RosDok Rostocker Dokumentenserver
Dieses Werk wurde Ihnen durch die Universitätsbibliothek Rostock zum Download bereitgestellt.
Für Fragen und Hinweise wenden Sie sich bitte an: digibib.ub@uni-rostock.de

# Dissertatio Mathematica De Multiplicatione

Rostochi[i]: Typis Joh. Wepplingi[i], [1717]

**http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566**

Druck Freier Zugang PUBLIC DOMAIN

RU phil. 8.Sept. 1717
Becker, M.Petr.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0001
DFG

DISSERTATIO MATHEMATICA
DE
# MULTIPLI-CATIONE,
PRÆSIDE
M. PETRO Becker/
ARCHIDIACONO JACOBÆO
ET
MATHEMATUM PROF. PUBL. ORD.
Die ~~August.~~ A.R.S. MDCCXVII. 8 7bris.
In Alma Varniaca.
publico eruditorum examini
subjecta
abs
Respondente & Auctore
CHRISTIANO NICOLAO von Winßheim/
Ancl. Pom. Cit.

ROSTOCHI, Typis JOH. WEPPLINGI, SEREN. PRINC.
& ACAD Typogr.

8. Sept.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0005
DFG

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de
/rosdok/ppn1002665566/phys_0006
DFG

I. N. J.

# Cap. I. De Arithmetica in genere.

§. I.



Rithmetica (ἀριθμητικὴ) nobiliſſima Matheſeos pars, ἀπὸ τῦ ἀριθμῦ tanquam objecto ſuo, nomen accepit, ita tamen ut vox ars (τέχνη) ad ſenſum perficiendum requiratur.

§. II. Conſideratur autem vel qvatenus circa *Theoriam* numerorum occupatur, & eſt: pars Matheſeos puræ, vel uti melius dicit *Sturmius* (a) ſimplicis, ſcientiam numeri quatenus numerabilis eſt, ejusque proprietates, axiomata, poſtulata, definitiones complectens; Aut Praxin reſpicit, & tum Arithmetica practica definitur: Pars Matheſeos applicatæ, ſcientiam bene numerandi aut computandi comprehendens.

§. III. Hujus diſciplinæ facies olim longe deterior erat, quam hodierno ævo. Etſi enim negari non poſſit, Veteres in ea perficienda mirum in modum deſudaſſe, fatendum tamen quoque erit, nos feliciores in detegendis ſignis commodioribus fuiſſe, quibus inventis incredibile & vix ſperatum incrementum huic diſciplinæ adjicere haud fuit difficile.

§. IV. De cetero veneranda antiquitas utilitatem arithmeticæ probe perſpectam habens, ex ore *Platonis* judicavit: *hominem non eſſe, illum, qvi numerorum notitia deſtitutus ſit.*

§. V. Nec deſunt ê neotericis, qui hanc computandi artem variaque exinde in negotia redundantia commoda penſitantes, eam ut abſolute neceſſariam juventuti commendarunt.

§. VI. Sufficiat nobis, hic allegasse Judicium clarissimi, L. C. *Sturmii*, (b) *hominem qvi artem numerandi non didicerit, vix integro rationis usu præditum esse*, pronunciantis. Cui jungenda quæ alibi (c) hac de re disserit; ut & testimonium *Chytræi* ab *Hederichio* (d) (ut reliqvorum mathematicorum huc facientia cogitata taceam) adductū.

§. VII. Hoc quoque commemorare liceat; multum (quod tamen pauci hactenus crediderunt) Arithmetices præcepta in perficiendo intellectu posse; siqvidem ab ejus methodo speciali, rite meditantes, regulas inveniendi generales abstrahere possunt, judicante acutissimo *Wolfio* (e) qui hunc in finem *Cartheſium*, *Malebranchium* (adde & *Tschirnhausium* (f) allegat, & egregia hujus rei specimina in Arithmetica sua sparsim præsertim §. 116 (g) dedit.

(a) *Math. Juven. Prol.* § 3. p. 2. (b) *Tr. de Math. natura* p. 125. (c) *in Math. Comp. P. II.* p. 2. (d) Anleitung zu den fürnehmsten *Math.* Wissenschafften. *Prol. Arithm.* §. 5. p. 3. (e) *Arithmet.* p. 21. (f) *Med. Mentis.* p. 158. (g) *Arithm.* p. 44.

# CAP. II. de Arithmetica Decadica.

## §. I.

CHaracteres numerorum vulgarium ab Indis inventi (a) a *Saracenis* in Hispaniam & exinde studio *Gerberti* in Galliam translati, vulgo proportione decupla adhibita distribuuntur, 10. unitatibus decadem, 10. decadibus Centuriam 10. Centuriis Chiliadem & sic porro constituentibus.

§. II. Negari tamen non potest, siquidem fundamentum arbitrarium erat, qvamvis aliam forsan multo commodiorem proportionem adhiberi potuisse, id quod à *Wallisio* (b) demonstratum est. Nec alieni ab hac sententia sunt membra regiæ societatis Parisiensis, qui (c) duodecuplam commendant proportionem, quoniam partes

partes tertiæ & quartæ ſine fractionibus in ea reperiuntur. Exemplum ex vigecupla & quinta proportione huc faciens, 24. litteris Alphabeti adhibitis adducit Harsdörferus del. Phyſ. Matth. P. II. p. 37. ſ. Flaurentiique Comment: in Archimed: Aren: p. 485. allegat.

§. III. Hinc eſt, quod Aſtronomi ſexagecuplam, *Weigelius* quadruplam & omni laude major *Leibnitius* duplam elegerint proportionem, de quibus infra pluribus dicetur.

§. IV. Verum quicqvid ſit; decupla unanimi fere omnium gentium conſenſu recepta proportio, ſingulare Dei donum, magni æſtimanda eſt, quæ paucis adhibitis characteribus incomprehenſibilia menti (d) enuntiandi & chartæ mandandi modum docere poteſt.

§. V. Mirum quoque dictu eſt ex mente *Walliſii* (e) tot diverſas gentes, quæ alias toto celo diverſis proportionibus in menſuris, aliisque rebus uſæ ſunt, in hac proportione decupla mire conſpiraſſe. An numerus digitorum huic inventioni anſam dederit, uti *Wolfius* (f) *Walliſius* (g) & *Sturmius* (h) autumant, aliorum eſto judicium.

§. VI. Apud Hebræos, Græcos, Latinos (ut alios præteream) hanc ad decem usque numerandi rationem obtinuiſſe, certum eſt, quamvis duo priores Alphabeti litteras omnes & poſteriores ut & Græci quandoquidem aliquas (i) ſaltim adhibuerint, poſtquam uſus linearum ſatis tœdioſus obſoleverat.

§. VII. Cumqve in Electione notarum, numerum exprimentium, non ſolum Artis characteriſticæ perfectio quærenda (k) ſed & indagandum quomodo numerus quamvis magnus per pauca ſcriptuque expedita ſigna facillime exprimi & computari quam optime poſſit;

Ultimum sane finem, si non priorem, in decadica Arithmetica assecuti sumus, quæa de caussa longissimo intervallo modum Græcorum & Ebræorum per litteras computantium antecedit. Nec dubium est meliorem esse, latinorum deperdita numerandi arte, quam restituere promisit *Aventinus* (l) Conferri hic juvabit *Heinlinum* (m) *Sturmium* (n) *Wallisium* (o) & a clarissimo *Wolfio* (p) citatum *Heinischium* & *Beveregium*.

(a) *Wallis. Op. Math.* p. 59. *s.* (b) *Op. Math.* p. 25. & 66. *seqq.* (c) *Histoire de l' Acad. Royale* 1703. p. 59. *Memoires de l' Académie* 1703. p. 89. (d) *Sturm. Math. Juv.* p. 11. *Wallisius. O. Matth.* p. 24 (e) *Op. Math. c. V.* p. 26. (f) *Arithm.* §. 42. p. 24. (g) *Op Math.* p. 27. (h) *Math. Enucl. Schol.* p. 6. (i) *Wall Op. Math.* p. 49. *Laur. Just. Arithm.* p. 21 - - 23. (k *Wolf. Ar.* §. 48. & 50. p. 26. *Memoir. de l' Acad. Royale* 1703. p. 89. (l.)

# Cap. III. De diversis in Arithmetica operandi modis & speciatim de Multiplicatione.

## §. I.

Notæ numerorum aut chartæ traduntur, aut traditæ rite enuntiantur, prius *Notatio* posterius *Numeratio* docet. Deinde numeri integri vel componuntur per additionem & multiplicationem, vel dividuntur per subtractionem & divisionem. Hinc est quod præsertim quatuor ultimæ, *species* vulgo, Arithmeticæ sed incongrue audiant, diversæ enim potius operationes numeris institutæ vel diversi modi tractandi numeros dicendæ essent; siqvidem non circa diversas numerorum species versantur, neque Arithmetica ars, ut genus considerata in additionem & divisionem &c. dividi potest (a). §. II.

§. II. *Multiplicationem* hac vice consideratioui nostræ subjicientes, necessarium judicamus, initium a terminorum explicatione facere.

§. III. *Multiplicare* sive quod idem est, numerum in numerum ducere, cujus ortum a multiplicatione cubica derivat *Wallisius* (b) ) dicimus: *Numerum invenire qui numerum propositum toties in se contineat, quoties requiritur*, vel clarius: *Invenire numerum qui toties contineat multiplicandum quoties multiplicans unitatem* (c) Appellatur vero *Multiplicandus*: Numerus ille datus cui in proposita proportione alius quæritur. Isque non semper major est prout perperam Arithmeticorum quidam asserunt (d).

*Multiplicans* autem sive Multiplicator est numerus qui datam proportionem in se continet. Hinc *Multiplicatio* est: *Inventio alicujus numeri, quæ secundum regulam proportionum ad unitatem multiplicatorem & multiplicandum quartum proportionalem sistit*, qui deinde *factus* sive *productus* vel abstractive *factum* vel *productum* dicitur.

§. IV. Ex hac definitione nominali patet Multiplicationem non semper multiplicem additionem esse, de qvo infrà circa multiplicationem fractionum agendum erit.

§. V. Ad multiplicationem pertinet qvoqve duplatio qvæ à qvibusdam Arithmeticæ Institutionum scriptoribus haud accurate tanquam nova species vindicatur, confer *Brasserum*. (e)

§. VI. De signis quibus multiplicatio innuitur, Capite XI. de Arithmeticæ specioſæ Multiplicatione agendi locus erit; Nunc ad leges compendia & examina multiplicationis pedem promovemus.

(a) *Laur. Inst. Arithm. L. I. c. I. §. 4. p. 5. 6.* (b) *op. Matth. p. m. 70.* (c) *Eucl. L. VII. def. 15.* (d) *Wallis. op. Matth. p. 135.* (e) *Arithm. p. m. 54.*

CAP.

# CAP. IV. De Legibus Multiplicationis.

§. I.

ARithmeticæ decadicæ fundamenta in libris Arithmeticorum paſſim tradita cum ut cognita a nobis præſupponantur, leges multiplicationis ad ſcopum noſtrum facientes hic §. §. ſeqq. repetere animus nobis eſt.

§. II. Sub multiplicando multiplicatoris notæ ita ſcribantur, ut numeri homogenei homogeneis, id eſt unitates unitatibus, decades decadibus exacte reſpondeant ſecundum gradus & periodos propoſitas.

His peractis linea recta ſub iis ducatur, infra qvam factum ex multiplicatoris prima figura in ſingulas multiplicandi notas ſeorſim ſcribatur, ita ut partes numeri ad gradum pertinentes ſaltim notentur (ſi numerus productus gradum non excedat,) & reliqvæ excedentes ſeqventi gradui verſus ſiniſtram (a) connumerentur.

Deinde cum figura multiplicatoris altera & ceteris multiplicatoris notis ad eundem plane modum procedatur, qvem de prima figura præſcripſimus. Semper autem caveatur, ut prima cujusqve producti nota initium ſub eodem gradu ſumat qvo multiplicatoris multiplicans figura eſt conſtituta.

Tandem facta ex unitatibus, decadibus, Centenariis & ſic porro in unam ſummam beneficio regularum additionis colligantur. Et hoc aggregatum (qvod tunc *productum* audit) erit qvartus numerus proportionalis qvæſitus.

§. III. Non autem omnino refert, ſive a dextra, ſive a ſiniſtra operatio inchoetur, dummodo hæc cautio adhibeatur, ut cuilibet gradui aut periodo reſpondentes

dentes numeri ſubjiciantur, id qvod ex ſeqventibus exemplis patebit.

```
  4 5 6 7 8 9
  5 7 6
-------------
2 0 5 0 5 0 5
  2 3 3 4 4 6 3
  2 8 5 2 9 6 8 4
    3 4 4 5 2 5
    2 4 0 6 4
      3 3 4
-------------
2 6 3 1 1 0 4 6 4.
```

```
          4 5 6 7 8 9
                  5 7 6
-------------------------
        2 7 4 0 7 3 4
      3 1 9 7 5 2 3
    2 2 8 3 9 4 5
-------------------------
2 6 3 1 1 0 4 6 4
```

§. IV. Demonſtrationem Multiplicationis, Conſectar. 3. & 4. Def. 28. Matheſ. Enucl. *Sturmii* p. 69. nitentem, ſubjungimus talem: ſecundum leges præſcriptas prima multiplicatoris nota in omnes multiplicandi figuras ducta comprehendit omnes ejus unitates, ſecunda omnes ejus decades & ſic porro; hæ autem notæ per additionem in unam ſummam collectæ ſiſtunt multiplicandum toties qvoties multiplicator reqvirebat; Ergo numerus eſt multiplicatus per Def. C. III. §. 3. (b)

§. V. His adjicere lubet obſervationem ſenioris *Sturmii* (c) Qui *mirabile prorſus eſt*, inqvit, *qvod tamen pauci animadverterunt hoc inventoris uſitatarum hodie notarum artificium, in ea præſertim earum arbitraria diſpoſitione, qva fit, ut qvamvis in prima ſerie non niſi unitates, in ſecunda decades in tertia Centenarios &c. deſignent poſſint tamen (hoc earum vero valore neglecto aut certe diſſimulato) ut meræ unitates conſiderari, earumq; ſummæ vel reſidua vel producta &c. tanqvam unitatum & ſimplicium monadicorum ſummæ & producta, voce pronuntiari, ut tamen interim debito loco ſcripta verum ſuum valorem nanciſcantur.*

(c) Nota. *Nobis qvidem non latet ſi accurate loqvendum, qvod loco*

*loco verborum*: versus siniſtram, *potius* versus dextram ponendum *esset. Siniſter enim chartæ locus est qui dextræ noſtræ, & dexter qui noſtræ ſiniſtræ opponitur. Id quod in arte Heraldica obſervatur, ubi in inſignibus gentilitiis ea pars dextra appellatur quæ inſpicientis ſiniſtræ & vice versa oppoſita est. Verum & hic cum vulgo loqui cum eruditis ſentire maluimus, apud priorem enim ut plurimum mos ita loqvendi in Arithmeticis præſertim præceptionibus obtinuit.* (b) *Conf. Caſchub. Curſu Math. pag.* 16. 17. (c) *Matheſ. Juven. pag.* 22.

# CAP. V. De Subſidiis ET Compendiis in Multiplicatione.

## §. I.

AD multiplicationem feliciter abſolvendam requiritur notitia *Tabulæ Pythagoricæ*, cujus conſtructionem docet Jlluſtris *Wolfius* (a) vulgariter vero ſingulæ in ſingulas unitates ductæ exhibentur ſub notiſſimo nomine Einmahl eins iſt eins.

§. II. Hic Abacus Pythagoricus ad multiplicationem & diviſionem eo expeditius perficiendam memoriæ infigendus eſt. Id quod ex mente Celeberrimi. L. C. *Sturmii* (b) a pueris facillime fieri poteſt, dum modo forma retis triangularis, modo qvadranguli pingatur, vel manuum digitis, aut turris decem contignationibus diſtinctæ, imagini inſcribatur. (c) Ex judicio autem ſub nomine *Martii* latitantis domini *Stahlen*, (d) per crebram repetitionem, varios ob uſus memoriæ inſcribenda erit hæc tabula. Verba ejus adducere placet. Iſt daher/ inqvit, zehenmahl beſſer / daß man ſich ein 8. Tage ohngefehr die Mühe nehme und das Einmahl Eins ſtückweiſe aus wendig lerne / ſo kan man es ein für allemahl und darff

darff nicht Sorge haben daß mans verliehre: Wañ mans nur 8. Tage nach einander helfften weiß des Morgens und des Abends etliche mahl überliest / so kan es ein mittelmäßig Gedächtnis leicht fassen.

Hinc modo laudatus *Wolfius*, quamdiu hic abacus memoriæ non infixus eum quotidie ad manus esse jubet, (d) nec eum rejici vult,(e) cum quo consentiunt Celeberrimus Dn. Consiliarius L. C. *Sturmius* (f) & Dn *Caschubius* (g).

§. III. Hæc tabula ut eo felicius ediscatur, quidam in numeris præsertim majoribus 6. 7. 8. 9 multiplicationem per digitos juventuti commendarunt, sequentem in modum peragendam.

(α) Digitus (in utraque manu) auricularis, illis denotat numerum senarium, annularis septenarium, medius octonarium & index novenarium, Pollices vero erecti unitatem exprimunt.

(β) Qvoties a numero senario (per auricularem digitum denotato) in una manu ad multiplicatorem, in altera ad multiplicandum adscenditur, toties incurvandus est aliquis digitus, usqve dum & multiplicator & multiplicandus digitis compressis exprimantur.

(γ) Digiti remanentes non incurvati (quibus pollex connumeratur) in utraque manu, pro diverso respectu multiplicatorem & multiplicandum significantes, inter se multiplicandi sunt, factumqve seorsim scribendum, cui pro singulis in utraqve manu jacentibus digitis, decades adjungendæ sunt.

Beneficio hujus compendii, Abacus Pythagoricus solum ad sexies sex usqve memoriæ infigendus esset. Ceterum ratio supputandi per digitos, libro singulari a *Boulwero* Anglo tradita est, de qvo consulendus G. P. *Harsdorferus*

*dorferus*, & qui eum citat (*Morhofius*) (h). *Laurenbergius* (i) quoqve hujus calculi mentionem injecit.

§. IV. Varia etiam compendia in Academia Altdorfina celeberrimus Professor J.C. *Sturmius* (k) *Heinlinus* (l) *Laurenbergius* (m) *Kohlhanſius* (n) *Walliſius* (o) *Martius* (p) adducunt huc redeuntia.

(1.) Unitas ſi in multiplicatore occurrat, cum in numeris vulgaribus non (qvamvis in lineis geometricis) multiplicet, multiplicandum ſine operatione, loco producti ſub linea ſcribendum eſſe. Confer *Waliſii* opera à pag. 15. -- 20. & p. 132. --- 134.

(2) Idem obſervandum, ſi eadem figura in multiplicatore aliqvoties occurrat; ut ſcilicet antea per eandem figuram productum factum, hujus figuræ loco ſubſcribatur.

(3) Si vel multiplicator ſolum, vel multiplicator & multiplicandus ſimul, cyphras ſub finem annexas habeant, eæ conjunctim ſumtæ, producto adjiciantur, multiplicatione per notas ſignificantes ſolummodo peracta. Nec opus erit multiplicatione, ſi multiplicator vel multiplicandus ex articulis primariis, nempe 10. 100. 1000. 10000. conſiſtat, ſi cyphræ tantum multiplicando a tergo adjungantur, cujus fundamentum *Walliſius* exponit in operibus Math. p. 144.

(4) Si minor qvantitate numerus, majori ſubſcribatur ante operationem, multiplicatio felicius abſolvitur, non obſtantibus tamen ſupra C III. §. 3 dictis.

§. V. Ne qvoqve memoria excidat mente alias ſervandus, ſeqventiqve gradui connumerandus numerus, *Sturmius* (q) & *Caſchubius* (r) aliiqve ſuaſores exſtiterunt: totum factum ex ſingulis notis multiplicatoris

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0016
DFG

ris in multiplicandi figuras ductis, sine reservatione mentali in chartam conjiciendum esse, uti ex seqventibus exemplis patebit.

```
   725        vel ita.      3478   per additionem
    56                       342   ter repetitam.
 ------                    ------
    30                       116
   12                       684
  42                      ------
   25                      6956
  10                     11232
 35                        268
 ------                 ------
 40600                  146076
                        1224
                        921
                      ------
                      1189476
```

Alium modum famigeratissimus delineat L. C. *Sturmius* (s) qvem & habet: *Harsdorf. Del. Matth. P. II. p.* 18. Methodus multiplicandi compendiosa *Schwenteri in Del. Phys. Math. P. I. p.* 114. exposita, per seqvens schema adumbrata est, in qvo singula producta seqventi statim connumerantur facto.

```
      3275
       894
    ------
     13100
    30785
  -------
   2927850
```

Huc pertinet multiplicatio per calculos, qvam a latinis primo adhibitam esse *Laurenbergius* (t) perhibet, processum vero prolixe *Brasserus* (u) describit, difficiliorem tamen in computando haud exercitatis esse sœpe citatus *Sturmius* (x) asserit.

 §. VI. Sunt

§. VI. Sunt, qvi multiplicationem per majores numeros peragendam, minoribus numeris fieri posse dicunt. Huc faciunt qvæ J. C. *Sturmius* (y) proponit: Si nota multiplicantis posterior, sit præcedentis dupla vel tripla, productum hujus prioris duplicetur tantum, aut triplicetur, sed sub posteriore facto subscribendi initio. Nec desunt qui Practicam Italicam (vel potius germanicam numeros compendiose tractandi rationem ita sentiente *Pescheckio* (z).) Numeros variis modis discerpendi rationem præscribentem, commendant, de qva *Sturmius* (aa) *Schottus* (bb) *Peschekius* (cc) & ceteri Arithmeticorum libri passim consulendi.

Nec incongrue hic exponetur B. *Erhardi Weigelii* (dd) germanici Archimedis circa multiplicationem, per vicarium multiplicatorem absolvendam, excogitatum compendium. Scilicet multiplicantis numeros majores 8. & 9. in 189. 198. 199. resolvendos esse in numeros 200. majores qvidem qvoad valorem, minoribus tamen notis constantes, ita ut excessus respective 11. 2, & 1. ita notetur 200. — 11 = 211. 200. — 2. = 202. 200. — 1. = 201, sicqve

loco $\begin{pmatrix} 189 \\ 198 \\ 199 \end{pmatrix}$ substituantur $\begin{pmatrix} 211 \\ 202 \\ 201 \end{pmatrix}$

Porro in multiplicandum esse ducendas has multiplicatoris vicarii notas, ubi notandum, qvod factum ex notis privativis in multiplicandum, ex producto per numerum positivum sit subtrahendum, residuumque sub linea loco aggregati scribendum.

e. g. sit multiplicandus numerus 2644. per 298. multiplicator vicarius esset 302. & factum per 2. privativo, ex facto

facto per 3. positivo numero, subtractum, relinqveret 787912 verum productum.

2644
302 mult: vic:
5288 subtrahendus
7932.0.0
787,912

vulgariter
2644
298
21152
23796
5288
787,912

Item. 716 multipl. per 998 = 1002.

1002 vicarius
1432
716.0.0.0
714568

vulgariter
716
998
5728
6444
6444
714568

Fundamentum ejus ex Analyseos specioſæ regulis petendum erit. Eadem signa plus, inæqvalia minus dant. (2) Inæqvalia signa addenda, potius subtrahenda sunt (qvia positivum per privativum tollitur) & subtrahenda, potius addenda sunt. Sicqve multiplicatio prioris Exempli 2644. 298 = 302. per signa, seqventem in modum peracta, demonstrationem exhibebit.

†2†6†4†4
†3—0—2
—5—2—8—8
†7†9†3†2†0†0
7 8 7 9 1 2

§. VII. Qvidam compendium in calculo beneficio prolixioris, proprio marte in usus suos computatæ Tabulæ Pythagoricæ quæsiverunt. De quo ante citatus *Stahlius* (ee) videndus, & *Harsdörferus*, Del Phys. Math. T. II. Huc facit multiplicatio quæ quam expeditissime Canonice instituitur; modum autem *Julius Cæsar Functius & Johan: Georg. Herwart ab Hohenburg.* satis prolixe & perspicue tradiderunt. Conf. Illustris *Wolffii* Commentatio de scriptis Mathem p. 1019.

De *Lamellis Nepperianis* ab Auctore suo Barone *Johanne Nepper*o Scoto, circa initium superioris seculi inventis, hic agendi locus est; mediantibus qvibus, iis qui multiplicationem simplicẽ singularũ notarum cum singulis, memoria non tenent, operationem multiplicationis ludibundo exeqvi licet modo. Perillustris inventor hujus Rhabdologiæ, processum ipse in singulari libro in folio operose descripsit, ex qvo ob penuriam Exemplarium M. Benj. *Ursinus* Germanica lingva partim in 4to 1623. partim in forma minori 1630. epitomen edidit.

Usus horum bacillorum commendatur a seniore *Sturmio* (ff) & *Behrio*; (gg) ut *Ursinum* (hh) aliosqve celeberrimos Mathematicos hic non attingam. Hinc non adeo magni faciendum est judicium doctissimi alias *Morhofii*, (ii) qvi postqvam inventionem Rhabdologiæ præmiserat: *tanti illa res non est*, pergit, *ut isto, cum apparatu tradi mereatur; facile carere virgulis istis potest, qvi ipsius artis principia recte perdidicit. Rectius talia e manibus ejicientur juventutis; cui impedimenta sunt exercendi ingenii quo expeditius labore suo fungetur, si naturali methodo ac ductui relinquatur.*

Fabricam harum lamellarum & usum in multiplicatione

tione post sæpe citatum *Sturmium* seniorem (kk) Illustris Consiliarius *VVolfius* qvoqve docuit (ll) ut adeo hic repetere supervacaneum esse videatur.

Non tamen prætermittenda est Machina Arithmetica *Leibnitiana*, a Lumine Mathematicorum (dum splenderet) illustri *Leibnitio* adhuc adolescente inventa, a *Tschirnhausio*, (mm) Christiano *Hugenio* aliisqve Mathematicis magni habita, & *Morlandi* multiplicationis instrumento a *Cl. Wolffio* (in *Comm. de script. Math. ed. Germ.*) præposita. Ipse celeberrimus Auctor de ea affirmat: *operationem in multiplicando mentis fere nullum attentionem requirere, hinc opus Infantum dici posse.* Exhibuit autem eam æri incisam in Miscellaneis Berolinensibus, 1710. qvæ (nn) consulantur.

HujusmodiMarchinæ mentionem injecit Clarissimus *Sturmius*, senioris filius, qvi machinam sola circumvolutione notarum multiplicationem divisionemqve numerorum majorum absolventem, commendavit (oo). *Harsdorfferus* qvoqve Del. Math. T: II. p. 48. circellum Arithmetici Parisiensis inventum, qvo adhibito multiplicatio feliciter absolvitur, adduxit.

QvomodoNumeri non adeo magni, beneficio circini proportinatorii s. (Proportional-Circul) multiplicandi sint, Nicolaus *Goldmannus* (pp) & *Scheffelt*, qvi teste celeb. *VVolffio* (comm. de scriptis Math. p 1027.) ex Goldmanno sua descripsit (qq) docuerunt. Multiplicatio autem ordinaria & celerius & certius scopum attingit.

§. VIII. Nec levis momenti usus in multiplicatione est mirifici Logarithmorum inventi, Numeris enim vulgaribus ab, usqve ad 100000. *Nepperus*, *Briggius* & Adrianus *Ulaccus*, Canonem Logarithmicum substituerunt, quorum singula circa hujus constructionem merita ab illustri Cons. *VVolffio* (rr) indicata. Operosa

Operosa alias multiplicatio per additionem logarithmorũ multiplicandi & multiplicatoris, solum absolvitur, ubi aggregatum, logarithmum numeri qvæsiti ostendit. Interim tamen cum Logarithmorum numerus centum millia non excedat, in minoribus saltim exemplis, ut & in Trigonometria usum habere poterit exoptatum. Logarithmos his non obstantibus ut inutiles & qvandoque falsos rejecit Mathematicus Gallicus, *Lagny* dictus, cujus mentem membra Societatis Regiæ Parisiensis (ff) ita exponunt:

*La grande commodité des Logarithmes, est de changer les multiplications & les divisions, qui sont des operations longues & difficiles pour les grands nombres, en des additions & soustractions, qvi sont beaucoup plus simples, & plus aisées. Mais Mr. de Lagni pretend, qve cet avantage qve la Theorie promet si magnifiqvement, se reduit a rien dans la prattique, qu'au contraire comme les Logarithmes, qvi sont des especes de nombres feints & supposés, sont vn circuit qve l'on prend pour arriver aux Nombres naturels, les seuls qve l'on cherche, il y a toûjours plus de chemin à faire, quoique peut être plus facilement, & toûjours vn plus long-tems a employer, & il en appelle á témoin tous ceux qui ont calculé par cette methode. Il avance même qve les Logarithmes sont faux dans les grands Nombres, il en donne pour preuve un calcul que Henry Brigs, dans son Arithmetiqve Logarithmiqve p. 27. & suiv. a donne pour Exemple de l'vsage de Logarithmes.*

Ceterum Logarithmorum constructionem & vsum vindicarunt, Illustris *VVolfius* (tt) sen: *Sturmius* (uu) *de Chales* (xx) *Behr* (yy) *Stahlius* (zz) *VVallisius* (aaa) L. C. *Sturmius* (bbb) adde *Stifelium* (ccc) & *Nepperum* (ddd) a *Wolfio* (eee) citatos.

§. IX. Multiplicatio qvoqve per tetractyn B. Erh.

Erh. *Weigelii* miris modis facilitata, quippe quæ admodum brevem multiplicationis tabulam, quam infra (fff) exhibemus adhibet.

Breviſſimo autem Abaco Pythagorico vtimur in Arithmetica dyadica, id quod infra (ggg) clarius exponetur.

Remoto autem omni abaco, numerum quemcunque multiplicandi modum, *Jobus Ludolphus*, in Academia Erfordienſi quondam Profeſſor celeberrimus, nos docuit: Nomenclatura hic adhibenda a celeberrimo *Wolfio* (hhh) adducitur, huc rediens: vt ex ſimplo duplo & decuplo, per additionem ſubtractionem & mediationem, reliqua multipla quæſita inveniantur. Videatur *M. Caſchubius* (iii).

§. X. Conſulto omittimus, diſpendia cetera, quæ ſub regulæ pigrorum nomine veniunt, quorſum multiplicationem per crucem merito referimus, cujus aliqua ſubjicimus exempla.




Compendia tamen in 25. 5. & 9. latere credimus (1.) ſit multiplicandus numerus per 25. adjiciantur duæ cyphræ multiplicando & producti pars quarta capiatur. Si (2) multiplicans fuerit 5. multiplicando apponatur cyphra & capiatur ſemiſſis.

(3.) ſi multiplicator vero novenario numero exprimatur, Multiplicatio in ſubtractionem converti poteſt, appoſita prius multiplicando cyphra & ex hoc producto ſubtracto multiplicando.

(*a*) *Ar. Pr. VI. p.* 35. *ſeqq.* (*b*) *Tr. de Math. Natura & Conſt. p.* 127. (*c*) *confer quæ hac de re ſen. Surm. in Math. Juve p.* 65. *diſſerit.* (*d*) Im Brandenburgiſchen *Ingenieur p.* 46. (*e*) *Ar. p.* 36. §. 100. & *p.* 43. §. 111. (*f*) *Math. Comp. P. II. p.* 12. (*g*) *curſ. Math. p.* 14. (*h*) *Polyh. Math.*

*Math. T. II. L. IV. §. 5. p. 502.* (i) *Instit. Arithm. p. 20.* (k) *Math. Juv. p. 23. 65.* (l) *Syn. Math. P. I. p. 16.* (m) *Inst. Arithm. p. 53.* (n) *in Isagoge Methodica ad Logisticam p. 14.* (o) *in Oper. Mathem.* (p) Brandenburgischen *Ingenieur p. 44.* (q) *Math. Enucl. p. 69.* (r) *cursu. Math. p. 15.* (s) *Math. comp. P. II. p. 15.* (t) *Inst. Arithm. L. 1. C. III. p. 19.* (u) *in Arithmetica p. m. 43.* (x) *Math. Comp. P. II. p. 16.* (y) *in Mathesi Juv. Q. III. memb. 5. p. 23.* (z) *in Practica Italica præfat.* (aa) *Tabb. Math. p. 17.* (bb) *In cursu Mathematico* (cc) *In Practica Italica f.* Welsche Practic: (dd) *Idea Mathem. p. 38. f. 69.* (ee) Brand *Ingen. p. 48.* (ff) *Math. Juven. C. V. p. 41.* (gg) verschantzte *Turenne. p. 16.* (hh) *in Rhabdologia Nepperiana.* (ii) *Pol. Cont. p. 502.* (kk) *Math. Juv. Cap. V.* (ll) *Pr. 8. & 9. Ar. §. 103. p. 37. seqq.* (mm) *in Medicin. Ment. ed. noviss.* (nn) *Misc. Ber. 1710. n. XXXI.* (oo) *Tr. de natura & Const. Math. appendice p. 372.* (pp) *Tr. de usu circini. Proportionatorii latine & german. in fol. editi Pr. III. & IV. p. m. 10. 11.* (qq) *in Instrumento proportionum. §. 11. p. 6.* (rr) *Ar. p. 87. Schol. & Comm. de script. Math. p. 1035. f.* (ss) *dans l' histoire de l' Academie Royale des sciences. 1703. p. 62.* (tt) *Ar. c. VIII. p. 82.* (uu) *Math. Enucl. L. I. Prop. 20. schol. 2. p. 113. it. prop. 55. schol. p. 205.* (xx) *Curs. Math. Trigon. L. II. Prop 14.* (yy) Verschantzte *Turrenne P. VI. c. 1. f. p. 144.* (zz) Brandenb. *Ingen. p. 243. Cap. XVIII.* (aaa) *Op. Math. c. 32. p. 286.* (bbb) *Math. Comp. P. II. p. 35. f.* (ccc) *In Arithm. L. 1. c. 4. p. 35. & seqq. & L. 3. C. V. p. 249. b. & 50.* (ddd) *in Mirifici Logar. Canonis descriptione* (eee) *Ar. Th. 58. Sch. 2. §. 311. p. 85.* (fff) *C. XII. § 3.* (ggg) *c. XIII. § 4.* (hhh) *Ar. §. 106. pr. 10.* (iii) *Curs. Math. p. 17. 18.*

## Cap. VI.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0024
DFG

# CAPUT. VI.
# De Examine sive probatione Multiplicationis.

§. I.

MIrum forsan videbitur aliquibus, nos multiplicationem supra demonstratam, hic in Examen revocare, qvasi de veritate ipsius dubitemus. Sed pace ipsorum liceat dicere, qvod non attendant ad discrimen inter demonstrationem & probationem, in qvē errorem incidens Petrus *Ramus*, (a) ea propter notatus a Dn. Consiliario aulico *Wolfio*. (b) Probatio enim eam saltim affert vtilitatem, vt commonstret regulas præscriptas, ad casum propositum rite fuisse adplicatas, adhibeturque ad explorandum, num qvis error fortean in exercitio irrepserit, qvo a recto tramite sit aberratum. Conf. *Wallisium* (c) & Cl. *Wolfium* (d).

§. 2. Multiplicatio autem qvam optime per divisionem probatur; numerus enim multiplicandus, rite peracta multiplicatione, tot vicibus in facto continetur qvod unitates in multiplicatore adsunt; hinc necessario iterum prodibit multiplicator, facto per multiplicandum diviso. Aut si per multiplicatorem dividere lubet, multiplicandus proveniat necesse est, dummodo computandi regulæ supra expositæ fuerint observatæ.

§. III. Multiplicatio se ipsam quoqve probare poterit, *Wallisio* (e) etenim ex *Euclide* (f) ut & *Dn. Hederichio* (g) auctoribus perinde est, qvemnam ex duobus datis multiplicatorem vel multiplicandum dicamus, quid ergo obstabit quo minus, circa probationem instituendam vices permutentur, ut ex antea, multiplicando nunc fiat multiplicator, ex multiplicatore vero multi-

plicandus? Operatione sic instituta idem productum secunda viceproveniens, significabit nullum inter computandum errorem fuisse commissum.

§. IV. Adest tertium, usitatum quidem sed satis incertum & fallax (h) probandi genus per novenarii, vel (qvod idem est) ternarii abjectionem, seqventi ratione instituendum: Ex multiplicatore (A) seorsim abjiciantur novem, excessu post crucem notato, idem cum multiplicando (B) peragatur, cujus residuum e regione prioris scribendum. His residuis in se ductis ex eorum facto abjiciatur novem quoties potest, qvod remanet supra crucem posito. Tandem ex facto (C) qvoqve novem tollantur, qvod superest infra crucem adnotato. Hoc ultimum residuum, si superiori æqvale fuerit, probabile erit indicium rite peractam esse operationem, sin minus certum est errorem commissum esse. Exemplo sit supra (i) propositum specimen. Sit Multiplicandus A, multiplicator B. factum C. Residuum ex Multiplicatore D. Residuum ex Multiplicando E.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2644 A | | | |
| 298 B | Factum ex | | 2. Resid. D†E. |
| 51152 | | 7 | |
| 3796 | D. Resid. ex Multiplicatore B. | 1 7 | E. Resid. ex Multiplicando A. |
| 5288 | | 7 | |
| 787912 C | Residuum ex facto C. | | |

Fundamentum probationis per abjectionem novenarii cum partim a Celeb. *Wallisio* (k) item in Actis Eruditorum (l) ut & sæpius laudato *Wolfio* (m) expositum sit, hic adducere, fontibus commonstratis, supersedemus.

§. V. Ex his tribus probandi modis, eum eligat calculator, qui maxime arridet, nulli etenim, præsertim

tim imaginatione pollenti, auctor existerem, ut examen per *operationis repetitionem* institueret, qvoniam periculum esset in eundem errorem iterum incidendi, id qvod mutata operationis forma, non facile timendum.

(*a*) *Schol. Math. l.* 4. *p.* 114. (*b*) §. 94. *Ar. p.* 34. (*c*) *Op. Math. p.* 182. (*d*) §. 4. *Ar. p.* 45. (*e*) *Op. Math. p.* 134. (*f*) *Lib. VII. pr.* 16. *p. m.* 151. (*g*) *Mathem.* Wissenschafften *p.* 13. *n.* 13. (*h*) *M. Benj. Hed. Math.* Wissenschafft *pr.* 4. *Schol. p.* 25. (*i*) *Cap. V.* §. 6. (*k*) *Op. Math. p.* 114. *s.* (*l*) *De Anno MDCCVIII. p.* 277. (*m*) *Ar.* §. 42. *Cor.* 2. *p.* 33.

# CAPUT VII.

## De multiplicatione in numeris signatis, s. benandten Zahlen.

§. I.

HÆc potius resolutio numerorum majorem valorem habentium, in plures minori pretio venientes numeros, dicenda esset, seqventi modo peragenda :

Numerus majoris pretii per valorem proxime pretium hoc, excipientem multiplicetur, donec in minimo (si reqviratur) valore sese sistat. Usus autem in Regula Aurea proportionum (corrupte de tri, dicta) manifestus est.

§. II. An Arithmeticorum qvidam, juventuti exempla multiplicationis Thalerorum cum thaleris, vel (si mavis) Joachimicis, aut denariorum cum denariis & sic porro præscribentes, satis accurate procedant, aliorum disqvisitioni relinqvimus.

§. III. Hic saltim nobis, de liberi arbitrii plebis, aut aliorum Matheseos haud peritorum, abusu in mensuris constituendis, justo dolore commotis, loqven-

dum est. Homines enim ( dum eligendi libertas erat) ingenti varietate in adeo perversam & diversam qvandoqve proportionem inciderunt, qvæ praxin Arlthmetices operosam, tædiosam molestamqve efficit. Nimis vero sero edocti sunt, qvam faciles habuissent computationes, si Mathematicorum arbitrio diversas rerum species & mensuras constituendas reliqvissent. Contentientem habemus *J. C. Sturm. Math. Juv. p. 69 & 82.*

# CAPUT. VIII.
# de Multiplicatione in Fractionibus.

§. I.

FRactiones non tam numeros, qvam partes numeri seu numerorum ad invicem rationem esse, clare admodum *VVallisius* (a) evicit.

§. II. Mirabuntur circa harum multiplicationem qvi strictiori vocis significatione decipiuntur, aut multiplicationem multiplicem additionem esse autumant, factum ex duabus in se ductis fractionibus e. c $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ = $\frac{6}{12}$ sive $\frac{1}{2}$ minus esse fractionibus in se consideratis. Et divisionem earundem, $\frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ & $\frac{3}{4} = \frac{9}{8}$ ubi quotus major prodit, multiplicationem potius dicendam esse, adserere nulli dubitabunt. Re vera qvoqve hæc multiplicatio modus divisionis est, cui nomen tamen manet, qvoniam secundum leges multiplicationis operatio instituitur. Hinc supra (b) multiplicationem non semper multiplicem additionem esse posuimus.

§. III. Qvo autem clarius pateseat: operationem legitime esse peractam, ex fundamento qvatuor numerorum proportionalium ponatur: ut $\frac{1}{3}$ ad $\frac{2}{3}$ ita $\frac{3}{4}$ ad $\frac{6}{12}$ vel ut, 1. Joachim. ad $\frac{2}{3}$ Joach. ita $\frac{3}{4}$ Joach. ad $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. Nam 48. Nummi ad 32. Nummos eandem rationem habent qvam 36. Nummi ad 24. Verum enim fun-

fundamentum (ut §. 2. diximus) in analogismo multiplicationis latet; siqvidem 1. continet ter qvod $\frac{2}{3}$ tantum bis, ergo & $\frac{3}{4}$ continet ter qvod $\frac{1}{2}$ tantum bis.

Deinde si ad quæstionem circa hanc multiplicationem saltim attendatur, res clara est. Dum enim quæritur, quot vicibus sumenda sit fractio multiplicanda? statim intelligitur; eam non aliquoties, aut semel quidem, (quod in numeris vulgaribus fit) sed partialiter, & (ut ita loquar) in nostro Exemplo, biterties vel secundum suas duas tertias, sumi debere. Hinc per multiplicationem non augendam, sed diminuendam esse, facile divinabimus, quoniam sic fracta & semel comminuta unitas, magis magisque comminuitur. Confer *Ramum* (c) *Caschubium* (d) & (si demonstrationem per litteras amas) Celeberrimum *VVolfium* (e).

a) *Op: Math. p. 20.* (b) *Cap. III. §. 4.* (c) *Lib. 1. Arith: a Laz. Schon: edit: p. m. 74.* (d) *Curs: Math: p. 31. f.* (e) *Ar: §. 220. p. 65*

# CAPUT. IX.

## De Multiplicatione in Logistica Decimali.

§. I.

LOgisticæ decimalis usus, ita sensim in Arithmeticam numerosam introductus est, ut quis ipsius primus Auctor sit vix constare credat *VVallisius* (a), *Johannes Hartmannus Bejerus* tamen Medicus Francofurtensis Aõ. 1606. a quibusdam Inventor perhibetur. Geodetæ etiam omnes *a Stevino* ad nostra usq; tempora hanc Mensuram semel receptam, teste *Caschubio* (b) constanter retinuerunt; Stevinum proinde eam in Arithmeticam primos

mo introduxisse affirmat *Wolfius*. (c) Certum quoque est, eam insigni compendio vices sexagesimalium scrupulorum (d) praestare, & fractiones nullas nisi facillimas admittere, per resolutionem in minores species, adjectione ciphrarum facile comminuendas.

§. II. Circa hujus logisticæ Multiplicationis regulas, quædam adnotabimus, ima autem est: *Longitudines in longitudines ductæ producunt superficies.* Nam Longitudo, vel secundum lineam, vel secundum planum aut superficiem multiplicari dicitur; (l) alias enim Longitudo, aliquoties sumta, non statim latitudinem proferret. Hinc circa hanc regulam, Methodus genetica, superficiei ortum, ex fluxu lineæ derivans satis in geometricis nota, præsupponitur.

2da. *Longitudinibus in superficies ductis, prodeunt corpora sive solida.*

Hæc regula quoq; ex genesi corporum explicanda est, quoniam superficies, ad ductum lineæ erectæ fluens, corpus efficere concipitur.

3tia *Numeri signati in non signatos ducti idem signum retinent.*

Quoniam idem signum aliquoties sumtum per multiplicationem mutari non potest; & qvamvis numeri ex hac multiplicatione orti, ad majorem gradum evehantur, locus tamen signo in prima a dextris nota manet e. g. $\frac{8}{8}$ Octo pedes Sexies sumtæ, efficiunt qvidem $\frac{6}{48}$ qvatuor perticas & octo pedes, signo tamen primæ a dextris notæ manente, enuntiari poterunt: qvadraginta & octo pedes.

4to. *Superficies cum superficiebus, Longitudines, superficies & corpora cum corporibus non possunt multiplicari.*

Hoc enim naturæ geneseos repugnat Confer notatu dignam

gnam *VValliſii* (t) de qvadrato cubis, obſervationem.

§. III. Reſtat explicandum: qvare in multiplicatione decimali minus & majus reſpective multiplicatoris & multiplicandi ſignum addendum, ultimæq; notæ (a ſiniſtra ad dextram numerando,) imponendum? & qvare factum in minoribus ſpeciebus ſemper prodeat?

Fundamentum *poſterioris*, ex fractionum doctrina petendum; qvippe qvæ, ut ſupra (g) commonſtratum, minores redduntur multiplicando.

ſint e. g. multiplicanda $5^{v} = \frac{5}{100000}$ qvinqve ſcrupula 4ta, per $3^{iii} = \frac{3}{1000}$ tria ſcrupula ſecunda, productum erit $15^{viii}$ ſcrupula ſeptima, ſive $\frac{15}{100000000}$ partes perticæ, qvod factum multo minus eſt factoribus ſuis. *Prioris* rationem accipe talem; quia in multiplicatione ordinaria, ſi cyphræ adfuerint eæ vulgo annectuntur, & ſtatim ratio quare addantur ſigna, perſpicua erit. Concipe ergo $5^{v}$ multiplicanda æqvipollere $\frac{5}{100000}$ ſive vnitati cum qvinqve cyphris, id qvod ſupra ſcriptum ſignum (v) innuit, ſcilicet qvinto a pertica loco poſita eſſe hæc ſcrupula; deinde multiplicatorem $3^{iii}$ æqvalem eſſe $\frac{3}{1000}$ qvod iterum ſignum (iii) ſupra impoſitum, indicat, ſicet tertio a pertica loco, ſtare. Si ergo 100000. cum 1000. multiplicanda ſunt cyphris junctis, prodeunt octo cyphræ. Idem autem eveniet ſi ſigna V. & iii addantur, qvæ octo efficiunt, indicantes: productum octavum a pertica locum occupare. Hinc non adhibita ope fractionum multiplicationis, junctio ſignorum, ſalva veritate ſemper fieri poteſt. i. q. e. d.



(a) *VVall.*

(a) *VVall. Dedic. Op. Math.* (b) *Cursu Math. p.* 54. (c) *Elem. Geom. p.* 99. §. 25. *schol.* 2. (d) *de iis Cap. sequenti. X. agetur.* (e) *Sturm. Math. Enucl. p.* 67. (f) *Op. Math. p.* 70. (g) *Cap. VIII. §.* 2. & 3.

# CAPUT X.
# De Multiplicatione in Logistica sexagenaria.

§. I.

A Sexagecupla, qva vtitur, proportione, in sexagenis, gradibus, minutis, &c. determinandis, nomen sortita est logistica sexagenaria. Alias Logistica Astronomica audit, qvoniam ejus vsus maximus in Astronomia est. Verum, si *Lazaro Schonero* credendum (a) hic vsus potius geometricus dicendus, qvi non minor in Geographicis & aliis artibus esse potest.

§. II. Multiplicatio compendiaria, fit beneficio CanonisHexacontadon, qvi ad facilitandum calculum, ut reductione specierum opus non sit, ab Astronomis inventus exhibetur a *L. C. Sturmio* (b) Eum qvoq; seorsim excudi curavit M. *Sebastianus Theodoricus* a Patria *VVinsheimius* dictus, Professor olim Matheseos Vitebergæ. Contractiorem autem proposuit, *Lazarus Schonerus* (c). Ad computum adhuc faciliorem reddendum, Generosus Dominus *Henricus a Qvalen* bacillos sexagenales excogitavit, qvos aptiores tamen, a celeberrimo Kilonienſi Mathematico *Samuele Reyhero* redditos, hic describit in Dissertatione sua hac de re habita (d).

§. III. Multiplicationis ordinariæ sexagenariæ logisticæ regularum, ex Crugero (e) adductarum fundamenta, perlustrare brevibus, placet.

1. *Gradus*

1. *Gradus in gradus ducti producunt gradus.*

Gradus enim, ut unitates considerati invicem multiplicati, gradus efficere necesse habent; nisi factum Sexagenarium numerum æqvet, aut superet, qvo in casu productum per 60. divisum, seqvens majus signum gereret.

2. *Gradus integri cum aliis, sive adscendentibus sive descendentibus speciebus multiplicati, multiplicandi species restituunt.*

e. g. 4 Sexag. & $32'$

$12^{\circ}$ $16^{\circ}$

producunt 48 Sexag. efficiunt $512' = 8^{\circ}: 32'$.

Id clarissime ex resolutione specierum patet; nam 4. Sexagenæ $= 240^{\circ}$/ multiplicatæ per 12 $= 2880^{\circ}$ divisæ per 60. relinqvunt 48. Sexagenas.

Item $32' = \frac{32}{60}$ multiplicata per $16^{\circ} = \frac{16}{1}$ efficiunt

$\frac{512}{60} = 8^{\circ}: 32'$.

3. *Sexagenæ, cum scrupulis si multiplicandæ, tum signa subtrahuntur; Sexagenis vero cum Sexagenis, scrupulis cum scrupulis, multiplicatis, signa adduntur factoqve imponuntur.*

e. g. $5^{1æ}$ $16''$ $7''$

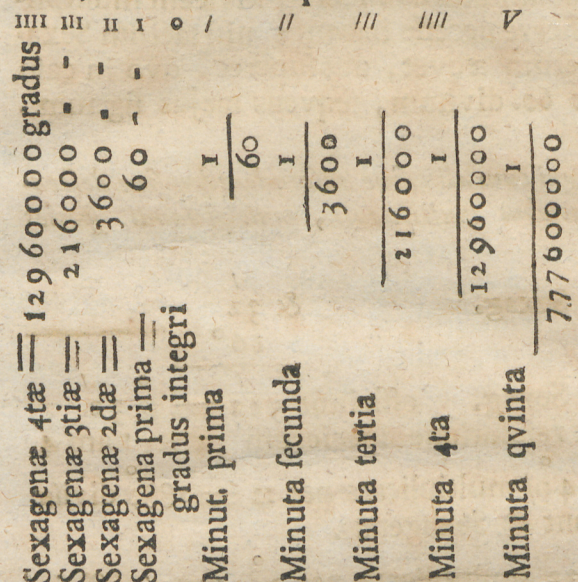
$13^{2æ}$ $8'''$ nam $2'' + 3''' = 5^{5}$ $9'''$

$5^{3æ}$ $1^{2a}$ $128^{V}$ $63'$ nam $3''' - 2'' = 1$

factum ergo $1^{\circ}\ 3'$.

 Id

Id ipsum patet: partim ex resolutione debita specierum, cui inservit seqvens tabula.




Partim qvoqve ex iis, (huc decenter applicatis) qvæ supra in Logistica decimali (f) dicta sunt.

§. IV. Ceterum de Logisticæ sexagenariæ fundamento, conferatur *Reinholdus* (g) *Theo* Commentator *Ptolomei* ut & *Peucerus* a *Sebastiano Theodorico* (h) citati.

(a) *Lib. de Logist. Sexag. p. 392.* (b) *Math. Comp. P. V.* (c) *Logist. Sexag. p. 346. seqq.* (d) *de Bacillis Sexagenalibus Kiloni 1688.* (e) *In Logistica Sexagen. p. m. 42. & 52.* (f) *Cap. IX. § 4.* (g) *in Log. Sexagenaria.* (h) *Libro de Sexagenar: Logistica.*

# CAPUT XI.
# De Multiplicatione Arithmeticæ speciosæ.

Arith-

§. I.

ARrithmetica ſpecioſa, computum qvantitatum, ſeu numerorum indeterminatorum, adhibitis certis litteris & ſignis, qvantitates earumqve affectiones denotantibus, abſolvere docet.

§. II. Ejus uſus in Analyſi ſ. Algebra ſe exerit, ubi diſtinctæ res, intellectui per diſtinctas notiones, ob evitandam confuſionem ſunt repræſentandæ. His ſignis mediantibus, Analyſeos cultores non minus accurate qvam JCti, ſub fictis Caii, Titiiqve nominibus de qvantitatibus, judicare poſſunt.

§. III. Signum multiplicationis *Oughtredus Walliſius*, & qvi hos ſecuti (x) faciunt; hoc tamen cum a typothetis, ut & lectoribus, facili negotio cum litera x confundatur, merito a clariſſimo *Wolfio* (a) improbatur; Ejus loco idem celeberrimus Auctor (b) punctum ſubſtituit (·) inter factores duos medio loco ponendum, e. g. 5. 6. qvinqve per ſex multiplicanda. *Leibnitius* (c) olim ſignum (⌒) adhibuit. Collectores Berolinenſes (d) non ſolum hoc Leibnitianum, ſed & comma (,) multiplicationem denotans, commendant. Tales autem notæ non ſemper neceſſariæ ſunt, qvoniam præſertim in Arithmetica litterali, nuda appoſitione litterarum, facile intelligitur, has litteras vel multiplicandas vel in ſe ductas eſſe (e).

§. IV. Regulæ autem multiplicationis, hoc ſchematismo expreſſæ ſunt:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | † | · † | Per multiplicationem, in facto producit. | † † — — |
| 2 | — | · — | | |
| 3 | † | · — | | |
| 4 | — | · † | | |

vel brevius: *Eadem ſigna plus diverſa dant minus.*

Prima regula probatione non indiget, de tertia qvoqve

qvoqve & qvarta, haud ſolliciti eſſe debemus, ſiqvidem per multiplicationem poſitivi cum privativo, & vice verſa, qvantitates poſitivæ tolluntur & per conſequens minus producitur (f). De ſecundæ autem regulæ veritate, ii præſertim qvi conceptum de multiplici additione nondum prorſus ex animo ejecerunt, dubitare ſolent, exiſtimantes $\begin{array}{r} -3 \\ -3 \\ \hline -9 \end{array}$ minus ter ſibi tribus vicibus additum, in multiplicatione qvoqve producere debere — 9. Verum, ut dubio huic ſatisfiat, ſciendum: Privativum per privativum multiplicare, nihil aliud eſſe qvam privationem toties tollere, qvoties indicat multiplicator. Aufferri autem non poteſt privatio niſi per contrarium ſignum qvod eſt poſitivum. e. g.

$16 = 8 + 11 - 3$ Multiplicandus.
$2 = 8 - 3 - 3$ Multiplicator.

$-24 - 33 + 9$
$-24 - 33 + 9$
$64 + 88 - 24$

$64 + 64 - 81 - 24 + 9$ Factum.

Sive

(Subtractis privativis ab omnibus poſitivis collectim ſumtis)

$137 - 105 = 32 = 16.$ 2.

Ex hoc exemplo patet: ſi multiplicator — 3 in multiplicandum + 11 — 3 ductus fuerit, 9. plus juſto ſumta eſſe ſi ponatur — 33, hinc 9. iterum producto annumeranda ſunt, ſiqvidem 11 — 3 = 8 octo autem ter ſumta efficiunt 24. ſive qvod idem 33 — 9.

Hanc veritatem *Diophantum* (g) propoſuiſſe adſerit P. *Ramus* (h). Demonſtravit vero eam *Carteſius* (i) & *Walli-*

*Wallisius* (k) adde & Illustrem Consiliarium *Wolfium* (l) (qvi demonstrationem per litteras adhibuit, ut & Dn. Cons. J. C. *Sturmium* (m) & *Bartholinum* (n) conferatur qvoqve Dominus *Lamy* (o) qvi beneficio qvadranguli, a posteriori eam demonstravit.

(a) *Elem. Analys. sch.* 8. *p.* 246. *Miscell. Berol. p.* 156 (b) *Ar.* §. 61. (c) *Diss. de arte combinatoria p.* 5. (d) *Misc. Berol. p.* 156. (e) *Wolf. Ar.* §. 61. *Misc. Berol. l. c.* (f) *Wolf. Anal. Th.* 3. 4. 6. *pag.* 240. *Sturm Math. Enucl. Prop. IV. p.* 90. *s.* (g) 26. 27. *Ax.* 1. (h) *Algebr. L.* 1. *p.* 306. (i) *Algebr. per Graaf. p.* 8. (k) *Op. Math. pag.* 167. 168. (l) *Anal. spec. Th.* 5. *p.* 251. *collat. cum Elem. Math. Germ. T. IV. pag.* 18. *s.* (m) *Matth. Enucl. Prop. V. p.* 91. (n) *Princ. Math. Universal. s. introduct. Geometriæ ad Methodum Carthes. p. m.* 11. (o) *Dans ses Elemens de Mathematique.*

# CAPUT XII.

## De Tetractyos Pythagoricæ multiplicatione.

§. I.

HAnc progressione qvadrupla numerandi rationem, a *Pythagora* Samio, inventam & abhibitam esse, *Erhardus Weigelius* (a) probare conatus est. Sed Insigni eruditione celeberrimus *Fabricius* (b) hoc ingeniose magis, qvam vere a *VVeigelio* excogitatum esse, & universam Pythagoræ scholam huic hypothesi refragari, existimat. Adduxit eum in finem *Nicomachum*, *Jamblichum*, Nicomachi commentatorem, & *Meursii* Denarium Pythagoricum.

§. II. Doctissimus qvoqve *VVallisius* (c) citante, *Sturmio* (d) jam ante Weigelium specimen Tetractyos edide-

ediderat; qvamvis ibidem leges numerandi, non ex instituto adduxisset, id qvod a *VVeigelio* libro supra citato præstitum, & ab Egregio Mathematico *Sturmio* (e) passim repetitum & inculcatum est. Notanda sunt verba *Sturmii* (f): *Qvamvis dolendum est, hodie non amplius integrum esse: ut innumeris modis facilior futurus hic computus, hactenus usitato substituatur; qvod hic jam receptus sit universaliter, & proportioni decuplæ pleraque jam mensurarum & qvantitatum genera sint accommodata; non debet tamen in Mathesi prorsus negligi, qvæ sola, meo judicio, fructum hinc sperare potuisset longe maximum, in Trigonometria præsertim, nisi Logarithmorum ingeniosum pariter inventum, jam ante locum hunc occupasset.*

§. III. Adducere hic juvabit: simplicem ac brevem, qva utuntur, in hac multiplicatione, operationis tabulam.

1. 1 = 1 semel unum est unum,
2. 2 = 10 bis duo sunt qvatuor,
2. 3 = 12 bis tria sunt qvatuor & duo,
3. 3 = 21 ter tria sunt bis quatuor & unum,

Cujus usus ex seqventi Exemplo, ex *Sturmio*. (g) huc translato, patescet, qvod per reservationem ordinariam sic absolvitur.

```
      3 2 1 0 3 2
            1 2 3
  ---------------
    2 2 2 3 2 2 2
  1 3 0 2 1 3 0
  3 2 1 0 3 2
  ---------------
  1 2 0 0 2 0 3 2 2
```

(a) *In tetracty Pythagorica & Aretologisticæ p. 350. s.* (b) *Bibl. Græc. L. II. c. XII. §. 6 p. 458 s.* (c) *Op. Math. p. 25. & 66.* (d) *Math. Enucl. p. 6.* (e) *Mathes. Enucleata*

*ata (f) ib. p. 71 (g) Mathes. Enucl. p. 70. & NB. ex tabula addendorum describendum.*

# CAPUT. XIII.
# De dyadica Multiplicatione.

§. I.

CUm liberum sit, si nova & facilior computandi ratio introducenda esset, progressionem aut proportionem certam eligere, (id quod supra (a) partim ex *VVallisio*, partim membrorum Academiæ Regiæ Parisiensis testimonio probavimus); Non defuerunt, qui aut casu, aut destinato consilio, progressionem duplam, ut omnium simplicissimam & maxime naturalem considerantes, Arithmeticam dyadicam invenerunt.

§. II. Illustris *Leibnitius* vulgo hujus Dyadicæ inventor dicitur. Verum sicuti ipse confiteri cogitur (b) hanc Dyadicam jam a Chinensium Imperatore *Fohy* (qvi ut fundator Imperii chinici consideratur, & duo millia annorum fere ante C. N. floruisse perhibetur) sub titulo octo Cova, cujus significationem prorsus pediderant chinenses, propositam esse, (id qvod ex collatione Arithmeticæ Leibnitianæ & Lineis Covæ a Patre Bouveto instituta patebat); Ita & Membra Academiæ Parisiensis, nobis persvadere conantur, *Dominum de Lagny*, (nulla habita notitia de Leibnitiano invento) in hanc binariam incidisse Arithmeticam dum in inventione novi Logarithmorum systematis occuparetur cujus & Institutiones Rocheforti 1702. typis commissæ, ibidem adducuntur.

§. III. Usum hujus Arithmeticæ, in Trigonometria Dominus *de Lagny* expertus est (c), ejusqve præstantiam fusius exposuit *Leibnitius* (d). Huc faci-

unt verba celeberrimi in Academia Julia Professoris *Wagneri* (e): *Ingeniosa quidem est, inquit, tetractys Pythagorica; sed ingeniosa non minus est illa quæ calculum omnem per* 0 *&* 1. *tantum instituit.*

§. IV. Hic multiplicationem binariam saltim exposituri, miramur facilitatem calculi brevissimo omnium possibilium Abaco utentis, qvi unico membro: *semel unum est unum* absolvitur. Ad cujus declarationem exempla subjiciemus seqventia.

| | |
|---|---|
| 10101 = 21 | 101 = 5 |
| 10011 = 19 | 101 = 5 |
| 10101 | 101 |
| 10101 | 101 |
| 10101 | 11001 = 25 |
| 11000111 = 399 | |

§. V. Commendare tamen hunc calculum noluit *Leibnitius* (f), ut loco decadici introduceretur computi, partim ob commoda semel receptæ logisticæ decadicæ (cui insuper adsueti sumus) partim ob logisticæ diadycæ propriam, prolixitatem.

§. VI. Ceterum, proprietates hujus Arithmeticæ prolixe *Petrus Dangicourt* (g) sub rubro: de *Periodis Columnarum in serie numerorum Progressionis Arithmeticæ, dyadice expressorum* exposuit, Additionis subtractionis multiplicationis divisionisqve exempla, a Domino *Dangicourt* non adducta) proposuit *Leibnitius* (h).

Atqve hæc, qvæ speciminis Academici loco, hactenus dicta sunt, de multiplicationis negotio tradidisse sufficiant. Multa qvæ inter operandum sua sponte se offerunt, aut in Arithmeticorum libris passim occurrunt qvoniam levioris momenti esse videbantur aut ulteriori, disqvisitione non indigebant, (multiplicationem

onem calculi Differentialis, & Integralis &c., comodiori occasioni reservantes) intacta consulto prætermisimus; certissime persuasi omnia circa multiplicationem observanda, ex jam traditis satis intelligi posse hic ergo

F.
J. N. J.
S.

(a) *Cap. II. §. 2, 3.* (b) *Dans les Memoires de l' Academie Royale 1703. p. 87. conf. Hist. de l' Academie 1703. p. 60.* (c) *Hist. de l' Academie 1703. p. 61.* (d) *Memoires de l' Acad. Royal. 1703. p. 85. ſ.* (e) *Th. 2. diſſ. de Method. Renaldiana.* (f) *Mem. de l' Acad. 1703. p. 87.* (g) *Miscell. Berol. a pag. 336 -- 376.* (h) *Mem. de l' Acad. 1703. p. 86.*

---

# COROLLARIA.

1. *Nullum spatium nullus numerus cogitari potest, aut cogitatus est, qvo non possit cogitari major Kepl. Epit. Astr. Cop. L. I. p. 41.*

2. *Major qvandoqve numerus minus, minor majus exprimit.*

3. *Nu-*

3. *Numeri perfecti ab* 1. *ad* 40. *milliones, sunt tantum septem.*

4. *Nihilo minus, sine ulla absurditate esse, Algebra monstrat.*

5. *Par numerus debilior, impar potentior.*

6. *Tripliciter tria non sunt* 9.

7. *Punctum puncto additum, sive semel sive centies id fiat, non efficit qvantum. Nec enim linea vel qvævis alia magnitudo adjectione puncti etiam centies repetita omnino major fit, aut ejus ablatione minor. Wallis. Op. Math. pag.* 16.

8. *Multi dantur numeri effabiles licet illi ex qvorum multiplicatione prodiere sint ineffabiles. Eisener. Man. Thes. Math. Th.* 22.

9.100.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0042
DFG

9. 100. *sine Cyphrarum s. zerarum ope, innumeris modis scribi possunt.*

10. *Numero in se ducto, productoque per* 2. *multiplicato, quod exinde oritur productum, radicem exactam non admisit huc usqve, nec admittet in posterum. Neqve enim [ judicante acutissimo* Wolfio *Elem. Anal. de calc. Integr. §.* 48. *] ætas nostra transcendit limites ultra seculum, & qvod excurrit Algebræ jam adsignatos.*

11. *Fractio maxima & minima nominari non potest.*

12. *Regula Falsi non est falsa.*

13. *Qvadrati & Cubici numeri, per solam additionem construi possunt.*

Adden-

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0043
DFG

# Addenda & Emendenda.

*Cap. II. poſt. §. 7. in notis lin. ult.* pro (1) *leg.* (l) Reinm. Hiſt. Lit. L. II. P. I p. 34 (m) Syn. Math. p. 3. (n) de Nat. Math. *p.* 50 (o) Op. Math C III. & VIII. (p) Ar. p. 25. *Cap. I. §. 1.* pro ê *leg. e. Cap. III. §. 1. lin.* 7. pro in congrue *leg. incongrue. Cap. V. §. 7. l.* 44. pro nullum *leg. nullam.* §. 8. *lin.* 3. pro ab (,). *leg. ab* (1). *Cap. VI. §. 3. l.* 9. pro vice prove niens, *leg.* vice proveniens *Cap. VII. §* 3. *lin.* 6. pro Arlthmetices, *leg Arithmetices. Cap. VIII. §. 2. lin.* 5. *pro* pro $\frac{6}{12}$ *leg.* $\frac{6}{12}$ *Cap. IX. §. 1. l.* 2. pro ipſiu *leg. ipſius. Cap. X. lin.* 32. pro ſignæ *leg. ſigna, ib. lin.* 28. pro 5. *leg. V.*

Reliqva errata, ſi qvæ aciem oculorum emendantis effugerunt, B. L. ipſe corriget.



Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0044
DFG

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1002665566/phys_0048
DFG

(a) *VVall. Dedic. Op. Math.* (b) *Cursu Math. p. 54.* (c) *Elem. Geom. p. 99. §. 25. schol. 2.* (d) *de iis Cap. seqventi. X. agetur.* (e) *Sturm. Math. Enucl. p. 67.* (f) *Op. Math. p. 70.* (g) *Cap. VIII. §. 2. & 3.*

# CAPUT X.
# De Multiplicatione in Logistica sexagenaria.

§. I.

A Sexagecupla, qva vtitur, proportione, in sexagenis, gradibus, minutis, &c. determinandis, nomen sortita est logistica sexagenaria. Alias Logistica Astronomica audit, qvoniam ejus vsus maximus in Astronomia est. Verum, si *Lazaro Schonero* credendum (a) hic vsus potius geometricus dicendus, qvi non minor in Geographicis & aliis artibus esse potest.

§. II. Multiplicatio compendiaria, fit beneficio Canonis Hexacontadon, qvi ad facilitandum calculum, ut reductione specierum opus non sit, ab Astronomis inventus exhibetur a *L. C. Sturmio* (b) Eum qvoq; seorsim excudi curavit M. *Sebastianus Theodoricus* a Patria *VVinsheimius* dictus, Professor olim Matheseos Vitebergæ. Contractiorem autem proposuit, *Lazarus Schonerus* (c). Ad computum adhuc faciliorem reddendum, Generosus Dominus *Henricus a Qvalen* bacillos sexagenales excogitavit, qvos aptiores tamen, a celeberrimo Kiloniensi Mathematico *Samuele Reyhero* redditos, hic describit in Dissertatione sua hac de re habita (d).

§. III. Multiplicationis ordinariæ sexagenariæ logisticæ regularum, ex Crugero (e) adductarum fundamenta, perlustrare brevibus, placet.

1. *Gradus*