RosDok Rostocker Dokumentenserver
Dieses Werk wurde Ihnen durch die Universitätsbibliothek Rostock zum Download bereitgestellt.
Für Fragen und Hinweise wenden Sie sich bitte an: digibib.ub@uni-rostock.de

Johann Friedrich Hähn

Gründliche Anweisung zur Rechen-Kunst : ehemals zum Gebrauch der öffentlichen Schulen in den Jenaischen Vorstädten ausgefertiget

Dritte vermehrt und verbesserte Auflage, Jena: bey Johann Rudolph Cröckers seel. Wittib, 1761

http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1680639595

Druck Freier Zugang PUBLIC DOMAIN

73.8.

L.b-3051.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1680639595/phys_0002
DFG

Gründliche Anweisung zur Rechen-Kunst

ehemals zum Gebrauch der öffentlichen Schulen in den Jenaischen Vorstädten ausgefertiget.

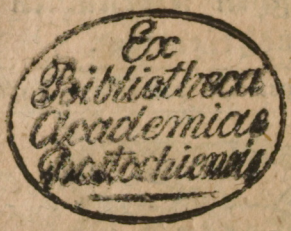
Dritte vermehrt und verbesserte Auflage.



Mit Königl. Poln. u. Churfürstl. Sächßl. Privilegio.

Jena,
bey Johann Rudolph Cröckers seel.
Wittib. 1761.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1680639595/phys_0003
DFG



Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de
/rosdok/ppn1680639595/phys_0004
DFG



Vorbericht.

Dem geneigten Leser wird hiermit ein neues Rechen-Buch geliefert, von dessen Zweck, Einrichtung und Gebrauch man gleich Anfangs verschiedenes zu erinnern vor nöthig findet, damit niemand so leicht davon ein übereiltes Urtheil fällen möge. Den Zweck desselben anlangend, so lässet sich solcher bereits aus der Ueberschrift des Buchs erkennen, sintemal dasselbe hauptsächlich zum Gebrauch der Schulen hiesiger Vorstädte ausgefertiget worden. Es ist nemlich durch göttliche Gnade geschehen, daß einige Studiosi seit etlichen Jahren Kinder von beyderley Geschlecht förderſamst in dem wahren Christenthum, so dann aber auch in andern nöthigen und nüzlichen Dingen, welche in teutschen Schulen pflegen abgehandelt zu werden, ohne Entgeld unterwiesen. Da nun auch unter andern das Rechnen hieher gehöret, als welches nicht nur bey dem Studiren, sondern auch im gemeinen Leben grossen Nutzen schaffet; als hat man darinnen den Kindern einen hinlänglichen Unterricht zu geben sich eifrigst bemühet. Hiebey hat man denn wahrgenommen, daß nothwendig ein gewisses Buch zu erwählen sey, nach welchem sich die Præceptores beym Vortrag, und die Kinder bey Erlernung der Rechen-Kunst richten können.

Denn jene müssen nicht nur Grund anzugeben wissen, warum sie im Rechnen so und nicht anders verfahren, sondern sie sollen auch in den Haupt-Umständen ihrer Lehr-Art mit einander übereinstimmen, damit die Kinder nicht durch verschiedenen Vortrag in Verwirrung gesetzet werden; diese aber sollen einen kurzen u. zulänglichen Begriff deutlicher und richtiger Reguln haben, nach welchen sie anjetzo und künftighin, wenn sie die Anweisung nicht mehr geniessen, die vorfallenden Exempel behörig zu berechnen im Stande sind. Da man nun mit Fleiß nachgedacht, ob unter den vielen vorhandenen Rechen-Büchern eines anzutreffen sey, welches man zum vorhin erwehnten Zweck gebrauchen mögte, so hat man keines dergleichen ausfündig machen können. Denn einige von solchen Büchern sind zwar gründlich und vollständig, aber dergestalt weitläuftig, daß, wenn man sie rechtschaffen durchgehen wolte, man sehr viele Zeit anwenden müste, und die Kinder durch Vielheit der Materien leicht verwirren würde. Andere aber von bemeldeten Büchern sind manchmal allzu kurz, und geben keinen Grund von den angeführten Regeln an, zu geschweigen, daß es ihnen, gleich wie den erstern, oftmals an nöthiger Deutlichkeit fehlet. Damit also sothanen Schwürigkeiten abgeholffen, und obiger Zweck bey den vorstädtischen Schulen hieselbst erreichet würde, so hat man gegenwärtigen Aufsatz vom Rechnen ausgefertiget, von dessen Einrichtung nunmehro ausführlichere Nachricht zu ertheilen ist. Es kommt hiebey an, theils auf die Sache, welche darinen enthalten, theils auf die Art und Weise, wie solche darinnen enthalten, beydes aber gründet sich auf oberwähnten Zweck des Buches in Ansehung der Præceptorum und Kinder. Was die Sache anlanget, welche darinn enthalten, so

ist

ist es die Rechen-Kunst mit ihren besondern Theilen. Da man nun in gedachter Rechen-Kunst mit Zahlen zu thun hat, so ist gleich Anfangs (§. 4-9.) von solchen gehandelt, und deren Beschaffenheit gezeiget worden. Insonderheit hat man gewiesen, wie die Zahlen müssen ausgesprochen werden, woraus das sogenannte Numeriren entstehet (§. 9-32.). Hierauf folget die Veränderung der Zahlen (§. 34.), da sie sich, als Grössen, entweder vergrössern oder verringern lassen. Die Vergrösserung der Zahlen so wol als ihre Verringerung kan wieder auf zweyerley Art geschehen, woraus alsdenn die so genannten 4 Species, nemlich das Addiren, Multipliciren, Subtrahiren und Dividiren entspringen. Hievon ist nun hier weitläuftig, und zwar insbesondere von dem Addiren (§. 35-49.), von dem Multipliciren (§. 50-78.), von dem Subtrahiren (§. 79-90), von dem Dividiren aber (§. 91-113.) gehandelt worden. Ferner können die Zahlen, es mögen solche Ganze oder Theile des Ganzen seyn, mit einander verglichen werden. Aus der ersten Art kommt die Lehre von den Verhältnissen und Proportionen, so wol den Arithmetischen als Geometrischen, nicht minder von den Progreßionen, welche (§. 114-126.) vorgestellet worden. Auf die andere Art aber gründet sich die Lehre von den Brüchen und deren Berechnung, so wol überhaupt, als auch insbesondere nach denen 4 Speciebus, welches alles (§. 127-157.) abgefasset worden. Durch die Vergleichung etlicher Proportional-Zahlen kan man eine andere finden, woraus die so genannte Regel Detri, so wol directa (§. 158-184.) als inuersa (§. 185-188.), nicht weniger die Regula de Quinque (§. 189-192.), Societatis (§. 193-195.), Alligationis (§. 196-198), Falsi (§. 199-200.),

und endlich die Welsche Practica (§. 200-204) erwächset. Was die Tara-Zinß-Rabatt-Wechsel- und Fusti-Rechnung betrift, so sind solches in der That keine neue Rechnungs-Arten, sondern können alle nach den vorhergehenden gerechnet werden. Weil aber nicht ein jeder gleich einsiehet, wie er solche Exempel recht ansetzen soll, so hat man vor gut befunden, der Regel Detri einen Anhang beyzufügen, und nur einige Exempel dieser Rechnungs-Arten kürzlich beyzubringen. Gleichwie nun bisher die Sache, welche in gegenwärtigem Buch enthalten, mit mehrern beschrieben worden; also ist nöthig, von der Art und Weise, wie solche darinnen enthalten, noch etwas zu gedencken. Diese läst sich gar leicht beurtheilen, wenn man obigen Zweck des Buches in Ansehung der Præceptorum und Kinder sich allemal vor Augen stellet. Man hat sich nemlich förderſamst beflissen, von den vornehmsten Dingen, welche in der Rechen-Kunst vorkommen, deutliche Beschreibungen zu machen. Dieses ist insonderheit bey den sogenannten Kunst-Wörtern geschehen, welche man deswegen, weil sie sehr im Gebrauch sind, und eine Sache kurz ausdrucken, lateinisch, doch mit deutschen Buchstaben gedruckt, beybehalten, oder in Parenthesi angezeiget. Ferner hat man die nöthigen Regeln mit ihren Gründen und Beweisen, welche als richtige Folgerungen deutlicher Beschreibungen anzusehen, angeführet. Sothane Regeln aber hat man mit gnugsamen Exempeln, welche meist von solchen Dingen, die im gemeinen Leben vorkommen, hergenommen sind, erläutert, wodurch man sonderlich den Kindern Anlaß geben wollen, durch Ausrechnung solcher Exempel ihren Fleiß beständig zu üben. Nicht minder hat man bey jeder Rechnungs-Art die besten Proben beygebracht, welche zur

Ver-

Versicherung dienen, daß man die Regeln recht applicirt, wie denn auch die mancherley Vortheile, so bey der Rechen-Kunst hie und da zu gebrauchen, nicht übergangen worden. Man hat die Mathematische Lehr-Art hierzu am bequemsten erachtet, weil die Præceptores nach derselben solche Wissenschaft, welche ohnehin zur Mathesi gehöret, am gründlichsten erlernen können. Um besagter Præceptorum willen also trift man hier manches an, welches man sonst in Ansehung der Kinder hätte weglassen können. Z. E. Grund-Sätze, z. E. §. 33. Zusätze, z. E. 52, 73. und die Beweise, vieles von Proportionen und Progreßionen, worauf sich die Regel Detri gründet, die Weitläuftigkeit von der Bruch-Rechnung, worauf ebenfalls in der Regel Detri gar vieles ankommt. Damit aber das Rechnen selbst desto vortheilhaftiger möge abgehandelt werden, so hat man im Anhang noch einige Stücke beygefüget. Hieher gehört eine Tabelle zu der Regel Detri, um des vielen Multiplicirens in derselben überhoben zu seyn, nicht minder ein Verzeichniß der verschiedenen Maasse, Münzen, Gewichte und andern dergleichen Sachen. Der Catechetische Aufsatz aber ist zu dem Ende hinzu gethan worden, damit man die Art und Weise zeigen möge, wie man die Rechen-Kunst bey den Kindern etwa abhandeln, und also die gegebenen Regeln zur Ausübung bringen könne. Man hat aber bey demselben, um Weitläuftigkeit zu vermeiden, nicht die ganzen Regeln sondern nur die Anfangs-Worte derselben, und die Paragraphos, wo sie befindlich, angeführet.

Was endlich den Gebrauch dieses Rechen-Buchs anlanget, so wird nun dabey hauptsächlich auf die Beschaffenheit der Schulen hiesiger Vorstädte gesehen, wie solches bereits die Ueberschrift des Buches lehret. Damit

mit es aber auch andern, wenn sie sichs wollen gefallen lassen, brauchbar seyn möge, so kommt es hierbey theils auf die Præceptores, theils auf ihre Lehr-Schüler an. Die Præceptores haben sonderlich auf die Einrichtung ihr Absehen zu richten, und nebst deren Beschreibungen fürnemlich die Gründe und Beweise der Regeln zu mercken, damit sie in ihrem Unterricht desto gewisser verfahren. Die Lehr-Schüler aber dürfen nicht sowol auf die Beweise, als vielmehr auf die übrigen Stücke, nemlich auf die Erklärungen, Reguln, Proben, Vortheile ꝛc. Achtung geben. Damit aber solcher Unterschied desto besser in die Augen fallen möge, so hat man das, was den Lehr-Schülern dienlich ist, mit grosser und Schwabacher, was aber mehr vor die Præceptores gehört, mit kleiner Schrift drucken lassen. Insonderheit wird der angehängte Catechetische Aufsatz im Anfang wohl zu gebrauchen seyn, und darf man nur die angeführte §§. allemal nachschlagen, so wird man die nöthigen Regeln gleich antreffen. Uebrigens wird jeder Unpartheyischer leicht ermessen, daß in einem Rechen-Buch, da so viele Zahlen vorkommen, gar leicht Fehler unterlauffen, sonderlich aber die Zahlen leicht verwechselt werden können, welches denn auch bey gegenwärtigem Buch geschehen, da man ohnedem mit Ausfertigung desselben zuletzt etwas eilen müssen. Damit aber solche desto ehender erkannt werden mögten, so hat man sie am Ende anmerken, und der Verbesserung des geneigten Lesers überlassen wollen. GOtt aber lasse auch diese Arbeit zu seiner Ehre und zum Nutzen des Nächsten gereichen.

Jena, den 1 Mart. 1736.

Ord-

Vorrede

zur zweiten und dritten Auflage.

Gegenwärtiges Rechen-Buch ist, besage des Titel-Blats, ehemals dem Gebrauch der Schulen in den Jenaischen Vorstädten, die von redlichen Studiosis im Glauben und Vertrauen an den lebendigen Heiland verschiedene Jahre hindurch mit grossem Seegen ohne Entgeld gehalten worden, gewidmet gewesen. Nachdem sich nun die Exemplarien davon nach und nach vergriffen, und bishero häufig darnach gefraget worden: so hat man auf eine neue Auflage dencken müssen, um denenjenigen damit eine Gnüge thun zu können, die sich dessen bedienen wollen. Weil aber in der ersten Edition sowol viele Druckfehler eingeschlichen; als auch falsche Exempel hin und wieder anzu-

treffen gewesen: so hat man bey gegenwärtiger Auflage das ganze Werck aufs neue übersehen: die Druckfehler verbessert: die falschen und unrichtigen Exempel mit richtigen ersetzet: es mit neuen Zusätzen hie und da vermehret, und hin und wieder eine Aenderung gemacht, die man zu bessern Gebrauch des Werckgens vor bequem und nöthig erachtet, so wie ein jeder, der beyde Editionen gegen einander halten wird, zur Gnüge ersehen kan. Der Herr lasse es alle die, so sich dessen bedienen, mit Nutzen gebrauchen. Jena, den 14ten August 1760.

Ordnung,
in welcher das Rechnen in diesem Büchlein nach den §§. durchgegangen worden.

I. Vom Rechnen und Zahlen überhaupt.

§. 1. Was Rechnen heisse.
§. 2. Worauf man bey dem Rechnen vornemlich zu sehen.
§. 3. Was Dinge von einer Art seyn. §. 4. Wie eine Zahl entstehe.
§. 5. In wie vielerley das Wort Zahl vorkommt.
§. 6. Ob 1 eine Zahl sey.
§. 7. Warum man §. 5 und 6. gesetzet.
§. 8. Nach was vor Theilen man das Rechnen durchgegangen.

II. Vom Rechnen insonderheit.

A. Von dem Werth der Zahlen.

§. 9. Was Cyphern, und warum sie angenommen.
§. 10. Ob es nöthig, daß man nur auf Zehen zehlet.
§. 11. Warum man sich der Arab. Cyphern vornemlich bedienet.
§. 12. Worauf man bey Arabischen Cyphern zu sehen.
§. 13. a) Ihre Figur oder Zusammensetzung.
§. 14. b) Auf ihren Werth, und zwar, wie
§. 15. a) der Werth von einer Cypher zu erkennen.
b) von mehrern. (nöthig.
§. 16. Was vor eine Regel zur Beurtheilung mehrerer Cyphern
§. 17. Diese Regel ist nur willkührl. es wird aber daraus begriffen
§. 18, a) wo die Zehner stehen. §. 20. b) wo die Hunderte.
§. 21. c) wo die Tausende. §. 23. d) wo die Millionen.
§. 24. e) wo die Trillionen. ꝛc
§. 19. 22. Was wegen der Aussprache zu mercken.
§. 25. Was die Null, und wozu sie dienet.
§. 26. Was gültige Cyphern. §. 27. Was gleichgültige Cyphern.
§. 28. Was Numeriren.
§. 29. a) Wie man eine geschriebene Zahl aussprechen soll.
§. 30. b) Wie man eine ausgesprochene Zahl recht anschreiben soll.
§. 31. Ob Numeriren nach §. 1. eine Rechnungs-Art sey.
§. 32. Warum Numeriren zuerst genommen.
§. 33. Einige zum Beweis des folgenden nöthige Grund-Sätze.

B. Von der Veränderung der Zahlen.

§. 34. a) Wie sie überhaupt verändert werden können.
b) Insbesondere.
§. 35. N Auf wie vielerley Art sie können gröſſer gemacht werden.

Daraus

Daraus wird hergeleitet
1) das Addiren. Dabey

§. 36. a) was Addiren heisse.
§. 37. b) Was vor Wörter dabey zu mercken.
§. 38. c) Wie man eine Zahl addiren soll.
§. 39. d) der Grund von den Regeln bey dem Addiren.
§. 40. e) Was Beweis und Probe.
§. 41. f) Wie der Beweis vom Addiren zu führen.
§. 42. g) Wie die Probe zu machen mit 9 welche man nicht zehlet
§. 43. " " " welche man zehlet.
§. 44 " " " dem Subtrahiren.
§. 45. h) Wie man lange Reihen Addiren soll.
§. 46. i) Was man ungenannte Zahlen nennet.
§. 47. k) Wie man dieselben addiren soll.
§. 48 Wohin das Rechnen mit genannten Zahlen zu verspahren.
§. 49. Einige Zeichen bey dem Rechnen erkläret.

2) Das Multipliciren. Dabey

§. 50. a) Woraus Multipliciren entstehe.
§. 51. b) Was Multipliciren heisse.
§. 52 c) Daß es ein vortheilhaftiges Addiren sey.
§. 56. a) Was das Einmal Eins, und wie durch dasselbe das Multipliciren zu vortheilhaftigen Addiren wird.
§. 57. b) Ein Einmal Eins aufzusetzen.
§. 58. c) Wie es kurz einzurichten.
§. 59. d) Wie man es gebrauchen kan.
§. 60. e) Ob es bey allen Zahlen hinreichend ist.
§. 53. d) Warum man das Multipliciren vor das Subtrahiren gesetzet.
§. 54. e) Wie die gegebenen und gefundenen Zahlen heissen.
§. 55. f) Was heraus kommt, wenn man gleiches mit gleichem multipliciret.
§. 61. g) Zwey Zahlen zu multipliciren, a) da der untere Factor aus einer Cypher bestehet.
§. 62 b) da er aus mehr und zwar lauter gültigen Zahlen bestehet.
§. 63. c) da die Factoren Nullen haben, und zwar
§. 64. wenn der obere Factor am Ende Nullen hat.
§ 65. wenn der untere Factor am Ende Nullen hat.
§. 66. wenn der obere in der Mitte Nullen hat.
§. 67. wenn der untere in der Mitte Nullen hat.
§. 68. wenn die 2 Factoren in der Mitte Nullen haben.
§. 69 wenn die 2 Factoren am Ende Nullen haben.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1680639595/phys_0014
DFG

§. 70. wenn die 2 Factoren am Ende und Mitte Nullen haben.
Anmerck. b) Einige Vortheile im Multipliciren.
§. 71. h) Der Beweiß vom Multipliciren.
§. 72. i) Die Probe. a) mit dem Dividiren daraus gefolgert.
§. 73. Wie man einen Factor suchen soll.
§. 74. b) Mit Wegwerfung der 9.
§. 75. k) Mit genannten Zahlen zu Multipliciren. Dabey
§. 76. a) wie man dadurch die gröste Sorte in die kleinste verwandeln soll.
§. 77. b) Wie man bey grossen Zahlen verfahren soll.
§. 78. c) Auf wie vielerley Art sie können kleiner gemacht werden.
Daraus entstunde 1) das Subtrahiren. Wobey gesehen
§. 79. 80. a) Worinnen es bestehe, und ob es eine Rechnungs-
§. 81. b) Was Subtrahiren heisse. (Art sey.
§. 82. c) Wie die gegebenen und gefundenen Zahlen heissen.
§. 83 d) Zwey Zahlen zu subtrahiren.
§. 84. e) den Grund von Regeln im Subtrahiren.
§. 85. f) Wenn die obere Zahl kleiner zu seyn scheinet als die untere, was ist zu thun?
§. 86. g) Was borgen heisse.
§. 87. h) Exempel, da man borgen muß, zu subtrahiren.
§. 88. i) Der Grund von diesen Regeln.
§. 89. k) Die Probe im Subtrahiren zu machen.
§. 90. l) Genannte Zahlen zu subtrahiren.
2. Die andere Art Zahlen kleiner zu machen.
§. 91. a) Woraus das Dividiren entstehet.
§. 92. b) Was Dividiren heisse. (Anmerckung.
§. 93. c) Einige Kunstwörter bey dem Dividiren, dabey einige
§. 94. Warum man diese bey Kindern gebrauchet.
§. 95. Wie die 4 Rechnungs-Arten heraus kommen.
§. 96. d) Auf wie viel Stücke man bey dem Dividiren zu sehen.
§. 97. e) Wie vielerley Arten man im Dividiren habe.
§. 98. f) Was über sich Dividiren heisse.
§. 99. g) Wie man über sich Dividiren soll, a) wenn der Divisor aus einer Zahl bestehet.
§. 102. b) Wenn er aus mehr Zahlen bestehet.
§. 100. h) Der Grund von den Regeln im §. 99.
§. 101. i) Wie man erfähret, ob man nicht zu viel oder zu wenig
§. 103. k) Was unter sich Dividiren heisse. (genommen.
§. 104. l) Warum vor Kinder unter sich Dividiren besser, als
§. 105. m) Wie man unter sich Dividiren soll. (über sich).

§. 107.

§. 107 n) Der Grund von diesen Regeln des §. 105.
§. 108. o) Welches leichte oder schwere Divisions-Exempel sind.
§. 109. p) Vortheile bey dem unter sich Dividiren.
§. 110. q) Wie bey der dritten Art im Dividiren zu verfahren.
§. 111. r) Die vielerley Proben im Dividiren zu machen.
§. 112. Wie der lezte Rest beym Dividiren anzuschreiben.
§. 113. s) Genannte Zahlen zu dividiren.
C. Die Vergleichung der Zahlen, und zwar 1) ungebrochener.
§. 114. Was eine Verhältniß, und wie vielerley es giebt.
§. 115. Wie die Zahlen bey einer Verhältniß heissen.
§. 116. Was Differenz und Exponent.
§. 117. Was gleiche Arithmetische Verhältnisse.
§. 118. Was gleiche Geometrische Verhältnisse.
§. 119. Wie eine Proportion entstehet.
§. 120. Was Proportional-Zahlen.
§. 121. Was eine Progreßion. (Progreßionen.
§. 122. Einige Aufgaben aus Arithmetischen und Geometrischen
§. 123, 124, 125 und 126. Der Grund, worauf die Bruch-Rechnung und die Regel Detri gebauet worden.
2) Gebrochener Zahlen.
§. 128. Wie ein Bruch entstehet.
§. 129. a) Wie viel Zahlen zu einem Bruch gehören.
b) Warum man das Ganze in gleiche Theile theilet.
c) Wie ein Bruch geschrieben wird.
d) Wie man einen Bruch ausspricht
§. 130. a) Wenn ein Bruch groß ist. b) Was gleiche Brüche.
c) Welcher Bruch unter etlichen der grösseste ist.
§. 131. a) Was ein ächter Bruch. b) Was ein unächter.
c) Wenn ein Bruch gerade ein Ganzes ausmacht.
§. 132. Was gebrochene Brüche, und wie man sie zu unächten
§. 133. Was ein gemischter Bruch. (machet.
§. 134. Einen unächten Bruch in ächte und Ganze zu verwandeln.
§. 135. Ein Ganzes oder auch einen gemischten Bruch in einen unächten Bruch zu verwandeln.
§. 136. 137. Worauf sich das Aufheben der Brüche gründet.
§. 138. was einen Bruch aufheben heisse.
§. 139. Wie man einen Bruch aufhebet.
§. 140 Einige Regeln zu fertigern Aufheben.
§. 141. Wie man Brüche in gangbare Sorten verwandeln solle.
§. 142. 143. Ob man Brüche zu einerley Benennung bringen soll.
§. 144. Wie man Brüche unter einerley Benennung bringt.

§. 145.

§. 145. Brüche zu addiren. §. 146. Der Grund von den Regeln.
§. 147. Brüche zu multipliciren.
§. 148. Beweise, daß man in §. 147. recht verfahren.
§. 149. Brüche zu subtrahiren.
§. 150. Der Grund von vorigen Regeln.
§. 151. Brüche zu dividiren. §. 152 Grund von vorigen Regeln.
§ 153. Beweis, daß man würcklich dividiret.
§. 154. Wie man mit Brüchen aus verschiedenen Ganzen zu ver-
§. 155. Einige Vortheile bey der Bruch-Rechnung. (fahren.
§. 156. Warum man nicht mehr Exempel bey den Brüchen hat.
§. 157. Ob die Bruch-Rechnung so gar schwer ist.
D. Wie man aus Vergleichung 3 Zahlen die 4te findet.
§. 158. Was man durch die Regel Detri verstehet.
§. 159. Worauf sich die Regel Detri gründe.
§. 160. Wie man die Regel Detri machen soll. (dern beurtheilet.
§. 161. 162. 163. Wie und ob man das 4 Glied recht nach dem an-
§. 164. Wo man die Regel Detri anwenden könne.
§. 165. Wie die simplex regula Detri directa zu machen.
§. 166. 167. Wie die Regula Detri composita directa zu machen.
§. 168-175. Die Exempel zu rechnen, darinnen 1 ein Glied ab-
§. 176-181. Die Regel Detri mit Brüchen. (giebt.
§. 182. 183. Wenn die Haupt-Glieder kleinere und Brüche bey
§. 184. Der Grund von den vorigen Regeln. (sich haben.
§. 185. Was die umgekehrte Regel Detri, und wie sie zu rechnen.
§. 186. Woher man wissen kan, ob ein Exempel in die umgekehr-
te Regel Detri gehöret.
§. 187. Der Grund von der umgekehrten Regel Detri.
§. 189. 190. Die Regula de Quinque.
§. 191. Wie die Regula de Quinque gerechnet wird.
§. 192. Der Grund davon. §. 193. Die Gesellschafts-Regel.
§. 194. Wie sie gerechnet wird.
§. 195. Die doppelte Gesellschafts-Regel.
§. 196. Die Verbindungs-Regel.
§. 197. Exempel nach der Verbindungs-Regel zu rechnen.
§. 198. Der Grund davon. §. 199. Die Regula Falsi.
§. 200. Worauf sie sich gründe, und wie sie zu rechnen.
§. 201. Die Welsche Practic.
§. 202 und 203. Vortheile im Multipliciren und Dividiren zu
§. 204. Wie sie in der Regel Detri anzuwenden. (gebrauchen.
§. 205. Anhang von der Tara- Fusti- Rabatt- Zinß- und Wech-
sel-Rechnung.

Das

Das Einmal Eins.

1	mal	1	ist	1
2	mal	2	ist	4
2	mal	3	ist	6
2	mal	4	ist	8
2	mal	5	ist	10
2	mal	6	ist	12
2	mal	7	ist	14
2	mal	8	ist	16
2	mal	9	ist	18
2	mal	10	ist	20
3	mal	3	ist	9
3	mal	4	ist	12
3	mal	5	ist	15
3	mal	6	ist	18
3	mal	7	ist	21
3	mal	8	ist	24
3	mal	9	ist	27
3	mal	10	ist	30
4	mal	4	ist	16
4	mal	5	ist	20
4	mal	6	ist	24
4	mal	7	ist	28
4	mal	8	ist	32
4	mal	9	ist	36
4	mal	10	ist	40
5	mal	5	ist	25
5	mal	6	ist	30
5	mal	7	ist	35
5	mal	8	ist	40
5	mal	9	ist	45
5	mal	10	ist	50
6	mal	6	ist	36
6	mal	7	ist	42
6	mal	8	ist	48
6	mal	9	ist	54
6	mal	10	ist	60
7	mal	7	ist	49
7	mal	8	ist	56
7	mal	9	ist	63
7	mal	10	ist	70
8	mal	8	ist	64
8	mal	9	ist	72
8	mal	10	ist	80
9	mal	9	ist	81
9	mal	10	ist	90
10	mal	10	ist	100
10	mal	100	ist	1000

Vom

Vom Rechnen überhaupt.

§. 1.

Rechnen heisset aus gegebenen Zahlen eine andere finden, welche von den gegebenen etwas anzeiget.

§. 2.

Wer demnach rechnen lernen will, muß erstlich wissen, was eine Zahl sey, und was bey den Zahlen vorkommen kan.

§. 3.

Dinge von einer Art sind, davon man einerley Begrif hat; Kindern kan man sagen: die einerley Namen haben. Z. E. Groschen und Groschen; da verstehet man das anderemal durch Groschen nichts anders, als was man das erstemal dadurch verstanden: sie haben auch einerley Namen.

§. 4.

Wenn man etliche Dinge von einer Art (§. 3.) zusammen nimmt, entstehet daraus eine Zahl. z. E. Pfund und Pfund sind Dinge von einer Art: wenn ihr nun ein Pfund und noch eines nehmet, so habet ihr schon eine Zahl. Oder wo man fragen kan, wie viel? da ist eine Zahl. Ob man schon zuweilen anders fraget: z. E. wie hoch ist der Baum; so kan man doch auch fragen, wie viel Ellen ist der Baum hoch?

§. 5.

Man siehet, daß hier das Wort Zahl so viel bedeutet als Anzahl. Denn das Wort Zahl pflegt in dreyerley Verstand vorzukommen. a) Bedeutet es die Vielheit der Sachen die gezehlet werden, und da heisset es eigentlich eine Anzahl: (im Lateinischen numerus numeratus) (§. 4). b) Bedeutet es die Wievielheit der Sachen (quotitas entium) oder das, wo man antworten kan auf die Frage: wie viel? Diese Zahl nennet man die zählende (numerum numerantem). z. E. wie viel sind Götter? Antwort: einer. c) Wird auch bisweilen unter dem Wort Zahl, die Cypher verstanden.

§. 6.

Will man nun wissen: Ob Eins eine Zahl seye oder nicht? so muß man darauf sehen, in welchem Verstande das Wort Zahl genommen werde: nimmt man es in dem erstern Verstande, daß es so viel heisset als Anzahl; (§. 5. a) so siehet man leicht, daß auf die Frage mit Nein zu antworten; denn wenn euch z. E. einer fragte: wie groß ist die Anzahl eurer Bücher? und ihr antwortet: Eins; so ist es wo nicht undeutlich, doch seltsam und ungewöhnlich; verstehet man aber darunter die zählende Zahl, oder Cypher (§. 5. b. c.) so muß allerdings auch Eins mit unter die Zahlen gerechnet werden.

§. 7.

Es ist dieses darum zu mercken, weil wenn man sagte: 1. wäre keine Zahl, man Zweifel machen könte wieder die Erklärung vom Rechnen (§. 1.); denn wenn ihr zwey von drey abziehet, so bleibet 1. übrig, soll nun Eins keine Zahl seyn, so habet ihr keine Zahl gefunden; ihr habet aber doch rechnen und nach §. 1. eine Zahl finden sollen, folglich müßte jene Erklärung falsch seyn, welches aber nicht ist.

§. 8.

Bey den Zahlen hat man nebst dem, was eine Zahl sey (§. 4. 5.) auch zu mercken:

1. Wie die Zahlen geschrieben und ausgesprochen werden, dieses enthält das Numeriren, und

und wird von §. 9. bis §. 32. davon gehandelt.

II. Auf wie vielerley Art eine Zahl könne verändert werden, begreift die 4 Rechnungs-Arten in sich. Davon §. 34. bis §. 113.

III. Wie man zwey Zahlen miteinander vergleichen könne, und zwar a) Ganze: da von Verhältnissen gehandelt wird, §. 114. bis 126. b) Theile von Ganzen, darinnen die Lehre von den Brüchen von §. 127. bis §. 157. vorkommt.

IV. Wie man vermittelst der Num. III. gedachten Vergleichung neue Zahlen finden könne.

Dieser Theil handelt ab, die Regel Detri §. 158. bis §. 184. und in dieselbe hineinschlagende:

1) Zusammen gesetzte Regel Detri.	Regulam de tri compositam.
2) Umgekehrte Regel Detri §. 185. bis §. 187.	Regulam de tri inuersam.
3) Regel von fünften (Glieder) 188. bis 192.	Reg. de Quinque oder dupli.
4) Gesellschafts-Regel §. 193. bis §. 195.	Reg. Societatis.
5) Verbindungs-Regel §. 196. bis §. 197.	Reg. alligationis.
6) Falsch zu seyn scheinende Regel. §. 198. bis §. 200.	Regulam falsi.
7) Welsche Practic. §. 201-204.	Practicam Italicam.

Vom Numeriren.

§. 9.

Weil eine Zahl entstehet, wenn man etliche Dinge von einer Art zusammen nimmt, (§. 3. 4.) und man solcher Dinge unendlich viele zusammen genommen sich vorstellen kan, so folget, daß wenn

eine jede Zahl durch ein besonderes Wort ausgedruckt werden solte, man unendlich viele Worte haben müßte. Diesem abzuhelfen, sind gewisse Zeichen erfunden worden, wodurch die Zahlen ausgedrucket werden: Man nennet solche Zeichen eigentlich Cyphern (§. 5. c.).

§. 10.

Daß man im Rechnen bis auf zehen zehlet, und da von forne anfängt, z. E. zehen und eins ist eilf, zehen und drey ist dreyzehen, u. s. w. ist eben nicht schlechterdings nothwendig: denn es haben Herr Weigel und Herr von Leibnitz gewiesen, daß man auch nur bis auf 4 oder 2 zehlen könte. Weil aber a) die Natur, indem wir zehen Finger in der Hand haben, durch welche man vortheilhaftig rechnen kan, uns selbst diese Zahl anzugeben scheinet, b) die Alten sie mit gutem Nutzen und Fortgang gebraucht, c) auch noch heutiges Tages überall üblich ist, so hat man nicht nöthig davon abzugehen. Man siehet aber, daß hier der Weitläuftigkeit (§. 9.) schon in etwas abgeholfen worden, da man z. E. zu 17. keinen neuen Nahmen braucht, sondern die zwey alten! Sieben und Zehen behält.

§. 11.

Ein weit grösserer Vortheil steckt in den Cyphern (§. 9.). Es sind aber dieselben auch willkührlich; daher verschiedene Völcker verschiedene Cyphern gebraucht; z. E. die Hebräer ihr Hebräisch Alphabet, die Griechen ihr Griechisch, die Lateiner etliche Buchstaben aus dem Lateinischen Alphabet. Die besten Cyphern aber sind unsere heutigen sogenannten Arabische Cyphern, man glaubt, die Saracenen hätten sie aus Arabien nach Africa, von daraus die Mohren nach Spanien gebracht; aus Spanien wären sie nach Teutschland gekommen. Sie sind aber zu behalten, a) weil ihrer sehr wenig zu mercken sind, nemlich

nemlich neune, b) weil man durch diese neun Cyphern alle Zahlen aussprechen kan, c) weil sie allenthalben gebräuchlich.

§. 12.

Bey den Arabischen Cyphern hat man zu sehen

1) auf ihre Figur

2) auf ihre Namen:

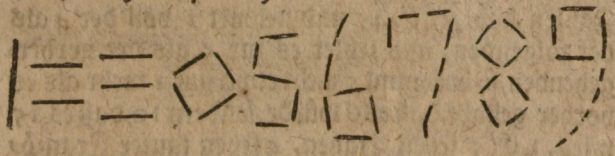
1 2 3 4 5 6 7 8 9
eins zwey drey vier fünf sechs sieben acht neun

3) auf ihren Werth.

§. 13.

Dem Erfinder von diesen Cyphern mag beliebet haben, eine Sache mit einem Strich (1), zwey Sachen mit zwey, drey mit drey Strichen auszudrücken, u. s. w. und also sehen nach der alten Zusammensetzung der Striche die Cyphern so aus:

1 2 3 4 5 6 7 8 9



Man siehet leicht, daß zwischen unsern heutigen und diesen nur der Unterscheid ist, daß unsere Cyphern zusammen gezogen sind, welches wegen der Geschwindigkeit im schreiben geschehen seyn mag. Z. E. Z da ein subtiler Strich dazu gekommen, siehet es aus wie das ordentliche 2. Daher kan man auch die Ursache ihrer Benennung einsehen; nemlich diese Figur 8 heisset acht; denn sie bestehet aus acht Strichen, 5 fünf; es bestehet aus fünf Strichen. §. 14.

Weil man vermittelst dieser 9 Cyphern im Stande

seyn soll, alle Zahlen auszusprechen (§. 11. b), so muß nun gewiesen werden,

a) Woraus man den Werth einer Cypher erkennen,

b) wie man alle Zahlen bequem mit diesen Cyphern aussprechen könne.

§. 15.

Den Werth einzelner Cyphern, erkennet man aus der Figur (§. 13.), mehrerer (Cyphern) aber, aus der Figur und Stelle zugleich.

§. 16.

Den Werth mehrerer Cyphern aus der Stelle zu beurtheilen, ist folgende Regel nöthig: Eins von der Cypher in der folgenden Stelle (gegen die Lincke) gilt zehenmal so viel als Eins in der vorhergehenden. Das ist, wenn ihr 2 Zahlen habt, z. E. 45 und nehmet 1 von der 4 als der folgenden, und zehlet es zur 5 als der vorhergehenden, so bekommt 5 nicht etwa nur 1 mehr als es vorher gehabt, daß es 6 würde, sondern 10, daß es 15 wird, z. E. 5 seyen Batzen, 4 seyen lauter Französische Zehen-Bätzner, so habet ihr ja, wenn ihr einen Zehen-Bätzner zu 5 Batzen zehlt, nicht 6 Batzen, sondern 15 Batzen, gleichwol habt ihr nur eines von der folgenden 4 genommen.

§. 17.

Diese Regel ist willkührlich; aber weil auf eine sehr artige und leichte Weise aller Zahlen ihr Werth kan gezeigt werden, so behält man sie als was nöthiges.

§. 18.

Zahlen, die in der andern Stelle stehen, gelten Zehner. Denn wenn ihr zwey 11 habt, so

so gilt das zur Rechten, Einer (§. 15. 13.), da nun das Eins von der folgenden Cypher allemal zehenmal so viel, als das 1 in der vorhergehenden gelten soll (§. 16.), so gilt das andere Eins, zehen Einer. Zehen Einer aber nennet man einen Zehner; folglich ist die folgende Cypher ein Zehner. Diese stehet in der andern Stelle, also erkennet man, daß die Cypher in der andern Stelle, Zehner bedeutet. Z. E. 56 bedeutet Sechs und funfzig.

Anmerckung. Wenn Eins in der andern Stelle stehet, so setzet man zu dem Nahmen der Einer, welche das 1 bey sich hat, das Wort zehen hintan, darzwischen verstehet man und. z. E.

13. Dreyzehen 14. Vierzehen 15. Funfzehen
16. Sechszehen 17. Siebenzehen 18. Achtzehen.
19. Neunzehen: Wenn aber vor dem 1 als dem Zehner wieder eine 1 stehet, heisset es Eilf: stehet 2 dafür heisset es Zwölf.

Stehet aber in der andern Stelle kein Eins, sondern eine von den übrigen Cyphern, setzet man zu der alda befindlichen Cypher zig, welches so viel bedeutet als Zehner. z. E.

20	Zweyzehner oder Zwanzig		
30	Dreyzig	60	Sechszig
oder	Dreyssig	70	Siebenzig
40	Vierzig	80	Achtzig
50	Funfzig	90	Neunzig

Bey einem jeden zig aber wiederhohlet man die 9 Cyphern z. E. Ein und dreyssig, zwey und dreyssig, neun und dreyssig u. s. w. bis neun und neunzig: zehen zig nennet man Hundert

§. 19.

Wegen der Aussprache ist hier zu mercken, daß in der Teutschen Sprache gewöhnlich ist, die Einer vor den Zehnern auszusprechen. Z. E. nicht funfzig und vier, sondern vier und funfzig; aber dieses nur bey den Zehnern; denn bey den grössern, als hunderten u. s. w. ist es nicht. Z. E. man sagt nicht vier und dreyhundert, sondern dreyhundert und vier.

§. 20.

Zahlen, die in der dritten Stelle stehen, gelten hunderte: denn nehmet 3 Striche 111, so gilt der erste, zur rechten, Einer (§. 13.), der andere Zehner (§. 18.), der dritte gilt zehenmal so viel als sein vorhergehender; (§. 16.) folglich zehen Zehner (§. 18.), zehen Zehner nennt man Hundert (§. 18.), folglich bedeutet die Cypher in der dritten Stelle hundert. z. E. 453 vierhundert und drey und funfzig.

Bey hundert wiederholet man so wohl die neun Cyphern, als auch das, was §. 18. angemercket worden; z. E. Hundert und Eins, Hundert und achtzehen, Hundert und zwanzig, dreyßig, vierzig, u. s. w. bis Hundert und neun und neunzig: dann zehlet man zwey Hundert, und durch die 9 Cyphern bis auf 10 Hundert, das nennet man Tausend. So und nicht anders macht man es auch bey den Tausenden (§. 21.), Millionen (§. 23.).

§. 21.

Zahlen, die in der vierten Stelle stehen, gelten Tausende. Denn habet ihr z. E. vier Striche 1111, so gilt der erste wieder einen Einer (§. 13.), der andere einen Zehner (§. 18.), der dritte Hundert (§. 20.), der vierte zehenmal so viel als der vorhergehende (§. 16.), folglich zehen hunderte (§. 20), zehen hunderte nennt man Tausend: also gelten die Zahlen in der vierten Stelle Tausende.

§. 22.

Gehet es über Tausend, so wiederholet man die Wörter, Eins, zehen, hundert, und setzet nur Tausend darzu. Z. E. Zahlen, die in der fünften Stelle stehen, gelten zehen tausend (§. 16. 21.). Stehen sie in der sechsten Stelle, hundert Tausend u. s. w. bis auf tausendmal tausend.

§. 23.

§. 23.

Weil aber oftmals grosse Zahlen vorkommen, da das Tausendmal Tausend oft wiederholet werden muß; so hat man, damit das Tausend weder zu viel noch zu wenig ausgesprochen würde (welches schon viel austrüge), ausgemacht, daß man Tausendmal Tausend eine Million nennen wolte. Da aber eine Zahl, wenn sie Tausendmal Tausend bedeuten soll, in der siebenden Stelle stehen muß (§. 22.), so erkennet man daher auch die Million aus ihrer Stelle: nemlich wenn eine Zahl in der siebenden Stelle stehet, bedeutet sie eine Million, und damit man sie erkenne, daß sie Million bedeute, macht man das Zeichen (|) darüber.

§. 24.

Eben dieses, was (§. 23.) von der Irrung gesaget worden, könte sich auch bey Millionen ereignen; daher nennet man Tausendmal Tausend Millionen, eine Bimillion oder Billion, und Tausendmal Tausend Billionen, eine Trillion. Eine Billion wird mit 2 Strichen (||), Trillion mit drey Strichen (|||) über der Cypher bezeichnet.

§. 25.

Wenn man oftmals nicht mehr und nicht weniger, als zehen, hundert, tausend u. s. w. schreiben will, so muß 1 bey den Zehnern in die andere Stelle, bey den Hunderten in die dritte, bey den Tausenden in die vierte Stelle u. s. w. kommen (§. 18. 20. 21.), und also muß etwas vorhergehen, das zehen, hundert, tausend u. s. w. nicht grösser und nicht kleiner machet. Deswegen hat man noch ein Zeichen angenommen, welches an sich nichts

gilt, sondern nur die ersten Stellen ausfüllet. Man nennet dieses Zeichen eine Null (0). Die Null bedeutet also an sich nichts, sondern dienet nur darzu, daß man eine Cypher an diejenige Stelle bringet, wo sie das bedeutet, welches sie bedeuten soll. Z. E. 40 hier soll 4 Zehner bedeuten, das wird erhalten, wenn 4 in die andere Stelle kommt (§. 18.): dieses geschiehet, wenn ihr eine Null vor 4 setzet: also 40.

§. 26.

Gültige Cyphern sind solche Zeichen, welche anzeigen, wie viel Dinge von einer Art da sind (§. 5. b) z. E. 1. 2. 3. 4. u. s. w. Eine ungültige Cypher oder Zahl ist die Null (§. 25.).

§. 27.

Gleichgültige Cyphern sind, die gleich viel Dinge von einer Art anzeigen (§. 4.) oder welche gleich viel Einheiten in sich enthalten, z. E. 7=7. 9=9.

§. 28.

Wenn man nach vorhergegangenen Regeln einer jeden Zahl, (sie mag stehen wo sie will,) ihren gehörigen Werth beyleget, so heisset das Numeriren.

§. 29.

Wollet ihr nun eine jede Zahl numeriren (§. 28.), sie aber zugleich ordentlich und fertig aussprechen, so theilet:

1.) die auszusprechende Zahl von der Rechten gegen die Lincke in gewisse Classen oder Striche ein, und lasset zwischen jedem Strich drey Zahlen stehen.

2) Wo Tausende stehen (§. 21.), setzet unter die

die Zahl einen Punct, fanget bey dem ersten Tausend, (das ist hier 7,) wieder an zu zehlen (§. 22.), bis auf die vierte Zahl, (3,) setzet darüber einen Strich, damit ihr allezeit gleich sehet, wo Millionen stehen (§. 23.) u. s. w.

So habet ihr, indem ihr zwischen 2 Strichen nur allezeit 3 Zahlen habt, nichts als Einer, Zehner, Hundert, die vierte nach dem Strich sind Tausend. Ob es aber einfache, oder zehenfache u. s. w. Tausende, oder Millionen u. s. w. sind, könnet ihr aus dem vorhergehenden Zeichen ersehen, nemlich die Tausende aus Puncten, die Millionen u. s. w. aus Strichen. Z. E. Diese Zahl 67|873|847|876 wird so ausgesprochen: Sieben und sechzig Tausend (§. 15, 13, 18, 21.), acht hundert und drey und siebenzig Millionen (§. 13, 15, 20, 18, 23), acht hundert und sieben und viertzig Tausend (§. 15, 18, 20, 21.), acht hundert und sechs und siebenzig (§. 15, 20.).

2 Sam. 24, 9. stehet, David habe das Volck zehlen lassen, und die Anzahl wäre gewesen 1300000. Mann.

Wenn Methusalah gerade 969 Jahr alt worden, so hat er gelebet 509655240. Minuten. Das Jahr zu 365 Tage 6 Stunden gerechnet.

Die Spanier sollen bey Eroberung von America innerhalb 40 Jahren 15000000 Menschen umgebracht haben.

Herodotus schätzt des Königs in Persien, Xerxis Armee auf 2000000. Wenn jede Person, eine in die andere gerechnet, des Tages 12 Groschen gekostet zu erhalten, machte es des Jahrs 8760000000 Groschen.

§. 30.

Es ist aber viel leichter eine gegebene Zahl auszusprechen (§. 29.), als eine zu numerirende Zahl ordent-

ordentlich hinzuschreiben. z. E. Es verlangte einer, ihr soltet fünfhundert und drey und siebenzig Millionen, zwey hundert und sechs und funfzig tausend, siebenhundert und fünf und zwanzig schreiben. Dieses fertig zu thun so mercket:

a) daß eine Million 2 Striche oder 2 Classen von Zahlen, eine Billion 4 u. s. f. erfordern (§. 29.), wenn sie nur bey Einern, Zehnern und Hunderten der Millionen und Billionen stehen bleiben. Habt ihr aber ein oder etliche tausend Millionen, so brauchet ihr 3 und bey ein oder etliche tausend Billionen habt ihr 5 Striche nöthig.

b) wenn nun einer sagte: z. E. fünfhundert und drey und siebenzig Millionen, so schreibet 573 hin, und indem er saget Millionen, so machet 2 Striche herunter (§. 29. 1.) hinter die geschriebene Zahl 573 | |

c) dann erwartet, ob er noch was darzu saget. Saget er noch was dazu, z. E. zweyhundert und sechs und funfzig tausend, siebenhundert und fünf und zwanzig, so schreibet dieses zwischen die 2 Striche, so daß zwischen jeden 3 Zahlen kommen. z. E. 573|256|725 lässet ers aber bey den Millionen, so füllet die 2 Striche jeden mit 3 Nullen aus, z. E.

573|000|000.

d) setzet über die siebente Zahl (3) das Zeichen der Millionen (§. 23.), auf solche Weise könnet ihr auch die Zahlen fertig schreiben.

§. 31.

Rechnen heisset aus gegebenen Zahlen eine andere finden (§. 1.); da ihr aber weder nach §. 28. eine

eine Zahl beym Numeriren finden sollet, noch nach §. 29. 30. eine gefunden habt, so erhellet, daß das Numeriren keine Rechnungs-Art seyn kan.

§. 32.

Weil man bey dem Rechnen aus gegebenen Zahlen eine andere finden soll, die von den gegebenen etwas anzeigt (§. 1.), diese gefundene Zahl aber nicht beurtheilt werden kan, ob sie das auch von den gegebenen anzeigt, was sie anzeigen soll, woferne man nicht weiß, wie groß dieselbe ist, das ist, wie man derselben ihren Werth beylegen soll (§. 28.), so siehet man die Ursache, warum das Numeriren zu allererst muß genommen werden.

§. 33.

I. Alle Theile von dem Ganzen zusammen genommen, sind so groß als das Ganze. z. E. Wenn ihr 12 Pf. habt, so habt ihr eben so viel, als wenn ihr einen ganzen Groschen hättet, 12 Pf. aber sind alle Theile vom Groschen.

II. Ein gleiches kan an des andern Stelle gesetzet werden; z. E. Ein 8 gr. Stück könnet ihr vor 8 Groschen nehmen, 12 Pfennige vor einen Groschen, ohne daß ihr mehr oder weniger habt als vorhin.

III. Wenn 2 Zahlen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich. z. E. 12. 2 Groschenstücke machen einen Rthlr. 24 Groschen machen auch einen Thaler, also sind 24 Groschen so viel als 12 zwey Groschenstücke.

§. 34.

Rechnen heißt aus gegebenen Zahlen eine andere finden (§. 1.). Soll dieses geschehen, so muß mit den gegebenen Zahlen eine Veränderung vorgenommen werden. Weil nun Zahlen Größen (quanta) sind (§ 4.), diese aber nur entweder vermehrt oder verringert werden können, so folget, daß man mit Zahlen eigentlich nur diese zwey

Ver-

Veränderungen vornehmen könne. Eine solche Veränderung der Zahlen, nennet man eine Rechnungs-Art.

Vom Addiren.

§. 35.

Es kan eine Zahl auf zweyerley Art grösser gemacht werden:

a) wenn man ungleichgültige Zahlen dazu zehlet (§. 27.). z. E.

6
( )
4
8
18

da ist aus 6 und 4 und 8 als ungleichgültigen Zahlen, 18, folglich mehr worden.

b) wenn man gleichgültige Zahlen (§. 27.) dazu setzet, z. E.

6
6
6
18

da ist aus 6 und 6 und 6 als gleichgültigen Zahlen wiederum 18 worden.

Nehmet ihr die erste Art vor euch, so habet ihr einige gegebene Zahlen, 6 4 8 daraus habt ihr eine andere, 18 gefunden, folglich habt ihr gerechnet (§. 1.). Sehet ihr aber dabey auf das, was euch die gefundene von den gegebenen anzeigt, so ists dieses, daß sie so groß ist, als die gegebenen zusammen genommen. Also ist das eine besondere Art von rechnen, welche addiren genennet wird.

§. 36.

§. 36.

Addiren heisset, aus gegebenen Zahlen eine andere finden, die anzeigt, wie groß die gegebenen zusammen genommen sind, oder welche eben so groß ist, als die gegebenen.

§. 37.

Die gegebenen Zahlen heissen die summirenden, die gefundene aber die Summe.

§. 38.

Wenn ihr Zahlen miteinander addiren wollet (§. 36.), so mercket folgende Regeln:

1) Setzet die gegebenen Zahlen dergestalt untereinander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen (§. 15. 18.).

2) Machet unter die gegebenen Zahlen einen Strich, z. E.

8843
2976

3) Nehmet eine jede Reihe (von der untern Cypher bis zur obern) nach der andern, und zehlet durch das Wörtlein UND erstlich die Einer, hernach die Zehner u. s. w. zusammen, z. E. 6 und 3 ist 9, 7 und 4 ist 11, 9 und 8 ist 17, 2 und 8 ist 10.

4) Wenn die Summe von einer Reihe nur aus einer Cypher z. E. 9 bestehet, so schreibet sie unter die Reihe (unter den Strich), welche ihr addiret.

5) Wenn die Summe der summirten Reihe aus 2 Cyphern bestehet, so setzet die zur rechten Hand unter die summirte Reihe, und die zur lincken Hand behaltet euch, entweder im Sinn: oder bemercket sie bey der folgenden mit

so

so viel Puncten, als sie Einer hat: oder schreibt sie anderswo hinaus, und wenn ihr die folgende Reihe addirt, so zehlet diese gebliebene Cypher allemal im Anfang dazu, z. E. 7 und 4 ist 11, schreibt 1 unter die andere Reihe, das andere 1 zehlet zu der folgenden Reihe: nemlich 9 und 8, z. E. 9 und 1 geblieben ist 10 und 8 dazu ist 18, schreibt 8 hin. Das Eins mercket wiederum. Endlich 2 und Eins geblieben ist 3 und 8 dazu ist 11. Da schreibet es aus, denn es ist keine Zahl mehr da, wozu ihr das 1 addiren köntet. Eben so machet es, wenn die Summe einer Reihe aus 3 Cyphern bestehet, z. E. es wäre die Summe der Zehner 135, so schreibet 5 unter die Zehner, 13 aber zehlet zur folgenden Reihe der Hunderte.

Bey einer Armee sind von gemeinen Soldaten

zu Fuß	25354
zu Pferd	12862
von Officirern	1025
von Weibern und andern Volck	10928

Wie viel sind das Personen zusammen? Sum. 50169

Ein Becker liefert vor eine solche Armee folgendes Brod (Laib)

1)	--	59828
2)	--	1538
3)	--	23587
4)	--	92532

Sum. 177485 Laib

Vier Kaufleute legen zu einer Handlung nach Ost-Indien zu dreymalen folgendes zusammen

das erstemal	1053526
das anderemal	4387685
das drittemal	3750827

Sum. 9192038 Rthlr.

§. 39.

§. 39.

Damit ihr aber wisset, warum ihr so verfahren müsset, so mercket bey der ersten Regel:

a) Zahlen von verschiedener Art lassen sich nicht addiren: Denn addiren bestehet darinnen, daß ihr eine Zahl gröſſer machet (§. 35. a). Eine Zahl könnet ihr nicht anders gröſſer machen, als wenn ihr Dinge von einer Art dazu setzet, und zusammen zählet (§. 4. 3.). Einer und Zehner, Zehner und Hundert sind keine Dinge von einer Art (§. 3), folglich könnet ihr die Einer nicht unter die Zehner u. s. w. setzen, und zusammen zählen: Also müsset ihr die Einer unter die Einer, Zehner unter die Zehner u. s. w. setzen, wenn ihr eine Zahl haben wollet: Daß aber Dinge von verschiedener Art sich nicht addiren lassen, könnet ihr aus einem Exempel sehen. Z. E. 3 Federn, 2 Bücher, 5 Groschen, wie viel sind das? Antwort: so lange ihr ihre Nahmen behalten sollet, könnet ihr sie nicht in einer Zahl angeben: Gebet ihr ihnen aber einen Nahmen, z. E. Dinge, könnet ihr antworten: 10 Dinge.

Bey der andern Regel.

b) Den Strich machet man, um die gegebenen Zahlen von den gefundenen zu unterscheiden.

Bey der dritten Regel.

c) Der menschliche Verstand ist nicht hinlänglich, oftmals nur eine etwas lange Reihe von Zahlen, will geschweigen etliche Reihen auf einmal zu übersehen, daß man gleich sagen könne, wie viel sie zusammen ausmachten; Derohalben muß man von einer Zahl zur andern gehen.

Bey der vierten und fünften Regel.

d) Weil Dinge von einer Art zusammen genommen werden müssen, wenn eine Zahl entstehen soll (§. 4.), und man nach Num. a. die Einer zu Einern, Zehner zu Zehnern setzen muß, so kan es auch da nicht anders seyn, als daß man die Cypher zur lincken Hand, zu der folgenden Reihe zählet (§. 16.). z. E. Wenn man sagt: 7) Zehner sind 11 Zehner, 11 Zehner machen ein Hun-
4) dert, und einen Zehner, das Hundert muß man zu Hundert setzen (Num. a.), das 1 zur lincken Hand ist das Hundert, und die Cyphern in der folgenden Reihe

sind auch Hundert: also muß man das Eins zur folgenden Reihe setzen. Dieses gilt nicht nur bey den Zehnern, sondern auch bey den Hunderten u. s. w. Das ist auch der Grund, warum man von der rechten gegen die lincke Hand verfähret.

§. 40.

Wenn man durch richtige Schlüsse darthut, man habe die Zahl gefunden, welche man habe finden sollen; so nennet man dieses den Beweiß von einem Exempel. Wenn man aber darthut, man habe nach den Regeln einer Rechnungs-Art richtig verfahren, heisset es die Probe.

§. 41.

Wollet ihr beweisen, ob ihr ein Exempel addirt habet (§. 36), so kan es so geschehen. Die Summe 9 ist gleich allen beyden Einern, 6 und 3, das müsset ihr an den Fingern abzählen können. Die Summe von 7 und 4 ist gleich 11 Zehner oder 110 (§. 18. 20.). Ferner die Summe von 8 und 9 ist gleich 17 Hunderte oder 1700 (§. 18. 20. 21.): endlich 6 und 2 sind gleich 8 Tausend oder 8000 (§. 18. 21.); folglich sind alle Theile der untern Zahl B gleich allen Theilen der obern Zahl A: mithin ist die ganze untere Zahl B so groß als die ganze obere Zahl A (§. 33. II.). Aus eben dem Grund ist die Zahl C so groß als B, folglich sind 2 Zahlen A und C einer dritten B gleich, derowegen ist auch die gefundene Zahl C, der gegebenen Zahl A gleich (§. 33. III.), und also habt ihr addirt (§. 36.).

2 9 7 6	}	A
6 8 4 3		
9	}	B
1 1 0		
1 7 0 0		
8 0 0 0		
9 8 1 9		C

§. 42.

§. 42.

Wollet ihr aber die Probe machen (§. 40.), so kan dieses im Addiren auf dreyerley Art geschehen. Erstlich, wenn ihr das Exempel nach (§. 38.) addirt, so machet:

a) Die gegebenen Zahlen zu lauter Neunern, z. E. 6 und 3 ist 9, 2 und 7 ist 9, 6 und 4 ist 9 und bleibt 1 übrig, das gebliebene 1 zur 8 ist 9, 9 ist 9, also bliebe oben nichts übrig über 9.

* Ihr müsset aber, so bald ihr die Zahlen zusammen zählet, dieselben gleich ausstreichen, daß ihr nicht eine Zahl 2mal nehmet.

b) Verfahret eben auch so in der gefundenen Zahl. Z. E. 8 und 1 ist 9, 9 ist 9, 9 ist 9.

c) Bleibet in der Summe so viel über 9 als in den summirenden Zahlen, so habet ihr recht addirt: Denn, die gegebenen Zahlen müssen so groß seyn als die gefundenen (§. 36.); bleibet aber nicht so viel übrig, so ist es falsch.

$$\begin{array}{r} \cancel{2}\,\cancel{9}\,\cancel{7}\,\cancel{6} \\ \cancel{6}\,\cancel{8}\,\cancel{4}\,\cancel{3} \\ \hline \cancel{9}\,\cancel{8}\,\cancel{1}\,\cancel{9} \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ \smile \\ 0 \end{array}$$

§. 43.

Es ist diese Probe nicht sicher zu gebrauchen, denn man darf nur (weil man nur das, was über 9 bleibet, bemercket) einen Neuner dazu setzen oder davon thun, so kommt unten und oben gleichviel heraus, und das Exempel kan doch falsch seyn. Daher hat man eine andere Art mit 9 die Probe zu machen erfunden, dadurch diesem Fehler kan abgeholffen werden. Man zählet nemlich die Neuner zweymal auf verschiedene Art. z. E. Wenn ihr

a) addirt, so sehet, wie viel 9 z. E. in Einern, Zehnern ꝛc. stecken, diese könnet ihr leicht finden; mercket nur, wenn die Summe aus 2 Zahlen bestehet, z. E. 16, so zeiget

euch die Cypher zur lincken, nemlich 1, an, wie viel Neuner in 16 stecken, alle beyde Zahlen aber zusammen genommen, wie viel noch über einen Neuner ist. Nemlich 7, derohalben

b) schreibet so viel Neuner mit Puncten oder Strichen auf die Seite, als hier in 16 stecken, nemlich einen.

c) Den Ueberschuß, das ist, die Zahl die über 9 bleibt, rechnet ihr nicht mit, denn den bekommt ihr unten, in der Summe.

d) Fahret so wie bey der ersten Reihe geschehen fort, bis ihr fertig seyd. z. E. 8 und 7 ist 15, darinnen steckt 1 Neuner, den schreibet ihr auch an, 8 und 3 ist 11, darinn ist noch ein Neuner, den schreibet also auch an; 5 und 6 ist 11, also noch einen angeschrieben.

e) Weil ihr den Ueberschuß nicht mit gerechnet, und er nun in der Summe steckt, so sehet, wie viel 9 in der Summe stecken; nemlich 1, und 8 bleiben übrig, zählet den Neuner zu den andern hinauf; so bleiben 5 Neuner, und aus den summirenden und Summe bleiben zusammen 8 über neun.

f) Endlich macht die gegebenen Zahlen nach (§. 42.) zu Neunern, zählet wieder dabey, wie viel Neuner ihr bekommt, und was übrig bleibt.

Kommen da so viel Neuner heraus als das erstemal, und bleibet auch eben das übrig, was vorher geblieben, so ist das Exempel richtig; Denn ihr habt ja die Neuner nur auf 2 verschiedene Arten gezählet, und da ihr sie gezählet, so könnet ihr den Fehler, daß ein Neuner weggeblieben oder zu viel gesetzt worden, nicht begehen.

Dieses Exempel ist falsch, und kommt doch nach der ersten Probe recht heraus (§. 42.).

6397	
5837	3
2235	3
6879	|||||
5387	8
12266	8
	|||||

§. 44.

§. 44.

Die dritte Art im Addiren die Probe zu machen, geschiehet durch das Subtrahiren; nemlich:

```
   6 9 8 3 4
   7 6 8 3 5
   2 7 6 8 2
 ---------------
 1 7.4.3 5.1
   6 9 8 3 4
 ---------------
 1.0.4.5.1 7
   7 6 8 3 5
 ---------------
   2 7 6 8 2
```

Wenn ihr obenstehendes Exempel addirt habet (§. 38.); so setzet unter die Summe die obere Reihe von den gegebenen Zahlen, z. E. 69834 und subtrahiret dieselben von 174351. Seyd ihr damit fertig, so nehmet die folgende Reihe 76835, und ziehet nochmals ab; bleibt nun die letzte Reihe 27682 im Rest übrig, so habet ihr recht addirt (§. 36.). Eine leichtere und artigere Probe ist diese: Wenn das Exempel fertig; so

1) Addiret eine Reihe Zahlen wieder nach der andern, aber fanget von der Lincken gegen die Rechte an.
2) Subtrahiret (§. 83.) die Summe von jeder Reihe gleich von der Summe, welche unter der Reihe stehet.
3) Kommt ihr bis auf die letzte Reihe, nemlich wo die Einer stehen, und es bleibt, nachdem sie addirt, und von der darunter stehenden Summe abgezogen ist, nichts übrig, so ist das Exempel richtig. Denn bliebe etwas übrig, so hättet ihr zu viel addirt, könntet ihr aber die addirte Reihe nicht abziehen, hättet ihr zu wenig addirt. Da ihr sie aber abziehen konntet, und bleibt nichts übrig, müssen die gegebenen Zahlen so groß seyn als die gefundene (§. 36.). Z. E.

```
   6 7 5 3
   5 7 8 7
 ---------------
 1 2.5.4.0
```

Sprechet 6 und 5 ist 11, 11 von 12 bleibt 1. die bemercket

mit einem Punct über der 2. denn es ist ein Tausend (§. 21). Weiter 7 und 3 ist 10. 10 von 11 (weil ihr das Punct als Zehner ansehen müsset (§. 16.),) bleibt 1. das bemercket wieder über der 5 mit einem Strich oder Punct. Ferner 5 und 8 ist 13. 13 von 14 bleibt 1. vergesset auch da das Eins nicht zu bemercken über der 4. Endlich 7 und 3 ist 10. 10 von 10 gehet auf. Man siehet leichte, daß diese Probe nur mit denjenigen könne vorgenommen werden, welche bereits subtrahiren gelernet; und daß sie ihnen dazu diene, sich noch besser darinne zu üben.

§. 45.

Kommen lange Reihen zu addiren vor (§. 38.), so könnt ihr euch die Sache dadurch leichter machen:

a) Theilet die lange Reihe in 2 oder 3 oder 4 Theile.

b) Addiret erstlich nach §. 38. den Theil A, und schreibet die Summe unter den darneben gemachten Strich.

c) addirt auch den Theil B, und nehmet die Summe von A dazu. z.E. 2 und 5 und 3 und 3 ist 13. 8 und 9 und 8 und 8 ist 33. u. s.w.

d) Ferner addiret den Theil C, und nehmet die Summe von B wie vorhero dazu.

e) Endlich auch D, und nehmet die Summe von C darzu. So habt ihr die Summe von A.B.C.D. und dürfet nicht so viel Zahlen wie ordentlich hinauf zählen (§. 38. n. 3.).

A	6879		
	3526		
	5278		
	2983	15683	
B	7695		
	7282		
	5682	33643	
C	7692		
	5763		
	8276	52780	
D	8276		
	69332		

Ein

1) Ein Steuer-Einnehmer liefert folgende Steuren

2) Ein Fleischer giebt nach und nach einem Wirth folgendes Fleisch

Pfund		Rthl.		
23		362		
52		572		
46		435		
72		297	1369	
45	193	512		
21		382		
65		827	2560	
38	324	697		
32		852		
48		438	4936	
76		276		
518 Pf.		525		
		6175 Rthl.		

3) Man sammlet vor einen gewissen Bau in einer Stadt folgendes Geld . . . 172

4) Ein Kind sparet sich folgendes Geld . . 8 Groschen

17		36		
22		42		
5	47	38		
1		521	288	
7		36		
24		3		
8	84	972		
30		54	1820	
4		22		
126 Gr.		8		
		537		
		2441 Rthl.		

§. 46.

Bishero ist gehandelt worden von den Zahlen überhaupt, ohne bey dem Addiren zu sehen, was es vor Grössen seyn sollen; ob nemlich von der vorhergehenden Zahl weniger oder mehr als Zehen auf ein Ganzes bey der folgenden Zahl gehen. Nun kommen Zahlen vor, da zwar auch entweder mit einem Wort oder Zeichen angedeutet wird, was es vor Dinge seyn: z. E. ob es Thaler, Groschen, Pfund, Loth, u. s. w. Aber man darf bey diesen Zahlen nicht allezeit, wie vorhero, auf Zehen zählen; denn es gehen oft weniger als Zehen von der vorhergehenden Sorte auf ein Ganzes, in der folgenden; oft auch mehr. z. E. 4 Quintgen machen schon ein Loth; hingegen machen 24 Groschen erst einen Thaler. Man nennet diese genannte Zahlen.

§. 47.

Genannte Zahlen zu addiren (§. 38.), mercket: daß ihr

1) die Zahlen etwas aus einander setzet, z. E.

Pfund		Loth		Quintgen
15	--	23	--	2
16	--	8	--	3
32	--	0	--	1

2) wiederhohlet die Regeln aus §. 38. Num. 1. 2. 3.

4) wenn die vorhergehende Sorte ein Ganzes von der folgenden ausmacht, so zählet es zu der folgenden, und was über das Ganze bleibt, setzet unter die addirten Zahlen.

len. Z. E. 2 und 3 Quintgen sind 5 Quintgen, die machen ein Loth und 1 Quintgen, setzet das 1 als das überbliebene Quintgen unter die Quintgen, das Loth aber zählet nach §. 38. Num. 5. zu den Lothen.

Sprechet ferner 23 Loth und 8 und 1 geblieben, sind 32, das machet ein Pfund, also setzet unter die Loth eine 0, u. zählet das Pfund zu 16 Pfund. Endlich addirt hier die Pfund als die letzte Zahl ordentlich und zählet das Eins dazu. Z. E. 15 und 16 und 1 macht 32 Pfund, so habet ihr heraus gebracht, wie viel die genannten gegebenen Zahlen, zusammen genommen, ausmachen (§. 36.), d. i. ihr habet mit genannten Zahlen addirt.

1) Ein Kaufmann bekommt mit einem Schiff aus Ost-Indien folgendes Gewürz:

Centn.	Stein	Pfund	Loth	Quintl.	Pfgew.
35	2	14	13	2	3
26	4	18	23	1	1
72	3	20	6	3	2
Sum. 135	1	9	11	3	2

2) Ein Beamter nimmt ein

Rthl.	Grosch.	Pf.	Heller
24	3	5	1
272	18	11	1
627	5	9	0
201	6	2	1
1125	10	4	1

3) Ein Bauer muß seinem Herrn folgendes Getraid liefern:

Wisp.	Malt.	Scheff.	Viert.	Metz.
23	1	7	3	2
36	0	10	2	3
54	1	3	3	2
114	1	10	1	3

4) Ein Bierbrauer brauet in 4 Wochen folgendes Bier:

Gebr.	Faß	Viert.	Tonn.	Kann.	Nösel
3	16	1	1	62	1
15	8	0	0	15	1
7	13	1	1	16	1
26	14	1	1	19	1

5) Es legen 3 Personen folgendes Alter zurück, wie viel Jahre bringen sie zusammen?

Jahre	Mon.	Tage	Stund.	Minut.
72	5	3	6	5
68	7	21	15	32
84	11	26	23	59
226	0	21	21	36

§. 48.

Es ist hier zu mercken, 1) daß man sich zuerst bekümmern müsse, wie viel von der gegebenen kleinern Sorte eine grössere ausmache, und das findet ihr unten in der angehängten Tabelle. 2) Daß man die Zahlen auch hier wie §. 45. addiren kan, wenn lange Reihen vorkommen. 3) Wenn man grosse und lange Reihen da zu addiren hat, so kan man wohl gar nicht, oder doch sehr schlecht zurecht kommen, wo man nicht multipliciren und dividiren gelernt, daher kan man die 4 Rechnungs-Arten (§ 36. 51. 81. 92.) mit genannten Zahlen (§. 46.) so lange ausgesetzt lassen, bis man die 4 Rechnungs-Arten von ungenannten oder gemeinen Zahlen durch hat.

§. 49.

Wenn ihr gleiches zu gleichem addiret, kommt gleiches heraus. Denn eine Zahl entstehet, wenn ihr Dinge von einer Art zusammen zählet (§. 4.). Also bekommet ihr 2 Zahlen, wenn ihr zweymal Dinge von einer Art beson-

besonders zusammen zählet (§. 3. 4.), folglich müssen 2 gleiche Zahlen heraus kommen, wenn ihr zweymal gleichviel Dinge von einer Art zusammen zählet. Wenn ihr 2 gleiche Zahlen habt, z. E. 8 und 8, und leget wieder gleich viel Dinge dazu von einer Art 2 und 2, so muß wieder eine Zahl, und zwar eine gleiche Zahl heraus kommen; wenn ihr aber Zahlen zusammen zählet, heisset das addiren (§. 36); also, wenn ihr gleiches zu gleichem addiret, so kommt gleiches heraus. Z. E. 8 ist gleich 8, zählet zu beyden Achten wieder zwey gleiche Zahlen, z. E. zwey 4, so kommt beydesmal 12 heraus.

695	695	48	48	7†3 = 10
695	695	40	40	2†2 = 4
1390	1390	88	88	9†5 = 14

Man hat sowol wegen gewisser Beweise, als auch anderer Ursachen vor nöthig befunden, die Zeichen, deren sich die Mathematici bedienen, hierher zu setzen, damit man, wenn sie unten vorkommen, wisse, was man haben wolle. Wollen sie also anzeigen, es seyen 2 Sachen einander gleich, so machen sie dieses Zeichen (=). Z. E. 6 = 6.

Beym Addiren gebrauchen sie dieses Zeichen (†) und das heisset und. Z E. 6†4 = 10. 6 und 4 ist gleich 10.

Beym Multipliciren einen Punct (.) bedeutet multiplicirt. Z. E. 4. 3 = 12. 4 multiplicirt mit 3, ist gleich 12.

Beym Subtrahiren dieses (—) bedeutet weniger, oder abgezogen. Z. E. 8 — 2 = 6. 8 weniger 2 ist gleich 6.

Beym Dividiren 2 Puncte (:) bedeuten dividirt. z. E. 24 : 6 = 4, 24 dividirt mit 6 ist gleich 4.

Vom Multipliciren.

§. 50.

Die andere Art, die Zahlen zu vergrössern, war, daß man lauter gleichgültige Cyphern dazu zählen mußte (§. 35. b.), kurtz eine Zahl etlichemal zu sich addiren (§. 38.). Derohalben, da ihr hier aus gegebenen

gebenen Zahlen eine andere findet, so ist auch dieses eine Art vom Rechnen (§. 1.). Es müssen aber dabey 2 Zahlen gegeben seyn; Eine, welche man etlichemal nehmen soll. Z. E. 3, die andere, welche weiset, wie oft man die erste nehmen soll; z. E. 4. Wenn ihr nun untersuchet, was euch die, durch die 2 gegebenen Zahlen 3, und 4 gefundene Zahl anzeigt, so findet ihr: so oft Eins in der einen gegebenen Zahl 3 enthalten, so oft ist die andere gegebene Zahl 4 in der gefundenen 12 enthalten; dieses ist eine besondere Rechnungs-Art, welche man multipliciren nennet.

3
3
3 (4
3
12

§. 51.

Multipliciren heisset aus zwey gegebenen Zahlen eine andere finden, in welcher die eine gegebene so oft stecket, als die andere Einheiten hat (§. 50.).

§. 52.

Man siehet aus §. 50, daß, ob man wohl daselbst das Multipliciren als eine besondere Rechnungs-Art, in Ansehung der gefundenen Zahl, angegeben, es doch in der That nichts anders sey, als ein oft wiederhohltes und vortheilhaftiges Addiren. Daher man Kindern sicher beybringen kan: eine Zahl etlichemal zu sich addiren, heisse Multipliciren.

§. 53.

Hieraus wird man die Ursache erkennen, warum Multipliciren gleich nach dem Addiren gesetzt worden; nemlich 1) weil durch Addiren und Multipliciren die Zahlen vergrössert werden, und also natürlich auf einander folgen. 2) Weil Addiren und Multipliciren einerley sind (§. 52.), und das Multipliciren nur ein vortheilhaftiges Addiren. 3) Weil man bey dem Multipliciren das Subtrahiren nicht nöthig hat, und dieses deswegen wohl nach jenem

jenem stehen kan. 4) Weil die Erfahrung lehret, daß, wenn Kinder das Einmal Eins gelernt, ihnen das Multipliciren viel leichter ist als das Subtrahiren.

§. 54.

Bey der Multiplication heissen die beyden gegebenen Zahlen die Factoren, die gefundenen aber das Factum oder Product.

§. 55.

Wenn man gleiches mit gleichem multipliciret, kommt gleiches heraus. Denn Multipliciren ist ein wiederholtes Addiren (§. 52.); wenn ihr aber gleiches zu gleichem addirt, kommt gleiches heraus (§. 49.). Da nun, wenn die Factorn gleich sind, ihr gleiches zu gleichem (und zwar nur etliche, doch gleich vielmal) vortheilhaftig addirt oder multiplicirt: so muß gleiches heraus kommen.

7	7	92	92	5†4=9
4	4	92	92	6 6
28	28	184	184	30†24=54
		828	828	
		8464	8464	

§. 56.

Daß das Multipliciren aber ein vortheilhaftiges Addiren seye, werdet ihr daraus erkennen, wenn ihr z.E. 6837 mit 637 multipliciren wolltet, so solltet ihr nach (§. 50.) 6837, 637 mal hinschreiben und sodenn addiren (§. 38). Was vor Zeit, Mühe und Papier würde das bey noch grössern Exempeln kosten? Dieser Weitläuftigkeit aber abzuhelffen, hat man eine gewisse Tabelle erfunden, welche man das Einmal Eins nennet, (Lateinisch, Abacum Pythagoricum, weil ihn Pythagoras soll erfunden haben,) vermittelst der man sehr leichte und vortheilhaftig multipliciren kan. Man verstehet aber dadurch

durch eine gewisse Tabelle, darauf das 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. und 9fache von allen 9 Cyphern stehet. z.E. Wie viel 7, 8mal genommen, macht, wie viel 9, neunmal genommen, macht, u. s. w.

§. 57.

Ein Einmal Eins aufzusetzen, geschiehet bloß durch das Addiren. Setzet

1) die neun Cyphern (§. 13.) in ihrer Ordnung hin.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	9	12	16	20	24	28	32	36
5	12	15	20	25	30	35	40	45
6	15	18	24	30	36	42	48	54
7	18	21	28	35	42	49	56	63
8	21	24	32	40	48	56	64	72
9	24	27	36	45	54	63	72	81

2) machet unter dieselben einen Strich, und addiret sie, jede zu sich selbst, so habt ihr das Zweyfache von allen 9 Cyphern.

3) machet unter das Zweyfache wieder einen Strich, und addiret die beyden Reihen zusammen, so bekommt ihr das Dreyfache.

4) Machet wieder einen Strich darunter, und addiret das Zweyfache zu sich selbst, oder

oder das Drey- und Einfache, so bekommt ihr das Vierfache.

5) Fahret also fort, und machet allezeit einen Strich, und addiret ferner das Zwey- und Dreyfache, so bekommt ihr das Fünffache. Das Dreyfache zu sich selbst, giebt das Sechsfache; das Drey- und Vierfache, giebt das Siebenfache; das Vierfache zu sich selbst, giebt das Achtfache; das Vier- und Fünffache, giebt das Neunfache.

§. 58.

Es kommen in dieser Tabelle viele Zahlen zweymal vor, z. E. 63. 54. die überflüßig sind, daher könnt ihr sie noch kürtzer machen, wenn ihr nemlich bey der andern Reihe eins, bey der dritten zwey, bey der vierten drey, und also immer ein Fach mehr weguehmet, so ist die obere Helfte von der beystehenden Figur, euer verlangtes Einmal Eins.

§. 59.

Der Gebrauch von dieser Tabelle ist dieser: wenn ihr wissen wollet, wie viel drey 7mal genommen, ausmacht; so sucht in der dritten Reihe das Fach, wo 7 oben drüber stehet, so findet ihr 21. Ferner, wie viel 6mal 8 seye, so suchet in der sechsten Reihe das Fach, wo 8 drüber stehet, so findet ihr 48. u. s. w.

§. 60.

Weil alle Zahlen, sie mögen so groß seyn, als sie immer wollen, durch diese 9 Cyphern ausgedruckt werden können (§. 11. b.), und bey mehrern Zahlen es nur auf die Stelle ankommt (§. 18.20.21. 23.); so kan man auch vermittelst dieser Tabelle, das Ein- bis Neunfache von allen Zahlen ausdrücken. Z. E. Wenn ihr wissen wollet, wie viel 6000, 3000 mal genommen macht, so solte es manchen schwer fallen, es gleich zu sagen; Betrachtet ihr aber 6 und 3 jetzo

als

als Einer, und setzet das Product 18 sodann erst in die Stelle, wo es nach §. 23. hin soll, so könnt ihr allemal aus dem Einmal Eins sagen, wie viel es austrägt: nemlich 18000000. denn da oben und unten 3 Nullen sind, so kommt 18 in die siebende Stelle, und vorhero gehen 6 Nullen (§. 69.

§. 61.

Zwey Zahlen vermittelst des Einmal Eins zu multipliciren (§. 51.):

1) Schreibet beyde Factoren (§. 54.) so unter einander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen (§. 39. a.).

2) Machet unter die gegebenen Zahlen einen Strich (§. 39. b.).

3) Fanget von den Einern an, und gehet damit die ganze obere Zahl durch (§. 39. d.). Sprechet z. E. 5 mal 8 ist 40, (§. 57.) schreibet die Null unter die Einer, die 4 aber, weil es Zehner sind (§. 18.), zählet zu der folgenden Zahl. Z. E. 5 mal 7 ist 35. und 4 dazu ist 39. bleibt 3, setzet die 9 unter die Zehner, denn 7 sind Zehner gewesen, die ihr multiplicirt (§. 18.). Ferner: 5 mal 9 ist 45. und 3 dazu ist 48. schreibet 8 unter die Hunderte (§. 21.), und endlich 5 mal 8 ist 40, 4 geblieben ist 44, schreibet dieses aus (§. 38. Num. 5.). Auf diese Weise multiplicirt ihr, wenn der eine Factor nur ein einzele Zahl ist.

8978	5070106	530002
5	4	6
44890	20280424	3180012

§. 62.

§. 62.

Wenn aber beyde Factoren aus vielen Zahlen bestehen, so können folgende Fälle vorkommen, nemlich es sind in der Zahl, mit der ihr multipliciren sollet, entweder Nullen, oder es sind keine da. Sind keine da, so verfahret also:

1) Wender die Regeln (§. 61. Num 1. 2. 3.) auch hier an.

2) Wenn ihr mit den Einern z. E. mit 4. die ganze obere Zahl durch multiplicirt, so gehet

3) zu der andern Zahl, und multiplicirt mit 3 die ganze obere Zahl wieder durch, wie ihr §. 61. Num. 3. gemacht, nur daß ihr die erste Zahl in die andere Stelle setzet, z. E. 3 mal 5 thut 15, also setzet 5 in die andere Stelle, weil ihr hier mit Zehnern multipliciret (§. 18.); mithin könnet ihr die Regel mercken: Die Zahl, welche heraus kommt, schreibet unter diejenige, womit ihr multipliciret. Folglich wenn es Hundert sind, muß man 2 Zahlen einrücken, sinds Tausende, 3 Zahlen, u. s. w.

4) Wenn ihr nun alle Zahlen, als erstlich die Einer, Zehner, und endlich hier die Hunderte durch multiplicirt habt, so addirt diese 3 Reihen zusammen (§. 38.), damit ihr wisset, wie viel 67985, 234 mal genommen, ausmacht. Denn Multipliciren heisset nur eine Zahl finden (§. 51.), wenn ihr aber nicht addirtet, hättet ihr 3 Zahlen.

67985	857397	534
234	4235	6942
271940	4286985	1068
203955	2572191	2136
135970	1714794	4806
15908490	3429588	3204
	3631076295	3707028

§. 41.

Haben aber die Factoren Nullen, so sind sie entweder:

Bey der obern am Ende allein, z. E. 62700 27

Oder bey der untern am Ende allein, z. E. 63548 400

Oder bey der obern in der Mitte allein, z. E. 57006 232

Oder bey der untern in der Mitte allein, z. E. 69764 2004

Oder bey allen beyden in der Mitte, z. E. 32002 2004

Oder bey allen beyden am Ende, z. E. 3200 200

Oder bey allen beyden am Ende und Mitte zugleich, z. E. 600300 20050

§. 64.

Was Num. 1. §. 63. anlanget, so solltet ihr eigentlich sagen: 7mal Null ist Null, (§. 26.) 7mal 0 ist Null, 7mal 7 ist 49, und so denn nach §. 61. Num.

Num. 3. multipliciren. Ferner 2mal 0 ist Null, 2mal 0 ist Null, 2mal 7 ist 14, u.s.w. Da ihr aber 4 Nullen ganz umsonst hinschreibet, und eben das heraus kommt, wenn ihr die Regel mercket: **Die gültigen Zahlen der unteren setzet man unter die gültigen Zahlen der obern setze, die Nullen aber zur rechten hinaus, und sodann multipliciret nach §. 62. so erwählet lieber das Kürzere.**

* Fraget ihr, warum bey dem untern Factor, da 7 nur Einer sind, man es doch unter die Hunderte setzet, und also wider §. 61. N. 1. fehlet? so fällt die Antwort: Eigentlich sollte das 7 unter der ersten Null stehen, und 2 unter der andern, weil man aber da 4 Nullen statt 2 setzen muß, und man doch auch 7 als Einer mit 7 als Hundert noch multipliciren soll, so erwählet man das Kürzere, und setzet die gültige Zahlen gleich unter die gültige.

62700	62700	65000
27	27	253
438900	438900	195000
1254	125400	325
1692900	1692900	130
		16445000

§. 65.

Sind bey dem untern Factor allein am Ende Nullen, so würdet ihr hier wieder 3 Reihen Nullen vergeblich schreiben müssen, derohalben, **wenn der untere Factor am Ende Nullen hat, so mercket die §. 64. gegebene Regel.**

876	539	68
200	32000	2500
175200	1078000	34000
	1617	136
	17248000	170000

§. 66.

Wenn aber der obere Factor in der Mitte Nullen hat, so ist dabey gar keine Schwierigkeit, sondern ihr sprechet: 3mal 6 ist 18, setzet das 8 unter die Einer, und zehlet das 1 zur folgenden Nulle, 3mal 0 ist Null oder nichts (§. 26.), das 1 dazu ist Eins; Also mercket: Wenn auf die gültige Zahl eine Null folget, so schreibet die Zahlen des facti, wenn ihrer 2 sind, nur gleich aus: Weiter 3 mal 0 ist Null, da setzet Null hin, u. s. f.

4006	70003
43	254
12018	280012
16024	350015
172258	140006
	17780762

§. 67.

Hat der untere Factor in der Mitte Nullen, so würdet ihr, wenn ihr die Nullen mitnehmen wollet, eigentlich 2 ganze Reihen Nullen vergeblich hinschreiben, z. E. Null mal 4 ist Null, und s. w. da aber die Null nichts bedeuten, wo keine gültige Zahl vorhergehet (§. 26.), so könnet ihr nur gleich mit der gültigen Zahl 2 (§. 34.) multipliciren, und dabey

bey folgende Regel mercken: Wenn ihr mit der Zahl nach den Nullen multipliciret, so setzet die erste Cypher von den Zahlen, die heraus kommen, unter die Cypher, womit ihr multiplicirt. Z. E.

69764	69764	5278
2004	2004	5003
279056	279056	15834
139528	00000	26390
139807056	00000	26405834
	139528	
	139807056	

§. 68.

Wenn bey den 2 Factoren oder gegebenen Zahlen in der Mitte Nullen sind, so dürffet ihr nur die in §. 66. und 67. gegebenen Regeln zugleich anwenden.

67004	50004
203	30052
201012	100008
134008	250020
13601812	150012
	1502720208

§. 69.

Wenn aber beyde gegebene Zahlen am Ende Nullen haben, so mercket, die in §. 64. und 65. angezeigte Weitläuftigkeit zu vermeiden, folgende Regeln:

1) Setzet so viele Nullen unter den Strich, als beyde gegebene Zahlen zusammen haben z. E. hier 5 Nullen.
2) Multipliciret die gültige Zahlen ordentlich nach §. 62

6200	52000	450
5 000	34 0	423 00
31000000	2080000	135000
	156	90
	17680000	180
		19035000

§. 70.

Wenn endlich beyde gegebene Zahlen am Ende und in der Mitte Nullen haben, so mercket die in §. 69. 66. und 67. gegebene Regeln. Z. E.

a) Setzet 4 Nullen unter den Strich; denn so viel haben beyde Zahlen am Ende.
b) Multipliciret: 3mal 4 ist 12, und weil eine Null darauf folget, so schreibet 12 aus (§. 66.), 3mal Null ist Null, 3mal 7 ist 21.
c) Nehmet das 2 und sprechet: 2mal 4 ist 8, setzet die heraus gekomme Zahl 8 unter die Cypher, womit ihr multipliciret, das ist 2. Ferner 2mal 7 ist 14 u. s. w.

700400	50030
203 00	4006 00
210120000	30018000
14008	20012
14218120000	200420180000

Anmer-

Anmerckung einiger Vortheile beym Multipliciren, so denen zu statten kommen, welche das Einmal Eins nicht können lernen.

3276
24
13104
6552
78624

Bey diesem Exempel könnet ihr 1) den obern Factor nehmen und zu sich addiren, so bekommet ihr das Zweyfache.
2) Dieses Zweyfache nur um eine Zahl eingerücket.
3) Das Zweyfache zu sich selber addirt, und die Summe davon oben hingesetzet, so, daß dessen erste Zahl hier (4) unter die 4 des kleinen Factors zu stehen kommet, und alsdenn die 2 Producte addirt, so habt ihr da ohne Einmal Eins multiplicirt.

57638
852
115276
2881900
461104
49107576

Hier könnet ihr ohne das Einmal Eins so verfahren:
1 Addirt das Einfache zu sich selbst, so bekommet ihr das Zweyfache, das schreibet ordentlich unter.
2) Addirt dieses Zweyfache zu sich selbst, und zählet das Einfache dazu, so habt ihr das Fünffache, das rücket um eine Zahl ein.
3) Addirt das Fünf- und Zweyfache zusammen, und zählet wieder das Einfache dazu, so giebt es das Achtfache, das rücket wieder um eine Zahl ein.
4) Addirt endlich diese Producte zusammen, so habet ihr auch da ohne Einmal Eins multiplicirt.

```
        84295
          396
    ---------
    252885..
      505770
     758655.
    ---------
    33380820
```

Hier verfahret also:

1) Zählet das Einfache 3 mal zusammen, und schreibet die Summe davon so, daß dessen erste Zahl zur Rechten unter der 3 zu stehen kommt.
2) Addirt das Dreyfache zu sich selbst, so bekommt ihr das Sechsfache, und das schreibet so, daß dessen erste Zahl zur Rechten unter die erste Zahl z. E. 6. des Factors kommet.
3) Addirt das Sechs- und Dreyfache, so habt ihr das Neunfache, und dessen erste Zahl schreibet unter die 9 oder mittlere Zahl.
4) Addirt die Producte wieder.

```
          887523
           34375
    ---------------
      2662569..
  2662569....
    3550092...
    ..6212661.
    ...4437615
  ---------------
  30508603125
```

Bey diesem Exempel mercket:

1) Wenn ihr das Einfache 3mal addirt zu sich selber, so habt ihr das Dreyfache von dem obern Factor.
2) Weil 3 nochmals da ist, so dürffet ihr nur wieder das Dreyfache an seinen gehörigen Ort schreiben.
3) Das Drey- und Einfache giebt das Vierfache.
4) Das Drey- und Vierfache giebt das Siebenfache.
5) Das Vier- und Einfache aber das Fünffache; also addirt diese Producte oder vielmehr Summen nur zusammen.

Warum

Warum man die Zahlen so setze, wird jeder leicht einsehen; denn es gründet sich auf die im Multipliciren gegebene Regeln, welche man aber Kürze wegen ausgelassen. Warum man aber das vor einen Vortheil ausgebe, wird nicht allen sogleich klar seyn: derohalben ist zu wissen, daß sie nicht denen, die das Einmal Eins vollkommen können, als Vortheile, sondern nur denen, welche das Einmal Eins nicht lernen können, als solche angegeben werden. Man hat dadurch einer langen Beschreibung von den sogenannten baculis Nepperianis entübriget seyn wollen.

§. 71.

Wollet ihr erweisen, daß ihr multipliciret, wenn ihr nach den Regeln (§. 61) verfahret, so kan es so geschehen: 2, 3mal genommen, ist gleich 6, vermöge des Einmal Eins (§. 57.), 3, 3mal genommen, ist gleich 9, 4, 3mal genommen, ist gleich 12: folglich sind alle Theile von der einen gegebenen Zahl 432, in allen Theilen der gefundenen Zahl so oft enthalten, als die andere gegebene Zahl Einer hat, nemlich 3 mal. Also ist das ganze gegebene 432, auch in dem ganzen gefundenen 1296, 3mal enthalten (§. 33. I.). Derohalben habt ihr multiplicirt (§. 51.).

```
  4 3 2
      3
-------
1 2 9 6
```

§. 72.

Die Probe vom Multipliciren kan auf zweyerley Art gemacht werden:

Wenn man schon dividiren gelernet, und sich noch mehr darinnen üben will, so dividiret (§. 92.) man das herausgekommene Product (§. 54) mit einer von den gegebenen Zahlen, es sey welche es wolle, so muß die andere herauskommen. Z. E. ihr habt 264, 24mal nehmen

müssen, bis daß 6336 heraus kommen ist (§. 62.), also muß auch bey 6336, dividirt mit 264, 24 mal heraus kommen, und das ist die andere gegebene Zahl.

6843	xxx	
54	4556	
27372	369422	(6843
34215	54444	
369522	555	

§. 73.

Wenn ihr also ein Product und einen Factor von dem Product habet, so könnet ihr durch das Dividiren den andern Factor finden (§. 72).

24 f6	6 32 f4
4	4 8
	24

§. 74.

Die andere Probe könnet ihr mit 9 machen; denn das Multipliciren ist ein wiederhohltes Addiren (§. 52.), da nun die Probe mit 9 beym Addiren angehet, so muß man sie auch bey dem Multipliciren anwenden können, und zwar auf folgende Art:

1) Sehet nach §. 42. Num. I. wie viel in der obern gegebenen Zahl über 9 steckt, z. E. 5, und schreibt es neben an.
2) Multipliciret die erste Zahl von dem untern Factor (3), mit der angeschrieben (5), und addirt die 2 Zahlen, woraus das Product bestehet, zusammen, z. E. 3 mal 5 ist 15, 1 und 5 ist 6: So viel nun bey der Summe

me über 9 bleibt, so viel bleibt auch in dem Product aus 5387 mit 3, über 9; denn wenn ihr 5387 einmal nehmet, bleibt 5 (Num. 1.), nehmet ihrs 3mal, bleibt 3 mal 5, und das ist 15, und also 6 über 9, folglich muß im Product 16161 auch 6 über 9 bleiben.

3) Setzet die Zahl, die in dem Product aus 3 in 5 über 9 geblieben, auch neben an, z. E. hier 6.

4) Sehet, ob in 16161 so viel über 9 bleibt, als ihr neben angeschrieben.

5) Gehet weiter fort, nehmet die Zehner aus dem untern Factor, und multipliciret sie mit der angeschriebenen Zahl 5. Z. E. Sprechet 2mal 5 ist 10; 1 und 0 ist 1, also muß in 10774, 1 über 9 bleiben; schreibet auch das neben an.

6) Nehmet die dritte Zahl, z. E. 4. verfahret damit nach Num. 2. und 5. Z. E. Sprechet 4mal 5 ist 20, 2 und 0 ist 2, folglich bleibt in 21548 auch 2 über 9; das setzet auch hin.

7) Wenn ihr nun bey jeder Reihe nach §. 42. Num. 1. untersuchet habt, ob so viel über 9 bleibet, als ihr neben angeschrieben, so addiret endlich die neben angeschriebene Zahlen, als 6. 1. 2. so viel nun hier in der Summe über 9 bleibet, so viel muß auch in dem Product 2278701 über 9 bleiben, nemlich überall nichts (§. 42. c.).

Ihr könnet diese Probe jedesmal machen, so oft als ihr eine Reihe multipliciret habt, so könnet ihr gleich sehen, ob ihr gefehlet oder nicht.

5387

5387	(5)	57983	(5)
423		325	
16161	6)	289915	7)
10774	1)	115966	1)
21548	2)	173949	6)
2278701	(0)	18844475	(5)

§. 75.

Genannte Zahlen zu multipliciren (§. 61. 46).

1) Brauchet auch hier die Regel in §. 47. Num. 1. daß ihr die Zahlen etwas auseinander setzet, weil es nicht Zehner, Hunderte, u. s. w. sind.

2) Setzet die Zahl, mit der ihr multipliciren sollet, (oder die euch weiset, wie oft ihr 6 Reichsthaler, 8 Groschen, 7 Pfennige, 1 Heller nehmen sollet,) neben hin.

3) Machet unter die zu multiplicirende Zahlen einen Strich (§. 39. b.).

4) Multipliciret nun eine jede von den gegebenen Zahlen mit der andern gegebenen 6. Sprechet 1 mal 6 ist 6, das sind aber 6 Heller, die machen 3 Pfennige. Pfennige muß man zu Pfennigen setzen (§. 39. a.), folglich schreibet unter die Heller (0). Ferner 6 mal 7 ist 42, und 3 dazu sind 45, nemlich Pfennige, das macht 3 Groschen und 9 Pfennige, folglich schreibet 9 unter die Pfennige, 3 aber zählet zu den Groschen. Weiter 6 mal 8 ist 48, und 3 dazu macht 51 Groschen, das sind 2 Thaler und 3 Groschen. Setzet unter die Groschen 3, die 2 werden zu den Thalern gezählet. Endlich 6 mal 6 ist 36, und 2 dazu,

dazu, sind 38 Reichsthaler; das schreibet aus (§. 38. Num. 5.). Folglich wäre das Product 38 Reichsthaler, 3 Groschen, 9 Pfennige, = Heller.

Thal.		Grosch.		Pfen.		Heller.	
6	=	8	=	7	=	1	(6)
38	=	3	=	9	=	0	

Ein Buchdrucker hat in 18 Schrift-Kästen 432 Fächer, in jedem liegen 236 Buchstaben, wie viel hat er wohl in allen Buchstaben?

```
          4 3 2
          2 3 6
        -------
        2 5 9 2
      1 2 9 6
      8 6 4
      -------
Antw. 1 0 1 9 5 2
```

Ein Beamter hat seinem Herrn alle Jahr 5326 Reichsthaler, 18 Groschen Steuer geliefert, und das 15 Jahr lang, wie viel trägt das aus? Antwort: 79901 Thl. 6 Gr.

§. 76.

Durch dieses Multipliciren lassen sich alle grössere Sorten in ihre kleinere verwandeln (§. 75.). Denn wenn ihr z. E. 12 Reichsthaler in lauter Groschen verwandeln wollet, so müsset ihr, weil ein Reichsthaler 24mal mehr ist als ein Groschen, auch eine Zahl schaffen, die 24mal grösser ist als 12, wenn ihr lauter Groschen haben wollet. Wenn ihr nun 24 mit 12 multipliciret, so findet ihr eine Zahl, darinn 12, 24mal stecket, d. i. die so groß ist als 12,

24mal

24 mal genommen (§. 51). Folglich machet ihr die Reichsthaler zu Groschen, wenn ihr die Anzahl der Reichsthaler mit 24 multipliciret. Es gehet aber dieses nicht nur bey den Reichsthalern, sondern auch bey allen andern Sorten an; Nemlich die grössere Sorte lässet sich zur kleinern bringen, wenn man sie mit allen Theilen von der kleinern Sorte, die Eins von der grössern Sorte ausmachen, multipliciret. Z. E. 32 muß man nehmen, wenn man die Pfund zu Loth machen will, u. s. w. welches sich aus der angehängten Tabelle wird erkennen lassen.

Ein Münz-Meister begehrt zu wissen, wie viel 2380 Reichsthaler Pfennige ausmachen? Antwort: 685440 Pfennige.

Ein Würz-Kramer will zwey Centner Pfeffer Quentgen weiß verkauffen, und solche in Pappiergen thun, wie viel braucht er solcher? Antwort: 28160.

Wenn einer 65 Jahr alt wäre, das Jahr zu 365 Tage 6 Stunden gerechnet, und wolte wissen, wie viel Minuten er zurück geleget, so wird er finden 34187400 Minuten.

§. 77.

Kommen grosse Zahlen vor, die ihr mit einer andern multipliciren sollet, z. E.

Centner	Pfund	Loth	Quintl.
15	= 13	= 16	= 2

16 mit 22, so hält es schwehr, gleich zu sagen,
22 wie viel z. E. 16 Loth, 22mal genommen,
32 Pfund ausmachen; ihr müsset dieses erst
32 multipliciren, und das Product 352 wieder mit 32 dividiren (§. 99.) so, wissen
352 ihr

ihr erst, wie viel 352 Loth, Pfund ausmachen; Wenn nun die Centner, Pfund, Loth, alle solche grosse Zahlen sind, so müsset ihr auf solche Art so oft, als ihr Zahlen habt, multipliciren und auch dividiren, (hier viermahl) solches könnet ihr kürzer auf folgende Art erhalten:

1) Machet die Centner zu Pfund, mit 110, (oder mit hundert, wo der Centner nur hundert Pfund hat,) d. i. multipliciret 15 damit (§. 76.), und nehmet die 13 Pfund dazu (§. 39. a.).

2) Machet alle diese Pfund zu Loth, und nehmet die 16 Loth dazu.

Centn.	Pfund	Loth.	Quintl.
15	13	16	2

```
  110
 ----
  163
 15
 ----
 1663
   32
 ----
 3332
4990
 ----
53232
    4
 ----
212930
   22
 ----
425860
42586
 ----
4684460
```

3) Die-

3) Diese Loth machet zu Quintgen mit 4, und nehmet die Quintgen auch dazu.

4) Das Product der Quintgen multipliciret alsdenn mit der andern gegebenen Zahl 22, und was heraus kommt, machet durchs Dividiren (§. 99.) wiederum

a) zu Loth, dividirt mit 4.

b) die Loth zu Pfund, dividirt mit 32.

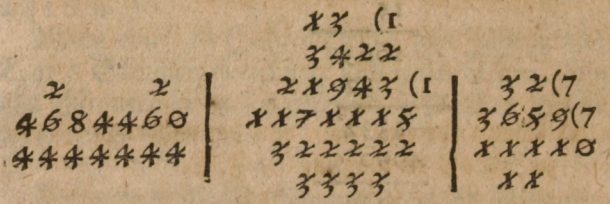
c) die Pfund zu Centner, dividirt mit 110. (oder mit 100, wo der Centner nur hundert Pfund hat.)

So habt ihr

1) hinter einander weg multiplicirt,

2) auch unabgebrochen dividirt, welches beydes besser als das vorige, und

3) das Product von dem gegebenen gefunden, daß es nemlich macht 332 Centner, 77 Pfund, 11 Loth.



Ein Haus-Vater, der alle Wochen 15 Reichsthaler, 19 Groschen, 7 Pfennige, 1 Heller braucht, wollte gern wissen, wie viel er auf ein halb Jahr oder 25 Wochen nöthig hätte? Antwort: 395 Reichsthaler, 10 Groschen, 7 Pfennige, 1 Heller.

Ein Kaufmann hat seit 9 Jahren her aus Amsterdam alle Jahr 21 Centner, 45 Pfund, 13 Loth, 3 Quintgen Gewürz empfangen, wie viel trägt das zusam-

zusammen aus? Antwort: 192 Centner, 78 Pfund, 27 Loth, 3 Quintgen.

Ein Lohgerber behandelt 6 Ochsen-Häute, jede vor 4 Reichsthaler, 15 Groschen, wie viel muß er dem Fleischer auszahlen? Antwort: 27 Reichsthaler, 18 Groschen.

§. 78.

Aus den bisherigen Exempeln (§. 74. 77.) werdet ihr gesehen haben, wie nöthig es sey, das Multipliciren mit genannten Zahlen, bis nach den 4 Rechnungs-Arten, mit ungenannten Zahlen zu verspahren.

Vom Subtrahiren.

§. 79.

Die andere Art Zahlen zu verändern, ist, daß man sie kleiner machet §. 34.). Es kan dieses geschehen:

1) Wenn ihr eine Zahl von der andern schlechthin nur einmal abziehet. Z. E.

8	12
4	6
4	6

2) Wenn ihr eine Zahl von der andern so oft abziehet, als es möglich ist. Z. E.

8		12	
4		6	
4	2	6	2
4		6	
0		0	

§. 66.

Wenn ihr eine Zahl von der andern einmal abziehen sollet (§. 79. Num. 1.); so werdet ihr aus diesen gegebenen Zahlen eine neue finden, welche euch von den gegebe-

nen was anzeigen wird (§. 34.): folglich habet ihr da wieder eine neue, und von der vorigen (§. 51.) unterschiedene Art vom Rechnen (§. 1.) Man nennet sie Subtrahiren.

§. 81.

Wenn ihr auf die gefundene Zahl sehet, was sie euch von den gegebenen anzeiget; so findet ihr zweyerley:

1) Weiset euch die gefundene Zahl, um wie viel die eine gegebene Zahl grösser oder kleiner sey als die andere gegebene: Z. E. (2) zeiget als die gefundene Zahl an, die eine gegebene (4) sey um (2) kleiner als die andere gegebene (6). Daraus kan man nun eine Erklärung vom Subtrahiren machen, welche Kindern sehr faßlich ist, daß es nemlich heisse: **Aus 2 gegebenen Zahlen eine andere finden, welche anzeiget, um wie viel die eine gegebene Zahl kleiner oder grösser sey als die andere gegebene.**

6
4
2

2) Hat die gefundene Zahl (2) diese Eigenschaft, daß, wenn ihr sie zu der kleinern gegebenen (4) addirt (§. 38.), die grosse gegebene (6) heraus kommt: Daraus kan man wieder eine andere Erklärung vom Subtrahiren machen, welche zum Beweis und Probe vom Subtrahiren zu gebrauchen, nemlich: **Aus 2 gegebenen Zahlen eine andere finden, welche, wenn sie zu der kleinen gegebenen addirt wird, die grosse gegebene ausmacht.**

§. 82.

Die grosse von den gegebenen Zahlen heisset: das Ganze (integrum); die kleinere aber: der Subtrahendus; die gefundene: die Differenz, Unterscheid, Rest.

§. 83

§. 83.

Zwey Zahlen von einander zu subtrahiren (§. 81.).

1) Mercket die Regeln vom Addiren (§. 38. Num. 1. 2.), und wendet sie hier an, doch so, daß das Ganze oben, der Subtrahendus unten zu stehen kommet.

2) Fanget auch hier von der rechten an, und gehet fort zur lincken Hand.

3) Betrachtet alle Zahlen als Einer, ziehet sie von einander ab, und setzet das, was übrig bleibt, unter den Strich, wobey zu mercken:

a) wenn bey einer Zahl es just aufgehet, daß nichts übrig bleibet, so schreibet eine Null hin,

26840
16340

10500

b) ist es aber am Ende, wo keine gültige Zahl mehr vorhergehet, so schreibet gar nichts hin,

1362
1351

11

c) wo nichts abzuziehen ist, schreibet nur wieder die Zahl hin,

Z. E. 26978 — 14235 — 12743

13762 — 302 — 13460

5 von 8 bleibt 3, weil 8 und 5 Einer sind, so setzet auch die 3, welche übrig bleibet, in die Stelle der Einer (§. 15.). Ferner: 3 von 7 bleibt 4, das sind Zehner; also setzet sie in die andere Stelle (§. 18. 39. Num. a.). Weiter; 2 von 9 bleibt

7; setzet diese in die dritte Stelle, weil es Hunderte sind (§. 20. 39. Num. 2.). Wieder: 4 von 6 bleibt 2; das setzet in die vierdte Stelle, denn es sind Tausende (§. 21.). Endlich 1 von 2 bleibt 1, das setzet, wie bishero geschehen, unter die Zahl, wovon ihr subtrahiret.

§. 84.

Damit ihr wisset, warum ihr nach diesen Regeln bey dem Subtrahiren recht verfahret, so mercket:

a) Daß ihr von der lincken gegen die rechte deswegen nicht verfahren könnet, weil, wenn ihr oftmals eine grössere Zahl von einer kleinern abziehen sollet, es weder an sich angehet; (z. E. wo ists möglich 32 Groschen von 8 Groschen abzuziehen,) noch das im Subtrahiren gewöhnliche Borgen (§. 86.) statt findet; denn wenn ihr 8 von 5 abziehen sollet, so gehet das nicht an, wollet ihr borgen, d. i. Eins von der vorhergehenden 9 zu der 5 nehmen, so kan die 9 nicht so viel schaffen, als die 8 haben will: denn bey 8 sollet ihr 80 abziehen, 9 aber hat nur blosse Einer, und davon könnet ihr, wenn ihr sie gleich alle nehmet, doch 80 nicht abziehen. Also gehet es von der lincken gegen die rechte nicht an.

159
82
77

b) Daß ihr alle Zahlen als Einer betrachtet, geschahe darum, weil, wenn ihr sprechet 200 von 900, es Kindern und Einfältigen bey weitem nicht so leicht zu sagen ist, daß 700 bleibe, als wenn ihr sprächet: 2 von 9 bleibt 7, und setzet 2 Nullen dazu, daß die 7 in die Stelle der Hunderte kommt. Z. E. 700 (§. 20.)

§. 85.

Es kommen aber nicht allezeit Exempel vor, da ihr wie §. 83. lauter kleinere Zahlen von den grössern abziehen sollet, sondern es ereignen sich gar zu oft Fälle, da eine oder mehrere von der untern Zahl, grösser zu seyn scheinen, als eine von der obern. Bey solchen Exempeln muß man sich mit borgen behelfen.

§. 86.

Borgen heisset im Subtrahiren: Eins von der fol-

folgenden Zahl nehmen, und die vorhergehende damit vermehren.

* Dabey könntet ihr fragen: a) Warum borget man nur Eines? Antwort: Darum, weil Eins von der folgenden Cypher zehenmal so viel gilt, als Eins in der vorhergehenden (§. 16.); so habet ihr, wenn ihr Eins von der folgenden borget, in der vorhergehenden allemal Zehen. Da nun die einzele Zahl des Subtrahendus niemals über 9 ist (§. 11.), so habet ihr, indem ihr Eins borget, allemal genug.

b) Warum nimmt man es von der folgenden Cypher? Antwort: Weil man von der vorhergehenden nicht so viel bekommen kan, als man brauchet (§. 84. a.).

§. 87.

Bey den Exempeln, da ihr borgen müsset (§. 86.), sind in der obern Zahl entweder Nullen, oder es sind keine da.

1) Sind keine Nullen da, so verfahret

a) nach den Regeln (§. 83. Num. 1. 2. 3.).

b) wenn ihr eine grössere Zahl von der kleinern abziehen sollet, so borget und machet bey der Zahl, von welcher ihr geborget einen Punct, damit man wisse, daß sie eines weniger gilt (§ 86.). Z. E.

2. 3 8. 5
1 6 2 8
---
7 5 7

8 von 5 kan man nicht (abziehen), borget 1, so habet ihr 5 und 10, das ist 15, also sprechet: 8 von 15 bleibet 7. Ferner: 2 von 7, nicht von 8, (denn bey 8 ist Eins geborget, d. i. weggenommen worden,) bleibt 5. 6 von 3 könnet ihr nicht, borget 1, so ist es 13. also 6 von 13 bleibt 7. Endlich 1 von 1 gehet auf. 2 ist hier wieder eine Eins, weil Eins schon davon geborgt.

2) Sind aber in dem Ganzen (§. 82.) oder obern Zahl Nullen, so beobachtet folgende Regeln:

a) Wenn ihr von einer Null was abziehen sollet, so gehet zu der folgenden Zahl, und borget da Eins (§. 86.), und, wenn diese und die folgende Zahlen wieder Nullen sind, so gehet so weit fort, bis ihr zu einer gültigen Zahl kommet, wovon ihr Eins borgen könnet (§. 26.).

b) Bemercket so wohl die gültige Zahl nach den Nullen, von der ihr geborget, als auch alle vorhergehende Nullen, ausgenommen die erste, von der ihr nicht geborget, mit einem Punct.

c) Mercket, daß wo kein Punct bey einer Null stehet, die Null zehen bedeute, wo aber Puncte dabey stehen, sie Neune gelte.

Z. E. 2 von 0 könnet ihr nicht (abziehen), borget also von der 8, als der gültigen Zahl, und machet zu 8 und den 2 vorhergehenden Nullen Puncte, und sprechet 2 von 10 bleibet 8. 5 von 9 bleibet 4. 3 von 9 bleibet 6. 2 von 7 bleibet 5. 3 von 4 bleibet 1.

```
4 8. 0. 0. 0
3 2 3 5 2
-----------
1 5 6 4 8
```

Da Israel aus Egypten zog, waren ihrer . 601730
Num 26, 51. Da es hinein zog, zehlte man nur . . 75
Seelen Act. 7, 14. Wie viel waren bey dem
Auszug mehr? Antwort: 601655

In der Blut-Hochzeit zu Paris 1572 haben die
Franzosen in einer Nacht umgebracht . . 30000
Hugenotten in der Sicilian. Vesper aber 1282 sind . 8000
Franzosen umgekommen. Der ermordeten Hugenotten sind also mehr 22000

Zu

Zu der Universität Jena wurde von dem gottsel.
Chur-Fürsten Johann Friedrich der Grund geleget 1548
und blühet unter göttlicher Gnade noch jetzo . 1760

Wie lange hat sie nun gestanden? Antwort: . 212
Ein Fürst hat an jährlichen Einkünften 24.892.7 Thlr.
Muß aber davon wieder aufwenden 139768 Thlr.

Leget also in seine Rent-Cammer 109159 Thlr.
Ein Bauer säet auf den Acker 2.78.0.0.0.072 Körner.
Davon gehen auf . . . 197825342

Wie viel sind also verlohren gegangen? Antwort: . . 80174730 Körner.

§. 88.

Der Grund von vorhergehenden Regeln kan im gegenwärtigen Exempel gezeiget werden:

4 8. 0. 0. 0
3 2 3 5 2

1 5 6 4 8

a) Wenn ihr 2 von 0 abziehen sollet, so müsset ihr, weil 0 nichts gilt (§. 25.), zu der folgenden Cypher gehen, und da borgen (§. 86.), und, weil diese und die folgende Cypher Nullen sind, so gehet bis zu einer gültigen Cypher (§. 26.), nemlich 8, und borget Eins, so ist gusgemacht, weil 8 hier 8000 gilt (§. 21.), so bekömmt die dritte Null davon Eins, welches Zehen bey ihr gilt, hier zehen Hundert (§. 16. 20.). Diese dritte Null lässet der vorhergehenden Null wieder Eins abfolgen, so behält sie nur 900, und die vorhergehende Null bekommt ein Hundert oder 10 Zehner davon. Giebet nun diese von ihren 10 Zehnern einen der vorhergehenden, nemlich der erstern Null, so behält sie wieder nur 9 Zehner oder 90. Die erste Null hingegen bekommt einen Zehner, oder 10 von ihrer Art, und behält sie auch, weil von ihr nichts mehr geborgt wird; folglich siehet man, wie aus der ersten Null, von der nicht geborget, Zehen wird, die andern aber, von denen man geborget, Neuner bedeuten.

b) Den Punct setzet ihr zu einer Zahl deswegen, damit ihr desto eher wissen könnet, wo ihr geborget; also

mercket, daß, wo ein solcher Punct stehet, die Cypher um Eins weniger gelte, als sie nach §. 15. gelten sollte.

* Nebst diesen ist zu wissen, daß man den Kindern bey dem Subtrahiren beybringen kan: daß sie entweder die untere Zahl von der geborgten, z. E. 10, abziehen, und dann erst zum Rest, die Zahl, davon sie abziehen sollen, dazu setzen. Z. E. 8 von 10 (als der geborgten) bleibt 2, die 5 (als die Zahl, von der ihr subtrahiren sollt,) dazu, bleibt 7. Ferner 9 von 10 bleibt 1, die 6 dazu gezählt, bleibt 7; folglich bleibt, 9 von 16 abgezogen, 7 übrig, u. s. w. oder man lasse zu der Zahl, von der man abziehen soll, nur Zehen dazu setzen, und alsdenn abziehen. Z. E. 8 von 7 könnet ihr nicht, borget Eins, und setzet 10 dazu; also 8 von 17 bleibt 9. 9 von 4 könnet ihr nicht, borget Eins, und sprechet: 9 von 14 bleibet 5, und so w.

6.7.5	
2 9 8	
3 7 7	
4.5.7	
2 9 8	
1 5 9	

Wenn auch die Kinder nicht wissen, wie viel z. E. 3 von 9 abgezogen übrig bleibt, so lasset sie an den Fingern, welches sie bald gewohnt werden, so viel zu 3 zählen, bis 9 daraus wird. Z. E. 6. so ist 6 die Zahl, so übrig bleibt. Oder, weil man nie über 9 zählen darf, bis die obere Zahl heraus kommt, so kan man den Kindern, wenn sie auf Tafeln rechnen, 9 Striche hin machen lassen, und da allemal so viel davon zu der abzuziehenden Zahl oder Subtrahendus zählen, bis die grössere oder das Ganze daraus wird. z. E. 2 von 9, da müsset ihr von 9 Strichen zur 2, 7 zählen, bis 9 wird; also ist 7 die Zahl, welche im Rest bleibt.

§. 89.

Die Probe im Subtrahiren zu machen.

a) Addiret den Rest zu dem Subtrahendus (§. 82. 38.), so kommt das Ganze heraus, wenn das Exempel richtig ist (§. 80. N. 2.).

b) Oder: machet das Ganze oder die obere Zahl nach (§. 42. Num. 1.) zu 9, und sehet, ob, und wie viel da übrig bleibet, welches ihr neben an schreiben könnet. Z. E. Hier (5)

x. 3 8. 2 9 5
4 3 8 2
9 4 4 7 5

c) machet eben so den Subtrahendus und den Rest zu 9, so muß, wenn das Exempel richtig seyn soll, wieder gleich viel übrig bleiben, nemlich (5.) (§. 81. Num. 1.).

§. 90.

Genannte Zahlen zu subtrahiren (§. 46, 83.).

1) Beobachtet, was §. 47. Num. 1. gesagt worden.

2) Sehet (in der angehängten Tabelle), wie viel von der vorhergehenden Sorte Eins von der folgenden ausmachen. Z. E. Wie viel Quintgen ein Loth; wie viel Loth ein Pfund, u. s. w.

3) Ist die untere Zahl, oder Subtrahendus kleiner als die obere, oder das Ganze, so ziehet sie gleich nach §. 83. ab, und setzet den Rest darunter: ist sie aber grösser, so müsset ihr von der folgenden so viel borgen, bis ihr das untere davon abziehen könnet. Z. E.

Sprechet 1 Heller von keinen, kan man nicht, borget von 5 Pfennigen 1 Pfennig, so habet ihr 2 Heller; also ein Heller von 2 Heller bleibet 1 Heller übrig, den setzet unter die Heller. Ferner 7 Pfennige von 4, denn 1 Pfennig ist verborgt worden, kan man nicht, borget also einen Groschen, so habet ihr 16 Pfennige, alsdenn ziehet 7 Pfennige von 16 ab, so bleiben 9 Pfennige übrig, die

setzet unter die Pfennige. Weiter 23 Groschen von 16, denn es ist wieder ein Groschen verborgt worden, kan man nicht, borget einen Reichsthaler, so habet ihr 24 und 16, das machet 40 Groschen, ziehet also 23 davon ab, so bleiben 17 Groschen übrig; diese setzet wieder unter die Groschen. Endlich 12 Reichsthaler von 17, bleiben 5 Reichsthaler, so habet ihr sie subtrahiret.

Thaler	Groschen	Pfenn.	Heller
18. -	17. -	5. -	0
12 -	23 -	7 -	1
5 -	17 -	9 -	1

Mercket dabey: daß ihr

1) wo geborgt worden, so viel Puncte hinmachet, als geborgt worden.

2) Das, was §. 88. * angegeben worden, immer anzuwenden suchet.

Ein Kramer bringt auf einen Jahrmarckt am Gewürz

	Centn.	Stein	Pfund	Loth	Quint.
	2. -	3 -	15 -	6 -	2
Verkaufft davon	. -	4 -	12 -	9 -	3
Bringt nach Hauß	1 -	4 -	2 -	28 -	3

	Thaler	Grosch.	Pfenn.	Heller
Ein Beamter nimmt ein	36. -	18. -	7 -	1
Giebet aus . .	22 -	20 -	9 -	0
Behält . .	13 -	21 .	10 -	1

	Jahr	M.	W.	T.	St.	Min.
Es hat einer gelebet	68 -	5 -	3 -	6. -	7. -	18
und aufgeschrieben, daß er	25 -	9 -	2 -	3 -	14 -	36
in der Sclaverey gestanden.						
Wie lange hat er als ein	42 -	8 -	1 -	2 -	16 -	42

Freyer gelebet?

Es

Es ist jemand gebohren 1688 den 19 Jun. um 9 Uhr Abends 49 Minuten, und gestorben 1735 den 17 May um 8 Uhr Vormit. 23 Minuten. Wie alt ist er worden?

Dieses Exempel wird folgender Weise gemachet:

1) Schreibet das Jahr hin, wenn er gestorben, nemlich 1735.

2) Da es heisset den 17 May, und May der 5 Monath im Jahr ist, aber noch nicht zu Ende, so schreibet nur 4 Monath hin.

3) Die in diesem Monath May verflossene 17 Tage setzet darneben.

4) Setzet die 8 Stunden und 23 Minuten gehörig hin.

5) Machet es eben so mit der untern Zahl, daß ihr nemlich

a) unter die 1735 setzet 1688, als das Jahr, wenn er gebohren

b) weil der Monath Junius der 6 Monath im Jahr ist, aber noch nicht zu Ende, so setzet wieder nur 5 hin, und schreibet

c) die 19 Tage vom Junio unter die obern Tage.

d) zehlet zu denen Nachmittäglichen 9 Uhren, die allbereits verflossenen Vormittäglichen 12 Stunden, so bekommet ihr 21 Stunden, die setzet unter die 8 Stunden.

e) setzet endlich die 49 Minuten auch hin, und ziehet

6) nun dieses von einander ab. Z. E. 49 Min. von 23 kan man nicht, borgt eine Stunde, so habt ihr 60 und 23. d. i. 83 Min. davon ziehet 49 ab, so bleibet 34 Mm. diese setzet unter die Min. Ferner 21 Stunden von 7 (denn 1 habt ihr geborgt) könnt ihr nicht, so borget wieder 1 Tag, so habet ihr 24 und 7, d. i. 31 Stunden, davon 21 abgezogen, bleiben 10 Stunden; diese setzet unter die Stunden. Ferner: 19 von 16 Tage (denn 1 habt ihr wieder geborgt) gehet nicht an, borgt wieder 1 Monath, und zwar den, der vor dem May hergehet, nemlich den April, weil nun der April dreyßig Tage hat, so zehlet 16 und 30 Tage zusammen, und ziehet von der Summe 46, 19 ab, bleibt also übrig 27 Tage; diese setzet an gehörigen Ort. Weiter: 5 Monath

von

von 3 (weil wieder ein Monath geborgt worden) könnet ihr nicht, borget also ein Jahr oder 12 Monathe und ziehet von 12 und 3, d. ist 15, 5 ab, so bleibet 9, setzet es unter die Monathe. Endlich ziehet noch (§. 83) 1688 von 1734, (weil auch da ein Jahr geborgt worden) ab, so kommt heraus, daß er alt worden 46 Jahr, 10 Monathe, 27 Tage, 10 Stunden, 34 Minuten.

Jahr	Monath	Tage	Stunden	Minuten
1734. -	4. -	17. -	8. -	23
1688 -	5 -	19 -	21 -	49
46 -	10 -	27 -	10 -	34

Es ist einer auf Universitäten gezogen 1733, den 23ten April, früh um 8 Uhr. Wolte gerne 1736, den 26 Mart. Abends um 5 Uhr, wissen, wie lange er auf Universitäten gewesen? Antwort: 2 Jahr, 11 Monath, 3 Tage, 9 Stunden.

Jahr	Monath	Tage	Stunden
1736. -	2 -	26 -	17
1733 -	3 -	23 -	8
2 -	11 -	3 -	9

Zur Erleichterung des Subtrahirens mit genannten Zahlen mercket, daß, wenn ihr das untere von dem obern abziehen sollet, und das obere ist kleiner, so borget, wie schon (§. 90.) angegeben, und ziehet das untere erstlich von dem Geborgten ab, hernach addiret zu diesem Rest die obere Zahl, von der ihr habet abziehen sollen. Z. E. Bey dem obern verfahret also: 3 Quintgen von 2 gehet nicht an, borget ein Loth, also 3 von 4 Quintgen, als dem geborgten Loth, bleibt 1 Quintgen, die 2, als wovon ihr habt abziehen sollen, dazu, so ist der Rest 3 Quintgen. Ferner: 9 Loth von 5 Loth gehet nicht an, also borget; 9 von 32, als dem geborgten einem Pfund, bleibet 23, und die 5, wovon ihr habt abziehen sollen, dazu, ist 28 Loth, u. s. w.

Vom

Vom Dividiren.

§. 91.

Die andere Art Zahlen kleiner zu machen, ist, wenn man eine Zahl von der andern so oft wegnimmt, als man kan (§. 79. Num. 2.). Es gehören also dazu wieder 2 Zahlen, eine, wovon abgezogen werden soll, und eine, welche man von der erstern abziehen soll. Daraus entstehet wieder eine neue Zahl, welche nemlich anzeigt, wie oft man die eine von der andern abgezogen: Also ist das wieder eine Art vom Rechnen (§. 1.), und weil die gefundene von den gegebenen wieder was besonders, als im vorigen anzeiget, so bekommet sie auch, als eine von den vorigen Rechnungs-Arten unterschiedene, einen besondern Namen. Man nennet es Dividiren.

§. 92.

Dividiren heisset: Aus zwey gegebenen Zahlen eine andere finden, welche anzeigt, wie oft die eine gegebene in der andern enthalten.

§. 93.

Die gegebene Zahl, von der ihr finden sollet, wie oft die andere gegebene darinnen steckt, heisset der Dividendus. Die gegebene Zahl, von der ihr finden sollet, wie oft sie im Dividendus steckt, heisset der Divisor. Die gefundene Zahl, welche anzeiget, wie oft der Divisor im Dividendus steckt, heisset der Quotient. Die Zahl, welche heraus kommt, wenn man den Divisor mit dem Quotienten multipliciret, soll das Product oder Factum heissen.

heissen. Wenn man das Product vom Dividendus abziehet, bleibet eine Zahl übrig, welche der Rest heisset.

§. 94.

Man hat aus langer Erfahrung, daß Kindern mit diesen und schon §. 37, 54, 82. vorgekommenen Kunst-Wörtern, die 4 Rechnungs-Arten, sonderlich das Dividiren, auf eine sehr leichte und richtige Art kan beygebracht werden; daher man kein Bedencken getragen, sie hieher zu setzen, um sich im folgenden derselben weiter zu bedienen. Es sind ihrer nicht viel, also können sie Kinder leicht mercken. Bringt man ihnen die §. 93. gegebene Begriffe davon bey, so kommen sie zurecht, ob sie gleich nicht wissen, was Divisor, was Dividendus auf Teutsch heisse.

§. 95.

Weil Dividiren darinnen bestehet, daß man eine Zahl so oft von der andern wegziehet, als sie darinn enthalten (§. 91.), so folgt, daß es nichts anders als ein oft wiederhohltes Subtrahiren sey (§. 80.) Da aber diese Art zu subtrahiren in grossen Exempeln sehr viel Pappier und grosse Mühe kosten, auch erstaunlichen Zeit-Verlust, mit dem vielen Schreiben verursachen würde; so hat man durch das Einmal Eins (§. 57.) dieser Weitläuftigkeit abgeholfen. Daher ist es gekommen, daß man Subtrahiren und Dividiren doch als besondere Rechnungs-Arten ansiehet. Sie sind es, wenn man auf die gefundene Zahlen siehet: Kommen aber darinn mit einander überein, daß bey ihnen die Zahlen, wiewohl nur auf 2 verschiedene Arten, kleiner gemachet werden. Also, wenn §. 34. nur 2 Rechnungs-Arten angegeben zu seyn scheinen, so ist zu wissen, daß man dorten von den Haupt-Veränderungen der Zahlen rede, und also Multipliciren und Dividiren doch darunter begriffen werden.

§. 96.

Bey dem Dividiren hat man auf drey Stücke zu sehen:

1. Auf

1) Auf eine Frage: Wie oft der Divisor (2) im Dividendus (6) enthalten?
2) Auf das Multipliciren: da ihr den Divisor (2) mit dem Quotienten (3) multipliciret. Sprechet 2mal 3 ist 6.
3) Auf das Subtrahiren: da ihr das Product (§. 93.) vom Dividendus (6) abziehet.

Z. E.

6	3
2	

§. 97.

Man hat vielerley Arten mit dem Einmal Eins vortheilhaftig zu dividiren; hier aber werden nur 3 besondere angeführet werden: nemlich eine Art, über sich zu dividiren, die andere unter sich zu dividiren, und die dritte mit Versetzung der Zahlen des Dividendus.

§. 98.

Man sagt, daß man über sich dividirt habe, wenn man das Product, (oder die Zahl aus dem Divisor,) multipliciret mit dem Quotienten (§. 92.), nach und nach vom Dividendus abziehet, und den Rest davon nicht unter, sondern über den Dividendus setzet.

1	Hier wird das Product aus 2 und 4, nem-
9	4 lich 8, vom Dividendus 9 abgezogen, und
2	1 als der Rest über den Dividendus 9 ge-
	setzet.

§. 99.

Beym über sich Dividiren bestehet der Divisor entweder nur aus einer Zahl, oder aus mehrern. Bestehet er nur aus einer, so mercket das Exempel zu dividiren folgende Regeln:

1) Setzet

1) Setzet den Dividendus ordentlich hin.

2) Wenn der Divisor in der ersten Zahl des Dividendus (von der Lincken gegen die Rechte) enthalten, so setzet ihn gleich unter dieselbige.

493 | 3

Ist er aber nicht darinnen enthalten, so rücket den Divisor um eine Cypher ein. Z. E. 495 | 5

3) Machet an die letzte Zahl des Dividendus einen Strich herunter.

4) Nehmet die §. 96. angezeigten 3 Stücke, und fraget:

a) Wie oft stecket 3 in 4? so weiset euch das Einmal Eins (§. 57.) einmal, schreibet also 1 als den Quotienten hinter den Strich.

x x (1
4 9 3 | 164
3 3 3 |

b) Multipliciret den Divisor 3 mit dem Quotienten 1, nemlich 1 mal 3 ist 3, und ziehet

c) diese 3 als das Product von 4, als dem Dividendus ab, den Rest 1 setzet oben drüber.

5) Rücket den Divisor um eine Cypher fort, und sprechet:

a) 3 in 19, (denn das 1 ist hier als ein Zehner anzusehen (§. 18.)) stecket 6 mal: dieses schreibet neben 1 hinter den Strich.

b) Multipliciret 6 mit 3. Z. E. 3mal 6 ist 18.

c) Subtrahiret 18 von 19 bleibet 1, diese, als den Rest, schreibet über 9. Ferner rücket die 3 wieder fort, sprechet 3 in 13 steckt 4 mal,

3mal

3mal 4 ist 12, 12 von 13 bleibt 1, das schreibet über die 3 und schliesset es ein.

6) Streichet allemal, so bald ihr das Product vom Dividendus abziehet, sowohl die Zahl des Divisors als des Dividendus aus.

§. 100.

Fraget hierbey:

1) Warum fänget man von der Lincken an und gehet gegen die Rechte zu, da man bey den vorigen Rechnungs-Arten allemal von der Rechten gegen die Lincke verfähret? So mercket, daß es zwar nicht unmöglich, doch überaus schwer und weitläuftig fallen würde, wenn ihr von der Rechten gegen die Lincke verfahren wolltet. Z. E. Wenn ihr 956 mit 4 auf diese Weise dividiren wollet, so findet ihr 4 steckt in 6 einmal, und 2 bleibt übrig, in welchem es nicht steckt; schreibet also die 1 an, und die 2 darneben eingeschlossen. Ferner steckt 4 in 5 einmal, und bliebe wieder 1 übrig. Weil aber diese 5 Zehner sind (§. 19.), so muß 4 in diesem 5 nicht 1, sondern zehenmal stecken (§. 57.). Schreibet also wieder 10 an. Und weil die gebliebene 1 Zehner (§. 18.), so steckt 4 darinn noch 2mal (§. 57.), also schreibet noch 2 an, und 2 die jetzo übrig bleiben, darinn 4 nicht steckt, setzet neben an eingeschlossen. Endlich 4 steckt in 9 zweymal. Da aber 9 Hunderte sind (§. 20.), so steckt 4 auch nicht blos 2mal, sondern 2 hundert mal darinnen; also schreibet 200 an. Da aber die übergebliebene Eins auch 100 sind (§ 29), Hundert aber 10 Zehner machen (§. 20.), in 10 Zehner aber 4 Zweymal aber nicht Zwey Einer mal, sondern Zwey Zehner mal stecken, d. i. 20 mal (§. 57.), so schreibet 20 wieder hintan, und da doch hier wieder 2 übrig bleiben, welche 2 Zehner oder 20 sind (§. 18.), darinn die 4 abermals 5 mal enthalten (§. 57.), so müsset ihr noch 5 dazu anschreiben. Zuletzt da in 2 Zweyen, die am Rand eingeschlossen stehen, 4 noch einmal enthalten, so setzet auch die 1 dazu, und addiret diese Zahlen (§. 38.), so findet ihr zwar auch, wie oft 4 in 956 steckt,

nemlich 239 mal, aber sehr weitläufftig. Also sehet ihr die Ursache, warum man von der Lincken gegen die Rechte verfähret; nemlich weil man dorten ganz kurz davon kommen kan.

x x		
9 5 6	1	(2)
4 4 4	10	
	2	(2)
	200	
	20	
	5	
	1	
	239	

2) Warum spricht man 4 steckt in 9, 2 mal, da es doch 200 mal und noch drüber drinnen steckt (Num. 1.)? Antwort: Weil man dadurch der Weitläuftigkeit überhoben seyn kan, die Zahlen hernach zu addiren. Z. E. 4 steckt in 900 zweyhundert mal, das schreibet an. Ferner 4 steckt in 15, 3 mal, aber weil es Zehner, 30 mal; schreibet das wieder an. Endlich 4 steckt in 36 9 mal, das setzet auch dazu. Addirt diese, weil ihr nur eine Zahl finden sollet (§. 92), so kommt eben 239 heraus. Man siehet aber, weil 2 doch in die Stelle der Hunderte kommen würde, weil 4 noch 2 mal untergesetzet wird (§. 20.), und 3 auch in die Stelle der Zehner (§. 18.), daß ihr hier die übrigen Nullen weglassen, und blos 239 hinsetzen könnet.

x x		
9 5 6	200	
4 4 4	30	
	9	
	239	

3) Warum machet man hinter die gegebenen Zahlen einen Strich? Antwort: eigentlich sollte das ein f seyn, und facit bedeuten, (es ist, oder macht so und so viel.) Z. E. Wenn ihr wissen wollet, wie viel 360 Pfennige Groschen ausmachen, so hiesse das f facit 30 Groschen.

Es

Es wird aber auch dieser gebraucht, den Quotienten von dem Dividendus zu unterscheiden.

ℨ 6 0 f 30 Groschen.
x z z
x

§. 101.

Wollet ihr wissen, ob der Divisor nicht mehr und nicht weniger mal im Dividendus steckt, als der Quotient anzeiget, so mercket nur diese 2 Regeln:

1) **Wenn ihr das Product vom Dividendus abziehen könnet, so habt ihr nicht zu viel genommen** (§. 93. 83.). Z. E. 4 in 6, 2mal, 2mal 4 ist 8, hier lässet sich 8, als das Product, von 6, als dem Dividendus nicht abziehen, folglich habt ihr hier 4, einen zu grossen Quotienten genommen.

2) **Wenn der Divisor nochmals im Rest steckt, so habet ihr zu wenig genommen, und zwar so vielmal zu wenig, wie vielmal der Divisor im Rest stecket.** Z. E. Hier steckt 2 als der Divisor, in 4, als dem Rest, noch 2mal; also habt ihr 2mal zu wenig genommen.

F
8 f 2
z

3) **Könnet ihr das Product vom Dividendus nicht abziehen, so habt ihr zuviel genommen**

§. 102.

Wenn aber der Divisor aus mehr als aus einer Zahl bestehet, so sind entweder ein oder etliche Nullen darinnen, oder es sind keine darinnen. Sind Nullen darinnen, so können sie entweder in der Mitte, oder am Ende seyn. Von allen dreyen Fällen sollen Exempel gemacht werden.

I) Wenn der Divisor keine Nullen bey sich hat, so mercket, daß ihr

a) den Dividendus setzet, wie §. 99, Num. 1.
b) Den Divisor setzet darunter, und mercket nach §. 99, Num. 2. wenn er eingerücket werden soll.
c) Nehmet die §. 96. gemeldete 3 Stücke vor euch, so daß ihr
(*) die erste Zahl des Divisors (von der Lincken gegen die Rechte) nehmet und fraget: wie oft sie in dem Dividendus oder der Zahl, unter welcher sie stehet, enthalten, und, wenn ihr es nach dem Einmal Eins gefunden, so multipliciret
(**) den ganzen Divisor mit dem Quotienten.
(***) subtrahiret das Product stückweise, und schreibet es über den Dividendus, §. 99. Num. 4. c.
d) Rücket den Divisor fort, wenn ihr alle Zahlen darinn einzeln mit dem Quotienten multiplicirt, und vom Dividendus abgezogen. Nehmet aufs neue eure 3 Stücke, und gehet sie wie Num. c. durch.
e) Mercket, daß ihr alle Zahlen fleißig, indem ihr von ihnen abziehet, ausstreichet. Z.E. Ihr sollet 9 7 6 8 4 mit 2 3 4 dividiren. Sprechet: 2 in 9 steckt 4 mal, diese 4 setzet hinter den Strich, 2mal 4 ist 8, 8 von 9 bleibet 1. Setzet das 1 über die 9. Ferner 3 mal 4 ist 12, 12 von 17 bleibt 5, setzet diese 5 über die 7. Weiter: 4mal 4 ist 16, 16 von 56 bleibt 40, setzet die Null über die 6 und die 4 über die 5. (fällt euch das zu schwer, so setzet von 16 die 6 unter die 6 des Dividendus, und 1 unter die 5. Sprecht: 6 von 6.

bleibt

bleibt 0, und 1 von 5 bleibet 4). Rücket 234 um eine Zahl fort, setzet nemlich die 2 unter die 3, die 3 unter die 4, die 4 unter die 8. Sprechet 2 in 4 steckt einmal, 1mal 2 ist 2, 2 von 4 bleibet 2. 1mal 3 ist 3, 3 von 20 bleibet 17. 1mal 4 ist 4, 4 von 8 bleibet 4. Rücket den Divisor 234 wieder um eine Zahl fort und sprechet: 2 in 17 steckt 7mal, 2 mal 7 ist 14, 14 von 17 bleibet 3. 3 mal 7 ist 21, 21 von 34 bleibet 13. 4mal 7 ist 28, 28 von 34 bleibet 6. (weil aber hier 1 als eine gültige Zahl vorher gehet, so wird eine Null über die 3 gesetzet (§. 25.).

1
2 3 0
4 7 3
1 5 0 4 6
9 7 6 8 4 | 417
2 3 4 4 4
2 3 3
2
(106.)

II.) Wenn der Divisor in der Mitte eine oder etliche Nullen hat, so ist dabey nichts besonders, sondern man behält alle die Regeln N. 1. Denn, weil Null keine gültige Zahl ist (§. 26.), kan sie weder multipliciret noch dividiret werden. Z. E. 2. in 7 steckt 3mal, setzet die 3 hinter den Strich und sprechet: 2mal 3 ist 6, 6 von 7 bleibt 1, diese setzet über die 7. übergehet die 2 Nullen und sprechet gleich: 3mal 5 ist 15, 15 von 17 bleibt 2; setzet die 2 über 7 und 3. Rücket den Divisor um eine Zahl fort, und sprechet wieder: 2 in

18 steckt 9mal; diese schreibet hinter den Strich. Multiplicirt: nemlich 2mal 9 ist 18, 18 von 18 gehet auf; 5mal 9 ist 45, 45 von 226 bleibt 181; setzet diese 181 gehöriger Weise oben drüber. Endlich rücket den Divisor fort, und fraget 2 in 1 steckt 0 oder keinmal; setzet eine Null an statt des Quotienten, streichet alle Zahlen des Divisors aus, und schliesset 1815 als den Rest ein. Z.E. 1)8)1)5)

(1 (8
x 2 2(1
7 8 3 7 6(5 | 390
2 0 0 5 5 5
2 0 0 0
2 0

III.) Wenn der Divisor am Ende Nullen hat, so würdet ihr vergebene Mühe haben, wenn ihr die Nullen allemal mit anschreiben woltet; derohalben, da die Nullen doch unter die letzten Zahlen zu stehen kommen, es mögen ihrer so viel seyn als sie wollen, so setzet man sie lieber gleich dahin, und die Zahlen, worunter Nullen zu stehen kommen, bleiben allemal mit im Rest. Z. E.

x x
4 9 8 | 96 | 166 96/300
3 3 3 | 00

x 2(3
3 4 9(6
4 9 2 7 0 | (8(9 | 206
2 3 9 9 9 | 00
2 3 3
2

1.

```
        1.
    1   4(1
    2.1 6 3
    5.5.7.9(2
    6.7 8 1.3.
  4.7 6 4 7 1(6
 1 6 3 0.5.0 4 7
 3.7.5.6 9 6 0 5(0 |
 9 5 3 2 1 4 2 7 6 | 2 4 1 4 4 2
 3 9 4 8 8 8 8 8 8 |
   3 9 4 4 4 4 4
     3 9 9 9 9
       3 3 3
```

Es stirbt ein reicher Mann, und hinterlässet ein Vermögen von 62752. Reichsthaler, in dieses theilen sich 8. Erben, wie viel bekommt einer? Antwort: 7844. Reichsthaler.

Nach 1 Buch der Könige 5, 15. 16. hatte Salomo 150000 Arbeiter, darüber waren 3300. Aufseher bestellet; Wie viel Arbeiter hat nun ein jeder unter sich, wenn ein jeder über gleich viel Arbeiter bestellet worden? Antwort: 45. Den Bruch kan man hier nicht mit nehmen.

Ein Nagel-Schmidt hat 63000 Nägel beysammen, verkauft davon 15 vor einen Dreyer; Wie viel löset er aus allen Nägeln? Antwort: 4200 Dreyer, oder 43 Reichsthaler, 18 Groschen.

§. 103.

Unter sich dividiren heisset, wenn das Product aus dem Divisor und dem Quotienten unter dem Dividendus, wie im Subtrahiren, ordentlich geschrieben, hernach aber vom Dividendus abgezogen, und der Rest unter das Product gesetzet wird.

§. 104.

Diese Art zu dividiren hat bey Kindern sowol als bey Erwachsenen in weitläuftigen Exempeln allerdings einen grossen Vorzug vor dem über sich Dividiren.

Die Schwierigkeiten, wenn man über sich dividiret.	Die Vortheile, wenn man unter sich dividiret.
1) Man muß den Divisor so oft unter den Dividendus setzen, als man fragen kan, damit man nicht leicht irre werde.	1) Man darf den Divisor nur einmal an einen gewissen Ort setzen, und da stehen lassen, ohne, daß man dabey irre wird.
2) Man muß die Producte, welche abgezogen werden, immer im Sinn behalten und abziehen, wofern man nicht gar zu viel Zahlen anschreiben will, wobey es sich aber leicht fehlen läßet.	2) Schreibet man das ganze Product unter die gehörige Zahl des Dividendus, so siehet man leicht, wo und wie gefehlet worden.
3) Indem man hier einen Theil des Products nach dem andern wegnimmt, und ihn nicht anmercket: so kan man fehlen, ohne, daß sich eben der Fehler gleich zeiget. Daher läßt sich auch selbiger nicht wol verbessern, weil man nicht wissen kan, wo er eigentlich steckt.	3) Weil ihr das ganze Product beysammen habt, folglich alle Theile desselben, so könnet ihr leichte nachsehen, wo gefehlet worden, und es verbessern, ohne viel Zahlen oder das ganze Exempel auszulöschen.
4) Es kommen oft Fälle vor, da viele Nullen auf einander folgen, da können denn Anfänger nicht wol zu rechte kommen, und also leicht irren.	4) Hier wird ordentlich durch Hinschreibung der Zahlen subtrahiret, und es kan kein Fall vorkommen, der nicht beym Subtrahiren bereits da gewesen wäre.
5) Bey dieser Art zu dividiren, werden a) die	5) Alles dieses fällt bey dem unter sich Dividiren weg. 6) Hier

a) Die Zahlen aufgethürmet, und dieses machet eben Anfängern das Subtrahiren schwer.

b) Werden die Zahlen nicht allezeit in einer geraden Linie übereinander gesetzet, daher man abermal leicht irren kan.

6) Die Probe mit 9 lässet sich den Kindern hier nicht wol zeigen.

6) Hier darf man nur die Probe wieder nehmen, die bey dem Subtrahiren schon da gewesen.

7) Es sind die Kinder schwer zu gewöhnen, daß sie eben so viel nehmen, als sie nehmen sollen, indem sie gar leicht entweder zu viel oder zu wenig nehmen.

7) Hier kan man denen Kindern solches durch die 2. Regeln §. 101. auf eine sehr leichte Art beybringen.

8) In der Regel Detri muß man immer die Zahlen, die dividiret werden sollen, absetzen, und an einen besondern Ort schreiben.

8) In der Regel Detri kan man die Zahlen an ihren Ort stehen lassen, und gleich dividiren.

9) Bey dem über sich dividiren muß man nothwendig das Exempel auf einmal machen, oder wieder von neuen anfangen, weil man nicht recht wissen kan, wo man geblieben.

9) Anders ist es bey dem unter sich dividiren.

§. 105.

Weil also das unter sich Dividiren mit grösserm Vortheil zu gebrauchen ist, als das über sich Dividiren (§. 104.); so wird es sehr dienlich seyn, ein Exempel vom unter sich Dividiren in einer Ordnung nach einander hinzusetzen; und hindert dieses

gar nicht, daß sonst die Regeln mit denen in §. 102. meistens überein kommen. Schreibet

1) den Dividendus hin.

2) Machet bey seiner letzten Zahl zur rechten Hand einen Strich herunter.

3) Setzet den Divisor entweder unter den Dividendus, so, daß seine erste Zahl (zur Lincken) unter der ersten Zahl (zur Lincken) des Dividendus stehet. Wenn aber der ganze Divisor grösser ist, als diejenige Zahl des Dividendus, worunter er stehet, so rücket denselbigen um eine Cypher ein: Oder machet über den Strich (Num. 2.) einen Quer-Strich, und setzet den Divisor dahin, damit ihr ihn nicht allemal aufs neue unter den Dividendus setzen dürfet.

4) Fraget nach §. 96.

a) Wie oft stecket z. E. 2 in 6? Antwort: 2mal.

b) Multipliciret den Quotienten 2 mit dem Divisor. Z. E. 2mal 4 ist 8, 2mal 3 ist 6, 2mal 2 ist 4. Dieses Product 468 setzet unter den Dividendus dergestalt, daß, wenn der Divisor 3 Zahlen hat, die dritte Zahl von dem Product auch unter die dritte Zahl des Dividendus gesetzet wird. Habt ihr aber mit dem Divisor um eine Stelle einrücken müssen, so muß auch das Product um eine Zahl eingerücket werden. Z. E die 8 unter die 7, 6 unter die 9, und die 4 unter die 6.

c) Machet einen Strich darunter, und ziehet dieses Product von dem Dividendus, oder der Zahl, worunter es stehet, ab. Z. E. 8 von 17 bleibt 9, 6 von 8 bleibt 2, 4 von 6 bleibt 2.

d) Se-

d) Setzet 229, als den Rest, unter den gemachten Strich.

e) Sehet zu, ob der Divisor nicht noch einmal in dem Rest enthalten, und ihr also zu wenig genommen habt. Denn zu viel habt ihr nicht genommen, weil ihr das Product habet abziehen können (§. 101.).

f) Streichet die Zahlen des Dividendus aus, von denen allbereit abgezogen worden. Z.E. 697, und setzet zu dem Rest (229) die nechstfolgende Zahl aus dem Dividendus. Z.E. 8. So bald ihr sie herunter gesetzet, streichet sie oben auch aus.

g) Wiederholet eure 3 Stücke (§. 96.). Z.E. Sprechet 2 in 22 habe ich 9mal, (denn, weil 23 grösser ist als 22, so wird der Divisor um eine Cypher eingerückt (Num 3.), und also würde, wenn ihr den Divisor untersetzen woltet, die 4 unter die 8, die 3 unter die 9, die 2 unter die 2, zu stehen kommen). Multipliciret den Divisor mit dem neuen Quotienten. Z. E. 4mal 9 ist 36, setzet die 6 unter die 8, 3mal 9 ist 27, und 3 darzu sind 30. Die Null setzet unter die 9, 2mal 9 ist 18, und 3 darzu sind 21, setzet die 1 unter die 2, und die 2 unter die 2 (§. 38. Num. 5.). Ziehet dieses Product 2106 wieder von dem Dividendus 2298 ab, und setzet den Rest 192 unter den gemachten Strich. Sehet zu, ob ihr nicht zu wenig genommen (§. 101. Num. 2.). Streichet die folgende Cypher der obersten Zahl 3 aus, und setzet sie neben den neuen Rest 192. Sprechet ferner: 2 in 19 steckt 7 mal, multiplicirt mit dieser 7 den Divisor, 4mal 7 ist 28. Schreibet 8 unter die 3: 3 mal 7 ist 21, und

2 dazu

2 dazu ist 23. Schreibet die 3 unter die 2. Endlich, 2mal 7 ist 14, und 2 dazu ist 16; das schreibet aus. Ziehet das Product 1638 von dem Dividendus 2923 ab; so bleibet der Rest 285 übrig, und also habet ihr gefunden, wie oft 234 in 69783 enthalten, nemlich 297 mal. Hier sehet ihr aber, daß der Divisor 234 in dem Rest 285 noch einmal enthalten, folglich habt ihr um eins zu wenig genommen, derowegen müsset ihr an statt 7 zuletzt 8 zum Quotienten nehmen.

```
          234
  69783 | 29 (7) 8
  468..
  ----
  2298.
  2106.
  ----
   1923
   1638
   ----
    285
```

§. 106.

Hat der Divisor eines solchen Exempels Nullen, und zwar entweder in der Mitte oder am Ende; so dürfet ihr nur die (§. 102. N. II. III.) angeführte Regeln behalten.

§. 107.

Fraget man hiebey:

a) Warum wird nicht von dem ganzen Divisor: Z. E. 234 gefraget, wie oft er in dem Dividendus 697 enthalten sey, sondern nur von der ersten Zahl desselben? So ist die Antwort: Es würde sowohl Anfängern als Geübten, wo nicht unmöglich, doch sehr schwer fallen, zu sagen, wie oft eine so grosse Zahl in der andern enthalten. Denn, wie oft eine Zahl in der andern steckt, müssen

müssen wir aus dem Einmal Eins beurtheilen, da nun das Einmal Eins uns nicht über 9 weiset; so können wir auch nicht sagen, wie oft 234 in 697 stecke. Es ist zwar nicht allezeit, aber doch meistens richtig, daß, wenn auf die erste Zahl des Divisors eine gleiche oder kleinere Zahl folget, auch die ganze Zahl des Divisors in der ganzen Zahl des Dividendus, worunter der Divisor stehet, so oft enthalten, als die erste Zahl des Divisors in der ersten Zahl des Dividendus. Z.E.

6	
9 4	
7 6	4
2 8	

b) Warum nimmt man nicht allezeit diejenige Zahl zum Quotienten des ganzen Divisors, welche mir anzeiget, wie oft die erste Zahl des Divisors in der ersten Zahl des Dividendus stecket? Z.E.

6 5	1
3 4	

Antwort: Weil man nicht nur wissen will, wie oft die erste (z.E. 3. in 6.) sondern wie oft alle Zahlen, d.i. der ganze Divisor (z.E. 34.) in dem Dividendus (z.E. 65.) stecket. Da nun zwar 3 in 6, 2mal stecken kan; so steckt doch 34 in 65 nicht 2mal, und deswegen muß man nur einmal nehmen.

§. 108.

Hieraus lässet sich beurtheilen, welches leichte und welches schwere Divisions-Exempel sind. Nemlich

1) leichte sind sie alsdenn, wenn nach der ersten Zahl des Divisors entweder Nullen, oder kleinere Zahlen, als die erste ist, folgen. Z.E.

9 2 7 8	9 2 7 8
2 0 0 3	5 1 2 2

2) Schwer sind sie, wenn in dem Divisor eine oder

oder etliche kleine, hernach aber grössere Zahlen kommen, und zwar werden sie deswegen schwer, weil man da leicht zu viel nehmen, und hernach irre werden kan. Z. E.

69825	69782	95382
2398	1997	3279

§. 109.

Die Art unter sich zu dividiren, hat nebst den vielen Vortheilen, von welchen §. 104. gemeldet worden, auch noch diesen, daß man manchmal, ohne das Einmal Eins zu gebrauchen, blos durch das Addiren, dividiren kan, davon ihr in folgenden Exempeln die vornehmsten Vortheile sehen sollet.

4735

~~1.16.41654565~~ | 2458638

2) - 9470.....

2.1.7.16.....

4) - 18940.....

277.65....

5) - - 23675....

4.09.04...

8) - - - 37880...

3.0.245..

6) - - - - 28410..

18356.

3) - - - - - 14205.

8) - - - - - - 41.5.15

3635

1) Weil 4735 zu sich selber addiret, so viel ausmacht, als 4735 multipliciret mit 2, so addirt es zu sich selbsten, an statt, daß ihr multiplicirt (§. 52.).

2) Weil

2) Weil 2 zu sich selbst addirt 4 ausmacht, so bekommt ihr das Vierfache von 4725, wenn ihr das Zweyfache, nemlich 9470 zu sich selber addiret.

3) Weil das Vier- und Einfache das 5fache ausmachet; so addirt nur 4735 zu 18940.

4) Weil das 4fache zu sich selbst addiret, das 8fache ausmachet, so dürfet ihr nur 18940 zu sich selber addiren.

5) Das 4fache und 2fache zusammen addiret, giebt das 6fache.

6) Das 2 fache zu dem Einfachen addirt, oder auch das Einfache vom 4fachen abgezogen, macht das 3fache aus.

7 Weil das 8fache schon einmal da gewesen, so dürfet ihr es entweder nur so abschreiben, oder es an seinen Ort stehen lassen, und von der Zahl, wovon ihr jetzt abziehen sollet, wegnehmen.

Auf solche Art könnet ihr ohne grosse Mühe bey den meisten Exempeln verfahren.

```
                 3583
                 └──┘
8 6 7 8 5 3 9 7 8 | 2 4 2 2 1 4
7 1 6 6           |
─────────
1 5 1 2 5
1 4 3 3 2
─────────
    7 9 3 3
    ───────
      7 6 7 9
      ───────
        5 1 3 7
        ───────
        1 5 5 4 8
        ───────
          1 2 1 6
```

Hier darf man nur

1) den Divisor zu sich addiren, so hat man das 2fache.

2) Weil man das 4fache, wie der Quotient (4) weiset, schaffen soll, so darf man nur das 2fache zu sich addiren.

3) Die dritte Zahl in Quotienten will das 2 fache von Divisor haben, also kan man nur das 2fache, ohne es erst wieder hin zu setzen, abziehen.

4) Bey

4) Bey der vierten Zahl ist oben das zu thun.
5) Bey der 5ten darf man nur den Divisor stehen lassen wo er stehet, und ihn von dem Dividendus abziehen.
6) Bey der 6ten ist das 4fache, das schon einmal da stehet, so wie Num. 3. da gewesen, abzuziehen.

Hier addirt 1) den Divisor zu sich selbst, so könnet ihr die Summe als das 2fache abziehen.
2) Der Divisor zum 2fachen addirt, giebt das 3fache.
3) Das 3fache doppelt giebt das 6fache.
4) Das 3 und 6fache giebt das 9fache.
5) Das 2fache von 9fachen abgezogen, oder den Divisor zu 6fachen addirt, giebt das 7fache.
6) Das 2fache von 7fachen abgezogen, oder das 2 und dreyfache addirt, oder das 1fache von 6fachen abgezogen, giebt das 5fache.

368

87206800 | 236975
736
1360
1104
2566
2208
3588
3312
2760
2576
1840
1840
0000

Mehrere Exempel anzuführen wird nicht nöthig seyn, weil bey dem Multipliciren (§. 70. Anmerck.) alles schon da gewesen, und man nur hat zeigen wollen, wie man auch ohne Einmal Eins dividiren könnte.

§. 110.

§. 110.

Die dritte Art kommt

1) mit dem unter sich Dividiren darin überein, daß man die ganzen Producte unter den Dividendus schreibt.

2) Mit dem über sich Dividiren aber, daß man den Rest über den Dividendus setzt.

3) Ersparet man auch Platz auf der Tafel oder Papier, weil man den Dividendus anders schreibet. Z. E.

Wenn ihr 9683765 solltet dividiren mit 234, so setzet

1) den Divisor hin.

2) Setzet gerade so viel Zahlen des Dividendus über den Divisor, als der Divisor Zahlen leidet. Z. E. Hier drey.

3) Machet einen Strich hinter denselbigen.

4) Setzet die übrigen Zahlen des Dividendus auf die lezte Zahl desjenigen Dividendus, der über den Divisor stehet, und zwar zur rechten an den Strich, so, wie sie auf einander folgen, in die Höhe. Z. E. Hier setzet ihr sie über 8 ꝛc. hinauf.

5) Damit ihr den Divisor von den Producten unterscheiden könnet, so schliesset ihn in Clammern ein.

6) Nehmet nun die 3 Stücke (§. 96.) vor euch, und sprechet:

a) 2 in 9 hab ich 4mal. Setzet die 4 hinter den Strich.

b) Multipliciret: 4mal 4, 4mal 3, 4mal 2,

welches zusammen 936 ausmacht; setzet dieses Product unter den Divisor.

c) Ziehet 6 von 8, 3 von 6, 9 von 9 ab, und setzet den Rest über 96, also, daß er neben 3 zu stehen kommt. Dahr sonst (§. 105. Num. 5.) die folgende Zahl habt herunter nehmen müssen; so stehet sie jetzo allemal schon da.

7) Fraget nun wiederum: Wie oft die Zahl 2 aus dem Divisor in derjenigen Zahl des neuen Dividendus steckt, welche gerad über ihr stehet. Z. E. Hier steckt 2 in 3. einmal. Multipliciret und subtrahiret alsdenn wie vorher.

8) Weil hier der Quotient 1 wird, so dürfet ihr nur den Divisor gleich abziehen.

9) Wenn ihr den Divisor von dem 4fachen abziehet, so habet ihr das 3fache.

10) Das 4fache doppelt genommen, macht das 8fache.

11) Das 3fache stehet schon einmal da, also ziehet es nur noch einmal ab.

```
(1(4(3
 8 4 5 |
1 9 5 6 |
 8 9 7 |
 3 2 3 |
 9 6 8 | 41383
 (2 3 4)|
 9 3 6
 7 0 2
1 8 7 2
```

Wol-

Wollet ihr 795782 mit 253 dividiren, so verfahret also:

1) Sprechet: 2 in 7 steckt 3mal. Addiret den Divisor 3mal zu sich selbst, so habt ihr das Dreyfache, 759, das ziehet vom Dividendus 795 ab, und setzet den Rest 36 neben der 7, aus dem Dividendus; so habt ihr 367, als den neuen Dividendus anzusehen.

2) Sprechet wieder: 2 in 3 steckt einmal, ziehet da nur gleich den Divisor ab, denn der ist das Einfache, und setzet den Rest, wie Num. 1. erst gezeiget worden, so habt ihr den neuen Dividendus 1148. Derohalben fraget wieder:

3) Wie oft 2 in 11 stecke? nemlich 4mal. Damit ihr das 4fache bekommet, dürfet ihr nur das 3 und 1fache, welche hier unter einander stehen, addiren, nemlich 253 + 759 = 1012, und dieses wieder gehörig abziehen. Endlich sprechet:

4) 2 in 13 steckt 5 mal. Dieses 5fache ohne Einmal Eins heraus zu bringen, addiret das 1fache zu dem 4fachen. Z.E. 253 + 1012 = 1265. Ziehet auch dieses ab, so bleibet der Rest 97 übrig. Auf solche Art habt ihr dieses Exempel ohne Einmal Eins dividirt.

(9(7	
1362	
1148	
367	
795	3145
(253)	
759	
1012	
1265	

* Wenn man eine Zahl mit 1 dividiret, so kommt der Dividendus, als der Quotient, wieder heraus, weil 1 eben so oft darinnen steckt, als der Dividendus ausmacht. Und wenn man den gefundenen Quotienten wollte mit 1 multipliciren, so würde wieder der vorige Dividendus heraus kommen, weil der Quotient nur einmal soll genommen werden. Derohalben ist die Regel richtig: 1 multiplicirt und dividirt nicht.

§. 111.

Will man die Probe im Dividiren machen; so kan sie auf folgende Arten geschehen:

I. Mit dem Multipliciren, so, daß man

a) den Divisor unter den Quotienten setzet, und ordentlich multipliciret (§. 61.).

b) Den Rest des Dividendus zu den gefundenen Product zählet. Denn vermöge der Erklärung des Dividirens (§. 92.) stecket der Divisor, als der jetzige untere Factor, so oft in dem Dividendus, als der Quotient anzeiget. Wenn ihr nun den Divisor so oft nehmet, als der Quotient anzeiget, so muß auch diejenige Zahl heraus kommen, von welcher er so oft weggenommen worden, als der Quotient ausweiset. Weil es aber der Dividendus ist, von welchem er so oft weggenommen worden, so muß auch der Dividendus wieder heraus kommen.

32		43	
8.275	258	9.43	21
64	32	86	43
187	516	83	63
160	7749	43	840
27.5	1	(40)	4
256	8275		943
(19)			

II. Mit Neunern. Es ist dieses die Probe, welche bey dem Subtrahiren (§. 89.) da gewesen, und geschiehet auf folgende Weise:

a) Se-

a) Sehet, wie viel über 9 in derjenigen Zahl des Dividendus stecken, worunter der Divisor stehet. Z. E. in 693 bleibt nichts über 9.

b) Bemercket diese Zahl, die über 9 bleibet an der Seite. Z. E. Hier setzet eine Null hin.

c) Zählet auch, wie viel in dem Product, und dem Reste (§. 93.) über 9 bleibt: denn bleibt da so viel übrig als im Dividendus, so ist es recht (§. 89.), bleibt aber mehr oder weniger übrig, so ist es entweder falsch subtrahirt oder multiplicirt. Z. E. Hier bleibt auch nichts über 9.

0	69.3	
	(342)	2
	684	
	9	
0		

Auf diese Art gehet das ganze Exempel durch, daß ihr nemlich allemal sehet: ob

a) im Dividendus, und

b) im Product und Rest gleichviel über 9 bleibt. Damit ihr aber nicht am Ende erst gewahr werdet, daß ihr gefehlet, so könnet ihr, ehe ihr weiter fort gehet, bey jedem Rest die Probe mit 9 gleich machen.

III. Die dritte Probe könnet ihr also machen:

a) Sehet, wie viel sowol im Divisor als in dem Quotienten über 9 bleibt. Z. E. Wenn der Divisor ist 34, so bleibet in demselben 7, und wenn der Quotient 235 ist, so bleibet in diesem 1 über 9.

b) Diese zwey Reste 7 und 1 multiplicirt mit einander. Z. E. 1 mal 7 ist 7.

c) Wenn ein Rest bey dem Dividiren geblieben, so zählet denselben zu dem Product Z. E. Hier 5 zu 7, so kommt 12 heraus.

d) Sehet auch dabey zu, wie viel über 9 bleibet, nemlich 3.

e) Sehet nach (§. 42. Num. a.), ob im Dividendus auch so viel über 9 bleibt. Bleibt so viel, so ist das Exempel richtig (N. I.).

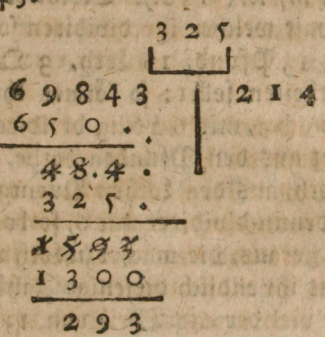
```
3) 34 (3                    5) 434 (5
7995 | 235                  9.5.783 | 220
68                          868
119                          898
102                          868
 175                          303
 170
   5
```

IV. Mit dem Addiren, und zwar auf folgende Weise:

a) Wenn ihr das Exempel ordentlich dividiret, und damit fertig worden seyd, so durchstreichet die neuen Dividendus. Z. E. Hier 484 und 1593.

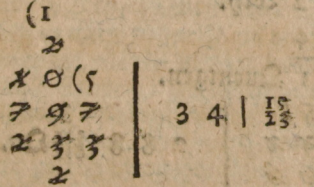
b) Addiret die Producte und den lezten Rest zusammen, so kömmt auch euer Dividendus wieder heraus. Z. E. 3 und 0 ist 3, 9 und 5 ist 14, 2 und 3 ist 5, und 2 dazu ist 7, und die 1, so übergeblieben, ist 8, 1 und 3 und 5 ist

ist 9, endlich 6 ist 6. Folglich kömmt heraus 69843.



§. 112.

Es geschiehet sehr oft, daß sich ein Exempel nicht ganz dividiren lässet: d. i. daß der Divisor nicht gerade etliche mal in dem Dividendus stecket, sondern etwas überbleibet. Dieses nun, was übrig bleibet, setzet man hinter den Quotient, und schreibet as als einen Bruch, so, daß der Rest der Zehler, der Divisor aber der Nenner des Bruches wird. Z. E.



§. 113.

Wenn bey dem Dividiren genannte Zahlen vorkommen; so sind die Regeln davon diese:

1) Setzet die Zahlen, wie (§. 47.) gezeiget worden.

2) Verwandelt die grössere, in kleinere Sorten.

ten. Z. E. Die Pfund in Loth, die Loth in Quentgen, u.s.w. (§. 76.). Dividiret darauf mit der Zahl, mit welcher ihr dividiren sollet: Z. E. Wenn ihr 13 Pfund, 16 Loth, 3 Quentgen in 6 Theile theilen sollet: so könnet ihr weder 13, noch 16, noch 3, mit 6 völlig dividiren, derohalben machet aus den Pfunden Lothe, so bekommt ihr 432 Loth, aus den Lothen Quentgen, nemlich 1731, alsdennn dividiret mit 6, so kommen $288\frac{3}{6}$ Quentgen heraus, die machet zu Loth und Pfund, so bekommt ihr endlich diejenige Zahl, welche anzeiget, wie viel der 6te Theil von 13 Pfund, 16 Loth und 3 Quentgen ist; nemlich 2 Pfund 8 Loth $\frac{1}{2}$ Quentgen

Pfund.	Loth.	Quentgen.
13	16	3

```
  13
  32
  --
  42
 39
 ---
 432 Loth.
    4
 ----
1731 Quentgen.
  55(3 |        3
 1731  | 288 3/6 | 1/2 Qu.
  666  |
```

Anders:

1) Dividiret mit der Zahl, in welche die genannte Zahlen sollen getheilet werden, erstlich die grössere Sorte. Z. E. Bey eben dem Exempel 13 dividirt mit 6, giebt 2 Pfund, und 1 bleibt übrig.

) Den bey der vorhergehenden dividirten Zahl geblie-

bliebenen Rest verwandelt in die Sorte, die ihr gleich darauf dividiren wollet. Z. E. 1, als den Rest, welches hier 1 Pfund, machet zu 32 Loth, als der Sorte, welche ihr nach derselben dividiren wollet.

3) Addiret zu dem in die kleinere Sorte verwandelten Rest, die folgende kleinere Sorte bey der genannten Zahl selbst. Z. E. 32 Loth, als den in die kleinere Sorte verwandelten Rest, addiret zu 16 Loth, als der folgenden kleinern Sorte, in den genannten Zahlen, so habt ihr 48 Loth.

4) Dividiret diese Summe wieder mit dem Divisor 6, so habt ihr schon die Pfund und Loth in 6 Theile getheilet. Z. E. 6 in 48 steckt 8mal.

5) Bleibet da etwas übrig, so verfahret nach Num. 2 und 3. Bleibet aber nichts, so dividiret gleich mit dem Divisor 6, die folgende Zahl, z. E. hier 3. Theilet 3 Quentgen in 6 Theile oder halbe Quentgen, so kommt auf den 6ten Theil ein halbes Quentgen: Also kämen heraus 2 Pfund, 8 Loth, $\frac{1}{2}$ Quentgen.

Es werden an einem hohen Fest in den Klingebeutel 2868 Pfennige eingelegt, wie viel beträgt das an Reichsthalern und Groschen? Antwort: 9 Reichsthaler, 23 Groschen.

Ein Kaufmann bekommt von der Messe 566 Hüthe Zucker, jeden zu 5 Pfund, wie viel Centner wird er haben, den Centner zu 100 Pfund gerechnet? Antwort: 28 Centner, 30 Pfund.

Ein Foliant hat 1684 Seiten, wie viel machet dieser Bücher Papier aus, wenn das Buch zu 25 Bogen gerechnet wird? Antwort: 16 Bücher, 21 Bogen.

Ein ganzes Dorf soll an Getraid liefern 8572 Metzen Korn, wie viel machet dieses Wispel, Malter, Scheffel, Viertel? Antwort: 22 Wispel, 0 Malter, 7 Scheffel, 3 Viertel.

Es wird für Arme ein Allmosen gesammlet, und zusammen gebracht 56 Reichsthaler, 18 Groschen, 7 Pfennige. Es

wird aber unter 26 Arme ausgetheilet, wie viel bekommt jeder? Antw. 2 Thl. 4 Gr. 4 Pf. und etwan noch $\frac{8}{26}$ vom Pf.

Ein Bau-Herr zahlet seinen Arbeits-Leuten aus: 25 Reichsthaler, 19 Groschen, 7 Pfennige. Derselbigen sind 8, wie viel wird einer bekommen? Antwort: 3 Reichsthaler, 5 Groschen, 5 Pfennige, $\frac{3}{4}$ Heller.

Von denen Verhältnissen.

§. 114.

Das dritte Stück, so man von den Zahlen zu mercken hat, ist, daß man sie mit einander vergleichen kan, um dadurch auszumachen, welche von beyden grösser oder kleiner ist, und diese Vergleichung zweyer Zahlen, wobey man ausmachet, welche grösser oder kleiner sey, heisset eine Verhältniß (ratio) (§. 8.). Diese Vergleichung aber mit den Zahlen kan geschehen:

1) Wenn ihr 2 Zahlen gegen einander haltet, und sehet, um wie viel die eine kleiner sey als die andere. Z. E. 4 und 7. Dieses aber findet ihr, wenn ihr 4 von 7 subtrahiret. Da nun diese Vergleichung durch das Subtrahiren geschehen ist, nennet man sie eine Arithmetische Verhältniß, (ratio arithmetica), um deswillen bezeichnet man sie auch mit einem Strich (—). Z. E. 5 — 7 3 — 5.

2) Wenn ihr 2 Zahlen gegen einander haltet, und fraget, wie vielmal eine Zahl kleiner sey als die andere, d. i. ihr sehet, wie oft die eine in der andern stecket. Eine solche Vergleichung, die durch das Dividiren angestellet wird, heisset eine Geometrische Verhältniß, (ratio geometrica), daher wird sie auch mit 2 Puncten (:) angezeiget. Z. E. 3:64:162:8.

§. 115.

§. 115.

Die 2 Zahlen, welche mit einander verglichen werden, nennet man die Glieder, und zwar die Zahl zur lincken Hand das erste, die zur rechten aber, das andere Glied.

§. 116.

Bey einer Arithmetischen Verhältniß, heisset die Zahl, welche durch die Vergleichung heraus gebracht wird: der Unterscheid der Glieder (differentia). Bey einer Geometrischen Verhältniß aber heisset sie der Exponent (exponens vel nomen rationis). Z. E.

$$7 \overset{2}{\smile} 9 \quad \text{Differenz} = 2$$

$$4 : 16 \overset{4}{\smile} \quad \text{Exponent} = 4$$

§. 117.

Wenn ihr zwey Arithmetische Verhältnisse habet, in welchen bey der ersten Verhältniß das erste Glied um so viel von dem andern unterschieden ist, als bey der andern Verhältniß das erste Glied von seinem andern, so sind das 2 gleiche Verhältnisse; dieses aber geschiehet nur alsdenn, wenn sie gleiche Differenzen haben; also machet man daraus diese Regel: Wenn in 2 Arithmetischen Verhältnissen die Differenzen gleich sind; so sind auch die Verhältnisse gleich. Z. E. $3 \overset{4}{\smile} 7 = 5 \overset{4}{\smile} 9$ $6 \overset{2}{\smile} 8 = 4 \overset{2}{\smile} 6$.

§. 118.

§. 118.

Wenn 2 Geometrische Verhältnisse (§. 114. N. 2.) also beschaffen sind, daß die ersteren Glieder von beyden Verhältnissen, gleich oft in ihren andern Gliedern enthalten; so sind es 2 gleiche Geometrische Verhältnisse, und da dieses nur alsdenn geschiehet, wenn die Exponenten (§. 116.) einander gleich sind; so ist die Regel: Gleiche Geometrische Verhältnisse sind, wo die Exponenten gleich sind. Z. E. 4:8 2:4 3:6, da ist der Exponent = 2.

§. 119.

Wo 2 gleiche Verhältnisse sind, da ist eine Proportion, und zwar

a) eine Arithmetische; wenn die Verhältnisse Arithmetisch sind. Z. E. 3 — 7 = 5 — 9.

b) Eine Geometrische; wenn die Verhältnisse Geometrisch sind. Z. E. 2:4 = 5:10. Wenn in einer Proportion die mittelsten Glieder einander gleich sind, so nennet man sie eine beständige oder durchgängige Proportion (continuam). Z. E. 3:4 = 4:8 oder 3:4:8. Sind aber die mittlern Glieder ungleich, so heisset sie eine unterbrochene oder veränderte Proportion, (discreta). Z. E. 3:6 = 4:8.

§. 120.

Die Glieder oder Zahlen in einer Proportion heissen: Proportional-Zahlen.

§. 121.

Wenn mehr als 2 Verhältnisse zusammen gesetzet werden; so nennet man es eine Progreßion. Diese ist nun wieder

a) Arithmetisch; wenn die Verhältnisse Arithmetisch sind. Z. E. 1-2-3-4-5-6-7-2c.

b) Geo-

b) Geometrisch; wenn die Verhältnisse Geometrisch sind. Z.E. 2:4:8:16:32. Wenn man nun in den Progreßionen vom kleinen anfängt, daß die Glieder wachsen, heisset es eine steigende (ascendens), z. E. 2:4:8:16:32: Wenn man aber vom grossen anfängt, daß die Glieder kleiner werden, eine fallende Progreßion (progressio descendens). Z.E. 32:16:8:4:2:

§. 122.

Weil die meisten Exempel, welche in Progreßionen vorkommen, theils zum Spielen und Vexiren, theils aber nur zu recht schweren Rechnungen gebraucht werden, und beydes vor Kinder nicht dienet, so war man Anfangs gesonnen, hier von Progreßionen weiter nichts zu gedencken. Allein, da man doch auch einige Exempel sowol im gemeinen Leben, als bey Kindern zu ihrer Ermunterung gut gebrauchen kan, so wolte man zum wenigsten einige Aufgaben mit Exempeln hieher setzen. Der Beweis der Regeln bleibt um deswillen weg, weil a) die Sache zu weitläuftig worden wäre; b. man die Ordnung des Aufsatzes unterbrechen müssen; c) die Beweise am leichtesten und gründlichsten in der Algebra oder Buchstaben-Rechnung können gezeiget werden, diese aber manchem gar zu fremd vorkommen möchte.

Von Arithmetischen Progreßionen.

1. Aufgabe.

In einer Arithmetischen Progreßion, aus dem ersten Glied und der Differenz, ein jedes verlangtes Glied zu der Progreßion zu finden. Z.E. Es sey das erste Glied = 3, die Differenz = 2 zu finden das 24ste Glied.

1) Subtrahiret von dem verlangten 24ten Glied 1, so bleibt 23, als der Rest.

2) Diesen Rest 23 multipliciret mit der Differenz 2, so habet ihr 46.

3) Zu

3) Zu diesem Product 46, addiret das erste Glied 3, so ist das 24te Glied = 49.

Z. E. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49.

Ein Fleischer kauft einem Bauern 16 Ochsen ab, davon einer besser ist als der andere. Daher will der Bauer den geringsten vor 12 Reichsthaler, den etwas bessern vor 16 Reichsthaler, den noch bessern vor 20 Rthlr. lassen; vor einen der übrigen also allemal 4 Rthlr. mehr haben. Wie hoch wird der beste kommen? Antwort: 72 Reichsthaler.

16
1
15
4
60
12
72

Es borgt jemand von dem andern 50 Reichsthaler, und verspricht ihm davor, die erste Woche 3 Groschen, die andere 2 Groschen mehr, nemlich 5 Groschen, die dritte wieder 2 Groschen mehr, nemlich 7, u. s. f. als Zinsen zu bezahlen. Nun behält er das Capital 42 Wochen, wieviel muß er in der 42, oder lezten Woche Zins geben? Antwort: 3 Reichsthaler, 13 Groschen.

42
1
41
2
82
3
85

Ein Bauer hat 28 Schafe, von denen krieget er im ersten Jahr 6 Lämmer, im andern 12, im dritten 18, und das folgende Jahr allemal 6 Lämmer mehr, als im vorhergehenden, wieviel wird er im 12. Jahr Lämmer bekommen? Antwort: 72 Lämmer.

12
1
11
6
66
6
72

2. Aufgabe.

Aus dem ersten und lezten Glied, und der Anzahl der Glieder einer Arithmetischen Progreßion, die Differenz zu finden.

Z. E.

Z. E. Es sey das erste Glied = 4,
das lezte Glied = 64,
Anzahl der Glieder = 21.

1) Subtrahiret das erste Glied von dem lezten. Z. E. 64 — 4 = 60.

2) Subtrahiret von der Anzahl der Glieder 1. Z. E. 21 — 1 = 20.

3) Dividiret diese 2 Rste 20 und 60 miteinander, so ist der Quotient die verlangte Differenz 3. Z. E. 60 : 20 = 3. (§. 49. 99.).

(3)

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37. 40. 43. 46. 49 52. 55. 58. 61. 64.

Es verkauft einer 24 Bücher, das erste und schlechteste kostet 3 Groschen, das lezte und beste 3 Reichsthaler, 23 Groschen. Wenn nun die Bücher dergestalt verkauft worden, daß das andere eben um so viel theurer, als das erste verkauffet worden, um wie viel das dritte theurer als das andere verkauft worden. Wie viel macht es nun aus, daß eines theurer verkauft worden, als das andere? Antwort: 4 Groschen.

24	95	
1	3	92 : 23 = 4
23	92	

3. Aufgabe.

Aus der Differenz, dem lezten Glied, und der Anzahl der Glieder, das erste Glied zu finden.

Z. E. Das hunderte Glied = 199.
Die Differenz = 2.

1) Multipliciret die Anzahl der Glieder weniger 1, mit der Differenz. Z. E. 100 — 1 = 99. 2 = 198. (§. 49. 83. 61.).

2) Subtrahiret dieses Product von dem lezten Glied. Z. E. 199 — 198 = 1. so ist der Rest 1, das verlangte erste Glied.

Ein

Ein Vater hat 12 Kinder, ein jedes ist 3 Jahr älter als das andere, das älteste aber ist 40 Jahr, wie alt wird das jüngste seyn? Antwort: 7 Jahr.

12
1
11
3
33
40
7

Ein Edelmann hat 50 Unterthanen, der geringste giebt 4 Reichsthaler weniger, als sein Nachbar, welcher mehr Güter hat; dieser wieder 4 Reichsthaler weniger, als sein reicherer Nachbar, u. s. f. Der reichste aber giebt 212 Reichsthaler Steuren. Wie viel giebt der ärmste? Antwort: 16 Reichsthaler.

50
1
49
4
196
2.1.2
16

Ein grosser Herr theilet unter 25 seiner Bedienten eine gewisse Summe Geld aus, so, daß immer einer 6 Thaler mehr bekommt, als der andere, der lezte, welcher das meiste bekommen, hatte 200 Reichsthaler, wie viel wird der erste bekommen haben? Antwort: 56 Reichsthaler.

25
1
24
6
144
2.0.0
56

4. Aufgabe.

Aus dem ersten und lezten Glied, nebst der Anzahl der Glieder, die Summe aller Glieder zu finden. Z. E. Es sey das erste Glied = 3.

Das lezte Glied = 128.

Die Anzahl der Glieder sey = 54.

1) Addiret das erste und lezte Glied. 3 + 128 = 131. (§. 94. 38.).

2) Multipliciret mit der halben Summe der Glieder, die Summe der 2 Glieder, so ist das Product die Summe aller 54 Glieder. Z. E. 131. 27 = 3537. (§. 49. 61.).

Z. E.
128
3
131
27
917
262
3537

Wenn

Wenn einer fragte: Wie vielmal die Glocke früh von 1 Uhr an, bis 12 Uhr Mittags, und von da an, bis 12 Uhr zu Mitternacht anschlüge? So könte man antworten: Im ersten Fall 78mal, im andern auch 78 mal, also innerhalb 24 Stunden höret man 156 Schläge.

1
12
13
6
78
78
156

Ein Fürst will eine Stadt anlegen, und vor sich 16 Häuser bauen lassen, eines gröſſer als das andere, zum ersten braucht er 800 Quader-Steine, zum andern 20 mehr, zum dritten wieder so viel mehr, u. s. f. zum 16 braucht er 1120, wie viel Steine müste er zu den 16 Häusern führen lassen? Antwort: 15360

800
1120
1920
8
15360

5. Aufgabe.

Aus dem ersten Glied, der Differenz, und der Anzahl der Glieder, die Summe aller Glieder zu finden.

Z. E. Es sey das erste Glied = 30.
Die Differenz = 2.
Die Anzahl der Glieder = 40.

1) Suchet nach der 1. Aufgabe das 40. Glied. Z. E. 40 — 1 = 39. 39. 2 = 78. 78 † 30 = 108. Das ist das 40te Glied.

2) Suchet nach der 4. Aufgabe daraus die Summe der Glieder. Z. E. 108 † 30 = 138. 20 = 2760. Das ist die Summe aller Glieder.

40 = Anzahl aller Glieder.
1
39
2 = Differenz.
78
30 = dem ersten Glied.
108 = dem 40ten Glied.
30 = dem ersten Glied.
138
20 = ½ Anzahl der Glieder.
2760 Summe aller Glieder.

Wenn der, im 2 Exempel der 3. Aufgabe, gedachte Edelmann wissen wolte, wie viel alle seine Unterthanen des Jahrs Steuren geben, so würde er nach dieser Aufgabe finden 5700 Reichsthaler.

16
212
228
25
1140
456
5700

Die Summe Geld, welche der grosse Herr im 3. Exempel der 3. Aufgabe ausgetheilet, war 3200 Reichsthaler.

200 256
516 $12\frac{1}{2}$
256 512
256
3072
128
3200

Hercules fragte den Augias: Wie viel er Ochsen hätte? Der antwortete ihm: Seine Ochsen stünden an 40 Orten so vertheilet, daß wenn sich am ersten Ort 3 befänden, im 2. schon 5, im dritten 7, u. s. f. stünden. Es fand Hercules aber am ersten Orte 30. Wie viel Ochsen mag Augias gehabt haben? Antwort: 16800.

30
810
840
20
16800

Von

Von Geometrischen Progreßionen.

1. Aufgabe.

Aus dem ersten Glied und dem Namen der Verhältniß oder Exponent, in einer Geometrischen Progreßion (§. 114 116.), ein jedes verlangtes Glied zu finden.

Z. E. Das erste Glied = 2.
Der Exponent = 3, man soll finden das 12te Glied.

Hier solte man 12, als das verlangte Glied, um 1 verringern, und das erste Glied 2, mit dem Exponenten 3, 11 mal multipliciren, welches aber sehr weitläuftig wäre. Z. E.

2	1458
3	3
6	4374
3	3
18	13122
3	3
54	39366
3	3
162	118098
3	3
486	354294
3	
1458	

Kürzer kan man es folgendergestalt machen:

1) Die Anzahl der Glieder weniger 1. zertheilet in kleinere Zahlen. Z. E. XI $\begin{cases} IV \\ IV \\ III \end{cases} \begin{cases} II \\ II \end{cases}$

XI lässet sich zertheilen in IV + IV + III.

2) Machet nur einige Glieder aus der Progreßion. Z. E. I. II. III. Welches ihr thun könnet, weil ihr das erste Glied und den Exponenten habt.

3) Schreibet oben darüber die Römischen Zahlen I. II u.s.f. machet aber den Anfang von o

4) Sehet, welche Römische Zahlen ihr addiren müsset, daß ihr XI. heraus bekommt.

5) Wollet ihr nun euer verlangtes Glied haben, so findet ihr es, wenn ihr diejenigen Cyphern mit einander multipliciret und mit dem ersten Gliede dividiret, welche unter denjenigen Römischen Zahlen stehen, die ihr addiren müsset.

Z. E. o. I. II. III.
2 : 6 : 18 : 54.

Hier ist II + II = IV. Multipliciret also 18 mit sich selbst, und dividiret dieses Product mit dem ersten Gliede, so bekommt ihr das IVte Glied.

Ferner: nehmet IV + IV = VIII. also multipliciret 162 wieder mit sich selber, und dividiret das Product mit dem ersten Glied, so habt ihr das VIII. Endlich VIII + III = IX, also multipli-

tipliciret 13122 mit 54, und dividiret abermal mit 2, als dem ersten Glied, so habt ihr das XI Glied. Wenn nun 2 voran stehet, so ist das euer verlangtes 12te Glied.

18 = II
18 = II

144
18

2) 324 | 162 = IV
| 162

324
972
162

2) 26244 | 13122 = VIII
| 54 = III

52488
65610

2) 708588 | 354294 = XI.

Ein Jubilirer will einen mit 24 der kostbarsten Diamanten versetzten Ring auf folgende Bedingung verkaufen. Der Käuffer soll ihm nur die Diamanten dergestalt bezahlen, daß er vor den ersten 4 Stecknadeln, vor den andern 16, vor den dritten 64 Stecknadeln, und also immer vor den folgenden 4mal mehr giebt; wenn nun 400 Stecknadeln 1 Groschen kosten, wie hoch würde der 24ste Diamant zu stehen kommen? Antwort: 29320309787 Reichsthaler, $13\frac{256}{400}$ Groschen.

XXIII { XVI { VIII { IV { II
{ IV
{ VIII
{ VII { III
{ VI

0. I. II. III.
4 : 16 : 64 : 256.

64 = II
64 = II
256
384
4) 4096 | 1024 = IV
1024 = IV
4096
2048
1024..
2) 1048576 | 262144 = VIII
262144 = VIII
1048576
1048576.
262144..
524288...
1572864....
524288.....
4) 6871947673 6
17179869184 = XVII
65536 = VII
1030792151 04
515396075 52
858993359 20
858993359 20
1030792151 04
4) 1125899895842624
281474973960656 = XXIII
400) 703687434901 256/400
24) 29320309787 Rthl. 13 256/400 Gr.
Ein

Ein Pferd wird verkauft nach seinen 32 Hufnägeln, so, daß der erste Hufnagel soll bezahlet werden vor 1 Heller, der andere vor 2, der dritte vor 4, und so fort. Was wird der lezte Nagel kosten? Antwort: 3728270 Reichsthaler, 5. Groschen, 4 Pfennige.

$$\text{XXXI}\left\{\begin{array}{l}\text{XXX}\left\{\begin{array}{l}\text{X}\\ \text{XX}\left\{\begin{array}{l}\text{X}\left\{\begin{array}{l}\text{V}\left\{\begin{array}{l}\text{III}\\ \text{II}\end{array}\right.\\ \text{V}\end{array}\right.\\ \text{X}\end{array}\right.\end{array}\right.\\ \text{I}\end{array}\right. \qquad \begin{array}{c}\text{o. I. II. III.}\\ 1:2:4:8.\end{array}$$

2. Aufgabe.

Aus dem kleinesten und grössesten Gliede und dem Exponenten die Summe der Glieder zu finden. Z. E. In der vorhergehenden Aufgabe, bey dem Exempel von den Nägeln, ist das kleinste Glied 1, der Exponent 2, das grösseste Glied 2147483648 Heller.

1) Subtrahiret das erste und das lezte Glied von einander.
2) Den Rest davon dividiret mit dem um 1 verringerten Exponenten. Hier mit 1, 1 aber dividiret nicht (§. 110.*).
3) Zum Quotienten addirt das lezte Glied, so ist dieses die Summe aller Glieder. Also hätte das Pferd gekostet: 7456540 Reichsthaler, 10 Groschen, 7 Pfennige, 1 Heller.

$$\begin{array}{r}2147483648\\ 1\\ \hline 2147483647\\ 2147483648\\ \hline 4294967295\end{array}$$

3. Aufgabe.

Aus dem ersten Gliede, dem Exponenten, und der Anzahl der Glieder, die Summe der Glieder zu finden. Z. E. in der ersten Aufgabe, bey dem Exempel vom Ring, war das erste Glied = 4, der Exponent 4, die Anzahl der Glieder 24.

1) Suchet nach der ersten Aufgabe das 24ste Glied.
2) Subtrahiret das erste Glied davon.
3) Dividiret dieses mit dem um 1 verringerten Exponenten, nemlich 3.
4) Zu dem Quotienten addiret das lezte Glied.

Also kostet der Ring $375299965280873\frac{1}{3}$. Stecknadeln, oder 39093746383 Reichsthaler, 10 Groschen, $73\frac{1}{3}$ von einer Stecknadel.

$$
\begin{array}{rr}
 & 281474973960656 \\
 & 4 \\
\hline
 & 281474973960652 \\
\hline
3) & 93824991320217\frac{1}{3} \\
 & 281474973960656 \\
\hline
 & 375299965280873\frac{1}{3}
\end{array}
$$

§. 123.

Weil Verhältnisse aus Zahlen bestehen (§. 114.), man aber mit Zahlen multipliciren, dividiren, und dadurch eine andere finden kan (§. 51. 91.), so folgt, daß man auch mit Verhältnissen multipliciren, dividiren, und dadurch eine neue Verhältniß heraus bringen könne.

§. 124.

§. 124.

Wenn man die 2 Glieder in einer Geometrischen Verhältniß (§. 114. Num. 2. §. 115.) mit einer dritten Zahl multiplicieret, so verhalten sich die Producte davon, wie die 2 Glieder in der Verhältniß selbst. d. i. So oft das erste Glied in dem andern enthalten, so oft ist auch das Product aus dem ersten Gliede und der dritten Zahl, in dem Product aus dem andern Gliede und der dritten Zahl enthalten. Kurz: Es kommt eine der vorigen gleiche Verhältniß heraus (§. 118.).

Z. E. 5 15 5 : 15 = 15 : 45.
3 3
15 45

(*) Diese 2 Puncte (:) bedeuten hier: es verhält sich: die 2 Striche aber (=) zeigen an: so, also, eben so, wie. Derowegen muß man diesen Satz so aussprechen: 5 verhält sich zu 15, eben so, wie 15 sich verhält zu 45.

§. 125.

Sowol die Lehre von denen Brüchen, als der Regel Detri, gründet sich auf den Satz §. 124. Daher wird es der Mühe werth seyn, sich den Grund desselben recht bekannt zu machen. Der Beweis davon ist folgender: Weil 15 so groß ist, als seine Theile zusammen genommen (§. 33. Num. I.), so müssen gleiche Producte heraus kommen, wenn ihr diese beyde Zahlen mit 3 multipliciret (§. 55.). Also ist 45 = 15 + 15 + 15. Da nun aber 15, als das Product aus dem ersten Gliede 5, und der dritten Zahl 3, dreymal in 15+15+15 enthalten, wie der Augenschein lehret; so muß es auch dreymal in 15 enthalten seyn (§. 33. N. III.). Nun ist aber das erste Glied 5 im andern Gliede 15 auch dreymal enthalten (§. 57.), folglich ist der Satz richtig: So

oft das erste Glied 5 in dem andern 15 enthalten, so oft ist das Product aus dem ersten Gliede 5, und der dritten Zahl 3, in dem Product aus dem andern Gliede 15, und eben der dritten Zahl 3 enthalten.

Z. E. $15 = 5 + 5 + 5$ (§. 33. I.

$3 = 3$

$45 = 15 + 15 + 15$ §. 55.

$5 : 15 = 1 : 3$

$15 : 15 + 15 + 15 = 1 : 3$ (§. 92. 118.)

$5 : 15 = 15 : 15 + 15 + 15$ (§. 33. III.)

$5 : 15 = 15 : 45$ (§. 33. II.)

§. 126.

Eben das gilt auch, wenn ihr die 2 Glieder in einer Geometrischen Verhältniß mit einer dritten Zahl dividiret. Die Regel davon ist: **Wenn man die 2 Glieder in einer Geometrischen Verhältniß mit einer dritten Zahl dividiret, so verhalten sich die Quotienten, wie die Dividendus.**

Z. E. 6 | 2 — 12 | 4 — 6 : 12 = 2 : 4.

d. i. So oft das erste Glied 6 im andern Gliede 12 steckt, so oft steckt auch der Quotient 2 aus dem ersten Gliede und der dritten Zahl, im Quotienten 4 aus dem andern Gliede und eben der dritten Zahl. Wenn man dieses Exempel ins Multipliciren verwandelt, nemlich den Divisor mit dem Quotienten mul=

multipliciret, so kan man den §. 125. zum Beweis brauchen.

Von denen Brüchen.

§. 127.

Was bisher von denen Verhältnissen und Proportionen gemeldet worden, kan zu denen Brüchen und der Regel Detri hinlänglich seyn. Weil man aber nicht allezeit Ganze miteinander zu vergleichen hat, sondern nur bisweilen Theile von Ganzen; so ist nöthig, auch von denen Brüchen zu handeln.

§. 128.

Wenn man ein Ganzes in gleiche Theile theilet, und nimmt ein oder etliche solcher Theile, so wird dieses ein Bruch genennet (fractio). Z. E. Wenn ihr 1 Groschen in 12 Pfennige theilet, und nehmet 3 solcher Theilgen, so habt ihr nicht ein Ganzes, d. i. den Groschen selbst, sondern einen Bruch, d. i. etliche gleiche Theile vom Ganzen.

§. 129.

Man könte fragen: 1) Wie viel Zahlen zu einem Bruch gehörten? Antwort: Weil man alsdenn einen Bruch hat, wenn man das Ganze in etliche gleiche Theile theilet, und etliche solcher Theile davon nimmt (§. 128.), so muß eine Zahl da seyn, welche anzeiget, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilet ist. Diese Zahl heisset eben darum der Nenner, (denominator,) weil sie weiset, ob es Viertheilgen, oder Drittheilgen von Ganzen sind. Es gehöret aber noch eine darzu, welche anzeiget, wie viel man solcher Theile habe. Diese heisset der Zehler, (numerator,) weil sie zehlet, wie viel man solcher Theile habe.

2) Wa-

2) Warum muß das Ganze in gleiche Theile getheilet werden? Antwort: Zu einem Bruch gehöret nur ein Nenner (Num. 1.). Wenn man aber das Ganze in ungleiche Theile theilete, so würde ein Bruch mehrere Nenner bekommen, wenn man alle seine Theile nehmen, und das Ganze daraus machen wolte. Dieses ist also die Ursache, warum man ein Ganzes in gleiche Theile theilen muß, wenn man einen Bruch haben will. Z. E. Wenn man einen Groschen in 4 Pfennige und 4 Pfennige, 2 Pfennige und 2 Pfennige theilete; so müste man 2 Drittheilgen und 2 Sechstheilgen haben, wenn man das Ganze verlangte (§. 33. I.), Drittheilgen und Sechstheilgen aber sind 2 verschiedene Nenner. Da aber ein Ganzes nur einerley Sechstheilgen haben kan, so kommt es doch auf gleiche Theile hinaus.

3) Wie wird ein Bruch geschrieben, daß man ihn von andern Zahlen leicht unterscheiden kan? Antwort: Man machet einen Quer-Strich, und setzet die Zahl, welche man den Zehler nennet (Num. I.), über denselben, die Zahl aber, welche der Nenner heisset, unter den Strich.

4) Wie spricht man aber einen Bruch aus? Antwort: Man behält die Namen der Cyphern, welche sie §. 15. bekommen haben; spricht die obere, nemlich den Zehler zuerst aus, und setzet zu der untern Cypher, als dem Nenner, nur das Wort Theilgen. Z. E. $\frac{3}{4}$ drey Viertheilgen, oder drey Viertel, $\frac{2}{7}$ zwey sieben Theilgen.

§. 130.

Brüche zu beurtheilen, mercket:

1) Ein Bruch ist groß, d. i. er trägt viel am Werth aus, wenn der Zehler eines Bruches wenigmal in dem Nenner enthalten. Denn, je mehr man Theile vom Ganzen hat, desto weniger fehlet vom Ganzen. Wenn aber der Zehler nicht viel kleiner als der Nenner ist, so hat man viel Theile vom Ganzen (§. 129. Num. 1.). Da nun der Zehler, wenn er nicht viel kleiner ist, als der Nenner, wenigmal im Nenner steckt, so folgt: Wenn

der

der Zehler eines Bruchs wenigmal im Nenner steckt, daß man viele Theile vom Ganzen haben müsse, folglich alsdenn der Bruch groß sey.

2) Zwey Brüche sind einander gleich, **wenn ihre Zehler gleich oft in ihren Nennern enthalten.** Denn, wenn ihr nach Num. 1. wissen wollet, ob ein Bruch groß ist; so müsset ihr untersuchen, ob der Zehler im Nenner oftmals enthalten, d. i. ihr vergleichet 2 Zahlen mit einander durch das Dividiren. Folglich habt ihr da eine Geometrische Verhältniß (§. 114. Num. 2.). Da ihr nun alle Brüche also beurtheilen müsset, so folgt, daß ihr alle Brüche als Geometrische Verhältnisse ansehen könnet. Was also von diesen Verhältnissen wahr ist, das muß auch von den Brüchen wahr seyn. Nun sind jene einander gleich, wenn sie gleiche Exponenten haben (§. 118.), folglich müssen auch die Brüche, wenn sie gleiche Exponenten haben, einander gleich seyn: Die Exponenten bey den Brüchen kommen heraus, wenn man den Nenner mit dem Zehler dividiret (§. 116.). Also ist es richtig, daß die Brüche einander gleich sind, wenn die Zehler in den Nennern gleich oft enthalten. Z. E. $\frac{3}{9}$ $\frac{2}{6}$. So oft der Zehler 3 im Nenner 9 enthalten, eben so oft ist der Zehler 2 in seinem Nenner 6 enthalten. $\frac{3}{9}$ Reichsthaler ist 8 Groschen, $\frac{2}{6}$ Reichsthaler ist auch 8 Groschen.

3) **Unter etlichen Brüchen ist der grösseste derjenige, wo der Zehler am wenigstenmal im Nenner enthalten.** Theilet 1 Reichsthaler in 24 Theile, und nehmet 6 solcher Theile, d. i. $\frac{6}{24}$, so habt ihr 6 Groschen. Theilet einen andern Reichsthaler in 12 Theile, und nehmet auch 6 davon, so

habt

habt ihr $\frac{6}{12}$ oder 12 Groschen: also ist der leztere Bruch noch einmal so groß als der erstere. Wenn nun die Ursache, woher man die Grösse der Brüche erkennen kan, in den Zahlen, nemlich Zehler und Zehler, Nenner und Nenner läge, so müste der eine Zehler auch noch einmal so groß seyn als der andere. Die Zehler aber sind einander gleich, die Brüche aber nicht, also kan die Ursach in den Zehlern nicht liegen. Auch lieget sie nicht in den Nennern, denn sonsten müste ja bey dem kleinen Bruch $\frac{6}{24}$ der Nenner kleiner seyn, als bey dem grossen $\frac{6}{12}$, welches abermals nicht ist. Derohalben muß die Ursache im Zehler und Nenner zugleich zu suchen seyn. Denn gleich wie 6 in 12, 2mal weniger steckt, als 6 in 24; also ist auch umgekehrt der Bruch $\frac{6}{24}$, die Hälfte von $\frac{6}{12}$. Folglich ist die obige Regel richtig.

§. 131.

Aus der Zusammenhaltung des Zehlers mit seinem Nenner könnet ihr noch ferner beurtheilen:

1) **Ob etwas ein ächter Bruch sey?** d.i. ob man nicht das Ganze, sondern nur etliche Theile vom Ganzen habe? Nemlich: **Ein ächter Bruch ist, wenn der Zehler kleiner ist, als der Nenner.**

Z. E. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{6}{11}$.

2) **Ob ein Bruch gerade ein Ganzes ausmache?** Wenn die Zehler und Nenner gleichgültige Zahlen sind (§. 27.), so macht der Bruch gerade ein Ganzes aus. Denn da

da habt ihr alle Theile des Ganzen, folglich das Ganze selbst (§. 33. I. 129. N. 1.).

Z. E. $\frac{6}{6}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{13}{13}$

3) Ob ein Bruch unächt sey? d. i. ob er mehr als ein Ganzes austrägt? Wenn der Zehler grösser ist als der Nenner, so ist es ein unächter Bruch. Denn da habt ihr nicht nur alle Theile vom Ganzen, sondern noch drüber (§. 129. Num. 1.).

Z. E. $\frac{8}{4}$. $\frac{9}{5}$. $\frac{12}{3}$

Man darf sich hier bey Num. 2 und 3 nicht an die Erklärung von Brüchen (§. 128.) stossen; denn man siehet hier auf das Schreiben der Zahlen, und eben deswegen, weil sie nach Art der Brüche geschrieben werden, nennet man sie auch Brüche.

§. 132.

Bisweilen theilet man einen Bruch in gleiche Theile, und nimmt einen oder etliche solcher Theile, daraus entstehet darnach ein gebrochener Bruch, (fractio fractionis). Z. E. $\frac{2}{3}$ Man spricht ihn aus: Zwey Drittheil von drey Viertheil. Man kan aber einen gebrochenen Bruch leicht in einen ächten Bruch verwandeln, wenn man nur die Zehler mit den Zehlern, die Nenner mit den Nennern multipliciret. Z. E. $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4} = \frac{6}{12}$. Der Grund ist unten beym Multipliciren zu suchen.

§. 133.

§. 133.

Wenn ein Bruch ein oder etliche Ganze bey sich hat; so nennet man ihn eine gemischte Zahl, (numerum mixtum).

Z. E. $5\frac{3}{4}$. $6\frac{2}{3}$. $8\frac{5}{7}$.

Ein gemischter Bruch (fractio mixta) aber ist, wenn Theile des Ganzen und Theilgen von solchen beysammen sind. Z. E. $\frac{5\frac{1}{2}}{4}$. oder vierthalb Viertel.

§. 134.

Wenn ihr einen unächten Bruch in Ganze und ächte Brüche verwandeln wollet; so verfahret folgender massen: Dividiret den Zehler des unächten Bruches mit dem Nenner; so kommen die Ganze heraus, welche der unächte Bruch austräget, wenn aber ein Rest bleibet; so ist solcher der ächte Bruch:

Z. E. $\frac{20}{4}$ | 20:4 = 5. $\frac{19}{4}$ | 19:4 = 4 † $\frac{3}{4}$

§. 135.

Eine gemischte Zahl muß man bisweilen zu einer unächten (§. 131. Num. 3.) machen, und das geschiehet also: Multipliciret das dabey stehende Ganze mit dem Nenner des Bruches, und addiret zum Product den Zehler: Z. E. $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$. $6\frac{2}{3} = \frac{20}{3}$. Denn $\frac{23}{4} = \frac{20}{4} + \frac{3}{4}$ (§. 33. I.). Nun aber sind $\frac{20}{4} = 5$ Ganzen (§. 134.), folglich, wenn man dazu die $\frac{3}{4}$ addiret, so kommt $5\frac{3}{4}$ wieder heraus. Wollet ihr aber ein Ganzes zu einem unächten Bruch machen, so dürft ihr nur einen Strich unter das Ganze ziehen, und 1, als den Nenner darunter

unter setzen. Z. E. $\frac{8}{1}$. $\frac{6}{1}$. $\frac{12}{1}$. Denn nach (§. 134.) bleiben es doch immer Ganze.

Wenn ihr aber einen gemischten Bruch, z. E. $3\frac{1}{4}$ in einen ächten Bruch verwandeln sollet, so multipliciret den Zehler, welcher die grösten Theile anzeiget, nemlich 3 mit dem Nenner, so die kleinern Theile haben, 4, und addiret zu dem Product den Zehler der kleinern Theile, so ist die gefundene Zahl 7 der Zehler des gesuchten Bruches. Den Nenner zu finden, multipliciret die beyden Nenner 2 und 4, so ist $3\frac{1}{2} = \frac{7}{8}$, oder $5\frac{3}{4} = \frac{23}{24}$.

§. 136.

Es ist oben §. 130. Num 2. gezeiget worden, Brüche wären Geometrische Verhältnisse. Von denen aber ist erwiesen worden, daß gleiche Verhältnisse heraus kommen, wenn man sie mit einer dritten Zahl multipliciret (§. 125.) oder dividiret (§. 126.); also muß das auch von den Brüchen gelten, daß gleiche Brüche heraus kommen, wenn ihr Brüche mit einer dritten Zahl multipliciret oder dividiret.

§. 137.

Da gleiche Brüche heraus kommen müssen, wenn man sie mit einer Zahl dividiret (§. 136.); so kan man dadurch die mit vielen Zahlen geschriebene Brüche, in andere, und zwar gleiche Brüche verwandeln und solche mit wenigen Zahlen schreiben, damit man ihren Werth leichter erkennen möge, welches sonst viel schwerer hält, wenn die Brüche mit vielen Zahlen ausgedruckt werden. Z. E. Wenn einer spräche: Er hätte $\frac{345}{696}$ Theilgen von 1 Reichsthaler; so kan man das nicht wohl verstehen: Denn der 696 Theil des Reichsthalers ist keine gangbare Münz-Sorte: Wenn er aber spräche $\frac{1}{2}$ Reichsthaler, oder einen halben Reichsthaler; so weiß man

gleich, daß das 12 Groschen sind. Nun aber ist $\frac{36}{72}$ und $\frac{1}{2}$ gleich viel (§. 130. Num. 2.), folglich siehet man, daß dieses von grossen Nutzen ist.

§. 138.

Einen Bruch aufheben, heisset: aus einem Bruch, der mit vielen oder grossen Zahlen geschrieben ist, einen andern machen, der mit wenigern und kleinern Zahlen geschrieben ist, und eben so viel als der vorige gilt.

§. 139.

Einen Bruch (§. 138.) kan man bisweilen auf zweyerley Art aufheben.

I. Die erste Art ist folgende:

Dividiret mit eben dem Zehler den Nenner des Bruches; so gehet es entweder da auf, oder es gehet nicht auf. Gehet es gerade auf; so setzet den Quotienten, als den neuen Nenner unter den Strich.

Z. E. $\frac{75}{225} \Big| \frac{1}{3}$ $\frac{28}{112} \Big| \frac{1}{4}$

Gehet es aber nicht gerade auf, so machet den vorigen Divisor jetzo zum Dividendus, den dort gebliebenen Rest aber zum Divisor. Hierauf dividiret von neuen, und zwar, wenn es auf einmal nicht aufgehet, so dividiret 3, 4 mal, u. s. w. und zwar so, daß der lezte Rest in den vorhergehenden dividiret wird, oder der Divisor der 2ten, 3ten Division mit dem Rest der 2ten, 3ten u. s. w. dividiret wird, bis nichts übrig bleibet. Wenn es nun irgendwo aufgehet, daß beym Dividiren nichts übrig bleibt, so nehmet daselbst den Divisor, und dividiret den

Zeh-

Zehler des aufzuhebenden Bruches; so ist der Quotient der neue Zehler. Dividiret mit eben der Zahl auch den Nenner; so ist der Quotient davon der neue Nenner. Z. E.

$$\frac{228}{304} \qquad \begin{array}{r|l} (7 & \\ \cancel{1}8(6 & \\ \cancel{3}\cancel{0}\cancel{4} & 1 \\ \cancel{2}\cancel{2}\cancel{8} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \cancel{1} & \\ \cancel{2}\cancel{2}\cancel{8} & 3 \\ \cancel{7}\cancel{6} & \end{array} \quad \text{also} \quad \begin{array}{r|l} 76 & \\ 228 & 3 \\ \hline 304 & 4 \end{array}$$

Hier sehet ihr, daß die 76 die Zahl sey, welche 1) den Nenner und Zehler gerade aus dividiret; 2) den Bruch in die kleinste Zahl bringet, darinn er nur gebracht werden kan.

Anders:

Wenn ihr also ohne Rest habt dividiren können; so setzet z. E. hier den Quotient 3, welcher euch zeiget, wie oft 76 im Zehler steckt, gleich als den neuen Zehler über den Strich. Hingegen gleich unter den Strich die Summe der 2 Quotienten, als den Nenner. Hier $1 + 3 = 4$.

* Weil a) nichts übrig bleibet, wenn ihr 228 mit 76 dividiret; so muß 76 in 228 gerade etliche mal, und zwar hier 3mal enthalten seyn (§. 93), 228 aber ist der Zehler vom obigen Bruch (§. 129. Num. 1.); also steckt 76 im Zehler des Bruches $\frac{228}{304}$ gerade 3mal

b) Da 76 in 76 gerade einmal, in 228 aber 3mal enthalten (Num. a.), und 76 (als der Rest + 228) als das Product, welches hier auch der Divisor ist) = 304. (als dem Dividendus) (§. 111.); so muß auch 76 in 304, als dem Nenner, vom Bruch $\frac{228}{304}$ gerade 4mal stecken.

Folglich dividiret 76 den Zehler und Nenner also, daß nichts übrig bleibet. Welches das erste war.

** Je kleiner der Quotient ist, desto grösser muß der Divisor seyn (§. 93.); Da nun der Quotient hier $\frac{3}{4}$. so klein ist, daß man ihn nicht aufheben kan (§. 137.), so muß auch dieser Divisor 76. die gröste Zahl seyn, womit man hier hat dividiren können. Welches das andere war.

Diese Art Brüche aufzuheben, heisset: Den grösten gemeinschaftlichen Divisor zu finden. (Auf lateinisch: invenire diuisorem communem maximum).

II.) Die andere Art Brüche aufzuheben, geschiehet: wenn ihr eine unter den 9 Cyphern suchet, welche den Zehler und Nenner gerade auf dividirt. Da aber einen Bruch aufheben, heisset: ihn in kleinere Zahlen verwandeln (§. 138.), und ein Bruch heraus kommt, der mit desto wenigern Zahlen geschrieben wird, je grösser der Divisor ist, womit Zehler und Nenner zugleich dividiret werden soll (Num. 1.); so sehet ihr die Ursache, warum ihr lieber mit grössern Zahlen als mit kleinern sollet anfangen zu versuchen, ob ihr den Bruch gerade auf dividiren könnet.

Z.E.

7	8	5	3	4
6720 | 960	120	24	8	2
10080 | 1440	180	36	12	3

10	6	8	7	
6720	672	112	14	2
10080	1008	168	21	3

6	7	8	4	9	5	
241920	40320	5760	720	180	20	4
423360	70560	10080	1260	315	35	7

§. 140.

§. 140.

Damit euch Brüche auf diese letztere Art aufzuheben nicht gar zu schwer fallen möge, wegen des langen Probirens einer Zahl, welche gerade ausdividiret, so wendet folgende Regeln fleißig an.

1) Wenn die letzte Zahl eines Zehlers und Nenners eine gerade Zahl ist, z. E. 2. 4. 8. so lässet sich der Bruch gewiß mit 2 aufheben. Denn das ist eben eine gerade Zahl, in welcher das 2 entweder 1 oder mehrmal gerade stecket, ohne, daß Eins übrig bleibt. Z. E. $\frac{8}{2}$ | 4. 2 steckt in 8, gerade 4 mal.

2	2	2	2
128 | 64	32	16	8
304 | 152	76	38	19

2) Wenn man alle Zahlen des Zehlers und Nenners als Einer ansiehet, sie addiret, und die Summen lassen sich mit 3 dividiren, daß kein Rest bleibet, so lässet sich der Bruch mit 2 aufheben. Z. E.

3	
372	124
1062	354

denn 3 + 7 + 2 = 12 : 3 = 4
und 1 + 0 + 6 + 2 = 9 : 3 = 3.

3) Wenn der Zehler und Nenner eines Bruchs am Ende Nullen hat, so streichet man am Ende eines jeden gleichviel Nullen weg: Denn da 1 so oft in 10, als 10 in 100, und 100 so oft in 1000, als 1000 in 10000 enthalten; so habt ihr gleiche Brüche, ob ihr $\frac{1}{10}$ oder $\frac{100}{1000}$ habt.

	10	9	2
Z. E. 540	54	6	3
720	72	8	4

10	5		
500 | 5	1	100000	1
8000 | 80	16	1000000	100

4) Wenn sich ein Bruch sowol mit 2 nach Nr. 1. als mit 3 nach Nr. 2 aufheben lässet, so kan man ihn gleich mit 6 aufheben. Z.E.

$$\begin{array}{c|c} 36 & 6 \\ \hline 72 & 12 \end{array}$$

5) Wenn beyde, nemlich der Zehler und Nenner am Ende entweder

a) Nullen haben. Z.E.

$$\begin{array}{c|c|c} 60 & 12 & 6 \\ \hline 90 & 18 & 9 \end{array}$$

b) Oder eine 5. Z.E.

$$\begin{array}{c|c} 55 & 11 \\ \hline 85 & 17 \end{array}$$

c) Oder der Zehler eine Null, der Nenner eine 5. Z.E.

$$\begin{array}{c|c} 20 & 4 \\ \hline 75 & 15 \end{array}$$

d) Oder der Nenner eine Null, und der Zehler eine 5 haben. Z.E.

$$\begin{array}{c|c} 25 & 5 \\ \hline 30 & 6 \end{array}$$

so lässet sich der Bruch allezeit mit 5 aufheben. Denn weil entweder eine 0 oder 5 heraus kommt, wenn ihr eine Zahl mit 5 multipliciret, (wie ihr im Einmal Eins sehet,) so könnet ihr auch mit 5 die Zahl allmal dividiren, ohne daß was übrig bleibt §. 73.).

6)

6) Wenn der Zehler und Nenner, oder auch einer von beyden eine ungerade Zahl ist, z. E. 7. 5. 3. so lässet sich der Bruch selten aufheben. Z. E.

7

$\frac{35}{49} \mid \frac{5}{7}$ $\frac{83}{91}$ $\frac{52}{67}$ $\frac{63}{71}$.

§. 141.

Weil aber oft Brüche vorkommen, welche entweder gar nicht können aufgehoben werden (§. 138.), oder, wenn sie nach §. 140. aufgehoben worden, doch noch unverständlich bleiben, weil die Theile, in welche das Ganze getheilet worden, im gemeinen Leben nicht gebräuchlich sind; so muß auch noch gezeiget werden, wie man die Brüche in solche Theile verwandeln soll, die im gemeinen Leben üblich sind. Z. E. $\frac{3}{7}$ Reichsthaler ist ein solcher Bruch. Denn man hat keine Münze, welche den 7ten Theil des Reichsthalers ausmachet.

Es geschiehet aber dieses auf folgende Art:

1) **Multipliciret den Zehler des Bruches mit allen und zwar denen Theilen des Ganzen, in welche ihr nun den Bruch bringen wollet.** Z. E. 1 Reichsthaler ist das Ganze, woraus der Bruch $\frac{3}{7}$ Reichsthaler gemacht worden. Alle Theile von diesem Ganzen, in welche man den Bruch bringen will, sind 24 Groschen: Also muß man 4, als den Zehler, mit 24 multipliciren.

2) **Dividirt das heraus gekommene Product mit dem Nenner des Bruches;** Z. E.

$\frac{4}{7}$ Rthl. $\frac{24}{4}$

96 | 13 $\frac{5}{7}$ Grl.
77 | 4

was

was heraus kommt, sind die Theile, in welche ihr den Bruch habt bringen wollen, nemlich hier 13 Groschen.

3) Wenn ihr das Product mit dem Nenner dividiret habt, und es bleibet wieder ein Bruch übrig, z. E. $\frac{5}{7}$, so verfahret nur nach den zwey vorigen Regeln. Wenn ihr die $\frac{5}{7}$ Groschen wollet in Pfennige verwandeln, so multipliciret

a) den Zehler 5 mit allen Theilen des Ganzen, woraus der Bruch gemacht worden. Hier ist der Bruch $\frac{5}{7}$ aus Groschen gemacht worden, die Theile, in welche ihr ihn bringen sollet, sind Pfennige; also müsset ihr 5 mit 12 multipliciren, so kommt 60, als das Product heraus.

b) Dieses Product dividiret mit dem Nenner 7, so kommen 8, als eure Pfennige heraus, und $\frac{4}{7}$ Pfennige bleiben noch übrig. Wollet ihr es noch weiter auf Heller ausrechnen, so multipliciret wiederum 4, als den Zehler des Bruches, mit 2, als allen Theilen des Gantzen, woraus der Bruch gemacht worden, so habet ihr zum Product 8. Dieses dividiret mit 7, so kommt 1, als der verlangte Heller heraus. Demnach wisset ihr, wie viel $\frac{5}{7}$ Reichsthaler auf das genaueste machen, nemlich 13 Groschen, 8 Pfennige, 1 Heller $\frac{4}{7}$.

Damit ihr euch hierbey leichter helfen könnet, so mercket folgendes:

a) Ist der Bruch		so multipliciret		wenn ihr ihn ver-	
gemacht worden		den Zehler		wandeln wollet	
aus =	Rthl.	mit =	24	in =	Gr.
= =	Gr.	= =	12	= =	Pf.

Pf.

‧	‧	‧	Pf.	‧	‧	‧	2	‧	‧		Heller
=	‧		Centn.	‧	‧	=	5	=	‧		Stein
‧	=		Stein	‧	‧	‧	22	‧	=		Pfund
‧	=		Pfund	‧	=	‧	32	‧	‧	‧	Loth
‧	‧		Loth	=	‧	‧	4	=	‧		Quentl.

b) Dividiret das Product, welches heraus kommt, allemal mit dem Nenner des Bruches.

Z. E. $\frac{4}{5}$ Rthl. machen aus 19 Gr. 2 Pf. $\frac{2}{5}$ Pf.

$\frac{8}{13}$ Rthl. = ‧ ‧ 14 Gr. 9 Pf. $\frac{3}{13}$ Pf.

beyde gebliebene Brüche machen hier keinen $\frac{1}{2}$ Heller aus.

$\frac{5}{6}$ Centner machen aus 2 Stein, 17 Pf. 3 Loth, 2 Quentgen $\frac{2}{3}$ Qu.

$\frac{8}{11}$ Centner machen aus 3 Stein, 14 Pf.

Der Grund dieser Regel ist in der Proportion, oder in der Regel Detri zu suchen. Denn man spricht z. E. also: Wenn der Rthlr. in 7 Theile getheilet ist, so hat man 4 solcher Theile (§. 129. Num. 1.). Wenn aber der Rthlr. in 24 Theile, d. i. in Groschen getheilet würde, wie viel hätte man alsdenn solcher Theile oder Groschen?

$$7 : 4 = 24 : 13\tfrac{5}{7}$$

Durch das Zertheilen der Brüche kan man auch, obwol nicht allemal so genau, wie erst gezeiget worden, dergleichen Brüche nach gebräuchlichen Theilen beurtheilen. Z. E. $\frac{6}{11}$ Rthlr. Multipliciret den Bruch mit 2, so habt ihr $\frac{12}{22}$. Nun ist $\frac{1}{2}$ so viel, als $\frac{11}{22}$ (§. 130. Num. 2.) und $\frac{11}{22} = \dagger\frac{1}{22} = \frac{12}{22}$ (33. I.), also machte der Bruch $\frac{1}{2}\dagger\frac{1}{22}$ Rthl. d. i. beynahe 13 Gr. $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{1}{2}\dagger\frac{1}{10}$ d. i. beynahe 14 Gr. 4 Pf. vom Rthl. $\frac{9}{10} = \frac{1}{2}\dagger\frac{1}{10}$ d. i. beynahe 13 Gr. 6 Pf. $\frac{9}{10} = \frac{27}{48} = \frac{1}{2}\dagger\frac{3}{48}$ oder 13 Gr. 6 Pf. Denn $\frac{1}{48}$ Rthl. ist 6 Pf.

§. 142.

Brüche sind als Geometrische Verhältnisse anzusehen (§. 130. Num 2.), mit diesen kan man die 4 Rechnungs-Arten (§. 36, 51, 81, 92.) durchnehmen (§ 124. 126.), folglich muß man auch mit Brüchen nach den 4 gemeldeten Arten rechnen können. Es sind in §§. 124. 126. zwar nur zwey Arten mit Verhältnissen durchgegangen worden, nemlich Multipliciren und Dividiren; allein da das Multipliciren ein wiederholtes Addiren (§. 52), das Dividiren ein oft wiederholtes Subtrahiren ist (§. 95.); so siehet man leicht, daß das Addiren und Subtrahiren daselbst nicht ausgeschlossen worden.

§. 143.

Weil man Dinge von verschiedener Art nicht addiren kan (§. 39. a.), Brüche aber, welche nicht einerley Nenner haben, Dinge von verschiedener Art sind (§. 3. 129. Num. 1.), denn andere Dinge sind 8 Groschen-Stücke, oder Drittels-Thaler, andere 3 Groschen-Stücke, oder Achtels-Thaler; so kan man auch Brüche nicht addiren, subtrahiren und in Verhältniß setzen, welche nicht einerley Nenner haben. Derohalben muß vor dem Addiren der Brüche noch gezeiget werden, wie man die Brüche so verwandeln solle, daß sie eben so groß bleiben, als sie zuvor gewesen, aber doch einerley Nenner bekommen. Z. E. Wenn man vorher gehabt $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$, daß man jetzt hätte $\frac{8}{12} + \frac{9}{12}$ also lauter Zwölftheilgen.

Man nennet dieses: **Die Brüche unter einerley Benennung bringen.** Ihren Nenner aber **den gemeinschaftlichen Nenner**, weil alle Brüche alsdenn diesen Nenner gemein haben.

§. 144.

Brüche unter einerley Benennung zu bringen (§. 143.).

I. Wenn es Brüche sind.

1) Neh-

1) Nehmet den Nenner des einen Bruches, multipliciret den ganzen andern Bruch, Zehler und Nenner damit, und schreibet die Producte, wie Brüche, neben an.

2) Eben so nehmet den Nenner von dem ersten Bruch, multipliciret auch den Nenner und Zehler des andern Bruches damit, und schreibet die Producte, wie Brüche hin.

Z. E. 9) $\frac{2}{4}+\frac{3}{9}(4=\frac{18}{36}+\frac{12}{36}$.

Denn, da ihr

a) hier 9 und 4, ferner 4 und 9, als die Nenner, 2mal mit einander multipliciret; so müssen aus diesen gleichen Factoren gleiche Producte heraus kommen, welches die neuen Nenner sind (§. 55. 129. Num. 3.).

b) Wenn die Brüche, nachdem sie unter einerley Benennung gebracht worden, doch noch einander gleich seyn müssen (§. 143): dieses aber nicht geschehen kan, woferne man nicht mit dem Nenner des einen Bruches auch den Zehler des andern Bruches multipliciret, so sehet ihr auch hieraus die Richtigkeit der oben angeführten Regeln.

Z. E. Wenn man nur die Nenner wolte multipliciren, und die Zehler nicht; so kämen folgende Brüche heraus, $\frac{2}{36}$ und $\frac{3}{36}$, diese sind aber den vorigen nicht gleich (§. 130. Num. 2.). Wenn ihr aber mit dem neben angeschriebenen Nenner jedesmal Zehler und Nenner multipliciret, so kommen diese gleiche Brüche heraus (§. 125.), $\frac{18}{36}=\frac{2}{4}$ und $\frac{12}{36}=\frac{3}{9}$.

Man kan es kürzer haben, wenn man

a) jedesmal einen Nenner und Zehler Creuzweise mit einander multipliciret:

Z. E.

Z. E. $\frac{3}{9} \times \frac{2}{4}$ 18 † 12.

b) Unter diese 2 Producte z. E. 18 † 12 einen Strich machet, und das Product aus den beyden Nennern 4. und 9. als den gemeinschaftlichen Nenner (§. 143.) darunter setzet.

Z. E. 18 12

36

II. Sind mehrere Brüche unter einerley Benennung zu bringen, so verfahret nach folgenden Regeln:

1) Lasset den ersten Bruch weg, und multipliciret alle die übrigen Nenner, und setzet das Product neben den ersten Bruch, mit dessen Nenner ihr nicht multipliciret habet. Lasset sodann den 2ten Bruch weg, und verfahret eben so. Desgleichen den 3ten, 4ten, und so nach und nach alle mit einander.

2) Mit dem neben angeschriebenen Product aus den Nennern, weniger einen, multipliciret den Nenner desjenigen Bruches, bey welchem das Product angeschrieben worden, so habt ihr da den gemeinschaftlichen Nenner.

3) Multipliciret mit eben den neben angeschriebenen Producten die Zehler, bey denen sie stehen; so bekommet ihr auch die neuen Zehler von Brüchen, welche zum gemeinschaftlichen Nenner gehören.

Z. E. $\frac{5}{6}$ ($20\frac{3}{4}$ ($30\frac{4}{5}$ (24.

Hier multipliciret

a) die Nenner 6 und 4, und setzet das Product 24 neben

neben den Bruch $\frac{2}{3}$. Ferner: die Nenner 4 und 5, und setzet das Product 20 neben den Bruch $\frac{3}{5}$. Endlich 5 und 6, und dieses Product 30 setzet neben $\frac{3}{4}$.

b) Multipliciret entweder 20 mit 6, oder 4 mit 30, oder 24 mit 5, oder alle drey Nenner miteinander, so bekommt ihr 120, als den gemeinschaftlichen Nenner. Diesen setzet entweder nur einmal unter den gezogenen Strich, oder, wenn ihr wollet, auch dreymal.

Z. E. $\frac{\quad}{120}$ $\frac{\quad}{120}$ $\frac{\quad}{120}$ $\frac{\quad}{120}$

c) Multipliciret endlich auch 5 mit 20, so kommt 100, als ein Zehler heraus, den setzet über den gezogenen Strich. Ferner: 3 mit 30. Das Product 90, als den neuen Zehler, auch über den Strich gesetzet. Zuletzt 4 mit 24, auch dieses Product 96 über den Strich gesetzet. So habt ihr die Brüche unter einerley Benennung gebracht (§. 143.).

Z. E. $\frac{100}{120}$ $\frac{90}{120}$ $\frac{96}{120}$ oder $\frac{100+90+96}{120}$

$120)\frac{2}{3}90)\frac{3}{4}72\frac{4}{5}.$ $(60\frac{2}{3}. = \frac{240+270+288+300}{360}$

$140)\frac{5}{7}252)\frac{7}{9}315)\frac{4}{5}180)\frac{5}{7} = \frac{980+1008+945+940}{1260}$

a) Auf eine kürzere und leichtere Weise könnet ihr die Brüche folgendermassen zu einer Benennung bringen.

1) Multipliciret die Nenner aller Brüche miteinander, so findet ihr den allgemeinen Nenner.

Die-

Diesen schreibet oben an die untereinander geschriebenen Brüche.

2) Dividiret mit dem Nenner eines jeden Bruchs in den allgemeinen Nenner, und schreibet den Quotienten vor den Bruch, mit dessen Nenner ihr dividirt habt.

3) Die beygeschriebenen Quotienten multipliciret mit des dabey stehenden Bruchs Zehler, so bekommt ihr die neuen Zehler der Brüche. Z. E.

1260 Hier

315 $\frac{3}{4}$ 945 a) Multipliciret alle die Nenner 4,
252 $\frac{2}{5}$ 504 5, 7, 9 mit einander, so bekommet
180 $\frac{3}{7}$ 540 ihr den allgemeinen Nenner 1260,
140 $\frac{5}{9}$ 700 dieses schreibet über die gegebenen Brüche.

b) Dividiret in diesen allgemeinen Nenner mit dem Nenner des ersten Bruchs 4, so ist der Quotient 315, diesen schreibet neben dem ersten Bruch $\frac{3}{4}$, so dividiret auch mit 5, 7, 9, und setzet die Quotienten vor die Brüche, mit deren Nennern ihr dividiret habt.

c) Multipliciret den Quotienten 315 mit dem Zehler 3 des Bruchs $\frac{3}{4}$, und so 252 mit 2, 180 mit 3, und 140 mit 5, so findet ihr die verlangten Zehler.

Hierbey könnet ihr noch folgenden Vortheil gebrauchen. Wenn sich einige von den Nennern der gegebenen Brüche in andre ohne Rest dividiren lassen, so lasset diejenigen, mit welchen ihr dividiren könnet, im Multipliciren weg, und multipliciret nur die übrigen mit einander, so findet ihr ebenfalls den allgemeinen Nenner. Darauf verfahret nach obigen Regeln Nr. 2 und 3. Z. E.

2160

2160		a) Weil 2 und 4 in 8 ohne Rest können
		dividiret werden, und also ebenfalls
1080	$\frac{1}{2}$ 1080	3 in 6, so lasset bey dem Multiplici-
540	$\frac{3}{4}$ 1620	ren 2, 4 und 3 weg, und multipliciret
270	$\frac{5}{8}$ 1350	nur 8, 6, 5 und 9, so findet ihr zu
720	$\frac{2}{3}$ 1440	dem allgemeinen Nenner 2160.
360	$\frac{2}{6}$ 1440	b) Dividiret mit 2, 4, 8 u. s. f. mit je-
432	$\frac{3}{5}$ 1296	dem Nenner in den allgemeinen 2160
260	$\frac{3}{8}$ 1040	c) Multiplicirt die beygeschriebenen
		Quotienten 1080, 540 u. s. w. mit
		jedes Bruches Zehler 1, u. s. w.

Vom Addiren der Brüche.

§. 145.

Bey dem Addiren der Brüche kommen entweder nur 2 Brüche vor, oder mehrere. Wenn nur 2 Brüche vorkommen, so können es entweder ächte (§. 131. Num. 1.), oder unächte (§. 131. Num. 3.), oder gemischte (§. 133.), oder gebrochene Brüche (§. 132.) seyn.

I. Sind nur 2 ächte Brüche zu addiren, so

a) multipliciret die Brüche Creuz-weis durch einander, nemlich jedesmal einen Zehler und einen Nenner, als $\frac{3}{4} + \frac{4}{6}$.

Z. E. $3 \times 6 = 18 \quad 4 \times 4 = 16$.

b) Setzet die 2 Producte, als die Zehler, unter einander, und addiret sie.

Z. E. $18 + 16 = 34$.

c) Multipliciret die beyden Nenner, z. E. $4 \cdot 6 = 24$. so habt ihr den gemeinschaftlichen Nenner (§. 143.).

d) Wenn die Summe ein unächter Bruch ist,

so

so verwandelt ihn in Ganze und einen ächten Bruch, nach §. 134.

Z. E. $\frac{34}{24} = 34 : 24 = 1 + \frac{10}{24}$ oder $\frac{5}{12}$.

Ist es aber ein ächter, aber doch mit vielen Zahlen geschriebener Bruch, so hebet ihn nach §. 139. auf.

Z. E. $\frac{4}{7} + \frac{3}{8} = \frac{53}{56}$ $\frac{6}{8} + \frac{5}{11} = 1\frac{4}{33}$ $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{8}$.

II. Sind mehr als 2 ächte Brüche zu addiren, so verfahret nach folgenden Regeln:

1) Schreibet die Brüche in eine Reihe unter einander.

2) Machet darneben einen Strich, damit ihr die gefundene Zehler nicht mit den Brüchen selbst vermenget.

3) Suchet den gemeinschaftlichen Nenner nach §. 144. Num. 11. und setzet ihn oben über den gemachten Quer-Strich.

4) Multipliciret den Zehler eines jeden Bruches mit dem beygesetzten Product aus den Nennern weniger einen, und setzet diese Producte, als die neuen Zehler, hinter den Strich.

5) Addiret alle diese gefundene Zehler, und setzet unter ihre Summe den allbereit gefundenen gemeinschaftlichen Nenner.

6) Hebet den Bruch entweder nach §. 139. Num. I. II. auf, oder verwandelt ihn nach §. 134. in Ganze.

Oder:

1) Bringet die Brüche nach §. 144. unter eine Benennung.

2) Addiret die Zehler, und hebet den Bruch auf, oder verwandelt ihn nach §. 134. in Ganze.

Z. E.

Z. E. Setzet $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{6}$ in einer Reihe unter einander. Multipliciret die Nenner 4 und 6 mit einander, und setzet das Product 24 zu $\frac{2}{3}$: weil ihr mit dessen Nenner nicht multipliciret. Ferner: die Nenner 3 und 6, und setzet das Product 18 zu $\frac{3}{4}$. Endlich die Nenner 3 und 4. Das Product 12. kommt zu $\frac{5}{6}$.

Sodann multipliciret einen Nenner, welchen ihr wollet, mit seinem neben angeschriebenen Product. Z. E. 3 mit 24, so bekommt ihr einmal vor allemal den gemeinschaftlichen Nenner 72. Den setzet über den Strich. Darauf multipliciret einen jeden Zehler mit dem beygesetzten Product; die Producte setzet hinter den Strich.

Z. E. $24 \cdot 2 = 48$
$18 \cdot 3 = 54$
$12 \cdot 5 = 60$

Addiret diese 3 Producte z. E. $4+8=12:9+5+4+1=16$ alle zusammen aber $= 162$. Endlich setzet unter 162 und den gezogenen Strich, den gemeinschaftlichen Nenner 72, und dividiret 162 mit 72, so kommen 2 Ganze und $\frac{1}{4}$ heraus.

72

$24)\frac{2}{3}$	48	
$18)\frac{3}{4}$	54	
$12)\frac{5}{6}$	60	
	162	$2\frac{1}{4}$
	72	

648

$72)\frac{7}{9}$	504	
$108)\frac{5}{8}$	540	
$216)\frac{2}{3}$	432	
$162)\frac{3}{4}$	486	
	1962	$= 3\frac{1}{36}$
	648	

III. Habt ihr 2 oder mehrere unächte Brüche zu addiren, so bringet sie entweder unter einerley Be-

nennung (§. 144.), und addiret sie hernach, wie Num. I. II.

Z. E. $\frac{12}{5} \times \frac{8}{3} = \frac{36+40}{15} = \frac{76}{15} = 5\frac{1.9+8}{15\,4\,3} = 4\frac{11}{12}$

Oder: machet die unächten Brüche zu ächten und Ganzen (§. 134.), und addiret erstlich nach Num. I. oder II. die Brüche, und alsdenn auch die Ganze. Zehlet aber auch die Ganze darzu, welche bey den addirten Brüchen heraus kommen.

Z. E. $\frac{4}{3} + \frac{9}{2} + \frac{15}{4} = \begin{cases} 1\frac{1}{3} \\ 4\frac{1}{2} \\ 3\frac{3}{4} \end{cases}$

Hier bringet die Brüche unter einerley Benennung nach dem Vortheil (§. 144.*).

Z. E. $4)\frac{1}{3}\ 6)\frac{1}{2}\ 3)\frac{3}{4} = \frac{4}{12} + \frac{6}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12}$ oder $1\frac{7}{12}$.

12

1 = 4)$\frac{1}{3}$	4
4 = 6)$\frac{1}{2}$	6
3 = 3)$\frac{3}{4}$	9
1 =	19 f $1\frac{7}{12}$
$9\frac{7}{12}$	12

Diese $\frac{7}{12}$ schreibt an. Das Ganze aber zehlet zu dem Ganzen, z. E. 1+4+3+1, (als das Gebliebene bey den Brüchen) = 9 Ganze. So machen die Brüche $9\frac{7}{12}$. Welche leztere Art freylich weitläuftiger, als die erstere, aber bey gewissen Fällen, wegen des Multiplicirens vortheilhaftiger zu gebrauchen ist. Auf eben diese Art werden

IV. gemischte Zahlen addirt, derohalben verfahret nur nach erstgemeldeten Regeln Num. III.

Z. E.

120

Z. E $4\frac{3}{4} = 30)\frac{19}{4}$ | 570
$6\frac{5}{6} = 20)\frac{41}{6}$ | 820
$8\frac{7}{5} = 24)\frac{47}{5}$ | 1056
2446

120 fac. $20\frac{23}{60}$

Centner

18 ℔ = 8
21
32 ℔ = 5
9
26 ℔ = 4
7
7 ℔ = 2
3

fac. 85 Centner $\frac{11}{63}$

V. Solt ihr gebrochene Brüche addiren, welches aber gar selten geschiehet, so machet solche erst zu ächten Brüchen (§. 132.), und sodann addiret sie nach Num. I.II. Z. E. $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{4}$, dazu sollet ihr addiren $\frac{6}{8}$ von $\frac{4}{5}$.

a) Multipliciret den Zehler mit dem Zehler bey jeden Bruch,

b) und auch Nenner mit Nenner.

$\frac{3}{4}$ von $\frac{2}{3}$ + $\frac{6}{8}$ von $\frac{4}{5}$ also $\frac{6}{12} + \frac{24}{40} = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$

$\frac{1}{4}$ von $\frac{3}{8} = \frac{45}{327}$ von $\frac{4}{9} = \frac{20}{63}$ also $\frac{4}{32} + \frac{20}{63} = \frac{223}{504}$

VI. Sollet ihr gemischte Brüche addiren, so machet sie nach §. 135. erst zu ächten Brüchen, alsdenn

den verfahret nach den ordentlichen Regeln. Z. E.

$3\frac{1}{4} + 7\frac{3}{5} = \frac{7}{8} + \frac{38}{40} = \frac{280}{320} + \frac{304}{320} = \frac{584}{320} = 1\frac{264}{320}$

VII. Wenn man aber Brüche addiren will, welche aus verschiedenen Ganzen, z. E. aus Reichsthaler, Groschen, Pfund, Loth u. s. f. gemacht worden, so darf man nicht nach den ordentlichen Regeln Num. I. verfahren; denn, wenn man sie gleich unter einerley Benennung bringt, so bleiben sie doch noch Dinge von verschiedener Art, in Ansehung ihres Werths. Z. E. Wenn ihr $\frac{5}{7}$ Rthl. und $\frac{3}{5}$ Gr. unter einerley Benennung bringt, so habt ihr $\frac{25}{35}$ und $\frac{21}{35}$. Wollet ihr die Zehler jezt, da die Brüche einerley Nenner haben, addiren, so würdet ihr entweder zu viel oder zu wenig bekommen. Denn, saget ihr: es wären $\frac{46}{35}$ Theilgen vom Rthl., so habt ihr zu viel; Sprächet ihr aber $\frac{46}{35}$ vom Groschen, so ists zu wenig. Also gehet es nach der vorigen Art nicht an. Derohalben müsset ihr

a) Diese Brüche nach §. 141. in gangbare Sorten verwandeln, und sie

b) nach §. 47. addiren.

Z. E. $\frac{5}{7}$ Rthl. = 17 Gr. 1 Pf. $1\frac{3}{7}$ Hell.
$\frac{3}{5}$ Gr. = " 7 $= \frac{1}{5}$

$\frac{5}{7}$ Rthl. + $\frac{3}{5}$ Gr. = 17 Gr. 8 Pf. 1 Hell $\frac{22}{35}$

§. 146.

In diesem §. soll der Grund von den bisher angeführten Regeln gezeiget werden.

a) Der gemeinschaftliche Nenner kommt heraus, wenn ihr das Product, welches entstanden aus allen Nennern, weniger einen, multiplicirt mit dem Nenner, womit vorhero nicht multiplicirt worden. Denn gleiche Factoren geben gleiche Producte (§. 55.), wenn ihr alle Nenner gleich oft durch einander multipliciret, so habt ihr gleiche Factoren, (welches aus beystehenden Exempeln klar ist), folglich müssen die Producte aus den Nennern einander gleich seyn. Hier geben die Pro-

Producte die neuen Nenner von den Brüchen ab (§. 129. Num. I. 144.), folglich sind hier die Nenner alle einander gleich. Wenn die Nenner bey den Brüchen einander gleich sind, so kan man einen von ihnen nehmen, und ihn zum gemeinschaftlichen Nenner machen (§. 143) Also sehet ihr, daß ihr auf solche Art den gemeinschaftlichen Nenner gefunden habt.

Z. E. das Product aus hat folgende Factoren:

18 und 4 = = = 3. 6. 4. = 72
24 und 3 = = = 6. 4 3 = 72
12 und 6 = = = 3. 4. 6 = 72

also sehet ihr, daß überall gleiche Factoren, und also gleiche Producte kommen.

b) Da die Brüche $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{6}$. keine gleiche Brüche mit denen gefundenen würden geblieben seyn, wenn ihr nur den Nenner, nicht aber den Zehler mit dem dabey gesetzten Product multipliciret hättet (§. 136.), so sehet ihr auch, warum ihr Zehler und Nenner, also den ganzen Bruch mit dem beygefügten Product multipliciret.

c) Daß ihr aber den Zehler so oft, den Nenner aber nur einmal hinsetzet, davon ist dieses die Ursache: Weil ihr den gemeinschaftlichen Nenner hier gefunden Num a. dieser aber allen Brüchen gemein ist (§. 143.), so wäre überflüßig, wenn man eine Zahl, nemlich diesen gemeinschaftlichen Nenner öfters als einmal hinsetzte, hingegen Zehler haben keinen gemeinschaftlichen Zehler, folglich müsset ihr sie alle anschreiben.

Vom Multipliciren der Brüche.

§. 137.

Bey dem Multipliciren der Brüche kommen wieder vor entweder lauter ächte Brüche, oder lauter gemischte Zahlen, oder ächte Brüche und gemischte Zahlen, oder Ganze und ächte, oder untereinander.

I. Sind es lauter ächte Brüche, so multipliciret nur

a) den Zehler des einen Bruches mit dem Zehler des andern, so ist das Product der neue Zehler.

b) Den Nenner des einen mit dem Nenner des andern, so bekommt ihr daraus den neuen Nenner.

c) Hebet den Bruch, wenn es nöthig ist, weiter auf.

Z. E. $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{7}=\frac{15}{35}=\frac{3}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{4}{5}=\frac{32}{45}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{2}{3}=\frac{7}{12}$

II. Sind es zwey gemischte Zahlen, so machet sie

a) zu unächten Brüchen (§. 135.).

b) Verfahret nach Num. I. a. b. c.

Z. E. $4\frac{3}{4}\cdot 2\frac{2}{3}=\frac{19}{4}\cdot\frac{8}{3}=\frac{152}{12}=12\frac{2}{3}$

$9\frac{5}{7}\cdot 3\frac{4}{5}=36\frac{32}{35}\cdot 6\frac{4}{7}\cdot 3\frac{2}{3}=24\frac{2}{21}$

III. Ist einer von den Brüchen ein ächter Bruch, der andere eine gemischte Zahl, so machet nur die gemischte Zahl zu einem unächten Bruch, und multipliciret, wie Num. I. II.

Z. E. $3\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{4}=\frac{25}{7}\cdot\frac{3}{4}=\frac{75}{28}=2\frac{19}{28}$

$5\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}=\frac{13}{24}\cdot\frac{4}{9}\cdot 8\frac{2}{5}=3\frac{11}{15}$

IV. Sollet ihr ein Ganzes mit einem ächten Bruch multipliciren, so machet

a) das Ganze zu einem unächten Bruch (§. 135.).

b) multipliciret nach Num. III. Z. E.

$4\cdot\frac{3}{4}=\frac{4}{1}\cdot\frac{3}{4}=\frac{12}{4}=3\;;\;5\cdot\frac{6}{8}=\frac{3}{4}\cdot 5\cdot\frac{2}{7}=1\frac{3}{7}$

V. Eben

V. Eben so verfähret man mit Bruchs-Brüchen oder gemischten Brüchen. Z. E.

$\frac{\frac{1}{2}}{8} \cdot \frac{\frac{3}{4}}{5} = \frac{1.}{16} \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{320}$ Oder:

$\frac{3\frac{1}{2}}{4} \cdot \frac{4\frac{1}{3}}{5} = \frac{7.}{8} \cdot \frac{13}{15} = \frac{91.}{120}$

§. 148.

Bey dem Multipliciren könte man fragen:

1) Wie man beweisen wolte, daß die Brüche würcklich multipliciret werden, wenn man nach den Regeln §. 147. verfähret? Antwort: Aus der Erklärung vom Multipliciren selbst. Denn z. E. bey den Brüchen $3 \cdot \frac{4}{9}$ habet ihr einen dritten $\frac{12}{36}$ gefunden, bey welchen ihr sagen könnet:

so oft 1 in der	steckt, so oft steckt die	in der gefundenen = 12
gegebenen 3	andere gegebene 4	
= = =	= = =	= =
= = = 4	= = = = 9	= = 36

das heisset aber multipliciren (§. 51.).

2) Warum man Zehler mit Zehler, insonderheit aber die Nenner, davon §. 129. Num. 1. gesagt worden, daß sie blosse Namen wären, mit einander multiplicire? Antwort: Damit man viele Weitläuftigkeit vermeide, so siehet man die Nenner nicht an als Nenner, d. i. als blosse Namen, sondern überhaupt als andere Zahlen. Daß es aber weitläuftig fallen würde, wenn ihr auf das Wort Nenner sehen wollet, und Brüche alsdenn multipliciren, könnet ihr aus einem Exempel sehen. Z. E. Wenn ihr 3 mit $\frac{4}{5}$ multipliciren sollet; so ist der Verstand dieser: ihr sollet $\frac{4}{5}$, 3mal nehmen: also müsset ihr nothwendig erst finden, wie viel $\frac{1}{4}$ von $\frac{4}{5}$ ausmache. Weil nun $\frac{4}{5}$ von 4 sich nicht völlig dividiren lässet, und ihr also, wenn der Bruch so bleibt, nicht $\frac{1}{4}$ von $\frac{4}{5}$ schaffen könnet, so machet aus $\frac{4}{5}$ einen andern aber gleichen Bruch nach §. 136, nemlich multipliciret $\frac{4}{5}$ mit 4, so habt ihr $\frac{16}{20}$. Diesen Bruch könnet ihr nun in 4 gleiche Theile theilen, nemlich der 4te Theil davon ist $\frac{4}{20}$, weil ihr aber $\frac{3}{4}$ davon nehmen sollet, so bekom-

bekommet ihr $\frac{12}{20}$ zum Product aus $\frac{4}{5}$ mit $\frac{3}{4}$. Eben das kommt heraus, wenn ihr Zehler mit Zehler, Nenner mit Nenner multipliciret. Folglich erwählet man lieber das Kürzere.

3) Warum kommt hier weniger heraus, da man doch bey dem Multipliciren eine Zahl etliche mal nehmen, und also mehr herausbringen soll (§. 51.)? Antwort: Es kan dieses gezeiget werden

a) aus der Sache selbst: Denn Brüche sind Theile vom Ganzen (§. 128.). Wenn ihr also Brüche multipliciret, so theilet ihr Theile wieder in andere und mehrere Theile (§. 51.). Je mehrere Theile ihr aber das Ganze theilet, desto kleiner werden die Theile, und desto weniger bekommt ihr vom Ganzen, ob ihr gleich eben so viel Theile habet, als vorhero. Da nun dieses bey dem Multipliciren der Brüche vorgehet (Num. 2.), so folget, daß allemal weniger heraus kommen muß.

b) Kan man dieses erläutern mit einer Linie. Denn theilet eine Linie AB in 4 gleiche Theile, und nehmet 3 solcher Theile, so heisset das Stück AC $\frac{3}{4}$ (§. 128. 129.)



wollet ihr AC oder $\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ multipliciren, so heisset das so viel, $\frac{3}{4}$ sollet ihr in 3 Theile theilen, so ist das eben das Stück AC, und 2 solcher Drittheile nehmen, so bekommt ihr AD, mithin weniger als ihr vorhin gehabt. AD, ist die Helfte von der Linie AB. Eben $\frac{1}{2}$ kommt heraus, wenn ihr $\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ nach §. 147 Num. I. multipliciret, also sehet ihr nicht nur, daß weniger heraus kommt, sondern daß auch die obigen Regeln richtig seyn.

c) Wollet ihr es mit Geld oder Zahlen haben, so setzet: Ein Vater theilet 24 Groschen unter 3 Kinder aus, und giebt einem so viel als dem andern, so bekommt eines 8 Groschen, als $\frac{1}{3}$ von einem Rthl. Wenn aber dem einen $\frac{1}{3}$ oder 8 Groschen genommen, und dem andern Kinde gegeben würde, so hätte dieses lezte $\frac{2}{3}$ oder 16 Groschen. Gesetzt, das Kind theile seine $\frac{2}{3}$ oder 16 Groschen in 4 Theile, und gebe 3 solche

Vier-

Viertel oder 4 Groschen-Stücke dem 4ten Kinde, welches nichts bekommen, so bekäme dieses gerade 12 Groschen. Eben dieses kommt heraus, wenn ihr $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ multipliciret.

4) Warum kan man bey gemischten Zahlen nicht erstlich die Ganzen, und hernach die Brüche multipliciren? Antwort: Weil ihr den gemischten Bruch alsdenn nicht so oft nehmet, als ihr wol soltet. Z. E. Wenn ihr $3\frac{2}{3}$ mit $5\frac{4}{5}$ multipliciren soltet, und woltet nur das Ganze 3 mit dem Ganzen 5, den Bruch $\frac{2}{3}$ mit $\frac{4}{5}$ multipliciren, so nehmet ihr ja das Ganze nur 5mal, nicht aber, wie ihr gesolt, 5 und $\frac{4}{5}$ mal. Also auch den Bruch $\frac{2}{3}$ nehmet ihr nur $\frac{4}{5}$ mal, nicht aber 5 und $\frac{4}{5}$ mal. Daß ihr aber richtig verfahret, wenn ihr die gemischten Zahlen zu unächten Brüchen machet, und alsdenn multipliciret, kan also gezeiget werden: Weil $3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$ (§. 153.); so muß einerley heraus kommen, ob ihr $3\frac{2}{3}$ oder $\frac{11}{3}$ mit $5\frac{4}{5}$ multipliciret (§. 55.). Machet derohalben die 5 Ganze zu einem Bruch (§. 135.), und multipliciret nach §. 147. Num. I.

Z. E. $\frac{5}{1} \cdot \frac{11}{3} = \frac{55}{3}$

Ferner multipliciret die $3\frac{2}{3}$ oder $\frac{11}{3}$ auch mit $\frac{4}{5}$

Z. E. $\frac{11}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{44}{15}$

so habt ihr mit allen Theilen von $5\frac{4}{5}$ also mit $5\frac{4}{5}$ selbst multipliciret (§. 33. I.). Das Product davon aber ist $\frac{55}{3} + \frac{44}{15} = 21 + \frac{4}{15}$. Eben das kommt heraus, wenn ihr nach den Regeln §. 147. Num. II. multipliciret.

Z. E. $\frac{11}{3} \cdot \frac{29}{5} = \frac{319}{15} = 21 + \frac{4}{15}$

Vom

Vom Subtrahiren der Brüche.

§. 149.

Brüche, welche man subtrahiren soll, sind wieder entweder beyde ächt, oder alle beyde gemischte Zahlen, oder es ist nur einer ächt, der andere eine gemischte Zahl (§. 131.), oder es sind Bruchs-Brüche oder gemischte.

I. Wenn beyde Brüche ächt sind, so multipliciret

a) Zehler und Nenner Creuzweise, wie bey dem Addiren (§. 145. Num. I. a), und setzet das grössere Product oben, das kleinere unten.

b) Ziehet das kleinere von dem grössern ab, und setzet den Rest, als den neuen Zehler, über den Strich.

c) Multipliciret die beyden Nenner, und setzet das Product, als den gemeinschaftlichen Nenner (§. 143.), unter den Strich. Z. E.

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} \quad \frac{16}{11} = \frac{11}{36} \cdot \frac{7}{8} \text{ von } \frac{2}{3} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{55}{6} - \frac{6}{8} = \frac{4}{48} = \frac{1}{12} \cdot \frac{6}{9} - \frac{4}{5} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

II. Wenn beyde gemischte Zahlen sind, so machet

a) die gemischten Zahlen zu unächten Brüchen (§. 135.).

b) Multipliciret wieder Creuzweise, wie Num. I. und ziehet sie eben auf solche Weise von einander ab. Z. E.

$4\frac{3}{4}$

164

$$4\frac{3}{4} - 6\frac{5}{6} = \frac{19}{4} - \frac{41}{6} \quad \frac{114}{50} = \frac{50}{24} = 2\frac{2}{24} = 2\frac{1}{12}$$

$$7\frac{2}{3} - 4\frac{4}{7} = 3\frac{2}{21} : 9\frac{3}{5} - 2\frac{8}{9} = \frac{32}{45}$$

Bey Num. I. und II. könnet ihr allemal erst versuchen, ob die Brüche sich von einander abziehen lassen, und wenn das angehet, so ziehet

a) Brüche nach Num. I. ab.

b) Subtrahiret auch die Ganzen. Ob sich aber ein Bruch vom andern subtrahiren lässet, könnet ihr leicht finden: Ihr dürfet nur seinen Zehler mit dem Nenner des andern Bruches multipliciren, und sehen, ob das Product sich von dem Product aus dem Zehler des andern Bruchs und des ersten Nenners abziehen lässet. Z. E. $4\frac{2}{3}$ $4\frac{3}{8}$, da lässet sich 9 von 12 abziehen, und bleibt $\frac{3}{8}$ oder $\frac{1}{8}$ übrig: also ziehet nur auch gleich die 2 Ganze von 4 ab, so bleiben übrig $2\frac{1}{8}$.

III. Wenn der eine Bruch eine gemischte Zahl, der andere aber ächt ist, so machet

a) die gemischte Zahl zu einem unächten Bruch (§. 135.).

b) verfahret übrigens, wie Num. I. II.

Z. E. $4\frac{4}{6} - \frac{3}{4} = \frac{28}{6} - \frac{3}{4} = 3\frac{22}{24}$

$$7\frac{6}{8} - \frac{5}{9} = 7\frac{7}{36} : 8\frac{6}{7} - \frac{5}{8} = 8\frac{13}{56}$$

IV. Wenn

IV. Wenn ihr einen Bruch von einem Ganzen subtrahiren sollet, so ziehet

a) den Zehler vom Nenner ab, und setzet den Rest, als den neuen Zehler über den alten vorigen Nenner.

b) Subtrahiret von dem Ganzen 1, und schreibet das um Eins verringerte Ganze neben den neuen Bruch.

Z. E.

$$4 - \frac{3}{4} = 3\frac{1}{4} \quad : \quad 5 - \frac{5}{7} = 4\frac{2}{7}$$

$$9 - \frac{4}{5} = 8\frac{1}{5}$$

V. Mit Bruchs-Brüchen und gemischten Brüchen verfahret ebenfalls nach den gegebenen Regeln. Z. E.

$$\frac{\frac{1}{2}}{4} - \frac{\frac{1}{3}}{6} = \frac{1}{8} - \frac{1}{18} = \frac{18}{144} - \frac{8}{144} = \frac{10}{144}$$

$$\frac{3\frac{1}{2}}{5} - \frac{2\frac{1}{2}}{7} = \frac{7}{10} - \frac{5}{14} = \frac{98}{140} - \frac{50}{140} = \frac{48}{140}$$

§. 150.

Fraget man bey Num. I.: Warum ziehet man nur die Zehler, nicht aber die Renner von einander ab? Antwort: Die Renner sind blosse Namen (§. 129 Num. I.), welche man also nicht abziehen kan: Denn es würde z. E. ungereimt heraus kommen, wenn man sagen wolte: 3 Groschen, Gr. Gr. von 6 Groschen, Gr. Gr. Gr. Gr. Gr. bleiben 2 Groschen, Gr. Also ist es eben auch bey den Brüchen: Gleichwie man nun hier ordentlicher Weise das Wort Groschen nur einmal hinsetzet, so schreibet man den Renner auch nur einmal hin.

Bey Num. II. fragt sich:

1) Wenn verfähret man hier also? Antwort: Wenn der Bruch, welcher subtrahiret werden soll, grösser ist, als derjenige, von welchem er soll subtrahiret werden.

2) War-

2) Warum verfahret ihr so in diesem Fall? Antwort: Weil ihr sonst bey dem Ganzen einen Bruch borgen müstet, und zwar von der Art, als ihr abziehen sollet; dabey ihr aber leicht irre werden könnet. Denn, wenn ihr z. E. von $4\frac{3}{8}$ abziehen sollet 2 und $\frac{2}{3}$, so ist $\frac{2}{3}$ grösser als $\frac{3}{8}$ (§. 130. Num. 3.). Borget ihr aber von 4 ein Ganzes zu $\frac{3}{8}$, so habt ihr $\frac{11}{8}$ (§. 134.), und nun könnet ihr erst $\frac{2}{3}$ davon abziehen.

Z. E. $\frac{33}{24} - \frac{16}{24} = \frac{17}{24}$

Ziehet auch die Ganzen gar ab, so habt ihr hier $1\frac{17}{24}$.

Wollet ihr bey dem Num. VI. wissen, warum man

a) den Zehler vom Nenner subtrahiret, und den Rest über den alten Nenner setzet? Antwort: Zertheilet 4 in 3 und $\frac{4}{4}$, welches so viel ist, als 4, und ziehet nun $\frac{3}{4}$ von $\frac{4}{4}$ ab, so bleibt $\frac{1}{4}$. So sehet ihr die Ursache, warum ihr

b) das Ganze, welches um 1 verringert worden, zum heraus gebrachten Bruch setzet.

Vom Dividiren der Brüche.

§. 151.

Bey dem Dividiren sind die Brüche wieder entweder alle beyde ächt, oder alle beyde gemischte Zahlen, oder eine gemischte Zahl, der andere ächt, oder man soll ein Ganzes mit einem Bruch dividiren, oder Bruchs-Brüche mit gemischten Brüchen.

I. Sind alle beyde Brüche ächt, so multipliciret

a) die Zehler und Nenner wieder Creuzweis.

b) Dividiret diese 2 Producte des Divisors und des Dividendus miteinander, so zeiget der Quotient davon an, wie oft ein Bruch in dem andern enthalten.

Z. E. $\frac{3}{9} \times \frac{2}{3} \quad \frac{18}{9} \mid 2$

also

also ist $\frac{3}{5}$ in $\frac{2}{3}$ 2mal enthalten.

$$\frac{4}{6} : \frac{8}{9} = 1\frac{1}{3} \qquad \frac{5}{8} : \frac{3}{4} = 1\frac{1}{8}$$

Anders:

a) Kehret den Divisor um, so, daß der Nenner über den Strich, der Zehler aber unter denselben gesetzt wird.

b) Multipliciret die jetzigen beyden Zehler und beyden Nenner mit einander.

c) Dividiret diese Producte, so findet ihr auch, wie oft ein Bruch in dem andern enthalten. Z. E.

$$\left(\frac{3}{8}\right)\frac{8}{3} : \frac{3}{4} = \frac{24}{12} \;\Big|\; 2 \quad \text{also } \frac{3}{8} : \frac{3}{4} = 2$$

$$\frac{2}{9}\frac{9}{2} : \frac{6}{7} = 3\frac{6}{7}\frac{3}{5}\frac{5}{3} : \frac{8}{9} = 1\frac{1}{8}$$

II. Sind die beyden Brüche gemischte Zahlen, so machet sie

a) zu unächten Brüchen (§. 135.).

b) Verfahret entweder nach der ersten oder andern Auflösung (Num. I.).

Z. E. Nach der ersten Auflösung:

$$4\frac{3}{9} : 8\frac{2}{5} = \frac{39}{9} : \frac{42}{5} = 195 : 378 = 1\frac{183}{195}$$

Nach der andern Auflösung:

$$\frac{39}{9}\frac{9}{39} : \frac{42}{5} = \frac{378}{195} \;\Big|\; 1\frac{183}{195} \;\Big|\; \text{oder } \frac{61}{65}$$

III. Sollen Ganze durch Brüche dividiret werden, so multipliciret

a) den Nenner des Bruches mit dem Ganzen,

zen, und setzet das Product über den Strich, als den neuen Zehler.

b) Den Zehler des Bruches machet zum Nenner des ersten heraus gebrachten Zehlers. Z. E.

$$5 : \frac{3}{4} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}, \quad 2 : \frac{6}{8} = \frac{16}{6} = 2\frac{2}{3}$$

$$8 : \frac{4}{9} = \frac{72}{4} = 18, \quad 7\frac{5}{7} = \frac{49}{5} = 9\frac{4}{5}$$

Oder machet die Ganzen zu unächten Brüchen, und verfahret nach Num. I. Z. E.

$$5 : \frac{3}{4} = \frac{4}{3} : \frac{5}{1} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3},$$

$$2 : \frac{6}{8} = \frac{8}{6} : \frac{2}{1} = \frac{16}{6} = 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$$

$$8 : \frac{4}{9} = \frac{9}{4} : \frac{8}{1} = \frac{72}{4} = 18,$$

$$7 : \frac{5}{7} = \frac{7}{5} : \frac{7}{1} = \frac{49}{5} = 9\frac{4}{5}$$

IV. Wollet ihr aber Brüche durch Ganze dividiren, so behaltet den Zehler des Bruches, den Nenner aber multipliciret mit dem Ganzen. Z. E.

$$\frac{4}{5} : 6 = \frac{4}{30}, \quad \frac{3}{4} : 7 = \frac{3}{28}, \quad \frac{6}{8} : 4 = 5\frac{1}{3}, \quad \frac{4}{9} : 7 = \frac{4}{63}$$

V. Wollet ihr Bruchs-Brüche, oder gemischte Brüche mit einander dividiren, so

a) machet die Bruchs-Brüche oder gemischten Brüche zu ächten Brüchen (§. 132. 135.).

b) Verfahret nach den Regeln Num. I. Z. E.

$\frac{3}{4}$:

$$\frac{2}{4} : \frac{5}{9} := \frac{12}{28} : \frac{10}{72} = \frac{28}{12} : \frac{10}{72} = \frac{280}{864}$$

$$\frac{3\frac{1}{2}}{4} : \frac{2\frac{2}{3}}{7} = \frac{7}{10} : \frac{8}{21} = \frac{10}{7} : \frac{8}{21} = \frac{80}{147}$$

§. 152.

Damit ihr den Grund von den angeführten Regeln einsehet, so mercket bey Num. I.

a) Ihr habet deswegen bey der ersten Auflösung Creuzweise multipliciret, damit ihr solche Zehler heraus bekämet, welche einen Nenner hätten (§. 144.). Weil ihr nun die Brüche auf solche Weise zu Dingen von einer Art gemachet (§. 3. 143.), so köntet ihr auch fragen: Wie oft der eine in dem andern enthalten: und also auch dividiren. Z. E.

$$\frac{3}{4} \times \begin{matrix} 2\,3 \cdot 3 = 9 \\ 3\,4 \cdot 2 = 8 \end{matrix} \qquad 9 : 8 = 1\frac{1}{8}$$

Hier habet ihr $\frac{9}{12}$ und $\frac{8}{12}$, also Dinge von einer Art. Vermöge des Dividirens aber steckt 8 in 9 $1\frac{1}{8}$, $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$ aber sind die vorigen Brüche $\frac{3}{4}\frac{2}{3}$, also steckt $\frac{2}{3}$ in $\frac{3}{4}$ 1 und $\frac{1}{8}$ mal.

b) Bey der andern Auflösung. Den Bruch kehret ihr deswegen um, und multipliciret alsdenn Zehler und Zehler, Nenner und Nenner, damit ihr nicht Creuzweise multipliciren dürfet, da ihr vorhin Creuzweise multipliciren mustet, wenn ihr die Brüche zum Dividiren woltet geschickt, und also zu Dingen von einer Art machen (§. 3. 244.). Auf diese Art werden die Factoren mit den vorigen einerley, wenn ihr den Bruch umkehret, und der eine Factor, z. E. hier 4, als der Nenner, oben hinauf, und der Zehler 3 unten hin kommt.

Also machet ihr auf diese Art, wenn ihr nemlich den Divisor umkehret, den Bruch zum Dividiren geschickt. Z. E.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \quad \frac{4}{3}\frac{5}{6} = \frac{20}{18} = 1\frac{1}{9}.$$

Bey

Bey Num. II. mercket, daß ihr die gemischten Zahlen deswegen müsset erst zu unächten Brüchen machen, weil ihr finden wollet, nicht nur wie oft die Ganzen des einen Bruchs im Ganzen vom andern Bruch enthalten seyn, sondern auch wie oft der eine Bruch selbst im andern enthalten. Nun steckt zwar oft ein Ganzes in dem andern etliche mal, aber der Bruch steckt doch nicht in dem andern etliche mal, darum müsset ihr nothwendig das Ganze zum Bruch machen, d. i. aus gemischten Zahlen unächte Brüche machen, und alsdenn fragen: wie oft einer in dem andern enthalten. Z. E. in $4\frac{3}{8}$ $2\frac{2}{3}$. Da steckt zwar das Ganze 2, im Ganzen 4, 2 mal, allein der Bruch $\frac{2}{3}$ steckt im Bruch $\frac{3}{8}$ nicht etliche mal. Da ihr aber doch finden sollet, wie oft 2 und $\frac{2}{3}$ in 4 und $\frac{3}{8}$ steckt, so könnt ihr dieses finden, wenn ihr $4\frac{3}{8}$ und $2\frac{2}{3}$ zu unächten Brüchen machet. Z. E. $\frac{35}{8}, \frac{8}{3}$, und alsdenn dividiret. Z. E.

$$\frac{3}{8} : \frac{35}{8} = \frac{105}{64} = 1\frac{41}{64}$$

Bey Num. III. IV. werdet ihr gleich einsehen, warum ihr so verfahren müsset, wenn ihr nur das Ganze zum unächten Bruch machet (§. 144), und alsdenn nach Num. I. dividiret.

Z. E. $5 : \frac{3}{4} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

oder $\frac{5}{1} : \frac{4}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4} \times \frac{7}{1} = \frac{3}{28}$

oder $\frac{3}{4} : \frac{1}{7} = \frac{3}{28}$

§. 153.

Ihr könnet aber hier noch fragen: Ob man auf diese Art Brüche würcklich dividire, wenn man nach den Regeln §. 151. verfähret? Antwort: Allerdings. Denn dividiren heisset: Aus gegebenen Zahlen eine andere finden, welche anzeigt, wie oft die eine in der gegebenen andern steckt (§. 92.). Wenn

ihr aber $\frac{3}{4}$ mit $\frac{3}{8}$ dividiret, so findet ihr den Quotienten 2, und von dem könnet ihr sprechen, so oft 1 in der gefundenen 2 steckt, so oft steckt der Divisor $\frac{12}{32}$ im Dividendus $\frac{24}{32}$. Dieses aber heisset ja dividiren (§. 92.). Damit ihr es noch deutlicher sehet, so machet $\frac{3}{8}$ und $\frac{3}{4}$ zu gangbarem Gelde, so habt ihr 9 Groschen und 18 Groschen, 9 Groschen aber steckt in 18 eben auch 2mal.

§. 154.

Kommen solche Brüche vor, welche nicht aus einerley Ganzen gemacht worden sind, davon schon oben §. 145. VI. gemeldet worden, so müsset ihr sie abermals erst in gangbare Sorten zertheilen. Z. E. $\frac{5}{8}$ Rthl. soll dividiret werden mit $\frac{2}{3}$ Gr., da würde ganz was falsches heraus kommen, wenn ihr ordentlich dividiren woltet. Machet also nach §. 141. $\frac{5}{8}$ Rthl. zu 15 Gr. und $\frac{2}{3}$ Gr. zu 8 Pf. Da ihr auch hier noch nicht dividiren könnt, so machet die 15 Gr. zu Pf. nach §. 76. alsdenn habt ihr 180 Pf. darin stecken 8 Pf. $22\frac{1}{2}$ mal. Also steckt auch $\frac{2}{3}$ Gr. in $\frac{5}{8}$ Rthl. $22\frac{1}{2}$mal.

§. 155.

Man muß hier noch einiger Vortheile gedencken, welche sich bey den Brüchen bisweilen anwenden lassen.

1) Wenn bey dem Addiren, Subtrahiren und Dividiren die Brüche gleiche Nenner haben, so addiret, oder subtrahiret, oder dividiret nur gleich die Zehler, und setzet ihren Nenner darunter.

Z. E. Bey dem Addiren $\frac{5}{38} + \frac{6}{38} = \frac{11}{38}$

$$\frac{3}{64} + \frac{1}{64} = \frac{4}{64} \qquad \frac{5}{12} + \frac{8}{12} + \frac{7}{12} = \frac{20}{12}$$

Bey dem Subtrahiren $\frac{8}{79} - \frac{4}{79} = \frac{4}{79}$

oder $\frac{5}{27} - \frac{2}{27} = \frac{3}{27}$

Bey dem Dividiren $\frac{8.6}{15.15} = 1\frac{1}{3}$ oder $\frac{15.3}{34.34} = \frac{5}{}$

Dieses

Dieses ist um deswillen zu mercken, weil es

a) oben weggelassen, und nur schlechterdings gesezt worden, man solte die Brüche gleich zu einerley Benennung bringen.

b) Weil Ungeübte sich oft vergehen, und die Brüche unter einerley Benennung bringen, ohne, daß sie nachsehen, ob etwan die Brüche schon Dinge von einer Art sind.

2) Wenn bey dem Multipliciren der Zehler des einen Bruches dem Nenner des andern Bruches gleich ist, so streichet diese gleiche Zahlen aus, und die 2 übrigen setzet als den neuen Bruch hin.

$$\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{9}=\frac{5}{9},\quad \frac{18}{242}\cdot\frac{242}{597}=\frac{18}{597},\quad \frac{54}{96}\cdot\frac{23}{54}=\frac{23}{96}$$

3) Wenn bey dem Dividiren die Zehler gleich sind; so steckt der eine Bruch so oft in dem andern, als der Nenner des Dividendus im Nenner des Divisors steckt. Z. E.

$$\frac{3}{9}:\frac{3}{18}=2,\quad \frac{15}{36}:\frac{15}{108}=3,\quad \frac{26}{125}:\frac{26}{284}=2\frac{34}{125}$$

4) Wenn bey dem Addiren 2oder mehrere gleiche Brüche (§. 118.) vorkommen, so multipliciret davon nur den Zehler von einem Bruch, es sey welcher es wolle, mit 2, wenn es 2 Brüche sind: mit 3, wenn es drey Brüche sind, u. s. w. so ist das Product der neue Zehler. Lasset den Nenner des Bruchs, mit dessen Zehler ihr multiplicirt habet, unverändert, so habt ihr solche Brüche addirt: Z. E.

$$3)\ \frac{2}{3}+\frac{4}{6}+\frac{16}{24}=\frac{6}{3}=2$$

$$2)\ \frac{5}{6}+\frac{25}{30}=\frac{10}{6}=1\frac{2}{3}$$

5) Wenn bey dem Addiren, Subtrahiren, Dividiren, die Brüche sich leicht in gangbare Sorten bringen lassen, so

ist es ofte vortheilhaftiger, man verwandelt sie darein, und rechnet alsdenn erst, wie mit ganzen Zahlen. Z E.

Rthl. Gr. Pf.

Bey dem Addiren $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 20 \\ 10 = 8 \end{array} \right.$

39 Gr 8 Pf.

Rthl. Gr.

$\frac{4}{6} + \frac{3}{9} + \frac{5}{8} + \frac{7}{12} = \left\{ \begin{array}{l} 16 \\ 8 \\ 15 \\ 14 \end{array} \right.$

53

Rthl. Gr. Pf.

Bey dem Subtrahiren $\frac{8}{18} - \frac{3}{8} = \left\{ \begin{array}{l} 10 = 8 \\ 9 \end{array} \right.$

1 Gr. 8 Pf.

Rthl. Gr.

$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \left\{ \begin{array}{l} 20 \\ 18 \end{array} \right.$

2

Bey dem Dividiren $\frac{3}{4} : \frac{2}{8} = \left\{ \begin{array}{l} \cancel{18} \\ \cancel{6} \end{array} \right| 3$

§. 156.

Daß man zu den Auflösungen bey den Brüchen nicht mehrere Exempel gesetzet, ist deswegen geschehen, weil

a) im gemeinen Leben die Fälle doch nicht gar zu oft vorkommen, da man einzelne Brüche entweder zu addiren, oder zu subtrahiren hätte.

b) Man

b) Man sich auch aus denen 3 oder 4 beygesetzten Exempeln die Regeln schon bekannt machen kann.
c) Uberdem in der Regel Detri sich genug Gelegenheit findet, sich im Rechnen der Brüche, z E. im Addiren (§. 194) im Multipliciren und Dividiren (§. 177. 178.) zu üben, und den Nutzen davon im gemeinen Leben zu ersehen.

§. 157.

Man giebet die Bruch-Rechnung sonst vor sehr schwer aus; allein, da man bey dem Addiren, Multipliciren, u. s. w. der Brüche
a) nicht so viel Regeln mercken darf, wie bey dem Rechnen mit ganzen Zahlen.
b) Die Regeln alle kurz, und leicht zu verstehen sind.
c) Die besondern Fälle, welche nur vorkommen können, hier alle aus einander gesetzt sind.
d) Beweise von der Richtigkeit der angeführten Regeln beygefügt worden, so wird alle Schwierigkeit, welche man sonst bey Brüchen anzutreffen vermeinet, leicht wegfallen. Ja Kindern, welche die Regeln, weil sie kurz und deutlich sind, leicht und bald behalten, wird es gar nicht schwer seyn, mit Brüchen, wie mit andern Zahlen zu rechnen.

Von der Regel Detri.

§. 158.

Es folget anjetzo der letzte, aber der vornehmste Theil vom Rechnen, nemlich die Regel Detri, darinnen gezeiget wird, wie man zu 3 Geometrischen Proportional-Zahlen (§. 120.) die vierdte finden soll. Eben deswegen, weil man allezeit 3 Zahlen dabey geben muß, heisset dieser Theil: die Regel Detri, (eigentlich, regula de tribus terminis). Wegen ihres vortreflichen Nutzens wird

diese Regel auch die güldene Regel genennt. Weil nun auf dieselbe im gemeinen Leben, als auch sonsten viel ankommt, so wird es sich der Mühe lohnen, den Grund davon recht einsehen zu lernen.

§. 159.

Die Regel Detri mit allen ihren besondern Arten gründet sich auf den Satz: Bey vier Geometrischen Proportional-Zahlen (§. 120.) ist das Product aus dem ersten und lezten Gliede, gleich dem Product aus dem andern und dritten Gliede (§. 54. 120. 115. 119.). Denn

a) das andre Glied (8) ist entstanden aus dem ersten Gliede (4), multipliciret mit (2), als dem Exponenten (§. 114.), folglich sind davon die Factoren 4 und 2. Z. E. $4 \cdot 2 = 8$.

b) Das lezte Glied (6) ist entstanden aus dem dritten Gliede (3), und dem Exponenten (2), folglich sind hier die Factoren 3 und 2. Z. E. $3 \cdot 2 = 6$.

c) Wenn ihr das vierdte Glied (6), multipliciret mit (4), als dem ersten Gliede, so ist es so viel, als wenn ihr 3. 2. 4 mit einander multipliciret (b. §. 33. I.).

d) Wenn ihr das andere Glied (8) mit 3 multipliciret, so ist das so viel, als wenn ihr 4. 2. 3. durch einander multipliciret (a. §. 33. I.).

Da ihr nun in beyden Fällen gleiche Factoren habt (a. b.), so müssen gleiche Producte heraus kommen (§. 55.). Folglich müssen auch gleiche Producte heraus kommen: wenn ihr das erste und vierdte

vierdte, andere und dritte Glied mit einander multipliciret. Z.E.

$4:2=3:6$, $3.2=6$ $4.2=8$ (§.57.)
$4=4$ $3=3$

$3.2.4=24$ $4.2.3=24$ (§.55.)

Product aus $4.2.3$ = Prod. 8.3
Product aus $3.2.4$ = Prod. 6.4

Product 8. 3 = Prod. 6.4 (§.33 N. III.)

§. 160.

Weil das Product aus dem ersten und lezten Gliede gleich ist dem Product aus dem andern und dritten Gliede (§. 159.), so wisset ihr gleich das andere, so bald euch nur eins bekannt ist. Habet ihr aber ein Product, und einen Factor, so könnet ihr den andern Factor zu dem bekannten Producte allemal durch das Dividiren finden (§. 73.), (wir wollen ihn hier unterdessen X nennen). Folglich, da ihr hier das Product aus dem andern und dritten Gliede habt, welches so groß ist, als das aus dem ersten und lezten, so dürfet ihr dieses nur mit dem ersten Gliede dividiren, so bekommt ihr den andern Factor zu diesem Product. Der andere Factor aber ist hier die 4te Proportional-Zahl. Derohalben könnet ihr hier eine allgemeine Regel machen, wie ihr zu 3 gegebenen Proportional-Zahlen die 4te finden sollet; d.i. wie ihr die Regel Detri machen könnet; nemlich: **Man multipliciret das andere und dritte Glied, als die beyden leztern mit einander; und dividiret, was heraus kommt, mit dem ersten; so ist der Quo-**

tient die 4te Proportional-Zahl, oder das 4te Glied.

$4 \cdot 9 = 36$ (§. 57.)	$3 : 9 = 4 : X$
$4 \cdot 9 = X \cdot 3$ (§. 159.)	$\frac{4}{}$
$3\ 6 = X, 3$ (§. 33. III.)	$\frac{36}{3} \mid 12$
$3\ 6 = 12 \cdot 3$ (§. 61.)	
$X \cdot 3 = 12 \cdot 3$ (§. 33. III.)	$3 : 9 = 4 : 12$
$: 3 \quad : 3$	
$X = 12$ (§. 126.)	

§. 161.

Weil eine Proportion aus Verhältnissen bestehet (§. 119.): In Verhältnissen aber nur Dinge von einer Art mit einander verglichen werden (§. 3. 114.), so folget, daß bey der Regel Detri allezeit 2 Glieder, Dinge von einer Art seyn müssen: Daher kan man folgende Regel machen, welche sehr nöthig ist, das heraus gebrachte 4te Glied zu beurtheilen. **Das erste und andere, das dritte und vierte Glied müssen Dinge von einer Art seyn.** Weil es aber leichter fällt, zu schreiben, wie man es ausspricht, so wird die Regel nun so heissen: **Das erste und dritte, das andere und vierte Glied müssen Dinge von einer Art seyn.** Z. E.

Pf. Pf. Gr. Gr.
Bey der ersten Regel 3 : 8 = 6 : 16
Pf. Gr. Pf. Gr.
Bey der andern Regel 3 : 6 = 8 : 16

§. 162.

§. 162.

Wenn ihr also dem vierten Gliede einen Namen geben sollet, so sehet nur allezeit, was das andere Glied vor einen hat. Sind bey dem andern Gliede Groschen, so bedeutet das 4te Glied auch Groschen; sind Rthlr. da, so kommen im 4ten Gliede auch Rthlr. heraus. Ferner: stehet über dem ersten Gliede Pf., so muß das dritte auch Pf. seyn, oder, wenn es z. E. Centner sind, so muß es doch zu Pf. gemacht werden. Stehet Elle darüber, so muß das dritte Glied auch Ellen bedeuten, u. s. w. Z. E.

Pf.	Gr.	Pf.	Gr.
3 kosten	6,	was kosten	24. Antw. 48

§. 163.

Bey §. 160. und 161. könte man fragen: a) Ob die Proportion nicht verändert wird, wenn ihre Glieder so versetzet werden, wie §. 161. angegeben worden, und also auch ein anderes 4tes Glied heraus kommt? b) Wie z. E. Gr. heraus kommen können, wenn man die 2 letzten Zahlen in der Proportion z. E. Pfund und Groschen mit einander multipliciret? Antwort:

a) Daß einerley Proportion bleibet, wenn ihr gleich das dritte Glied in die Stelle des andern setzet, und das andere Glied wieder zum dritten machet, läßet sich leicht erweisen: denn das andere Glied (24) kommt heraus, wenn ihr das erste (3) mit dem Exponenten (8) multipliciret (§. 114. N. 2.), und das 4te Glied (48) kommt heraus, wenn ihr das dritte (6) mit eben dem Exponenten multipliciret (§ 118. 114.). Da ihr nun 2 Zahlen 3 und 6, nemlich das erste und dritte Glied, mit einer dritten, nemlich mit einerley Exponenten (8) multipliciret, so müssen sich die Producte 24 und 48. (welches eben das andere und vierte Glied ist), verhalten, wie die multiplicirten Zahlen. Verhalten sich aber die Zahlen

le 1 in den 2 Verhältnissen gleich, so habt ihr da wieder eine gleiche Proportion (§. 119.), in welcher das 4. Glied dem vorigen vierdten Gliede gleich bleibt.

Daraus ist es klar, daß man auch sagen kan: Wie das erste Glied zum dritten, so das andere zum 4ten, und das 4te Glied bleibt doch einerley.

3 . 6
8 . 8
24 : 48

3 : 6 = 24 : 48 (§. 125.)

3 : 24 = 6 : 48 (§. 161.)

Daß das 4te Glied einerley bleiben muß in beyden Fällen, könnet ihr auch daher sehen: Das 4te Glied kommt heraus, wenn ihr das andere und dritte multipliciret, und mit dem ersten dividiret (§. 160.). Wenn ihr aber das dritte Glied in die Stelle des andern, und das andere in die Stelle des 3ten setzet, so bleiben immer einerley Factoren. Einerley Factoren geben einerley, oder gleiche Producte (§. 55.). Aus gleichen Producten kan man mit gleichen Divisorn nur einerley Quotienten finden (§. 127.). Der Quotient ist hier die 4te Proportional-Zahl (§. 160.), also kommt auch nach diesem immer einerley zum 4ten Gliede heraus.

b) Daß, wenn das andere Glied Groschen sind, das 4te Glied auch Groschen seyn müssen, ist aus §. 161. 162. schon klar: denn da die andere und 4te Proportional-Zahl eine Verhältniß ausmachen (§. 163. N. a.), in einer Verhältniß aber die 2 Grössen Dinge von einer Art seyn müssen (§. 114.), so folget, daß, wenn die andere Proportional-Zahl Groschen ist, auch die 4te Groschen seyn müssen, weil eben die andere Proportional-Zahl das erste, die 4te aber das andere Glied in der Verhältniß abgiebet. Auf die Namen, welche diese Glieder haben, darf man bey dem Multipliciren und Dividiren nicht sehen; weil man die Grössen, nicht aber die Namen der Grössen multipliciren soll. Z. E. Man sagt ja nicht:

6 Pfund,

6 Pfund, Pf. u. s. w. 24 Groschen, Gr. u. s. w. mal genommen, macht 48, und setzet die Namen wieder darzu, sondern 2 mal 2 ist 4.

§. 164.

Weil man bey der Regel Detri mit Geometrischen Proportional-Zahlen umgehet, so folget, daß man die Regel Detri da nicht anwenden könne, wo keine Proportion in der Sache selbst zu finden. Z. E. Man kan nicht schliessen: Ein Pferd läuffet in 3 Stunden 5 Meilen, folglich läufet es in 15 Stunden 25 Meilen: denn je länger es läuft, desto langsamer geht es, und leget es also auch desto weniger Meilen zurück.

§. 165.

Wenn in der Regel Detri nur 3 Glieder vorkommen, darinnen sich die Glieder verhalten, wie §. 161. angezeiget worden, so heisset man es die einfache Regel Detri, (Lateinisch: regulam de Tri Simplicem directam). Die Regel, wie ihr da verfahren sollet, stehet §. 160.

Pf. Gr. Pf.

Z. E. 3 kosten 8, was kosten 15.

Multipliciret hier 8 mit 15, so kommt 120. heraus. Dieses Product dividiret mit dem ersten Gliede 3, so ist der Quotient 40 Groschen das verlangte 4te Glied (§. 160. 162. 103. 162.). Doch mercket dabey:

a) Wenn der Quotient eine grosse Zahl ist, die man noch in grössere Sorten verwandeln kan, so bringet sie nach §. 103. in dieselbe. Z. E. Hier ist der Quotient 40 Groschen eine solche Zahl, die sich in eine grössere Sorte, nemlich in Rthlr. verwandeln lässet; also dividiret 40 mit 24, so habet ihr 1 Rthlr. 16 Gr.

b) Wenn die erste und dritte Proportional-Zahl keine

keine Dinge von einer Art sind, so machet sie dazu, nach §. 76. 75.

Pf. Gr. Centn.

Z.E. 4 kosten 9, was kosten 7.

Hier machet die Centner zu Pfund, nemlich multipliciret mit 110, so kommt heraus 770. Sodann verfahret nach §. 160. Z. E.

Pf. Gr. Centn. Rthl. Gr. Pfen.

$$4 : 9 = 7 : 72 = 4\tfrac{2}{4} = 6$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ \hline 770 \\ 9 \\ \hline 6930 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|r|l} \cancel{2}\cancel{1}\cancel{1}(2 & \overset{\cancel{1}}{\cancel{3}\cancel{5}}(4 & \\ \cancel{6}\cancel{9}\cancel{3}\cancel{0} & \cancel{1}\cancel{7}\cancel{3}\cancel{2} & 72 \\ \cancel{4}\cancel{4}\cancel{4}\cancel{4} & \underset{\cancel{2}}{\cancel{2}\cancel{4}\cancel{4}} & \end{array}$$

c) Wenn die erste und dritte Proportional-Zahl keine Dinge von einer Art sind, und lassen sich auch nicht dazu machen; so könnet ihr die Regel Detri gar nicht anwenden (§. 164. 161.)

Elle Gr. Pf.

Z.E. 5 kosten 8, was kosten 14

d) Wenn ihr das andere und dritte Glied multiplicirt habt, und das Product ist so klein, daß ihr es nicht mit dem ersten Gliede dividiren könnet, so verwandelt das mittlere Glied in kleinere Sorten, so lange, bis die mittlere Zahl so groß ist, daß ihr sie mit dem ersten Gliede dividiren könnet. Z. E. Hier könnet ihr das Product 27 nicht mit dem ersten Gliede 550 dividi-

dividiren, darum machet die 9 Rthlr. zu Groschen, multipliciret alsdenn mit 3, und dieses Product dividiret mit 550.

Centn. Rthlr. Pfund.

5 kosten 9, was kosten 3

110	24	$\left(\frac{9}{27}\right)$
550	216	
	3	
	648 | 550	1 Gr. $\frac{98}{550} = \frac{49}{275}$ Gr.
	98	

e) Könnet ihr aber das mittlere Glied nicht in kleinere Sorten verwandeln, so müsset ihr diese 2 Zahlen als einen Bruch anschreiben, so, daß das erste Glied der Nenner, das Product aus dem 2ten und dritten Glied der Zehler würde. Z. E. $\frac{27}{550}$ Rthlr.

Ein Bauer giebt alle 6 Wochen 2 Gülden Steuren, wie viel trägt dieses 1 viertel Jahr aus? Antwort: 4 Gülden, 7 Groschen.

Wochen Fl. Wochen Fl.
6 ⊢ 2 ⊢ 13 ⊢ $4\frac{1}{3}$.

Ein Bau-Herr zahlt alle Wochen an 9 Arbeits-Leute 17 Rthlr. aus, braucht aber einmal in einer Woche 36 solcher Arbeiter, wie viel wird er da auszahlen müssen? Antwort: 68 Reichsthaler.

Arb. Rthl. Arb. Rthl
9 ⊢ 17 ⊢ 36 ⊢ 68

Es verreiset einer auf 14 Tage, und lässet seinem Gesinde zu Hauß 3 Rthlr. 6 Gr. Alle 5 Tage soll es 28 Gr. davon zu seiner Ausgabe nehmen, da fragt sichs, ob das Gesinde damit auskommen wird? Antw. Nein, es fehlen noch $\frac{2}{5}$ Gr.

Tage Gr. Tage Rthlr. Gr.
5 ⊢ 28 ⊢ 14 ⊢ 3 ⊢ $6\frac{2}{5}$.

Ein

Ein Tuchmacher verkauft 32 Ellen Tuch für 50 Rthl. Nun hat er noch 526 Ellen von solchem Tuch, wie viel wird er daraus lösen? Antwort: 821 Rthl. 21 Gr.

Ellen Rthl. Ellen Rthl. Gr.

32 ⊢ 50 ⊢ 526 ⊢ 821 = 21

Ein Becker kauft 6 Scheffel Weitzen für 18 Rthl. wie hoch kommen ihm 4 Malter? Antwort: 144 Rthl.

Sch. Rthl. M. Rthl.

6 ⊢ 18 ⊢ 4 ⊢ 144

12

48

Ein Kaufmann verkauft 3 Pfund Jngwer für 14 Gr. wie viel löset er aus 9 Centner? Antwort: 192 Rthl. 12 Gr.

Pfund G. Centn. Rthl. Gr.

3 ⊢ 14 ⊢ 9 ⊢ 192 = 12.

Ein Wirth handelt 24 Eymer Wein ein, bezahlt dafür 168 Rthl. giebt seinem Nachbar 5 Kannen. Es fragt sich, wenn er keinen Profit haben will, wie theuer muß er diese 5 Kannen geben? Antwort: 13 Gr. 4 Pf.

Eymer Rthl. Kannen Gr.

24 ⊢ 168 ⊢ 5 ⊢ 13 504 = 1 ⊢ 3

63 24 1512

72 672

144 336

1512 4032

Ein Loh-Gerber verkauft 4 Decher Schaaffelle für 9 Fl. wie hoch kommt ein Decher oder 10 Stück? Antwort: 2 Fl. 5 Gr. 3 Pf.

Decher Fl. Schaaffell Fl.

4 ⊢ 9 ⊢ 10 ⊢ $2\frac{1}{4}$

10 10

40 90

Ein

Ein Speise-Wirth bekommt sonst von 18 Personen wöchentlich 12 Rthl. Kostgeld, wenn er nun nicht mehr als 5 hat, wie viel bekommt er alsdann? Antwort: 3 Rthl. 8 Gr.

Pers.	Rthl.	Pers.	Rthl.
15	12	5	$3\frac{1}{3}$.

Ein Schmidt kauft 23 Centner Eisen für 92 Rthl. wie hoch kommen 25 Pfund davon? Antwort: 21 Gr. 9 Pf. $1\frac{161}{253}$ Hel.

Centn.	Rthl.	Pfund	Gr.	Pf.	Hell.
23	92	25	21	9	$1\frac{161}{253}$
110	24				
230	368				
23	184				
2530	2208				

§. 166.

Es kommen in der Regel Detri sehr viele Exempel vor, da die gegebene Proportional-Zahlen andre kleinere Sorten bey sich haben. Z. E. Die Pfund können Loth, Quentgen, die Thaler aber Groschen, Pfennige, Heller, u. s. w. bey sich haben. Weil ihr aber die Regel Detri nur mit 3 Zahlen machen könnet (§. 158.), so müsset ihr, wenn mehr als 3 Zahlen vorkommen, sie in 3 verwandeln. Es geschiehet dieses: wenn ihr bey solchen Exempeln die grösseste Sorte in die kleinsten, welche sie bey sich hat, verwandelt. Z. E. Die Centner in Pfund, Loth, Quentgen: die Thaler in Groschen, Pfennige, Heller (§. 76.). Die grösseste Sorte bey einem Exempel sollen künftighin die Haupt-Glieder, die kleinern aber: Neben-Glieder heissen

§. 167.

§. 167.

Wollet ihr die im §. 166. gemeldeten Exempel rechnen, so mercket, daß ihr

1) die 3 Haupt-Glieder in ihre kleineste Sorten, welche sie bey sich haben, bringet. Z. E. Machet

a) die Pfund zu Loth nach §. 76. und nehmet die 3 Loth, welche bey den 5 Pf. stehen, dazu: Denn darum machet ihr eben die Pfund zu Loth, damit diese 3 Loth können hinein gebracht werden.

Pfund		Loth
Z. E. 5	. 32 † 3 =	163.

b) Die Rthl. zu Gr. mit 24, und nehmet auch da die 8 Gr. welche bey den Rthl. stehen, mit dazu. Z. E. 6 . 24 † 8 = 152.

c) Diese 152 Gr. zu Pf. multipliciret mit 12, und nehmet die 7 Pf. welche oben stehen, dazu. Z. E. 152 . 12 † 7 = 1831.

d) Die 3 Pfund bey dem lezten Haupt-Gliede machet endlich zu Loth mit 32. Z. E. 3 . 32 = 96. Denn da das erste Glied aus Lothen bestehet, so muß das lezte Glied eben auch Loth haben (§. 161.). Auf solche Art hättet ihr die mehr als 3 Glieder zu dreyen gebracht.

2) Multipliciret das andere und dritte, oder welches einerley ist, die beyden lezten mit einander (§. 62. 159.). Z. E. 1831. 96 = 175776.

3) Dividiret dieses Product mit dem ersten Glied (§. 102. 159.). Z. E. 175776 : 163.

4) Beur-

4) Beurtheilet den heraus gekommenen Quotienten, als die 4te Proportional-Zahl nach dem andern Gliede, ob es nemlich Gr. Pf. oder Zl. sind.

Mercket aber hier, daß ihr allemal die kleineste Sorte bey dem mittlern Gliede nehmen müsset, und diese 4te gefundene Zahl darnach nennen: denn ihr habet ja die gröste Sorte in die kleinste verwandeln müssen (Num. I.), derowegen bestehet hier das 4te Glied nicht aus Rthl. sondern aus Pf. weil 1831, als das andere Glied Pf. sind. Derohalben machet

5) die heraus gekommene Zahl, Z. E. 1078. zu Gr. Rthl. so bringet ihr heraus, wie viel die Sache, hier 3 Pf. an Thl. Gr. Pf. austräget.

Pfund Loth Rthl. Gr. Pf. Pfund Rthl. Gr. Pf.

5 ' 3 — 6 = 8 ' 7 — 3 — 3 = 17 ' 10 62/163

32 | 24 | 32
163 | 152 | 96
12
311
152
1831
96
10986 | 163
16479
175776
1277
1141
1366
1304
62

(1
xx
xx(0
x078
xxx
x

(1
x(7
89
x4

* Wollet ihr wissen, mit was vor Zahlen ihr den herausgekommenen Quotienten dividiren sollet, so mercket, daß ihr eben die Zahlen, mit welchen ihr z. E. die Rthl. zu Gr. Pf. u. s. w. gemacht, behalten, und nur rückwärts mit einer derselben dividiren müsset: Z. E. Damit ihr aus Rthl. Gr. Pf. habt machen können, so muset ihr erstlich mit 24, hernach mit 12 multipliciren; also kehret es jetzt um, und dividiret den Quotienten erstlich mit 12, so bekommt ihr Gr. hernach mit 24, so bekommt ihr Rthl. (§. 113.).

Es kaufen 2 Personen im Kram-Laden folgendes Gewürz, der eine nimmt 5 Pfund, 8 Loth, 2 Quentgen, und bezahlt es vor 2 Rthlr. 18 Gr. 9 Pf. 1 Heller. Der andere aber kauft 12 Pf. 27 Loth, 3 Quentgen, wie viel wird er Geld dazu brauchen? Antwort: 6 Rthl. 19 Gr. 2 Pf. $1\frac{183}{074}$ Hl.

Pfund	Loth	Qu.	Rthl.	Gr.	Pf.	Hl.	Pfund	Loth	Qu.
5	8	2	—	2	18	9	1	—	12	27	3

Ein Steuer-Einnehmer hat 4 Aemter, davon müssen ihm alle 12 Wochen 826 Rthl 19 Gr. 7 Pf Steuern gebracht werden. Nun hat er davon seinem Herrn in 3 Jahren nicht Rechnung gethan, wie viel wird er Steuren einzuliefern haben? Antwort: 1074 Rthl. 14 Gr. 7 Pf.

Wochen	Rthlr.	Gr.	Pf.	Jahr.
12	—	826	19	7	—	3

Ein Zeugmacher kauft 8 Pfund 17 Loth Wolle, und bezahlt davor 2 Rthl. 3 Gr. 4 Pf. Nun wolte er gerne 18 Centner mit einander kaufen, wie viel Geld wird er dazu nöthig haben? Antwort: 496 Rthl. 9 Gr. $10\frac{52}{57}$ Pf.

Pf.	Loth	Rthl.	Gr.	Pf.	Centn.
8	17	—	2	3	4	—	18

Ein Becker kauft 6 Scheffel, 8 Metzen Korn vor 5 Rthl. 7 Batzen, 3 Creutzer, 2 Pf. 1 Hl. wie hoch kommen ihm 9 Wispel, 1 Malter, 3 Scheffel, 2 Metzen? Antwort: 193 Rthl. 7 Batzen, 1 Creutzer, 1 Pf. $\frac{13}{52}$ Hl.

Sch.	Metz.	Thl.	Batz.	Xr.	Pf.	Hl.	Wisp.	Malt.	Sch.	M.
6	8	—	5	7	3	2	1	—	9	1	3	2

Ein

Ein Fürst hält 300 Soldaten, die kosten an Sold und Kleidung alle Jahr 14000 Rthl. 23 Gr. will 120 davon abdancken, wie viel erspart seine Kammer jährlich? Antwort: 5600 Rthl. 9$\frac{1}{3}$ Gr.

Sold.	Rthl.	Gr.	Sold.
300	14000	23	120

Ein Schuhmacher kauft 3 Centner Pfund-Leder vor 76 Rthl. 18 Gr. will davon eine Haut, welche 32 Pfund gewogen, weggeben, fragt sich: wie theuer kan er sie verkaufen? Antwort: 7 Rthl. 10$\frac{23}{25}$ Gr. = 7$\frac{23}{25}$ Pf.

Centn.	Rthl.	Gr.	Pf.
3	76	18	32

Ein Buchdrucker behandelt 5 Ballen, 7 Rieß, 16 Bücher Pappier vor 52 Rthl. Nun soll er jemand davon 14 Bücher zukommen lassen. Wie viel kan er fordern? Antwort: 15 Gr. 1 Pfennig $\frac{106}{160}$.

Ballen	Rieß	Bücher	Rthl.	Bücher
5	7	16	52	14

Ein Goldschmidt macht jemanden aus 3 Marck Silber 12 Löffel, es giebt ihm aber ein anderer 9 Marck, 6 Unzen, 1 Loth, 3 Gran, wie viel wird er daraus Löffel machen können? Antwort: 39 Löffel, $\frac{3}{8}$.

Marck	Löffel	Marck	Unz.	Loth	Gr.	Löffel
3	12	9	6	1	3	39$\frac{3}{8}$

§. 168.

Kommen Exempel vor, da 1 unter den 3 Gliedern sich befindet, so kan es seyn

	Pf.	Gr.	Pf.
entweder im Anfang, z. E.	1	13	36
oder in der Mitte	4	1	36
oder am Ende,	4	7	1

Pf. Thl. Loth
oder am Anfang, Mitte u. Ende zugl. 1 — 1 — 1
Centn. Thl. Loth
oder am Anfang und Mitte, 1 — — 24
Pfund Gr. Centn.
oder am Anfang und Ende, 1 — 8 — 1
Pf. Thl. Pf.
oder in der Mitte und am Ende 5 — 1 — 1

§. 169.

Wenn 1 im Anfang ist, so sehet

a) zu, ob das erste und letzte Glied Dinge von einer Art sind (§. 161. 3.).

b) Wenn es Dinge von einer Art sind, so multipliciret nur gleich die beyden letzten, und setzet das Product als die 4te Proportional-Zahl hin. Wenn es nöthig ist, so verwandelt sie nach §. 167. Num. 5. in Rthl. Gr. u. s. w. Denn da 1 nicht dividiret (§. 110.*), so könnet ihr das Product sicher als die 4te Proportional-Zahl schreiben (§. 160). Z. E.

Pf. Gr. Pf. Rthl.
1 — 13 — 36 — 19 $\frac{1}{2}$ oder 12 Gr.

13
108
36
468
24
228
216
12

24 | $19\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

Sind

c) Sind es keine Dinge von einer Art, so machet sie dazu nach §. 76, und verfahret nach Num. b.

Man nennet diese Exempel: Multiplications-Exempel, weil man blos multipliciret.

Ein Bauer verkauft ein Viertel Korn vor 25. Gr. was löset er aus 42 Viertel? Antwort: 1050 Gr. oder 43 Rthl. 18 Gr.

Es will sich jemand 12 Ellen Tuch kauffen, die Elle vor 32 Gr. wie viel Geld muß er darzu haben? Antwort: 16 Rthl.

Die Pferde eines Fuhrmanns fressen alle Wochen 5 Scheffel Haber: Nun wollte er sich gerne auf 14 Wochen mit Haber versehen, wie viel muß er einkaufen? Antwort: 70 Scheffel.

Ein Knecht verdienet sich alle Tage 5 Gr. 3 Pf. Wie viel wird das in 6 Jahren ausmachen? Antwort: 479 Rthlr. 1 Gr. 6 Pf.

§. 150.

Ist das 1 in der Mitte, so dividiret nur gleich mit dem ersten Gliede das dritte. Der Quotient ist alsdenn die 4te Proportional-Zahl: Denn 1 multipliciret nicht (§. 110. *) Mercket aber wieder:

a) Wenn das erste und letzte Glied keine Dinge von einer Art sind, daß ihr sie dazu machet.

b) Wenn ihr das erste Glied nicht mit dem dritten dividiren könnet, (wenn nemlich das erste Glied als der Divisor grösser ist, als das letzte, welches dividiret werden soll), so machet aus dem andern Gliede kleinere Sorten, und multipliciret alsdenn die

beyden leztern, und dividiret das Product mit dem ersten Gliede.

Z. E. Im ersten Fall:

Elle Gr. Elle Gr.

4 — 1 — 15 — $3\frac{3}{4}$ oder 9 Pf.

(3

45 | 3

4

Im andern Fall:

Centn. Rthl. Pf. Gr.

2 — 1 — 14 — $1\frac{20}{55}$

110 24Gr. 24

220 56 (11

28 33(6 | $1\frac{20}{55}$

336 220

Diese Exempel heissen Divisions-Exempel, weil man meistens dividiret.

Ein Wirth behandelt 23 Pfund Fleisch vor 1 Rthl., der Fleischer bringt ihm aber 126 Pfund, wie viel wird er ihm bezahlen müssen? Antwort: 5 Rthl. 11 Gr. 5 Pf. 1 Hl. $\frac{11}{23}$

Ein Schneider braucht zu einem Kleide 7 Ellen Tuch. Nun giebt ihm jemand 98 Ellen, wie viel Kleider von einerley Grösse wird er machen können? Antwort: 14.

In Holland gehen 50 Stüber auf einen Rthl. was machen wol 4326 Stüber aus? Antwort: 86 Rthl. 12 Gr. 5 Pf. 1 Heller, $\frac{13}{25}$.

Ein Schmidt bezahlt 5 Pfund, 3 Loth Eisen-Blech vor 1 Rthl. wie hoch kommen ihm 24 Pfund? Antwort: 4 Rthl. 17 Gr. $\frac{156}{163}$ Pf. = 1 $\frac{142}{163}$ Hl.

§. 171.

Ist 1 am Ende, oder im dritten Gliede, so habet ihr wieder darauf zu sehen, ob das erste und

lezte

lezte Glied Dinge von einer Art sind. Sind sie es, so wird daraus ein Divisions-Exempel (§. 170.). Sind sie es aber nicht, so machet sie zu Dingen von einer Art (§. 76.), und verfahret alsdenn nach §. 160. Z. E. Im ersten Fall:

Elle		Gr.		Elle		Gr.
6	—	30	—	1	—	5

30 | 5
6

Im andern Fall:

Pf.		Gr.		Centn.		Rthl.		Gr.
3	—	18	—	1	—	27	=	12

110
18
880
11
1980
333

(1
14
28(2
660 | 27
244
2

Ein Lohgerber verkauft 15 Stück Kalb-Felle vor 9 Rthl. eins so theuer als das andere, wie hoch kommt eines? Antwort: 14 Gr. 4 Pf. 1 Hl. $\frac{3}{5}$.

Ein Kaufmann bezahlt auf der Messe 8 Centner Zucker vor 240 Rthl. wie theuer kan er das Pfund verkaufen? Antwort: vor 6 Gr. 6 Pf. 1 Hl. $\frac{1}{11}$.

Ein Kürschner kauft auf der Messe 4 Zimmer, 3 Decher und 8 Stück Zobeln vor 325 Rthl. 18 Gr. 3 Pf. wie hoch kommt ein Stück? Antwort: 1 Rthl. 15 Gr. 5 Pf. $\frac{5}{8}$.

Ein Studiosus braucht auf 3 Wochen 1 Rthl 18 Gr. 8 Pf. Kostgeld, wie viel muß er das ganze Jahr haben? Antwort: 30 Rthl. 19 Gr. $6\frac{4}{13}$ Pf.

§. 172.

Wenn ein jedes der drey Glieder eine 1. hat, so müssen das erste und letzte Glied Dinge von verschiedener Art seyn: Denn man könte einem da ohne Rechnen die 4te ProportionalZahl sagen. Z. E. 1 Pf. kostet 1 Gr. was kostet 1 Pf. Antwort: Eben so viel, also 1 Gr. Derohalben, da es kein Dinge von einer Art sind, so machet sie darzu (§. 76. 161.): Weil ihr aber mit dem ersten Gliede nicht dividiren könnet, wenn das mittlere 1 bleibet, und das erste zu Dingen von der Art gemacht worden, woraus das letzte Glied bestehet, so verwandelt die mittlere Zahl 1 so lange in kleinere Sorten, bis ihr mit dem ersten Gliede dividiren könnet. Z. E.

Centn. Rthl. Pfund Pfen.

1 — 1 — 1 — $2\frac{24}{55}$

110 24

12

48

24 110

288 $2\frac{24}{55}$

220

68

Centn. Rthl. Pf. Gr.

1. — 1 — 1 — 24 = 12

110 55

Anmerckung. Wollet ihr gerne mit Brüchen rechnen, so dividiret 24 mit 110, so kommt zum Quotienten $\frac{12}{55}$ Gr. heraus, welches ebenfalls 2 Pf. $\frac{24}{55}$ ausmachet: Denn, wenn ihr eine grosse Zahl mit einer kleinen dividiren sollet, so schrecket

bet ihr zum Quotienten einen Bruch an, in welchem der Divisor den Nenner, der Dividendus aber den Zehler abgiebt.

Z. E. $8 : 4 = \frac{4}{8} : \frac{1}{2}$

Es kauft einer vor 1 Gr. ein Schock Nüsse, wie viel kommen vor ein Pf? Antwort: 5 Nüsse.

Gr. Schock Pfund Schock

$\frac{1}{12} — 1 — 1 — \frac{1}{12}$ oder 5 Nüsse.

Ein Gärtner kauft 1 Dutzend Bäume vor 1 Meisn. Gülden, wie hoch kommt ein Baum? Antwort: 1 Gr. 9. Pf.

Dutz. Güld. Bäume

$\frac{1}{12} — 1 — 1 — \frac{1}{12}$ oder 1 Gr. 9 Pf.

Ein Pfund Wachs kostet 1 Kopfstück, was kostet ein Centner? Antwort: 24 Rthlr. 10 Gr. $\frac{2}{3}$ = 8 Pf.

Pfund Kopfst. Centn. Rthl. Gr.

$1 — 1 — \frac{1}{110} — 24 : 10\frac{2}{3} = 8$ Pf.

§. 173.

Wenn 1 am Ende und Anfang ist, so müssen das wieder Dinge von verschiedener Art seyn, aus der (§. 172.) angegebenen Ursache. Derohalben machet sie nur zu Dingen von einer Art, so werden es entweder Multiplications- oder Divisions-Exempel, und ihr brauchet sie nur nach §. 169. und 170. zu rechnen. Z. E.

Multiplications-Exempel:

Pf. Gr. Cent. Gr.

$1 — 8 — \frac{1}{110} — 880 = 36$ Thl. 16 Gr.

Divisions-Exempel:

Mand.	Gr.	Stück	Groschen		Pf.
1	— 5 —	1	— 5	= 1	= 4
			15	3	

Ein Centner Eisen kostet 4 Rthl. wie hoch kommt 1 Pf.? Antwort: $10\frac{26}{55}$ Pf.

Centn.	Rthl.	Pf.		
1 —	4 —	1 —	4	
110			110	

Ein Wispel Weitzen kostet 96 Rthl., was kostet 1 Metze? Antwort: 6 Gr.

Wispel	Rthl.	Metze	Gr.
1 —	96 —	1 —	6
384			

Ein Pfund Thee wird verkauft vor 2 Rchsfl. 14 Gr. wie hoch kommt ein Loth? Antwort: 1 Gr. $\frac{7}{10} = 5\frac{1}{4}$ Pf.

§. 174.

Wenn 1 am Anfang und in der Mitte ist, so können das erste und lezte Glied wieder keine Dinge von einer Art seyn, wegen der im §. 172. angezeigten Ursache. Derohalben machet sie

a) zu Dingen von einer Art (§. 76.).

b) Gebet acht, ob ihr es als ein Divisions-Exempel nach §. 170, oder als ein Multiplications- und Divisions-Exempel nach §. 160. rechnen müsset.

Ein Fuhrmann begehret vor einen Coffre, welcher 1 Centner wieget, nach einen gewissen Ort zu schaffen 1 Rthl. wie viel

viel wird er von dem andern, welcher 380 Pfund wieget, fordern? Antwort: 3 Rthl. $\frac{5}{11}$. = 10 Gr. 10 Pf. 1 $\frac{9}{11}$ Hl.

Centn.	Rthl.	Pfund	Rthl.
1	1	380	3 $\frac{5}{11}$

110

Es kauft einer 1 Rieß Schreib-Pappier vor 1 Meißn. Gülden, ein anderer hat 8 Gr. dazu geleget, wie viel muß dieser vom Pappier bekommen? Antwort: 7 Bücher 14 Bogen, und noch was darüber, nemlich $\frac{18}{21}$ = $\frac{6}{7}$ Bogen.

fl.	Rieß	Gr.	Bücher	Bogen
1	1	8	7	14 $\frac{18}{21}$ $\frac{6}{7}$

21 gr. 20 Bücher.

Es braucht jemand alle Wochen 1 Rthl. wie viel wird er auf 4 Jahre nöthig haben? Antwort: 208 Rthl.

Woche	Rthl.	Jahr	Rthl.
1	1	4	208

52

208

Ein Beamter verrechnet sich in seiner Einnahme bey jeden Batzen um 1 Hl. Wenn er 624 Rthl. zu berechnen hat, wie viel wird er da verrechnen? Antwort: 19 Rthl. 12 Gr.

Batzen	Hl.	Rthl.	Rthl.	Gr.
1	1	624	19	12

§. 175.

Wenn 1 in der Mitte, und am Ende stehet, so sehet wiederum,

a) ob das erste und lezte Glied Dinge von einer Art sind.

b) Wenn sie solche sind, so habet ihr ein Divisions-Exempel, und also verfahret nach den Regeln in §. 172.

c) Wenn das erstere Glied grösser ist als das lezte, und ihr wollet nicht mit Brüchen rechnen, so machet nur das mittlere

Glied

Glied zu seinen geringeren Sorten.

d) Sind aber das erste und letzte Glied nicht Dinge von einer Art, so machet sie dazu.

Ein Messer-Schmidt verkauft 6 Messer vor 1 Rthl. wie hoch kommt eines? Antwort: 4 Gr.

Messer Rthl. Messer Gr.
6 — 1 — 1 — 4

24 | 4
6 |

Ein Zoll-Einnehmer fordert vor 26 Karren Frucht 1 fl. Rheinisch, was wird ein Karren geben? Antwort: 7 Pf. $\frac{5}{13}$

Karren fl. Karren Pf.
26 — 1 — 1 — $7\frac{5}{13}$

Ein Glaser setzet 32 Scheiben ein, und verlanget davor 1 Rthl. wie theuer wird er eine Scheibe rechnen? Antwort: 9 Pfennige. Scheiben Rthl. Scheibe

32 — 1 — 1 — $\frac{1}{32}$ = 9 Pf.

Es kauft einer 7 Dutzend Knöpfe vor einen Ducaten, wie hoch kommt das Dutzend davon? Antwort: 9 Gr. $1\frac{5}{7}$ Pf.

Dutz. Duc. Dutz. Gr.
7 — 1 — 1 — $9\frac{1}{7}$ oder $1\frac{5}{7}$ Pf.

§. 176.

Weil Brüche aus Zahlen bestehen (§. 129.), zwischen Zahlen aber immer eine gewisse Verhältniß angetroffen wird (§. 124.), so folget, daß es auch Verhältnisse bey den Brüchen giebt. Gleichwie aber eine Proportion entstanden, wenn 2 gleiche Verhältnisse zusammen gekommen (§. 119.), also kan man auch eine gebrochene Portion machen, wenn man 2 gleiche gebrochene Verhältnisse zusammen setzet. Z. E. $\frac{6}{8}$, $\frac{3}{12}$ So gut zwischen 18 und 6 eine Verhältniß ist, so gut ist auch zwischen $\frac{6}{8}$ und $\frac{3}{12}$ eine. Denn es sind einerley Grössen, welche nur auf besondere Art geschrieben sind (§. 141.). Wenn man

man nun 4 solche Brüche zusammen nimmt, davon z. E. der erste im dritten so oft enthalten, als der andere im vierten, so hat man da eine gebrochene Proportion. Z. E. So oft $\frac{3}{5}$ in $\frac{7}{9}$ enthalten, so oft ist auch $\frac{3}{8}$ in $\frac{3}{4}$ enthalten $\frac{7}{9} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} : \frac{3}{8}$. Weil man aber allemal zu 3 Proportional-Zahlen die 4te finden kan (§. 160.), so folget, daß, wenn man 3 solche gebrochene Proportional-Zahlen habe, man auch nach eben dem §. 160 die 4te finden könne. Das hiesse im §. 158. die Regel Detri machen; woraus ihr sehet, daß ihr auch mit Brüchen die Regel Detri machen könnet.

§. 177.

Wenn bey dieser Regel Detri alle 3 Glieder ächte Brüche sind (§. 158. 134.), so verfahret nach der §. 160. gegebenen Haupt-Regel, nemlich

a) multipliciret die beyden letzten Brüche mit einander (§. 147. Num. I.).

b) Dividiret diesen heraus gekommenen Bruch mit dem ersten. (§. 151.). Der neue Bruch, welcher da heraus kommt, ist die 4te gebrochene Proportional-Zahl (§. 160. 176.).

Z. E. $\frac{2}{5} : \frac{4}{7} = \frac{9}{7} : \frac{6}{7}$

$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35} : (\frac{2}{5}) \frac{5}{2} = \frac{60}{70} = \frac{6}{7}$

Anmerckung. Ihr könnet es kürzer haben, wenn ihr das erste Glied gleich umkehret, daß der Nenner über, der Zehler unter den Strich kommt, und alsdann

a) die 3 Zehler durch einander multipliciret, und das Product als den neuen Zehler anschreibet.

Z. E. 5. 4. 3. = 60.

b) Auch die Nenner durch einander multipliciret, und das Product als den neuen Nenner unter den Strich setzet. Z. E.

Z. E. 2. 5. 7 = 70, also $\frac{60}{70} = \frac{6}{7}$

$(\frac{3}{5})\ \frac{5}{2} : \frac{4}{7} = \frac{3}{5} : \frac{6}{7}$

§. 178.

Sind alle 3 Glieder ächte Brüche, aber doch keine Dinge von einer Art, so machet sie dazu, und verfahret übrigens nach §. 177. Wollet ihr aber die Brüche zu Dingen von einer Art machen, so verfahret folgender Gestalt:

a) Verwandelt den Bruch in gebräuchliche Sorten. Z. E. Hier multipliciret den Zehler 6 mit 110, und dividiret mit dem Nenner 55, so kommet heraus, wie viel $\frac{6}{55}$ Centner an Pf. austräget, nemlich 12.

b) Die herausgebrachten Ganzen, wenn sie keine ächte Brüche bey sich haben, machet zu unächten Brüchen, haben sie aber ächte bey sich, so machet sie als gemischte Zahlen zu unächten Brüchen (§ 135.).

c) Sodann verfahret nach den Regeln in §. 177.

Z. E. $\frac{3}{4}$ Pfund kosten $\frac{2}{3}$ Rthl., wie hoch kommen $\frac{6}{55}$ Centner, $\frac{12}{1}$ Pfund? Antwort: 10 Rthl. 16 Gr. Also heisset es jezt:

Pf. Rthl. Pf. Rthl. Rthl.
$\frac{3}{4}$ — $\frac{2}{3}$ = $\frac{12}{1}$ — $\frac{26}{9}$ = $10\frac{2}{3}$ = 16 Gr.
Gr. Pf. Rthl. Pf. Loth Qu.
$\frac{3}{4}$ — $\frac{6}{8}$ — $\frac{5}{9}$ Antw. 13 ″ 10 ″ $2\frac{2}{3}$

Verändert heisset es:

Gr. Pf. Rthl. Gr. Gr. Pf.
$\frac{3}{4}$ — $\frac{6}{8}$ — $\frac{5}{9}$ (= $13\frac{1}{3}$ = $\frac{40}{3}$) $\frac{960}{72}$ = $13\frac{1}{3}$

Es

Es kauft einer $\frac{5}{8}$ Pfund Thee vor $\frac{7}{8}$ Rthl. wie theuer werden $\frac{3}{4}$ Centner kommen? Antwort: 115 Rthl. 12 Gr.

Pf. Rthl. Centn. Pf

$\frac{8}{5}(\frac{5}{8}) — \frac{7}{8} — (\frac{3}{4}) = 82\frac{1}{2} = \frac{165}{2}$

Es bezahlt einer $\frac{2}{3}$ Ellen Tuch vor $\frac{4}{5}$ Rthl., wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen? Antwort: $\frac{2}{10}$ Rthl. = 21 Gr. $7\frac{1}{5}$ Pf.

§. 179.

Damit ihr aber gewiß seyn möget, wenn ihr nach diesen Regeln verfahret, daß ihr richtig heraus bringet, was ihr habt sollen heraus bringen, so soll auch davon in diesem §. der Beweiß geführet werden. Daß ihr hier würcklich die Regel Detri gemachet, läßet sich

a) aus der Sache selbst erweisen: denn bey der Regel Detri soll man zu 3 Proportional-Zahlen die 4te finden (§. 158.). Wenn ihr aber nach diesen Regeln verfahret, so findet ihr die 4te gebrochene Proportional-Zahl (§. 177.). Derohalben könnet ihr gewiß seyn, daß ihr auf diese Art die Regel Detri machet. Z. E.

Pf Rthl. Pf. Rthl.

$\frac{1}{8} : \frac{3}{8} = \frac{3}{4} : \frac{7\frac{1}{2}}{30} = \frac{8}{4}$

d. i. Gleichwie 4 Loth oder $\frac{1}{8}$ Pf. in 24 Loth oder $\frac{3}{4}$ Pf. 6 mal enthalten, also sind auch 8 Gr. oder $\frac{3}{9}$ Rthl. in 48 Gr. oder $\frac{7\frac{1}{2}}{30}$ Rthl. 6 mal enthalten.

b) Wenn ihr die Brüche in gebräuchliche Sorten z. E. in Gr. Pf. Hlr, Pfund, Loth, Quentgen verwandelt (§. 141.), so kommt bey den gebräuchlichen Sorten z. E. Gr. Loth u. s. w. eben so viel heraus als bey den Brüchen. Z. E.

Loth Gr. Loth

12 — 16 — 24

$\frac{3}{8}$ Pf. = 12 Loth — 16 — 144

$\frac{4}{9}$ Thl. = 16 Gr. — 24 — 12 — 384 — 32 Gr.

$\frac{3}{4}$ Pf. = 24 Loth — 36 — 124

$\frac{4}{3}$ Thl. = 32 Gr. — 24 — —

§. 180.

§. 170.

Wenn die 3 Glieder aber so beschaffen sind, daß sie

1) entweder aus ächten Brüchen und Ganzen bestehen, Pf. Gr. Pf.

Z. E. $5 - 9 - \frac{3}{4} - \frac{27}{20} = 1\frac{7}{20}$ Gr.

2) oder aus gemischten Zahlen und ächten Brüchen Pf. Rthl. Pf.

Z. E. $4\frac{3}{4} - 8\frac{2}{3} - \frac{6}{8} = \frac{614}{456} = 1\frac{7}{19}$

3) oder aus Ganzen, ächten Brüchen, und gemischten Zahlen, Elle Gr. Elle

Z. E. $5 - 3\frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{11}{20}$

so mercket folgende Regeln:

a) Machet sowol aus den Ganzen, als den gemischten Zahlen unächte Brüche (§. 135.).

b) Wenn das erste und letzte Glied keine Dinge von einer Art sind, so machet sie dazu (§. 161.).

c) Verfahret nach der Haupt-Regel (§. 160.), daß ihr nemlich die beyden letzten mit einander multipliciret (§. 147.), was heraus kommt, mit dem ersten dividiret (§. 151.).

Es kauft einer 24 Ellen Tuch, und bezahlt davor 30 Rthl. Ein anderer braucht $\frac{3}{4}$ Elle von eben dem Tuch, wie viel kan der Tuchmacher davor begehren? Antwort: 22 Gr. 6. Pf.

Elle Rthl. Elle

$24 - 30 - \frac{3}{4} - \frac{90}{96} = \frac{15}{16}$

Ein Kramer kauft auf der Messe 248 Pfund Kreide vor $2\frac{4}{8}$ Rthl., wie theuer kan er $\frac{2}{3}$ Pfund davon verkaufen? Antwort: $2\frac{2}{31}$ Pfennige. Pfund Thl. Pfund Pf.

$248 - 2\frac{4}{8} - \frac{2}{3} - 2\frac{2}{31}$

Es braucht einer alle $\frac{3}{4}$ Jahr $26\frac{5}{8}$ Rthl. zu seinem Unterhalt, was träget dieses in 4 Jahren aus? Antwort 334 Thl.

Jahr Thl. Jahr Thl.

$\frac{3}{4} - 62\frac{5}{8} - 4 - 334$

$\frac{501}{8}$

Ein

Ein Bauer versteuret vor $8\frac{2}{8}$ Acker Feld $26\frac{2}{5}$ fl. ein ander hat eben an dem Ort $25\frac{7}{8}$ Acker, wie viel wird dieser versteuren? Antwort: $8\frac{21}{50}$ fl.

Acker	fl.	Acker
$8\frac{2}{8}$ —	$26\frac{2}{5}$ —	$25\frac{7}{8}$
50	236	207
6	9	8

Es verkauft einer 7 Centner Leder für $180\frac{2}{3}$ Thl. ein anderer will $28\frac{5}{8}$ Centner haben, wie viel wird er dafür bezahlen sollen? Antwort: $744\frac{11}{63}$ Thl.

Centner	Thlr.	Centn
7 —	$180\frac{2}{3}$ —	$28\frac{5}{8}$
1	542	173
	3	6

Es verkauft einer $63\frac{3}{4}$ Centner Meßing für $165\frac{2}{3}$ Thl. wie hoch kommt ihm $\frac{1}{4}$ Pfund? Antwort: $1\frac{503}{1435}$ Gr.

Centn.	Centn.	Pf.	Thl.	Pf.
$63\frac{3}{4}$ =	$\frac{27}{4}$ =	$742\frac{1}{2}$ —	$165\frac{2}{3}$ —	$\frac{1}{4}$

§. 181.

Es lassen sich auch bey dergleichen Exempeln mit Brüchen bisweilen die Regeln §. 169. 170. anwenden, und entweder als Multiplications- oder Divisions-Exempel rechnen, nachdem nemlich 1 im ersten, andern oder dritten Glied stehet.

§. 182.

Wenn die 3 Haupt-Glieder §. 166. andere Neben-Glieder mit Brüchen bey sich haben, so mercket folgende Regeln:

1) Verwandelt die gröste Sorte oder ein jedes Haupt-Glied in die kleineste Sorte, die es bey sich hat, und wenn es zum Bruch kommt, so multipliciret mit dem Nenner, und addiret seinen Zehler dazu. Z. E. Hier nehmet bey dem

Pfund den Nenner 3, multipliciret die Quentgen damit, und zehlet 2 als den Zehler von $\frac{2}{3}$ dazu. Bey den Reichsthalern nehmet den Nenner 4, multipliciret die Pfen. damit, und zehlet den Zehler 3 dazu.

2) Sehet nach, ob das erste und letzte Glied Dinge von einer Art sind. Sind sie es, so multipliciret die beyden letzten, und dividiret das Product mit dem ersten Glied (§. 160.). Sind sie es nicht, so machet sie dazu (§. 76.).

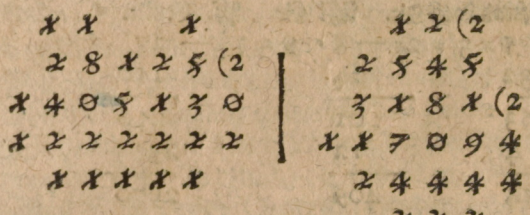
3) Darauf nehmet den Nenner desjenigen Bruches, welcher bey dem mittleren Glied stehet, und multipliciret damit das erste Glied nochmals, nemlich hier mit 4, als dem Nenner, welcher bey dem mittleren Glied stehet, multipliciret die Drittheils-Quentgen 1946.

4) Wenn ihr das Product aus dem andern und dritten Glied mit dem ersten dividirt habt, und es kommt eine grosse Zahl zum Quotienten heraus, so verwandelt denselben Quotienten in grössere Sorten. Sehet nach der §. 167. * gegebenen Regel, was ihr vor Divisor brauchet: Z. E. Hier brauchet ihr 12, damit aus Pfennigen Groschen werden; Ferner 24, damit ihr aus Groschen auch Reichsthaler bekommt.

Auf diese Art könnet ihr auch solche Exempel rechnen: Wollet ihr die Probe von dergleichen Exempeln machen, so setzet das, was jetzt das letzte Glied gewesen, als das erste, das vorige erste, als das letzte, das herausgekommene 4te Glied aber, als das mittlere hin, und verfahret nach vorigen Regeln. Kommt das vorige mittlere Glied heraus, so ist das Exempel richtig.

Pfund

Pfund	Loth	Qu.	Thl	Gr.	Pf.	Centn.
5	3	$2\frac{2}{3}$	8	9	$7\frac{3}{4}$	27
32	24				110	
163	201				270	
4	12				27	
654	409				2970	
3	201				32	
1964	2419				5940	
4	4				891	
7856	9679				95040	
					4	
					380160	
					3	
					1140380	
					9679	
					10264320	
					7983360 .	
					6842880 ..	
					10264320 . . . 7856	
					11038705920	1405130
					31827	
					31424	
					40305 . . .	
					39280 . . .	
					10259 . .	
					24032 .	
					23568 .	
					4640	



fac. 4878 Rthl. 22 Gr. 2 Pf. $\frac{4640}{7818} = \frac{4}{1160} = \frac{4}{1954} = \frac{292}{491}$.

Anmerckung.

Wenn der Divisor nur aus 2 Zahlen bestehet, so ist es wegen des Raumes auf dem Pappier besser über sich zu dividiren nach §. 102. Daher man es auch hier hat thun wollen.

§. 183.

Wenn bey den Neben Gliedern des ersten und letzten Gliedes Brüche angehenget sind, so sind dieselben entweder aus einerley Ganzen gemacht worden, und haben einerley Nenner. Z. E. $\frac{5}{6}$ Pf. $\frac{3}{6}$ Pf. $\frac{2}{7}$ Quentgen, $\frac{5}{7}$ Quentgen, oder sie sind zwar aus einerley Ganzen, haben aber nicht einerley Nenner. Z. E. $\frac{5}{8}$ Q. $\frac{3}{4}$ Qu. oder, sie sind aus verschiedenen Ganzen, und haben einerley Nenner. Z. E. $\frac{3}{4}$ Centner. $\frac{1}{4}$ Pf. oder, sie sind endlich aus verschiedenen Ganzen, haben auch verschiedene Nenner. Z. E. $\frac{7}{8}$ Centner, $\frac{3}{4}$ Pf.

I. Im ersten Fall dürfet ihr nur nach den Regeln in §. 182. Num. 1. 2. 3. 4. verfahren, wie beystehendes Exempel ausweiset.

Pf.

Pf. L. Q.	Thl. Gr. Pf. Hl.	Centn. Pf. L. Qu.
6 · 8 · $3\frac{3}{4}$ —	9 · 7 · 5 · $1\frac{5}{8}$ —	18 · 24 · 10 · $2\frac{1}{4}$
32	24	110
200	223	204
4	12	18
803	451	2004
4	223	32
3215	2681	4018
6	2	6012
19290	5363	64138
	6	4
	32183	256554
	1026217	4
	225281	1026217

32183.
64366..
193098...
64366....
32183..... 1929

3302674171 | 1 | 1712117

13736.....| 0

13503.....

2337.....

4084....

3858....

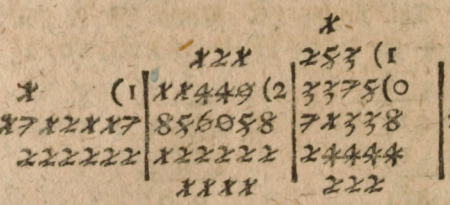
2261...

3322..

13981.

13503.

4781



II. Im andern Fall, wenn nemlich die Brüche aus einerley Ganzen gemacht worden, aber doch nicht einerley Nenner haben, so könnet ihr

a) die Regel §. 182. Num. 1. anwenden.

b) Setzet den Nenner eines jeden Bruchs unter das in die kleineste Sorte verwandelte Haupt-Glied.

c) Weil ihr nun die 3 Glieder in 3 unächte Brüche verwandelt habt, so wendet die §. 176. a. b. Anmerck. gegebene Regeln an. Nemlich, kehret den ersten unächten Bruch um, daß der Nenner oben hin, der Zehler unten hin kommt, und multipliciret die 3 Zehler durch einander, so bekommet ihr den neuen Zehler; hernach auch die 3 Nenner, so habet ihr den neuen Nenner. Den Bruch, welcher heraus kommt, verwandelt entweder in Ganze (§. 134.), oder hebet ihn auf (§. 139.)

Anmerckung: Damit euch die Versetzung der Zahlen nicht viel Zeit und Mühe kostet, so multipliciret

a) ordentlich das andere und dritte Glied mit einander, ohne auf ihre Nenner zu sehen, wie §. 182. Num. 2.

b) Dieses Product multipliciret abermals mit dem Nenner: welcher unter dem ersten Gliede stehen solte.

c) Dividiret dieses Product mit dem Zehler des ersten Gliedes, wenn es vorher mit dem Nenner der andern beyden Glieder multipliciret worden, so ist der Quo-

Quotient das verlangte 4te Glied, welches ihr nach dem andern Glied beurtheilen, und zu grössern Sorten machen müsset.

Anders:

Pfund	Loth		Gr.	Pf.	Pfund	Loth
5	7 $\frac{2}{3}$	—	9	5	9	2 $\frac{3}{4}$
32	12				32	
167	113				290	
3					4	
503					1163	
4					3	
2012					3489	
					113	
					10467	
					3489	1012
					3489	
					394257	
					193.0.5	
					18108	
					11977	
					10060	
					1917	

x
7 (3
x 9 5 | 16 $\frac{1017}{2012}$ gr.
x x x
x

Multipliciret das erste und letzte Glied mit einerley Factoren, so kommt eben das heraus. Z. E. Beym ersten Glied multipliciret mit 32, so machet ihr die Pfund zu Loth. Die Loth mit dem Nenner 3, des dabey stehenden Bruches, so werden es Drittels-Loth. Ferner: weil bey dem letztern Glied Viertel von Loth sind, so machet auch diese Drittels-Loth zu Viertel. Also hättet ihr hier mit 32 und 3 und 4 multipliciret. Mit eben den Factoren multipliciret auch das letzte Glied. Z. E. Mit 32 zu Pfund, mit 4 zu Viertels-Loth, mit 3 zu Drittel von Viertels-Lothen. Also auch mit 32 und 3 und 4, alsdenn verfahret nach §. 160.

III. Im dritten Fall, wenn die Brüche aus verschiedenen Ganzen gemacht worden, und einerley Nenner haben, mercket, daß ihr

a) dergleichen Brüche nach §. 141. verwandeln müsset. Wenn das geschehen, so bekommt ihr nebst kleinern Sorten vom Haupt-Glied auch Brüche, oder ihr bekommt keine Brüche. Bekommet ihr keine Brüche, so verfahret nach §. 182. Sind aber Brüche da, so wendet die erstgemeldete Regeln §. 182. Num. 1. an. Denn es ist hernach eben der Fall, wenn der Bruch bey dem letzten Glied eben den Nenner hat, welchen der Bruch bey dem ersten Gliede hat. Ist aber dieser Nenner von jenem unterschieden, so verfahret nach Num. II.

IV. Im vierten Fall beobachtet, was erst in Num. III. gesagt worden.

Pf.	Loth,	Thl.	Gr.	Pf.	Loth
3	6, $\frac{3}{4}$	— 8,	$7\frac{2}{3}$	— 9	$(\frac{2}{3})$ $21\frac{1}{2}$
32		24		32	
102		199		309	
4		3		4	
411		599		1237	
3				599	
1233				11133	1233

11133	x	
6185	22	
74.0963	600	25 Thl.
7398	244	
1163	x	

§. 184.

§. 184.

Weil in §§. 182. und 183. viele Regeln vorkommen, deren Richtigkeit nicht jedermann so gleich in die Augen fallen möge; so wird es nöthig seyn, auch von solchen Regeln den Grund zu zeigen. Was nun §. 182. und dessen Num. 1. anbetrift, so muſtet ihr die gröſte Sorte allemal in die kleinste verwandeln, welche sie nur bey sich hatte. Denn in der Regel Detri soll man zu 3 Zahlen die 4te finden (§. 158). Wenn die 3 Haupt-Glieder andere bey sich haben, so sind es mehr als 3 Zahlen; derohalben müsset ihr bedacht seyn, aus diesen mehr als 3 Zahlen nur 3 zu machen. Wenn ihr die gröſte Sorte in die kleinste verwandelt, so bekommt ihr endlich 3 Zahlen (§. 182.). Also sehet ihr, daß dieses seine Richtigkeit habe.

Bey Num. 2. mercket: Ihr sollet in das Haupt-Glied nicht nur Loth und Quentgen, sondern auch $\frac{3}{4}$ Quentgen bringen. Weil ihr nun da Ganze (nemlich die Quentgen), und Brüche (nemlich $\frac{3}{4}$) habt, so könnet ihr sie ja als gemischte Zahlen ansehen, und zu unächten Brüchen machen, so kommen die $\frac{3}{4}$ dazu (§. 135.). Gemischte Zahlen machet ihr zu unächten Brüchen, wenn ihr den Nenner des Bruchs mit dem Ganzen multipliciret, zum Product den Zehler vom Bruch addiret (§. 135.). Also müsset ihr hier nothwendig mit 4, als dem Nenner des Bruchs multipliciren, wenn ihr eure $\frac{3}{4}$ wollet mit hinein bringen.

Von Num 4. ist der Grund folgender: Je gröſſer der Divisor ist, desto kleiner wird der Quotient (§. 139.). Wenn ihr aber mit 4, als dem Nenner von dem Bruch, welcher bey dem mittlern Glied stehet, das erste Glied multipliciret, so kommt ein 4mal gröſſerer Divisor heraus, als sonsten, wenn ihr nicht damit multipliciret hättet (§. 51. 182.). Also muß auch der Quotient, der heraus kommt, 4 mal kleiner seyn, als derjenige, welcher heraus gekommen wäre, wenn ihr das erste Glied, als den Divisor, nicht mit 4 multipliciret hättet. Nun solltet ihr aber den heraus gekommenen Quotienten nachmals hier mit 4 dividiren, und also 4 mal kleiner machen, damit ihr aus Viertels-Pfennigen ganze Pfennige bekommet (§. 161.). Da ihr nun aber gewiß wisset, er ist schon 4 mal kleiner, so habet ihr nicht nöthig, nochmals mit

4 zu dividiren, sondern es sind jetzo schon Pfennige. Derohalben sehet ihr, daß ihr auf solche Art richtig verfahren. Es ist auch dieses ein Vortheil, weil ihr nicht 2 mal dividiren dürfet, dadurch sonst gemeiniglich gebrochene Brüche heraus kommen, worinnen sich aber nicht gleich alle finden können. Bey dieser Art aber fällt das weg.

Von der umgekehrten Regel Detri.

§. 185.

Es kommen in der Regel Detri Exempel vor, bey welchen, wenn ihr sie so setzen und rechnen woltet, wie man sie ausspricht, und wie von §. 162 — 183. gemeldet worden, etwas offenbar falsches und ungereimtes heraus kommen würde. Wollet ihr solche Exempel richtig ausrechnen, so könnet ihr sie entweder umkehren, das ist, das erste Glied zum letzten, das letzte aber zum ersten machen. Oder ihr könnet sie schreiben, wie man sie ausspricht, und multipliciret

a) das erste und andere Glied.
b) Dividiret das Product davon mit dem letzten.

Eben daher nennet man diese Regel die umgekehrte Regel Detri (Regulam Detri inuersam). Wenn euch 6 Taglöhner versprechen in 8 Tagen einen Acker Korn abzuschneiden, und ihr wollet ihn gerne in 4 Tagen abgeschnitten haben; so kan jederman leicht einsehen, daß man mehr, hier noch einmal so viel, nemlich 12 Schnitter haben muß. Setzet ihr aber das Exempel, wie die vorigen an, so bringet ihr weniger z. E. nur 3 Arbeiter heraus, welches also Grund-falsch ist. Nehmet ihr aber das

letzte

letzte Glied zum ersten, das erste aber zum letzten, oder multiplicirt die beyden ersten, und dividiret mit dem letzten Gliede, so kommt das rechte 4te Glied heraus.

	T. Arb.	T. Arb.
Nach der ordentlichen Regel Detri §. 160.	8 : 6 =	4 : 3.
Nach der ersten Art	4 : 6 =	8 : 12
Nach der andern Art	8 : 6 =	4 : 12

6

48 | 12
44 |

§. 186.

Wenn man wissen will, ob ein Exempel zu der ordentlichen oder umgekehrten Regel Detri gehöre, so kan man sich dieser 3 Regeln mit Nutzen bedienen:

1) Wenn das 2te Glied sich zum 4ten verhält, wie das 3te Glied zum ersten, so gehört das Exempel in die umgekehrte Regel Detri. Z. E. Hier verhält sich das 2te Glied 3, zu dem 4ten 6, wie das 3te, nemlich 2, zu dem ersten 4, also gehöret dieses Exempel in die umgekehrte Regel Detri.

2) Wenn das Product aus dem 4ten und 3ten Gliede gleich ist dem Product aus dem andern und ersten, so gehöret es zur umgekehrten Regel Detri. Z. E.

W. Arb. W. Arb.
4 — 3 — 2 — 6

3) Am besten aber könnet ihr aus der Sache selbst urtheilen, ob das Exempel in die umgekehrte Regel Detri gehöret, indem ihr überleget,

leget, ob nach der Vernunft mehr oder weniger heraus kommen müsse. Saget euch die Vernunft, es müsse mehr heraus kommen, so bemercket es mit (†), zeiget sie euch aber, es müsse weniger kommen, so bezeichnet es mit (—). Untersucht ferner nach den Zahlen, ob mehr oder weniger kommen wird, wenn man ordentlich rechnete. Ist das erste Glied grösser, als das dritte, so ist auch das andere grösser, als das vierte, mithin kommt weniger heraus, dieses bemercket demnach mit (—). Ist aber das erste Glied kleiner als das dritte, so ist auch das 2te kleiner, als das 4te, und also kommt mehr heraus, folglich bezeichnet es mit (†). Sind nun die Zeichen, so ihr theils nach der Vernunft, theils nach den Zahlen bemercket, gleich, so gehört das Exempel zur ordentlichen, sind sie aber ungleich, so gehöret es zur umgekehrten Regel Detri. Z. E.

2 Pf. kosten 8 Gr. was kosten 12 Pf.

Hier ist 12 Pfund mehr als 2 Pfund, mithin müssen sie auch mehr kosten, folglich muß nach vernünftiger Ueberlegung mehr herauskommen, mithin wird es mit (†) bezeichnet. Nun ist das erste Glied kleiner als das dritte, folglich auch das 2te kleiner, als das vierte, also kommet auch nach den Zahlen selbst mehr heraus, und ihr bekommet also wieder das Zeichen (†): da nun beyde Zeichen gleich, so gehört dis Exempel zur ordentlichen Regel Detri. Hingegen 4 W. — 3 Arb. — 2 W. Hier ist 2 Wochen weniger Zeit als 4 Wochen,

chen, folglich wenn eben so viel Arbeit ist, müssen mehr Arbeiter seyn, also muß mehr heraus kommen, folglich wird es mit (†) bemercket. Nach den Zahlen aber ist das erste Glied 4 grösser als das dritte 2, folglich muß auch das 2te Glied 3 grösser seyn, als das zu suchende 4te, und also weniger heraus kommen, dis wird bemercket mit (—). Da nun beyde Zeichen ungleich, so gehört das Exempel zur umgekehrten Regel Detri.

§. 187.

Wollet ihr den Grund von dieser umgekehrten Regel Detri einsehen, so mercket: ihr sollet hier eine 4te Geometrische Proportional-Zahl finden, welche sich zu dem andern Gliede verhält, wie das dritte zum ersten (§. 185.). Da nun das Product aus dem ersten und letzten Gliede gleich ist dem Product aus dem andern und dritten (§. 159.), so muß auch hier das Product aus 8 und 12, als aus dem dritten und andern Gliede gleich seyn dem Product aus 48 und 2, als dem Product des ersten und letzten Gliedes. Wenn aber die Producte einander gleich sind, so müssen sich die Factoren allemal umgekehrt (reciproce) gleich verhalten (§. 159.), derohalben kan man auch hier sagen, wie 48, als das 4te Glied zu 12, als dem andern Gliede, so verhält sich umgekehrt 8, als das erste Glied zu 2, als dem letzten Gliede.

T.	M.	T.	M.
8	— 12	— 2	— 48
48	: 12	— 8	: 2
48	:	12	
2	:	8	
96	=	96	

Wenn 20 Personen an einem gewissen Bau 18 Wochen zu arbeiten haben, und der Bau sollte in 8 Wochen fertig seyn, wie viel Arbeits-Leute müste man haben?

W. O. W. P.
18. — 20 — 8 — 45

Ein Maurer fordert zu einem Gebäude 3000 Ziegel-Steine, davon ein jeder $1\frac{1}{2}$ Schuh nach seinem cörperlichen Inhalt ist; der Bau-Herr aber verschaft ihm andere, davon einer $2\frac{1}{4}$ nach seiner Länge, Breite und Dicke ist, wie viel braucht wol der Maurer anjetzo? Antwort: 2000.

$1\frac{1}{2}$ — 3000 — $2\frac{1}{4}$

Ein 2 Groschen-Brod wieget 7 Pfund, 8 Loth, wenn das Viertel Korn 25 Groschen kostet, wie viel wird es wiegen, wenn das Viertel 32 Gr. kostet? Antw. 5 Pf. $21\frac{1}{4}$ Loth

Gr. Pf. Loth Gr. Pf Loth
25 — 7 : 8 — 32 — 5 : $21\frac{1}{4}$

Ein Münz-Meister hat 36 Marck 14 löthiges Silber. Nun will er daraus 12 löthiges haben, wie viel Kupfer muß er dazu setzen? Antwort: 6 Marck oder 3 Pf.

14
12
2 — 36 — 12 — 6

Anmerck. Hier ziehet erst 12 von 14 ab, und so dann verfahret nach §. 185.

2
7 x | 6
x x

6 Meher mehen ein Stück Wiesen in 8 Tagen ab. Weil es aber schön Wetter ist, wollte man die Wiese in 3 Tagen gerne abgemehet haben, wie viel muß man Meher nehmen? Antwort: 16.

Tage Meher Tage Meher
8 — 6 — 3 — 16

Ein Bothe soll einen Weg von 36 Meilen in 6 Tagen reisen, wie viel Meilen muß er des Tages gehen, wenn er sie in 4 Tagen endigen soll?

Tage Meil. Tage Meilen
6 — 36 — 4 — 9

§. 188.

§. 188.

Bey der verkehrten Regel Detri kan man auch öfters die Regeln in §. 162-182. anwenden.

Ein Müller hat 12 Gänge in seiner Mühle, nun mahlen 9 davon in 4 Wochen, 1 Tage 12 Wispel, 1 Malter, 8 Scheffel, 3 Viertel. Wenn dieses Getreide in 2 Tagen, 18 Stunden solte gemahlen werden, wie viel Mahl-Gänge müste er darzu nehmen? Antwort: noch 3, und also alle seine 12 Gänge.

W. T. G. T. St. G.
4 : 1 — 9 — 21 : 18 — 12

Es giebt jemand einem Schneider zu 3 Kleidern $22\frac{3}{4}$ Elle Tuch, welches $2\frac{7}{8}$ breit ist: alle diese Kleider sollen mit Dammast, welcher $\frac{1}{3}$ breit ist, gefüttert werden, wie viel wird der Schneider Dammast haben müssen? Antwort: $49\frac{7}{128}$ Elle.

Elle Elle Elle Elle
$2\frac{7}{8}$ — $22\frac{3}{4}$ — $1\frac{1}{3}$ — $49\frac{7}{128}$

Ein Becker bekommt 1 Malter, 3 Scheffel, 2 Viertel Getreide, die kosten ihm 52 Rthl. 18 Gr. 6 Pf. Er backt daraus 132 Groschen-Brod, eines zu 3 Pfund, 20 Loth, alle zusammen an Gewicht 4 Centner, 38 Pf. 16 Loth, wie schwer müssen diese 132 Groschen-Brod werden, wenn das vorige Getreide nur 26 Rthlr. 9 Gr. 3 Pf. kostet? Antwort: 8 Centner, 77 Pfund, oder eines 7 Pf. 8 Loth.

§. 189.

Es giebt Exempel, da die mehr als 3 Glieder sich nicht nach §. 169. in 3 verwandeln lassen wollen, weil nemlich die Neben-Glieder keine kleinere Sorten von den Haupt-Gliedern sind, sondern Dinge von ganz anderer Art. Z. E. 3 Schuhmacher machen in 6 Tagen 12 Paar Schuh, wie viel Paar machen 16 Schuhmacher in 9 Tagen? Hier lassen sich

sich die Schuhmacher nicht zu Tage, die Schuhe nicht zu Schuhmacher machen, u. s. w. Also gehen die Regeln §. 182. da nicht an.

§. 190.

Es wird diese Art die gedoppelte Regel Detri (regula dupli seu composita) oder die Regel von 5 Gliedern (de quinque terminis) genennet. Die erste Benennung bekommt sie daher, weil man ordentlich die Regel Detri 2 mal anwenden solte. Die andere bekommt sie deswegen, weil man 5 Haupt-Glieder in dieser Regel anzutreffen vermeinet.

§. 191.

Die Exempel aus der gedoppelten Regel Detri rechnet nach folgenden Regeln:

1) Sehet, welche unter den 5 Gliedern Dinge von einer Art sind (§. 3.). Z. E. Schuhmacher und Schuhmacher, Tage und Tage.

2) Setzet die Glieder, welche die Frage ausmachen, zur rechten Hand hin. Z. E. Wie viel 16 Schuhmacher in 9 Tagen Schuhe machen.

3) Nehmet die 2 Glieder, welche mit diesen Dinge von einer Art sind, und setzet sie vorne als zur Rechten hin. Z. E. 3 Schuhmacher, 6 Tagen.

4) Das Glied, welches übrig bleibet, setzet in die Mitte zwischen diese 4 Glieder.

5) Multiplicivet die beyden erstern und die beyden letzten mit einander, so bekommt ihr 3 Glieder aus 5.

6) Machet also nach §. 160. die Regel Detri.

Eigent-

Eigentlich, aber weitläuftiger.

a) Setzet die Glieder, wie Num. 1. 2. 3. 4. angegeben worden.

b) Nehmet aus den 2 ersten und 2 lezten Gliedern die Dinge von einer Art, durchstreichet sie, und suchet zu dem mittlern Gliede die 4te Proportional-Zahl (§. 160. 158.). Z. E. 3 Schuhmacher verfertigen 12 Paar Schuhe, (nemlich in 6 Tagen,) wie viel werden 16 Schuhmacher (nemlich in eben den 6 Tagen) Schuhe machen?

c) Nehmet die übrigen 2 Glieder, und die jezt gefundene Proportional-Zahl, und machet abermals die Regel Detri, so ist da die gefundene Proportional-Zahl die Antwort auf eure Frage; und diese Zahl richtet sich nach der mittlern. Daher, wenn jene Groschen sind, so bedeutet diese auch Groschen. Z. E. In 6 Tagen werden (nemlich von 16 Schuhmachern) 64 Paar Schuhe gemacht, wie viel werden in 9 Tagen (wiederum von 16 Schuhmachern) Schuhe verfertiget werden?

Schuh Tage P.S. Schuh Tage P.S.

3 — 6 — 12 — 16 — 9 — 96

6 | 9

18 | 144

12

288

144 | 18

1728 | 96

162

108

108

§. 192.

Der Grund von den Regeln Num. 1. 2. 3. 4. des §. 191. ist, daß man recht ordentlich verfahren und deutlich einsehen könne, wie sie müssen gerechnet werden. Was aber den Num. 5. anlanget, so kan man Deutlichkeit halber ein anderes Exempel vor sich nehmen. Z. E. 50 Rthl. tragen in 4 Jahren 10 Rthl. Interesse, wie viel werden 200 Rthl. in 16 Jahren tragen. Hier müsset ihr 50 mit 4, 200 mit 16 multipliciren, so bekommet ihr 3 Glieder zur Regel Detri, und ihr verfahret recht: denn

a) Wenn ihr 50 Rthl. 4 Jahr ausstehen hättet, und bekämet jedes Jahr $2\frac{1}{2}$ Rthl. so würdet ihr die 4 Jahre davon 10 Rthl. Interesse bekommen. Wenn ihr aber 200 Rthl. ein Jahr lang an einem Ort stehen habt, und nehmet ebenfalls 5 pro Cento, so bekommt ihr abermals 10 Rthlr. Da aber 200 Rthl. auf ein Jahr so viel Interesse trägt, als 50 Rthl. in 4 Jahren, und 200 heraus kommen, wenn ihr das erste Glied 50 mit dem andern Gliede 4 multipliciret, so sehet ihr, daß ihr das erste mal recht verfahren habt.

b) Eben daher tragen 400 Rthl. in 16 Jahren nicht mehr und nicht weniger, als 16 mal 400 Rthl. oder 64100 Rthl. in 1 Jahr. Derohalben, wenn ihr nun sprechet:

c) 200 Rthl. tragen (nemlich in 1 Jahr) 10 Rthl. Interesse, wii viel tragen 6400 Rthl. (nemlich wieder in 1 Jahr), so ist das eben so viel, als wenn ihr sprechet: 50 Rthl. tragen in 4 Jahren 10 Rthl. Interesse, was tragen 400 Rthl.

in

in 16 Jahren (Num. a. b.). Derohalben sehet ihr hieraus, daß ihr richtig und auch vortheilhaftiger als bey der andern Auflösung verfahren habt. Dabey könnet ihr die Regel mercken:

Multipliciret den Umstand der Zeit, des Orts u. s. w. mit den neben beystehenden Gliedern, so verwandelt ihr die 5 Glieder in 3, und also könnet ihr die Regel Detri machen.

Ein Fuhrmann verlangt vor 9 Centner auf 10 Meilen 4 Rthl. Fuhrlohn, wie viel wird er von 27 Centner auf 56 Meilen fordern?

Centn.	Meile	Rthl.	Centn.	Meile	Rthl.
9	10	4	27	56	$67\frac{1}{5}$
10			27		
90			392		
			112		
			1512		

Es kauft einer 2 Stück Wiesen. Das eine ist 6 Ruthen lang, 5 Ruthen breit, und kostet 26 Rthl. 17 Gr. Das andere neben an, und von eben der Güte, ist 80 Ruthen lang, 72 Ruthen breit, wie hoch wird dieses zu stehen kommen?

L.	Br.	Rthl.	Gr.	L.	Br.	Rthl.
6	5	26	17	80	72	5128

Es hat einer 15 Rthl. bekommt jährlich 21 Gr. 7 Pf. 6 pro Cento. Nun thut er noch 5 Rthl. dazu, was wird dieses schlechte Capital in 24 Jahren tragen?

Rthl.	J.	Int. Gr.	Pf.	Rthl.	J.	Rthl. Gr.	Pf.
15	1	21	7	20	24	28	18

Es will einer ein Land-Gut kaufen vor 4309 Rthl. er hat aber nur 5475. deswegen lehnet er dieses 4 Jahr lang auf Zinsen aus, 6 pro Cento. Wird er wol in der Zeit so viel Zinsen einnehmen, daß er es völlig bezahlen kan? Antwort: Ja.

Cap.	Jahr	Zinsen	Cap.	Jahr	Zinsen
100	1	6	3475	4	834

3475
834 Rthl.
4309

14 Ellen Tuch, 2 Ellen breit, kosten 21 Rthl. 4 Gr. 8 Pf. wie hoch werden 28 Ellen von gleicher Güte, aber $2\frac{3}{4}$ Ellen breit kommen? Antwort: 58 Rthl. 6 Gr. 10 Pf.

Elle	Br.	Rthl. Gr. Pf.	Elle	Br.	Rthl. Gr. Pf.
14	2	21 ʻ 4 ʻ 8	28	$2\frac{3}{4}$	58 ʻ 6 ʻ 10

Ein Wirth rechnet seinen Gästen vor 8 Pferde auf 12 Tage 9 Scheffel Haber; nun sind andere Gäste, welche 23 Pferde haben, und 3 Wochen da bleiben, wie viel wird er denen anrechnen? Antwort: $45\frac{9}{32}$ Scheffel.

Pferde	Tage	Scheffel	Pf.	Woch.	Scheffel
8	12	9	23	3	$45\frac{9}{32}$

Ein Zimmermeister hält 4 Wochen lang 32 Gesellen, diese kosten ihm 118 Rthl. zu unterhalten. Er giebt aber 11 davon ihren Abschied, und behält die übrigen 21 noch $\frac{3}{4}$ Jahr, was werden ihm diese kosten? Antwort: 755 Rthl. 4 Pf. 1 Heller.

Woch.	Gesell.	Rthl.	Gesell.	Jahr
4	32	118	21	$\frac{3}{4}$ oder 39 Wochen.

Ein Glaser setzet in einem Hause 86 Achter-Scheiben ein, davor wird ihm bezahlt 3 fl. 7 Batzen. Bey einem andern setzt er 36 ein, eine jede vor 1 Batzen, 2 Pfennige, wie viel wird er da zu fordern haben? Antwort: 3 fl. 4 Batzen, 8 Pf.

Sch.	Pf.	fl. Batz.	Sch.	Batz. Pf.	fl. Batz. Pf.
86	8	3 ʻ 7	36	1 ʻ 2	3 ʻ 4 ʻ 8

Ein Böttger fordert vor 5 Fässer, deren jedes einen Eimer hält, $4\frac{1}{2}$ Pfund Pech, wie viel wird er vor 9 Fässer begehren, deren jedes 7 Eimer hält? Antwort: $56\frac{7}{10}$ Pfund.

Faß	Eimer	Pfund	Faß	Eimer	Pfund
5	1	$4\frac{1}{2}$	9	7	$56\frac{7}{10}$

Von

Von der umgekehrten Regel Detri (regula de tribus composita inuersa) kan folgendes gemercket werden.

Die umgekehrte zusammen gesetzte Regel Detri entstehet, wenn in einem Exempel entweder eine ordentliche und umgekehrte Verhältniß, oder zwey umgekehrte Verhältnisse zusammen gesetzt werden. Also sind es 2 Fälle, die bey dieser Regel vorkommen können, 1) wenn nur eine Verhältniß, oder 2) wenn beyde Verhältnisse müssen umgekehret werden.

I. Bey dem ersten Fall, wenn nur die eine Verhältniß umgekehrt ist, scheinet das schwerste zu seyn, wie man erkennen kan, welche Verhältniß umzukehren. Mercket also davon diese Regeln:

1) Lasset im ersten und dritten Glied die ähnlichen Neben-Glieder weg, und setzet das Exempel so auf, als gehörte es zur einfachen Regel Detri, daß die Frage das dritte Glied wird. Die weggelassenen Neben-Glieder schreibet unter ihre Haupt-Glieder.

2) Untersuchet wie §. 186. N. 3. die erste Verhältniß, ob nach der Vernunft mehr oder weniger heraus kommen müsse, jenes bemercket mit (†), dieses mit (—).

3) Sehet nach obigen Regeln §. 186. N. 3. ob vermöge der Zahlen mehr oder weniger heraus kommen müsse, und bezeichnet abermal jenes mit (†), dieses mit (—): und verfahret eben so bey der andern Verhältniß.

4) Diejenige Verhältniß, wobey die angemerck-

ten Zeichen einander gleich, bleibet ungeändert, und die Glieder der Verhältniß, wo ungleiche Zeichen stehen, werden mit einander verwechselt. Sodann rechnet nach den Regeln von der zusammen gesetzten ordentlichen Regel Detri Z. E. Ein Fuhrmann bekommt vor 26 Cent. auf 30 Meilen zu fahren 75 Rthl. wie weit soll er 16 Centn vor 20 Rthl. führen? Hier

1. lasset im ersten und dritten Glied die ähnlichen Neben-Glieder 75 Rthl. und 20 Rthl weg, und setzet das Exempel auf, so dann schreibet 75 Rthlr. unter die 26 Centn. und 20 Rthlr. unter 16 Centn.

Centn. Meil. Centn.
25 — 30 — 16
75 20

2. Lasset das Fuhrlohn weg, und untersuchet die Sache nach N. 2. so lehret euch die Vernunft, daß weil 26 Centn. mehr sind als 16 Centner, man um einerley Lohn 16 Centn. weiter führen müsse, und also bemercket dieses mit (†).

3. Nach N. 3. sehet ihr, daß weil 26 Centn. mehr ist als 16 Centn. nach der ordentlichen Rechnung auch 30 Meilen mehr seyn müsse, als das zu suchende 4te Glied, folglich daß weniger als 30 heraus komme, mithin bezeichnet es mit (—).

4. Da nun die beyden Zeichen ungleich, so muß diese Proportion umgekehret werden. Eben so verfahret auch mit der andern Verhältniß. Weil 75 Rthl. mehr ist als 20 Rthl. so muß man für 75 Rthl. weiter fahren, als vor 20 Rthl. und also sagt mir die Vernunft, es müsse weniger heraus kommen, folglich ist das Zeichen (——). Nun ist 75 im ersten Glied mehr als 20 im dritten Glied, mithin muß auch 30 im mittlern Glied we-

weniger seyn, als das kommende vierte Glied, folglich kommt auch weniger heraus, und ist das Zeichen (—). Da nun beyde Zeichen einerley, so bleibt diese Proportion stehen, wie sie ist. Nun verwechselt 26 und 16 mit einander, und rechnet, wie bey der ordentlichen zusammengesetzten Regel Detri.

Centner	Meilen	Centner
16	— 30	— 26
75		20
80		520
112		30
1200		15600
		12 00
		36
		36

1200 | 13 Meilen.

II. Bey dem andern Fall, wenn alle beyde Verhältnisse umgekehret sind, so

1) setzet das Exempel auf eben die Art auf, wie N. I. 1).

2) Untersuchet ebenfalls beyde Verhältnisse nach N. I. 2. 3. 4.

3) Verwechselt die Glieder der Verhältnisse, und rechnet nach der ordentlichen regula de quinque, z. E. in einer Stadt hat man Proviant auf 5 Monat für 3450 Mann, wenn einer täglich 20 Unzen bekommet: weil man sich aber vor einer Belagerung fürchtet, wird die Besatzung auf 4000 Mann vermehret, wie starck darf nun die Mundportion seyn, wenn der Proviant 6 Monat dauren soll; Hier

1. setzet das Exempel auf, wie oben.

Mann	Unzen	Mann
3450	— 20	— 4000
5		6

2. Untersuchet beyde Proportionen. Weil 4000 Mann im 3ten Gliede mehr sind, als 3450 Mann im ersten, so können sie mit eben dem Proviant nicht so weit reichen, folglich muß weniger heraus kommen, und ist das Zeichen (—). Weil aber im ersten Gliede weniger ist als im 3ten, so muß auch nach der ordentlichen Rechnung im 2ten weniger seyn als im 4ten, und also mehr heraus kommen, folglich ist das Zeichen (†). Da in der andern Verhältniß 5 Monat weniger Zeit ist, als 6 Monat, so darf die Mundportion nicht so starck seyn, und also solte weniger heraus kommen, folglich ist das Zeichen (—). Da aber 6 im dritten Glied mehr ist als 5 im ersten, so muß auch im 4ten mehr komen als im 2ten, mithin das Zeichen (†).

3. Da beyde Verhältnisse ungleiche Zeichen haben, so kehret sie beyde um, und rechnet das Exempel ordenlich

Mann	Unzen	Mann	
4000	— 20	— 3450	
6		5	
24000		17250	
		20	
		345000	13 3/8 Unzen
		24 00	
		105	
		96	
		9 | 3	
		24 | 8	

Ein 2 Groschen Brod wieget 7 Pfund, 8 Loth, wenn das Viertel Korn 25 Gr. kostet, wie viel wird ein 3 Groschen Brod wiegen, wenn das Viertel Korn 27 Gr. 6 Pf. kostet? Antwort: 9 Pf. 28 4/11 Loth.

Gr.

Gr. Gr.Br. Pf. L. Gr. Pf. Gr.B. Pf. Loth
25 — 2 — 7 · 8 — 27 · 6 — 3 — 9 = $28\frac{4}{11}$

100 Rthl. tragen in 1 Jahr 5 pro Cento. Wenn nun von den Zinsen alle Wochen 12 Rthl. 9 Gr. zu Anrichtung und Erhaltung einer Schule solten bezahlet werden, wie groß müste das Capital seyn? Rthl. Gr. Woch. Rthl. Rthl. Woch. Rthl.
12 · 9 — 52 — 100 — 5 — 1 — 12870

Es liegen in einer Stadt 800 Mann, die haben auf 6 Wochen Proviant, wenn einer täglich $2\frac{1}{4}$ Pfund Brod bekommt. Es kommen aber noch 200 Mann dazu, und sollen dennoch 7 Wochen mit dem Proviant auskommen, wie schwer muß das Brod vor die Soldaten gebacken werden? Antwort: $1\frac{5}{7}$ Pf.

Mann Woche Pfund Mann Woche Pfund
800 — 6 — $2\frac{1}{4}$ — 1000 — 7 — $1\frac{5}{7}$

Von der Gesellschafts-Regel.

§. 193.

Ob es wol bey den vorigen Exempeln §. 192. noch angegangen, daß man die 5 Glieder in 3 verwandelt, und alsdenn die einfache Regel Detri gemachet (§. 160.); so kommen doch auch Exempel vor, da man nothwendig die Regel Detri 2, 3, 4, und mehrmal anwenden muß. Z. E. 3 Kaufleute legen verschiedenes Geld zusammen, nemlich der

1) 3 6 4 Rthl.
2) 2 3 4 ·
3) 1 5 6 =

Nun bekommen sie nicht nur ihre zusammen gelegten 754 Rthl. an den gekauften Gütern wieder, sondern sie gewinnen noch 212 Rthl. Weil nun der erste mehr als der andere dazu gelegt, dieser wieder mehr als der dritte, so ist leicht zu begreifen, daß der erste auch mehr als der andere von dem Gewinnst, der andere wieder mehr als der dritte bekommen müsse. Also ist hier die Frage: Wie man einem jeden seinen

gehörigen Gewinnst ausmachen soll? Eben daher, weil man diese Exempel bey dergleichen Fällen hauptsächlich brauchet, wenn gewisse Personen eine gewisse Summe zusammen legen, und hernach damit etwas gewinnen oder verlieren, heisset diese Regel: die Gesellschafts-Regel (regula Societatis vel consortii).

§. 194.

Wollet ihr die Exempel der Gesellschafts-Regel rechnen, so setzet

1) die Zahlen, welche grösser oder kleiner gemacht werden, d. i. die Special-Einlagen in einer Reihe unter einander, und addiret sie

213 nach §. 36. Z. E. Hier setzet das, was die 3
153 Personen zusammen geleget, untereinander. Z.
69 E. und addiret es, so ist die Summe 435 Rthl.

2) Machet die Summe davon zum ersten Gliede, eine von den vorigen addirten Zahlen aber zum andern, und den Gewinnst oder Verlust zum dritten Gliede. Z. E. Sprechet: wie sich verhält die Summe des zusammen gelegten Geldes 435 Rthl. zu des ersten seinem gelegten Gelde 213, so verhält sich auch der Gewinnst 145 Rthl. zu dem Gewinnst, welchen der erstere vor sein gelegtes Geld bekommt.

3) Machet ordentlich die Regel Detri nach §. 160. und schreiber den Gewinnst, welchen der erste bekommt, neben an.

4) Nehmet das zweyte gelegte Geld 153 Rthl. setzet es wieder in die Mitte, und schliesset eben so, wie Num. 2.

5) So viel also z. E. Personen da sind, welche etwas zusammen geleget, so viemals müsset ihr die Regel Detri machen.

6) Wol-

6) Wollet ihr aber dabey sehen, ob ihr recht gerechnet, so addiret nur die heraus gekommene Gewinnste (§. 38. 145.). Machen sie den ganzen angezeigten Gewinnst aus, so ist es richtig gerechnet, wo nicht, so habt ihr irgendwo gefehlt. Z.E. Hier machen die 3 Gewinnste 71 + 51 + 23 wieder 145 Rthl. aus, also ist dieses Exempel richtig.

435 — 213 — 145 — 71

435 213

30885 | 71 435
3045 | 145
290
435
435 30885

	gelegt	gewonnen
1)	" " 213	= 71
2)	" " 153	= 51
3)	" " 69	= 23
Sum.	435	145

Gewinnst 145

o Es reisen 3 Kaufleute auf die Messe, und legen folgende Summe Geld zusammen, nemlich

der erste legt 1625 — 556 $\frac{5007}{5313}$
der 2te = 1964 — 673 $\frac{705}{5313}$
der 3te " 1724 — 590 $\frac{4734}{5313}$

alle 3 also 5313 Rthl.

Sie kaufen Güter ein, und bringen dieselbe hinaus vor 7134 Rthl.

Also gewinnen sie 1821 . wie viel bekommt einer? Antwort: so viel als oben neben dem gelegten Geld stehet.

Es miethen 3 Fleischer eine Wiese vor 114 Rthl. und weiden darauf ihre Schafe, der eine Fleischer aber hat 50 Stück, der andere 75, der dritte 126. Wie viel wird ein jeder zu dem Miethe-Geld geben müssen? Antwort:

der erste 22 Rthl. 17 $\frac{5}{251}$ Gr.
der 2te 34 Rthl. 1 Gr. 6 $\frac{90}{251}$ Pf.
der 3te 57 Rthl. 5 Gr. 5 $\frac{101}{251}$ Pf.

3 Kaufleute legen zusammen, der eine 300 Rthl. der andere 330 Rthl. der dritte 440 Rthl. und übergeben es einem Factor, mit dem Versprechen, er solle den 5ten Theil von eines jeden Gewinnst bekommen. Nun gewinnen sie 1500 Reichsthaler, was wird ein jeweder erhalten?

der

der Factor 300 Rthl.
der erste 336 $\frac{48}{107}$ =
der andere 370 $\frac{10}{107}$ =
der dritte 493 $\frac{42}{107}$ =

3 Kaufleute rüsten ein Schif aus, dazu legt der 1) 854 Thl. Es kommt aber ein Sturm, da müssen vor 792 Rthl. Waaren ins Meer geworfen werden, wie viel wird ein jeglicher nach seinem gelegten Gelde Verlust haben? Antwort: 2) 1025 = 3) 2648 = 4527

I) 149 Rthl. $\frac{1845}{4527}$, oder 9 Gr. 9 Pf. $\frac{1701}{4527}$
II) 179 Rthl. $\frac{1407}{4527}$, oder 7 Gr. 9 Pf. $\frac{1485}{4527}$
III) 463 Rthl. $\frac{1215}{4527}$, oder 6 Gr. 5 Pf. $\frac{1341}{4527}$

792 Rthl.

4 Creditores, (Leute, welche jemand Geld leihen,) haben ihrem Schuldner 926 Rthl. geliehen, so, daß der erste 500 Thl. der andere 282, der dritte 118, der vierte 26 Rthl. dabey hat. Nun stirbt der Schuldner, und hinterläst in allem 546 Rthl, wie viel wird ein jeder Creditor an seinen Schulden empfangen? Antwort

I) 294 Rthl. $\frac{776}{926}$
II) 166 " " $\frac{256}{926}$
III) 69 " " $\frac{534}{926}$
IV) 15 = " $\frac{306}{926}$

546 Rthl.

3 Tuchmacher kaufen 1500 Ellen Tuch vor 1400 Rthl, dazu hat der erste gelegt 660, der andere 590, der dritte 150 Rthl, wie viel Ellen wird ein jeder vor sein gelegtes Geld bekommen? Antw.

I) 707 $\frac{1}{7}$ Ellen.
II) 632 $\frac{1}{7}$ "
III) 160 $\frac{5}{7}$ "

Exempel aus der doppelten Gesellschafts-Regel.

§. 195.

Es kommen in dieser Regel Exempel vor, bey welchen sowol z. E. die zusammengelegte Rthl. noch Gr. Pf. Hl. und Brüche bey sich haben, als auch, da

da das gelegte Geld nicht auf gleich lange Zeit ausgestellet worden. Wenn bey dem Exempel die Rthl. nur Gr. Pf. und u. s. w. bey sich haben, so

a) setzet sie nach §. 194. Num. 2. an.

b) Verwandelt die gröste Sorte in die kleineste, welche sie bey sich hat (§. 76. 158.).

c) Machet die ordentliche Regel Detri (§. 160.) und verfahret übrigens, wie §. 194. N. 3. 4. 5. 6.

Z. E. Summe des zusammen gelegten Geldes.

	Rthl.	Gr.	Pf.	Hl.		Rthl.	Gr.	Pf.	Hl.	
des 1	236	18	5	$\frac{3}{4}$ =		101	8	7		$\frac{547882}{3804449}$
des 2	125	23	7	$1\frac{2}{3}$ =		53	22	4		$1\frac{1396455}{3804449}$
des 3	187	15	9	1 =		80	8	0		$\frac{1862112}{3804449}$

Gewinnst 235 Rthl. 15 Gr.

Wenn aber die Zeit verschieden ist, unter welcher sie das Geld ausgelehnet, so mercket

a) daß ihr das gelegte Geld eines jeden mit der Zeit multipliciret, unter welcher es ausgelehnet ist.

b) Wenn ihr nun jedes mit seiner Zeit multipliciret habt, so addiret die Zahlen, und verfahret übrigens nach §. 194. Num. 2, 3, 4, 5, 6. §. 195. b.

3 Kaufleute haben auf unterschiedene Zeit verschiedenes Geld zusammen gelegt.

Z. E der 1) 600 auf 5 Monath = 3000
der 2) 400 auf 3 Monath = 1200
der 3) 126 auf 1 Monath = 126

Summe 4326 Rthl.
Der Gewinnst ist = 932 Rthl.

Wie viel wird ein jeder zu fordern haben?

$$4326 - 932 - \begin{cases} 3000 = 646 \frac{1404}{4326} \\ 1200 = 258 \frac{294}{4326} \\ 126 = 27 \frac{630}{4326} \end{cases}$$

3 Stu-

3 Studiosi treten zusammen, und geben 1 Fuhrmann 50 Rthl. 8 Gr. davor muß er des ersteren Sachen, welche 5 Centner wiegen, auf 14 Meilen, des andern 3 Centner auf 25 Meilen, des dritten 9 Centner auf 36 Meilen führen, wie viel wird jeder vor seine Sachen zu diesen 50 Rthl. 8 Gr. legen müssen?

Centn.	Meil.	Rthl.	Gr.
5	14	7	$12\frac{140}{469}$
3	25	8	$1\frac{83}{469}$
9	36	34	$18\frac{236}{469}$

2 Bauren kaufen 2 Hufen, 24 Acker, 286 Ruthen Feld, und bezahlen es von dem Getreyde, welches sie auf ihren Feldern, so sie gemeinschaftlich gebauet, ernden. Nun hat einer 10 Hufen, 13 Acker, 212 Ruthen Feld auf 3 Jahr. Der andere 12 Hufen, 21 Acker, 250 Ruthen auf 2 Jahr zu diesem Handel geschlagen, wie viel wird also der erste, und wie viel wird der andere von dem erkauften Felde bekommen?

Antwort: 1) 1 Hufe 16 Acker 269 Ruth. $\frac{222212}{511436}$

2) 1 " 8 " 16 " $\frac{289224}{511436}$

Es hat einer ein Recept, darinnen zu einer Artzeney folgende Ingredientien kommen, von dem

	Unzen	Gr.	Marck	Unzen	Gr.
1)	4	3	1	5	$2\frac{26}{197}$
2)	5	2	2	"	$\frac{120}{197}$
3)	7	1	2	5	$8\frac{180}{197}$

Nun will der Apothecker 6 Marck, 3 Unzen von der Arzeney haben, wie viel muß er nun von den Ingredientien nehmen?

Es macht jemand einen Eimer Kräuter-Wein, dazu braucht er dreyerley Kräuter in folgender Quantität:

von dem ersten vor 2 Gr. 3 Pf. = 11 Gr. 3 Pf.
von dem andern vor 5 Gr. 4 Pf. = 26 Gr. 8 Pf.
von dem dritten vor 6 Gr. 6 Pf. = 32 Gr. 6 Pf.

Nun will er 5 Eimer mit einander machen, wie viel muß er von jedem dazu nehmen?

Anmerckung. Es lassen sich die Exempel aus der Gesellschafts-Regel alsdenn sehr vortheilhaftig rechnen, wenn der Gewinnst im zusammen gelegten Geld, oder das zusammen gelegte Geld im Gewinnst etliche mal enthalten ist. Im ersten Fall dividiret das zusammen gelegte Geld mit dem Gewinnst, und mit diesem Quotienten dividiret das Geld, welches jeder geleget. Z. E. 3 legen zusammen Rthl.

Rthl.

1) 5 (5) = 1
2) 19 " = $3\frac{4}{5}$
3) 26 " = $5\frac{1}{4}$

50 | 5 10
10 |

Gewinnst 10 Rthl.

Im andern Fall dividiret den Gewinnst mit dem zusammen gelegten Geld, und mit dem Quotienten multiplicret das gelegte Geld eines jeden. Z. E. 3 legen zusammen

Rthl.

1) 25 (3) = 75
2) 30 " = 90
3) 35 " = 105

90

kaufen Güter und verkaufen sie wieder vor 270 Rthl. wie viel Geld wird jeder wieder bekommen?

§. 196.

Die so genannte Verbindungs-Regel (regula alligationis) läuft fast eben dahin aus. Es wird aber in dieser Regel gelehret, wenn man Dinge von verschiedenem Werth mit einander vermischen wolte, wie hoch man das Vermischte halten sollte, daß man so wol nichts einbüsse, als auch die Sachen nicht zu theuer gäbe. Z. E. Ein Wein-Händler hat verschiedenen Wein: ein Maaß von der ersten Gattung giebt er vor 12 Gr. von der andern vor 15 Gr. van der dritten vor 20 Gr. Nun will er sie vermischen, so, daß er einen Wein bekäme, welchen er vor 16 Gr. verkaufen könte. Es fraget sich also, wie viel 12 Gr. wie viel 15 Gr. wie viel 20 Gr. Wein muß er nehmen, daß er nicht zu kurtz kommt?

§. 197.

Die Exempel in der Verbindungs-Regel zu rechnen.

I. Wenn

I. Wenn nur 2 Sachen da sind, welche mit einander sollen vermischet werden, so setzet

1) die Sorten, welche miteinander sollen gemischet werden, in einer Reihe herunter.

2) Die Sorte aber, welche heraus kommen soll, wenn die erstern gemischet werden, setzet zur Lincken neben an.

3) Suchet den Unterschied (Differenz) zwischen den vermischten und den Sorten, welche vermischet werden sollen, und setzet sie in verkehrter Ordnung neben an. Z. E. 4 soll oben neben 15, und 3 unten neben 8 gesetzt werden.

4) Addiret diese Unterschiede (Differenz), und machet mit der Summe davon, einer jeden Differenz, und dem Gemischten die Regel Detri (§. 160.).

5) Was jedesmal heraus kommt, setzet neben die Differenz, welche ein Glied in der Regel Detri abgegeben, so wisset ihr, wie viel ihr von jeden nehmen sollet. Z. E. ihr sollet aus 15 löthigen und 8 löthigen Silber 12 löthiges machen, wie viel müsset ihr von 15 löthigen, und wie viel von 8 löthigen Silber nehmen?

Hier setzet 15 und 8 untereinander, neben an aber 12. Suchet zwischen 8 und 12 die Differenz, die ist 4. Setzet sie oben zu 15. Suchet auch die Differenz zwischen 15 und 12, die ist 3, setzet sie unten neben 8, addiret 4 und 3, so kommt 7 heraus. Machet nun die Regel Detri, und sprechet: wie sich verhält die Summe von den Differenzen (7) zu den vermischten (12), so verhält sich auch die Differenz von dem 15 löthigen (4) zu dem Theil vom 15 löthigen, welchen man nehmen muß, wenn 12 löthiges heraus komen soll. Hier 6?

12	15 — 4
	8 — 3
	7

Ma-

Machet nochmals die Regel Detri, sprechet: wie 7 zu 3, so 12 zu $5\frac{1}{7}$. So habet ihr gefunden, daß ihr 6 und $\frac{6}{7}$; von 15, 5 und $\frac{1}{7}$ aber von 8 löthigen Silber nehmen müsset, wenn 12 löthiges heraus kommen soll.

$$7 : 4 = 12 \cdot 6\frac{6}{7}$$
$$7 : 3 = 12 \cdot 5\frac{1}{7}$$

II. Sind mehr als 2 Sachen zu vermischen, so setzet

1) die Sachen, die vermischt werden sollen, wieder untereinander.

2) Neben an aber das Vermischte, in welches die Sachen, welche man vermischen will, sollen gebracht werden.

3) Verfahret übrigens nach Num. 1. 3. 4. 5.

4) Mercket ihr, daß ihr

a) die Regel Detri so oft machen müsset, so viel Dinge da sind, welche ihr vermischen sollet;

b) nach eigenem Belieben die Differenze zu dieser oder jener Zahl setzen könnet, nemlich, wovon ihr wenig nehmen wollet, dazu setzet die grosse Differenz. Z. E. Es soll viererley Wein vermischt werden, die Kanne des erstern kostet 8 Gr. des andern 6, des dritten 10, des 4ten 16 Gr. daraus sollet ihr einen Wein bekommen, welchen ihr vor 12 Gr. schencken könnet, und dabey ihr vor euch nichts einbüsset, wenn ihr vorige Weine vermischet, aber auch vor das Geld nicht zu schlecht wird. Setzet also hier 16 Gr. 8 Gr. 6 Gr. 10 Gr. untereinander: 12 Gr. aber, als den Preis, vor welchen ihr den Wein verkaufen sollet, neben an. Suchet die Differenz von 16 und 12, nemlich 4, und setzet sie z. E. neben 8. Ferner die Differenz von 8 und 12, welche 4 ist, und

schreibet sie neben 10. Die Differenz 6 von 6 und 12 schreibet neben 16. Die Differenz 2 von 10 und 12 schreibet neben 6. addiret darauf 6†2†4†4 = 16. Machet nun 4 mal die Regel Detri.

Z. E. 16 — 2. 16 : 6 = 12 : $4\frac{1}{2}$

12) 8 — 6. 16 : 4 = 12 : 3

6 — 4. 16 : 2 = 12 : $1\frac{1}{2}$

10 — 4. 16 : 4 = 12 : 3

Also müsset ihr, wenn ihr 12 Eimer vor 12 Gr. Wein machen woltet,

$4\frac{1}{2}$ Eimer von 16 Gr. Wein.
3 Eimer von 8 Gr. Wein.
$1\frac{1}{2}$ Eimer von 6 Gr. Wein.
3 Eimer von 10 Gr. Wein nehmen.

§. 198.

Damit ihr auch davon Grund haben möget, so wisset,

a) daß ihr, die Zahlen deutlich von einander zu unterscheiden, sie nach I. II. 1 2. 3. habt also ansetzen sollen.

b) Daß ihr sie aber verkehrt ansetzen müsset, geschiehet deswegen, weil, wenn ihr z. E. eine Kanne 16. Gr. Wein woltet vor 12 Gr. verkaufen, so würdet ihr 4 Gr. Einbuß haben, und wenn ihr eine Kanne 8 Gr. Wein vor 12. Gr. verkaufen woltet, so würde der Wein ebenfalls um 4 Gr. zu theuer seyn. Wenn ihr nun die 4 Gr. welche bey dem 16 Gr. Wein zu viel sind, umkehret, und zu dem 8 Gr. Wein setzet, so bekommet ihr den 12 Gr. Wein, also sehet ihr die Ursache, warum ihr die Differenz umkehret.

c) Zeiget euch ja der Schluß in der Regel Detri an, wie ihr auf diese Art recht verfahret: denn ihr sprechet: Wie die Summe der Differenzen von allen Weinen, die vermischt werden sollen, zu dem vermischten, so verhält sich die Differenz des einen zur Differenz des andern.

d) Wollet ihr noch ferner wissen, ob ihr recht verfahret, und ob ihr eben eure verlangte gemischte z. E. eben die Anzahl Eimer Wein heraus bringet, so addiret nur die durch die Regel Detri gefundene Zahlen. Kommet eben so viel heraus, als ihr habt durch die Vermischung haben wol-

wollen, so ist es recht, wo nicht, so habt ihr gefehlet: Denn eben das zeiget an, daß ihr den Wein nicht in gehöriger Proportion genommen habt.

c) Wie ihr aber die Differenzen nach Belieben versetzen könnet, kommet auf eigenes Uberlegen an, nachdem man nemlich viel oder wenig von bessern oder guten Wein darunter thun will.

Anmerckung. Man nennet das Silber 16 löthig, wenn eine Marck, welches 16 Loth ist, 16 Loth pures Silber hat. 15 löthiges, wenn 15 Loth pures Silber, und 1 Loth Kupfer bey einer Marck ist. 14 löthiges, wenn 2 Loth Kupfer, und 14 Loth wahres oder pures Silber dabey ist u. s. w.

Bey dem Zinn mercket man, daß dasjenige 6 pfündig Zinn heisse, welches 1 Pfund Bley und 5 Pfund wahres Zinn bey 6 Pfund hat. 8 pfündig, wenn ein Stück Zinn von 8 Pfund, 7 Pfund wahres Zinn, und 1 Pfund Bley hat.

Es will ein Goldschmied aus 14 und 9 löthigen Silber 24 Marck 12 löthiges machen? wie viel muß er von jeder Gattung dazu nehmen? Antwort: von 14löthigen 12 $\frac{2}{5}$ Marck, von 9 löthigen 9 $\frac{3}{5}$ Marck

	Loth	Marck
12)	14 — 3	5 : 3 = 24 : 14 $\frac{2}{5}$
	9 — 2	3 : 2 = 24 : 9 $\frac{3}{5}$
	5	

Zu 13 löthigen Silber soll Kupfer gesetzet werden, daß man 25 Marck 8 löthiges Silber bekomme, wie viel solches Silber, und wie viel Kupfer muß man nehmen? Antw. 15 $\frac{5}{13}$ Marck Silber, und 9 $\frac{8}{13}$ Marck Kupfer.

		Marck
8)	13 — 8	13 : 8 = 25 : 15 $\frac{5}{13}$
	0 — 5	13 : 5 = 25 : 9 $\frac{8}{13}$
	13	

Das 0 bedeutet Kupfer.

Ein Zinngiesser hat 10 Centner 9 pfündig Zinn, wie viel muß er Bley darzu thun, daß er 8 pfündiges bekommt? Antw. 17 $\frac{50}{63}$ Pfund.

Centn. Pfund

10) — 9 \ 7 / $\frac{7}{8}$ = $\frac{504}{576}$ 504 : 8 = 10 : 17 $\frac{50}{63}$

/ 8 \ $\frac{1}{72}$ = $\frac{8}{576}$

0

Es hat einer 10 pfündiges und 6 pfündiges Zinn, will daraus 7 pfündiges machen, wie viel muß er von jedem nehmen? Antwort: Wenn er von dem ersten 5 Pfund nimmt, muß er vom andern 9 Pfund dazu thun.

$$\frac{9}{10}\,\frac{1}{\backslash 6 / 42} = \frac{70}{2940} = \frac{5}{210}$$

$$\frac{5}{6}\,\frac{3}{70} = \frac{126}{2940} = \frac{9}{210}$$

Ein Müntz-Meister hat 120 Marck Silber im Tiegel, welches seiner Meinung nach 12 löthiges seyn soll, findet aber, daß es $2\frac{1}{2}$ Marck fein, d. i. daß $2\frac{1}{2}$ Marck 16 löthiges darunter, will derohalben so viel 4 löthiges darzu thun, daß es 12 löthig wird. Es ist die Frage: Wie viel er entweder 4 löthiges dazu setzen, oder 16 löthiges wegnehmen müsse? Antwort: 5 Marck 4 löthiges muß er dazu nehmen; $4\frac{4}{5}$ Marck 16 löthiges muß er davon nehmen, und eben so viel 4. löthiges an dessen Stelle thun.

§. 199

Man hat noch eine Art von der Regel Detri, wie man mit einer nach Belieben angenommenen und nach einer gewissen Proportion getheilten Zahl, eine andere heraus bringen soll, welche, wenn man sie nach eben der Proportion eintheilet, wie die angenommene eingetheilet worden, und diese Theile zusammen addiret, die verlangte Zahl heraus bringet. Weil man eine jede Zahl annehmen, dieselbe in gehörige Theile theilen kan, um daraus das verlangte zu finden. so scheinet anfangs diese Regel nicht recht zu seyn. Daher wird sie auch regula falsi (scil. numeri) die Regel der falschen, nemlich angenommene Zahl, oder, wie sie §. 8. IV. 6. genennet wird, die falsch zu seyn scheinende Regel.

§. 200.

Die falsch scheinende Regel Detri zu machen.

I. Wenn

I. Wenn ihr nur eine falsche, oder beliebige Zahl annehmen, und daraus die wahre finden wollet, so setzet

1) eure angenommene Zahl hin, und zergliedert sie in dergleichen Theile, wie euch angegeben worden. Z. E. Man soll eine Zahl finden, welche mit ihrer Helfte, vierten und fünften Theil 78. ausmache. Nehmet an: 20 sey die rechte Zahl, zergliedert 20 in seine Helfte, so giebt es 10, ein Viertel giebt 5, ein 5tel giebt 4.

2) Addiret die angenommene Zahl mit allen ihren Theilen; so kommt 39 heraus.

3) Machet die Regel Detri (160.), nemlich: setzet die Summe dieser Theile (39), als das erste Glied, die angenommene Zahl (20), als das andere Glied, die verlangte (78) aber, als das dritte Glied an.

4) Die aus dieser Regel Detri gefundene 4te Proportional-Zahl zergliedert in eben solche Theile, wie vorher verlangt worden, und addiret dieselben, so werdet ihr eure verlangte Zahl (78) bekommen. Z. E. Setzet 40. hin.

20		
10	39 : 20 = 78 : 40	$\frac{1}{2}$ von 40 = 20
5		$\frac{1}{4}$ von 40 = 10
4		$\frac{1}{5}$ von 40 = 8
39		78

II) Wenn ihr 2 Zahlen nach Belieben annehmen wollet, und daraus die wahre finden, so

1) nehmet nach Belieben eine Zahl an, und theilet sie so, wie die, welche ihr sollet, getheilet werden soll.

2) Setzet diese Zahlen untereinander, und addiret sie, kommt nun mehr als die gegebene, so ziehet sie

von eurer Summe ab, und schreibet zu dem Rest das Zeichen (†). Ist aber die Summe kleiner, als die gegebene Zahl, so subtrahiret von dieser die Summe und bemercket den Rest mit (—).

3) Nehmet noch eine beliebige Zahl an, und verfahret damit, wie N. 1. 2.

4) Setzet die beyden angenommenen Zahlen neben an, und schreibet zur rechten ihre Reste mit den gehörigen Zeichen.

5) Sind beyde Zeichen bey den Resten gleich, so subtrahiret, sind aber die Zeichen ungleich, so addiret sie, und setzet den Rest oder die Summe neben an.

6) Multipliciret die erste Zahl mit dem andern Rest, und die andere Zahl mit dem ersten Rest.

7) Sind die Zeichen der Reste gleich, so subtrahiret die Producte von einander, sind sie aber ungleich, so addiret sie.

8) Dividiret die Summe oder den Rest der Producte mit der (N. 5.) gefundenen Summe oder Rest, so zeigt der Quotient die gesuchte wahre Zahl an. Z. E.

Es fragt jemand, obwol 25 Leute im Hause wären, man antwortet ihm aber nein, sondern wenn noch 2 mal so viel wären, und noch $\frac{1}{2}$ mal, und noch $\frac{1}{3}$ mal so viel, und noch 2, so wären erst 25, wie viel waren also? Antw. 6.

12	24	69	24	12 † 23	46
24	48	12	23	24 † 69	
6	12	138	72		
4	8	69	48	46	
2	2	828 —	552 =	276	6
48 † 23	94 † 69			276	

III. Bis-

III. Bisweilen müsset ihr zu den nach gehöriger Proportion getheilten Theilen eine Zahl addiren, oder von ihnen subtrahiren, da mercket denn, daß ihr die Zahl entweder addiren oder subtrahiren müsset, ehe ihr die Regel Detri machet, nach Num. I. 3. Z. E. Man solle eine Zahl suchen, die mit ihrer Helfte und Drittheil und 5. sechzig ausmache. Z. E.

6	30
3	15
2	10
5	5
16	60

Sollet ihr addiren, so lasset in dem ersten und dritten Gliede überall 5 weg. Z. E. 11 : 6 = 55 : 30.

Anmerckung. Es gründet sich die regula falsi vornemlich auf diesen Satz: Wenn Ganze in etliche gleich proportionirte Theile getheilet werden, so verhalten sie sich gegen einander, wie ihre gleich proportionirte Theile, z. E. wenn ihr 12 und 24 in $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ theilet, so sind die 2 Ganzen in gleich proportionirte Theile getheilet, nemlich beyde in $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ folglich, wie sich 12 : 24, so $\frac{1}{2}$ von 12 : $\frac{1}{2}$ von 24. wie $\frac{1}{3}$ von 12 : $\frac{1}{3}$ von 24 u. s. w. Nun aber machet ihr den Schluß: Z. E. Wie sich das nach Belieben angenommene Ganze zu seinen proportionirten Theilen verhält, so verhält sich auch das gegebene Ganze zu dem verlangten Theil von diesem Ganzen.

Z. E. 39 : 20 = 78 : 40

Alexander sagte einstens: Er sey 2 Jahr älter als Hephästio, Clytus sey 4 Jahr älter als alle beyde, er, Hephästio und Clytus zusammen, wären so alt als Callisthenes. Nun war Callisthenes 96 Jahr alt, wie alt sind die übrigen gewesen? Antwort: Alexander 24 Jahr, Hephästio 22, Clytus 50.

18 + 2	72 : 18 = 96 : 24
18	
36 + 6	
80	
8	
72	

Es kommt jemand an einen Ort, und fragt: Ob es nicht 100 Personen wären, welche da säßen? Es antwortete einer: Wenn unser noch mal so viel, noch 3 mal so viel, und 4 mal so viel wären, so wären unser erst 100, wie viel Personen warens? Antw. 10.

6	60:6 = 100,	10
12		20
18		30
24		40
60		100

Die Unterthanen eines Edelmanns sollen eine gewisse Steuer geben. Wenn einer 5 Rthl. gäbe, so wären 30 Rthl. zu wenig, gäbe aber einer 6 Rthl. so wären 40 Rthl. zu viel. Daraus soll man finden, wie viel a) der Unterthanen gewesen, b) wie viel die Steuer ausmachet? Antw. 70 Unterthanen, die Steuer aber war 380.

100	100	30	30	30	70	70
5	6	5	6	40	5	6
500	600	150	180	70	350	420
†30	-40	†30	-40		†30	-40
530	560	180	140		380 =	380
	530	140				
	30	40				

Von der Welschen Practic.

§. 201.

Es ist noch übrig von der sogenannten Welschen Practic etwas zu gedencken. Sie heisset Practica Italica, weil die Kaufleute in Italien sich sonderlich derselben starck bedienen sollen, um sich eher vor Schaden und Diebstahl in acht zu nehmen. Es enthält aber die Welsche Practic nichts anders in sich, als eine Anzahl solcher Vortheile, welche man im Rechnen, Zeit, Mühe und Pappier zu ersparen, anwenden kan.

§. 202.

§. 202.

Ob man wol in allen 4 Rechnungs-Arten (§. 36. 51. 81. 92.) die Welsche Practic haben kan, d. i. sich dabey gewisser Vortheile bedienen, so bleibet man doch lieber bey den ordentlichen Regeln, dieselbe zu rechnen: Denn

a) können Kinder nicht so gleich einsehen, wo sie allemal die Vortheile anwenden sollen.

b) Sind die vermeynten Vortheile oft weitläuftiger, als die ordentliche Rechnung, und mithin sind es gar keine Vortheile.

§. 203.

Es mag hier genug seyn, aus der Multiplication etliche Exempel anzuführen. Z. E.

a) **Wenn man eine grosse Zahl mit einer andern grossen Zahl multipliciren soll (§. 62.), so zergliedere man erstlich die eine in ihre Factoren, d. i. in solche Zahlen, welche die zergliederte ausmachen, wenn man sie mit einander multipliciret (§. 52.). Z. E.** 376 mit 48, 48 = 6. 8.

also

376	8	7535	oder	7535	9
3008	6	648		67815	8
18048				542520	9
				4882680	

Wenn sich der untere Factor nicht so zergliedern lässet, so nehmet den obern.

Z. E. 7. 9. 6 = 378

427	(6
2562	(9
23058	(7
161406	

Wenn sich beyde Factoren nicht gerade in andere kleinere Factoren zergliedern lassen,

und etwas übrig bleibet, so verfahret also:

a) Multipliciret mit den kleineren Factoren. z. E. mit 8. 4. 8. = 256. wie vorhero.

b) Was bey den 3 Factoren übrig geblieben, das setzet neben an, und multipliciret den Factor damit, welchen ihr nicht zergliedert habt. Addiret dieses Product noch zum Product der vorhergehenden Factoren.

7835
(259)
62680 (8
250720 (4
2005760 (8 + 3
23505
2029265

Z. E. Hier bliebe im ersten Fall 3. Nehmet also den obern Factor 7835 noch 3 mal, und addiret dieses 3 fache Product zum andern.

c) Wenn aber etwas zu einem Factor fehlet, so bemercket auch das neben dem Factor, und subtrahiret es. Z. E. Zergliedert 53 in Factoren, so heissen sie 9. 6 — 1. multipliciret also mit 9. hernach mit 6. endlich ziehet das Einfache oder 5378. von den Producten ab.

5378
(53)
48402 (9
290412 (6 — 1
285034
853
(52)
7677 (9
46062 (6 — 2
1706
44356

Wenn ihr die Reichsthaler zu Groschen und Pfennigen machen sollet, so könnet ihr eben so verfahren. Z. E.

Rthl.

Rthl.	Gr.	Pf.
728	5	9
2912 (4		
17477 (6		
69908 (4		
209733 (3		

Nur mercket, daß ihr die neben angeschriebene Zahl z. E. 5. Gr. 9 Pf. nicht gleich bey dem ersten Factor, sondern eine jede bey ihrem letztern erst addiret. Z. E. Wenn ihr mit 6 multipliciret, so nehmet die 5 dazu.

Wenn man einen Dividendus mit einem Divisor, der aus 2 oder mehr Zahlen bestehet, dividiren will, so zertheilet man

a) den Divisor in seine Factoren, d. i. in solche Zahlen, welche, wenn man sie mit einander multipliciret, den Divisor ausmachen. Z. E. 12. in 3 und 4. 24 in 6 und 4.

b) Dividiret man mit dem einen Factor den Dividendus. Z. E. 1405130 : 3 = 468376.

c) Wenn ein Rest bleibet, so bemercket man ihn neben an der Seite. Z. E. (2)

d) Dividiret man den neuen Dividendus mit dem andern Factor. Z. E. 468376 : 4 = 117094, und bemercket auch den gebliebenen Rest. Z. E. (0)

e) Multipliciret den ersten Factor mit dem letzten Rest, und zehlet zum Product den ersten Rest. Z. E. 3. 0 = 0 + 2 = 2.

f) Multipliciret die 2 Factoren selbst auch untereinander, und setzet das Product unter den Strich, als den Nenner, die Zahl aber im Num. e, als den Zehler. Z. E. $1\frac{2}{11}$, so habt ihr richtig dividiret, und bleiben 2 Pf. übrig.

Wenn ihr die Pfennige zu Reichsthaler und Groschen machen sollet, so zergliedert abermal die Divisor 12 und 24 in ihre Factoren, und dividiret alsdenn.

			Pf.
	587984		798378
	(81)	3)	(0)
9)	(5)		266126
9)	65331 (0)	4)	(2)
	7259 5		66531
	81	6)	(3)
			11088
		4)	(0)
			2772 Thl. 3 Gr. 6 Pf.

	Pf.
	1 4 0 5 1 3 0
3)	(2)
	4 6 8 3 7 6
4)	(0)
	1 1 7 0 9 4
4)	(2)
	2 9 2 7 3
6)	(5)
	4 8 7 8 Thl. 22 Gr. 2 Pf.

Anmerckung. Weil Multipliciren und Dividiren oben §. 51. 92. erkläret, §. 61 – 69. gelehret, und §. 71. 100. bewiesen, und das bisher angeführte sich darauf gründet, so wäre überflüßig hier zu zeigen, daß man recht verfahren.

§. 204.

Den grösten Nutzen hat die sogenannte Welsche Practic in der Regel Detri: denn da kan man oft die grösten Exempel auf eine sehr leichte Art ausrechnen. Die vornehmsten Fälle sind folge:

I. Versuchet nach §. 92. ob das erste Glied nicht etliche mal im 3ten enthalten (§. 158.), ist es gerade etliche mal darinn enthalten, so setzet

a) unter das erste Glied 1.

b) Unter das dritte aber die Zahl, welche anzeigt, wie oft das erste im dritten enthalten. Z. E. Hier 8.

c) Multipliciret so dann die beyden letzten. Z. E. 8 und 18. so giebet das Product die verlangte Proportional-Zahl (§. 160.).

Z. E. 3 : 18 = 24 : 144. 3 : 8 = 24 : 64.
1 8 1 8 Mer-

Mercket:

a) Der Vortheil steckt hier darinn, daß ihr ein Multiplications-Exempel gemachet, und ihr also des Dividirens ersparen könnet (§. 160. 172.); so dann habt ihr auch mit einer kleinern Zahl multipliciret, welches ebenfalls leichter ist.

b) Ihr habt hier die rechte 4te Proportional-Zahl gefunden: denn ihr habt eine Zahl finden sollen, darinn das andere Glied 8 so oft steckt, als das erste 3. im dritten 24: d. i. die mit 3 und 24 eine Proportion ausmachet (§. 161. 119.). Da nun 3:24 und 8:64. gleiche Verhältnisse seyn, 3:24 und 1:8. aber auch gleiche Verhältnisse seyn (§. 119.), so muß, was bey dem ersten 3:24. heraus kommt, auch bey dem andern 1:8 heraus kommen (§. 33. II.).

Pf.	Rthl.	Pf.	Rthl.	Centn.	Rthlr.	Centn.	Rthl.
Z. E. 6	: 29	= 36	: 174	8	: 27	= 32	: 108.
1		6		1		4	

E.	Rthl.	E.	Rthl.	Pf.	Rthl.	Pf.	Rthl.
7	: 15	= 84	: 60	25	: 19	= 100	: 76
1		12		1		4	

II. Wenn das dritte Glied gerade etliche mal im ersten enthalten, so bekommt ihr ein Divisions-Exempel, und also wieder einen Vortheil.

Pf.	Gr.	Pf.	Gr.	E.	Gr.	E.	Gr.
27	: 18	= 3	: 2	36	: 5	= 9	: $1\frac{1}{4}$
8		1		4		1	

Centn.	Rthl.	Centn.	Rthl.				
256	: 123	= 42	: $15\frac{3}{8}$	156	: 25	= 39	: $6\frac{1}{4}$
9		1		4		1	

III. Wenn das erste Glied im andern, oder dieses in jenem gerade etliche mal stecket, so habet ihr abermals entweder ein Divisions- oder Multiplications Exempel, und also könnet ihr wieder vortheilhaftiger rechnen (§. 172, 76.).

Pf.

Pf. Gr. Pf. Gr. E. Gr. E. Gr.
Z. E. 4 : 16 = 35 : 140 8 : 48 = 62 : 372
1 4 1 6
M. Rthl. M. Rthl. S. Rthl. S. Rthl.
29 : 116 = 254 : 1016 36 : 252 = 84 : 588
1 4 1 7

IV. Wenn das erste und letzte Glied Nullen bey sich hat, so schneidet

a) bey beyden gleich viel ab, so könnet ihr mit kleinern Zahlen multipliciren oder dividiren, und die Proportion bleibt doch richtig (§. 140. Num. 2.).

b) Sehet, ob sich der Num. I. II. III. anwenden lässet. Z. E.

Pf. Rthl. E. Rthl. E. Rthl.
500—25—1600 60—15—540—135
5 = — = 16—T. 6 = — = 54
1. = 5 = 16—80 1 = — = 9

M. Rthl. M. Rthl. S. fl. S. fl.
1200—9600—38—304 810—90—45—5
12 = 96 = 81 = 9 =
1 = 8 = 9 = 1 =

V. Wenn das erstere Glied in dem dritten gerade etliche mal enthalten, und das mittlere Haupt-Glied hat kleinere Sorten bey sich (§. 166.), so verfahret

a) nach Num. I. und setzet die gehörigen Zahlen unter das erste und letzte Glied.

b) Multipliciret das mittlere Haupt-Glied u. seine kleinern Sorten mit der Zahl, welche nun unter dem letzten Gliede stehet (§. 76.).

Z. E. Pf. Rthl. Gr. Pf. Hl. Pf. E. Rthl. Gr. Pf. Hl. E.
4—13 = 8 = 5 = 1—32 6—17 = 5 = 7 = $1\frac{2}{3}$—42
1 8 1 7
Antw. 106 = 19 = 8 = 0 Antw. 120 = 15 = 6 = $1\frac{2}{3}$

M.

M. fl. B. Xr. P. M. F. Rthl Gr. Pf. F.
25—9·4·3=2¼—150 29—18·12·9⅜—116
1 · 6 1 4
Antw. 56·5·1·1½ Antw. 74=3·3⅗

VI. Wenn das erste und letzte Glied keine Dinge von einer Art sind, so machet sie dazu (§. 76.), und sehet alsdann nach, ob ihr die bisher anzeigten Vortheile anwenden könnet. Z. E.

L. Gr. Pf. Gr. Rthl. E. Gr. E.
8—5—2—40 4—25—16—4⅝
32 24
8 · = 64 96
1=5·8 6 · = · 1

Pf. Gr. Loth Gr. Centn. Rthl. Pf. Rthl.
3—24—18—4½ 3—68—30—6²⁄₁₁
32 =
330 · · 3
96 · 11 ·68· 1
4=1=18

Loth Rthl. Gr. Pf. Pf. Loth Centn. Rthl. Gr. Pf. Pf.
14—2=8·5—3·30 90—182=5=7¾—165
32 990
126 6 · 182=5=7¾ · 1
9
Antw. 21 · 3 · 9 Antw. 30=8·11 7/24

VII. Ist das erste Glied 1, so kan man auf verschiedene Art mit Vortheil rechnen: wenn man das dritte Glied entweder in seine Factoren, oder in solche Zahlen zertheilet, welche gerade das dritte Glied ausmachen, wenn man sie addiret. Im ersten Fall lässet

läſſet ſich das letzte Glied entweder genau in ſeine Factoren zertheilen, d. i. in ſolche Zahlen bringen, welche das letzte Glied gerade ausmachen, wenn man ſie mit einander multipliciret. Z. E. 42 = 6. 7. oder es bleibt etwas übrig. Z. E. 44 = 7. 6 † 2.

Bleibt nichts übrig, ſo multipliciret mit allen Factoren den angeſetzten Preis N. I. ſo kommt endlich der Preis von euren verlangten Pf. heraus. Z. E. Zertheilet 36 in 9 und 4, und multipliciret nach §. 76, mit 9 die 4 Rthl. 3 Gr. 2 Pf. ſo habt ihr 37 Rthl. 4 Gr. 6 Pf. Dieſes Product multipliciret abermals mit 4, ſo bekommt ihr den Preis von 36 Pf., nemlich 148 Rthl. 18 Gr. denn der Preis von 9. Pf. 4 mal genommen, muß den Preis von 36 Pf. geben.

Pf.	Thl.	Gr.	Pf.	Pf.
1	—	4	3	2 — 36
		37	4	6 — 9
		148	18	0 — 4

Bleibet was übrig, ſo multipliciret erſtlich mit allen Factoren, wie erſt gezeiget. Alsdenn addiret den Preis von 1 Pf. (§. 47.) ſo vielmal noch zu dem Product aus den Factoren, als die übrig gebliebene Zahl anzeiget (§. 47.), iſt aber bey den Factoren zu viel, ſo ſubtrahiret den Preis von 1 Pf. ſo oft von dem Product, als euch die Zahl anzeiget, welche darüber iſt (§. 90.).

E.	Thl.	Gr.	Pf.	E.
1	— 7	8	6	— 38
	44	3	0	(6
	264	18	0	(6 † 2
	14	17	0	
	279	11	0	— 38 E.

E.	Thl.	Gr.	Pf.	E.
1	— 7	8	6	— 38
	58	20	0	(8
	294	4	0	(5 — 2
	14	17	0	
	279	11	0	

Maas

M.	Thl.	Gr.	Pf.	M.
1	—	25	7	3¾ — 59
		177	3	2¼ (7
				(8†3
		1417	1	6 0
		75	21	1¼
2492		23	5	¼ = 59 M.

M.	Thl.	Gr.	Pf.	M.
1	—	25	7	3¾ — 59
		253	1	½ (10
				(6 — 1
		1518	6	9 0
		25	7	3¾
1492		23	5	¼ = 59

Bey dem letztern Fall. Da ist 18 = 3†6†9 (§. 33. I.) wenn ihr sprechet: 1 Elle kostet 27 Gr. 9⅔ Pf. wie hoch kommen 18 Ellen, so dürfet ihr nur den erstgemeldeten Werth von 1 Elle 3 mal nehmen, so habt ihr ausgerechnet, wie viel 3 Ellen austragen. Num. I. II. 3 Ellen 2 mal genommen, geben 6 Ellen. Also addiret den Preiß von 3 Ellen zu sich selber, so habt ihr den Preiß von 6 Ellen. Endlich 3†6 = 9 Addiret derohalben die 2 vorigen Preise, und bringet diese 3 zusammen in eine Summe, so habt ihr den Preiß von 18 Ellen (§. 33. I. 47.).

E.	Gr.	Pf.	E	Pf.
1	— 27	9⅔	— 18	
	83	5	— 3	
	166	10	— 6	
	250	3	— 9	
	500	6	Pf.	
4)				
6)	125	(5	Pf. E.	
20 T. 20 G. 6 = 18				

Rthl.	Gr.	Pf.	Pfund
1 —	18	7	3 — 25
	54	21	9 — 3
	54	21	9 — 3
	109	19	6 — 6
	219	15	0 — 12
	18	7	3 — 1
	457	13	3 = 25

VIII. Kommen bey den 3 Haupt-Gliedern viele Neben-Glieder vor, so hat man aus der angehängten Tabelle einen Vortheil, daß man nicht erst die Centner zu Pfund, die Pfund zu Loth, die Loth zu Quentgen, die Reichsthaler zu Groschen, die Groschen zu Pfennigen u. s. w. durch das Multipliciren

machen darf, sondern die 3 Haupt-Glieder in ihre kleinsten Sorten verwandeln kan, blos durch das Addiren. Denn Kinder, und auch schon Geübte verstossen sich bey dem Multipliciren am ehesten, indem sie entweder nicht recht multipliciren, oder die oben bey dem Haupt-Gliede angeschriebene Zahl nicht dazu zehlen, weil aber hier alles das bey dem Addiren vermieden werden kan, so hat man es allerdings als einen Vortheil anzusehen. Z. E.

1) Siehet man nach, wie viel die Pfund Quentgen ausmachen, und setzet sie unter die Pfund. Ferner: wie viel die Loth Quentgen ausmachen, und setzet sie auch darunter; und endlich die Quentgen dazu, und addiret dieses.
2) Siehet man eben so nach, wie viel die Rthl. Gr. Pf. und Heller ausmachen, und addiret diese auch.
3) Wie viel die Centner Quentgen austragen.
4) Dividiret das erste Glied mit dem letztern, so sehet ihr, wie oft jenes in diesem enthalten, und bekommt auch ein Multiplications-Exempel, wie Num. II.

Es steckt aber das erste Glied im dritten gerade etliche mal, oder es bleibt ein Bruch übrig. Ist das erstere, so verfahret nach Num. III. Bleibt aber ein Bruch übrig, so multipliciret das mittlere Glied auch mit dem Bruch, und damit ihr mit keinem gar zu grossen Bruch multipliciren dürfet, so zergliedert den Bruch nach §. 154. in kleinere, und multipliciret so dann damit, wie Num. VII.

Centn.	Pf.	Rthl.	Gr.	Pf.	Hl.	Centn.
1	33	— 26	5	7	1	— 39
143						4290
(1)	787	0	9	0		(30)

Pfund

Pf.	Loth	Rthl.	Gr.	Pf.	Centn.
37	23	— 25	3	6	39
960		5760		105600	
224		1440		31680	
23		36		137280	
1207		6		6	
		7242		823680	

(I) .... (6)

Nun sind nach der Tabelle

Pf.		Rthl.
576000	=	2000
230400	=	800
17280	=	60
823680	=	2860.

also sind 823680 Pf. 2860. Rthl.

Rthl.	Gr.	Pf.	C.	Pf.	L.	Qu.	Rthl.	Gr.
27.	4	3 —	9	7	3	2 —	108	17
5760			126720				28800	
5016			896				2304	
48			12				204	
3			2				31308	
7827			127630				4	
1			4					

510520 Quentgen.

Nun machen 422400 Qu. — 30 Centn.
84480 " — 6 "
2816 " — 22 Pfund
768 " — 6 "
56 " — 14 Loth

Also bekommt man vor 108 Rthl. 17 Gr. 36 Centn. 28 Pfund 14 Loth.

IX. Wenn das erste Glied weder eine 1 ist, noch im andern oder dritten Grade etliche mal enthalten, so mercket, daß ihr kurz rechnen könnet, wenn ihr

1) das erste Glied mit dem letzten dividiret, und bemercket den Quotienten mit dem Rest.

2) Multipliciret mit dem Quotienten das gegebene mittlere Glied.

3) Multipliciret ebenfalls mit dem Rest das mittlere Glied, und dividiret es mit dem unzergliederten ersten Glied.

4) Addiret, was hier bey Num. 3. heraus kommt, zum vorigen Product, so habt ihr auch die 4te Proportional-Zahl. Z. E

Pf.	Gr.	Pf.	
7 —	9 —	30 —	38 4/7
1		4 † 2	
	36		
	2 4/7	4 × 8	2
	38 4/7	7	

E.	Rthl.	E.
36 —	62 —	124
1		3 4/9
	186	
	27 5/9	
	213 5/9	

An-

Anhang zur Regel Detri.

§. 205.

Bey der Regel Detri kommen Exempel vor, da man die Haupt-Glieder nicht mit ihren kleinern Sorten, sondern mit andern Zahlen entweder addiren, oder multipliciren, oder subtrahiren, oder dividiren muß, wenn das Rechte heraus kommen soll. Weil nun dahin die so genannte Tara-Fusti-Rabatt-Zins- und Wechsel-Rechnung gehöret, und dieses doch etwas nützliches und vor manchen sehr nöthiges ist, so hat man auch von jeder Art einige Exempel beyfügen wollen. Die Exempel gehen meistens entweder nach der einfachen Regel Detri (§. 165. 160.), oder nach der zusammen gesetzten (§. 176.), oder nach der umgekehrten (§. 186.), oder auch nach der Regel von Fünfen, oder doppelten Regel Detri (§. 191.), daher man nur kürzlich die Auflösung beyfügen wird.

Ein Edelmann bleibet in einem Gast-Hofe mit 2 Knechten und 3 Pferden 8 Wochen lang. Er dinget es bey dem Wirth so aus, daß er

	Gr.	Pf.
vor seine Person täglich	18	—
vor seine 2 Knechte =	12	6
vor seine 3 Pferde = =	10	8 geben will
	1 Rthl. 17	gr. 2 Pf.

Nun reiset er weg, und bey seinem Abzuge giebet er

den Haus-Knechten =	16 Gr.
den Mägden = = =	14 Gr.
	30 Gr.

Wie viel wird dieses zusammen ausmachen? Antwort: 97 Rthl. 7 Gr. 4 Pf

1) Addiret, was dem Edelmann Knecht und Pferde in einem Tage kosten; nemlich 1 Rthl. 17 Gr. 2 Pf.

2) Suchet durch die Regel Detri (§. 167.), wie viel das in 8 Wochen austrage.

Tage	Rthl.	Gr.	Pf.	W.	Rthl.	Gr.	Pf.
Z. E. 1	—	1	17 = 2	— 8	—	96 + 1	= 4

3) Dazu addiret, was er bey seinem Abzuge ausgegeben, so kommt heraus 97 Rthl. 7 Gr. 4. Pf.

Ein Müller hat 4 Gänge, in 12 Stunden mahlet
der eine = = = = 14 Scheffel
der andere = = = 11
der dritte = = = 9
der vierte = = = 12
46

Nun sollen darauf 230 Scheffel gemahlen werden, wie viel Zeit wird dazu erfordert?

Sch. St. Sch. T. St
46 — 12. — 230 — 2 = 12

Tara-Rechnung.

Tara heisset ein Abzug an Zahl, Maaß oder Gewicht von gewissen Waaren. Brutto bedeutet die Zahl, Maaß und Gewicht der blossen Waaren und der Tara. Netto bedeutet die Zahl, Maaß und Gewicht der Waaren nach geschehenen Abzug, oder wenn man Tara von Brutto abziehet. Z. E. Wenn einer eine Tonne Butter kaufet, so ist die Tonne, nemlich das Holz und die Butter zusammen genommen, Brutto. Das Holz von der Tonne ist Tara. Wenn man aber die Butter ohne Tonne alleine wieget, so ist das Netto

Die Tara ist dreyerley: Gemeine Tara, wenn man die Tara von Brutto ohne die Regel Detri blos subtrahiret. Z. E. 3 Faß Oel wiegen Brutto 225. Pf. Tara von jedem ist 12. Pf. was wird Netto seyn?

Brutto 225 Pf.		12
Tara	36	3
Netto	189	36

Hat man auf diese Art Netto gefunden, so kan man auch den Preis der Waaren berechnen.

Ein Kaufmann bekommt 2 Säcke Ingwer,

	Centn.	Pf.
der eine wiegt Brutto =	2	8
der andere = = = =	1	94
Brutto der beyden —	3	102
Tara = = = = = =		$14\frac{3}{4}$
Netto	3	$87\frac{1}{4}$

Tara

Tara von, d. i. die blossen Säcke wiegen $14\frac{3}{4}$ Pf. bezahlt jedes Pfund Netto vor $9\frac{2}{3}$ Gr. was macht es am Gelde? Antwort: 168 Rthl. 1 Gr. 5 Pf.

Pf.	Gr.	Centn.	Pf.
1	$9\frac{2}{3}$	3	$87\frac{1}{4}$

Ein Handelsmann kauft 2 Säcke BaumWolle, die wiegen Brutto 6 Centner, 54 Pf. Tara ist 42 Pf. das Pfund davon kostet Netto $5\frac{1}{2}$ Gr. wie viel ist die Zahlung? Antw. 154 Rthl.

	Cent.	Pfund
	2	38
	4	16
Brutto	6	54
Tara	—	42
Netto	6	12

Pf.	Gr.	Centn.	Pf.	Rthl.
1	$5\frac{1}{2}$	6	12	154

Tara auf ist, wenn eine Zugabe zu einer Sache gegeben wird. Hier addiret nur gleich die Tara oder Zugabe zu der Zahl, wozu sie einem gegeben wird. Setzet hernach dieses als das erste Glied an, der Preis davon wird das andere, Brutto aber wird das dritte. Z. E.

Es kauft einer 3 Fässer Rosinen, das erste hält auf jedes 100 Pfund bekommt er 10 Pf. drein; das ist hier Tara. Jedes 110 Pf. welches jetzt Netto ist, bezahlt er vor $5\frac{1}{2}$ Rthl. wie viel macht das aus?

	Pf.
	204
2)	516
3)	326
	1046

Pf.	Rthl.	Pf.	Rthl.
110	$5\frac{1}{2}$	1046	$52\frac{32}{55}$

Es hohlt einer 243 Ost-Frießländische Käse, jeder wiegt ohne Unterschied 14 Pf. Nun bezahlt er allemal 100 Pf. um $4\frac{1}{6}$ Rthl. bekommt aber 5 Pf. auf ein jedes 100 zu, was ist davor die Zahlung? Antw. 135 Thl.

Pf. Netto	Rth.	Pf. Brutto	Rthl.
105	$4\frac{1}{6}$	3402	135

Käse	243
jeder wiegt	14
	972
	243
	3402

Tara von, in, oder an, bedeutet die Zahl, Maaß oder Gewicht, wenn in einer benahmten Zahl, ein gewisser Theil geschencket, das übrige aber bezahlet wird. Z. E. Hier kommt das Ganze, woran etwas geschencket wird, zum ersten Gliede, zum andern Glied aber der Rest vom Ganzen, welcher übrig bleibt, wenn man das Geschenckte wegziehet, das dritte Glied aber wird das Ganze, wovon man fraget.

Z. E. Es kauft einer 200 Stück Schaafe. Es sind aber dieselbigen nicht alle gut, daher will der Käufer seinen Kauf nicht halten. Der Verkäufer verspricht ihm, wenn er ihm die Schaafe abkaufte, wolte er ihm bey 100 Schaafen allezeit 5 darein lassen, eine jede Stiege (welche 20 Stück) solte er ihm vor 35 Reichsthaler bezahlen: fragt sichs, wie viel machen die Schaafe? Tara von 5 Schaafen an 100

100 — 95 — 200 — 100
St. Rthl. St. Rthl.
20 — 35 — 190 — 332½

Ein Handelsmann hat etliche Fässer Seifen, wiegen Brutto 2640 Pf. verkauft sie an jemand, das Pfund Netto 1¼ Gr. Lässet ihm die Wahl, ob er lieber Tara auf, oder in vor jedes 100 Pf. 10 haben wolle. Da fragt sichs, welches vor den Käufer vortheilhaftiger? Antwort: Tara In, ist dem Käufer um 30 Gr. besser, als Tara auf.

Es kauft einer 18 Centner Waaren, das Pfund zu 2 Gr. 3 Pf. verkauft diese wieder auf 5 Monat Borge, gewinnt aber doch jährlich bey 100 Thl damit 15 Thl wie theuer hat er das Pf. verkauft? und wie viel hat er daraus gelöset?

Monat Rthl. Mon. Rthl.
12 — 15 — 5 — 6¼
100
106¼

Rthl. Rthl. Gr. Gr. Pf. Gr. Pf. Hl.
100 — 106 : 6 — 2 : 3 — 2 : 4 : 1⅜ kostet das Pf.

Pf. Gr. Pf. Hl. Centn. Rthl. Gr. Pf. Hl.
1 — 2 : 4 : 1⅜ — 18 — 197 : 5 : 5 : ½
hat er aus allen gelöset.

Es

Es kauft iemand ein Stück Tuch, die Elle vor 1 Kayser-Gulden, 6 Gr. borgt es aber auf 6 Monath. Verkauft die Elle davon vor 1 fl. 12 Gr. gewinnt damit 7 fl. 5. Gr. fraget sichs, wie viel Ellen Tuch waren es, und wie viel gewinnet er jährlich pro Cento?

Gr. Elle. fl. Gr. Elle
6 — 1 — 7 · 5 — $19\frac{1}{2}$ werden erfordert 7 fl. 5 Gr. damit zu gewinnen.

M. Gr.	fl. Gr.	Gr.	fl.
6—6	1 · 6 —	12 =	100
6—6	16	16	1600
12 : 12	22	7200	872 fl. $\frac{8}{11}$ auf 100 fl. des Jahrs.
		12	
		19200	

(1
~~1~~ ~~2~~ ~~2~~
~~3~~ ~~6~~ ~~6~~ (6
~~1~~ ~~9~~ ~~2~~ ~~0~~ ~~0~~ | 8 7 2
~~2~~ ~~2~~ ~~2~~ ~~2~~ |
~~2~~ ~~2~~

Zins auf Zins zu berechnen, ist das erste Glied das Capital; das andere eben dieses Capital mit den Zinsen; das dritte das Capital, wovon man fraget; das vierte gefundene Glied ist Capital und Zinsen zusammen, welches im folgenden Jahr, als das zinsbare Capital zur Frage wird. Daraus sehet ihr, daß so oft die Regel Detri gemachet werden muß, als das Capital Jahre stehet.

Z. E. Es leihet einer dem andern 500 Rthl. auf 5 pro Cent. Das Capital bleibt 4 Jahr stehen; die Zinsen werden allemal zum Capital geschlagen: wie viel macht das aus? Antwort:

100 — 105 — 500 — 525 im ersten Jahr
= = = · 525 — $551\frac{1}{4}$ im andern
= · · = $551\frac{1}{4}$ — $578\frac{13}{16}$ im dritten
· · = · $578\frac{13}{16}$ — $607\frac{241}{320}$ im vierten.

Also hätte der Schuldner im 4ten Jahr 607 Thl zu bezahlen.

Rabatt oder auch Disconto ist ein gewisser Abzug am Geld, welches über einige Zeit erst zu bezahlen wäre, und schon vor der bestimmten oder verfallenen Zeit bezahlet worden. Es wird bey dieser Rechnung die Zahl Poste angesehen, als eine Summe aus Capital und Zinsen. Weil man aber das Geld ehe bezahlt, als es gefällig gewesen wäre, so fällt auch ein Theil von dem Capital weg, gleich wie man $2\frac{1}{2}$ Rthl. also die Helfte von 100 Rthl. giebet, wenn man das Capital 100 Rthl. nur auf ein halb Jahr behalten; eben so ist es auch hier. Wollet ihr richtig verfahren, so setzet

a) 100 mit den Zinsen von dem Capital, welches man auf bestimmte Zeit bezahlen soll, als das erste Glied an.
b) Setzet zum andern Gliede blos 100.
c) Das dritte Glied giebet das Capital ab, welches ihr nach einer gewissen Zeit bezahlen sollet.

Es ist einer schuldig über 3 Jahr 1040 Rthl. zu bezahlen, rabattiret aufs hundert jährlich 6 Rthl. was ist die Zahlung? Antwort: $881\frac{21}{50}$ Rthl.

J.	Rthl.	J.	Rthl.	C.	Rthl.	C.	Rthl.
1	— 6	— 3	— 18	also 118	— 100	— 1040	— $881\frac{21}{50}$

bezahlet er.

Es kauft einer ein Haus vor 2000 Rthl. bezahlt daran gleich 500 Rthl. das andere will er in 3 Terminen erlegen, nemlich 500 Rthl. über ein Jahr, 800 über 2 Jahren, und den Rest 200 Rthl. über 3 Jahr. Nun bekommt er gleich darauf Geld, will also den Verkäufer gleich bezahlen, doch so, daß er pro Cento aufs Jahr 5 rabattiret, was wird er noch zu bezahlen haben?

105 — 100 — 500 — $476\frac{4}{21}$
110 — 100 — 800 — $727\frac{3}{11}$
115 — 100 — 200 — $173\frac{21}{23}$

Summe 1377 Rthl. $\frac{1999}{5513}$

Zur Wechsel-Rechnung.

Es hat einer 1100 Rthl. an 2 Groschen-Stücken; will davor Ducaten haben, jeden zu $2\frac{3}{4}$ Rthl. muß aber auf jeden 1 Gr. Auf-Geld geben. Es fragt sich, wie viel Ducaten bekommt er, und

und wie viel Auf-Geld muß er geben? Antwort: 400 Ducaten bekommt er, und 16 Rthl. 16 Gr. muß er Auf-Geld bezahlen.

Rthlr. Duc. Rthl. Duc.
$2\frac{3}{4}$ — 1 — 1100 — 400

Leipzig übermachet nach Hamburg 900 Rthl. Banco, mit 15 Lagio auf 100 Rthl. wie viel ist der Empfang? Antw. 1035 Thl.

100 — 115 — 900 — 1035

Leipzig ziehet auf Braunschweig ein 300 Rthl. mit $\frac{1}{2}$ Avance Lagio, wie viel bringet es daselbst? Antwort: $301\frac{1}{2}$ Rthl.

100 — $\frac{1001}{2012}$ — 300 — $301\frac{1}{2}$

Einer in Wien remittiret nach Augspurg 305 gegen $1\frac{1}{2}$ pro Cento Rabatt, ist die Frage, wie viel daselbsten soll erleget werden? Antwort: 300 Rthl.

100 Rthl.
$1\frac{1}{2}$ Rthl.. Rthl. Rthl.

$101\frac{1}{2}$ — 100 — 305 — 300

Ein Kaufmann in Dreßden giebt einen Wechsel-Brief per Antwerpen in Braband auf 680. Rthl. in Banco. Nun ist der Wechsel $22\frac{1}{2}$ pro Cento Lagio geschlossen worden, was wird ihm in Dreßden müssen ausgezahlt werden? Antw. 833 Rthl.

100 — $122\frac{1}{2}$ — 680 — 833 Rthl.

Einige Exempel, bey welchen man entweder erst addiren oder multipliciren muß, wenn man die Regel Detri machen will.

16 Schock Aepfel werden verkauft, davon der 4te Theil klein, die andern groß sind. Die kleinen kosten 2 Gr. 8 Pf. die grossen 5 Gr. 4 Pf. wie viel trägt das am Gelde?

Sch. Gr. Pf. Sch. Thl. Gr. Pf.
1 — 2 : 8 — 4 — : 10 : 8
1 — 5 : 4 — 12 — 2 : 16

Ein Fürstlich Zimmer 6 Ellen breit, 12 Ellen lang, 8 Ellen hoch, soll mit schwarzen Tuch beschlagen werden, welches $2\frac{3}{4}$ Ellen breit ist, wie viel muß man Tuch haben? Multipliciret die Breite mit der Höhe, bekömt ihr eine Wand,

6 . 8 = 48

die

die Länge mit der Höhe giebet die andere Wand.

$$12 \cdot 8 = 96$$

Weil aber 4 Wände sind, müsset ihr die Breite und Länge doppelt nehmen. $48 + 96 = 144 \cdot 2 = 288$

Also soltet ihr eine Fläche von 288 Ellen mit Tuch überziehen. Endlich dividiret mit der Breite des Tuches diese Fläche.

$$\frac{288}{1} : \frac{11}{4} = \frac{1152}{11}$$

Also brauchet ihr $104\frac{8}{11}$ Ellen Tuch.

Ein Bothe wird mit einem Todes-Urtheil nach einem gewissen Ort 54 Meil wegs weit geschickt. Es stehet im Urtheil, den Tag, da der Bothe das Urtheil überbringet, soll der Missethäter hingerichtet werden. Nun wird unter der Zeit Gnade vor dem Missethäter erlangt, daß er nicht soll gerichtet werden. Man schickt 6 Tage nach der Abreise des ersten Bothens einen andern, welcher den ersten einhohlen, und also verhindern soll, daß der Missethäter nicht gerichtet werde. Es fragt sich, da der erste Bothe täglich 6 Meilen gehet, wie viel der andere, welcher 6 Tage später reiset, des Tages Meilen gehen muß, wenn er ihn einhohlen will? Antwort: 10 Meilen.

Reise des ersten 6
Abreise des andern 6

Die Zeit, wenn der erste Bothe an den Ort kommt. 36 | 12
3 | 6
18 Meilen

Ein Bothe gehet täglich 6 Meilen, ein anderer wird ihm in 4 Tagen nachgeschickt, und gehet täglich 8 Meilen. Wenn wird dieser den ersten einhohlen? Antwort: nach 12 Tagen, wenn sie beyde 96 Meilen gereiset haben.

6 — 1 — 6 — 12 — 72
4 — 24
24 | 12 Tage — 96
2 | 1 — 8 — 12 — 96

Ein

Eine Mauer ist 300 Schuh lang, 4 Schuh dick 12 Schuh hoch, also nach ihrem cörperlichen Inhalt 14400 Schuh, der Mauer-Meister lässet sich vor 1 Schuh 4 Gr. bezahlen, wie viel bekommt er? Antw. 2400 Rthl.

Ein Fürstlich Zimmer 16 Ellen breit, 12 Ellen lang, 8 Ellen hoch, soll mit schwarzem Tuch beschlagen werden, welches $2\frac{3}{4}$ Ellen breit ist, wie viel muß man Tuch haben?

1) Multipliciret die Breite mit der Höhe, so bekommt ihr eine Wand,

$$16 . 8 = 128.$$

2) die Länge mit der Höhe giebet die andere.

$$12 . 8 = 96$$

3) Weil aber 4 Wände sind, so müsset ihr die Breite und Länge doppelt nehmen.

$$128 + 96 = 224. \ 2 = 448$$

4) Gesetzt, es sind 8 Fenster in dem Gemach, weil diese nun nicht mit Tuch überzogen werden, so ziehet dieses, was auf die Fenster gienge, davon ab. Z. E. Man brauchte zu den Fenstern 96 Ellen.

$$\text{Also } 448 - 96 = 352$$

Also soltet ihr eine Fläche von 192 Ellen mit Tuch überziehen.

5) Endlich dividiret mit der Breite des Tuches diese Fläche. Z. E.

$$\frac{352}{1} : \frac{11}{4} = \frac{1408}{11}$$

Also brauchet ihr 128 Ellen Tuch.

Anmerckung.

Man kan im Rechnen nicht fortkommen, wo man nicht das Maaß, Münz und Gewicht verstehet, nach welchen man gerechnet. Derohalben soll nun auch ein Verzeichniß von diesen folgen: Es sind die bisher angeführten Maase nicht aller Orten gebräuchlich. Daher ein jeder bey besondern Exempeln sich nach dem Maaß, welches an seinem Ort gebräuchlich, zu richten hat.

Von

Von Münzen.

Louis d'Dr	Duc.	Rthl.	M.Güld.	Franc.	Rheinf.	Kopfst.	Batzen	Gr.	Kreuzer	Pf.	Heller
1.	$1\frac{9}{11}$	5	$5\frac{5}{7}$	6	$7\frac{1}{2}$	22	90	120	360	1440	2880
	1	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{7}$	$3\frac{3}{10}$	$4\frac{1}{8}$	$12\frac{3}{8}$	$49\frac{1}{2}$	66	198	792	1584
		1	$1\frac{2}{7}$	$1\frac{1}{20}$	$1\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	18	24	72	288	576
			1	$1\frac{1}{16}$	$1\frac{5}{16}$	$3\frac{15}{16}$	$15\frac{3}{4}$	21	63	252	504
				1	$1\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	15	20	60	240	480
					1	3	12	16	48	192	384
						1	4	$5\frac{1}{3}$	16	64	128
							1	$1\frac{1}{3}$	4	16	32
								1	3	12	24
									1	4	8
										1	2

Von

Von Feld-Maaß.

Hufe	Acker	Ruthen	Elle	Schuh	Zoll
1	30	9000	67500	135000	1620000
	1	300	2250	4500	54000
		1	7½	15	180
			1	2	24
				1	12

Zeit-Maaß.

Jahr	Mon.	Wochen	Tage	Stunden	Minuten
1	12	52	365	8760	525600
	1	4	28	672	40320
		1	7	168	10080
			1	24	1440
				1	60

Von gemeinen Gewicht.

Centn.	Stein	Pfund	Loth	Quentgen
1	5	110	3520	14080
	1	22	704	2816
		1	32	128
			1	4

Gold- und Silber-Gewicht.

Mark	Unzen	Loth	Carat	Gran	Gräugen
1	8	16	24	96	288
	1	2	3	12	36
		1	1½	6	18
			1	4	12
				1	3

Von

Von Wein-Maaß.

Fuder	Eymer	Kanne	Nösel	Quart.
	12	756	1512	6048
	1	63	126	504
		1	2	8
			1	4

Von Bier-Maaß.

Gebräuds	Faß	Viert.	Tonnen	Kannen	Nösel
1	24	48	96	7200	14400
	1	2	4	300	600
		1	2	150	300
			1	75	150
				1	2

Von Getreid-Maaß.

Wispel	Malt.	Scheffel	Viert.	Metzen	Mäßg.
1	2	24	96	384	1536
	1	12	48	192	768
		1	4	16	64
			1	4	16
				1	4

Von Pappier.

Ballen	Rieß	Buch	Bogen
1	10	200	5000
	1	20	500
		1	25
			Schreib-Pappier nur 24.

Von

Von einigen andern Dingen.

Schock	Zimmer	Alt S.	Mandel	Duzend	Decher	Einz.
1	$1\frac{1}{2}$	3	4	5	6	60
	1	2	$2\frac{2}{5}$	$3\frac{1}{3}$	4	40
		1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	2	20
			1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	15
				1	$1\frac{1}{5}$	12
					1	10

Die folgenden Tabellen können zum vortheilhaftigen Rechnen bey der Regel Detri gebrauchet werden. Der Gebrauch von der ersten Tabelle ist: Wenn ihr z. E. 53 Rthl. 18 Gr. 9 Pf. sollet in 9 Theile theilen, so sehet,

1) wie viel 53 Rthl. nach der Tabelle Pf. machen, nemlich	14400
	864
2) wie viel 18 Gr. Pfennige machen,	216
3) nehmet die 9 Pf. dazu, und addiret dieses, = = =	9
	15489
4) dividiret alsdenn mit 9, so kommt der 9te Theil in Pf heraus, nemlich =	1721
5) Nehmet diese Zahl, und sehet in der Tabelle, ob ihr nicht eine findet, die ihr entweder gerade gleich, oder doch nicht viel ungleich ist, so wisset ihr, ohne, daß ihr dividiret, wie viel Rthl. Gr. und Pf auf den 9ten Theil kommt, nemlich 6 Rthl. weniger 7 Pf. Also wäre der 9te Theil 5 Rthl. 23 Gr. 5 Pf.	1728 1721 7

Wenn man bey der Regel Detri die Centner zu Pf. die Pf. zu Loth, die Loth zu Quentgen, die Rthl. zu Gr. die Gr. zu Pf. ꝛc. durch das Multipliciren macht, so ist es gar zu bald geschehen, daß man sich

um eine Zahl verstösset. Hat man aber nur um eine Zahl gefehlet, so ist das ganze Exempel falsch, dahero hat man, des Multiplicirens entübrigt zu seyn, diese Tabelle mit verfertiget. Ihr Gebrauch ist also dieser: Wenn ihr z. E. dieses Exempel aus der Regel Detri machen sollet, so suchet

Pf. Loth Qu. Rthl. Gr. Pf. Hell. C. Pf. L.
5 = 18 · 3 — 27 = 15 · 7 = 1 — 1 · 24 · 2

1) wie viel 5 Pfund 18 Loth Quentgen ausmachen, nehmet die 3 Quentgen dazu, und addiret dieses.

2) So auch, wie viel 1 Centn. 20 Pf. 4 Pf. 2 Loth Quentgen ausmachen, und addiret es ebenfalls.

3) Wie viel 20 und 7 Rthl. 15 Gr. 7. Pf. Heller ausmachen.

4) Wollet ihr nun nach §. 160 verfahren, so müsset ihr die beyden letzten multipliciren, und mit der erstern dividiren.

5) Kommt eine grosse Zahl zum Quotienten heraus, so suchet in der Tabelle II. ob ihr nicht eine findet, welche ihr entweder vollkommen gleich, oder doch um nicht viel ungleich ist, so dürfet ihr nicht erst durch das viele Dividiren die Hl. zu Pf. die Pf. zu Gr. die Gr. zu Rthl. machen, sondern ihr wisset gleich, wie viel es machet. Z. E. Wenn der Quotient wäre 172800 Hl. so trüge das aus 300 Rthl.

Besser aber ist es, ihr wendet den Num. IX. §. 204. gezeigten Vortheil an, und dividiret das erste Glied mit dem letztern, multipliciret hernach mit dem Quotienten das mittlere Glied.

640	
72	
3	
715	

28	
392	
17160	24
7155	
71	

Groschen

Groschen	Pfennige	Heller
=	=	1
	1	2
	2	4
	3	6
Creuzer	= = 4	8
	5	10
	6	12
	7	14
Achter oder	= 8	16
Land-Münz	9	18
oder halbe	10	20
Batzen	11	22
Groschen	12	24
Batzen 1	= = 4	32
2	24	48
3	36	72
4	48	96
5	60	120
6	72	144
7	84	168
8	96	192
9	108	216
10	120	240
11	132	264
12	144	288
13	156	312
14	168	336
15	180	360
Rheinfl. 16	192	394
17	204	408
18	216	432
19	228	456

Groschen		Pfennige	Heller
Fränck. fl.	20	240	480
Meißn. fl.	21	252	504
	22	264	528
	23	276	552
Thaler	24	288	576

Thaler	Groschen	Pfennige	Heller
2	48	576	1152
3	72	864	1728
4	96	1152	2304
5	120	1440	2880
6	144	1728	3456
7	168	2016	4032
8	192	2304	4608
9	216	2592	5184
10	240	2880	5760
20	480	5760	11520
30	720	8640	17280
40	960	11520	23040
50	1200	14400	28800
60	1440	17280	34560
70	1680	20160	40320
80	1920	23040	46080
90	2160	25920	50840
100	2400	28800	57600
200	4800	57600	115200
300	7200	86400	172800
400	9600	115200	230400
500	12000	144000	288000
600	14400	172800	345600
700	16800	201600	403200
800	19200	230400	460800

Thaler

Thaler	Groschen	Pfennige	Heller
900	21600	259200	518400
1000	24000	288000	576000
2000	48000	576000	1152000
3000	72000	864000	1728000
4000	96000	1152000	2304000
5000	120000	1440000	2880000
6000	144000	1728000	3456000
7000	168000	2016000	4032000
8000	192000	2304000	4608000
9000	216000	2592000	5184000
10000	240000	2880000	5760000
20000	480000	5760000	11520000
30000	720000	8640000	17280000
40000	960000	11520000	23040000
50000	1200000	14400000	28800000
60000	1440000	17280000	34560000
70000	1680000	20160000	40320000
80000	1920000	23040000	46080000
90000	2160000	25920000	51840000
100000	2400000	28800000	57600000
1000000	24000000	288000000	576000000

Pfund	Loth	Qu.	Pfund	Loth	Qu.
	1	4		10	40
Unzen	2	8		11	44
	3	12		12	48
	4	16		13	52
	5	20		14	56
	6	24		15	60
	7	28		16	64
	8	32		17	68
	9	36		18	72

Pfund	Loth	Qu.	Pfund	Loth	Quentgen
	19	76	90	2880	11520
	20	80	100	3200	12800
	21	84	Centn.		
	22	88	110	3520	14080
	23	92	2	7040	28160
	24	96	3	10560	42240
	25	100	4	14080	56320
	26	104	5	17600	70400
	27	108	6	21120	84480
	28	112	7	24640	98560
	29	116	8	28160	112640
	30	120	9	31680	126720
	31	124	10	35200	140800
1) Pf.	32	128	20	70400	281600
2	64	256	30	105600	422400
3	96	384	40	140800	563200
4	128	512	50	176000	704000
5	160	640	60	211200	844800
6	192	768	70	246400	985600
7	224	896	80	281600	1126400
8	256	1024	90	316800	1267200
9	288	1152	100	352000	1408000
10	320	1280	200	704000	2816000
20	640	2560	300	1056000	4224000
Et. 22	704	2816	400	1408000	5632000
30	960	3840	500	1760000	7040000
40	1280	5120	600	2112000	8448000
50	1600	6400	700	2464000	9856000
60	1920	7680	800	2816000	11264000
70	2240	8960	900	3168000	12672000
80	2560	10240	1000	3520000	14080000

Ver-

Vergleichung verschiedener Gewichte.

Wenn man im Hamburg

100	Pf. hat, so trägt dieses	100 Pf. in Amsterdam aus.
96	= = = = = =	116 = in Antdorf in Braband.
106	= = = = = =	112 = oder 1 Centner in London.
=	= = = = = =	110 = = = = in Leipzig. Berlin und Jena.
107	= = = = = =	100 = = = in Nürnberg. und Bayreuth.
115	= = = = = =	100 = = = in Wien und Regenspurg.
100	= = = = = =	120 = = = in Stettin.
=	= = = = = =	140 in Lübeck.
=	= = = = = =	106 in Sevilien in Spanien.
=	= = = = = =	112 oder 1 Centner in Danzig.
=	= = = = = =	116 = = = in Riga.
=	= = = = = =	105 in Lisabon.
=	= = = = = =	104 in Livorno.
=	= = = = = =	100 in Stockholm.
247	= = = = = =	400 al sottile oder leicht Gewicht in Venedig.

150 al sottile ist daselbst 100 a grosso oder schwer Gewicht.

Wenn nun einer wissen will, wie viel 536 Jenaische Pfund Danziger ausmachen, so muß er schliessen:

Pf. Hamb. Danz. Hamb. Danz.
$100 : 112 = 106 : 118\frac{18}{25}$

Nun sind 106 Hamburger Pfund so viel als 110 Jenaische, also kan man weiter schliessen:

Pf. Jen. Danz. Jen. Danz.
$110 : 118\frac{18}{25} = 536 : 578\frac{674}{1375}$

Auf solche Art hättet ihr gefunden, wie viel 536 Jenaische Pfund zu Danzig an Gewichte austragen, nemlich $578\frac{674}{1375}$ Pfund.

Probe:
Wie man auf eine Catechetische Art den Kindern das Rechnen beybringen kan.

Fr. 1. Was wollen wir thun? Antw. Rechnen.
2) Was heisset Rechnen? Antw. Aus gegebenen, Zahlen ꝛc. (§. 1.).
3) Wenn man Rechnen will lernen, was muß man erst wissen? Antw. Was eine Zahl ꝛc. (§. 2.).
4) Wie viel Stücke hat man bey den Zahlen zu mercken? Antw. 4. 1) ihre Figur, 2) ihren Nahmen, 3) ihren Werth, 4) ihre Veränderung } (§. 12.)
5) Woraus erkennet man den Werth einer einzeln Zahl? Antw. Aus der Figur (§. 15.).
6) Woraus erkennet man den Werth von mehrern Zahlen? Aus der Figur und Stelle zugleich (§. 16.).
7) Woraus erkennet man Zahlen aus ihrer Stelle? Antw.
die Einer stehen in der ersten Stelle,
die Zehner in der andern (§. 18.)
die Hundert in der dritten (§. 20.)
die Tausend in der 4ten (§. 21.)
die Millionen in der 7ten (§. 23.).
8) Was ist also eine Million? Antw. Tausendmal Tausend (§. 23.).
9) Wie wird sie bezeichnet, daß man sie gleich erkennet? Antw. Oben mit einem Strich.
10) Sind diese Regeln genug mehrern Zahlen ihren Werth beylegen zu können? Antw. Ja.
11) Wenn man aber mehreren Zahlen ihren Werth fertig erkennen will, sind nicht noch einige Regeln zu mercken? Antw. Ja.

800|764|209 1) muß man die auszusprechende Zahl ꝛc. 2) Wo Tausende stehen, ꝛc. } (§. 29.)

12) Warum spricht man (8) als Acht aus? Antw. Weil sie aus 8 Strichen bestehet (§. 13.).

Fr. 13)

Fr. 13) Warum sagt man, es wären 8 Hundert? Antwort: Weil sie in der dritten Stelle stehet (§. 20.).

14) Warum soll sie acht hundert Millionen gelten? Antw. Weil das Zeichen der Millionen vorher gehet (§. 23).

15) Warum bedeutet 6 hier sechzig? Antw. Weil es in der andern Stelle stehet (§. 18).

16) Warum aber eben Sechzig Tausend? Antw. Weil ein Punct als das Zeichen der Tausende vorhergehet.

17) Gelten aber die Nullen nichts, weil man sie nicht ausspricht? Antw. die Null bedeutet an sich nichts, sondern ꝛc. (§. 25.).

18) Wenn man aber die Zahlen also ausspricht, was thut man da wohl? Antw. Man legt ihnen ihren Werth bey.

19) Wie heisset denn dieses Aussprechen sonsten? Antw. Numeriren.

20) Was wird also Numeriren heissen? Antw. Einer jeden Cypher ꝛc. (§. 28.).

21) Warum nimmt man das Numeriren zu allererst durch? Antw. Weil man die gefundene Zahl bey den 4 Rechnungs-Arten nicht beurtheilen kan, ob sie das von den gegebenen anzeigt, was sie anzeigen sollen (§. 32.).

22) Welches war das 4te Stück bey den Zahlen? Antw. Ihre Veränderung.

23) Auf wie vielerley Art kan eine Zahl verändert werden? Antw. Auf zweyerley: Man kan sie entweder gröſſer oder kleiner machen (§. 34.).

24) Wie kan man die Zahlen wohl gröſſer machen? Antw. Wieder auf zweyerley Art:

a) wenn man ungleichgültige ꝛc. (§. 35.)

b wenn man gleichgültige dazu zehlet.

25) Was sind gleich- und was sind ungleichgültige Zahlen? Antw. Welche (§. 27.).

26) Wenn man aber die ungleichgültigen Zahlen zusammen zehlet, was thut man da? Antw. Rechnen.

27) Warum heisset das gerechnet? Antw. Weil man aus gegebenen Zahlen ꝛc. (§. 1.).

Fr. 28) Wie viel stecken wohl Einer z. E. in den gegebenen Zahlen $\frac{4}{2}$? Antw. 9.

29) Wie viel stecken Einer in der gefundenen? Antw. Auch 9.

30) Ist also die gefundene Zahl so groß, wie die gegebene? Antw. Ja

31) Man nennet dieses sonst Addiren, was wird also Addiren heissen? Antw. Aus gegebenen Zahlen ꝛc. (§. 36.).

32) Wie heissen bey dem Addiren die gegebenen Zahlen? Antw. die Summirenden (§. 37.).

33) Wie die gefundene? Antw. Die Summe.

34) Wenn einer addiren will, wie muß ers anfangen? Antw. Setzet die gegebenen Zahlen ꝛc. (§. 38.).

35) Warum darf man die Einer nicht unter die Zehner setzen? Antw. Weil es keine Dinge von einer Art.

36) Was sind wohl Dinge von einer Art? Antw. Welche einerley Nahmen haben (§. 3.).

37) Warum machet man den Strich? Antw. Die gefundene Zahl ꝛc. (§. 39 b.).

38) Warum zehlet man die Zahl zur lincken Hand zur folgenden Reihe? Antw. Weil sie eben der Art ist, als jene.

39) Soll denn z. E. $\frac{5}{2}$ eben solche Dinge seyn als das Eins?

$\begin{matrix} 58 \\ 29 \\ 87 \end{matrix}$ Antw. Ja. Denn 5 und 2 stehet in der andern Stelle, und sind also Zehner, das Eins auch.

40) Wie erfährt man aber, ob man recht addirt habe? Antw. Wenn man die Probe macht (§. 40.).

41) Was heisset die Probe machen? Antw. Untersuchen, ob man nach den Regeln richtig verfahren (§ 41.).

42) Wie machet man die Probe bey dem Addiren? Antw. mit 9 ꝛc. (§. 42, 43, 44.).

43) Wie kan man noch weiter eine Zahl grösser machen? Antw. Wenn man gleichgültige Cyphern dazu setzet (§. 50.).

44) Wird das nicht auch eine Rechnungs-Art seyn? Antw. Ja.

45) Warum? Antw. Weil man aus gegebenen Zahlen ꝛc. (§. 1.).

46) Was

Fr. 46) Was hat diese Art vor einen Nahmen? Antwort: Sie heisset Multipliciren.

47) Was heisset also Multipliciren? Antw. Aus gegebenen ꝛc (§. 51.).

48) Wie heissen die gegebene Zahlen beym Multipliciren? Antw. Factoren.

49) Wie heisset die gefundene? Antw. Das Product (§. 54.).

50) Da man aber hier gleichgültige Zahlen dazu zehlet, ist das nicht das Addiren? Antwort. Ja, es ist aber nur vortheilhaftig (§. 56.).

51) Wodurch wird es denn vortheilhaftig? Antwort: Durch das Einmal Eins.

52) Was verstehet man dadurch? Antw. Eine Tabelle, darauf ꝛc. (§. 56).

53) Wie verfertiget man ein Einmal Eins? Antwort: Nach den Regeln (§. 57.).

54) Wie gebrauchet man es wohl? Antw. Aus (§. 59.).

55) Wie multipliciret man 2 Zahlen vermittelst dieses Einmal Eins? Antw. Aus (§. 61.)

56) Wenn aber die Factoren aus vielen Zahlen bestehen, wie macht man es da? Antwort: Aus (§. 62.).

57) Warum rücket man im untern Factor bey der andern Zahl um eine, bey der dritten um 2 Zahlen u. s. f. ein? Antw. Weil es Zehner, Hunderte ꝛc. sind, womit ich multiplicire.

58) Wie machet man es, wenn bey den Factoren Nullen sind? Antw. Aus (§. 64—72.)

59) Warum addiret man zu letzte? Antw. Weil man im Multipliciren nur eine, nicht aber viele Zahlen finden soll (§. 51.).

60) Giebt es nicht auch im Multipliciren Proben? Antw. Ja, zwey. Eine in §. 72. die andere §. 74.

61. Wie kan man die Zahlen weiter verändern? Antw. Wenn man sie kleiner machet.

62) Auf wie vielerley Art kan das geschehen? Antwort: Auf zweyerley Art:

1) wenn man eine Zahl ꝛc. (§. 79.)

2) wenn ꝛc. (§. 79.).

63) Da

Fr. 63) Da man hier wieder eine neue Zahl findet, was hat man alsdenn? Antw. Eine neue Rechnungs-Art.

64) Wie heisset sie wohl? Antw. Aus (§. 81.).

65) Was heisset Subtrahiren? Antw. Aus (§. 81.).

66) Wie heissen die gegebenen Zahlen? Antw. Subtrahendus.

67) Wie die gefundene? Antw. die Differenz oder der Rest.

68) Wie subtrahiret man 2 Zahlen? (§. 83.).

69) Wenn man aber eine grosse Zahl von einer kleinern abziehen soll, was ist da zu thun? Antw. Man muß borgen.

70) Was heisset borgen? Antwort: Eine von der ꝛc. (§ 86.).

71) Warum borget man von der folgenden? Antwort: Weil die vorhergehende Zahl nicht so viel hat, als man brauchet.

72) Warum borget man nur Eins? Antw. Weil Eins von der folgenden ꝛc (§. 86.).

73) Wie weis man aber, wo man geborgt? Antwort: Man muß ein Punct zu der Zahl machen, wo man geborgt.

74) Wie viel bedeutet also die Zahl, wo ein Punct stehet? Antw. Eins weniger, als sonsten.

75) Wenn bey einer Null ein Punct stehet, was bedeutet diese? Antw. Aus (§. 88.).

76) Kan man auch davon die Probe machen? Antwort: Ja, nach (§. 89.).

77) Welches ist die andere Art Zahlen kleiner zu machen? Antw. Aus (§. 91.).

78) Was heisset Dividiren? Antw. Aus gegebenen Zahlen ꝛc. (§. 92.).

79) Wie heisset die Zahl, welche man dividiren soll? Antw Der Dividendus.

80) Wie diejenige, mit welcher man dividiren soll Antw. Der Divisor.

81) Wie heisset die Zahl, welche anzeiget, wie oft der Divisor im Dividendus steckt? Antw. Der Quotient.

82) Wenn

Fr. 82) Wenn man den Divisor mit dem Quotienten multipliciret, was bekommt man da vor eine Zahl? Antw. Das Product.

83) Wenn das Product vom Dividendus abgezogen wird, wie heisset die Zahl, welche übrig bleibet? Antw. Der Rest (§. 93.).

84) Wie vielerley Arten zu dividiren hat man? Antw. Dreyerley (§. 97.).

85) Auf wie viel Stücke hat man bey dem Dividiren zu sehen? Antw. Auf drey (§. 96.).

86) Wie kan man erfahren, ob man nicht zu viel noch zu wenig genommen? Antw. Aus (§. 101).

87) Wie macht man die Probe im Dividiren? Antw. Aus (§. 111.).

88) Hat man sonst keine Rechnungs-Art mehr? Antw. Nein.

89) Aber bey der Regel Detri findet man aus gegebenen Zahlen auch eine andere, also ist das ja auch eine Rechnungs-Art? Antw. Es ist eine, aber keine neue.

90) Warum keine neue? Antw. Weil man darinnen nur die 4 ersten Rechnungs-Arten zusammen wieder anwendet, und dadurch eine Zahl findet.

91) Was heisset aber die Regel Detri machen? Antwort: Zu 3 gegebenen Proportional-Zahlen ꝛc. (§. 158.).

92) Was nennet man Proportional-Zahlen? Antw. Die Glieder aus einer Verhältniß (§. 115.).

93) Wenn entstehet eine Proportion? Antw. Wenn 2 gleiche Verhältniß beysammen stehen (§. 118.).

94) Was ist aber eine Verhältniß? Antw. Eine Vergleichung der Zahlen (§. 114.).

95) Wie vielerley Verhältniß hat man? Antw. Zweyerley, Geometrische und Arithmetische

96 Was ist eine Geometrische? Antw. Da die Zahlen durch das Dividiren mit einander verglichen werden.

97) Was ist eine Arithmetische? Antw. Da die Zahlen ꝛc. (§. 114.).

98) Wie vielerley Proportionen wird man also haben? Antw. Arithmetische und Geometrische.

99) Wie

Fr. 99) Wie heissen die Zahlen in den Proportionen? Antw. Glieder oder Proportional-Zahlen.

100) Wenn man bey der Regel Detri zu drey Proportional-Zahlen die 4te finden soll, wie geschiehet das? Antwort: Die beyden letztern ꝛc. (§. 160.).

101) Wie müssen die Glieder oder Proportional-Zahlen beschaffen seyn? Antw. das erste und dritte, andere und 4te müssen Dinge von einer Art seyn (§. 162.).

102) Wenn man also nicht wüste, was man den Zahlen vor einen Nahmen geben sollte, wie könte man es erfahren? Antw. Man darf nur nach der andern sehen ꝛc. (§. 162.)

103) Wenn also das andere Glied Pf. wären, was würde das 4te seyn? Antw. Pf.

104) Es kommen aber oft mehr als 3 Glieder bey der Regel Detri vor, was ist da zu thun? Antw. Man muß die mehr als 3 Glieder zu ꝛc. (§. 182.).

105) Wie geschiehet das? Antw. Wenn man die gröste Sorte in die kleineste verwandelt, welche sie bey sich hat.

106) Wie verwandelt man aber die gröste Sorte in die kleinste? Antw.

Wenn man die Centner zu Pfund nach (§. 76.)
Pfund zu Loth
Loth zu Quentgen
Rthl. zu Groschen
Groschen zu Pfennige
Pfennige zu Heller machet.

107) Da ihr nun im Exempel (§. 182.) auf solche Art die mehr als 3 Glieder in 3 verwandelt, so könnet ihr wohl jetzt die Regel Detri machen? Antw. Nein, noch nicht.

108) Warum aber nicht? Antw. Weil das erste und letzte Glied keine Dinge von einer Art sind.

109) Sind denn Quentgen und Centner keine Dinge von einer Art? Antw. Nein.

110) Warum nicht? Antw. Weil sie nicht einerley Nahmen haben (§. 3.).

111) Was

Fr. 111) Was muß man also machen? Antw. Die Centner in Quentgen verwandeln, damit es Dinge von einer Art werden.

112) Da ihr jetzt 3 Glieder habt, wie könnet ihr das 4te finden? Antw. Die beyden letzten mit einander ꝛc. (§ 160.).

113) Was ist wohl der herausgekommene Quotient? Antw. Heller.

114) Warum sind es keine Rthl. da das mittlere Glied Rthl. sind? Antw. Man hat die Rthl. zu Heller gemacht, und also bestehet das mittlere nun aus Heller.

115) Aber das mittlere Glied ist ja auch zu 6tel Hellern gemacht worden, also solte die 4te Zahl auch 6tels Heller seyn? Antw. Nein, man hat mit dem Renner 6 das erste Glied schon multipliciret (§. 112. N. 3.).

116) Was muß man aber mit den Hellern nun machen? Antw. Man muß sie mit 2 zu Pfennigen
12 zu Groschen
24 zu Rthl. machen (§. 113.).

117) Warum das? Antw. Weil die Zahlen alsdenn eher zu verstehen, ob es viel oder wenig austrägt.

118) Aber was ist dieses vor eine Zahl, welche noch bey den Quentgen und Hellern stehet? Antw. Es sind Brüche.

119) Wenn bekommt man Brüche? Antw. Wenn man ein Ganzes in gleiche Theile ꝛc. (§. 128.).

120) Aus wie viel Zahlen entstehet ein Bruch? Antw. Aus 2. Renner und Zehler.

121) Was ist der Renner vor eine Zahl? Antw. Welche anzeiget, in was vor Theile das Ganze getheilet worden (§. 129.).

122) Was ist der Zehler vor eine? Antw. Welche zehlet, wie viel man solcher Theile hat.

123) Wie schreibt man einen Bruch? Antw. (§. 129. N 3.).

124) Wie spricht man ihn aus? Antw. Aus (§. 129. N. 4.).

125) Was sind gleiche Brüche? Antw. Aus (§. 130. N. 1.).

126) Was sind grosse Brüche? Antw. Da der Zehler wenig ꝛc. (Num. 2.)

Fr. 127.

Fr. 127) Was sind ächte Brüche? Antw. Wenn der Zehler kleiner als der Nenner.

128) Was sind unächte? Antw. Wenn der Zehler grösser als der Nenner.

129) Wenn macht ein Bruch gerade ein Ganzes aus? Antw. Wenn der Zehler so groß als der Nenner.

130) Was heisset einen Bruch aufheben? Antw. Einen Bruch, der mit vielen ꝛc. (§. 130.).

131) Warum hebt man einen Bruch auf? Antw. Damit man ihn eher verstehen könne.

132) Wie hebt man ihn auf? Antw. Aus (§. 139.).

133) Wenn sich aber ein Bruch nicht aufheben lässet, was ist da anzufangen? Antw. Man muß ihn ins genannte Geld verwandeln.

134) Wie geschiehet das? Antw. Wenn man ꝛc. (§. 141.).

135) Kan man nicht mit Brüchen auch addiren, multipliciren ꝛc. Antw. Ja.

136) Wenn aber die Brüche verschiedene Nenner haben, kan man sie da addiren? Antw. Nein. Es sind alsdenn keine Dinge von einer Art.

137) Was ist also anzufangen? Antw. Man muß sie zu Dingen von einer Art machen.

138) Wie geschiehet das? Antw. Wenn man sie unter einerley Benennung bringt.

139) Wie bringt man sie unter einerley Benennung? Antw. Nehmet den Nenner ꝛc. (§. 144.).

140) Wenn sie unter einerley Benennung gebracht worden, addiret man da die Zehler oder Nenner? Antw. Die Zehler.

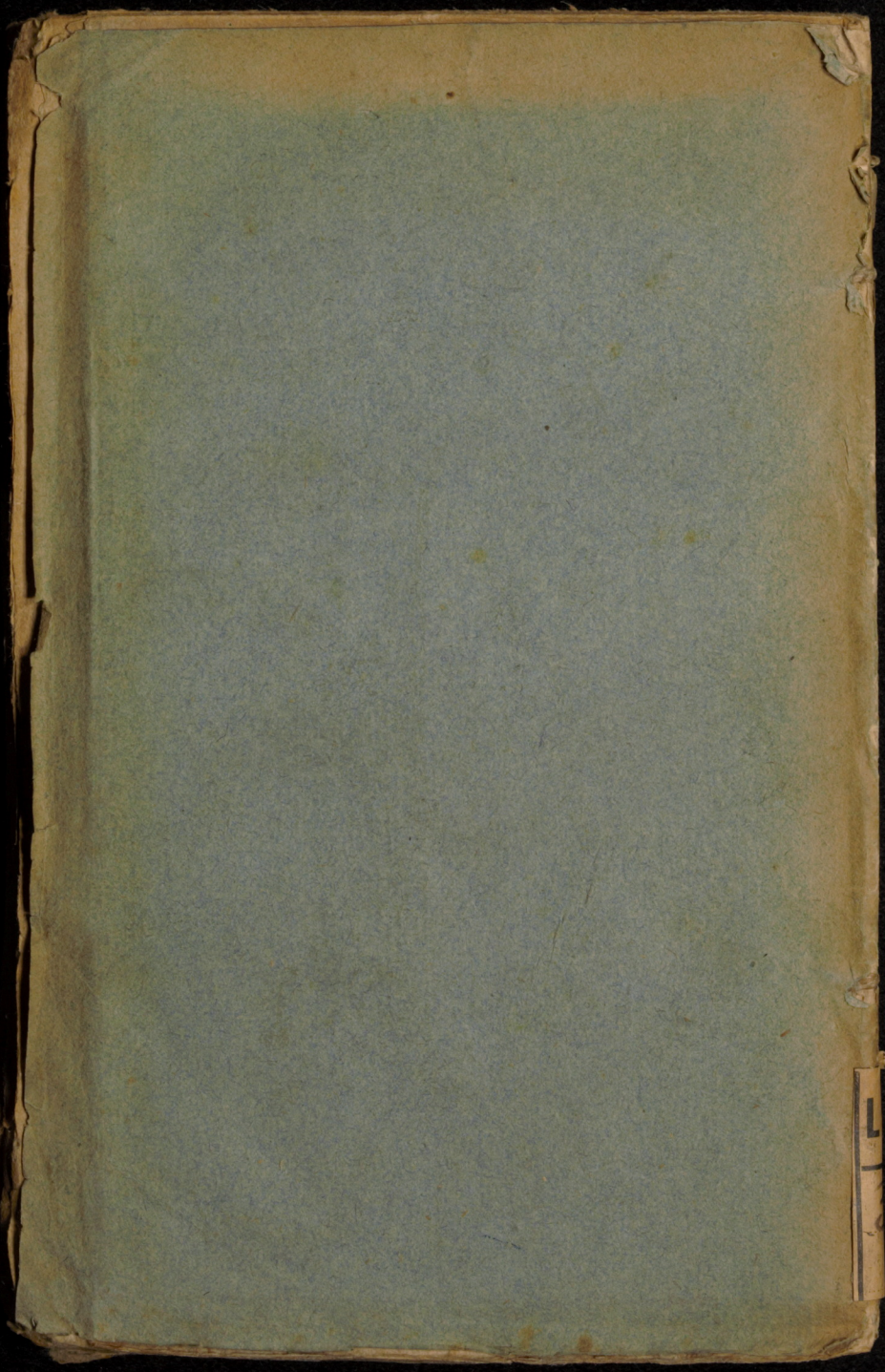
141) Warum nicht die Nenner? Antw. Weil das blosse Nahmen sind (§. 146. c.).

142) Wie multipliciret man die Brüche? Antw. Aus (§. 147.).

143) Wie subtrahiret man sie? Antw. Aus (§. 148.).

144) Wie dividiret man sie? Antw. Aus (§. 151.).

Es mag dieses genug seyn, gezeiget zu haben, wie man das ganze Büchlein auf eine catechetische Art durchnehmen könne.



Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1680639595/phys_0276
DFG

Divisor mit dem Quotienten mul-
bekommt man da vor eine Zahl?
duct.
duct vom Dividendus abgezogen
t die Zahl, welche übrig bleibet?
r (§. 93.).
ten zu dividiren hat man? Antw.
.).
ücke hat man bey dem Dividiren
Auf drey (§. 96.).
fahren, ob man nicht zu viel noch
en? Antw. Aus (§. 101).
die Probe im Dividiren? Antw.

eine Rechnungs-Art mehr? Antw.

egel Detri findet man aus gegebe-
eine andere, also ist das ja auch
Art? Antw. Es ist eine, aber kei-

e? Antw. Weil man darinnen nur
ungs-Arten zusammen wieder au-
urch eine Zahl findet.
die Regel Detri machen? Ant-
benen Proportional-Zahlen ꝛc. (§.

Proportional-Zahlen? Antw. Die
r Verhältniß (§. 115.).
eine Proportion? Antw. Wenn 2
ß beysammen stehen (§. 118.).
e Verhältniß? Antw. Eine Ver-
len (§. 114.).
rhältniß hat man? Antw. Zweyer-
und Arithmetische
ometrische? Antw. Da die Zahlen
n mit einander verglichen werden.
ometische? Antw. Da die Zahlen ꝛc.

roportionen wird man also haben?
ische und Geometrische.

99) Wie