betriebsdrehzahl beschleunigt. In der Simulation wird angenommen, dass die Strömungsgeschwindigkeiten proportional zu den Spannungsamplituden des Drehstromfeldes ansteigen. Um ein ruckartiges Anfahren des Systems zu vermeiden werden die Strömungsgeschwindigkeiten und Spannungsamplituden über der Zeit  $t$  zwischen dem Startzeitpunkt  $t_0 = 0$  s und einem späteren Zeitpunkt  $t_1 = 5$  s mit einer zykliden Funktion  $g(t)$  multipliziert:

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \Delta t < 0 \\ (\Delta t - \sin(\Delta t))/2\pi & \Delta t = [0, 2\pi] \\ 1 & \Delta t > 2\pi \end{cases} \quad \text{mit: } \Delta t = 2\pi \left( \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} \right) \quad (5.2)$$

Im Folgenden werden zunächst die Vorgänge in der Antriebsdomäne und der Fluidomäne beschrieben, bevor die Wirkung von elektromechanischer Interaktion (EMI) und Fluid-Struktur-Interaktion innerhalb der Strukturdomäne dargelegt wird.

### Ergebnisse in der Antriebsdomäne

In Abbildung 5.17 ist das Verhalten der Asynchronmaschine während des Anfahrens wiedergegeben. In der oberen Grafik sind die Stromstärken in einer einzelnen Statorleitung bzw. einem Stab des Rotorkäfigs dargestellt. Anhand der Verläufe sind die physikalischen Vorgänge in der Asynchronmaschine nachvollziehbar. So steigen während des Anfahrens die Spannungsamplituden und der Kausalität folgend die Amplituden der Stromstärke in den Statorleitungen  $I_{s,a,b,c}$ . Das aus dem Drehstromfeld resultierende rotierende Statormagnetfeld induziert Spannungen in den  $n$ -Läuferstäben, welche ihrerseits elektrische Ströme  $I_{r,n}$  und ein Rotormagnetfeld zur Folge haben. Aus dem Wechselspiel der Magnetfelder ergeben sich magnetomotorischen Kräfte in Abhängigkeit der magnetischen Flüsse (siehe Gl. 3.36), welche die

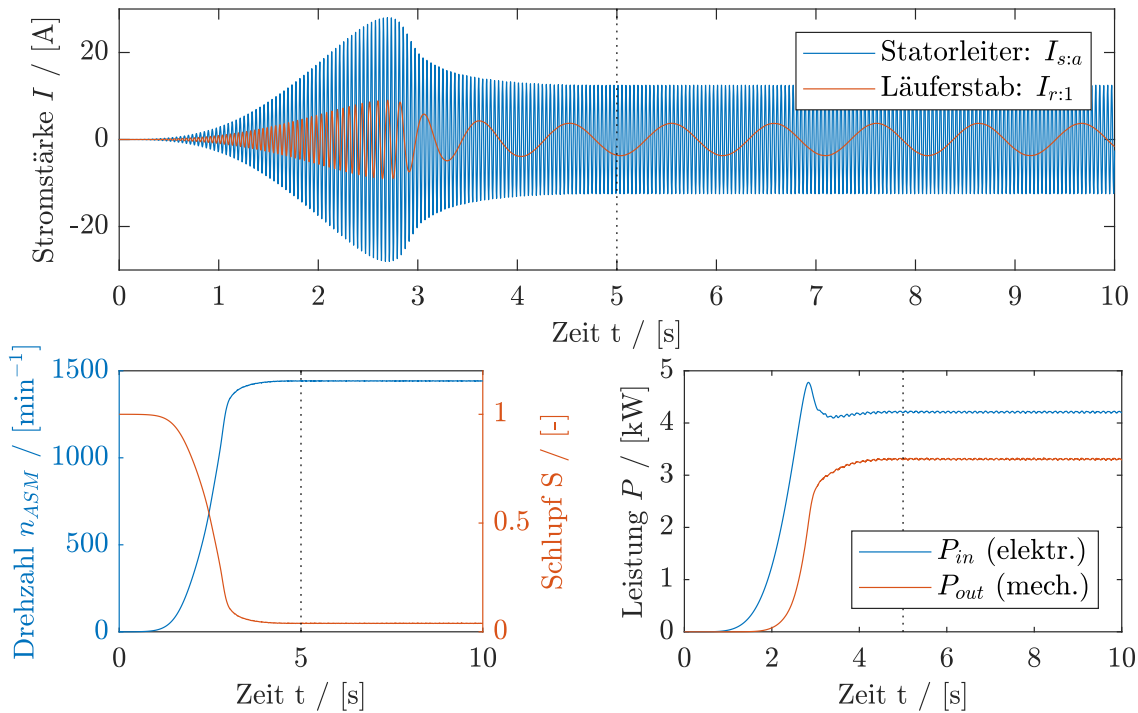


Abb. 5.17: Verhalten der modellierten Asynchronmaschine während des Anfahrens: Stromstärke in einer einzelnen Stator- bzw. Rotorwicklung (oben), Drehzahl und Schlupf (unten links), mech. Leistung und Drehmoment (unten rechts)

Motorwelle antreiben. Die normierte Differenz zwischen der Drehzahl der Asynchronmaschine  $n_{ASM}$  und der Drehzahl des Drehstromfeldes  $n_D$  wird als Schlupf  $S$  bezeichnet:

$$S = \frac{n_D - n_{ASM}}{n_D} \quad \text{mit:} \quad n_D = \frac{f}{p}. \quad (5.3)$$

Der Schlupf des modellierten Tauchmotors beträgt im kontinuierlichen Betrieb  $t > 5$  s näherungsweise 3.8%. Dies entspricht einer Motordrehzahl von  $1442 \text{ min}^{-1}$  beziehungsweise, unter Berücksichtigung des Getriebeübersetzungsverhältnis, einer Rührwerksdrehzahl von  $245.4 \text{ min}^{-1}$ . Unter den vorgegebenen Modellparametern wird die Drehzahl des modellierten Tauchmotorrührwerkes demnach um 1.6% gegenüber der Messung überschätzt. Der Einfluss des Schlupfes kann auch anhand der Rotorströme nachvollzogen werden. So nimmt die Wellenlänge des Rotorwechselstroms  $I_{r:1}$  mit sinkendem Schlupf zu<sup>5</sup>. Mit steigenden Drehzahlen und hydrodynamischen Lasten nimmt die abgeführte mechanische Leistung  $P_{out}$  zu. Bei etwa 2.5 s wirkt das maximale Antriebsmoment auf den Antriebsstrang des Tauchmotorrührwerkes. Dies äußert sich auch im maximalen Anstieg der Drehzahl und dem Maximum der aufgenommenen elektrischen Leistung  $P_{in}$  sowie den maximalen Amplituden des Statorleitungsstroms  $I_{s:a}$ . Im kontinuierlichen

<sup>5</sup>bei lastfreiem, synchronem Betrieb sind die Stromstärken  $I_{r:n}$  in allen  $n$ -Läuferstäben Null

Betrieb ab einer Betriebszeit von 5 s beträgt der berechnete Wirkungsgrad des simulierten Asynchronmotors 78.6 %. Bei der zeitgleich abgeführten Leistung deckt sich der berechnete Wirkungsgrad mit dem im Datenblatt des Herstellers angegebenen Wirkungsgradverlaufs.

### Ergebnisse in der Fluidomäne

Während des Anfahrens wird der Rotor auf Betriebsdrehzahl beschleunigt und die Anströmgeschwindigkeit stetig angehoben. In Abbildung 5.18 sind die resultierenden Wirbelgitter zu verschiedenen Zeitpunkten der Simulation dargestellt. Die Einfärbung der Wirbelgitter entspricht der Zirkulationsverteilung  $\gamma$ ,

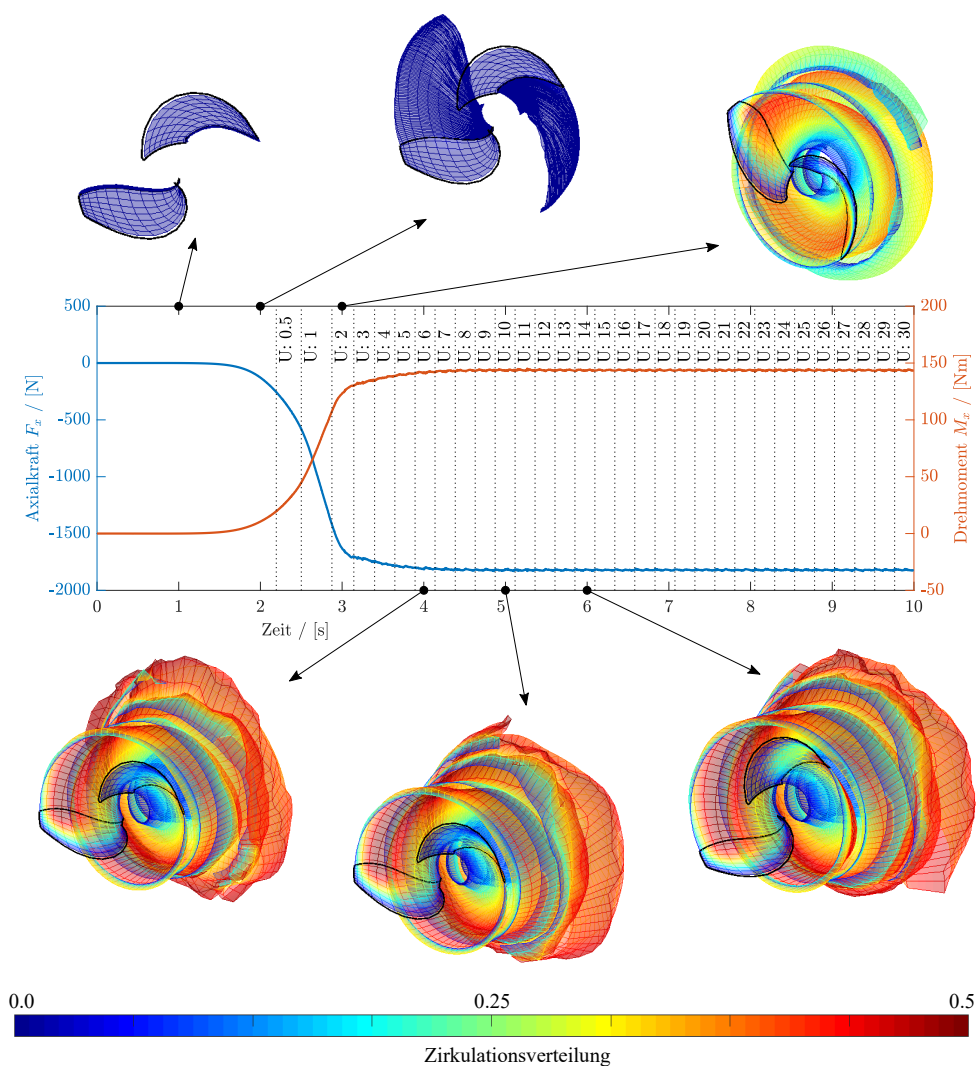


Abb. 5.18: Verlauf von Axialschub und Drehmoment des Tauchmotorrührwerkes während des Anlaufvorgangs sowie Darstellung der Nachlaufausbildung zu definierten Zeitpunkten. Der Zahlenwert von U: # entspricht den kumulierten Rotorumdrehungen.

welche mit der Drehzahl betragsmäßig zunimmt und das Ansteigen der hydrodynamischen Lasten auf den Rotorblättern zur Folge hat. Des Weiteren sind die Verläufe der hydrodynamischen Axialkraft und des Drehmomentes im (vgl. Abbildung 4.5) dargestellt. Sowohl die Axialkraft, als auch das Drehmoment erreichen ihr Maximum bei maximaler Drehzahl und sind trotz der Ungleichförmigkeit des approximierten Anströmfeldes der Messung ab einem Zeitpunkt  $t > 5$  s bzw. nach 10 Rotorumdrehungen nahezu konstant. Dies ist auf die flexible Struktur des Rotorblattes zurückzuführen, da stets ein Gleichgewicht von Blattverformung und -belastung besteht. So wird das Rotorblatt in Bereichen geringerer Anströmgeschwindigkeiten, verglichen mit der mittleren Gleichgewichtslage, durch die resultierende Steigerung der Schubbelastung stärker verformt. Umgekehrt gilt dies für Bereiche höherer Anströmgeschwindigkeiten. Die Magnitude der Lasten ist bei der Anwendung der bidirektionalen FSI stets kleiner als im Fall einer uni-direktionalen FSI. Dies ist auch anhand der hydrodynamischen Querlasten  $F_y, F_z$  und der Biegemomente  $M_y, M_z$  zu erkennen. Eine nähere Betrachtung dieser Lasten und deren Wirkung auf die Dynamik erfolgt in Unterabschnitt 5.3.2.

### Ergebnisse in der Strukturdomäne

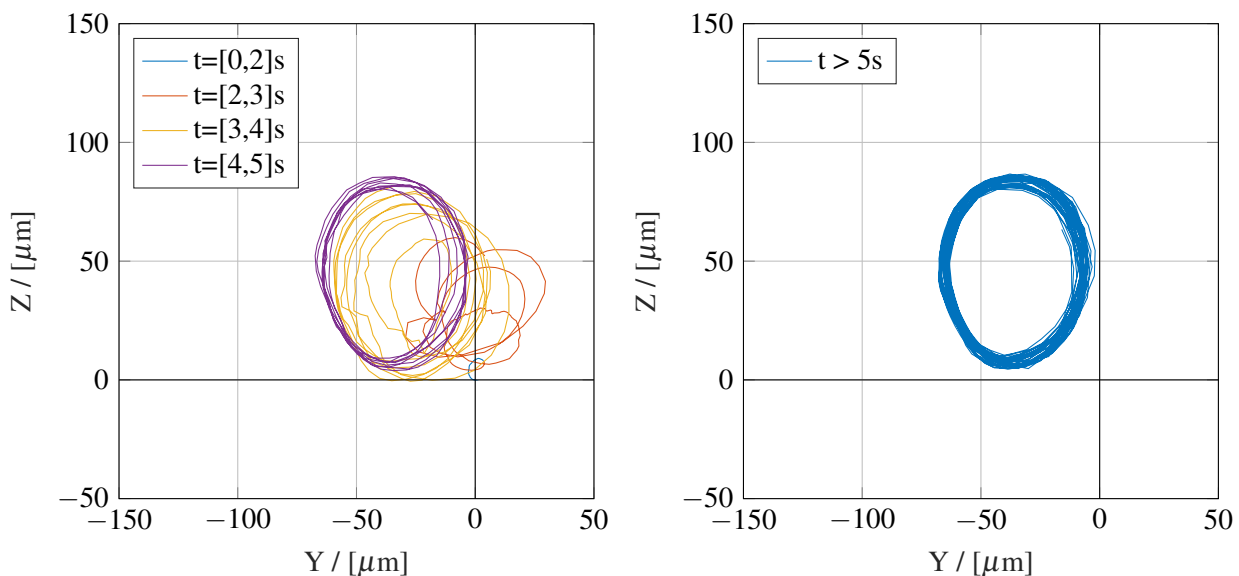


Abb. 5.19: Rotororbit während des Anlaufvorgangs (links) und im kontinuierlichem Betrieb (rechts)

Die Lasten aus der Antriebs-, und Fluiddomäne entfalten ihre Wirkung in der Strukturdomäne und führen zu Verschiebungen der Rotorwelle. In Abbildung 5.19 sind die Pfade der Rotorverschiebung des Wellenadapters für die Zeiträume des Anfahrens (0 s bis 5 s), sowie den kontinuierlichen Betrieb (5 s bis 10 s) dargestellt. Der Startpunkt des Bewegungspfades liegt bei  $t = 0$  s im Ursprung des inertialen Koordinatensystems  $O_i(0, 0)$ .

Im Laufe des Anfahrens nehmen die hydrodynamischen Lasten und folglich die Verformungen des Rotorblattes zu. In Abbildung 5.20 sind die Verläufe Blattspitzengesamtverschiebungen:

$$G_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2 + Z_B^2} \quad (5.4)$$

mit der Blattnummer  $B = 1, 2$  im mitrotierenden Koordinatensystem des Rotors dargestellt. Ab einer Betriebszeit von 3 s ist eine alternierende Verformung der Rotorblätter zu erkennen. Das Schwanken der Rotorblattverformungen ist auf die Ungleichförmigkeit des Anströmfeldes und der damit einhergehenden Veränderung der hydrodynamischen Lasten zurückzuführen. Im Anschluss an das Anfahren des Tauchmotorrührwerkes schwanken die Rotorblattverformungen lageabhängig periodisch um einen Mittelwert (vgl. Abbildung 5.15). Die Kenntnis der mittleren Blattverformungen und der Schwingungsamplituden ermöglicht in Zusammenspiel mit einem geeigneten FEM-Modell die Berechnung von Spannungen und Dehnungen auf dem Rotorblatt und ermöglicht dem Entwicklungsingenieur Festigkeits- und Lebensdauerberechnungen.

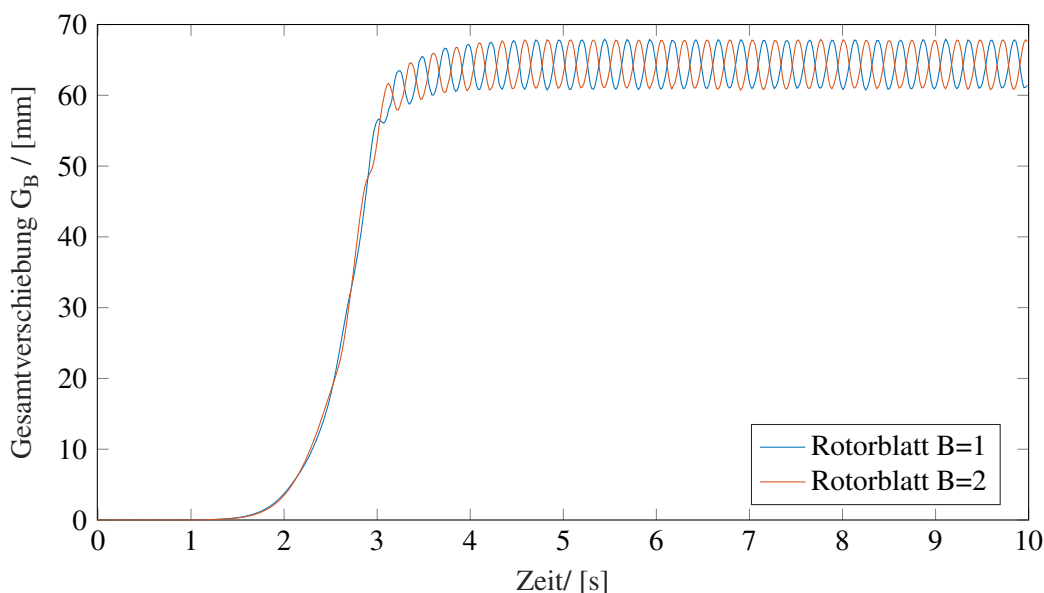


Abb. 5.20: Gesamtverschiebung der Blattspitzen von Rotorblatt 1 und 2 über der Zeit

### 5.3.2 Kontinuierlicher Betrieb

Im kontinuierlichen Betrieb variieren die Randbedingungen aus der Antriebsdomäne und die Blattverformungen bzw. die zugrundeliegenden hydrodynamischen Lasten periodisch (vgl. Abbildung 5.17 und Abbildung 5.20). Im Folgenden wird der Einfluss der Fluid-Struktur-Interaktion und der Strömungsrandbedingungen anhand der resultierenden Rotorverschiebungen in der Strukturdomäne beschrieben und diskutiert.

#### Validierung der Rotordynamik

Zwecks Validierung wird das approximierte Strömungsfeld der Messung als Randbedingung verwendet. In Abbildung 5.21 sind der berechnete und experimentelle Orbit des Wellenadapters mit Blick entgegen der Strömung überlagert wiedergegeben. Anhand der Darstellung ist eine gute qualitative Übereinstimmung der gemessenen und berechneten Rotororbits, dass heißt der Bewegungspfade des Rotormittelpunktes, zu erkennen.

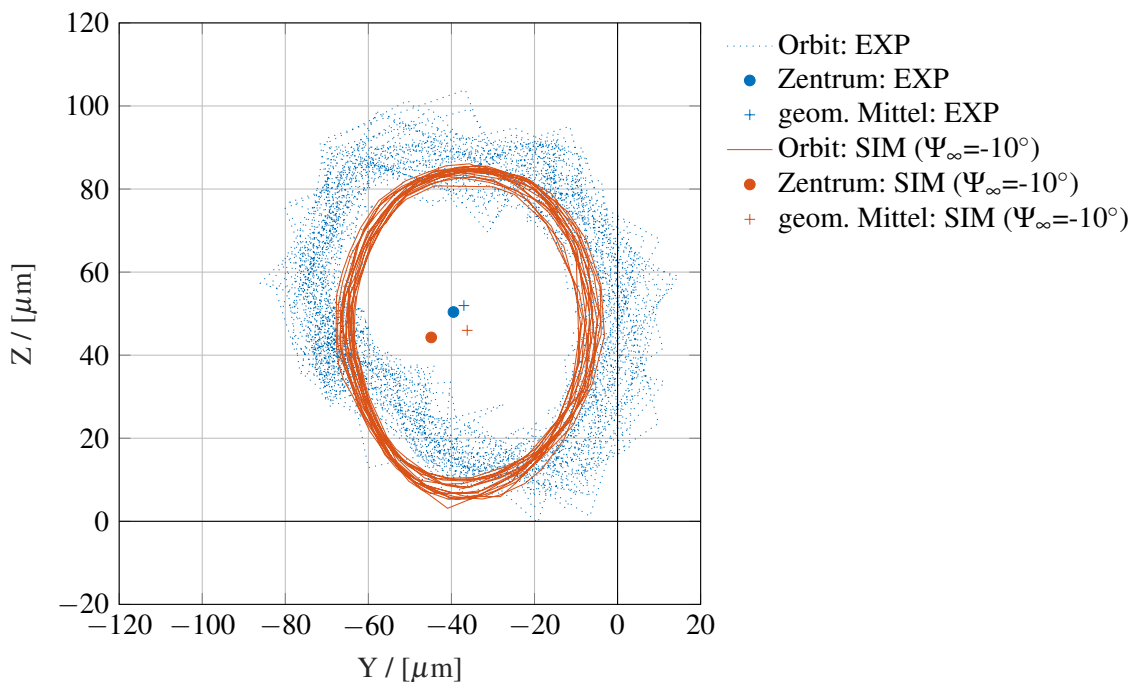


Abb. 5.21: Rotororbit von Experiment (EXP) und numerischer Simulation (SIM) mit bidirektionaler FSI im Vergleich

In der numerischen Simulation weichen das Zentrum und der geometrische Mittelpunkt des Rotororbits deutlicher voneinander ab als im Experiment. Dies ist auf die zeitliche Auflösung des Experimentes zurückzuführen (vgl. Unterabschnitt 4.2.4). Für den Vergleich von numerischer Simulation und Experiment sind die geometrischen Mittelpunkte und die RMS-Werte der Schwingungsbewegungen um diesen maßgebend.

Tab. 5.3: Lage der gemessenen und simulierten geometrischen Mittelpunkte bei kontinuierlichem Betrieb

		EXP	SIM	rel. Fehler [%]
Radius	[ $\mu\text{m}$ ]	63.8	58.5	-8.3
Winkellage	[ $^\circ$ ]	125.5	128.2	2.2

Tab. 5.4: RMS-Werte der Rotorschwingung um den geometrischen Mittelpunkt des Rotororbits ( $n = 242 \text{ min}^{-1}$ )

		EXP	SIM	rel. Fehler [%]
horizontal	[ $\mu\text{m}$ ]	23.94	19.57	-18
vertikal	[ $\mu\text{m}$ ]	23.28	23.45	0.9

In Tabelle 5.3 sind die Radien und Winkellagen der geometrischen Mittelpunkte zum Vergleich angegeben. Der Radius des Rotororbits wird in der numerischen Simulation unterschätzt, was auf eine Überschätzung der Biegesteifigkeit der Rotorwelle oder auf eine Unterschätzung des Anströmwinkels  $\Psi_\infty$  schließen lässt. Die Richtung der Verschiebung in Form der Winkellage des geometrischen Mittelpunktes lässt auf eine gute Näherung des Anströmfeldes und der resultierenden Querkräfte und Biegemomente schließen.

Als weitere Vergleichsgrößen sind in Tabelle 5.4 die RMS-Werte der vertikalen und horizontalen Schwingung um den geometrischen Mittelpunkt des Rotororbits wiedergegeben. Der Effektivwert wird durch die numerische Simulation in horizontale Richtung unterschätzt und in vertikale Richtung überschätzt. Wie bereits die Auswertung der gemessenen RMS-Werte in Abhängigkeit der Drehzahl zeigt, hat die Lagerung der Maschine Einfluss auf den Rotororbit. So folgt bei Anregung der horizontalen Eigenfrequenz der Maschinenlagerung mit der Drehzahl der Tauchmotorrührwerkes nachweislich ein gesteigerter RMS-Wert der horizontalen Orbitalschwingung (vgl. Abbildung 4.17). Des Weiteren kann aus der beobachteten horizontalen Resonanz geschlossen werden, dass die Lagerung der Maschine eine geringere Steifigkeit in horizontale als in vertikale Richtung aufweist. Da in der numerischen Simulation die Lagerung des Tauchmotorrührwerkes starr angenommen wurde, ist die Unterschätzung der horizontalen Rotorbewegungen plausibel. Als weiterer Grund für die Abweichungen ist das zeit-gemittelte Anströmfeld zu nennen. So wurde experimentell eine instationäre Wirbelströmung im ersten Quadranten ( $y > 0 \text{ m}, z > 0 \text{ m}$ ) beobachtet, die zu räumlichen und zeitlichen Änderungen der Anströmung führt (vgl. Abbildung 4.14). Die Instationarität der Wirbelströmung und die zugehörigen, tangentialen Geschwindigkeitskomponenten im Anströmfeld wurden in der Simulation nicht berücksichtigt. In der Folge sind zeitabhängige Abweichungen des experimentellen Rotororbits gegenüber den numerischen Ergebnissen plausibel.

Es ist festzuhalten, dass unter den gewählten Randbedingungen und Annahmen die lateralen Bewegungspfade des Rotors mit flexiblen Rotorblättern mit denen in dieser Arbeit präsentierten Methoden sowohl qualitativ als auch quantitativ in guter Näherung modelliert werden kann.

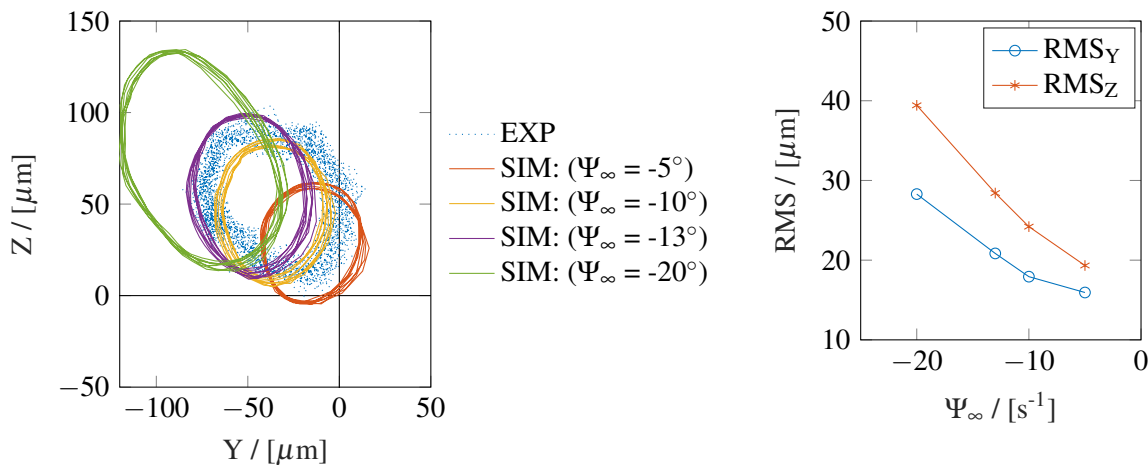


Abb. 5.22: Rotororbit von Experiment (EXP) und numerischer Simulation (SIM) mit bidirektionaler FSI im Vergleich in Abhängigkeit des Anströmwinkels  $\Psi_\infty$

### Einfluss der Schräganströmung

Die Validierung basiert auf einem Strömungsfeld das näherungsweise in einem Winkel  $\Psi_\infty = -10^\circ$  gegenüber der vertikalen Achse des Tauchmotorrührwerkes verläuft. Diese Annahme ist in Bezug auf die Form des Rundlaufkanals berechtigt und stellt eine Näherung der realen Grundströmung dar. Es ist jedoch anzumerken, dass die Größe des Anströmwinkels den Rotororbit beeinflusst. In Abbildung 5.22 ist der Einfluss des Anströmwinkels auf den Rotororbit visualisiert. Mit zunehmender Schräganströmung steigen sowohl die Effektivwerte der Rotorschwingung als auch der mittlere Radius zum Zentrum des Rotororbits. Das ist auf zunehmende Querlasten und Biegemomente zurückzuführen. Die beste Übereinstimmung liegt nahe dem Anströmwinkel  $\Psi_\infty = -10^\circ$ , für den die berechneten, umfangsgemittelten Blattverformungen in Unterabschnitt 5.2.3 mittels der Dehnungsmessergebnisse validiert wurden.

### Bedeutung des FSI-Ansatzes

Neben dem Winkel der Schräganströmung ist die Wirkung des FSI-Ansatzes maßgeblich für die Berechnung des Rotororbits. In Abbildung 5.23 sind die Rotororbits für die Fälle des uni- und bidirektionalen FSI-Ansatzes unter den approximierten Strömungsbedingungen ( $\Psi_\infty = -10^\circ$ ) im Vergleich zum Experiment dargestellt. Die Annahme starrer Rotorblätter im Rahmen der hydrodynamischen Lastenberechnung führt zu einer Überbewertung der Rotorbewegung. So werden die Amplituden der Rotorschwingung um ein Vielfaches überschätzt. Zudem wird der Trend der mittleren Rotorverschiebung in Richtung des zweiten Quadranten nicht erfasst.

Ausschlaggebend für die Abweichungen sind Veränderungen der für den Rotororbit relevanten Querlasten und Biegemomente auf bzw. um die Rotornabe. In Abbildung 5.24 sind die berechneten Verschiebungen des Wellenadapters:  $Y, Z$ , sowie die Querlasten:  $F_y, F_z$  und Biegemomente:  $M_y, M_z$  um die Rotor-

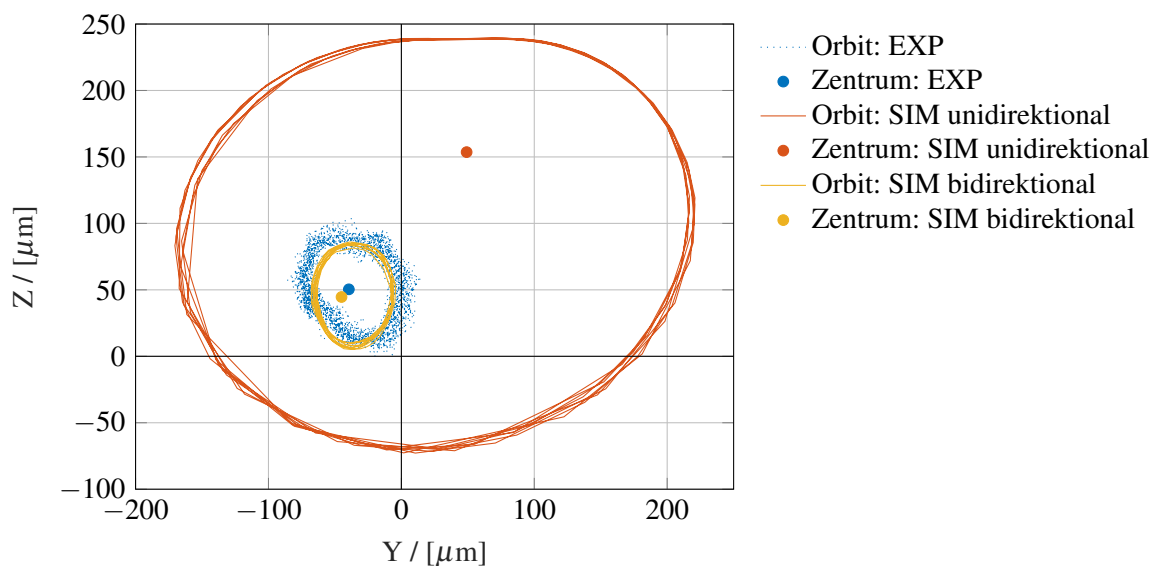


Abb. 5.23: Vergleich des Rotororbits von Experiment (EXP) und numerischer Simulation (SIM) in Abhängigkeit des FSI-Ansatzes

nabe in Abhängigkeit der Rotorstellung im Bereich<sup>6</sup>  $\Phi = [0, \pi]$  abgebildet (vgl. Abbildung 4.13). Die Biegemomente resultieren vorrangig aus der Verteilung der axialen Rotorblattlasten, da die biegemomentenerzeugenden Querkräfte  $F_y, F_z$  um ein Vielfaches kleiner sind. Unter Berücksichtigung der bidirektionalen FSI sinken die axialen Blattlasten und folglich auch die Biegemomente. Die Maxima und Minima der Biegemomente werden zeitgleich bzw. bei gleicher Rotorstellung erreicht. Im Gegensatz zu den Biegemomenten werden die Maxima und Minima der Querkräfte bei unterschiedlichen Rotorstellungen erreicht. Zudem sind Maximal- und Minimalwerte der Querkräfte auf den Rotor im Fall der bidirektionalen FSI größer. Sowohl der Versatz als auch der betragsmäßige Unterschied der Querkräfte ist auf das Fehlen verformungsbedingter Laständerungen über den Umlauf des Rotorblattes im unidirektionalen Fall zurückzuführen. Durch die bidirektionale Kopplung überwiegen die höheren Querkräfte  $F_y, F_z$  die Wirkung der Biegemomente  $M_y, M_z$ , da anderenfalls anhand der Wirkrichtung von  $M_z$  eine Verschiebung des Rotors in Richtung des ersten Quadranten zu erwarten wäre (vgl. Abbildung 5.23: SIM unidirektional). Die Querkraft  $F_y$  wirkt jedoch in entgegengesetzte Richtung und nimmt bei bidirektionaler Kopplung betragsmäßig zu, während das Biegemoment  $M_z$  betragsmäßig abnimmt.

Diese Ergebnisse verdeutlichen, dass für die Modellierung der Rotorbewegungen eines Strömungsmaschinensystems mit flexiblen Rotorblättern eine adäquate Berechnung der bidirektional-gekoppelten, hydrodynamischen Lasten erforderlich ist.

<sup>6</sup>Grund: Symmetrie des zweiflügeligen Rotors

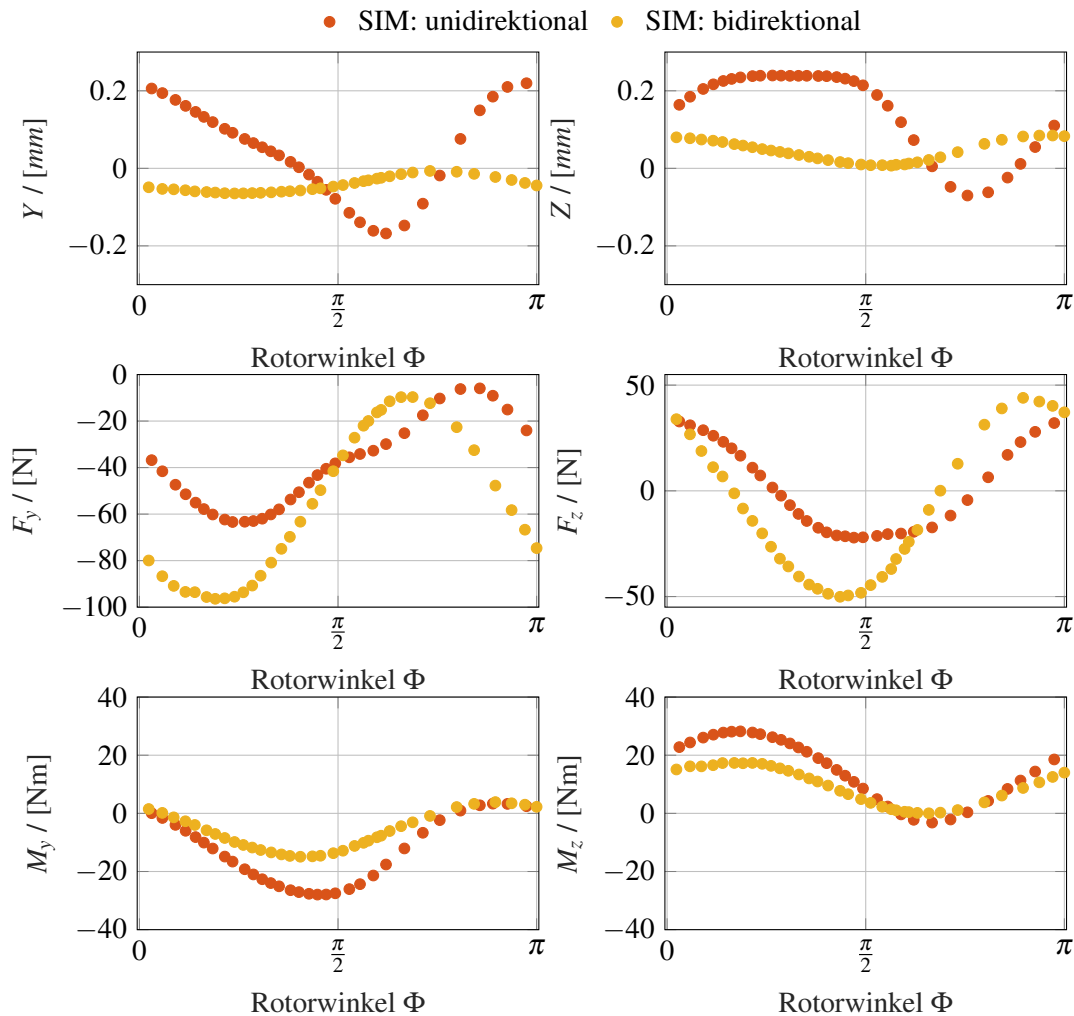


Abb. 5.24: Darstellung von Verschiebungen des Wellenadapters:  $Y, Z$  sowie der Querkräfte:  $F_y, F_z$  und Biegemomente:  $M_y, M_z$  an bzw. um die Rotornabe in Abhängigkeit der Rotorstellung

### 5.3.3 Ausgewählte hydrodynamische Randbedingungen

Das zur Validierung verwendete Anströmfeld ist charakterisiert durch ortsabhängige Geschwindigkeitsgradienten und einen definierten Winkel der Grundströmung gegenüber der vertikalen Achse. Im Folgenden werden die Schräganströmung eines homogenen Anströmfeldes und die gerade Scherströmung simuliert, um dessen Einfluss und Relevanz auf die Bewegungen des Rotors separat zu untersuchen.

#### Winkelabhängige Schräganströmung

Bei der homogenen Schräganströmung wird die Grundströmung im Winkel  $\Psi_\infty$  um die vertikale  $z$ -Achse gedreht. Die Drehung des Strömungsfeldes bewirkt eine Reduktion der axialen Strömungsgeschwindigkeiten bei gleichzeitiger Anhebung der Strömungsgeschwindigkeiten in der Rotorebene: winkelabhängig

in die positive bzw. negative  $y$ -Richtung. Hierdurch wird die Wirbelschlepe des Rotors in Richtung der Grundströmung abgelenkt. Diese Ablenkung kann in Abbildung 5.25 (rechts) anhand des Tauchmotorrührwerkes nachvollzogen werden.

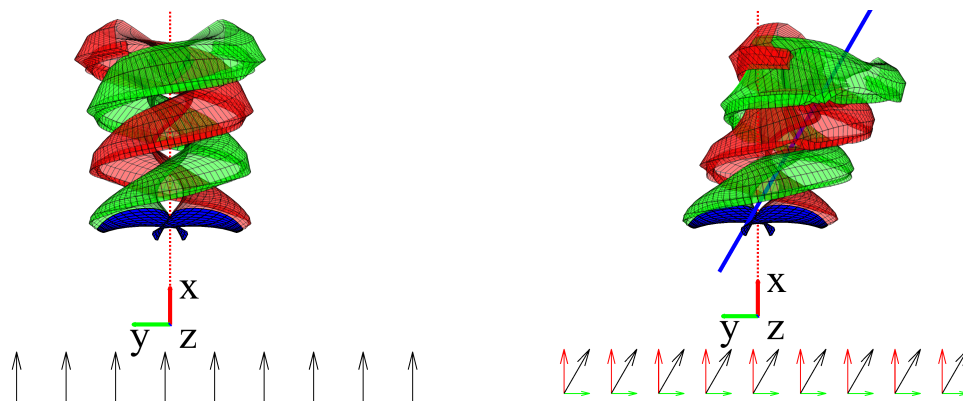


Abb. 5.25: Nachlaufkonvektion bei  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  Grundströmungsgeschwindigkeit: gerade Anströmung (links); Schräganströmung mit  $\Psi_\infty = -30^\circ$  (rechts)

Als Anwendungsbeispiel sei angenommen, dass das Tauchmotorrührwerk mit flexiblen Rotorblättern in einer Grundströmung mit einer Geschwindigkeit von  $0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (Fortschrittsgrad  $J = 0.1$ ) betrieben wird. In Abbildung 5.26 sind die berechneten Rotororbits für verschiedene Grundströmungswinkel unter Einbeziehung des bidirektionalen FSI-Ansatz wiedergegeben.

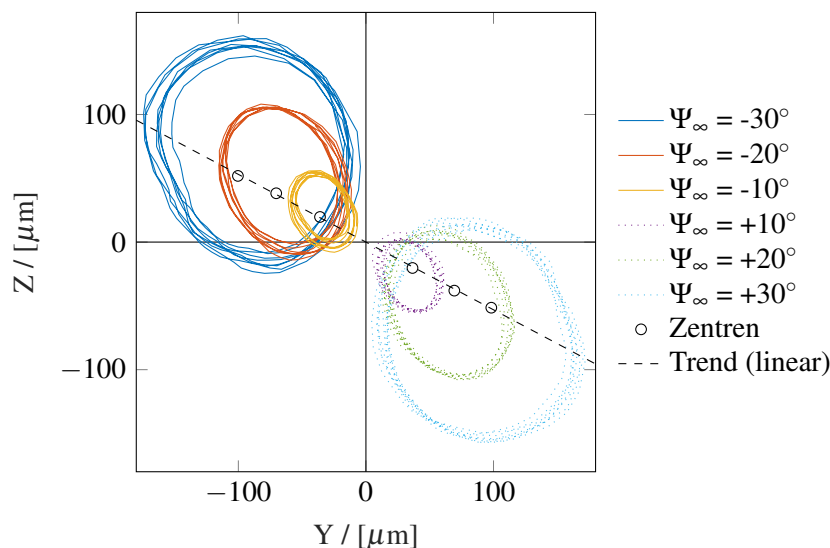


Abb. 5.26: Rotororbit des Tauchmotorrührwerkes in einer Schräganströmung mit Winkel  $\Psi_\infty$  um die vertikale Achse

Im Falle negativer  $\Psi_\infty$  ist eine Verschiebung in negative  $y$ -Richtung zu erwarten, bei positiven  $\Psi_\infty$  entsprechend in positive  $y$ -Richtung. Die Rotorbewegungen folgen in der Simulation der Richtung der Grund-

strömung. Dies ist zum einen auf die unterschiedlichen Anströmungsgeschwindigkeiten und -richtungen auf das jeweilige Rotorblatt in Abhängigkeit der Rotorstellung zurückzuführen. Zum anderen auf die Konvektion der Wirbelschlepe, wodurch die Rotationssymmetrie aufgehoben wird und folglich die Zirkulationsverteilung auf der Tragfläche des Rotorblattes über einen Umlauf, abhängig von der Nähe zur Wirbelschlepe, variiert. Die Kombination dieser Einflüsse resultiert in rotorwinkelabhängigen hydrodynamischen Lasten: die Querkräfte und Biegemomente auf bzw. um die Rotornabe sind in Abbildung 5.27 für verschiedene Grundströmungswinkel wiedergegeben.

Anhand der berechneten Rotororbits ist neben der horizontalen eine vertikale Verschiebung zu erkennen. Diese Auslenkung ist abhängig von der Maschinenart (Kraft- oder Arbeitsmaschine) und der Rotationsrichtung bzw. der Relativbewegung der Rotorblätter in der Grundströmung. Das untersuchte Tauchmotorrührwerk ist eine Arbeitsmaschine und rotiert um die negative  $x$ -Achse. Je nach Anströmungswinkel  $\Psi_\infty$  bewegen sich die Rotorblätter oberhalb bzw. unterhalb der Maschinenachse entgegen oder mit der Querkomponente der Grundströmung  $v_\infty$  in  $y$ -Richtung. Dadurch variieren über einen Umlauf eines Rotorblattes die Anströmungsgeschwindigkeiten und -winkel auf die hydrodynamischen Profile. Exemplarisch sei der Fall des Grundströmungswinkels  $\Psi_\infty = -30^\circ$  betrachtet: bei einem Rotorwinkel von  $\pi/2$  weisen die Hinterkanten der Blattspitzen in vertikale Richtung. Das Rotorblatt, welches sich oberhalb ( $z > 0$ ) des Rührwerkes befindet, bewegt sich entgegen der Querströmung  $v_\infty$ . Bezogen auf das Tragflächenprofil in einem Radienschnitt steigen dadurch die Relativgeschwindigkeit der Anströmung und der Anstellwinkel gegenüber der Profilschne. Dies führt in der Folge zu größeren Auftriebs- und Widerstandkräften, welche sich beim Rührwerk in Form einer höheren Axial- und Querkraft in horizontale Richtung zeigt. Das Rotorblatt unterhalb der Rotationsachse erfährt die gegenteiligen Änderungen der Lasten: Axial- und Querkraft werden reduziert. Während sich der Querkraftunterschied beim zweiflügligen Rotor aufgrund der entgegengesetzten Bewegung der Rotorblätter in ihrer Wirkung auf die Nabe aufheben, folgt aus dem unterschiedlichen Axialkräften ein betragsmäßiger Anstieg des Biegemomentes  $M_y$  um die horizontale Querachse des Rotors. Für  $\Psi_\infty = -30^\circ$  folgt daraus ein betragsmäßiges Maximum des negativen Biegemomentes nahe des Rotorwinkels  $\pi/2$  (vgl. Abbildung 5.27), welches zu der beobachteten Verschiebung in positive  $z$ -Richtung führt (vgl. Abbildung 5.26).

Wie für das experimentelle Anströmfeld dargelegt, ist die horizontale Verschiebung auf die wirkenden Querkraft  $F_y$  zurückzuführen, welche im bidirektionalen FSI-Ansatz erhöht ist. Für starre Rotorblätter, bei denen das Biegemoment  $M_z$  gegenüber der Querkraft  $F_y$  stärker gewichtet ist, ist eine Verschiebung in die entgegengesetzte Richtung zu erwarten. Die berechneten Rotorbewegungen des untersuchten Tauchmotorrührwerkes können demnach nicht allgemeingültig auf gehäuselosen Strömungsmaschinen übertragen werden, sondern müssen individuell für den jeweiligen Rotor mit oder ohne flexible Rotorblätter bestimmt werden.

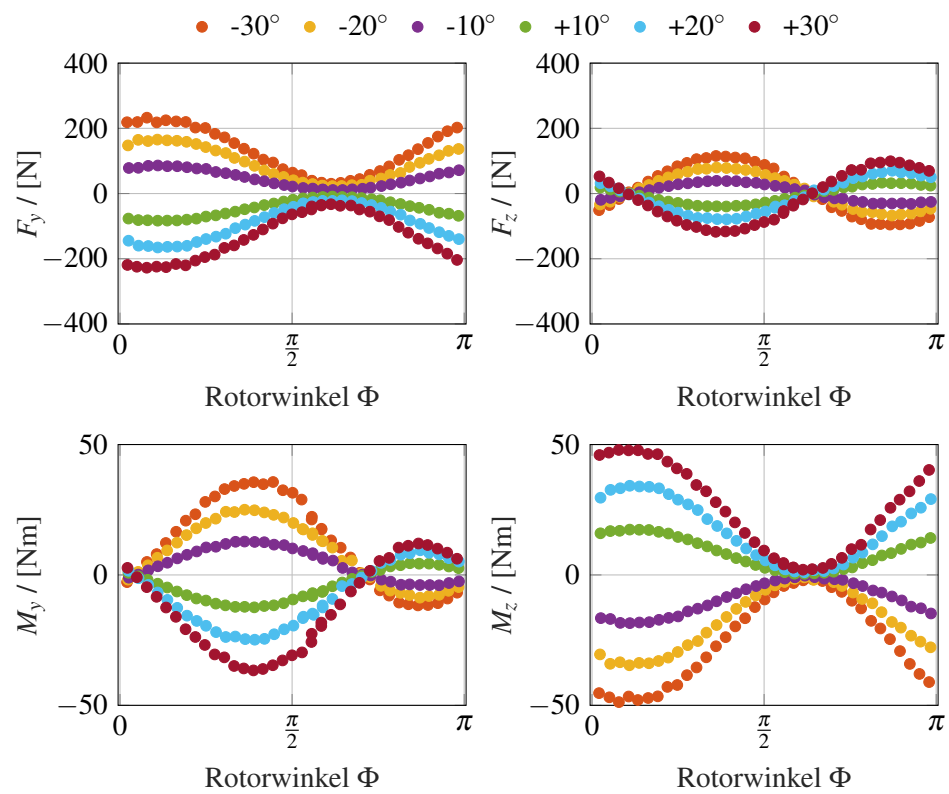


Abb. 5.27: hydrodynamische Lasten auf auf/um die Rotornabe in Abhängigkeit des Grundströmungswinkels  $\Psi_\infty$

### Gradientenabhängige Scherströmungen

Tauchmotorrührwerke werden vor allem zur Homogenisierung und zur Vermeidung von Sedimentablagerungen in Klärwerken eingesetzt. Die Form des Beckens und der Position des Tauchmotorrührwerkes hinter einer Krümmung führt oftmals zu inhomogenen, durch starke Gradienten geprägte Anströmbedingungen. Zur Näherung der Grundströmung wird eine horizontal ausgerichtete Scherströmung mit einem Gradienten  $\partial_y u_\infty = \frac{\partial u_\infty}{\partial y}$  angenommen. Die Scherströmung wird über eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit auf Höhe der Rotationsachse ( $y = 0$ ) definiert, welche entsprechend des Gradienten in positive oder negative Richtung erhöht bzw. reduziert wird. In Abbildung 5.28 sind die axiale Strömungsverteilung in vektorieller Form und die resultierende Form der Wirbelschlepe dargestellt.

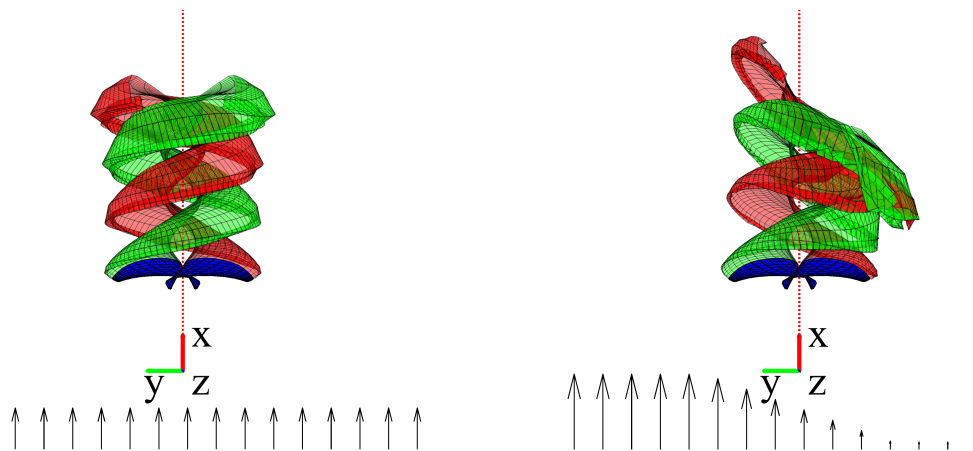


Abb. 5.28: Nachlaufkonvektion bei  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  Grundströmungsgeschwindigkeit: homogene Anströmung (links); Scherströmung mit  $\partial_y u_\infty = 3 \frac{1}{\text{s}}$  (rechts)

Der Einfluss der Scherströmung wurde für eine Anströmgeschwindigkeit von  $0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  untersucht. Der maximale und minimale Gradient in horizontale Richtung ist derart gewählt, dass keine Rückströmungen der Grundströmung auftritt. Die berechneten Rotororbits für ausgewählte Gradienten  $\partial_y u_\infty$  im Bereich  $[-0.5, 0.5]$  sind in Abbildung 5.29 dargestellt.

Der Darstellung ist zu entnehmen, dass positive Gradienten eine größere Verschiebung der Rotorzentren in positive  $z$ -Richtung bewirken und umgekehrt. Im Gegensatz zur Scherströmung ist die Grundströmung rein axial ausgerichtet. Je nach Lage des Rotorblattes variiert jedoch der Betrag der Axialgeschwindigkeit und folglich der Anströmwinkel auf die hydrodynamischen Profile. Des Weiteren bewirkt die Schiefe der Grundströmung eine ungleichmäßige Konvektion der Wirbelschlepe, wodurch sich die Beträge der induzierten Geschwindigkeiten und die Zirkulationsverteilung auf dem Rotorblatt lageabhängig verändern. Die Überlagerung beider Phänomene führt zu Auftriebs- und Widerstandskraftänderungen im Laufe einer Umdrehung. In Abbildung 5.30 sind die berechneten hydrodynamischen Lasten auf/um die Rotornabe für eine halbe Rotorumdrehung wiedergegeben. In erster Linie bewirkt das betragsmäßige Ansteigen des Geschwindigkeitsgradienten wachsende Auslenkungen des Rotororbits. Die Verschiebung der Rotorzentren resultiert vornehmlich aus dem Biegemoment  $M_y$ , welches beim untersuchten Tauchmotorrührwerk

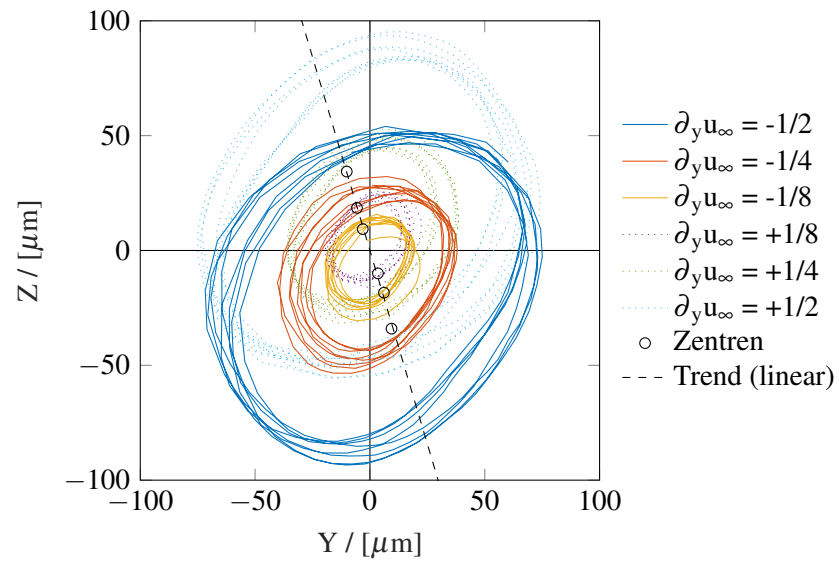


Abb. 5.29: Rotororbit des Tauchmotorrührwerkes in einer Scherströmung mit horizontalem Geschwindigkeitsgradienten  $\partial_y u_\infty$

gradientenunabhängig bei einem Rotorwinkel von  $106^\circ$  ( $\approx \frac{3}{5}\pi$ ) durchlaufen wird. Dies entspricht dem Winkel der Trendlinie der Rotorzentren in Abbildung 5.29. Das Vorzeichen des Gradienten bestimmt die Richtung der Verschiebung entlang der Trendlinie.

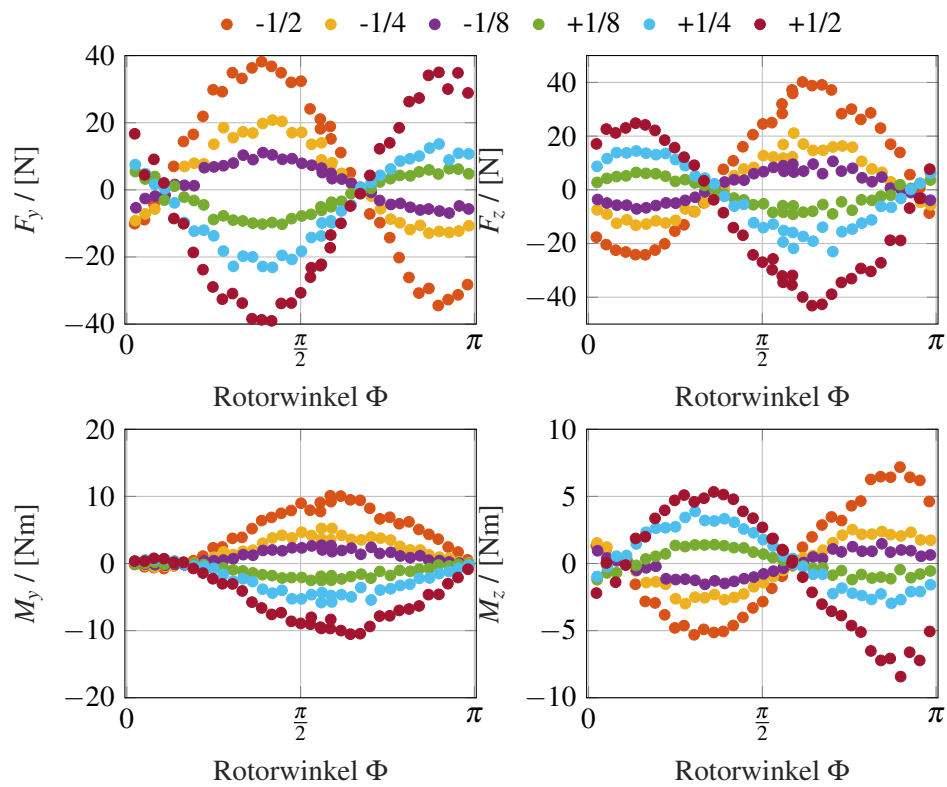


Abb. 5.30: hydrodynamische Lasten auf auf die Rotornabe in Abhängigkeit vom horizontalen Geschwindigkeitsgradienten  $\partial_y u_\infty$  der Anströmung

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Gehäuselose Strömungsmaschinen, wie Tauchmotorrührwerke, Schiffspropeller, Wind- und Gezeitenturbinen, sichern den Lebensstandard vieler Menschen durch ihren Einsatz zur Wasseraufbereitung, als Antrieb in der Flug- und Schifffahrt oder durch die Versorgung mit erneuerbaren Energien. Während der Entwicklung dieser Maschinen muss die Stabilität und Sicherheit des Betriebes gewährleistet werden. Zur strukturellen Auslegung erfolgen in der Regel Lastensimulationen, in denen das dynamische Verhalten im Zusammenspiel aller Komponenten durch eine Mehrkörpersimulation modelliert wird. Dabei sind für elektrisch betriebene, gehäuselose Strömungsmaschinen insbesondere die elektromechanische Interaktion und die Fluid-Struktur-Interaktion im Rahmen einer energiedomänenübergreifenden Modellierung zu berücksichtigen. Für Windkraftanlagen mit geraden Flügeln existieren hierzu bereits zahlreiche Anwendungen (FLEX5, HAWC2, GH-Bladed, etc.), die zur aerodynamischen Lastenberechnung vorrangig auf Traglinienverfahren basieren. Diese Verfahren können jedoch nicht ohne Weiteres auf alle gehäuselosen Strömungsmaschinen übertragen werden. Während in der aerodynamischen Anwendung die Wechselwirkungen der bewegten Fluid- und Strukturmassen aufgrund der geringen Fluidichte weitestgehend vernachlässigt werden können, ist die Trägheitswirkung des Fluides in Unterwasseranwendungen, mit einer näherungsweise 1000-fach höheren Dichte gegenüber Luft, im Hinblick auf die Strukturdynamik zu berücksichtigen. Die bekannten Anwendungen erfordern zu diesem Zweck zusätzliche Annahmen zur Modellierung der virtuellen Masse. Ein weiteres Problem besteht für stark räumlich gekrümmte und kurze Rotorblattgeometrien, d.h. mit großer Flügelrücklage und kleinem Seitenverhältnis (Spannweite/Sehnenlänge). Für die Berechnung der Strömungslasten auf diese Rotorblattgeometrien eignen sich Traglinienverfahren nur bedingt, da auftretende dreidimensionale Strömungseffekte unzureichend abgebildet werden. Des Weiteren führt der zunehmende Einsatz faserverstärkter Kunststoffe in Unterwasseranwendungen zu sehr flexiblen Rotorblättern, die eine Simulation der bidirektionalen Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) erfordern. Räumlich aufgelöste CFD-Verfahren, wie bspw. die instationäre URANS-Simulation, in Kombination mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) oder Mehrkörpersimulation (MBS) bieten die Möglichkeit diese Phänomene zu adressieren, gehen jedoch mit enormen Rechenaufwand einher, was Ihren Einsatz auf wenige Strömungs- bzw. Betriebszustände limitiert und eine umfassende Lastensimulation behindert. Im Entwicklungsprozess ist zudem der stabile Betrieb im gesamten Drehzahlbereich durch die Simulation der Rotordynamik, einem Teilgebiet der Strukturdynamik mit Fokus auf rotierende Maschinen, sicherzustellen. Dieser Aspekt ist insbesondere beim Einsatz hydrodynamischen Gleitlager und -ringdichtungen in Unterwasseranwendungen von großer Bedeutung.

In der vorliegenden Arbeit wird eine numerische Methode präsentiert, welche die energiedomänenübergreifende Simulation von elektrisch angetriebenen, gehäuselosen Strömungsmaschinen in gasförmigen und flüssigen Medien ermöglicht. Durch die Integration gyroskopischer Effekte wird die Rotordynamik adressiert. In einer zeitaufgelösten Simulation werden die elektromechanische Interaktion von Netzanschluss und Antriebsstrang sowie die bidirektionale Fluid-Struktur-Interaktion eines flexiblen, räumlich gekrümmten Rotorblattes mit der Fluidströmung berücksichtigt.

Die Modellierung der elektromechanischen und strukturdynamischen Prozesse erfolgt unter Verwendung der Bondgraph-Methode. Hierin entspricht die Modellierung der Strukturdynamik einer elastischen Mehrkörpersimulation (MBS). In der Software *20sim* werden einzelne Bondgraph-Modelle für die Komponenten einer elektrisch angetriebenen, gehäuselosen Strömungsmaschine entwickelt und in einer Bondgraph-Bibliothek zusammengetragen. Die Bibliothek umfasst Bondgraph-Modelle für eine Asynchronmaschine, ein einstufiges Umlaufrädergetriebe, eine rotierende Welle, ein Wälzlager und eine Rotornabe mit flexiblen Rotorblättern. Mit diesen Modellen können unter anderem Unwuchten entlang des rotierenden Systems, lastabhängige Drehzahlen oder Schwankungen im elektrischen Netz simuliert werden.

Die Berechnung der strömungsmechanischen Prozesse erfolgt mit einem vom Autor in *MATLAB* implementierten, instationären Wirbelgitterverfahren (UVLM) namens I2VL. Dieses Verfahren erlaubt die Modellierung von räumlich gekrümmten, kurzen Rotorblättern. Zudem können räumlich und zeitlich aufgelöste Anströmbedingungen wie die homogene Gerad- oder Schräganströmung, Scherströmungsprofile oder vordefinierte Anströmfelder numerisch untersucht werden.

Zwischen der Bondgraph-basierten Mehrkörpersimulation des Rotors mit flexiblen Rotorblättern und dem instationären Wirbelgitterverfahren wird ein bidirektionaler FSI-Ansatz, kurz: MBS/UVLM, realisiert. Diese Kopplung ermöglicht die zeitaufgelöste Simulation der hydrodynamischen Lasten unter Einbeziehung der resultierenden Rotorblattverschiebungen. Im Vergleich zu FSI-Ansätzen mit volumenbasierter Modellierung der Fluiddomäne, wie MBS/URANS oder FEM/URANS, zeichnet sich der vorgestellte MBS/UVLM-Ansatz durch einen vergleichsweise geringen Rechenaufwand aus.

Als Vertreter für elektrisch angetriebene, gehäuselose Strömungsmaschinen mit flexiblen Rotorblättern wird ein Tauchmotorrührwerk mit einem aus glasfaserverstärkten Kunststoffen gefertigtem Rotor experimentell und numerisch im Betrieb untersucht. Unter Verwendung der beschriebenen Methode werden die lateralen Bewegungspfade des Rotors, die Rotorblattverformungen sowie die hydrodynamischen Lasten des Tauchmotorrührwerkes simuliert. Die numerischen Ergebnisse werden durch umfassende Messdaten validiert und die Eignung der Methode für die Simulation des rotordynamischen Verhaltens gehäuseloser Strömungsmaschinen bestätigt.

Im Rahmen der experimentellen Untersuchung wird das Anströmfeld mit Flügelrad-Strömungsmessgeräten vermessen und als Randbedingung für die numerische Simulation approximiert. Die Strömungsgeschwindigkeit des Anströmfeldes ist durch den Aufbau des Prüfstandes um die Maschinenachse asymmetrisch verteilt. Auf einem Rotorblatt werden Dehnungsmessstreifen appliziert und mit Hilfe einer angeschlossenen Telemetrie Dehnungen im Betrieb gemessen. Anhand der Dehnungen ist die positionsabhängige

Verformung des flexiblen Rotorblattes während einer Umdrehung nachvollziehbar. Des Weiteren werden der generierte Schub und das wirkende Drehmoment gemessen, um das Tauchmotorrührwerk in Kombination mit der mittleren Anströmgeschwindigkeit durch die hydrodynamischen Koeffizienten  $K_T$  und  $K_Q$  zu charakterisieren. Abstandsmessungen zwischen Gehäuse und Rotorwelle mit kalibrierten Wirbelstromsensoren geben Aufschluss über die vorliegenden, zeitaufgelösten Rotorverschiebungen.

Basierend auf der Bondgraph-Modellbibliothek wird das Tauchmotorrührwerk numerisch modelliert. Im Vorfeld zur Simulation des gesamten Tauchmotorrührwerkes, wird der bidirektionale MBS/UVLM-Ansatz in Anwendung auf den Rotor validiert. Zunächst wird das gemessene Verschiebungs- und Dehnungsverhalten des Rotorblattes unter Last durch ein Modell der Finite-Element-Methode (FEM) genähert und anschließend das BG-Modell des Rotors gemäß des Last-, Verschiebungsverhaltens des FEM-Modells kalibriert. Das FEM-Modell dient als Mittler zwischen Mehrköpersimulation und Experiment. So können die Dehnungen auf dem Rotorblatt basierend auf den Verschiebungen der Rotorblattmassepunkte des BG-Modells berechnet und mit experimentellen Werten verglichen werden. Unter Anwendung des approximierten Anströmfeldes beträgt die Abweichung zwischen berechneten und gemessenen Dehnungen im zeitlichen Mittel über mehrere Rotorumdrehungen maximal 3.8%. Bezugnehmend auf die hydrodynamischen Koeffizienten zeigt sich, dass die Abweichungen zwischen Simulation und Experiment bei Verwendung des bidirektionalen FSI-Ansatzes gegenüber dem unidirektionalen Ansatz deutlich sinken. So werden die maximalen Abweichungen bei einem Fortschrittsgrad  $J = 0.08$  für  $K_T$  von 39.1% auf 3.7% bzw. für  $K_Q$  von 40.6% auf 1.6% reduziert. Ebenso wird eine gute Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Rotorverschiebungen durch den MBS/UVLM-Ansatz erreicht. Hierbei wird die Abhängigkeit der Rotorverschiebungen von den berechneten Querkräften und Biegemomenten um die Rotornabe verdeutlicht und die Notwendigkeit einer bidirektionalen Fluid-Struktur-Interaktion herausgestellt.

Die vorliegende Arbeit schafft die Grundlage für die realitätsnahe Simulation des rotordynamischen Verhaltens gehäuseloser Strömungsmaschinen mit flexiblen Rotorblättern bei vergleichsweise geringem Rechenaufwand. Durch umfassende Lastsimulationen und Entwurfsanpassungen während der Entwicklungsphase kann mit dieser Methode der kosten- und zeitaufwändige Einsatz von Prototypen reduziert werden. Die in dieser Arbeit entwickelte Methode kann auf unterschiedliche Anwendungen und Randbedingungen übertragen werden. So wurde mit diesem Ansatz die Rotordynamik einer Gezeitenströmungsturbine in einer Schräganströmung in Abhängigkeit der Flexibilität der Rotorblätter sowie der Einfluss einer Scherströmung mit überlagerter Wellenbewegung untersucht und die Ergebnisse international veröffentlicht [Laß u. a., 2018a,b].

Die energiedomänenübergreifende Modellierung mit der vorgestellten Methode erlaubt es die Wirkung elektrischer Steuergrößen auf das dynamische Verhalten der Maschine im Zusammenspiel mit bidirektionaler FSI zu untersuchen und ermöglicht es somit neue Regelstrategien zu entwickeln und zu testen. Eine solche Anwendung ist beispielsweise die dezentrale Netzstabilisierung, welche den zunehmenden Wegfall großer, netzstabilisierender Trägheitsmomente infolge des Abschaltens von Großkraftwerken durch das

gezielte Ausnutzen der Trägheitsmomente einer Vielzahl kleiner Strömungsmaschinensysteme zu kompensieren versucht. Dabei können die Regelstrategien im Strömungsmaschinensystem stark schwankende Drehmomente zur Folge haben, welche sich auf die umströmte Struktur übertragen und die Dynamik der Maschine wesentlich beeinflussen.

Als weiterer Anwendungsfall sei die Auslegung und Nachrechnung von Antriebssträngen in der Schifffahrt genannt. So wird beispielsweise in der Linienschifffahrt vielerorts auf „slow steaming“, das heißt Langsamfahrt mit reduzierter Drehzahl, umgestellt, um die Treibstoffkosten zu reduzieren. Hierfür werden die alten Schiffspropeller von bestehenden Wellenanlagen durch neue, an die geplante Schiffsgeschwindigkeit und Drehzahl angepasste Schiffspropeller getauscht. In der Folge ändert sich das rotodynamische Verhalten des Antriebsstrangs. Mit der in dieser Arbeit präsentierten Methode kann das Nachstromfeld des Schiffes und der Einfluss unterschiedlicher Fahrmanöver modelliert werden, um den sicheren Betrieb des neuen Propellers im Einsatz an der bestehenden Wellenanlage zu gewährleisten oder gegebenenfalls Anpassungen in der Planungsphase vorzunehmen.

# **Selbständigkeitserklärung**

Hiermit erkläre ich durch eigenhändige Unterschrift, die vorliegende Dissertation selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben. Die aus den Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Andre Laß

Rostock, den 2. Januar 2020

## Literaturverzeichnis

- [Agarwal u. a. 2012] AGARWAL, Shvetank ; CHALAL, L. ; DAUPHIN-TANGUY, G. ; GUILLAUD, X.: Bond Graph Model of Wind Turbine Blade. (2012). – DOI 10.3182/20120215-3-AT-3016.00072
- [Andersen u. a. 2008] ANDERSEN, Lars ; NIELSEN ; SØREN R.K.: *Elastic Beams in Three Dimensions*, Aalborg University, DCE Lecture Notes No. 23, 2008
- [Arnold u. a. 2016] ARNOLD, Matthias ; BISKUP, Frank ; CHENG, Po W.: Impact of structural flexibility on loads on tidal current turbines. In: *Selected Papers from the European Wave and Tidal Energy Conference 2015, Nante, France* 15 (2016), S. 100–111. – DOI 10.1016/j.ijome.2016.04.010. – ISSN 2214–1669
- [Arnold u. a. 2014] ARNOLD, Matthias ; CHENG, Po W. ; BISKUP, Frank: Simulation of Fluid-Structure-Interaction on Tidal Current Turbines Based on Coupled Multibody and CFD Methods. In: *Journal of Ocean and Wind Energy* Vol. 1 (2014), Nr. No. 2, S. 119–126
- [Arslan u. Aktürk 2008] ARSLAN, H. ; AKTÜRK, N.: An Investigation of Rolling Element Vibrations Caused by Local Defects. In: *Journal of Tribology* 130 (2008), Nr. 4, S. 041101. – DOI 10.1115/1.2958070. – ISSN 07424787
- [Bahaj u. a. 2006] BAHAJ, A. S. ; MOLLAND, A. F. ; CHAPLIN, J. R. ; BATTEN, W. M. J.: Power and thrust measurements of marine current turbines under various hydrodynamic flow conditions in a cavitation tunnel and a towing tank. In: *Renewable Energy* 32 (2006), Nr. 3, 407–426. – DOI 10.1016/j.renene.2006.01.012. – ISSN 09601481
- [Bakka u. Karimi 2013] BAKKA, Tore ; KARIMI, Hamid R.: Bond graph modeling and simulation of wind turbine systems. In: *Journal of Mechanical Science and Technology* 27 (2013), Nr. 6, S. 1843–1852. – DOI 10.1007/s12206-013-0435-x. – ISSN 1738–494X
- [Barkmann 2011] BARKMANN, Ulf ; SCHIFFBAU-VERSUCHSANSTALT POTSDAM GMBH (Hrsg.): *Potsdam Propeller Test Case (PPTC): Open Water Tests with the Model Propeller VP1304*. Potsdam, 2011
- [Batrak 2011] BATRAK, Yuriy: *Lateral vibration prediction issues*. <http://www.shaftdesigner.com/downloads/PAPER%20LATERAL%20VIBRATION%20PREDICTION%20ISSUES.pdf>. Version: 2011
- [Bauchau u. a. 2001] BAUCHAU, O. A. ; BOTTASSO, C. L. ; NIKISHKOV, Y. G.: Modeling rotorcraft dynamics with finite element multibody procedures. In: *Mathematical and Computer Modelling* 33 (2001), Nr. 10-11, S. 1113–1137. – DOI 10.1016/S0895-7177(00)00303-4. – ISSN 08957177
- [Bertram 2000] BERTRAM, Volker: *Practical ship hydrodynamics*. Oxford and Boston : Butterworth-Heinemann, 2000. – ISBN 9780750648516
- [Betz 1919] BETZ, Albert: Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust. Mit einem Zusatz von l. Prandtl. In: *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* 1919 (1919), 193–217. <http://eudml.org/doc/59049>

- [Blasques u. a. 2010] BLASQUES, José P. ; BERGGREEN, Christian ; ANDERSEN, Poul: Hydro-elastic analysis and optimization of a composite marine propeller. In: *Marine Structures* 23 (2010), Nr. 1, 22–38. – DOI 10.1016/j.marstruc.2009.10.002. – ISSN 09518339
- [Borutzky 2010] BORUTZKY, Wolfgang: *Bond graph methodology: Development and analysis of multi-disciplinary dynamic system models*. New York and London : Springer, 2010. – ISBN 1848828829
- [Burger 2007] BURGER, Christoph: *Propeller performance analysis and multidisciplinary optimization using a genetic algorithm*. ProQuest, 2007
- [Busch 2012] BUSCH, Martin: *Zur effizienten Kopplung von Simulationsprogrammen*. Kassel : Kassel University Press, 2012. – ISBN 978–3–86219–296–0
- [Campos u. a. 2005] CAMPOS, J. ; CRAWFORD, M. ; LONGORIA, R.: Rotordynamic modeling using bond graphs: modeling the Jeffcott rotor. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 41 (2005), Nr. 1, S. 274–280. – DOI 10.1109/TMAG.2004.838924. – ISSN 0018–9464
- [Çengel u. Cimbala 2014] ÇENGEL, Yunus A. ; CIMBALA, John M.: *Fluid mechanics: Fundamentals and applications*. 3. ed. New York : McGraw-Hill, 2014. – ISBN 978–0073380322
- [Chao u. Streckwall 1989] CHAO, K. Y. ; STRECKWALL, Heinrich: Berechnung der Propellerumströmung mit einer Vortex-Lattice Methode. In: *ahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft* Band 83 (1989)
- [Dubbioso u. a. 2013] DUBBIOSO, Giulio ; MUSCARI, Roberto ; DI MASCIO, Andrea: Analysis of the performances of a marine propeller operating in oblique flow. In: *Computers & Fluids* 75 (2013), S. 86–102. – DOI 10.1016/j.compfluid.2013.01.017. – ISSN 00457930
- [Epps 2010] EPPS, Brenden P.: *An impulse framework for hydrodynamic force analysis : fish propulsion, water entry of spheres, and marine propellers*, Massachusetts Institute of Technology, Dissertation, 2010
- [Froude 1889] FROUDE, Robert E.: On the part played in propulsion by differences in fluid pressure. In: *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects* (1889), Nr. 30, S. 390–405
- [Froude 1878] FROUDE, William: On the elementary relation between pitch, slip, and propulsive efficiency. In: *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects* (1878), Nr. 19
- [Gao u. a. 2015] GAO, Linyue ; ZHANG, Hui ; LIU, Yongqian ; HAN, Shuang: Effects of vortex generators on a blunt trailing-edge airfoil for wind turbines. In: *Renewable Energy* 76 (2015), S. 303–311. – DOI 10.1016/j.renene.2014.11.043. – ISSN 09601481
- [Gaschler u. Abdel-Maksoud 2014] GASCHLER, M. ; ABDEL-MAKSOD, M.: Computation of hydrodynamic mass and damping coefficients for a cavitating marine propeller flow using a panel method. In: *Journal of Fluids and Structures* 49 (2014), 574 - 593. – DOI <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2014.06.001>. – ISSN 0889–9746
- [Genta 2005] GENTA, G.: *Dynamics of rotating systems*. New York : Springer, 2005 (Mechanical engineering series). – ISBN 038728687X
- [Ghosh u. Bhadra 1993] GHOSH, B. C. ; BHADRA, S. N.: Bond Graph Simulation of a Current Source Inverter Driven Induction Motor. In: *Electric Machines & Power Systems* 21 (1993), Nr. 1, S. 51–67. – DOI 10.1080/07313569308909634

- [Glauert 1926] GLAUERT, H.: *The Analysis of Experimental Results in the Windmill Brake and Vortex Ring States of an Airscrew*. H.M. Stationery Office, 1926 (Reports and memoranda). [https://books.google.co.uk/books?id=\\_JfFtgAACAAJ](https://books.google.co.uk/books?id=_JfFtgAACAAJ)
- [Goldstein 1929] GOLDSTEIN, S.: On the Vortex Theory of Screw Propellers. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 123 (1929), Nr. 792, S. 440–465. – DOI 10.1098/rspa.1929.0078. – ISSN 1364–5021
- [Greely u. Kerwin 1982] GREELY, D. A. ; KERWIN, Justin E.: Numerical methods for propeller design and analysis in steady flow. In: *Trans. SNAME* (1982), Nr. 90
- [Guskov u. a. 2008] GUSKOV, Mikhail ; SINOUE, Jean-Jacques ; THOUVEREZ, Fabrice: Multi-dimensional harmonic balance applied to rotor dynamics. In: *Mechanics Research Communications* 35 (2008), Nr. 8, S. 537–545. – DOI 10.1016/j.mechrescom.2008.05.002. – ISSN 0093–6413
- [Harris 2001] HARRIS, Tedric A.: *Rolling bearing analysis*. 4th ed. New York : Wiley, 2001
- [He 2013] HE, L.: A vortex-lattice method for the prediction of unsteady performance of marine propellers and current turbines. In: *International journal of offshore and polar engineering* 23 (2013), Nr. 3, S. 210–217&is\_mobile=0
- [He 2010] HE, Lei: *Numerical Simulation of Unsteady Rotor/Stator Interaction and Application to Propeller/Rudder Combination*. Austin, Texas, The University of Texas at Austin, Dissertation, 2010
- [He u. a. 2011] HE, Lei ; XU, Wei ; KINNAS, Spyros A.: Numerical Methods for the Prediction of Unsteady Performance of Marine Propellers and Current Turbines. In: *Proceedings of the Twenty-first (2011) International Offshore and Polar Engineering Conference* (2011)
- [Hess u. Valarezo 1985] HESS, John L. ; VALAREZO, Walter O.: Calculation of steady flow about propellers by means of a surface panel method. In: *AIAA 23rd Aerospace Science Meeting* (1985). – DOI 10.2514/6.1985–283
- [Hoshino 1985] HOSHINO, Tetsuji: Application of Quasi-Continuous Method to Unsteady Propeller Lifting-Surface Problems. In: *Journal of the Society of Naval Architects of Japan* 1985 (1985), Nr. 158, S. 48–68. – DOI 10.2534/jjasnaoe1968.1985.158\_48. – ISSN 1884–2070
- [Hunt 2001] HUNT, David S.: *Propeller Blade Design Thickness and Blockage Issues Due to Source-Induced Factors*, Massachusetts Institute of Technology, Master Thesis, 2001
- [Jessup 1989] JESSUP, Stuart D.: *An experimental investigation of viscous aspects of propeller blade flow*. Washington, Catholic University of America, Dissertation, 1989
- [Karnopp 1991] KARNOPP, Dean: State functions and bond graph dynamic models for rotary, multi-winding electrical machines. In: *Journal of the Franklin Institute* 328 (1991), Nr. 1, S. 45–54. – DOI 10.1016/0016–0032(91)90005–N. – ISSN 00160032
- [Karnopp u. a. 2012] KARNOPP, Dean ; MARGOLIS, Donald L. ; ROSENBERG, Ronald C.: *System dynamics: Modeling, simulation and control of mechatronic systems*. 5. ed. Hoboken NJ : Wiley, 2012. – ISBN 0–470–88908–X

- [Katz u. Plotkin 2001] KATZ, Joseph ; PLOTKIN, Allen: *Low-Speed Aerodynamics*. 2. Cambridge : Cambridge University Press, 2001. – ISBN 9780511810329
- [Keil 2017] KEIL, Stefan: *Dehnungsmessstreifen*. 2nd ed. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017
- [Kerwin u. Lee 1978] KERWIN, J. E. ; LEE, Chang-Sup: Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting-Surface Theory. In: *SNAME - The Society of Naval Architects and marine Engineers* (1978), Nr. Vol 86, S. 218–253
- [Kerwin u. a. 1987] KERWIN, Justin E. ; KINNAS, Spyros A. ; LEE, Jin-Tae ; SHIH, Wei-Zen: A surface panel method for the hydrodynamic analysis of ducted propellers. In: *SNAME - The Society of Naval Architects and marine Engineers* (1987), Nr. 95, S. 93–122
- [Kim u. Bryant 2000] KIM, Jongbaeg ; BRYANT, Michael D.: Bond Graph Model of a Squirrel Cage Induction Motor With Direct Physical Correspondence. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 2000 (2000), Nr. 122. – ISSN 00220434
- [Kim u. a. 2013] KIM, Taeseong ; HANSEN, Anders M. ; BRANNER, Kim: Development of an anisotropic beam finite element for composite wind turbine blades in multibody system. In: *Renewable Energy* 59 (2013), S. 172–183. – DOI 10.1016/j.renene.2013.03.033. – ISSN 09601481
- [Kinnas u. Hsin 1992] KINNAS, Spyros A. ; HSIN, C.-Y.: Boundary element method for the analysis of the unsteady flow around extreme propeller geometries. In: *AIAA Journal* 30 (1992), Nr. 3, S. 688–696. – DOI 10.2514/3.10973. – ISSN 0001–1452
- [Kinnas u. a. 2012] KINNAS, Spyros A. ; TIAN, Ye ; SHARMA, Abhinav: Numerical Modeling of a Marine Propeller Undergoing Surge and Heave Motion. In: *International Journal of Rotating Machinery* 2012 (2012), Nr. 3, S. 1–8. – DOI 10.1155/2012/257461. – ISSN 1023–621X
- [Kornev 2009] KORNEV, Nikolai: *Propellertheorie*. Aachen : Shaker, 2009 (Berichte aus der Strömungstechnik). – ISBN 3832282661
- [Krasny 1986] KRASNY, Robert: Desingularization of periodic vortex sheet roll-up. In: *Journal of Computational Physics* 65 (1986), Nr. 2, S. 292–313. – DOI 10.1016/0021–9991(86)90210–X. – ISSN 00219991
- [Kumar u. a. 2012] KUMAR, J. ; WURM, F.-H. ; SURA, H.: Effect of mixer blade geometry and deformation on jet flow shape and sedimentation in sewage applications. In: *International Rotating Equipment Conference*, Düsseldorf, 2012
- [Kumar u. Wurm 2015] KUMAR, Jitendra ; WURM, Frank-Hendrik: Bi-directional fluid–structure interaction for large deformation of layered composite propeller blades. In: *Journal of Fluids and Structures* 57 (2015), S. 32–48. – DOI 10.1016/j.jfluidstructs.2015.04.007. – ISSN 0889–9746
- [Lan 1974] LAN, C. E.: A Quasi-Vortex-Lattice Method in Thin Wing Theory. In: *Journal of Aircraft* 11 (1974), Nr. 9, S. 518–527. – DOI 10.2514/3.60381. – ISSN 0021–8669
- [Laß u. a. 2015a] LASS, Andre ; KANCHARLA, Arjun ; KUMAR, Jitendra ; WURM, Frank-Hendrik: *Unified approach for modelling of wind turbine power train using bond graph*. Copenhagen, Denmark, 2015 (EWEA OFFSHORE Conferenc)

- [Laß u. a. 2015b] LASS, Andre ; KUMAR, Jitendra ; WURM, Frank-Hendrik: *Comprehensive Modelling of Flexible Rotor Blade and its Power Train*. Rostock, Germany, 2015 (DLRK: Deutscher Luft und Raumfahrtkongress)
- [Laß u. a. 2018a] LASS, Andre ; SCHILLING, Matti ; KUMAR, Jitendra ; WURM, Frank-Hendrik: Rotor dynamic analysis of a tidal turbine considering fluid–structure interaction under shear flow and waves. In: *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering* (2018). – DOI 10.1016/j.ijnaoe.2018.03.002
- [Laß u. a. 2018b] LASS, Andre ; SCHILLING, Matti ; WURM, Frank-Hendrik: *Rotor dynamic analysis of a tidal turbine considering fluid-structure-interaction and yawed flow*. Glasgow, UK, 2018 (ECCM-ECFD2018: 6th European Conference on Computational Mechanics (ECCM 6) / 7th European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD 7))
- [Lee 1979] LEE, Chang-Sup: *Prediction of steady and unsteady performance of marine propellers with or without cavitation by numerical lifting-surface theory*, Massachusetts Institute of Technology, Dissertation, 1979
- [Lee 2002] LEE, Hanseong: *Modeling of unsteady wake alignment and developed tip vortex cavitation*, The University of Texas at Austin, Dissertation, 2002
- [Lee u. Kinnas 2005] LEE, Hanseong ; KINNAS, Spyros A.: Unsteady wake alignment for propellers in nonaxisymmetric flows. In: *Journal of Ship Research* 49 (2005), Nr. 3, S. 176–190
- [Lee u. a. 2014] LEE, Hyoung Suk ; SONG, Min-Churl ; SUH, Jung-Chun ; CHANG, Bong-Jun: Hydroelastic analysis of marine propellers based on a BEM-FEM coupled FSI algorithm. In: *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering* (2014)
- [Lee 1987] LEE, Jin-Tae: *A potential based panel method for the analysis of marine propellers in steady flow*, Massachusetts Institute of Technology. Dept. of Ocean Engineering, Diss., 1987
- [Lerbs 1952] LERBS, Hermann W.: *Moderately loaded propellers with a finite number of blades and an arbitrary distribution of circulation*. Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1952
- [Li u. a. 2017a] LI, Jiasheng ; QU, Yegao ; HUA, Hongxing: Hydroelastic analysis of underwater rotating elastic marine propellers by using a coupled BEM-FEM algorithm. In: *Ocean Engineering* 146 (2017), 178 - 191. – DOI <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.09.028>. – ISSN 0029–8018
- [Li u. a. 2017b] LI, Y. ; CASTRO, A. M. ; MARTIN, J. E. ; SINOKROT, T. ; PRESCOTT, W. ; CARRICA, P. M.: Coupled computational fluid dynamics/multibody dynamics method for wind turbine aero-servo-elastic simulation including drivetrain dynamics. In: *Renewable Energy* 101 (2017), S. 1037–1051. – DOI 10.1016/j.renene.2016.09.070. – ISSN 09601481
- [Li u. a. 2015] LI, Y. ; CASTRO, A. M. ; SINOKROT, T. ; PRESCOTT, W. ; CARRICA, P. M.: Coupled multi-body dynamics and CFD for wind turbine simulation including explicit wind turbulence. In: *Renewable Energy* 76 (2015), S. 338–361. – DOI 10.1016/j.renene.2014.11.014. – ISSN 09601481
- [Lin u. Lin 1996] LIN, Huei-Jeng ; LIN, Jiunn-Jyi: Nonlinear hydroelastic behavior of propellers using a finite-element method and lifting surface theory. In: *Journal of Marine Science and Technology* 1 (1996), Nr. 2, 114–124. – DOI 10.1007/BF02391167. – ISSN 0948–4280

- [Mao u. Young 2016] MAO, Yu ; YOUNG, Yin L.: Influence of skew on the added mass and damping characteristics of marine propellers. In: *Ocean Engineering* 121 (2016), 437 - 452. – DOI <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2016.05.046>. – ISSN 0029–8018
- [McNae 2013] MCNAE, Duncan M.: *Unsteady Hydrodynamics of Tidal Stream Turbines*, Imperial College London, Dissertation, 2013
- [Molland u. a. 2011] MOLLAND, A. F. ; TURNOCK, S. R. ; HUDSON, D. A.: *Ship Resistance and Propulsion: Practical Estimation of Propulsive Power*. Cambridge University Press, 2011 <https://books.google.de/books?id=PuEgAwAAQBAJ>. – ISBN 9781107376489
- [Morino u. Kuo 1974] MORINO, Luigi ; KUO, Ching-Chiang: Subsonic Potential Aerodynamics for Complex Configurations: A General Theory. In: *AIAA Journal* 12 (1974), Nr. 2, S. 191–197. – DOI 10.2514/3.49191. – ISSN 0001–1452
- [Motley u. a. 2009] MOTLEY, M. R. ; LIU, Z. ; YOUNG, Y. L.: Utilizing fluid–structure interactions to improve energy efficiency of composite marine propellers in spatially varying wake. In: *Composite Structures* 90 (2009), Nr. 3, 304–313. – DOI 10.1016/j.compstruct.2009.03.011. – ISSN 0263–8223
- [Mukherjee u. a. 1999] MUKHERJEE, A. ; KARMAKAR, R. ; SAMANTARAY, A. K.: Modelling of basic induction motors and source loading in rotor–motor systems with regenerative force field. In: *Simulation Practice and Theory* 7 (1999), Nr. 5–6, 563–576. – DOI 10.1016/S0928–4869(99)00019–1. – ISSN 0928–4869
- [Mukherjee u. a. 2006] MUKHERJEE, Amalendu ; KARMAKAR, Ranjit ; SAMANTARAY, Arun K.: *Bond graph in modelling, simulation and fault identification*. New Delhi : I. K. International Publishing House Pvt. Ltd, 2006. – ISBN 9788188237968
- [Muscari u. a. 2013] MUSCARI, Roberto ; DI MASCIO, Andrea ; VERZICCO, Roberto: Modeling of vortex dynamics in the wake of a marine propeller. In: *Computers & Fluids* 73 (2013), S. 65–79. – DOI 10.1016/j.compfluid.2012.12.003. – ISSN 00457930
- [Nakamura 1985] NAKAMURA, Naoto: Estimation of Propeller Open-Water Characteristics Based on Quasi-Continuous Method. In: *Journal of the Society of Naval Architects of Japan* 1985 (1985), Nr. 157, S. 95–107. – DOI 10.2534/jjasnaoe1968.1985.95. – ISSN 1884–2070
- [Nakhaeinejad 2010] NAKHAEINEJAD, Mohsen: *Fault Detection and Model-Based Diagnostics in Non-linear Dynamic Systems*. Austin, Texas, University of Texas at Austin, Dissertation, 2010
- [Nakhaeinejad u. Bryant 2011] NAKHAEINEJAD, Mohsen ; BRYANT, Michael D.: Dynamic Modeling of Rolling Element Bearings With Surface Contact Defects Using Bond Graphs. In: *Journal of Tribology* 133 (2011), Nr. 1, S. 11102. – DOI 10.1115/1.4003088. – ISSN 07424787
- [Nakhaeinejad u. a. 2010] NAKHAEINEJAD, Mohsen ; LEE, Sanghoon ; BRYANT, Michael D.: Finite element bond graph model of rotors. (2010)
- [Netzband u. a. 2017] NETZBAND, S. ; SCHULZ, C. W. ; ABDEL-MAKSOUH, M.: A Fully Coupled Simulation Method for Floating Offshore Wind Turbine Dynamics Using a Boundary Element Method in Time Domain. In: *10th International Workshop on Ship and Marine Hydrodynamics (IWSH)*, 2017

- [Paynter 1961] PAYNTER, H. M.: *Analysis and design of engineering systems :class notes for M.I.T. course 2.751/*. Cambridge, Mass. : MIT Press, 1961
- [Pedersen 2009] PEDERSEN, Eilif: Rotordynamics and bond graphs: basic models. In: *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 15 (2009), Nr. 4, S. 337–352. – DOI 10.1080/13873950903063116. – ISSN 1387–3954
- [Peeters u. a. 2006] PEETERS, Joris L. M. ; VANDEPITTE, Dirk ; SAS, Paul: Analysis of internal drive train dynamics in a wind turbine. In: *Wind Energy* 9 (2006), Nr. 1–2, 141–161. – DOI 10.1002/we.173. – ISSN 1099–1824
- [Pesmajoglou u. Graham 2000] PESMAJOGLOU, Stylianos D. ; GRAHAM, J.M.R: Prediction of aerodynamic forces on horizontal axis wind turbines in free yaw and turbulence. In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 86 (2000), Nr. 1, S. 1–14. – DOI 10.1016/S0167–6105(99)00125–7. – ISSN 0167–6105
- [Peters u. He 1995] PETERS, David A. ; HE, Cheng J.: Finite state induced flow models. II - Three-dimensional rotor disk. In: *Journal of Aircraft* 32 (1995), Nr. 2, S. 323–333. – DOI 10.2514/3.46719. – ISSN 0021–8669
- [Politis 2004] POLITIS, Gerasimos K.: Simulation of unsteady motion of a propeller in a fluid including free wake modeling. In: *Engineering Analysis with Boundary Elements* 28 (2004), Nr. 6, S. 633–653. – ISSN 0955–7997
- [Prandtl 1927] PRANDTL, Ludwig: Tragflügeltheorie 1. Mitteilung: Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse 1918. In: PRANDTL, Ludwig (Hrsg.) ; BETZ, Albert (Hrsg.): *Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik*. Göttingen : Aerodynamische Versuchsanstalt Göttingen, 1927. – ISBN 978–3–941875–75–3, S. 451–477
- [Qin u. a. 2009] QIN, Datong ; WANG, Jianhong ; LIM, Teik C.: Flexible Multibody Dynamic Modeling of a Horizontal Wind Turbine Drivetrain System. In: *Journal of Mechanical Design* 131 (2009), Nr. 11, 114501. – DOI 10.1115/1.3211094. – ISSN 1050–0472
- [Ramsey 1996] RAMSEY, William D.: *Boundary Integral Methods for Lifting Bodies with Vortex Wakes*, Massachusetts Institute of Technology, Dissertation, 1996. <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/10583>
- [Rankine 1865] RANKINE, William John M.: *On the mechanical principles of the action of propellers*. 1865
- [Rastogi u. Kumar 2010] RASTOGI, Vikas ; KUMAR, Chandan: Bond graph modeling of a cracked rotor. In: *Proceeding SpringSim '10 Proceedings of the 2010 Spring Simulation Multiconference* (2010)
- [Röttgermann u. a. 1992] RÖTTGERMANN, A. ; BEHR, R. ; SCHÖTTL, Ch. ; WAGNER, S.: Calculation of Blade-Vortex Interaction of Rotary Wings in Incompressible Flow by an Unsteady Vortex-Lattice Method Including Free Wake Analysis. Version: 1992. In: HACKBUSCH, Wolfgang (Hrsg.): *Numerical Techniques for Boundary Element Methods: Proceedings of the Seventh GAMM-Seminar Kiel, January 25–27, 1991*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 1992. – DOI 10.1007/978–3–663–14005–4\_15. – ISBN 978–3–663–14005–4, 153–166

- [Sahm 1979] SAHM, Dietrich: A two-axis, bond graph model of the dynamics of synchronous electrical machines. In: *Journal of the Franklin Institute* 308 (1979), Nr. 3, 205–218. – DOI 10.1016/0016-0032(79)90113-3. – ISSN 00160032
- [Samantaray u. a. 2010] SAMANTARAY, A. K. ; DASGUPTA, S. S. ; BHATTACHARYYA, R.: Bond Graph Modeling of an Internally Damped Nonideal Flexible Spinning Shaft. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 132 (2010), Nr. 6, S. 61502. – DOI 10.1115/1.4002483. – ISSN 00220434
- [Sanchez u. Medina 2014] SANCHEZ, R. ; MEDINA, A.: Wind turbine model simulation: A bond graph approach. In: *Simulation Modelling Practice and Theory* 41 (2014), S. 28–45. – DOI 10.1016/j.simpat.2013.11.001. – ISSN 1569190X
- [Saravia u. a. 2013] SARAVIA, C. M. ; MACHADO, Sebastián P. ; CORTÍNEZ, Víctor H.: A composite beam finite element for multibody dynamics: Application to large wind turbine modeling. In: *Engineering Structures* 56 (2013), S. 1164–1176. – DOI 10.1016/j.engstruct.2013.06.037. – ISSN 0141-0296
- [Smærup Olsen 2001] SMÆRUP OLSEN, A.: *Optimization of propellers using the vortex-lattice method*. Lyngby, Technical University of Denmark, Diss., 2001
- [Sopanen 2004] SOPANEN, Jussi: *Studies of rotor dynamics using a multibody simulation approach*. Lappeenranta, Lappeenranta University of Technology, Dissertation, 2004
- [Tian u. Kinnas 2013] TIAN, Ye ; KINNAS, Spyros A.: A numerical method for the analysis of unsteady cavitating rotor and stator interaction. In: *Third International Symposium on Marine Propulsors, Launceston, Tasmania, Australia, 2013*
- [Turnock 1992] TURNOCK, S. R.: *Lifting surface method for modelling ship rudders and propellers*. 1992
- [Wang u. a. 2013] WANG, Da Z. ; WANG, Dan ; MEI, Lei ; SHI, Wei C.: The Hydrodynamic Analysis of Propeller Based on ANSYS-CFX. In: *Advanced Materials Research* 694-697 (2013), S. 673–677. – DOI 10.4028/www.scientific.net/AMR.694-697.673. – ISSN 1662-8985
- [Wang u. a. 2016] WANG, Lin ; LIU, Xiongwei ; KOLIOS, Athanasios: State of the art in the aeroelasticity of wind turbine blades: Aeroelastic modelling. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 64 (2016), 195 - 210. – DOI <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.06.007>. – ISSN 1364-0321
- [Wei Xu 2010] WEI XU, B.S.: *Numerical Techniques for the Design and Prediction of Performance of Marine Turbines and Propellers*, The University of Texas at Austin, Dissertation, 2010
- [Woernle 2016] WOERNLE, Christoph: *Mehrkörpersysteme: Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper. 2., erw. Aufl.* 2016. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2016 (SpringerLink : Bücher). – ISBN 3662466872
- [Wrench 1957] WRENCH, J. W.: *The Calculation of Propeller Induction Factors: AML Problem 69-54*. Navy Department, David Taylor Model Basin, 1957 (Report: David W. Taylor Model Basin). <https://books.google.de/books?id=9178mgEACAAJ>
- [Xing u. a. 2011] XING, Yihan ; PEDERSEN, Eilif ; MOAN, Torgeir: An inertia-capacitance beam substructure formulation based on the bond graph method with application to rotating beams. *J. Sound*

- Vib. 330(21), 5114-5130. In: *Journal of Sound and Vibration* 330 (2011), Nr. 21, 5114–5130. – DOI 10.1016/j.jsv.2011.05.025. – ISSN 0022460X
- [Young 2007] YOUNG, Y. L.: Time-dependent hydroelastic analysis of cavitating propulsors. In: *Journal of Fluids and Structures* 23 (2007), Nr. 2, 269–295. – DOI 10.1016/j.jfluidstructs.2006.09.003. – ISSN 0889–9746
- [Young 2008] YOUNG, Y. L.: Fluid–structure interaction analysis of flexible composite marine propellers. In: *Journal of Fluids and Structures* 24 (2008), Nr. 6, 799–818. – DOI 10.1016/j.jfluidstructs.2007.12.010. – ISSN 0889–9746
- [Young u. Savander 2011] YOUNG, Yin L. ; SAVANDER, Brant R.: Numerical analysis of large-scale surface-piercing propellers. In: *Ocean Engineering* 38 (2011), Nr. 13, 1368–1381. – DOI 10.1016/j.oceaneng.2011.05.019. – ISSN 00298018
- [Yutao u. Di 2011] YUTAO, Luo ; DI, Tan: Dynamics Modeling of Planetary Gear Set Considering Meshing Stiffness Based on Bond Graph. In: *International Conference on Advances in Engineering 2011* 24 (2011), S. 850–855. – DOI 10.1016/j.proeng.2011.11.2749. – ISSN 1877–7058
- [Zhang u. a. 2011] ZHANG, T. ; SONG, B.-W. ; YANG, C.-J.: Improvement to a design method for highly skewed contra-rotating propellers of underwater vehicles. In: *Shanghai Jiaotong Daxue Xuebao/Journal of Shanghai Jiaotong University* (2011), Nr. 45,4, S. 505–509
- [Zierath 2015] ZIERATH, János: *Dynamik elastischer Mehrkörpersysteme: Theorie, Entwurf, Regelung, Messung und Validierung am Beispiel von Windenergieanlagen*. München, Universität Rostock, Habilitation, 2015

## A Eingabeparameter des modellierten Tauchmotorrührwerkes

Tab. A.1: Parameter der Feder-Dämpfer-Elemente zwischen den Massepunkten der Getriebeträgerscheibe, der Rotorwelle und des Wellenadapters

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Parameter			
Submodell-Nr.			II	IV	VI	VIII
Biegesteifigkeit	$EI$	[Nm <sup>2</sup> ]	26389.380	42270.680	1160.170	8349.760
Torsionssteifigkeit	$GJ$	[Nm <sup>2</sup> ]	19.603.54	31401.08	11491.23	6202.68
Länge	$L$	[m]	0.064379	0.091275	0.149500	0.119376
Dämpfungskoeffizient	$\beta$	[-]	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$
Bemerkung					EI reduziert siehe Abschnitt 5.1	

Tab. A.2: Parameter der rotierenden Massepunkte der Getriebeträgerscheibe, des Wellenadapters und entlang der Rotorwelle

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Werte			
Submodell-Nr.			I	III	V	VII
Masse	$m$	[kg]	3.313	0.950	1.534	1.164
Trägheitsmoment	$J_x$	[kgm <sup>2</sup> ]	0.008672	0.000257	0.000424	0.000202
	$J_y$	[kgm <sup>2</sup> ]	0.005358	0.000601	0.001930	0.002033
	$J_z$	[kgm <sup>2</sup> ]	0.005358	0.000601	0.001930	0.002033
Bezeichnung			Trägerscheibe des Getriebes			Wellenadapter

Tab. A.3: Parameter der Wälzlagermodelle

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Werte	
Submodell-Nr.			IX	X
Elastizitätsmodul	$E$	[GPa]	210	210
Querkontraktionszahl	$\nu$	[-]	0.3	0.3
Materialdämpfung	$\beta$	[-]	$10^{-5}$	$10^{-5}$
Innenring-Wälzkörper	$r_{i,1}$	[m]	0.0231	0.0263
	$r_{i,2}$	[m]	-0.0072	-0.0072
Radien Wälzkörper-Außenring	$r_{a,1}$	[m]	-0.0354	-0.0387
	$r_{a,2}$	[m]	-0.0088	-0.0072
Wälzkörper	$r_{k,1}$	[m]	0.0062	0.0062
	$r_{k,2}$	[m]	0.0062	0.0062
Wälzkörperanzahl	$N_b$	[-]	10	10
radiales Spaltspiel	$c_r$	[m]	0	0
Reihenanzahl		[-]	2	1

Tab. A.4: Parameter des Umlaufrädergetriebes

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Werte	
Submodell-Nr.			XIV	
Radius des Sonnenrades	$r_S$	[m]	0.016	
Radien der Planetenräder	$r_R$	[m]	0.078	
Radius des Hohlrades	$r_P$	[m]	0.031	
Zahnkontaktsteifigkeit	$K_{PR}$ bzw. $K_{PS}$	$[\frac{N}{m}]$	500000000	
Materialdämpfung	$\beta$	[-]	$2 \cdot 10^{-4}$	

Tab. A.5: Parameter der Asynchronmaschine mit Motorwelle

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Wert
Submodell-Nr.			XV
Statorinduktivität	$L_s$	[H]	1.439
Rotorinduktivität	$L_r$	[H]	1.44
Gegeninduktivität	$L_m$	[H]	1.43
magnetischer Widerstand	$R_m$	$[AV^{-1}s^{-1}]$	0.005
Anzahl der Statorwicklungen	$n_s$	[-]	1
Anzahl der Rotorstäbe	$n_r$	[-]	28
Widerstand der Rotorstäbe	$R_r$	$[\Omega]$	0.7
Widerstand der Statorwicklungen	$R_s$	$[\Omega]$	1.8
Polpaarzahl	$P$	[-]	2
Lagerreibung	$R_L$	$[Nm s]$	0.001
Rotorträgheitsmoment	$J_r$	$[kgm^2]$	0.001

Tab. A.6: Parameter der Massepunkte von Nabe und Rotorblättern im mit-rotierenden Rotorkoordinatensystem

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Werte				
Submodell-Nr.			XII		XI und XIII		
Ident.-Nr.	i	[-]		1	2	3	4
Masse	$m$	[kg]	10.453	0.950	0.626	0.413	0.254
Trägheitsmomente	$J_x$	[kgm <sup>2</sup> ]	0.043630	0.002354	0.001690	0.001002	0.000558
	$J_y$	[kgm <sup>2</sup> ]	0.144162	0.001967	0.001255	0.000770	0.000393
	$J_z$	[kgm <sup>2</sup> ]	0.144162	0.001751	0.001233	0.000687	0.000450
Hinweis			Nabe	Massepunkte des BG-Rotorblattmodells			

Tab. A.7: Koordinaten der Balkenendpunkte der Rotorblätter im mit-rotierenden Rotorkoordinatensystem

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Werte				
Ident.-Nr.	i	[-]	0	1	2	3	4
Blatt 1 (XI)	$x$	[m]	0.0868	0.1204	0.1305	0.1244	0.1021
	$y$	[m]	0.0364	0.0089	-0.0936	-0.2044	-0.3179
	$z$	[m]	0.0674	0.1667	0.2366	0.2573	0.2479
Blatt 2 (XIII)	$x$	[m]	0.0868	0.1204	0.1305	0.1244	0.1021
	$y$	[m]	-0.0364	-0.0089	0.0936	0.2044	0.3179
	$z$	[m]	-0.0674	-0.1667	-0.2366	-0.2573	-0.2479
Bemerkung			Blattwurzel		Massepunkte		

Tab. A.8: Orientierung und Steifigkeiten der segmentierten Rotorblattbalken im mit-rotierenden Rotorkoordinatensystem

Parameter	Formelzeichen	Einheit	Werte			
Verbundene Endpunkte (s. Tab. A.7)			0 zu 1	1 zu 2	2 zu 3	3 zu 4
Kardanwinkel: Blatt 1 (XI)	$\Phi$	[°]	-6.812	30.56	32.21	32.42
	$\Theta$	[°]	-66.39	-34.16	-10.57	4.65
	$\Psi$	[°]	-39.36	-84.37	-93.15	-101.12
Kardanwinkel: Blatt 2 (XIII)	$\Phi$	[°]	173.15	-149.44	-147.79	-147.58
	$\Theta$	[°]	66.38	34.16	10.57	-4.65
	$\Psi$	[°]	39.3	84.37	93.15	101.12
Steifigkeiten im Balken-KOS (XI, XIII)	EA	[N]	8100000	5688000	2850000	2180000
	$EI_y$	[Nm <sup>2</sup> ]	34000	6444	1720	1720
	$EI_z$	[Nm <sup>2</sup> ]	2180	324	120	100
	$EI_{yz}$	[Nm <sup>2</sup> ]	-6000	207	-69	0
	$GI_x$	[Nm <sup>2</sup> ]	720	800	454	220

Tab. A.9: radiale Definition der Rotorblatt-Tragfläche

norm. Radius	norm. Sehnenlänge	Steigungswinkel des Profils	Winkeltücklage	axialer Versatz	%-Verschiebung entlang der Sehne	max. norm. Wölbung
$r/R$ in [-]	$C/R$ in [-]	$P$ in [°]	Skew in [°]	Rake in [°]	$s_0$ in [-]	$F/C$ in [-]
0.166	0.411	55.775	-19.742	15.751	0.000	-0.033
0.196	0.417	52.667	-22.715	16.398	0.000	-0.022
0.220	0.424	48.839	-27.623	27.471	0.000	-0.023
0.275	0.460	42.062	-36.867	42.484	0.000	-0.027
0.330	0.493	36.831	-46.384	54.161	0.000	-0.027
0.385	0.524	32.582	-55.649	64.850	0.000	-0.029
0.440	0.549	29.010	-64.791	73.582	0.000	-0.029
0.494	0.566	25.897	-73.798	80.776	0.000	-0.030
0.550	0.578	23.072	-82.172	86.854	0.000	-0.032
0.604	0.579	21.035	-90.470	91.099	0.000	-0.034
0.660	0.569	18.859	-98.480	95.071	0.000	-0.036
0.714	0.549	17.291	-106.244	97.058	0.000	-0.039
0.769	0.512	15.789	-113.994	97.927	0.000	-0.041
0.824	0.458	14.453	-121.624	96.028	0.000	-0.041
0.879	0.385	13.654	-129.167	90.190	0.000	-0.042
0.934	0.302	11.931	-136.265	81.890	0.000	-0.043
0.989	0.202	11.448	-143.019	66.713	0.000	-0.038
1.000	0.173	11.927	-144.647	63.216	0.000	-0.042

Außendurchmesser:  $D = 2 R = 0.91$  m

Anzahl Rotorblätter: 2

Profiltyp: NACA66 a=0.8