Christian Ehrenfried Eschenbach

Habendas Per Instantem Aestatem Praelectiones Mathematicas Offert, Ac Simvl Qvaedam, Qvae Ad Algebrae Primordia Spectant

Rostochii: Literis Rösenianis, MDCCLVI.

http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1003541828

HABENDAS PER INSTANTEM AESTATEM

PRAELECTIONES MATHEMATICAS

OFFERT,

AC SIMVL QVAEDAM,

QVAE AD

ALGEBRAE PRIMORDIA

SPECTANT,

PRAEFATVR

CHRIST. EHR. ESCHENBACH,

PHILOS. ET MED. DOCT.

ROSTOCHII,

LITERIS RÖSENIANIS. MDCCLVI.

Præſenti Commentatione quædam, quæ ad Algebræ initiamenta ſpectant, dum propono, haud erit inutile, pauca præmonere. Dubium, ſaltem quod ſtabili innitatur fundamento, ullum non eſſe, mihi perſuadeo, quin generatim autores, ſcientiarum primordia explicantes, rem æque utilem aggrediantur, quam qui propoſitiones arduas ſolvunt. Unde et ſupervacaneum duco, Thema electum, meoque nunc ſcopo ſufficiens, propterea quod potiſſimum calculi, literalis dicti, principia reſpicit, adeoque primo intuitu levioris videtur momenti, excuſare operoſe: aut in hac re ad libertatem, cuilibet eruditi orbis membro, adeoque et mihi, ſine ulla reſtrictione competentem, provocare. Calculum vero literalem, totius Algebræ fundamentum conſtituere, neminem hujus vel leviſſime gnarum, latet. Hinc etiam Autores Algebraici quilibet, quotquot perlegi, illius doctrinam reliquis præmittunt: eandemque ſuppeditant quoque SEGNERVS atque CLAIRAVTIVS, qui viri celeberrimi Matheſeos et Algebræ ſtudium labore feliciſſimo, externam methodi, quæ mathematica cognominari ſolet, faciem non monſtrante, ſingulari tamen perſpicuitate alios ejusdem argumenti libros longe ſuperante,

rante, reddiderunt facillimum. Interim adhucdum calculi literalis, ac consequenter disciplinarum inde pendentium, absque magistro præeunte cognitio (qui finis SEGNERI Prælectionum est specialis) omnibus non caret difficultatibus, cuilibet, eidem proprio conamine operam danti, successu id monstrante; quod tamen virorum eruditissimorum scripta defectus alicujus arguendi intentione non profero; sed quoniam quilibet autor, seorsim spectatus, nimis interdum concise sermonem absolvit. Omnia igitur, quæ huc pertinent, collegi, et paulo amplificata junctim trado, quæcunque tam in antiquioribus, quam in recentioribus, libris de hoc argumento inveni, ut scilicet finis prædictus, cognitio nimirum hujus doctrinæ absque docentis concursu, adeo assequatur facile, ac quidem possibile est. Hoc animo, post pertractata quædam generalia, nunc regulas additionis expono, reliqua quoque occasione data explanaturus. Nec nisi id adhuc moneo, me partim, quæ ad propositum adeo stricte non pertinent, ac in Autoribus a me adductis (quibus jam JOH. CHRISTOPH. STVRMIVM in *Prælect. Academic.* Prælect. II. Cap. VII. seqq. jungere placet) sufficienter descripta leguntur, prætermisisse, ut ne prolixior justo fieret Tractatio: partim, ut propter nexum necessarium quædam in aliis quoque libris, eandem materiam tradentibus, reperiunda simul adducerem, fuisse coactum, ne mutilum e contrario prodiret scriptum, quod omnes huc facientes regulas ob oculos ponere debebat.

ALGEBRA, *latius dicta*, artis calculandi ſpecies, circa quantitates univerſales ac indeterminatas occupata, et ad exprimendas haſce quantitates alphabeti literas, ceu ſigna, adhibens: partim in eo ipſo differt ab *Arithmetica*, alia computandi ſpecie, quæ et certis characteribus ſive notis, *cifrae* quibusdam dictis, utitur, et quantitates potius determinatas numerat: partim una cum reliquis ſpecialioribus partibus, *Calculum* ſub ſe comprehendit *literalem*, *ſtrictius* ita nominatum, atque inter Algebræ ſectiones primo loco dari ſolitum, qui quantitates finitas, quatenus hæ, absque concurſu æquationum, calculi ope inveniuntur, tradit; quique, præter alia, quatuor illa computationum genera, quæ additione, ſubtractione, multiplicatione et diviſione abſolvuntur, ceterorumque omnium fundamentum conſtituunt, docet.

* Algebræ definitiones variæ in autoribus leguntur, quorum nonnullos, antiquiores pariter ac recentiores, hoc loco meminiſſe placet. *Gaſpar.* SCHOTTVS, *Curſ. Mathem. Libr. XXVI. in Procem.* ita loquitur: „Eam,, (Algebram puta) „definio Arithmeticam, hoc eſt, artem numerandi, quæ verſatur circa numeros figuratos, aſſumendo quæſitum numerum tanquam notum, et conſtituendo inter eum aliosque numeros datos æqualitatem, ad inveniendum numerum, qui quæritur, qua etiam de cauſa „ab aliquibus *Analytica* vocatur.„ *Luc.* BESELINVS Diſſ. *de triplici Algebræ Carteſianæ Algorithmo.* Reſp. Herm. Albert. *Schuckmann.* Hal. 1701. habit. Cap. I. §. I. „Algebra„ ait „eſt ſcientia, quæ inter quantitates notas et ignotas æqualitatem conſtituens, ignotum invenit, Theore-

„mata ſubtiliſſima explicat, ac Problemata difficillima ſol-„vit et demonſtrat„ *Johann. Wencesl.* KASCHVBII definitio hæc eſt; Algebra eſt ſcientia, e datis quibusdam „quantitatibus ope æquationum ſive proportionum, alias in-„veniendi„ Vid. *Ej. Curſ. Mathem.* germanice edit. *Sect. de Algebra, quam et Arithmeticam* vocat *univerſalem.*

Chriſtian. WOLFIVS in *Auszug aus den Anfangs-gründen*, Cap. *de Algebra*, eandem appellat „ſcientiam e datis „aliquibus quantitatibus finitis alias ejusdem generis, de „quibus, reſpectu datarum, aliquid indicatur, æquationum „certarum adminiculo inveniendi„ hanc ipſam definitio-„nem in Elementis, lingua vernacula compoſitis, ſive *An-fangs-gründen*, Sect. *de Algebra, vulgari* tribuens *Algebræ*, moxque pergens „Adeoque Algebra *univerſalem* quandam „conſtituit *Arithmeticam*„ cujus ope quævis computabilia „calculari poſſunt „Idem Autor, *in Elementis Analyſeos ma-„thematicæ tam finitorum quam infinitorum*, hanc ſcientiam docet partim, partim in Element. horum Part. I. Sect. II. Cap. I. „Algebra, dicit, eſt methodus reſolvendi problema-„ta (mathematica) per æquationes„ Is ipſe adhuc *Calcu-lum literalem* in ſpecie definit, tam in *Auszug*, quam in *An-fangs-Gründen*, loc. cit. „quod ſit ea Arithmeticæ ſpecies, „quæ, loco cifrarum, univerſalia quantitatum ſigna adhi-„bet, & his mediantibus conſueta calculi genera perficit„ eundem vero in *Elem. Analyſ.* antea citat. Part. I. Sect. I. Cap. I. §. 2. & *Arithmeticam* nominat *ſpecioſam*, & de hac ipſa teſtatur, quod „computum quantitatum ſeu numero-„rum indeterminatorum doceat, quodque vocetur etiam „*Logiſtica ſpecioſa.* *Joach. Georg.* DARIES in *Erſten Gründen der geſamten Mathematick*, pag. 12. §. 32. ita loquitur „Algebra nil aliud eſt, quam prolixior Arith-„meticæ expoſitio, in ea namque uſus Arithmeticae in „inveniendis quantitatum generibus variis commonſtratur„. Tandemque Autor *Lexici Mathematici*, Lipſ. 1747. lingua vernacula, vice ſecunda editi, ſub Tit. *Algebra recentior*,

quam

quam ille ab *antiquiori, nec non vulgari,* (merito) ſeparat, atque ambis Titulum generalem *Algebræ ſive Calculi Algebraici* præmittit, de recentiori aſſerit. „Algebra ſpecioſa, Arith„metica ſpecioſa ſive literalis, Calculus literalis, ea eſt Al„gebræ ſpecies, in qua cifrarum loco, literæ adhibentur. Similia circiter & alii proferunt autores.

Hæc omnia, ſi ſimul ſcientia, de qua eſt ſermo, ſpectetur ipſa, modus nimirum procedendi, ſingulaque, quæ docet, membra perpendantur, componi aliter nequeunt, niſi diſtinguendo inter Algebram *latius* et *ſtrictius* dictam: quarum *hæc* eam Algebræ partem conſtituit, ubi computum perficiendum æquatio ingreditur; *iſta* vero, quæ & *Calculi literalis latius dicti* nomine inſigniri poteſt, una cum his reliqua omnia ſub ſe comprehendit, quæ ullo modo huc referri queunt.

Quo ipſo etiam & datæ definitionis veritas pateſcit: & quæcunque in ſequentibus de Algebra aſſeruntur, ut *de Algebra latius dicta valeant;* nec non, quoties Calculi literalis in ſequentibus paragraphis fit mentio, ut de eodem, ſecundum determinationem mox in principio allatam, id eſt, *de ſtrictius nominato ſit ſermo,* ſequitur.

** Limites *Arithmeticam* inter & *Algebram* intercedentes, tantum abeſt, ut ſint iidem Autoribus Mathematicis quibuslibet, ut potius hac in re iſti maximopere inter ſe diſſentiant. Antiquiſſimis temporibus unam eandemque diſciplinam ambas compoſuiſſe, aut potius Arithmeticæ partem fuiſſe Algebram, autorum huc pertinentium lectio confirmat. Poſt literarum vero, numerorum huc usque in ſingulis uſitatorum loco, introductionem in Algebram, ſeparari ambæ ſcientiæ a ſe invicem inceperunt: atque ſic, quæcunque cifrarum ſive numerorum ope computando inveniri poterant, ad Arithmeticam; quæ autem, literis adhibitis, calculabantur, ad Algebram fuerunt relata; unde

& Arithmetica *numerorum ſcientia* ſingulatim dici incepit: quemadmodum ea omnia e. g. SCHOTTVS loc. cit. Cap. II. nec non reliqui, Matheſeos & in ſpecie Algebræ hiſtoriam tradentes autores, una cum librorum Algebraicorum antiquiorum inſpectione, teſtantur.

Algebra deinde ad majus deducta culmen, WOLFIVS, Arithmeticæ itidem conſuetam „per numerorum ſcien-„tiam„ retinens definitionem, ipſi, præter numerorum integrorum & fractorum computationem ſolitam, adjudicat doctrinas de ratione & proportione quantitatum, de numerorum potentiis, de numeris quadratis & cubicis, de logarithmis, de fractionibus decimalibus & ſexageſimalibus: *calculum* autem in ſpecie *literalem* ad Algebram ſive Analyſin Mathematicam refert. Vid. *Ej. Elementa*, & latina, & germanice exarata. Pari modo, cum reliquis autoribus antiquioribus, ex antea adductis, SCHOTTVS, BESELINVS, KASCHVBIVS, ac e recentiſſimis adhuc CLAIRAVTIVS in *Elementis Algebræ*, gallice conſcriptis atque deinde in linguam germanicam translatis, calculum literalem in libris ſuis algebraicis pertractant.

Recentiſſimorum e contrario autorum alii, interque eos *Joh. Andr.* SEGNERVS in *Vorleſungen über die Rechenkunſt und Geometrie*, ut & jam commemoratus DARIES, præter prædictas in WOLFII *Elementis Arithmeticæ* reperiundas ſectiones, calculum quoque literalem, nonnullaque alia, a WOLFIO in *Analyſi mathematica* pertractata, inter arithmetica, (non tamen uterque eadem) explicant, & quidem DARIES aperte, Vid. in *Ej. libr. cit. Sect. de Arithmetica.* SEGNERVM vero hic adduco, quoniam *Arithmeticæ* nomen præfixit antea laudatis *Prælectionibus*, ac in iisdem verſus finem Tractationis, Sect. XIII. calculum ſimul docet literalem. Sunt quoque, qui quantitatum, qua talium, diviſionem eam, ſecundum quam vel in ſe, vel in nexu cum aliis conſiderantur, pro baſi aſſumentes Arithmeticam, per ſcientiam inveniendi ope calculi

quan-

quantitates *per se*, Algebram vero, per scientiam easdem *cum aliis connexas* pari ratione inveniendi, definiunt. Dantur, qui alio adhuc fundamento distinctionem superstruunt.

In tanta opinionum diversitate, cum in hoc argumento arbitrariæ cuidam dispositioni locus forte haud omnis sit denegandus, cur recedam a WOLFII, et reliquorum cum eo consentientium methodo, quoad calculi literalis inter momenta algebraica collocationem, non habeo. Cumque e prædictis sponte liqueat, ut & Arithmetica & Algebra computandi artes constituant, adeoque sub nomine generico *Artis*, aut, si mavis, *Scientiæ calculandi*, sive *Arithmeticæ universalis*, aut *generalioris*, aut *latius sumptæ* (in quo casu prædicta Arithmetica, Algebræ opposita, *specialior* aut *strictior* appellari meretur) ambæ comprehendi possint: *Arithmeticæ* tribuo, quæcunque adminiculo numerorum, *cifræ* nonnullis dictorum, vel ex necessitate, vel primario saltem, calculatione eruuntur, id quod de quantitatibus determinatis quibuslibet valet; ad *Algebram* autem refero, quoties in computo literæ ad inveniendam quantitatem sunt adhibendæ, eæque iterum vel necessario vel potissimum, quod in quantitatibus indeterminatis fieri debere constat.

*** *Determinata* quantitas hoc loco opponitur *universali*, quæ & ideo *indeterminata* audit; atque sic eandem sufficienter esse explicatam, mihi persuadeo: utut vox *determinata*, in Algebraicis aliquando, si scil. de alio quodam subjecto deprædicatur, latiorem, quam qui ipsi nunc tribuitur, sensum assumat.

**** Quoniam algebra convenit cum arithmetica, quoad computandi laborem: hæc ultima vero, tam propter quantitates determinatas, circa quas versatur; quam propter characteres usitatiores, in ipsa adhiberi solitos

litos; nec non propter problemata ſua, generatim præ algebraicis faciliora, eſt captu facilior: hinc, ut ea prius addiſcatur, ordo ſuadet. Unde et hujus præcedentem cognitionem requirit algebra: ac conſequenter additionis, ſubtractionis, multiplicationis, diviſionis arithmeticæ, nec non ſignorum easdem indicantium, reliquorumque ejusdem momenti, huc pertinentium, notitia hoc etiam loco *ſupponitur*.

***** Uſum Algebræ in reliquis Matheſeos partibus eſſe maximum, neminem hujus ſcientiæ gnarum latet, et ne ii quidem negant, qui utilitatis diſciplinarum mathematicarum univerſalis fautoribus contradicunt. Verum enim vero, nonne modum excedit, quando *Apicem totius eruditionis humanæ* artem iſtam appellat WOLFIUS in *Præf. Elem. Analyſ.* principio? Sed de hac materia, a præſenti meo inſtituto aliena, dicendi alia erit occaſio.

§. II.

Quælibet *litera Algebraica*, id eſt, litera, ad ſignificandam quantitatem in algebra obveniens (§. I.) vel α) unica ponitur; adeoque *quantitas* adeſt *ſimplex*: vel, β) pluribus ejusdem generis combinata, *quantitatem* deſcribit *compoſitam*. Hæ ultimæ iterum, vel γ) communi gaudent ſigno, aut additionis, aut ſubtractionis, multiplicationis, diviſionis; atque ſic unico complectuntur *termino* aut *membro*, eoque tunc *polyſyllabo*: vel δ) pluribus iſtiusmodi ſignis interjectis, diverſa membra conſtituunt; et quidem tot in ſpecie membra quantitatis tunc numerantur, quot ſigna aut additionis aut ſubtractionis, aut utriusque, quantitati interſperſa jacent, reliquis quippe, id eſt, multiplicandi ac dividendi ſignis, hoc

reſpe-

reſpectu, diſtinctionem non adducentibus: atque ex his omnibus, quæ *quantitatem* ſingula ſiſtunt *partialem* ſive *ſpecialem*; junctim ſumtis, *quantitas* exſurgit *generis* vel *totalis*. Membrum tamen aliquando unica etiam litera ſola format, in quo caſu *monoſyllabum* idem eſt. Præterea, quodlibet membrum vel ε) non habet characterem arithmeticum junctum: vel ζ) ejusmodi quid, id eſt, characterem arithmeticum, unum aut plures, ſive in fronte gerit, ſive pone ſe trahit; ſive, ſi membrum fuerit polyſyllabum, in medio incluſum tenet; ſive tandem plus uno in loco monſtrat.

* Exemplo ſint α) a; b; c; β) xy; abc; γ) $+de$; $-efg$; δ) $+ab-cde+f-g$; ε) a; b; xy; de; efg; ζ) $3a$; $15bc$; b^4; cd^3; ab^2c; a^5bc; $4a^3$; $12bc^2d$.

** Quantitas ex unico conſtans membro, ſive monoſyllabo ſive polyſyllabo, audit etiam *monomia*, ac nonnullis *incomplexa* (qualis eſt abc: abe, aut in præcedenti ſcholio ſub γ) allata, d e) quantitas vero complurium membrorum ſive totalis (qualis itidem in Schol. præced. ſub δ) conſpicitur, $+ab-cde+f-g$, propter quatuor ſigna et addendi et ſubtrahendi e quatuor membris conflata) dicitur quoque *multinomia* vel *complexa*; atque hæc ultima iterum, pro numero membrorum diverſo, binario ſcilicet, trinario etc. vel *binomia* eſt, vel *trinomia*, *quadrinomia* etc. Vid. e. g. CLAIRAVTIVM *libr. cit.* Part. I. §. XXXIX. et XLIII.

§. III.

Antequam ad prædictas quatuor calculationis ſpecies ipſas accedatur, regulæ quædam generales, huc facientes, ſunt ſtabiliendæ.

A) Li-

A) Literæ, in computis algebraicis hodie usitatæ, sunt alphabeti *minoris literæ*, a, b, c, m, n, y, z,. Nisi specialis circumstantia requirat, melioris distinctionis gratia, vel simul cum mox commemoratis minoribus literis, vel absque iis, adeoque solitarie, Versales sive majores adhibere literas: in hoc enim casu ponuntur A, B, C, &c.

Quoniam in hac literarum electione arbitrarii quid concurrit: ideo autores nonnulli, aliquando citra distinctionis necessitatem, hinc inde saltem, *majusculis* utuntur literis. Plurimi interim, HARIOTUM et hujus imitatorem CARTESIUM secuti, minores literas præferunt: eædemque in plurimis casibus adhibitæ conspiciuntur. Quin etiam *alia* adhuc *symbola*, literæ e. g. ex alphabeto græco mutuatæ, aliquando reliquis et consuetis, speciali intentione, admiscentur. Singula autorum lectio monstrat.

B) Quælibet litera solitarie posita, sive membrum monosyllabum (§. II.), ubi *nullum* præ se fert *signum*, $+$ i. e. additionis signum præ se habere, atque sic quantitatem positivam significare, assumitur: a ergo denotat $+$ a; b $= +$ b; &c. Idem et de membro polysyllabo (§. II.) quovis valet: adeoque, a b denotat $+$ ab; bcd $= +$ bcd; &c.

Perpetuus hac in re usus locum probationis tenet, pariter ac in sequentibus nonnullis, absque speciali demonstratione adductis. Quælibet enim quantitas algebraica vel positiva est aut affirmans; vel non positiva, adeoque privativa aut negans; (Vid. IV. G. schol.) Privativa vero semper signum sibi proprium habet præfixum. Quæcunque igitur signo præmisso caret quantitas, positiva præsumitur.

C) Quæ-

c) Quaelibet litera, ſive ſolitarie poſita, adeoque membrum monoſyllabum conſtituens, inveniatur; ſive ad formationem membri polyſyllabi concurrat: ſi *nullus* ipſi *arithmeticus character* fuerit junctus, tam ante ſe, quam poſt ſe, characterem 1. habere aſſumitur. Hinc a, idem eſt cum 1a, aut cum a^1, ac cum $1a^1$; bcd, idem eſt cum 1bcd, ac cum $b^1c^1d^1$, aut cum $1b^1c^1d^1$; &c.

*) Quantitas hic habetur indeterminata (§. I.) Interim determinationis ullius capax eſſe debet, niſi quam ingreditur, propoſitionem uſu penitus carere ſimul velimus. E determinatis vero quantitatibus unitas omnium et primo occurrit, et ceteris eſt ſimplicior: nec non ad eam reliquæ determinatæ referuntur (per princ. Arithm.) præterea que membrum monoſyllabum (cujus exemplum polyſyllaba membra demum imitantur) propter ſuam quoque ſimplicitatem ad unitatis ideam naturaliter ducit. Ergo præfixa in quantitatibus indeterminatis, charactere arithmetico deſtitutis, unitas omnium primo in mentem venit. Unde, ſi alius intelligatur, is apponendus venit diſtincte.

**) Poſtremum ſcribendi modum exprimendis dignitatibus ſive potentiis, ad quam evehenda venit quantitas aliqua, eſſe proprium, conſtat. De iis autem hic nulla agitur ratione, ubi ſcilicet ad quatuor commemoratas computorum ſpecies, additionem, ſubtractionem, &c. ſermo unice reſtringitur. Cumque in iſtiusmodi computis aliquando literæ obveniant, characterem arithmeticum poſt ſe trahentes, e. g. a^2, a^3, a^4, &c. quæritur, quomodo cum his quantitas quædam ſolitarie poſita, e. g. a, ſit comparanda? atque ſimul patet, eandem reſpectu priorum ceu unicam eſſe conſiderandam (vid. ſchol. præced.) vel, quod idem eſt, tanquam a ſemel poſitum, hinc tanquam a^1: et ſic in ceteris.

D) Membra algebraica compluria, si conveniant ad formandam quantitatem aliquam generalem, melioris ordinis gratia, secundum *consuetam dispositionem* literarum *alphabeti* sese invicem excipiant, e. g. $a + b - cd + e - f$ &c. Nec ordo iste, quod olim fuit nonnullis interdum in usu, immutandus est, atque propositio scribenda $a - cd + b - f + e$: nisi forte in progressu calculationis ejusmodi quid accidentaliter eveniat. (vid. §. IV. K. schol.)

E) Quodsi dubium occurrat in calculatione literali, num quantitas quædam, ipsaque calculatio peracta, debito sese habeant modo: quantitates *indeterminatæ mutentur in determinatas*, id quod fit, si literis algebraicis substituantur characteres sive numeri arithmetici; adeoque, e. g. loco a, ponatur 1; loco b, 2; loco c, 3; &c. et error, si forte adsit, statim patescet.

Quantitates indeterminatæ respiciunt ultimato determinatas (C, *). Hæ vero sunt arithmeticæ atque faciliores (§. I. ****) Facta ergo faciliorum substitutione examen non potest non minori cum molestia et felicius succedere.

F) Ad *examinandum*, num in additione summa, in subtractione differentia, in multiplicatione productum, et in divisione quotiens, e facta calculatione redundantia, justa ratione sint constituta: in *priori* casu, si duæ quantitates additæ sibi fuerint, summæ alterutra harum subtrahatur, ac, posito quod omnia rite sint numerata, nova differentia erit ipsa quantitas relicta; si plures adhuc quantitates simul fuerint additæ, dicta differentia nova aequalis erit summæ reliquarum quantitatum omnium,

nium, ſimili deinde modo examinandarum. In *ſecundo* caſu differentiæ addatur minor quantitas, antea ſubtrahenda, et harum ſumma dabit majorem quantitatem, eandem, a qua minor ſubtrahebatur. In *tertio* caſu cum multiplicatore dividatur productum; et quotiens, nunc emergens, ipſe erit multiplicandus, antea in exemplo expreſſus. *Tandemque* quotiens cum diviſore multiplicetur: et novum productum accurate conveniet cum dividendo, in exemplo dato.

E variis in arithmetica obvenientibus additionis, ſubtractionis, &c. examinibus vix aliud, quam quod in regula hac ultima proponitur, applicari poteſt. Interim et is quoque hic locum invenit procedendi modus, minus adhuc operoſus, qui ideo in quantitatibus numeroſis commodus valde, ut ſcilicet *duo* aut plures calculantes idem computatione *abſolvant* exemplum. Atque ſic, ſi, ſecundum hujus conditionem diverſam, aut ſumma, aut differentia, aut productum, aut quotiens, omnibus eveniat idem, ſequitur, ut calculatio rite fuerit facta, quoniam haud facile pluribus error plane aequalis contingit.

§. IV.

ADDITIO, id eſt, ejusmodi computus, qui *quantitates quasdam datas conjungit, communem ex hiſce efficiens ſummam, dictis quantitatibus, junctim ſumptis, æqualem,* ſequentia requirit obſervanda.

A) Quantitates per additionem jungendæ, ſive ſimplices ſint aut compoſitæ, ſive e ſimplici conſtent membro aut pluribus (§. II.), *æquales* ubique *literas* alge-

 brai-

braicas, itemquæ *ſigna* præmiſſa eadem, e.g. *poſitivum* habeant, eſt neceſſe.

B) Pari modo, ſi quantitates dictae (A) cum arithmetico charactere, uno vel pluribus, appareant combinatæ, *poſtici* characteres ſinguli ubique ſint conformes. Atque hæ ambæ conditiones ſi adfuerint, quantitates addendæ junguntur *additione ſtrictius et proprie dicta.*

Præcedentes regulæ ambæ fundamentum habent in Propoſitione Arithmetica „quod quantitates addendæ homogeneæ, ſive ejusdem generis eſſe debeant.

C) Quantitates, jungi poſſibiles (A. B), in omni caſu *pro totidem* aſſumi queunt *unitatibus*: adeoque partim, uti in Arithmetica fieri ſolet, adduntur; partim ſumma exſurgens easdem quantitates, ſine ulla literarum, aut, ſi ſimul adſint, characterum arithmeticorum poſticorum mutatione, exprimit, non tamen niſi ſimplici ratione poſitas (vid. infra α. β. γ.)

Niſi quantitates prædictæ modo ſimplici ingrederentur ſummam, ſed reiteratæ in eadem occurrerent, longe alius exſurgeret computus, quam qui animo intenditur. a enim ubi cum a, jungendum venit additione, ſi pro ſumma poneretur aa; itemque bc^2, quando ipſi addenda ſunt bc^2, et ſumma nominaretur bc^4, aut quocunque alio modo (exceptis $2bc^2$, quæ ſcilicet veram conſtituit ſummam) non amplius additio adeſſet, ſed potius, quoad exempla adducta, multiplicatio, de qua in ſequentibus. Quo ipſo etiam pateſcit, dictas quantitates, ſolitarie ſpectatas, et abſtrahendo ab earundem valore ſpeciali, per determinationem poſtea accedente, recte pro unitate aſſumi, id eſt, ceu unum quod conſiderari poſſe; quemadmodum globus, liber, vas &c. in arithmeticis pro uno aſſumitur, ac deinde ex ejusmodi unius iterata junctione numerus exſurgit.

D) Si *nullus* quantitatem *antecedat character arithmeticus*, duarum quantitatum (c) quælibet, quoniam characterem 1. antecedentem habere aſſumitur (§. III. c), ſemel numeratur: adeoque ſumma eſt ejusdem quantitatis dupla portio; Nam (α) 1 a, ſi jungatur 1 a, ſumma erit 2a; ex 1abc, et adhuc 1abc, ſumma exſurgit 2abc, et ſic in ceteris. Quodſi vero tres, aut plures adhuc, addendæ veniant quantitates; eadem, mutatis mutandis, valent, quæ mox adducta proſtant, adeoque (β) 1 a + 1a + 1a, ſummam dant 3a; 1abc + 1abc + 1abc, dant 3abc: et ſic porro.

$$(\alpha)\ \begin{array}{c} a \\ a \\ \hline 2a \end{array} \quad \begin{array}{c} abc \\ abc \\ \hline 2abc \end{array} \quad \begin{array}{c} b^2 \\ b^2 \\ \hline 2b^2 \end{array} \quad \begin{array}{c} bc^3 \\ bc^3 \\ \hline 2bc^3 \end{array} \quad \begin{array}{c} c^4de \\ c^4de \\ \hline 2c^4de \end{array} \qquad (\beta)\ \begin{array}{c} a \\ a \\ a \\ \hline 3a \end{array} \quad \begin{array}{c} abc \\ abc \\ abc \\ \hline 3abc \end{array}$$

Ad probandum haſce quantitates *per ſubſtitutionem characterum* arithmeticorum (§. III. E), loco a ponatur 1, et loco abc ponatur adhuc 1, (c). Sicque ſumma iterum erit a + a = 1 + 1 = 2, ſive 2 unitates; abc + abc (per hypotheſin) = 1 + 1 = 2, Pari modo a + a + a = 1 + 1 + 1 = 3; et abc + abc + abc = 1 + 1 + 1 = 3; et ſic in reliquis quoque.

E) Si quantitatem (c) *numerus* arithmeticus quicunque *præcedat*: hi numeri more arithmetico adduntur; et

 ſum-

ſumma eorundem, absque literarum aut reliquæ quantitatis mutatione, huic quantitati, ſimpliciter numeratæ, præmittitur. Ejusdem ergo quantitas toties ſibi ipſi, ſimpliciter ac pro unitate aſſumtæ, additur, quot præfixus character arithmeticus in ſe continet unitates. Adeoque ſi e. g. (γ) quantitati a, id eſt 1a, jungantur tres quantitates æquales, ſive 3a; ſumma erit 4a. Nec minus, ſi quantitati ab, addantur quatuor aliæ ejusmodi quantitates, ſive 4ab, ſumma exſurget 5ab; et ſic in ceteris.

(γ) a	ab	2cd	$6de^2$
3a	4ab	5cd	$6de^2$
4a	5ab	7cd	$12de^2$

Ponatur loco a, character arithmeticus 1; tunc a, erit unitas ſimplex, et 3 a erunt tres ejusmodi unitates: jam vero ſi 1. et 3. ſibi addantur, ſumma eſt 4: adeoque et $a + a + a + a = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$ ſive quatuor unitates, aut 4a. Pari ratione, ſi $ab = 1$ atque huic unitati addantur 4ab, ſive quatuor quantitates unitati æquales, ſumma exſurgit 5ab, ſive (per hypotheſin) 5. unitates, id eſt 5. Nam $ab + ab + ab + ab + ab = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$. Quod idem etiam de reliquis valet.

E) Quantitates ſingulæ (A, B), quoties vel in *literis*, vel in arithmeticis characteribus *poſticis*, vel minima obſervatur diverſitas, haud alia adduntur ratione, quam ſcribendo unam poſt alteram, cum additionis ſigno, quantitati addendæ præfixo; adeoque junguntur ***additione latius et improprie dicta:*** idque ſine ulla in ipſis quantitatibus facta mutatione, et absque reſpectu

chara-

characteris arithmetici, ſimul forte præſentis et quantitatem præcedentis. In hoc namque caſu non amplius quantitates adſunt homogeneæ, ſed potius *inæquales* ſive *heterogeneæ*: adeoque membrum, aut monoſyllabum aut polyſyllabum, quantitatis generalis quodlibet non amplius pro unitate aſſumi poteſt; ſingulæ nunc potius literæ, hinc et ſingula membra, ſuam denotant quantitatem ſpecialem, a reliquis literis membrisque diverſam. Si itaque (δ) ipſi a, jungendum additione ſit b, ſcribatur $a + b$. Pari modo b, una cum c^2, dat ſummam $b + c^2$; $2cd$, et $4cd^3$, junctim efficiunt $2cd + 4cd^3$. Idque eadem ratione fit in omnibus ejusmodi quantitatibus addendis.

(δ) a	ab	b	$2cd$	b^2
b	b	c^2	$4cd^3$	b^3
				b^4
$a + b$	$ab + b$	$b + c^2$	$2cd + 4cd^3$	$b^2 + b^3 + b^4$

In hoc paſſu differentia quædam intercedit inter calculum literalem et computum arithmeticum. *Poſterior* quantitatum additione junctarum quarumlibet ſummam novo numero, ſummam indicante, exprimit, ſicque ſemper additionem ſiſtit proprie et ſtrictius dictam (B), e. g. ſi addantur 4 et 5, ſumma exſurgens indicatur per numerum unicum novumque, ſcilicet per 9. Et quamvis determinatæ etiam quantitates, ſi placet, mediante ſigno + jungi ſibi invicem queant: idemque in Arithmeticis fiat, quoties quantitates heterogeneæ, ſive diverſi generis combinandæ veniunt, e. g. 4 Thaleri + 5 groſſi; attamen nec unam nec alteram combinationem additionis Arithmeticæ, quæ ſcilicet veram et abſolutam ſemper additionem intendit, nomen gerere poſſe, facile patet (B, ſchol.)

Prior

Prior contra ea, ſummam indicando talem, ipſas quantitates addendas nude repetit, (id quod aliis autoribus *imperfecta additio* audit) deinde, ſi forte mutentur in determinatas, novo labore jungendas, e. g. Si a = 4, et b = 5, ſumma algebraice per quantitatum repetitionem, nimirum per 4 + 5, indicatur; denuoque arithmetica additio perficienda eſt, ſi hæcce ſumma unico numero exprimi debet. Et ſic ſimul additionem, qualis ipſi in ejusmodi caſibus eſt poſſibilis, algebra abſolvit.

G) Cum pertractatis hucusque quantitatibus poſitiuis, quæ ſcil. additionis ſignum habent præfixum, perfecte conveniunt *quantitates negativæ*, id eſt, quæ ſubtractionis ſignum in fronte gerunt. Adeoque et in his ultimis, ſive negativis quantitatibus, ſi adſint requiſita (A ad F), additio eadem, ac in prioribus ſive poſitivis, ratione perficitur, excepto quod ſignum ipſis proprium, negatiuum nempe, cuilibet membro ſit præfigendum. Hinc (*e*), ſi $-a$, addatur $-a$, ſumma exſurgit $-2a$; porro $-a$ et $-2a$, junctim dant $-3a$: tandem $-a$, cum $-b$, ſummam format $-a-b$; et ſic in ceteris quibuslibet.

(*e*)					
$-a$	$-abc$	$-a$	$-a$	$-ab$	$-a$
$-a$	$-abc$	$-2a$	$-b$	$-b$	$-b$
					$-c^3$
$2a$	$-2abc$	$-3a$	$-a-b$	$-ab-b$	$-a-b-c^3$

Quamlibet quantitatem in ſe poſitivum quid eſſe, eandem vero concipi atque ſpectari poſſe, ut poſitivam vel, vel ut negativam; adeoque quantitatis hanc diſtinctionem, in algebra obvenientem, reſpectivam tantummodo eſſe: et quantitati negativæ, etiam ſolitarie poſitæ, notio-

notionem realem respondere, demonstravit F. U. T. AEPINUS, in *Commentat. de notione quantitatis negativae*, Rost. 1754.

** E praedictis, et speciatim e regula F) simul fluit, ut, quando negativae quantitati est addenda positiva, quae literas obtinet a priori diversas, hinc respectu hujus est heterogenea, additio non nisi impropria locum habeat: adeoque cum — a jungendum + b summam det — a + b.

H) In quantitatibus duabus, additione jungendis, si membra occurrant, quoad cetera, sibi invicem aequalia (A, B.), ast *signis dissimilibus* notata, quorum ideo alterum est positivum, alterum negativum; ac praeterea *characteres* arithmeticos prae se habentia *varios*: tunc additio mutatur in subtractionem; atque ab ea harum quantitatum, quae alteram magnitudine superat, minor quantitas detrahitur, ac residuum prioris et majoris, sive differentia, in locum summae ponitur cum signo vel positivo vel negativo, ipsi proprio. Hinc si additione jungenda sint (ζ) a + 2b, et 3a — 6b, e quantitatum generalium ambarum membris duobus ultimis quantitas positiva specialis + 2 b, subtrahitur a quantitate negativa — 6 b, aut potius soli characteres arithmetici inter se invicem subtrahuntur: demendo autem 2, a 6, remanent 4. Summa ergo specialis exsurgit 4 b, et quoniam negativa est haec major quantitatis, signum ipsi proprium praemittitur, adeoque restat — 4b. Simili modo, si quantitati a — 2b addenda veniant 3a + 6b, facta subtractione inter 2 et 6, summa est 4a + 4b.

$$(\zeta)\quad \begin{array}{r} a+2b \\ 3a-6b \\ \hline 4a-4b \end{array} \qquad \begin{array}{r} a-2b \\ 3a+6b \\ \hline 4a+4b \end{array}$$

Ratio procedendi consistit in eo, quod in primo exemplo $-6b$, quæ denotant, quod huic quanto 6. unitates sive quantitates speciales deficiant, pro parte restituantur per $2b$ alterius quanti, adeoque summæ non, quemadmodum antea, 6. unitates sed 4. tantummodo desint. Ponatur e. g. $a =$ dodecadem granorum, et $b =$ granum: tunc $a + 2b$ denotant dodecadem granorum unam et grana duo. His addenda veniunt $3a - 6b$, id est tres dodecades granorum, cum defectu tamen 6. granorum. Jam vero, si quantum primum non contineret, nisi dodecadem; summa totius esset 4. dodecades cum 6. granis deficientibus, id est, 3. dodecades et 6. grana. Quoniam interim prius quantum, ultra dodecadem, adhuc habet 2 grana, hæc addita efficiunt, ut summa ascendat ad 3 dodecades et 8 grana, seu quod idem est, ad 4 dodecades — 4 grana. Eadem, ast inversa, ratio valet in exemplo *secundo*. Atque hinc simul alia quædam differentia algebram inter et arithmeticam intercedens, patescit. Arithmetica namque quantitates negativas non, quod tamen facit Algebra, addit, sed ea solas additione jungit quantitates positivas: atque si occurrat quantitas quædam negativa, eandem antea resolvit in positivam, sicque perficit additionem. Quæ enim hic iterum occurrit scribendi possibilitas, e. g. 3 Thaleri — 6 grossi, ad Arithmeticam additionem referri non meretur (F, schol.)

1) Duæ quantitates quæcunque, in *omnibus* omnino *circumstantiis* æquales, tam quoad literas componentes, quam quoad numerum junctum arithmeticum, sive is ante, sive post quantitatem appareat: si signa præfixa sint dissimilia, adeo ut affirmativa sive positiva sit quantitas

tas altera, altera negativa; in additione se ipsas destruunt plenarie, adeoque earundem summa semper est o, sive nulla. Est enim, secundum regulæ præcedentis proxime normam, et hic instituenda subtractio. Hinc (*) + a, si addatur − a, summa erit = o; sic et + 2ab, cum − 2ab, summam dant = o: atque in ceteris omnibus idem valet.

$$(*)\quad \begin{array}{c} +a \\ -a \\ \hline o \end{array} \qquad \begin{array}{c} 2ab \\ -2ab \\ \hline o \end{array} \qquad \begin{array}{c} 3a-b \\ -3a+b \\ \hline o \end{array} \qquad \begin{array}{c} c^3 \\ -c^3 \\ \hline o \end{array} \qquad \begin{array}{c} 2m^4 \\ -2m^4 \\ \hline o \end{array}$$

* Substituatur loco a, numerus 2, tunc si e. g. 2 nummi dentur cuidam aurei, et postea iterum demantur, residuum erit nihil. Item, si sub 2 ab, intelligatur numerus 16, atque hæc quantitas tabulæ inscribatur, deinde vero deleatur aut dematur rursus, quantitas supererit nulla: et sic in reliquis.

** In plurimorum membrorum, generalem quandam quantitatem componentium concursu, mos est receptus, ejus in specie membri, quod modo prædicto tollitur sive destruitur, (cujusmodi casum in arithmeticis semper nulla, *cifra* quoque, ast in sensu strictiori, audiens exprimit), in summa penitus *non meminisse*, e. g.

$$\begin{array}{l} 2 + b + c \\ 2a - b + c \\ \hline 3a \quad + 2c \end{array}$$

Quodsi vero quis deficiens illud membrum, imprimis in medio quantitatis generalis, citra tali sive nulla, aut potius litera o, aut alia quacunque nota arbitraria, idem exprimit

pri-

primente, indicare voluerit, (in quo tamen caſu ſimul neceſſe eſt, ad evitandam confuſionem, literam o pro quanto alio nunquam adhibere), perinde valet, num additionis, an ſubtractionis ſignum notæ huic præmittatur, e. g.

$$\frac{\begin{array}{r} a+b+c \\ 2a-b+c \end{array}}{3a+o+2c} = \frac{\begin{array}{r} a+b+c \\ 2a-b+c \end{array}}{3a-o+2c} = \overline{3a+2c}$$

Ratio, et quæ præterea huc pertinent, dabuntur in regulis de ſubtractione agentibus.

K) In quantitatibus per additionem jungendis, ſi plura conveniant *membra*, ex iisdem illa ſingula, quæ æqualibus gaudent literis, nullo habito reſpectu, num poſitivæ ſint quantitates, an vero negativæ, *ſibi* invicem *ſubſcribantur*; nec ordo hic mutetur in alium. Si itaque addenda veniant (ϑ) $ab+cd$; et $2ab+2cd$; aut, ſi jungenda ſint bc^2+d^3 et $4bc^2+4d^3$; hæ quantitates ſequentem in modum diſponantur.

(ϑ) $\begin{array}{r} ab+cd \\ 2ab+2cd \\ \hline \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} bc^2+d^3 \\ 4bc^2+4d^3 \\ \hline \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} a+b-c \\ 3a-2b-c \\ \hline \end{array}$

non autem ſcribatur forte

$\begin{array}{r} ab+cd \\ 2cd+2ab \\ \hline \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} bc^2+d^3 \\ 4d^3+4bc^2 \\ \hline \end{array}$ &c.

Exercitatioribus modus ſcribendi ultimus, qui, per ſe ſpectatus, idem eſt cum priori et præferendo, quique aliquando citra propoſitum in computis obvenire poteſt, nullum format obſtaculum: minus exercitatis vero calculi literalis difficultatem auget, ideoque hoc loco ſimul fuit

anno-

annotandus, imprimis cum ejusmodi exempla, ſtudio data, autores hinc inde habeant. Alias, quoniam in algebra non, ac quidem fit in arithmeticis, quantitas ſpecialis a diverſitate loci diverſum accipit pretium: perinde valebit, quemnam ordinem ſcribendi e duobus præmemoratis quis velit eligere; dummodo in ſumma tandem omnia rite fuerint diſpoſita.

** Fluit quoque exinde, ut, ſi addendarum quantitatum generalium alterutri, membrum quoddam in altera reperibile deficiat, ne præſcripta diſpoſitio lædatur, locus iſte in hac quantitate vacuus ſit relinquendus; unde et priorem ſumma absque mutatione recipit, e. g.

$$\begin{array}{l} a + b + c + d \\ a \phantom{{}+b} + 2c + 2d \\ \hline 2a + b + 3c + 3d \end{array}$$

§. V.

Quodſi itaque, poſt expoſitas nunc regulas, addendæ e. g. veniant ambæ hæ quantitates generales, $a + b^2 + 5cd + d + e^3 - f - g^4 - 7h - i + k + 4l - 2m^4$; atque $b^2 + 2cd + de + e - f - g^4 - h - i^2 - 7k - 2l + 2m^4$; atque exinde debeat formari ſumma, dictis quantitatibus ſimul ſumptis æqualis, id ſecundum easdem regulas ſequenti perficitur ratione:

$$\begin{array}{r} a + b^2 + 5cd + d + e^3 - f - g^4 - 7h - i + k + 4l - 2m^4 \\ b^2 + 2cd + de + e - f - g^4 - h - i^2 - 7k - 2l + 2m^4 \\ \hline a + 2b^2 + 7cd + d + de + e^3 + e - 2f - 2g^4 - 8h - i - i^2 - 6k + 2l \end{array}$$

* Regulas dictas in exemplo hocce rite eſſe obſervatas, brevis harum repetitio et ad caſum præſentem applicatio docebit.

Quoad generalia ergo præſcripta (§. III.) in ſingulis quantitatibus literæ plerisque hodie uſitatæ, id eſt, alphabeti *minoris*, sunt adhibitæ: β) utriusque quantitatis generalis membrum seriem incipiens, quoniam nullum in fronte gerit signum, pro *positivo* sive affirmante assumitur: γ) utriusque quantitatis generalis membrum secundum (ubi, commoditatis gratia, membrum, seriem inferiorem incipiens, b^2, pro istius quantitatis generalis membro secundo habetur, 2 c d pro tertio, &c.) una cum quarto, quinto, sexto, septimo et nono; nec non superioris quantitatis membrum primum decimumque, item inferioris membrum octavum: propterea quod nullus ipsis character arithmteicus est præfixus, singula *numerum 1 præ se ferre* supponuntur; adhæc membra quælibet, quæ nullus ejusmodi character sequitur, numerum 1. *post se trahere* habentur: δ) *ordo* alphabeti consuetus et naturalis in singulis quantitatibus generalibus observatus conspicitur.

Quod attinet ad speciales regulas (§. IV.): α) utriusque quantitatis generalis membra singula, exceptis quarto, quinto ac nono, una cum signis præmissis æqualibus, alteri *æquales* monstrant *literas*; nec non β) *posticos* characteres arithmeticos æquales; unde et strictius dicta additione jungi apta existunt: γ) eadem modo commemorata membra quævis, et pro totidem unitatibus hoc loco assumuntur, et literas eorundem numerosque posticos *simpliciter positos* summæ speciales exhibent; δ) ex hoc fundamento speciatim singularum quantitatum generalium membrum secundum, sextum, ac septimum in addendo *semel* pro qualibet quantitate numerata prostant: ϵ) tertium vero utriusque quantitatis dictæ membrum, nec non superioris quantitatis membrum octavum, *toties* in summis specialibus numerata indicantur, quot characteres arithmetici, ipsis præfixi, in se continent unitates. ζ) quantitatum generalium singularum membrum quartum, quintum, et nonum, quoniam *quanta inæqualia* formant, improprie addita conspiciuntur. η) Singula huc usque prolata, tam in posi-

positivis, quam in *negativis* membris utriusque quantitatis generalis observata prostant. ϑ) Ultima tria ambarum quantitatum generalium membra, cum *inæqualia* obtineant *signa*, per subtractionem adduntur; et ex iis ι) speciatim ultimum sese totum *destruit*, hinc in summa plane non invenitur. κ) Tandemque membra singula ita sunt collocata, ut inferioris quantitatis generalis membrum quodlibet illi præcise superioris quantitatis membro sit *subscriptum*, quod cum ipso ratione literarum convenit: atque, quia quantitati inferiori membrum, superioris primo sive a, æquale deficit, locus iste, quoad inferiorem hanc, vacuus est relictus.

** Cum omnia huc usque, fuse satis, prolata, in gratiam eorum dicta potissimum sint, qui proprio Marte calculi literalis notitiam sibi comparare cupiunt: alio adhuc, quam in præcedenti Schol. factum est, ordine quantitatum in exemplo commemorato obviarum membra singula, brevibus perlustrare lubet, atque e §pho. IV. regulam cuilibet annectere, ipsius in specie summam probantem. Superioris igitur quantitatis generalis membrum *primum* a, cum in inferiore primum membrum deficiat, adeoque illi nihil addendum sit, ad normam Reg. K **, absque mutatione, totali inseritur summæ, atque id ipsum conspicitur in summæ membro I. *secundum* quantitatis utriusque membrum, b^2 et b^2, junctim efficit $2b^2$ (vid. regul. D. ac summæ membr. alterum): *tertium*, $5cd$ et $2cd = 7cd$ (vid. Reg. E. ac summæ membr. 3) *quartum*, d et $de = d + de$ (vid. Reg. F. ac summ. membr. 4. 5.) *quintum*, e^3 et $e = e^3 + e$ (Reg. F. ac summ. membr. 6. 7) *sextum*, $-f$ et $-f = -2f$ (Reg. G. ac summ. membr. 8) *septimum*, $-g^4$ et $-g^4 = -2g^4$ (Reg. ead. G. ac summ. membr. 9) *octavum*, $-7h$ et $-h = -8h$ (Reg. ead. G. ac summ. membr. 10) *nonum*, $-i$ et $-i^2 = -i - i^2$ (Reg. F. G. ac summ. membr. 11. 12) *decimum*, $+k$ et $-7k = -6k$ (Reg. H. ac summ. mem-

membr. 13) *undecimum*, 4 l et — 2 l = + 2 l (Reg. ead. H. ac summæ membr. 14) *duodecimum*, — 2 m⁴ et + 2 m⁴ = 0, nec in summa totali exprimitur (Reg. I. b)

E quibus omnibus simul patet, ut membrorum, quæ in quantitatibus generalibus, eorumque, quæ in harum summa totali obveniunt, non semper par existat numerus; sed, ut aliquando plura, aliquando pauciora, appareant in summa totali membra, quam quæ composuetant quantitates; si scilicet in his inæquales, aut quæ se invicem tollunt, obveniant.

*** Præterea si quantitates indeterminatas singulas *commutare in determinatas* placeat, id quod regula generalis quinta (§. III. E) suadet, summam et totalem, et partiales quaslibet, rite se habere patefieret. Cum vero, ad perficiendum hoc examen, multiplicatione in nonnullis opus sit; istud nunc præteritur, donec de multiplicatione fuerit actum.

Pariter de *proba summæ*, *ope subtractionis* perficienda, (§. III. F) jam differi nequit: cum antea ad hanc calculi literalis speciem, mox insecuturam, spectantia momenta sint enarranda.

positivis, quam in *negativis* membris utriusque quantitat generalis observata prostant. ϑ) Ultima tria ambarum quantitatum generalium membra, cum *inæqualia* obtinea *signa*, per subtractionem adduntur; et ex iis ι) speci tim ultimum sese totum *destruit*, hinc in summa plane no invenitur. κ) Tandemque membra singula ita sunt collo cata, ut inferioris quantitatis generalis membrum quodl bet illi præcise superioris quantitatis membro sit *subscri tum*, quod cum ipso ratione literarum convenit: atque quia quantitati inferiori membrum, superioris primo siv a, æquale deficit, locus iste, quoad inferiorem hanc, v cuus est relictus.

** Cum omnia huc usque, fuse satis, prolata, in gr tiam eorum dicta potissimum sint, qui proprio Mar calculi literalis notitiam sibi comparare cupiunt: alio a huc, quam in præcedenti Schol. factum est, ordi quantitatum in exemplo commemorato obviarum me bra singula, brevibus perlustrare lubet, atque e §pho. I regulam cuilibet annectere, ipsius in specie summam pr bantem. Superioris igitur quantitatis generalis membru *primum* a, cum in inferiore primum membrum deficiat, ade queilli nihil addendum sit, ad normam Reg. K **, absque m tatione, totali inseritur summæ, atque id ipsum conspicit in summæ membro I. *secundum* quantitatis utriusq membrum, b^2 et b^2, junctim efficit $2\,b^2$ (vid. reg D. ac summæ membr. alterum): *tertium*, $5\,cd$ et $cd = 7\,cd$ (vid. Reg. E. ac summæ membr. 3) *quartum* et $de = d + de$ (vid. Reg. F. ac summ. membr. 4. *quintum*, e^3 et $e = e^3 + e$ (Reg. F. ac summ. membr. 7) *sextum*, $-f$ et $-f = -2f$ (Reg. G. ac sum membr. 8) *septimum*, $-g^4$ et $-g^4 = -2g^4$ (Re ead. G. ac summ. membr. 9) *octavum*, $-7h$ et $-$ $= -8h$ (Reg. ead. G. ac summ. membr. 10) *nonum*, $-$ et $-i^2 = -i - i^2$ (Reg. F. G. ac summ. membr. 1 12) *decimum*, $+k$ et $-7k = -6k$ (Reg. H. ac sum

me