Jürgen Blatt

Sammlung einiger größtentheils algebraischen Aufgaben : durch besondere Rechnungs-Arten kürzer aufgelöset

Schleswig: bey Johann Gottlob Röhß, 1800

http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1734647329

Sammlung

einiger größtentheils

algebraischen Aufgaben

durch

besondere Rechnungs-Arten

kürzer aufgelöset.

J. Blatt.

Schleswig,

bey Johann Gottlob Röhß

1800.

Vorrede.

Die voriges Jahr in Deutschland herausgekommenen „Funfzig Aufgaben aus der Algebra oder Analysis, aufgelößt durch die gemeine Rechenkunst als Beweis, daß durch zweckmäßige Anwendung derselben geleistet werden kann, was man durch die Algebra zu leisten vermag"; nachdem solche in den Zeitungen angekündiget waren, veranlaßten mich, diese Sammlung mir kommen zu lassen, weil ich selbst seit verschiedenen Jahren ein Vergnügen darin gesetzt, algebraische Aufgaben auf eine ungleich kürzere Art aufzulösen und glaubte, in diesem Werkchen näheren Unterricht dar-

über zu erhalten. Der Erfolg hat aber meiner Erwartung nicht entsprochen. Seitdem haben verschiedene meiner hiesigen Freunde, die in oberwähnten Aufgaben auch das nicht gefunden, was sie gesucht, und dagegen meine Methode bey vorgelegten Aufgaben zuweilen erfahren, mich aufgefordert, meine Verfahrungs-Art bekannt zu machen. Hierzu habe ich mich um so mehr entschlossen, da einige Herren Algebraisten, denen ich das Facit auf ihre, voriges Jahr im Alt. Merk. eingerückten Aufgaben zuschickte, sie deshalb nicht wollten gelten lassen, weil ich solche ohne Algebra aufgelöset zu haben, mich geäussert und dagegen eingewendet, daß dieses blos durch Probiren oder Errathen herausgebracht wäre. Denen wird wenigstens der Erfolg meiner Auflösungen zeigen, daß solche auf Grundsätzen beruhen und nichts weniger als errathen, auch in analogischen Fällen anwendbar sind. Es ist im mindesten meine Absicht nicht, durch meine Methode die edle algebraische Wissenschaft herunter zu setzen, weil ich mich sehr wohl bescheide, nicht alle algebraische

braische Aufgaben auf solche Art auflösen zu können, sondern ich habe nur in einigen Fällen einen kürzeren Weg zeigen wollen. Ueberdem werden die Herrn Algebraisten auch finden, daß ihre Cassische Auflösungen vielleicht bey einigen meiner Aufgaben nicht zureichen werden, die ich absichtlich mit ihren Auflösungen aus alten mathematischen Büchern hier aufgenommen habe. Im Grunde verehre ich die algebraische Kunst, und es ärgert mich nicht wenig, daß ich sie itzt nicht mehr verstehe, da ich vor meinem eilften Jahre, als mein Vater, der Schreib- und Rechenmeister gewesen, mir entrissen wurde, schon ziemliche Fertigkeit darin erlangt hatte. Nach seinem Ableben kam ich in andere Verhältnisse, wodurch ich in vielen Jahren so ganz davon abkam, daß ich itzt nicht vermögend bin, eine einzige Gleichung zusammen zu bringen. In meinen männlichen Jahren ward die Mathematik bey etwanigen Freystunden mein Lieblings-Geschäft und ich bin endlich durch unermüdeten Fleiß und eigenes Nachdenken, ohne einigen Unterricht, auf

diese

diese Spur gekommen, daß ich manche algebraische Aufgaben durch andere Rechnungs-Arten aufzulösen im Stande bin und wovon meine hiesigen Freunde die einzige Ursache in dem Unterrichte zu finden glauben, die ich in meinen Kinder-Jahren in der Algebra genossen. Es würde mir äusserst angenehm seyn, wenn diese wenigen Aufgaben mit ihren Auflösungen den Beyfall der Kunstverständigen erhalten und vielleicht dazu die Veranlassung werden möchten, diese Methode weiter zu entwickeln.

Loitmark, im Merz 1800.

J. Blatt.

Auf-

Aufgaben.

1. Das Product zweyer Zahlen ist 20, die Summe ihrer Quadraten 41. Welche sind sie?
2. Es sind 2 Zahlen, wenn man die kleinste quadrirt und mit der größten multiplicirt, kömmt 12. Quadrirt man die größte und multiplicirt mit der kleinsten, kömmt 18. Welche sind sie?
3. Die Summe 2er Zahlen ist 20, die Summe ihrer Quadraten ist 208. Welche sind sie?
4. Die Differenz 2er Zahlen ist 4, die Summe ihrer Quadraten 40. Welche sind sie?
5. Die Summe 2er Zahlen ist 9, die Differenz ihrer Quadraten ist auch 9. Welche sind sie?
6. Die Differenz 2er Zahlen ist 6, die Differenz ihrer Quadraten 108. Welche sind sie?

7. Aus

7. Aus dem Quotient 2er Zahlen und aus der Summe oder Differenz ihrer Quadraten, diese beyde Zahlen zu finden, z. B. Quotient 3, Summe □ 360 und Differenz □ 288. Welche sind sie?

8. Die Summe 2er Zahlen ist 9, und das Product ihrer Quadraten 400. Welche sind sie?

9. Eine geometrische Progression von 3 Stätten, deren Summe 52, und die Summe ihrer Quadrate 1456 beträgt. Wie heißt die Progression?

10. Wenn die Summe 2er Zahlen mit der Differenz ihrer □ multiplicirt wird, so kommt 2023. Wenn aber die Differenz der Zahlen mit der Summe ihrer Quadraten multiplicirt wird, kommt 1183. Welche sind sie?

11. Findet eine Zahl, wenn man 25 dazu addirt, oder 31 davon subtrahirt, daß jedesmal eine Quadrat-Zahl kommt, deren Wurzel-Unterschied 6 beträgt. Welche sind sie?

12. Einer wurde gefragt, wie hoch der Thurm sey? Er gab zur Antwort: wenn man von der Höhe des Thurms 106 abzieht oder 1009 Fus

dazu

dazu addirt, so kommt jedesmal eine Cubic-Zahl, deren Wurzel-Unterschied 5 beträgt. Wie hoch ist der Thurm?

13. Ein Mathematicus fragte mich vor einigen Jahren, wie alt ich wäre? Antw., wenn zu der Jahres-Zahl, worin ich gebohren bin, 1640 addirt und 1671 subtrahirt wird, so kömmt jedesmal eine Cubic-Zahl, deren Wurzel-Unterschied 11 beträgt, und wenn man diese Wurzel mit einander multiplicirt, so zeigt das Product das Jahrs-Alter an, worin ich lebe, auch erhellet aus der Auflösung, in welchem Jahre ich dies Problem aufgegeben.

14. Fünf Personen lassen sich tractiren, es hat aber keine so viel Geld, daß sie alleine bezahlen kann. Um dieses zu bewerkstelligen, sagt A zu den 4 übrigen: gebt mir $\frac{1}{5}$ von eurem Gelde, so will ich allein bezahlen. B spricht: hätte ich nur $\frac{1}{7}$ von eurem Gelde, so könnte ichs thun. C verlangt nur $\frac{1}{9}$ von den übrigen, so wollte er die Bezahlung übernehmen. D fordert nur $\frac{1}{11}$ um es entrichten zu können. E erklärt, wenn er nur $\frac{1}{13}$ von dem Gelde, was ein jeder der 4 übrigen

übrigen hätte, so könne er den Wirth befriedigen. Nun ist die Frage: wie viel hat ein jeder gehabt und was ist überhaupt verzehrt?

15. Wenn man von 3 Zahlen zu der kleinsten die halbe Summe der beyden übrigen addirt, kommt 17. Addirt man zu der mittelsten $\frac{1}{3}$ der beyden andern, kommt auch 17, addirt man endlich zur größesten $\frac{3}{4}$ der beyden vorigen, kommt gleichfalls 17. Welche sind sie? 5. 11. 13.

16. Suchet 4 Zahlen, wenn zu der ersten die Hälfte der 3 andern addirt wird, kommt $61\frac{2}{3}$. Zu der 2ten, $\frac{1}{3}$ der 3 übrigen, kommt dasselbe. Zu der 3ten, $\frac{1}{4}$ der drey andern, kommt ein gleiches. Und endlich zur 4ten $\frac{1}{5}$ der drey vorigen, kommt ebenwohl $61\frac{2}{3}$. Welche sind die 4 Zahlen?

17. Ein Reicher setzte in seinem Testament ein Capital aus, worin die Kirche, das Armen-Haus und das Gymnasium, welches aus dem Rector, Conrector und übrigen 9 Collegen bestand, ihren Antheil haben sollten. Die Kirche bekam den 5ten Theil vom ganzen Capital; von dem übrigen empfing das Armenhaus den 3ten Theil;

der

der Rector sollte von dem überbliebenen den 5ten und der Conrector vom übrigen den $\frac{1}{8}$ Theil haben; die dann überschiessenden 5936 ℔ sollten unter die andern 9 Schul-Collegen so vertheilt werden, daß von dem ersten bis zum letzten der nachfolgende allemal 30 ℔ weniger bekäme. Frage: wie groß das ganze Capital gewesen und wie viel ein jeder erhalten habe?

18. Es soll einer eine gewisse Anzahl Arbeiter jeden mit 3 Rthlr. bezahlen und dann fehlen ihm 8 Rthlr. Wenn er aber jedem 2 Rthlr. gibt, so hat er 3 Rthlr. übrig. Frage: wie viel Geld und wie viele Arbeiter er gehabt?

19. Es sollen 100 dermassen in 4 Theile getheilet werden, daß wenn der 1ste Theil mit 9, der 2te mit 7, der 3te mit 5, und der 4te Theil mit 3 multiplicirt und diese Summen addirt werden, solche 702 ausmachen. Frage: mit welchen Zahlen diese Theilung geschehen müsse?

20. Eine Frau bringt Garn zum Weber, verlangt davon 100 Ellen. Der Weber sagt: so fehlen 5 ℔. Die Frau will dann nur 80 Ellen haben, so erwiedert der Weber, sind 3 ℔ übrig. Frage:

ge: wie viel ℔ Garn hat die Frau gehabt, und wie viel Ellen sollte das ℔ geben?

21. Man dinget einen Arbeiter auf 30 Tage, wenn er arbeitet, bekömmt er 7 ß täglich, wenn er aber feyert, so muß er 5 ß für die Kost zurückzahlen. Nach verflossenen 30 Tagen findt es sich, daß er nichts zu fordern habe. Frage: wie viel Tage hat er gearbeitet und gefeyert?

22. Ein Sohn wird gefragt: wie alt er, sein Vater und Grosvater wäre? Er antwortet: Ich und mein Vater sind 54 Jahr alt; der Vater und Grosvater 109 Jahr und der Grosvater und ich zusammen 85 Jahr. Wie alt ist jeder gewesen?

23. Einer hat in einer Lotterie 3 Gewinne erhalten, der 2te ist zweymal so groß, wie der erste; der 3te noch halb so viel mehr als die ersten beyden. Wenn man $\frac{2}{3}$ des ersten und $\frac{3}{4}$ des andern addirt, so kommen gerade so viel Rthlr. als Wochen in einem Jahre sind. Wie viel ist auf jedes Loos besonders gewonnen?

24. Welche sind zwischen 8 und 27 in einer arithmetischen Progression die 2 mittleren Proportional-Zahlen?

25.

25. Welche sind zwischen 3 und 24 in einem geometrischen Progreß die 2 mittleren Proportional-Zahlen?

26. Einer kauft zwey Stück Lacken, die zusammen 112 Ellen halten, bezahlt jedes Stück mit 240 ℔. Hiervon kostet die Elle des einen Stücks $2\frac{2}{3}$ ℔ mehr wie die des andern. Wie viel Ellen sind in jedem Stück gewesen?

27. Es sollen 2387 Rthl. unter 5 Personen dergestalt vertheilet werden, daß die erste 7 Rthl. bekommt, jede folgende ein gewisses vielfaches mehr und die letzte 1792 Rthlr. erhält. Wie viel bekömmt eine jede der drey mittlern?

28. In einem rechtwinkelichten Dreyecke hält der eine Cathet 12 und der andere mit der Hypothenuse 18. Frage: wie viel jeder Cathet und Hypoth. besonders?

29. In einem ähnlichen Dreyeck ist die Hypothenuse 26 Fuß lang und die Summe der beyden Catheten beträgt 34 Fus. Wie viel ein jeder besonders?

30. In einem rechtwinklichten Dreyecke ist der Flächen-Inhalt 2016 und die Hypothenuse hält 130 Fus. Wie lang ist jeder Cathet?

31. Von einem ähnlichen Dreyecke ist die Summe der 3 Seiten 90, und das in einander multiplicirte Product der 3 Seiten beträgt 14760. Wie viel hält jede Seite?

32. Die Summe der 3 Seiten eines rechtwinklichten Dreyecks ist 30, und das Product derselben 780. Wie lang jede Seite?

33. Theile 11 in zwey Rational-Theile also, daß solche Basin und Cathetum eines rechten Dreyecks geben, und daß die daraus entstehende Hypothenuse auch rational sey.

34. In einem rechtwinkelichten Dreyecke verhalten sich die beyden Catheten wie $1 : 2\frac{2}{5}$ und die Hypothenuse beträgt 104. Wie lang ist jede der beyden Catheten?

35. Die Summe der 3 Seiten eines rechtwinklichten Dreyecks ist 56, und der Quadrat-Inhalt desselben ist 84. Wie lang ist jede Seite?

36. Die Summe der beyden Catheten ist 41 und der Quadrat-Inhalt ist 2 . . Wie lang ist die Hypothenuse?

37. Die Summe der beyden Catheten ist 28 und der eine Cathet mit der Hypothenuse hält 32. Wie viel jede der 3 Seiten?

38.

38. Wenn in einem rechtwinkelichten Dreyecke aus dem rechten Winkel ein Perpendikel auf Hypoth. fällt, und dann die Basis mit dem Stück der Hypoth. das durch den Perpendikel abgeschnitten ist, 24 hält; der Cathet aber mit dem Rest der Hypothenuse zu 36 angegeben wird, so frägt sichs: wie lang jede der fünf besondern Linien sey?

39. Wenn im vorgedachten rechtwinkelichten sowol als in allen scharfen und stumpfen Dreyecken ein Zirkel inwendig, der die drey Seiten berührt, gemacht werden soll: wie berechnet man dessen Durchmesser?

40. Wie findet man die Länge des Durchmessers, wenn ein Zirkel um die Dreyecke so geführt wird, daß die Peripherie desselben die äussern Spitzen der Winkel berührt?

41. Wenn der Diameter eines Zirkels angegeben ist, so frägt man: wie lang eine Seite eines jeden eingeschriebenen regulirten Vielecks sey werde?

42. An einem Lust-Garten stößt ein gleichseitiges dreyeckigtes Feld, das mit 190 Bäumen dergestalt

gestalt bepflanzt ist, daß jeder Baum nach allen Seiten von seinem nächsten Nachbaren eine Ruthe entfernt ist. Frage: wie viele Bäume stehen in jeder äussern Seite des Dreyecks und wie viel Quadrat-Ruthen enthält das ganze Dreyeck?

43. Wie können rechtwinkliche Triangel aus jeden zweyen, willkührlich vorgegebenen, ganze Zahlen formirt werden, daß die Hypothenuse auch alleinal aus einer ganzen Zahl bestehe? und hierin liegt der Grund zu manchen vorherstehenden Auflösungen.

44. Wie findet man 3 Quadrat Zahlen, die in einem arithmetischen Verhältnisse stehen? und deren gibt es sehr viele.

Zum Beschlusse.

Füge ich eine Anweisung hinzu, die Cubic-Wurzel auf eine bequemere, als die bisherige, Art zu extrahiren.

1ste Auflösung.

Product 20 — Summe der Quadraten 41

$\frac{20}{40}$ 2 $\qquad$ 40

$\sqrt{81}$

Summe der ledigen Zahlen. 9

also: Summe 9 — Product 20

2 $\frac{9}{4\frac{1}{2}}$ $\sqrt{=}$ $\frac{\div 20\frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4}}}$

$\frac{1}{2}$

$4\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$

$\div\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

4 $\quad$ 5

2te Auflösung.

$12\sqrt{=}144$

18

$\sqrt{1}$ 3 $\quad$ 8

2 die kleinste.

$\sqrt{1}$ $\quad$ 18

9

3 grösseste.

3te Auflösung.

Summe 20 — Summe ihrer Quadraten 208

$\overset{2}{\smile}$ 10 — 104

10 √ = ÷ 100

√ — 4

$\overset{\smile}{}$ 2

10 — 10

÷ 2 + 2

8 und 12

4te Auflösung.

Differenz 4. Summe ihrer Quadraten 40

$\overset{2}{\smile}$ 2 — 20

2 √ 4

√ 16

$\overset{\smile}{}$ 4

4 — 4

÷ 2 + 2

2 6

5te Auflösung.

Summe 9 — Differenz der □ 9

$\overset{\smile}{}$ Differ. der led. Zahlen. 1

9 — 9

÷ 1 + 1

8 — 10

$\overset{2}{\smile}$

4 und 5

6te

6te Auflösung.

Differenz der led. Zahlen 6 — Differenz der □ 108

18

18 — 18
÷ 6 + 6

12 — 24

2

6 und 12

7te Auflösung.

Quotient 3 — Summe □ 860 oder Differ. □ 288

+ 9
1

10

√ 36

6 Divis.
18 Divid.

3
÷ 9
1

8

√ 36

6 Divis.
18 Divid.

8te Auflösung.

Summe 9 — Product □ 400

√

20 Prod. der led. Zahlen.

Summe 9 — Product 20

2

$4\frac{1}{2}\sqrt{} = \div 20\frac{1}{4}$

$4\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2}$
$\div \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

4 und 5

$\sqrt{}\ \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$

9te Auflösung.

Progreß, Summe 52 = Summe □ 1456

28
÷ 52
24
2
die 2te Zahl 12
÷ 52
1ste u. 3te Zahl. 40

dividirt man 40
durch — 12
so ist Quotient die Provorz
und der Rest die 1ste Zahl.

oder:

Das Quadrat der 2ten Zahl ist dem Product der 1sten und 3ten Zahl gleich.

40 — 144
2 — 20√ ÷ — 400
256
2√ 16

20 — 20
÷ 16 + 16
4 und 36
also
4 12 36

10te Auflösung.

Duplirt 1183 — — 2023
2366 ÷ 2366
343
3√ 7 ist Differ. der Zahlen.

7 — 1183
169 ist die Summe der Quadraten.

7

7 Differenz — Summe □ 169

$\frac{3}{8\frac{1}{2}}$

$3\frac{1}{2}\sqrt{} = \div 84\frac{1}{2}$
$12\frac{1}{4}$
$72\frac{1}{4}$
$\sqrt{}\ 8\frac{1}{2}$

$8\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2}$
$\div 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$
5 und 12

11te Auflösung.

Die Differenz der □ Wurzel 6 duplirt 12

$+25$
$\div 31$
56

die halbe Differenz $\div 4\frac{2}{3} - 4\frac{2}{3}$
$3 + 3$
$1\frac{2}{3}$ □ $7\frac{2}{3}$
$2\frac{7}{9}$ $58\frac{7}{9}$
$+31$

Die zu suchende Zahl $33\frac{7}{9}$

Probe.

$33\frac{7}{9} - 33\frac{7}{9}$
$\div 31 + 25$
$\sqrt{}\ 2\frac{7}{9}$ $58\frac{7}{9}$
$1\frac{2}{3}$ — $7\frac{2}{3}$ sind die beyden Wurzeln, deren Differenz 6 ist.

12te

12te Auflösung.

	÷ 106	
	+ 1009	
Die Wurzel-Differenz 5	— 1115	
	÷ 223	
halbe Differenz $2\frac{1}{2}$ Quadr.	— $6\frac{1}{4}$	
	$216\frac{3}{4}$	
	$72\frac{1}{4}$ —	$72\frac{1}{4}$
	$8\frac{1}{2}$ —	$8\frac{1}{2}$
hierzu die andere halbe	÷	+
Differ. addirt und subtrahirt	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
sind die gesuchte Cubic-Wurzel	6 cubirt	11
	+ 216	÷ 1331
die Zeichen umgekehrt	106	÷ 1009
ist des Thurms Höhe =	322	322

13te Auflösung.

	+ 1640	64 —	3375
	÷ 1171	+ 1671 ÷	1640
11 Differ.	— 3311 Geburts-Jahr	1735	1735
	301	Probe.	
$\frac{1}{2}$ Diff. $5\frac{1}{2}$ √ ÷	$30\frac{1}{4}$	+ 1735 ÷	1735
	$270\frac{1}{4}$	1640 ÷	1671
	$90\frac{1}{4}$ —	$90\frac{1}{4}$	3375	64
	$9\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$	15	4
	÷ $5\frac{1}{2}$	+ $5\frac{1}{2}$	multiplic. 66 das	
cub. Wurz.	4 cub.	15	Jahres-Alter.	
	64	3375	Siehe am Ende.	

14te Auflösung.

A	verlangt	von	BCDE	$\frac{1}{5}$	diese	von	$\frac{4}{5}$
B	—	—	ACDE	$\frac{1}{7}$	einem		$\frac{6}{7}$
C	—	—	ABDE	$\frac{1}{9}$	ganzen		$\frac{8}{9}$
D	—	—	ABCE	$\frac{1}{11}$	abgezo-		$\frac{10}{11}$
E	—	—	ABCD	$\frac{1}{13}$	gen		$\frac{12}{13}$

									120
a	$\frac{4}{5}$	—	1	Summe	—	1	$1\frac{1}{4}$		30
d	$\frac{6}{7}$	—	1	=	—	1	$1\frac{1}{6}$		20
c	$\frac{8}{9}$	—	1	=	—	1	$1\frac{1}{8}$		15
b	$\frac{10}{11}$	—	1	=	—	1	$1\frac{1}{10}$		12
e	$\frac{12}{13}$	—	1	=	—	1	$1\frac{1}{12}$		10

weil allemal Vier dazu geben, dividirt mit 4 — $5\frac{87}{120}$ — $1\frac{207}{480}$ — ÷ 1

480 mal $1\frac{1}{4}$ = 600 a. — $\frac{207}{480}$ verzehrte Summe.
480 = $1\frac{1}{6}$ = 560 b.
480 = $1\frac{1}{8}$ = 540 c.
480 = $1\frac{1}{10}$ = 528 d.
480 = $1\frac{1}{12}$ = 520 e.

2748
4 — 687

687 —	687 —	687 —	687 —	687
÷ 600	560	540	528	520

a. 80 b. 127 c. 147 d. 159 e. 167 ℔

15te

15te Auflösung.

Die Theile werden von einem ganzen abgezogen, restiren $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$. Hierzu der General-Nenner gesucht, gibt 12.

$\frac{1}{2}$ — 12 — 1	24		29	29	29
$\frac{2}{3}$ — 12 — 1	18	÷	24	18	16
$\frac{3}{4}$ — 12 — 1	16		5	11	13
	58				

3 — die gesuchte Zahlen.

29 ÷ 12 = 17.

16te Auflösung.

$\frac{1}{2}$ — 60 — 1	120		$121\frac{2}{3}$	$121\frac{2}{3}$	$121\frac{2}{3}$	$121\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$ — 60 — 1	90	÷	120	90	80	75
$\frac{3}{4}$ — 60 — 1	80		$1\frac{2}{3}$	$31\frac{2}{3}$	$41\frac{2}{3}$	$46\frac{2}{3}$
$\frac{4}{5}$ — 60 — 1	75		60			
	365		$61\frac{2}{3}$			

3 — die Hälfte dieser 3 und so mit den übrigen.

$121\frac{2}{3}$

÷ 60

$61\frac{2}{3}$

17te Auflösung.

Um erst das ganze Capital ausfindig zu machen, werden die Theile, als: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, von einem ganzen abgezogen, bleiben nach $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, diese in einander multiplicirt, gibt $\frac{224}{000}$, verkleinert $\frac{28}{75}$.

Nun sagt man $\frac{28}{75}$ — — 5936 ℔ — 75

28 — 445200

15900 ℔ ganze Capital.

da-

davon erhält die Kirche $\frac{1}{5}$ = 3180 ℔, vom Rest
das Armenhaus $\frac{1}{5}$ = 4240 , vom Rest
der Rector $\frac{1}{5}$ = 1696 , vom Rest
der Conrector $\frac{1}{6}$ = 848

machen 9964 ℔, diese vom ganzen Capital subtrahirt 15900, bleiben für die 9 Schul-Collegen 5936 ℔ nach.

9 Personen sollen sich in 5936 ℔ Vorschrifsmäßig theilen: also

9 — 5936 ℔
÷ 1 — 9 — $659\frac{5}{9}$ duplirt
8
mit der Differ. multip. 30 — $1319\frac{1}{9}$ ℔
240 — + 240
$1559\frac{1}{9}$ ℔
3

der erste erhält also = $779\frac{5}{9}$ ℔
= 2te weniger 30 ℔ = $740\frac{5}{9}$,
= 3te = 30 , = $719\frac{5}{9}$,
= 4te = 30 , = $689\frac{5}{9}$,
= 5te = 30 , = $659\frac{5}{9}$,
= 6te = 30 , = $629\frac{5}{9}$,
= 7te = 30 , = $599\frac{5}{9}$,
= 8te = 30 , = $569\frac{5}{9}$,
= 9te = 30 , = $539\frac{5}{9}$,

machen zusammen obige 5936 ℔

18te Auflösung.

Bey 3 Rthlr. fehlen 8 Rthlr. also 2 × 8 = 16 Rthr.
÷ 2 Rthlr. übrig 3 Rthlr. 3 × 3 = 9 Rthr.
1 also die Geld-Summe 25 Rthr.

25 + 8 = 33, getheilt mit 3, bringt 11 Arbeiter.
25 ÷ 3 = 22, getheilt mit 2, gleicht 11 Arbeiter.

Noch ein Beyspiel.

Bey 6 Rthlr. fehlen 8 Rthlr. ÷ 4 Rthlr. übrig 16 Rthlr. also 4 mal 8 = 32 Rthr.
6 mal 16 = 96 Rthr.
2 — 128 Rthr.
Geld-Summe 64 Rthr.

64 + 8 = 72, getheilt mit 6, bringt 12 Leute.
64 ÷ 16 = 48, getheilt mit 4, gleicht 12 Leute.

19te Auflösung.

Nach der regula coeci.

100	9	6
3	7	4
300	5	2
	3	

÷ 702
300
402

6) 270 — 45 mal 9 = 405
4) 100 — 25 × 7 = 175
2) 32 — 16 × 5 = 80
402

der Rest von 100 ist 14 × 3 = 42
100 — 702

je nachdem die 402 in andere Theile vertheilt werden, gibt es auch veränderliche Antworten.

20ste

20ste Auflösung.

Es fehlen 5 ℔ zu 100 Ell. $2\frac{1}{2}$ in 100 = 40 ÷ 5 = 35 ℔
+ ÷
u. sind übrig 3 ℔ — 80 Ell. $2\frac{1}{2}$ in 80 = 42 + 3 = 35 ℔

8 ℔ 20

à ℔ $2\frac{1}{2}$ Ell.

21ste Auflösung.

1 Tag — 7 ß — 15 Tage — 105 15 — 15
1 „ — 5 ß — 15 „ — 75 ÷ $2\frac{1}{2}$ + $2\frac{1}{2}$
12 30 $12\frac{1}{2}$ $17\frac{1}{2}$

$2\frac{1}{2}$ gearbeit. müßig.

$17\frac{1}{2} \times 5 = 12\frac{1}{2} \times 7$
$87\frac{1}{2}$ $87\frac{1}{2}$

22ste Auflösung.

Vater und Sohn sind alt — 54 Jahre.
Gros-Vater und Vater sind alt — 109 „ „
Gros-Vater und Sohn sind alt — 85 „ „

248
124

124 124 124
V. u. S. ÷ 54 GV. u. V. 109 GV. u. S. 85

Gros-Vater 70 „ Sohn 15 Vater 39

23ste

23ste Auflösung.

Diese Aufgabe hat mehrere Auflösungen: der
1ste Gewinn sey 2 Rthlr. $\frac{2}{3}$ aus 2 $= 1\frac{1}{3}$
2te — — 4 , $\frac{3}{4}$ aus 4 $= 3$
3te — — 9 , $4\frac{1}{3} = 52$

2 mal 12 = 24 Rthlr. $1 = 12$
4 — 12 = 48 ,
9 — 12 = 108 ,

24ste Auflösung.

Es sollen also Vier Stätte seyn. Mit den 4 Stätten ÷ 1, als mit 3, wird die Differenz zwischen der 1sten und 4ten Zahl — hier 19 — dividirt, gibt $6\frac{1}{3}$ für die Provorz, also der ganze Progreß: 8 — $14\frac{1}{3}$ — $20\frac{2}{3}$ — 27.

25ste Auflösung.

Man multiplicirt die letzte Zahl 24 mit dem Quadrat der ersten 9, gibt 216, daraus die Cubic-Wurzel extrahirt, kommt 6 für die zwote Zahl. Wird das Quadrat von 24 — 576 mit der ersten Zahl 3 multiplicirt, kömmt 1728, hieraus wieder die Cubic Wurzel gezogen = 12 für die 3te Zahl, und also der geometrische Progreß 3, 6, 12, 24.

26ste Auflösung.

112 Ellen kosten ÷ 480 ₮ ½112 ist 56
duplirt = ÷ 224 56 — 56
256 ÷ 16 + 16
$\sqrt[2]{}$ — 16 40 Ell. 72 Ell.

40 Ell. — 240 ₮ 72 Ell. — 240 ₮
1 Ell. — 6 ₮ 1 Ell. — 3½ ₮

27ste Auflösung.

Hier ist das Verhältniß unbekannt, und wird also gesucht: vom Capital ÷ 2387 Rthr. = 2387 Rhr.
wird die letzte Zahl ÷ 1792. u. 1ste 7 .
subtrahiret 595 2380

und in einander dividirt, gibt = 4 das Verhältniß, folglich erhält ein jeder, als: A. 7 Rthlr. B. 28 Rthlr. C. 112 Rthlr. D. 448 Rthlr. E. 1792 Rthlr.

28ste Auflösung.

Cathet — — 12 √ 144
Basis u. Hypothenuse 18 √ ÷ 324
180 mit doppelt

18 = 36 dividirt, gilt von + 5, die Basis,
18 subtrahirt.
13 Hypothenuse.

29ste

29ste Auflösung.

Hypothenuse 26 √ = ÷ 676
beyde Catheten 34 √ = ÷ 1156

480

halbirt 240 als Product der beyden Cath., deren Summe 34 u. Product ÷ 240

2 ◡ 17 √ = ÷ 289

halbe Summe — 17 — 17
½ Differenz ÷ 7 + 7 √ ◡ 49

10 24 7

oder: das Quadrat der beyden Catheten ist = dem Quadrat der Hypothenuse.

Summe der 2en Catheten — □ der Hypothenuse.

34 —— 676

2 ◡ 17

÷ 338
17 √ = ÷ 289

√ ◡ 49

7 und wie vorher.

30ste Auflösung.

In allen rechtwink. Dreyecken ist das Duplum der Quadrat-Fläche dem Product der 2 Catheten gleich, so wie deren bey den Quadrate = dem Quadrate der Hypothenuse.

mithin

mithin 4032 — 16900 — 16900
duplirt 8064 ÷ 8064 + 8064
8836 24964
√ 94 158

Summe der Cath. 158 — 158
Differenz ÷ 94 + 94
64 252
halbirt 32 — 126 jeder Cathet.

31ste Auflösung.

Summe der 3 Seiten 90, deren Product 14760
4 $22\frac{1}{2}$ 3690
÷ 164
$22\frac{1}{2}\sqrt{} =$ ÷ $506\frac{1}{4}$
$342\frac{1}{4}$
√ $18\frac{1}{2}$
+ $22\frac{1}{2}$
Hypoth. 41

die ganze Summe ÷ 90
Hypothenuse 41
Summe der 2 Catheten 49

Summe der 2 Cath. 49 und □ der Hyp. 1681
2 3362
÷ 3401
$49\sqrt{} =$ 961
√ 31

49 — 49
÷ 31 + 31
18 80
2
9 Basis 40 Cath. 41 Hypoth.

32ste

32ste Auflösung.

Sonst wie im vorhergehenden, ausser im letzten Satz. Summe der Cath. 17 u. [] der Hypoth. 169

$$\begin{array}{rcl} 8\tfrac{1}{2} & - & + 8\tfrac{1}{2} \\ \div\, 2\tfrac{1}{2} & - & 3\tfrac{1}{5} \\ \hline 5 & - & 12 \quad 13 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \overset{2}{\smile}\ 8\tfrac{1}{2} \\ 8\tfrac{1}{2}\sqrt{} = \div\, 84\tfrac{1}{2} \\ \qquad\qquad \div\, 72\tfrac{1}{4} \\ \hline \qquad\qquad 12\tfrac{1}{4} \\ \qquad\qquad \sqrt{\smile} \\ \hline \qquad\qquad 3\tfrac{1}{2} \end{array}$$

Diese Art ist bequemer, wenn die Summe der Catheten aus geraden und die im vorigen Beyspiele, wenn sie aus ungeraden Zahlen bestehen.

33ste Auflösung.

Man supponirt den rechtwink. Triangel von 3, 4, 5, und schließt

$$\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} 3 \\ 4 \end{array}\right\} 7 - 11 - 3 \\ \hline \qquad\qquad 4\tfrac{4}{5} \text{ Basis} \\ 7 - 11 - 4 \\ \hline \qquad\qquad 6\tfrac{2}{7} \text{ Cathetus.} \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4\tfrac{5}{7}\sqrt{} = 22\tfrac{11}{49} \\ 6\tfrac{2}{7}\sqrt{} = 39\tfrac{25}{49} \\ \hline \qquad 61\tfrac{36}{49} \\ \sqrt{\smile} \\ \hline \qquad 7\tfrac{6}{7} \text{ Hypoth.} \end{array}$$

also ist Ratio oder das Verhältnis $1\tfrac{4}{7}$.

34ste Auflösung.

Wenn man das Quadrat der Summe beyder Catheten zum Quadrate der Differenz derselben addirt, so ist diese Summe dem doppelten Quadrate der Hypothenuse gleich.

$1 + 2\frac{2}{5} = 3\frac{2}{5}\sqrt{}$ $11\frac{24}{25}$ Quadr. Hyp. 10816

$1 \div 2\frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}\sqrt{}$ $1\frac{24}{25}$ 21632

$13\frac{13}{25} = 21632$

$\sqrt{}$ 1600

40

die Basis oder ein Cathet ist 40

40 mal $2\frac{2}{5}$ = 96, 2te Cathet und Hypothenuse 104.

35ste Auflösung.

Summe der Seiten 56 und Quadrat-Inhalt 84

$\sqrt{}$ 28 $\div$ 3

$\div$ 28

56

$\div$ 25 gibt Hypothenuse 25

31 die 2 Catheten.

Summe der Catheten 31 u. Prod. derselben 168

$\sqrt{}$ $15\frac{1}{2}\sqrt{}$ = $\div$ $240\frac{1}{4}$

halbe Summe $\div$ $15\frac{1}{2}$ — + $15\frac{1}{2}$ $\sqrt{}$ $72\frac{1}{4}$

halbe Differ. $\div$ $8\frac{1}{2}$ — $8\frac{1}{2}$ $8\frac{1}{2}$

Basis 7 Cathet. 24 Hypoth. 25

36ste Auflösung.

Summe der Cathet. 41 und Flächen-Inhalt 210

$\sqrt{}$ 840

41 $\sqrt{}$ = $\div$ 1681

die 2 Catheten werden nach der 31sten Auflösung gesucht.

$\sqrt{}$ 841

Hypoth. 29

37ste Auflösung.

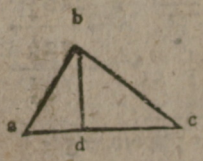
Summe der 2 Cathet. ÷ 28 √ = + 784
Summe Bas. u. Hyp. ÷ 32 √ = + 1024

duplirt 4 — 240 wird stets
8 √ — 960 | multpl. mit 4
64 — 64

Summe der 2 Cath. ÷ 28 — √ 1024
Hiervon Basis ÷ 12 — 32
Cathet. 16 — ÷ 8

32 ÷ 12 = Hyp. 20 — 24
2 — 12 Basis.

38ste Auflösung.



ab + ad = 24 perp. bd 12 √ 144
÷ ÷
bc + dc = 36 ab + ad 24 √ 576
perp. bd 12 — 432
dupl. 24 = 48 | 9ad.
÷ 24
15ab.

ad 9 : bd 12 = bd 12 : dc.
144
16 dc + ad = ac 25
bc + dc ÷ 36
20 bc.

Gibt

Gibt man diesem Dreyeck andere Verhältnisse, als

ab + ad = ÷ 28°8′ Perp. bd 14°4′ √ ÷ 207°36′
bc + dc = ÷ 43°2′ ad + bd 28°8′ √ ÷ 829°44′

so ist Perp. = 14°4′ bd — 622°08′

622°08′

divid. mit doppelt 28°8′ = 57°6′ | ÷ 10°8′ ad.
ab + ad ÷ 28°8′

18° ab

ad 10°8′, bd 14°4′ = 14°4′ dc

207°36′

19°2′ dc + ad 10°8′ = 30 ac
bc + dc ÷ 43°2′

24° bc.

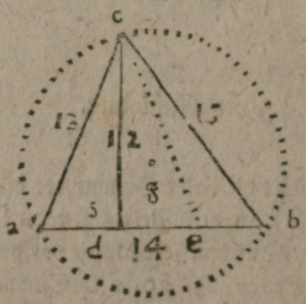
39ste Auflösung.

Man dividirt die halbe Summe der drey Seiten eines Dreyecks, in des Zirkels Quadrat-Inhalt, gibt den halben Durchmesser: als in voriger Aufgabe waren die 3 Seiten 15, 20, 25, Summe 60, die Hälfte 30 in 150 als den Inhalt dividirt, gibt 5 für den Halbmesser. Und so auch in den scharfen und stumpfen Dreyecken.

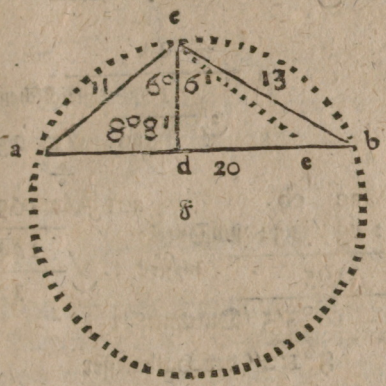
40ste Auflösung.

In den rechtwinklichten Dreyecken ist die halbe Hypothenuse allemal der Halbmesser. In den scharfwinklichten Dreyecken fällt das Centrum inwendig und bey den stumpfwinklichten ausserhalb des Dreyecks.

Bey den rechtwinklichten Dreyecken braucht es weiter keine Berechnung, weil die Hypothenuse allemal der Durchmesser ist. In den scharfen und stumpfen aber muß solcher durch Rechnung gesucht werden, wenn er nicht mechanisch gefunden werden soll.



Es



Es muß bey dergleichen Aufgaben, wo nur die Länge der drey Seiten angegeben ist, der Perpendikel erst gesucht werden. Dieses geschieht auf die kürzeste Art,

1) beym scharfen Triangel.

Wie die Grundlinie ab : zu ac + ac, so verhält sich ac ÷ ab zu einer Zahl, wenn die von der Grundlinie abgezogen wird, einen gleichschenklichten Triangel formirt, in deren Mitte der Perpendikel fällt, als

ab

ab 14 : ac + bc 28 = ac ÷ ab 2 : ae

56

4

÷ 14

10ae = gleichschenkl. Dreyeck

5ad √ = 25

÷

ac13√ = 169

144

12cd Perp.

ac cb

cd 12 : 13 = 15 : zum Durchmesser

195

ae = 16°2′5″ Durchmesser

8°1′2″ der Halbmesser

2) beym stumpfen Dreyeck.

ab 20 : ac + bc 24 = ac ÷ ab 2 : ae

48

2°4′

÷ 20°

17°6′ ae gleichschenkl. Dreyeck

8°8′ ad √ = ÷ 77°44′

ac 11√ = ÷ 121° —

43°56′

Perpendikel 6°6′ cd.

ac

ac cb

ed 6°6′ : 13 = 11 : Durchmesser

143

21°6′6″ Durchmesser

2

10°8′3″ der Halbmesser,

da denn das Centrum F leicht zu finden ist.

41ste Auflösung.

Es soll ein regulaires Viereck in einem Zirkel, dessen Diameter 24 ist, so gemacht werden, daß die Spitzen die Peripherie berühren. Man dividirt die 360 Grad des Cirkels mit 4, macht 90, halbirt, bringt 45°. Nun sagt man:

90° — 45° — 24 zu einer Seite.

log. = 1. 3802112
log. 45 = 9. 8494850

11. 2296962
log. 90 = 10. 0000000

1. 2296962

also jede Seite des Vierecks $16\frac{95}{100}$

ferner: wenn ein Sechseck im vorigen Zirkel geschrieben werden sollte; wie lang würde jede Eckseite seyn?

360

360 — 90° — 30° — 24

60 — log. 1. 3802112

30 — 30 log. = 9. 6989700

11. 0791812

log. 90 = 10. 0000000

1. 0791812

12

Die Gewißheit dieser Verfahrungs-Art bestätiget sich durch dies letzte Beyspiel. Man kann auch aus jeder Seite des Vielecks den Diameter berechnen, wenn man diese Regel umkehrt.

42ste Auflösung.

Aus 190 wird die Trigonal-Wurzel also gezogen 190 multiplicirt mit 8.

1520
+ 1
1521
39
÷ 1
38

19 Bäume auf jeder äussern Seite des gleichseitigen Dreyecks und folglich jede äussere Seite desselben 18 Ruthen lang ist, woraus der Quadrat-Inhalt berechnet werden kann;

als

als 18
18
18
54 ÷ 18 18 18
2 27 9 9 9

27 logar. 1. 4313638
9 = 0. 9542425
9 = 0. 9542425
9 = 9. 9542425
4. 2940913
2 2. 1470456

$140\frac{3}{10}$ Quadr. Ruthen-Inhalts.

43ste Auflösung.

Z. B. aus 4, 6, oder 7, 8, oder 5, 9, u. s. w.

6√36 — 36 8√64 — 64 9√81 — 81
÷ + ÷ + ÷ +
4√16 — 16 7√49 — 49 5√25 — 25

24 20 52 56 15 113 45 56 106
48 112 90

Es erhellet hieraus, daß alle rechtwink. Dreyecke aus der Summe und Differenz 2er Quadrat-Zahlen und aus dem doppelten Product ihrer Wurzeln entstehen, daß ich also aus diesem Grunde in verschiedenen vorstehenden Auflösungen, mit der ersten Quadrat-Zahl 4, durch Multiplication oder Division so

wie

wie durch deren Wurzel 2 durch halbiren oder dupliren zum Ziel gekommen bin.

Man kann auch aus den berechneten Triangeln die Genituren wieder finden, woraus sie entsprungen; als, z. B.

48,	20,	52	und	90,	56,	106
52	—	52		106	—	106
÷20		+20		÷ 56		+ 56
32		72		50		162
2 ✓ 16		36		2 ✓ 25		81
4	—	5	Genituren	5	—	9

Dies letzte geht aber bey denen nicht an, die nicht auf diese Art formirt sind, als: 15, 20, 25, sondern aus 3, 4, 5, durch die Multiplication einer Irrational-Zahl entstanden.

44ste Auflösung.

Drey Quadrat-Zahlen in einem arithmetischen Verhältniß zu finden, kann aus jedem rechtwinkelichten Dreyeck geschehen, als z. B. aus 6, 8, 10, da man die Summe und Differenz der beyden Catheten so wie die Hypothenuse quadrirt und letztere zur mittelsten Stätte nimmt.

8		8	oder	48		48
÷6		+6		÷20		+20
2	10	14		28	52	68
✓ 4,100,196				784,2704,4624		

hier

hier ist das Verhältniß
96 1920 als die
Summe der Quadrat-Flächen, vierfache.

Die Cubic-Wurzel zu extrahiren, als aus 110592 und 14706125.

46		
~~110~~	582	
4	8	Radix
~~54~~	3. 3. 1.	
	4. 4. 8.	
	4. 8. 8.	
	5824	
	8	
46592		

Wenn der erste Radix gesucht, so setzt man allemal 331 in der 2ten Abtheilung vorige Wurzel darunter, multiplicirt diese 3.3.1.
4.4.
4.
4.9.2.1. in einander, und sucht dadurch den neuen Quotienten oder Radicem, der hier 8 ist. Man fügt diese 8 den 3 vieren bey, multiplicirt alles durcheinander und endlich wieder mit 8, so ist die Arbeit geschehen. Ein Beyspiel von drey Wurzeln:

8	882		
14	70 8	125	
2	4	5	Radix
8	3. 3. 1.	3. 3. 1.	
	2. 2. 4.	24. 24. 5.	
	2. 4. 4.	24 5 5	

1456
4

5824

176425

882125

um der 2ten Radix zu erhalten, wird, wie im vorigen Beyspiel, verfahren, als

3.3.1.
2.2.
2.

1.2.6. woraus erhellet, daß diese nur im Dividendo 4 mal zu nehmen sind, wenn man nur die weitere Multiplication versucht hat.

Um den 3ten Radicem zu finden, werden die vorigen Wurzel, wie oben gesetzt, um den Divisor daraus zu bilden, als: 3. 3. 1.
24.24.
24.

1 7 3 5 2 als divisor, der dann im Dividend 5 mal genommen werden kann, da also der neue Radix 5 ist. Diese Art gründet sich freylich auf das bekannte Verfahren bey der cubischen Extraction, sie ist aber, wie ich glaube, sinnlicher, und ich habe sie verschiedenen gezeiget, die ihren Beyfall darüber geäussert.

Bey

Bey der 12ten und 13ten Auflösung will ich dieses noch wegen der Hülfs-Zahlen hinzufügen. Man muß zu einer jeden Aufgabe solche aufs neue suchen, so wie die angegebene Differenz der Cubic-Wurzel verschieden seyn kann. Gesetzt man soll zu 240 eine Aufgabe machen, und die Differenz der Wurzeln soll 6 seyn. Zu letzteren kann man nehmen, welche man will, als 3 und 9, 4 und 10, 5 und 11, wenn man nur darnach sieht, daß die kleinere Cubic-Zahl nicht das begehrte Facit übersteigt. Dann verfährt man also:

240 240

÷ ÷

die Cubiczahl von 5 = 125 u. 11. 1331 u. subtrahirt

so kömmt = 115 — 1091, und so heißt die Aufgabe: man suche eine Zahl, wenn man 115 davon subtrahirt, und 1091 dazu addirt, jedesmal eine Cubic-Zahl kommt, deren Wurzel-Unterschied 6 beträgt, die Berechnung ist, wie oben: aus Joh. Hämelings selbstlehrender Rechenschule.

Bey der 41sten Auflösung wird in den Lehr-Büchern sonst die Anweisung durch Suchung der Central- und Polygon-Winkel gegeben, weil mir dieses aber kürzer geschienen, habe ich solches aus Tobias Beutels geometrischer Gallerie mit aufnehmen wollen.

luflösung.

o ℔ ½112 ist 56
4 56 — 56
6 ÷16 +16
6 40 Ell. 72 Ell.
72 Ell. — 240 ℔
1 Ell. — 3½ ℔

Auflösung.

niß unbekannt, und wird also
÷ 2387 Rthr. = 2387 Rhr.
÷ 1792. u. 1ste 7 .
et 595 2380
, gibt = 4 das Verhältniß,
r, als: A. 7 Rthlr. B. 28
). 448 Rthlr. E. 1792 Rthlr.

Auflösung.

12 √ 144
18 √ ÷324
180 mit doppelt
lt 5, die Basis,
n + 18 subtrahirt.
13 Hypothenuse.

29ste