

Franz Dehms

Ueber eine Reproduction der Siemens'schen Widerstands-Einheit : Inaugural-Dissertation zur Erlangung der philosophischen Doctorwürde bei der Universität zu Rostock

Berlin: Verlag von Ernst & Korn. (Gropius'sche Buch- und Kunsthandlung), 1868

<http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1741390133>

Druck Freier  Zugang



OCR-Volltext

Ueber eine

Reproduction der Siemens'schen Widerstands-Einheit.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doctorwürde

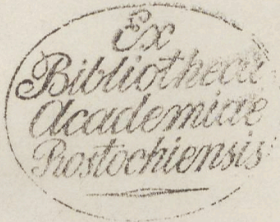
bei der

Universität zu Rostock

von

Franz Dehms,

Telegraphen-Secretair in Berlin.



Berlin 1868.

Verlag von Ernst & Korn.
(Gropius'sche Buch- und Kunsthandlung.)

Seinem hochverehrten Lehrer

Herrn

Director Prof. Dr. H. Loew

in steter Dankbarkeit

gewidmet

vom Verfasser.

Das Bedürfnis, eine feste, genau definirte und allgemein anerkannte Einheit für elektrische Widerstände zu besitzen, hat bekanntlich schon zu verschiedenen Vorschlägen geführt. Die wichtigsten derselben sind die von W. Siemens und W. Weber, welcher letztere von der British Association adoptirt und in die Paris eingeführt worden ist. Dr. Siemens hat seinen Vorschlag in Pogg. Ann. Bd. 110 pag. 1 ff. und in dieser Zeitschrift Bd. VII S. 55 entwickelt; seine Widerstandseinheit ist der Widerstand eines Quecksilberprisma von 0°C. , 1^{m} Länge und 1^{mm} Querschnitt.

In dem angeführten Aufsatze beschreibt er zugleich die Art und Weise, nach der er seine Einheit zum ersten Male dargestellt hat, sowie die dazu benutzten Apparate und Methoden.

Die gesteigerten Anforderungen an die Genauigkeit des Normalmaßes, sowie die Einwendungen, welche englische Gelehrte, namentlich Herr Matthiessen gegen die Reproducirbarkeit der Quecksilbereinheit erhoben, haben seitdem eine zweimalige Wiederholung der Arbeiten in Siemens' Laboratorio veranlaßt, deren Ergebnisse in Pogg. Ann. Bd. 113 pag. 91 ff. von Dr. Siemens und im Phil. Mag. March 1863 pag. 161 von Herrn Robert Sabine beschrieben sind.

Umstände, die unten erwähnt werden sollen, machten es wünschenswerth, diese Einheit nochmals in aller Schärfe herzustellen, eine Arbeit, der ich mich auf Wunsch des Herrn Dr. Siemens unterzog und die den Gegenstand der nachfolgenden Abhandlung bildet.

Zwar nicht bei der ursprünglichen Darstellung, wohl aber bei den erwähnten beiden Reproduktionen der Einheit durch eigne Ausführung eines sehr großen Theils der Operationen betheiligt, besaß ich von den dabei angewandten Methoden und Manipulationen nicht blos die genaueste Kenntniß, sondern auch ein auf praktische Erfahrung gegründetes Urtheil über die Genauigkeit der mit denselben zu erzielenden Resultate. Wenngleich nun die Ausführung der Arbeit im Allgemeinen nach denselben Grundsätzen wie früher geschah, so erschien es mir doch zweckmäßig, im Speciellen manche Abweichungen eintreten zu lassen, um namentlich die drei Grundbestimmungen — Messung der Röhrenlängen, Wägung des Quecksilberinhalts und Vergleichung des Widerstandes der Normalröhren mit andern leichter zu handhabenden Widerständen — mit derjenigen Genauigkeit ausführen zu können, welche nach dem heutigen Standpunkte der Wissenschaft von einem Normalmaß für elektrische Widerstände verlangt werden kann. Dagegen fiel eine andere Rücksicht, welche bei den früheren Herstellungen der Einheit genommen werden mußte und genommen wurde, diesmal weg, ich meine die Nothwendigkeit, nachzuweisen, daß auf dem von Siemens angegebenen Wege brauchbare und übereinstimmende Resultate überhaupt zu erlangen seien. Selbst die Gegner der Quecksilbereinheit haben dies

endlich zugegeben und wird nach den Resultaten der bisherigen Arbeiten die genaue Reproducirbarkeit der Einheit wohl von keiner Seite mehr bezweifelt werden.

Es war also diesmal nicht nothwendig, eine größere Zahl von Normalröhren anzuwenden und konnte ich mich damit begnügen, die beiden von den früheren Bestimmungen allein noch vorhandenen Röhren Nr. 7 und Nr. 11 zu benutzen (auch Nr. 10 war Anfangs noch zur Disposition, zerbrach jedoch, nachdem die Länge bestimmt worden war, noch ehe Widerstands Messungen damit ausgeführt werden konnten). Da beide Röhren ziemlich verschiedene Widerstände besitzen, so verdienen die mit ihrer Hülfe erhaltenen Resultate, wenn sie für beide übereinstimmen, um so mehr Vertrauen.

Ich darf mich ferner hier der Mühe überhoben erachten, die Zweckmäßigkeit der Einführung der Quecksilber-Einheit als allgemeines Widerstandsmaß nochmals hervorzuheben. Den bislang angeführten Gründen pro und contra und den Widerlegungen derselben, kann bei der großen Aufmerksamkeit, welche dem Gegenstande längere Zeit von beiden Seiten zugewendet worden ist, Neues kaum hinzugefügt werden. Es war auch keineswegs Zweck der Arbeit, fernere dergleichen Argumente zu gewinnen. Den Anlaß zur Wiederaufnahme der Sache gab die Nothwendigkeit, für die Herstellung und Messung von Widerständen in der Telegraphenbauanstalt von Siemens und Halske neue genaue Grundlagen zu gewinnen, da in die Richtigkeit der vorhandenen Widerstandsscalen aus Neusilber nach mehrjährigem Gebrauche Zweifel gesetzt wurde und die früher mit Normalröhren verglichenen Spiralen theils zerbrochen, theils durch Schenkung u. s. w. in fremden Besitz übergegangen waren. Dann aber beabsichtigte ich bei der Gelegenheit in zweiter Linie, die Einheit durch eine genauere Bestimmung als bisher mit Anwendung verfeinerter Methoden und Instrumente zur allgemeinen Einführung (etwa Seitens der Telegraphen-Verwaltungen) als Widerstandsmaß noch geschickter zu machen.

Indem ich in Beziehung auf den Gang der Bestimmung im Allgemeinen auf die vorangegangenen Arbeiten, namentlich auf die erste bezügliche Abhandlung von Siemens (Pogg. Ann. Bd. 110 pag. 1 ff.) verweise, bemerke ich, daß sich die Arbeit in 4 gesonderte Abschnitte gliedert, nämlich:

- 1) Bestimmung der Länge der Normalröhren,
- 2) Bestimmung des Querschnittes derselben,
- 3) Berechnung des Widerstandes derselben und
- 4) Messung anderer Widerstände nach den Normalen, verbunden mit Vergleichung der letzteren unter sich,

und mögen diese also auch gesondert betrachtet werden.

I. Bestimmung der Länge der Normalröhren.

Auf diesen Theil der Arbeit war bei den vorangegangenen Bestimmungen eine verhältnißmäßig geringere Sorgfalt verwendet worden. Die Messung geschah einfach durch Auflegen des an den Enden senkrecht zur Ase abgeschliffenen Rohres auf einen in Millimeter

getheilten Maßstab, indem man mit den Augen die eine Endfläche zur Coincidenz mit dem Nullpunkt brachte und dann die Lage der anderen Endfläche gegen die Theilstriche abschätzte. Es liegt auf der Hand, daß hierdurch sehr genaue Resultate nicht erzielt werden konnten und hat die gegenwärtige genauere Messung auch in der That erhebliche Abweichungen nachgewiesen.

Als Normalmaß diente für gegenwärtige Bestimmung ein Messingcylinder von ca. 20^{mm} Durchmesser, der an den Enden senkrecht zur Ase abgedreht war. Dieser Stab war bald nach der durch Herrn Sabine publicirten Reproduction der Quecksilber-Einheit durch die Güte des Herrn Geheimen Ober-Regierungs-Rathes Brix mit dem Normalmeterstabe der Preussischen Normal-Eichungs-Commission verglichen und seine Länge auf 1^m,000055 bei 0° oder 1^m bei — 3° festgestellt worden. Leider war der Stab vor dieser Bestimmung an den Endflächen weder vernickelt noch vergoldet worden; dennoch durfte er für die jetzige Bestimmung als unverändert gelten, da die Endflächen noch keine irgend erhebliche Veränderung erkennen ließen. Ebenso waren auch Protocolle über die Vergleichung nicht vorhanden oder doch nicht aufbewahrt; da es so gut wie unmöglich ist, die Endflächen genau parallel herzustellen, so sind die Längen des Cylinders an seinem Mantel weder unter sich noch auch mit der Ase genau gleich und kann der Unterschied bei dem bedeutenden Durchmesser selbst erheblich werden. Wahrscheinlich ist die Differenz, wiewohl jetzt nachgewiesen, der Wahrnehmung oder doch der genauen Messung bei jenen Bestimmungen entgangen, doch darf angenommen werden, daß wenigstens die Möglichkeit ihres Vorhandenseins erkannt und der Maßstab mehrfach umgekehrt worden ist, daß also die so bestimmte Länge, als Mittel aus Bestimmungen an verschiedenen Seiten, für die Ase des Stabes gilt.

Die Vergleichung der Normalröhren mit diesem Stabe wurde folgendermaßen ausgeführt. Etwa 50^{mm} von den Enden wurde der Stab M von je einem halbkreisförmigen starken Messingbügel A, B (Figur 1) umgriffen. Zwei einander gegenüber in den Bügel gesetzte zugespitzte Stahlschrauben bohrten sich beim Anziehen in den Stab ein und hielten so den Bügel fest. Ueber die beiden Schrauben des Bügels A war ein Galgen C gesetzt, der etwa 10^{mm} über den Stab hinausreichte und dazu diente, um mittelst der Schraube D die sorgfältig plangeschliffene vernickelte starke Messingplatte E gegen die Endfläche des Maßstabes zu pressen. Das zu vergleichende Glasrohr R wurde nun auf den Maßstab gelegt und durch etwa 6 um beide gelegte Gummiringe G darauf festgehalten, die Ringe wurden so umgelegt, daß das Rohr durch sie gegen die Platte E gepreßt wurde (welche überdies während der Versuche öfter durch Lösen der Schraube D vom Stab entfernt wurde, um zu constatiren, daß das Rohr wirklich an der Platte anlag). Mit Hülfe eines Lineals wurde das Rohr gerade gerichtet.

Am andern Ende des Stabes waren über die Schrauben des Bügels B Spiralfedern K, K gesetzt, deren zweite Defen an ein und denselben starken Messingdrath N gelegt waren. Der Messingdrath war an einem Stück schwarzer Masse J befestigt, in dessen schwalbenschwanzförmige Nuth eine durchaus plan geschliffene, fein polirte und gut vernickelte Messingplatte F geschoben war. Der Zug der beiden Federn preßte also die Platte F an die eine Endfläche des Stabes so wie der Galgen C und die Schraube D die Platte E gegen die andere Endfläche preßten.

Durch Einlegen des Systems in Wasser dessen Temperatur man variirte und beobachtete, konnte nun der Längenunterschied zwischen Stab und Rohr variirt werden. Da die Röhren so wie der Stab fast genau 1000^{mm} lang waren, so konnte bei dem großen Unterschiede der Ausdehnungs-Coefficienten von Messing und Glas innerhalb bequem zu beobachtender und festzuhaltender Temperaturen die Länge des Stabes der des Glases gleich gemacht werden und wurde der Versuch nur auf Ermittlung dieser Temperatur gerichtet.

Bei den ersten Versuchen wurde an die Platte F ein Spiegel und an E eine verticale Scale gekittet und deren Bild mit einem Fernrohr beobachtet. Ist das Rohr länger als der Stab, so wird bei Erhöhung der Temperatur die Scale sich langsam bewegen und man hat diejenige Temperatur als der gleichen Länge von M und R angehörig zu notiren, bei welcher die Bewegung derselben aufhört. Ist dagegen das Rohr kürzer, so wird bei Erniedrigung der Temperatur die Scale anfangs ruhig stehen und plötzlich anfangen sich zu bewegen, und ist der Punkt zu notiren, bei dem dies geschieht.

Diese Beobachtungen erwiesen sich jedoch als zu beschwerlich und anstrengend und versuchte ich deshalb den elektrischen Contact zur Messung zu benutzen. Zu diesem Ende wurden zwei Stücke von einem sehr sorgfältig gezogenen Platindrath zwischen die Platte F und die Endfläche des Maßstabes gelegt, so daß die Platte um den Drahtdurchmesser vom Maßstab entfernt gehalten wurde. An der schwarzen Masse J wurde, von F isolirt, eine Messingfeder H so befestigt, daß sie um J herumgriff und ein an beide Enden der Feder H angelöthetes Stück L desselben Drahtes dicht vor der plan geschliffenen Fläche von F straff ausgespannt war. Beim Anhaften der Vorrichtung wurde Sorge getragen, daß der Draht L mitten vor dem Glasrohre stand, so daß also, wenn das Rohr kürzer ist als der Stab, der Draht L von F isolirt ist, aber in dem Moment, wenn beide gleich lang sind, durch das Rohr mit einer Kraft gleich der Spannung beider Federn an F angeedrückt wird. Dieser Contact bleibt bestehen, wenn das Rohr länger wird als der Stab (nur wird dann die Platte F um den einen der beiden zwischengeschobenen Dräthe gedreht und bleibt nicht mehr der Endfläche des Stabes parallel).

Zwischen den Draht L und die Platte F wurde nun ein Daniell'sches Element, ein Schlüssel, ein Becker und ein Galvanoscop geschaltet. Der Maßstab mit dem Rohr und der Contactvorrichtung kam in einen langen Zinktrog von ca. 100^{mm} Breite und 150^{mm} Höhe mit doppeltem Boden, der mit Asche umfüllert in einem Holztrog stand. Der Raum unter dem doppelten Boden communicirte an einem Ende des Troges mit dem Raum über ihm und war am andern Ende durch einen Trichter erreichbar. Es wurde unablässig an diesem Ende Wasser aus dem obern Theile des Troges in den Trichter geschöpft und außerdem noch das Wasser im Trog durch einen Spatel bewegt, so daß die ganze Wassermasse gleichmäßige Temperatur besaß. Erwärmung wie Abkühlung geschah sehr allmählig durch Zufügen von etwas wärmeren oder kälteren Wasser. War das Rohr zu kurz, also Abkühlung nöthig, so wurde der Schlüssel niedergeschraubt. Der nahe bevorstehende Contact machte sich dann, schon wenn die Temperatur noch etwa 0°,3 zu hoch war durch eine Ablenkung des (sehr empfindlichen) Galvanoscops um etwa 20° bemerklich. So wie der Contact erreicht war, ging die Nadel von da plötzlich bis zur Hemmung unter gleichzeitigem kräftigen Ansprechen des Beckers. War der Stab länger als das Rohr, also Erwärmung nöthig, so blieb der Schlüssel

offen und wurde nur für einen Moment gedrückt, jedesmal wenn die Temperatur etwa $0^{\circ},1$ gestiegen war, um sich zu überzeugen, ob der Contact noch stattfand oder schon unterbrochen worden war.

Die Beobachtungen gehörten in Bezug auf ihre Sicherheit und leichte Ausführbarkeit zu den angenehmsten, welche ich je Gelegenheit hatte zu machen. Zwar störte eine jede Unvorsichtigkeit, z. B. eine etwas zu schnelle Erwärmung in der Nähe der gesuchten Temperatur sofort dadurch, daß das dünne Glasrohr ihr schneller folgte, als der Maßstab. Der Contact wurde dann erst bei einer höheren Temperatur gelöst, und wenn nun wieder abgekühlt wurde, so schien sich eine bedeutend niedrigere Temperatur zu ergeben. Wurde jedoch mit Sorgfalt operirt, namentlich unter sehr langsamer Erwärmung und Abkühlung, so waren die beobachteten Temperaturen sehr constant. — Nach wiederholter Bestimmung einer solchen Temperatur für gleiche Länge des Rohres mit der einen Seite des Maßstabes wurde letzterer umgekehrt und dieselbe Beobachtung ausgeführt. Aus den für beide Seiten des Maßstabes gefundenen Temperaturen wurde das Mittel angenommen als einer gleichen Länge des Rohres und der Axe des Stabes entsprechend. Uebrigens war der Maßstab stets an zwei Stellen etwa 250^{mm} von den Enden entfernt unterstützt, um den nachtheiligen Folgen einer möglichen Durchbiegung vorzubeugen.

Nachstehend sind die Resultate dieser Beobachtungen für die Röhren Nr. 7, 10 und 11 aufgezeichnet. Die Temperaturen für gleiche Länge sind theils auf dem Wege der Abkühlung, theils auf dem der Erwärmung erhalten.

I. Das Rohr liegt auf der gravirten Seite des Stabes.

Rohr Nr. 7	5 Beobachtungen,	größte Abweichung	$0^{\circ},7$,	Mittel	$33^{\circ},4$
" Nr. 10	4	"	$0^{\circ},7$,	"	$43^{\circ},17$
" Nr. 11	4	"	$0^{\circ},5$,	"	$32^{\circ},0$

II. Das Rohr liegt auf der ungravirten Seite des Stabes.

Rohr Nr. 7	6 Beobachtungen,	größte Abweichung	$0^{\circ},3$,	Mittel	$21^{\circ},2$
" Nr. 10	4	"	$0^{\circ},6$,	"	$33^{\circ},3$
" Nr. 11	4	"	$0^{\circ},2$,	"	$21^{\circ},25$

Man sieht hieraus, daß die ungravirte Seite des Maßstabes etwas länger ist, als die andere und zwar um so viel, als einer Temperaturdifferenz von etwa 10 bis 12° bei diesen Beobachtungen entspricht. Es ist diese Uebereinstimmung für alle 3 Röhren zugleich eine gute Bestätigung für die Richtigkeit der Beobachtungen. — Die Röhren werden also mit der Axe des Maßstabes gleich lang sein bei folgenden Temperaturen:

Nr. 7	10	11
bei $27^{\circ},3$	$38^{\circ},2$	$26^{\circ},6$.

Wenn nun ein Glasrohr bei der Temperatur t gleich lang ist mit einem Messingstab, der bei -3° eine Länge von 1000^{mm} besitzt, so ist seine eigene Länge bei 0° ausgedrückt durch

$$\bar{L}_0 = 1000 (1 + 3\mu) (1 + t\mu) (1 - t\gamma) = 1000 [1 + 3\mu + t(\mu - \gamma)]$$

wobei μ und γ die resp. Ausdehnungscoefficienten für Messing und Glas pro 1° C. sind. Setzt man $\mu = 0,0000187$ und $\gamma = 0,0000087$ so ist

$$\bar{L}_0 = 1000 [1,000056 + 0,00001 t]$$

und erhält man durch Einsetzen der für die 3 Röhren angegebenen Temperaturen die Länge der Röhren bei 0°

für Rohr Nr.	7	10	11
Länge L_0	1000,329	1000,438	1000,318
log L_0	000 1429	000 1381 *)

II. Bestimmung des Querschnittes der Röhren.

Die von Siemens angegebene Methode zur Reproduction verlangt durchaus nicht die Anwendung von völlig cylindrischen Röhren**), welche ja auch in der Praxis nicht zu beschaffen wären. Dagegen ist es wünschenswerth, daß die Röhren ihren Querschnitt wenigstens nicht allzusehr und nicht allzuplötzlich ändern, eine Bedingung, der die angewendeten Röhren genügten. Es kommt nun zunächst auf die Bestimmung des mittleren Querschnittes der Röhren an und wurde hierzu der selbe Weg wie früher gewählt, wobei das Gewicht des die Röhre bei einer bekannten Temperatur genau füllenden Quecksilbers ermittelt und aus diesem und der bekannten Rohrlänge der mittlere Querschnitt berechnet wurde. Die Füllung und Entleerung der Röhren wurde nach der von Siemens angegebenen Methode ausgeführt, mit dem einzigen Unterschiede, daß der beim Entleeren in der Regel im Ende des Rohres sitzenbleibende Quecksilbertropfen (statt durch Anklopfen und Ausstoßen) dadurch herausgetrieben wurde, daß am anderen Ende ein kurzes Stück Gummischlauch aufgesetzt und wenig zusammengedrückt wurde.

Bei den Wägungen selbst wurde dagegen ein von dem früheren abweichendes Verfahren befolgt. Einerseits traute ich nämlich weder der zu meiner Verfügung stehenden Waage, noch auch viel weniger den gerade disponiblen Gewichten, und andererseits war es mein Wunsch, mich selbst oder auch Andere, die sich etwa dazu bewogen fühlen möchten und vielleicht genauere Hülfsmittel dazu besitzen, in Stand zu setzen, die Wägungen zu wiederholen, ohne die beschwerlichen Füllungen vornehmen zu müssen, ja ohne nur die Röhren zu besitzen. Da es weniger die Empfindlichkeit als vielmehr die Genauigkeit der Waage war, welche ich bezweifelte, so konnten deren Fehler durch Wägung mittelst Substitution eliminiert werden, und eine beliebige spätere Wiederholung der Wägungen, unabhängig von den Fehlern meiner Gewichte sowie vom Stand des Barometers und Hygrometers während der Wägungen wurde ermöglicht durch eine sit venia verbo Copirung des Quecksilberinhalts in einem Material von gleichem specifischem Gewichte, wie es das Quecksilber hat.

Um diese Copirung auszuführen, wurden zuvörderst für jedes Rohr hergestellt:

- 1) ein Stück Blei, dessen Gewicht dem des Quecksilbers nahe kam und
- 2) zwei Stücke Silber und Platin, deren Gesamtgewicht ebenfalls dem des Quecksilbers entsprach und deren (Gewichts-)Verhältniß 1 : 0,765 war, so daß das mittlere specifische Gewicht beider dem des Quecksilbers ganz gleich wurde.

*) Für sämtliche nachstehende Rechnungen hätten allerdings 6stellige Logarithmen genügt. Jedoch sind nur 5 oder 7stellige gebräuchlich; da erstere nicht genügten behielt ich die 7stelligen bei, ohne auf die 7 Stelle Werth zu legen. — Ich habe bei den Logarithmen die Kennziffer nirgends hinzugenommen, da sie bei diesen Rechnungen sehr wohl entbehrt werden kann.

**) genauer: von Röhren mit constantem Querschnitt.

Außerdem wurden angewendet 2 Porzellantiegel, deren Gewichtsunterschied nur etwa 18^{mgr} betrug und 2 Centigrammstücke, die vorher noch besonders geprüft waren (und deren eines als Reiter fungirte).

Jede Wägung war natürlich eine doppelte, einmal wurde mit Hilfe der 2 Centigrammstücke der eine Tiegel, mit dem Quecksilber gefüllt, gegen den anderen mit dem Bleistück ausgeglichen, sodann wurde das Quecksilber durch die Hilfsstücke ersetzt und von Neuem ausgeglichen. Nennt man:

Hg das Gewicht des Quecksilbers,

Pb " " des Bleistückes,

AP " " der Combination von Platin und Silber, endlich

g_1 und g_2 die Gewichte in Milligrammen, welche dem Bleistück bei beiden Wägungen zugefügt werden mußten, um die Waage ins Gleichgewicht zu bringen, so geben die beiden Wägungen folgende beide in gleichartiger Weise fehlerhafte Gleichungen:

$$1) \text{ Hg} = \text{Pb} + g_1$$

$$2) \text{ AP} = \text{Pb} + g_2$$

woraus man die nicht bloß von den Fehlern der Waage, sondern auch (da beide Wägungen kurz nach einander ausgeführt wurden), von der Beschaffenheit der Atmosphäre unabhängige ganz richtige Gleichung zieht:

$$\text{Hg} = \text{AP} + (g_1 - g_2).$$

Solcher Wägungen wurden mehrere für jedes Rohr bei verschiedenen Temperaturen ausgeführt und entsprachen folgende Werthe $g_1 - g_2$ den dabei genannten Temperaturen t :

für Rohr Nr. 7

$t =$	16,3	16,4	16,3	16,5	16,9	im Mittel	16°,5
$g_1 - g_2 =$	3,7	3,5	3,6	2,5	2,1	" "	3 ^{mgr} ,1

für Rohr Nr. 11

$t =$	19,9	19,9	22,2	23,7	16,0	15,9	16,2	im Mittel	19°,1
$g_1 - g_2 =$	-10,3	-10,2	-11,3	-13,8	-8,7	-8,4	-8,1	" "	-10 ^{mgr} ,1.

Die Wägung der Hilfsstücke nun wurde ebenfalls nach der Substitutionsmethode ausgeführt unter Benutzung einer sehr feinen Waage und der Normalgewichte des Mechanikers Zimme in Berlin. Letztere Gewichte, von 1^{er} ab aufwärts aus Rothguss hergestellt, waren directe Copien der Rothgussgewichte des Normal-Eichungs-Amtes in Berlin, welche ihrerseits für das Vacuum justirt waren. Die Wägung geschah bei 22°,8 C. und einem Barometerstand von 760^{mm}; um der Beobachtung des Hygrometers enthoben zu sein, enthielt der gut geschlossene Kasten der Waage mehrere Tiegel mit Chlorcalcium nahe bei den Schalen, der Wassergehalt der Atmosphäre konnte dann um so mehr vernachlässigt werden, als derselbe immer nur eine Correction an einer an sich kleinen Correction bildet und gerade ein sehr trockner Tag war.

Im Mittel aus je 5 Wägungen, die für jedes Rohr höchstens um 0^{mgr},2 differirten, ergab sich nun das Gewicht der Platin Silberstücke

für Rohr Nr. 7 auf 7050^{mgr},3

" " Nr. 11 " 3096^{mgr},4,

also das Gewicht des Rohrinhalts nach Zurechnung der Größen $g_1 - g_2$
für Rohr Nr. 7 auf 7053^{mgr},4 bei 16°,5
" " Nr. 11 " 3086^{mgr},3 " 19°,1.

Zur Reduction auf das Vacuum sind diese Zahlen durch 1,00005 zu dividiren und zur Reduction auf 0° mit den betreffenden Functionen des scheinbaren Ausdehnungs-Coefficienten von Quecksilber in Glas 0,00015432 zu multipliciren. Diese Rechnung, sowie die Auffuchung des mittleren Querschnittes Q und des Radius R der Röhren zeigt Tabelle I, pag. 33, es ist dabei das specifische Gewicht des Quecksilbers (von 0° gegen Wasser von 4°,1) auf $\sigma = 15,59593$ angenommen.

III. Berechnung des Widerstandes der Normalröhren.

Der Widerstand eines Quecksilber-Prisma von 0°, welches die in Metern gemessene Länge L und den in Quadratmillimetern gemessenen Querschnitt Q besitzt, ist in Quecksilber-Einheiten ausgedrückt durch die einfache Formel

$$W = \frac{L}{Q}.$$

Diese Formel kann jedoch, wie Siemens schon in der oben citirten Abhandlung gezeigt hat, auf die Röhren nicht pure angewendet werden, es bedarf vielmehr zweier Correctionen. Einmal sind die Röhren nicht genau prismatisch, sondern nur so ausgewählt, daß ihr Querschnitt sich nicht zu plötzlich und nicht zu bedeutend ändert. Man kann sie dann annähernd als abgestumpfte Conen betrachten; wäre diese Voraussetzung genau, so muß, wenn man für Q den mittleren Querschnitt setzt, der Werth $\frac{L}{Q}$ noch mit einem Coefficienten C multiplicirt werden, den Siemens auf $\frac{1}{3} \left(\sqrt{a} + 1 + \sqrt{\frac{1}{a}} \right)$ berechnet hat (wobei a der Quotient aus dem größten und kleinsten Querschnitt des abgestumpften Conus ist). Die Formel

$$W = C \cdot \frac{L}{Q}$$

wird also auch sehr annähernd den Widerstand der Röhren ergeben und zwar um so genauer, je gleichmäßiger die Querschnittsänderung stattfindet. Die Bestimmung dieser Größe C durch Calibrirung der Röhren ist gelegentlich der zweiten Reproduction der Einheit von Herrn Sabine aufs genaueste ausgeführt und ausführlich beschrieben*), und unterliegt es durchaus keinem Bedenken, die dort festgestellten Werthe wieder anzuwenden, dieselben waren für die Röhren Nr. 7 und 11 resp. 1,000224 und 1,000065.

Ferner addirt sich zu dem Widerstande der Röhren in Folge der Einschaltung derselben noch nothwendig der Ausbreitungswiderstand aus beiden Endflächen des Rohrs in das umgebende Quecksilber. Siemens hat nachgewiesen, daß dieser Widerstand gleich ist dem einer einseitigen Verlängerung des Rohrs um den Betrag seines Radius.

Somit stellt sich der in die Messung eingehende Widerstand der Röhren genauer dar durch die Formel:

$$W = C \cdot \frac{L + R}{Q}.$$

*) Phil. Mag. March. 1863 und Pogg. Ann. Bd. 127 pag. 463.

Zur Berechnung dieser Größe sind sub Nr. II nicht allein die nöthigen Daten gewonnen, sondern sie ist in Zeile 11—14 der Tabelle I. gleich ausgeführt, und sind somit die den folgenden Vergleichen zu Grunde liegenden Widerstände der beiden Normalröhren Nr. 7 und 11 bestimmt auf

$$W_7 = 1925,26$$

$$W_{11} = 4396,81$$

und der Quotient beider

$$W_{11} : W_7 = 2,28375.$$

Bevor nun zu den vergleichenden Messungen selbst übergegangen wird, mögen diese Werthe mit denen früherer Bestimmungen einmal zusammengestellt werden. Keine der beiden Röhren hat zu der ersten Darstellung der Einheit gedient, wohl aber ist Nr. 7 bei der ersten Reproduction benutzt worden. Das Verfahren bei dieser unterschied sich nicht von dem bei der ursprünglichen Darstellung, nur wurde eine feinere Waage angewendet; es wurde bei beiden eine sehr weit getriebene Genauigkeit nicht beabsichtigt, sondern es sollte nur den gebieterisch auftretenden Forderungen der telegraphischen Praxis nach einem genau definirten und so genau als es der jedesmalige Zweck erfordert, herstellbaren, zugleich einem leicht faßlichen geometrischen Begriff entsprechenden Widerstandsmaße mit der Genauigkeit genügt werden, welche der damalige Standpunkt der Telegraphie erforderte. Dies bewusste, absichtliche Genügen an einer geringeren Genauigkeit als erreichbar folgt schon daraus, daß Siemens die Größe des Ausbreitungswiderstandes an den Enden des Rohres zwar berechnet, aber die wegen desselben nöthige Correction als zu unerheblich, anzubringen unterlassen hat. Es stellte sich damals der Werth des Rohres Nr. 7 auf 1917,32*).

Bei der zweiten Reproduction wurde der Coefficient C genauer bestimmt, der Quecksilberinhalt der Röhren öfter gewogen und eine Correction zur Reduction der Gewichte auf den luftleeren Raum angebracht. Der Widerstand des Rohres Nr. 7 ohne Ausbreitungswiderstände kam auf 1917,54 und mit Berücksichtigung der Ausbreitungswiderstände (deren Einrechnung längst als nothwendig erkannt war), auf 1918,32. Zugleich wurde Rohr Nr. 11 auf 4382,18**) bestimmt.

Nach Veröffentlichung dieser Arbeit machte Matthießen den bisherigen Bestimmungen den Vorwurf, daß bei denselben eine unrichtige Zahl für das specifische Gewicht des Quecksilbers benutzt worden sei. Wenngleich Matthießen nicht berechtigt ist, diesen Umstand zur Agitation gegen die Quecksilber-Einheit überhaupt zu benutzen, der ja nur den Werth der bisherigen Bestimmungen derselben, nicht aber ihren sachlichen Werth beeinträchtigt und mit der Frage nach der Zweckmäßigkeit der Einheit als allgemeines Widerstandsmaß gar nichts zu thun hat, so war doch eine Correction erforderlich. Es erklärte deshalb

*) Pogg. Ann. Bd. 113 pag. 95.

**) Phil. Mag. March. 1863 und Pogg Ann. Bd. 127 pag. 469. (Der Widerstand von Rohr Nr. 11 ist hier durch einen Druckfehler falsch angegeben.)

Dr. Siemens *), daß allerdings die von ihm verbreiteten Einheiten aus Neufilberdrath um 3 ‰ unrichtig wären, aber durch Erniedrigung der Temperatur, bei welcher sie justirt wären, um 10°,5 zu richtigen Einheiten würden. Alle früher in Quecksilber-Einheiten ausgedrückten Widerstandswerte sind somit um 3 ‰ zu erhöhen, dieser Correction würden auch die Widerstände der Röhren Nr. 7 und 11 unterliegen und sich danach stellen auf resp. 1924,07 und 4395,33.

Bei gegenwärtiger Reproduction ist als specifisches Gewicht des Quecksilbers von 0° das Mittel aus den von Regnault mit großer Sorgfalt bestimmten 3 Zahlen mit 13,59593 angenommen worden. Ferner unterscheidet sie sich — was die Berechnung der Normalröhren betrifft — von den früheren Arbeiten durch eine verfeinerte Wägungsmethode und vornehmlich durch eine genaue Bestimmung der bisher nur ungenau geschätzten Länge der Röhren. In der That entfällt fast der ganze Rest des noch verbleibenden Unterschiedes der neuen Zahlen von den früheren mit etwa 0,6 ‰ auf die genauere Längenbestimmung, während die Abweichungen der Gewichte unerheblich sind. Wie schon bemerkt, habe ich durch Copirung des Quecksilberinhalts und Aufbewahrung der Copien eine leichte Controle meiner Wägungen ermöglicht.

IV. Vergleichung des Widerstandes der Normalröhren mit anderen Widerständen und unter sich.

Die sämtlichen nun zu beschreibenden Vergleichen wurden mittelst einer Wheatstone'schen Brücke ausgeführt, und zwar wurde für sie die von Siemens früher benutzte Brücke, welche derselbe in ihren Haupttheilen in seiner oben vielgenannten Abhandlung beschrieben und abgebildet hat, nach den Principien abgeändert, die ich in meiner Arbeit: „Vorschlag zu einer veränderten Construction der Wheatstone'schen Brücke“ (Zeitschrift des deutsch-österreichischen Telegraphen-Vereins Jahrgang XIII Heft 11 und 12 pag. 259 ff.) entwickelt habe. Da jener Aufsatz seitdem weitere Verbreitung noch nicht gefunden zu haben scheint, so bin ich genöthigt, hier soweit näher auf denselben einzugehen, als zum Verständniß des Folgenden unbedingt erforderlich, muß jedoch im Speciellen auf die Original-Abhandlung verweisen.

Ich habe in derselben darauf hingewiesen, daß Messungen mit einer solchen Brücke, wenn das Verhältniß der zu vergleichenden Widerstände von 1 sehr abweicht, ungenau werden können, und zwar in um so höherem Grade, je mehr das Verhältniß sich von 1 entfernt (wofür ich mich des zwar ungenauen aber kürzern Ausdrucks bediene: je größer das Verhältniß ist). Sonach wird der Schlitten, welcher die Contactvorrichtung trägt, nie sehr weit aus der Mitte des Drathes geschoben und es fällt ein Grund weg, welcher die Ausspannung des gesammten Meßdrathes zu verlangen schien. Der andere Grund zu dieser, nämlich die Nothwendigkeit, die Abstände des Contactpunktes von beiden Enden des Drathes bei beiden Umschalterstellungen, sowie die ganze Länge des Drathes zu kennen, fällt weg, wenn man bei jeder Messung, statt der genannten Abstände nur den gegenseitigen Abstand der beiden Contactpunkte, welche den beiden Umschalterstellungen entsprechen, mißt und die gesammte Drathlänge, anstatt durch Ausspannen vor einem Maßstabe, lieber durch Beobachtung bestimmt.

*) Pogg. Ann. Bd. 127 pag. 337.

Nennt man nämlich ε das zu messende Verhältniß der beiden zu vergleichenden Widerstände W_1 und W_2 , a und b die Entfernungen der den beiden Umschalterstellungen entsprechenden Contactpunkte von einem Ende des Drathes, s die gesammte Drathlänge, so muß zuvörderst $a + b = s$ sein und ist dann das gesuchte Verhältniß: $\varepsilon = \frac{a}{b}$. Diese Formel hat Siemens angewendet. Ebenso gut ist aber auch, wie eine einfache Betrachtung lehrt, $\varepsilon = \frac{s+d}{s-d}$, wenn man die Entfernung der beiden Contactpunkte von einander, also die Größe $a - b$ mit d bezeichnet, und fehlt auch hier die Controle nicht, welche bei der anderen Rechnungsweise durch die Bedingung $a + b = s$ gegeben war, insofern hier die Summe $a + b$ der beiden Ableesungen, als deren Differenz d auftritt, zwar nicht s aber doch eine Constante sein muß. Auf verschiedene Vortheile dieser Art zu rechnen kann ich hier nicht eingehen, sondern muß auf das Original verweisen; hier genüge die Bemerkung, daß bei ihr das Ausspannen des ganzen Drathes nicht mehr erforderlich ist, sobald man im Stande ist, die Größe s im Wege des Versuchs zu ermitteln.

Hierzu habe ich mehrere Methoden angegeben, und gehe auf eine derselben; die geeignetste, etwas näher ein, die Gelegenheit benutzend, etwas an der dort angewendeten Bezeichnungsweise zu ändern. Wenn man nämlich drei Widerstände w_1 , w_2 und w nacheinander so zur Messung einschaltet, daß man die 3 Verhältnisse $w:w_1$, $w:w_2$ und $w:w_1+w_2$ bestimmt, so erhält man für jedes derselben eine Differenz $a - b$. Diese 3 Differenzen mögen resp. mit d_1 , d_2 und d bezeichnet und ihr Vorzeichen (abweichend von der früheren Bezeichnungsweise) so genommen werden, daß die 3 Messungen die Gleichungen geben:

$$w_1 : w = s - d_1 : s + d_1$$

$$w_2 : w = s - d_2 : s + d_2$$

$$w : w_1 + w_2 = s - d : s + d$$

(Im Original hat die Größe d das entgegengesetzte Vorzeichen, was allerdings schematisch vorzuziehen war, insofern die 3 Gleichungen sich dann in fast ganz analoger Form darstellen lassen, aber für die Anwendung minder bequem ist.)

Aus diesen 3 Gleichungen kann man, indem man aus den beiden ersten w_1 und w_2 ausdrückt und in die dritte einsetzt, folgende Gleichung gewinnen:

$$s^3 - s^2(3d + d_1 + d_2) - s(dd_1 + dd_2 + 3d_1d_2) + d_1d_2d = 0$$

in welcher s nur als Function der 3 Differenzen erscheint.

Am angemessensten ist es, wenn die 3 Widerstände w_1 , w_2 und w so gewählt sind, daß sie der Proportion $w : w_1 : w_2 = \sqrt{2} : 1 : 1$ annähernd entsprechen, es sind dann die Differenzen d_1 , d_2 und d einander nahe gleich und sämmtlich positiv (während im Original dann die eine negativ wurde) und die Coefficienten der Gleichungen behalten die ihnen oben beigelegten Zeichen.

Die Gleichung ist in Bezug auf s aufzulösen und dieser Werth so lange zu benutzen, bis ein neuer Drath in die Brücke gespannt wird.

An Stelle der Bezeichnung $w_1 : w_2 = s - d : s + d$ soll in Nachstehendem der kürzere Ausdruck $w_1 : w_2 = f(d)$ treten und soll also d dann positiv genommen werden, wenn $w_1 < w_2$ also $w_1 : w_2$ ein ächter Bruch ist.

Eine solche experimentelle Bestimmung der Größe s kann die directe Messung am Maßstabe nicht nur ersetzen, sondern ist ihr sogar vorzuziehen, da bei ihr einer etwaigen fehlerhaften Beschaffenheit des Drathes Rechnung getragen wird. Sie macht es ferner auch möglich, daß nur der mittlere Theil des Drathes, auf dem die Größen d gemessen werden, vor einem Maßstab ausgespannt wird, während über die Enden anders verfügt werden kann. Es kann endlich der Klemmcontact an den Enden des Drathes fortfallen und durch die sichrere Vöthung ersetzt werden.

Diesen Bemerkungen entsprechend wurde wie folgt verfahren. Das obere der beiden Messingstücke, zwischen welche jedes der beiden Enden des Platindrathes geklemmt war, wurde entfernt und durch ein gleichgeformtes Elfenbeinstück ersetzt. Um dieses wurde der Drath in einer Nutz liegend herumgenommen und auf der oberen Seite bei a (s. Fig. 2) mit Siegellack festgefittet. Bevor das Stück aufgeschraubt wurde, war in die darunter liegende zweite Klemmbaue n ein tiefer halbrunder Einschnitt gemacht, um eine Berührung mit dem Drathe zu verhindern und Reinigung von Staub zu ermöglichen. Vor dem Festfitten wurde der Drath natürlich vollkommen straff gespannt, nachher wurden die beiden Enden nach der Mitte hin zusammengenommen, mehrfach durch Elfenbeinplättchen isolirt auf den Maßstab gelegt und die Enden an die Endflächen von je einem ca. 6^{mm} starken Kupferdrathe mit Weichloth gelöthet, die Vöthstelle sodann zum Schutz gegen Quecksilber gut mit Asphaltlack überzogen.

Ferner wurde der Umschalter an der Brücke durch einen anderen ersetzt, welcher zwar im Wesentlichen dem im citirten Original beschriebenen und abgebildeten gleichend, doch etwas von ihm abwich und deshalb hier in Fig. 3 nochmals abgebildet ist. Die Grundplatte R von schwarzer Masse hat wie dort 8 eingebohrte Quecksilber-Näpfe I bis VIII von denen V, VI und IV durch einen mit Siegellack eingelassenen starken Kupferdrath verbunden sind. Da starke Platten von schwarzer Masse fast stets porös sind, so waren in die Bohrungen noch besonders gedrehte Näpfe eingesetzt. Um den Elfenbeinstift in der Mitte dreht sich, zugleich längs desselben verschiebbar, ein Stück schwarzer Masse S , welches die beiden starken Kupferdräthe NN trägt. Diese sind bestimmt, in einer Stellung des Umschalters den Napf I mit II und III mit IV, in der andern I mit III und II mit IV zu verbinden. An jeden ist ein Messingfortsatz nach oben angelöthet; beide Fortsätze sind oben durch ein Elfenbeinplättchen K verbunden, wodurch eine bequeme Handhabe geschaffen ist; unter dies Elfenbeinplättchen werden die Galvanometerzuleitungen geklemmt. Endlich steht auf der Platte R noch das Stück T von schwarzer Masse, welches die 3 Näpfe VII, IV und VIII theilweis zudeckt und vorzüglich die Bestimmung hat, den Platindrath vor Beschädigungen, denen er beim Umlegen des Umschalters leicht ausgesetzt ist, zu schützen. Zu dem Ende hat das Stück zwei Löcher, die Kupferdräthe, an welche die Enden des Platindrathes gelöthet sind, passen willig in diese hinein und reichen durch sie in das Quecksilber der Näpfe VII und VIII hinab; sind sie ganz niedergedrückt, so ruht der Platindrath auf der obern Fläche von T und ist dort noch durch angegossenes Paraffin befestigt. Zwei in das Stück S gesetzte Stahlstifte stoßen beim Umlegen des Umschalters an T , welches somit zugleich als Anschlag zur Begrenzung der Bewegung des Stückes S dient.

Die Verbindung der Näpfe II mit VII und III mit VIII wurde für diese Messungen nur durch starke Kupferdräthe hergestellt.

Sämmtliche gelegentlich dieser Arbeit zu vergleichende Widerstände endigten mit Quecksilbernäpfen. Ein und derselbe starke Kupferdrath, um welchen der Batteriedrath herumgewickelt war, wurde in einen Napf von W_1 und in einen Napf von W_2 niedergebogen. Die beiden andern Endnäpfe von W_1 und W_2 wurden entweder mit V und I oder mit I und VI des Umschalters durch kurze dicke Kupferdräthe verbunden; hierbei war die Aufstellung der Behälter der Widerstände maßgebend, da es Regel war, stets den kleineren Widerstand an I und den größeren an V oder VI und hierdurch an IV zu legen. Alle Verbindungsdräthe waren von gleichem Durchmesser (6^{mm}) und an den Enden gut verquickt, im Widerstandsviereck war also keine andere Verbindung als durch Lötung oder Quecksilbernäpfe vermittelt vorhanden und lagen alle Contacte verschiedener Metalle auf einem kleinen Raume nebeneinander, wodurch das Auftreten von Thermoströmen verhindert wurde. (Nur wenn ein Normalrohr eingeschaltet war, war der eine Contact 1^m von dem andern entfernt.) Obwohl bei dem großen Durchmesser des zu den Verbindungen dienenden Kupferdrathes der Widerstand desselben verschwindend klein ist (für ein Meter Länge ist er weniger als 0,001 Einheit) so wurde doch noch Sorge getragen, daß die Zuleitungen sich ganz eliminirten, indem die Länge der zu W_1 und W_2 gehörigen Zuleitungen gleichfalls im Verhältniß W_1 zu W_2 standen. Hierbei wurde der eingelassene Verbindungsdrath im Umschalter, sowie die Hälften der beiden Dräthe NN des Stückes S mit berechnet, da die Zuleitungen einerseits bis zu dem Punkte, an welchem die Batterie angeführt ist und andererseits bis zu den beiden Abgangspunkten nach dem Galvanometer zu rechnen sind.

Als Galvanometer wurde dasselbe Spiegelgalvanometer benutzt, welches Siemens bei der ersten Darstellung benutzte und dort beschreibt.

Es handelte sich nun zuvörderst um Bestimmung der Größe s . Um diese auszuführen wurden 3 Neusilber-Dräthe von den ungefähren Widerständen $W_1 = 5$, $W_2 = 5$, $W = 7$ Einheiten auf eine einzige Spule gleichzeitig doppelt gewickelt aufgewunden und die Enden, wie aus Fig. 4 zu ersehen, an 4 starke Kupferdräthe gelötet, deren jeder in einem Quecksilbernapf stand. Es war so der Widerstand W_1 zwischen die Näpfe (1) und (2), W_2 zwischen (2) und (3) und W zwischen (3) und (4) geschaltet. Indem die Batterie an (2) und (3), die Näpfe (1) und (4) resp. an I und V des Brückenumschalters gelegt wurden, wurde das Verhältniß $W_1 : W$ gemessen. Hierauf kam die Batterie an (3) des Systems, die Näpfe (2) und (4) resp. an I und V der Brücke und endlich die Batterie an (3) und die Näpfe (1) und (4) an VI und I der Brücke zur Messung der Verhältnisse $W_2 : W$ und $W : W_1 + W_2$. Die Ableesungen für die beiden Stellungen des Umschalters bei allen drei Messungen sind in der unten folgenden Tabelle II pag. 33 zusammengestellt und zwar enthalten die Colonnen * und * die zu den entsprechenden Stellungen des Stückes S gehörigen Ableesungen.

Setzt man die 3 Werthe der Differenzen d in die Gleichung

$$s^2 - (3d + d_1 + d_2) s^2 - (dd_1 + dd_2 + 3d_1d_2) s + dd_1d_2 = 0$$

ein (wobei für d_1 und d_2 die Differenzen aus den beiden ersten Messungen, für d die aus der dritten zu nehmen ist), so erhält man die Gleichung:

$$s^3 - 1782,21 \cdot s^2 - 647495,1 \cdot s + 46152510 = 0$$

durch deren Auflösung sich $s = 2082,50$ ergibt.

Mit Hülfe dieser Zahl für s ergibt sich:

aus der ersten Beobachtung	$W_1 = 0,7037902 W$
ferner aus der zweiten	$W_2 = 0,7044525 W$
endlich aus der dritten	$W_1 + W_2 = 1,408239 W$
während nach der ersten und zweiten	$W_1 + W_2 = 1,408243 W$

sich ergibt. Die Uebereinstimmung der beiden Werthe für $W_1 + W_2$ beweist die richtige Berechnung der Größe s aus den drei Beobachtungen. Durch eine vierte, nicht weiter aufgenommene Beobachtung des Verhältnisses $W_1 : W_2$ fand die Richtigkeit der Messungen 1 und 2 Bestätigung.

Ich wende mich nun zu der Copirung von Widerständen nach den Normalröhren. Bei den zu diesem Behufe ausgeführten Messungen kam es, wie ich hier nochmals bemerke, auf folgende zwei Punkte an:

1) war festzustellen, daß die Widerstände der beiden Normalröhren auch wirklich in dem berechneten Verhältnisse standen,

2) waren mit Hülfe der Normalröhren eine Anzahl anderer, unveränderlicher, leichter als die Normalen zu handhabender Widerstände zu bestimmen, welche als Copien erster Ordnung weiterer Copirung zu Grunde gelegt werden können.

Zu den Vergleichen wurden, wie schon früher, Glasspiralen in der von mir ihnen gegebenen Form gewählt, welche Herr Sabine in seiner oben citirten Arbeit beschrieben hat und von denen ich hier in Fig. 5 eine Abbildung gebe. Dergleichen Spiralen waren in größerer Zahl vorhanden und wurden die Widerstände derselben mit Quecksilber gefüllt, durch vorläufige Messungen auf etwa folgende Werthe festgestellt.

Nr. der Spirale:	61	19	23	68	60	22	71	69	72	70	65	73	62
Ungefährer Widerstand:	0,85	0,88	0,97	1,00	1,10	1,11	1,38	2,25	2,47	2,73	2,86	3,15	4,48

Als Bedingung für sämtliche Messungen wurde festgehalten, daß stets nur annähernd gleiche Widerstände mit einander verglichen werden sollten. Hiernach war es zuvörderst unthunlich, die beiden Normalröhren direct mit einander zu vergleichen. Es wurden aus den Spiralen 4 Combinationen gebildet, welche ich hier mit den beiden Normalröhren übersichtlich zusammenstelle, indem ich ihnen zugleich für die Folge eine kürzere Bezeichnung gebe. Die ungefähren Widerstände, wenn der von Rohr Nr. 7 gleich 1 gesetzt wird, sind beigefügt. N bedeutet Normalrohr, S Spirale.

Combination	N_7	$S_{23} + S_{68}$	$S_{19} + S_{60}$	S_{72}	$S_{22} + S_{71}$	N_{11}
ungefährer Widerstand	1	1,006	1,009	1,135	1,271	2,284
gewählte Bezeichnung	A	B	C	D	E	F.

Von den Widerständen A, B, C, D, E, können je zwei beliebige mit einander verglichen werden. Dagegen läßt sich F nur mit der Summe von je 2 der andern vergleichen. Um ganz zuverlässige Resultate zu erlangen, wurden die sämtlichen möglichen Vergleichen zwischen den sämtlichen Combinationen A, B, C, D, E zu je 2 mit einander ausgeführt, sodann noch F mit C + D, F mit B + E und C + D mit B + E verglichen.

Um die Resultate dieser Messungen direct auf einander beziehen zu können, mußten letztere so eingerichtet werden, daß sie thunlichst frei von nebensächlichen Einflüssen bleiben.

Daß die Widerstände der Zuleitungen in Folge des Arrangements ganz außer Acht gelassen werden konnten, ist oben schon bemerkt worden. Der Einfluß der Temperatur wurde dadurch beseitigt, daß die zu vergleichenden Röhren stets in ein und dasselbe Gefäß mit Wasser gesetzt wurden, welches ungefähr die Stubentemperatur hatte und unablässig in Circulation gehalten wurde. Sollten nur Spiralen verglichen werden, so standen sie in einem Gefäß, hergestellt aus zwei Gläsern, deren Zwischenraum mit trockner gestiebter Asche gefüllt und oben mit Kitt verschlossen war und wurde dann durch eine selbstthätige Blasevorrichtung stets Luft durch das Wasser geblasen. Wurden Spiralen mit Normalen verglichen, so standen beide in einem eigens für diese Versuche gefertigten Zintrog mit doppeltem Boden (demselben, der für die Längenbestimmungen gedient hat), und wurde das Wasser stets in lebhafter Circulation gehalten. Als Elektromotor dienten zwei Daniell'sche Elemente, natürlich schloß man die Batterie immer nur auf Momente.

Die Einschaltung der Normalröhren geschah im Wesentlichen wie bei der letzten Reproduction*). Die Enden der Normalen wurden mittelst angemessener Stücke Gummischlauch in kurze dicke Knieröhren gesteckt und darin noch verkittet, jedoch nur von außen, so daß das Quecksilber nicht mit dem Kitt in Berührung kam. Ein einziges Knierohr nahm je ein Ende von beiden Normalen auf. Die Verbindung mit dem Umschalter bei einer Messung zeigt die Skizze Fig. 6. Da viele Glasnäpfe im nämlichen Gefäß mit Wasser stehen, so wurden dieselben, um Stromableitungen durch Beschlagen des Glases zu verhüten, mit dem durch trockene Destillation von Rohgummi erhaltenen, sehr gut isolirenden Oele bepinselt. Dies Del verharzte sehr bald und wurde dann der Ueberzug sorgfältig abgewaschen und ein neuer gegeben. Alle Röhren, Normalen wie Spiralen, waren kurz vor den Messungen durch chemische Mittel wohl gereinigt und getrocknet, sodann gleichzeitig mit sorgfältig gereinigtem Quecksilber**) aus der nämlichen Flasche langsam gefüllt; durch genaue Betrachtung überzeugte man sich von der Abwesenheit aller Luftblasen.

Während der Messungen wehte der Beobachter unablässig mit einem breiten Fächer am Drath entlang, um dessen Temperatur gleichmäßig zu erhalten. Der Drath war natürlich vor strahlender Wärme geschützt; um Erwärmungen mit der Hand zu vermeiden, war ein besonderer Schlüssel ininigem Abstände vom Drathe aufgestellt und wurde der Schlüssel an der Brücke gar nicht benutzt. Die Zuleitungen waren in Folge einer zweckmäßigen Aufstellung sehr kurz. Die vollkommene Abwesenheit aller Thermostrome wurde bei jeder Messung dadurch constatirt, daß das Heben und Umlegen des Umschalters auf das Galvanometer keinen Einfluß ausübte. — Der Schlitten, der die Contactrolle trug, erlaubte eine Verschiebung des Contactpunktes am Drathe entlang um weniger als $0^{\text{mm}},05$ vorzunehmen, der Nonius gestattete genaue Ablesung der Zehntelmillimeter, folglich noch Schätzung der halben Zehntel.

In Tabelle III pag. 34 sind nun die bei den verschiedenen Messungen für beide Umschalterstellungen erhaltenen Ablesungen, die Mittel aus denselben und die Werthe σ und d übersichtlich zusammengestellt. Bemerkt wird noch, daß die Einstellungen für beide Umschalter-

*) Phil. Mag. March. 1863. — Pogg. Ann. Bd. 127. pag. 470.

**) Es wäre bei diesen Messungen ganz gleichgültig gewesen, ob die Röhren reines oder unreines Quecksilber oder ein anderes Material enthielten, wenn letzteres nur gleichmäßig war. Dieser Bedingung genügt aber reines Quecksilber am vollkommensten.

stellungen abwechselnd vorgenommen wurden, so daß zwischen zwei Ableesungen bei einer Stellung stets eine bei der andern Stellung gemacht wurde.

Um die Verhältnisse von B, C, D, E zu A auszudrücken, hätten eigentlich 4 Messungen genügt. Da jedoch deren 10 angestellt sind, so sind 6 von letzteren lediglich Controlmessungen. Die 17te Messung ist eine siebente Controlmessung. Zum Anschluß des Rohres F hätte ferner 1 Messung genügt, während 2 angestellt wurden, somit war noch 1 fernere Controlmessung gegeben. Mithin sind außer 5 nothwendigen Messungen 8 Controlmessungen vorhanden und war eine Methode zu suchen, mit Hilfe der letzteren die vorhandenen Beobachtungsfehler zu berechnen und zu entfernen. Dies geschah in folgender Art, welche, wie ich ausdrücklich bemerke, nur durch die Einführung der Größen d in bequemer und einfacher Weise ausführbar ist.

Wenn man für 3 Widerstände $w_1 w_2 w_3$ von denen w_1 der kleinste, w_3 der größte sei, sämtliche 3 Verhältnisse: $\frac{w_2}{w_3}, \frac{w_3}{w_1}$ und $\frac{w_1}{w_2}$ durch Beobachtung gefunden, d. h. für alle drei die entsprechenden Werthe von d (die ich mit $\delta_1 \delta_2 \delta_3$ bezeichnen will) ermittelt hat, so folgt aus der Gleichung: $\frac{w_2}{w_3} \cdot \frac{w_3}{w_1} \cdot \frac{w_1}{w_2} = 1$ die folgende Gleichung:

$$\frac{s - \delta_1}{s + \delta_1} \cdot \frac{s + \delta_2}{s - \delta_2} \cdot \frac{s - \delta_3}{s + \delta_3} = 1$$

und haben hier alle Werthe δ das + Vorzeichen. Es muß also zwischen den 3 Differenzen eine lediglich durch die Größe s vermittelte Beziehung stattfinden. Man übersieht sofort, daß annähernd die Summe der kleinsten Differenzen δ_1 und δ_3 der größten δ_2 gleich sein muß; genauer ergibt sich die Beziehung, indem man die Gleichung auf die Form bringt:

$$\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \frac{\delta_1 \delta_2 \delta_3}{s^2} = 0,$$

(Man vergleiche hier den Aufsatz „Brückenconstruction“ pag. 265, Gl. 1.)

Nun ist die Größe $\frac{\delta_1 \delta_2 \delta_3}{s^2}$, die ich Δ nennen will, sehr klein, wenn nicht außerordentlich große Verhältnisse gemessen werden und kann also schon mit Hilfe der uncorrigirten Differenzen, zu denen sie gehört, mit vollkommener Genauigkeit berechnet werden.

Solche Ausdrücke $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta$, welche also gleich Null sein sollen, lassen sich aus den 10 Beobachtungen Nr. 5—14 so viele bilden, als sich die Widerstände ABCDE auf verschiedene Weise zu 3 combiniren lassen, d. h. 10; die 10 Combinationen wurden gebildet, natürlich wurden die Ausdrücke $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta$ nicht gleich Null und erhielt man also Gleichungen von der Form $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$. Es kam darauf an, die Größen φ , welche also die Summen der Einzelfehler der Differenzen δ sind, zur gesonderten Bestimmung der letzteren zu verwerthen. Dies hat keine Schwierigkeit, sobald die Verhältnisse bekannt sind, in welchen die Einzelfehler zu einander stehen.

In Tabelle IV pag. 34 sind zunächst von I bis X die 10 Gleichungen $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$ zusammengestellt, eine jede bildet zur besseren Uebersicht eine Verticalkolonne. Die 3 Widerstände, durch deren Combination jede Gleichung gebildet ist, sowie die Nummern der 3 betreffenden Beobachtungen, welchen die Differenzen angehören, sind gleichfalls angegeben.

Das Hundertelmillimeter ist in der Tabelle die Einheit, im Uebrigen bedarf dieselbe keiner Erläuterung.

Da in Gleichung I für φ anstatt 0 der Werth -25 erscheint, so ist es einigermaßen wahrscheinlich, daß d_5 zu klein, d_9 zu klein und d_6 zu groß ist. Ebenso wird es z. B. aus Gleichung VII wahrscheinlich, daß d_9 zu klein, d_{10} zu groß und d_{12} zu klein ist. Endlich macht Gleichung VIII wahrscheinlich, daß d_9 zu klein, d_{11} zu groß und d_{13} zu klein ist.

Alle drei Gleichungen lassen also vermuthen, daß d_9 zu klein ist; diese Annahme wird dadurch sehr wahrscheinlich und man erfährt zugleich, daß d_9 in Folge seiner Kleinheit einmal zu einem Fehler von 25, dann von 25 und endlich von 28, also im Mittel zu solchem von $\frac{77}{3}$ Anlaß giebt.

Jede der Differenzen d_5 bis d_{14} kommt in dreien von den Gleichungen I bis X vor und lassen sich für jede ähnliche Schlüsse aufstellen, wie eben für d_9 geschehen; diese sind in Tabelle V pag. 35 zusammengestellt.

In derselben enthält Reihe 1 die Bezeichnung der Differenzen d , deren Correction versucht werden soll, Reihe 2 die Gleichungen, in denen sie vorkommen, Reihe 3 den wahrscheinlichen Sinn des Fehlers nach jeder einzelnen Gleichung, durch g oder k bezeichnet, je nachdem die Differenz wahrscheinlich zu groß oder zu klein ist, Reihe 4 die Fehlersummen φ aus den einzelnen drei Gleichungen, endlich Reihe 5 die Angaben des wahrscheinlichen Sinnes des Fehlers der Differenz aus allen drei Gleichungen, sowie die Summe der Größen φ als Verhältnißzahl für die Correction. Hierbei haben natürlich bei widersprechenden Angaben der einzelnen Gleichungen über den Sinn des Fehlers die größeren Werthe φ den Ausschlag gegeben und sind dann die φ der widersprechenden Gleichungen bei Bildung der Verhältnißzahl nicht addirt sondern subtrahirt worden.

Es erscheint nun die Annahme sehr wahrscheinlich, daß die Fehler der einzelnen Differenzen den so für sie ermittelten Verhältnißzahlen angenähert proportional sind. Dies vorausgesetzt, lassen sich die Fehlersummen φ der Gleichungen I bis X auf die zugehörigen Differenzen nach den Regeln der Gesellschaftsrechnung vertheilen, und enthält Reihe 6 der Tabelle V die hiernach den Differenzen aus den einzelnen Gleichungen zukommenden Correctionen, welche übrigens nur wenig von einander abweichen. Man darf natürlich aus diesen Correctionen nicht einfach das arithmetische Mittel nehmen, diejenigen, welche aus den größeren Fehlern berechnet sind und besonders die, bei welchen keine Verhältnißzahl negativ wurde (was meist zusammenfällt), sind die sichersten, und ist also die in Reihe 7 angegebene mittlere Correction so berechnet, daß jeder einzelnen Correction als Gewicht der der Ursprungsgleichung angehörige Fehler φ beigelegt wurde. Reihe 8 der Tabelle V zeigt endlich die corrigirten Werthe d . Zur Controle wurde nun die Tabelle VI pag. 35 ganz nach Tabelle IV jedoch unter Benutzung der corrigirten Werthe für die Differenzen aufgestellt.

Die Größen φ sind durchgängig 0 oder $0^{mm},01$ geworden. Dieser Umstand beweist zwar nur die Nichtigkeit der Ausrechnung, da sich 10 Werthe stets so ändern lassen, daß sie zehn Gleichungen genügen. Die sehr gute Uebereinstimmung der Partialcorrectionen in Reihe 6 der Tabelle V aber spricht für die Genauigkeit der Ausgleichung überhaupt. Da die höchsten vorgekommenen Correctionen (abgesehen von dem isolirt dastehenden Betrage $0^{mm},16$)

nur $0^{mm},10$ bis $0^{mm},11$ betragen und 10 Gleichungen in Uebereinstimmung gebracht sind, so ist es wohl nicht zu viel behauptet, daß die Differenzen d jetzt bis auf $0^{mm},02$ genau ausgeglichen seien. Die Heranziehung der Controlmessung Nr. 17 wird dies fast zur Gewißheit machen *).

Es können nun mit Hülfe der so berichtigten Differenzen die Widerstände der Spiralencombinationen ausgerechnet werden. Natürlich ist es nicht mehr nöthig, sämtliche Beobachtungen auszurechnen, da sie nun übereinstimmen müssen, es genügt die Berechnung der $f(d)$ für die Beobachtungen Nr. 5—8, um die relativen Werthe der Größen A, B, C, D, E genau zu erhalten. Zuvörderst werde $A=1$ gesetzt. Die Berechnung ist in Tabelle VII pag. 35 ausgeführt.

Zur Erläuterung der letzten Verticalcolonne muß nun bemerkt werden, daß eine ähnliche Beobachtungsreihe schon zwei Tage vorher unmittelbar nach Füllung der Spiralen durch Ermittlung der Verhältnisse B:C B:D B:E C:D C:E D:E und A:B ausgeführt worden war, jedoch nicht mit der nämlichen Sorgfalt, wie die Beobachtungen Nr. 5—14. Es würde dieser Umstand deshalb hier nicht erwähnt worden sein, wenn nicht beim Beginn der Messungen Nr. 5—14 sich herausgestellt hätte, daß in beiden Spiralen, aus denen B bestand, sich Luftblasen befanden. Diese waren durch zufällige heftige Erschütterungen beim Reinigen der Spiralen vom verharzten Gummiöl hinein gelangt. Solche Luftblasen sind nun zwar leicht bis an das Ende des Rohrs zu treiben, hängen sich aber an der Erweiterung sehr fest an, und so bedurfte es auch hier des wiederholten Durchsaugens fast des ganzen Quecksilbers aus einem Napf in den anderen und zurück, um sie zu entfernen. Während nun die Beobachtungen Nr. 12—14 mit den vorangegangenen minder sorgfältigen ziemlich gut übereinstimmten, differirten Nr. 5, 9, 10, 11, wie vorauszusehen war, ziemlich bedeutend und zwar sämtlich in dem Sinne, daß B seinen Widerstand verringert hatte. Die Abweichungen der Differenzen waren resp. 0,50, 0,57, 0,64 und $0^{mm},70$, also im Mittel 0,60; bei der nahen Uebereinstimmung derselben wird man 0,60 als die Correction betrachten können, durch deren Anbringung an den sämtlichen mit der geänderten Combination B erhaltenen Differenzen diese in solche Differenzen übergehen, welche mit der ungeänderten Combination B erhalten worden wären. Mithin würde für die Combination B bei Vergleichung mit A $d=6,10$ geworden sein, wonach die letzte Verticalcolonne berechnet ist.

Diese erwähnte Widerstandsänderung der Combination B bestätigt zugleich, was Siemens bereits früher festgestellt, daß Quecksilber durch Aufnahme von Kupfer seine Lei-

*) Wenn die Verhältnisse der Widerstände anstatt durch die Function $\frac{s+d}{s-d}$ durch den Quotienten $\frac{a}{b}$ wie früher ausgedrückt worden wären, so läßt sich allerdings eine ähnliche Correction mit den Logarithmen für $\frac{a}{b}$ ausführen und werden die Gleichungen sogar noch einfacher, indem die sämtlichen Größen Δ zu Null werden. Jedoch ist es stets vorzuziehen, wenn das direkte Object eines Versuches selbst corrigirt werden kann.

Man könnte geneigt sein zu glauben, daß sich die Fehler der 10 Differenzen auf streng mathematischem Wege finden lassen, da ja 10 Gleichungen vorhanden sind. Allein diese Gleichungen sind nicht von einander unabhängig. Uebrigens würde ein solcher Weg, wenn vorhanden, weder einfacher noch so allgemein gültig gewesen sein, wie der oben eingeschlagene, außerdem ist jeder Weg, der nur die Schlusscorrectionen und nicht, wie oben, Partialcorrectionen liefert, zu verwerfen, da sonst ein wichtiges Criterium der Genauigkeit fehlt.

tungsfähigkeit vergrößert und rechtfertigt die von mir gebrauchte Vorsicht, die verquickten Zuleitungsdräthe stets erst nach sehr sorgfältigem Abwischen in die Napfe zu hängen und große Niveauunterschiede der letztern an der nämlichen Spirale zu vermeiden. Sie beweist endlich, daß bei längerem Gebrauch einer Spirale, selbst wenn keine großen Niveauänderungen im Quecksilber vorkommen, der Inhalt öfter erneuert werden muß. Uebrigens wird der auf diese Weise mittelbar gefundene Werth für B erst dann als zuverlässig gelten können, wenn derselbe noch durch anderweite Beobachtungen Bestätigung gefunden hat.

Eine Controle für die Richtigkeit der oben bewirkten Fehlerausgleichungen bietet sich nun in der Beobachtung 17. Für sich allein wäre sie von geringem Werth, zusammengestellt mit den Beobachtungen 15 und 16 läßt sich wieder eine Gleichung nach dem Schema $d_1 + d_3 - d_2 - \Delta = \varphi$ bilden und zwar erhält man

$$3,91 + 61,92 - 65,82 - 0,00 = 0,01,$$

also 0,01 für φ ; eine durchaus genügende Uebereinstimmung. — Es dürfte die Bemerkung nicht überflüssig sein, daß es schwierig ist, eine Ausgleichung der Fehler zu bewirken, wenn man nur eine solche Gleichung hat. Selbst unter der im Allgemeinen wahrscheinlichsten Annahme, daß alle drei Differenzen mit gleich großen Fehlern behaftet seien, kann dieser Fehler noch in doppelter Weise bestimmt werden, nämlich entweder auf den ganzen Betrag von φ oder auf den dritten Theil dieses Werthes, je nach dem Sinne, in welchem man die Correctionen anbringen will. Da jedoch im Allgemeinen kleine Fehler leichter zu erwarten sind, so dürfte die letztere Art der Correction vorzuziehen sein, welche sich übrigens im vorliegenden Falle nicht anbringen läßt, ohne in die Tausendstel von Millimetern einzugehen. Es können somit die drei Differenzen d_{15} , d_{16} , d_{17} als wahrscheinlich richtig angesehen werden und ist nun zu untersuchen, wie die Messung Nr. 17 mit denen Nr. 5 — 14 übereinstimmt.

Am einfachsten geschieht dies, indem man die Größen $B' + E$ und $C + D$ direct bildet und das Verhältniß derselben bestimmt, es ergibt sich

$$\begin{array}{r} B' + E = 2275,10 \quad 357 \quad 0005 \\ C + D = 2143,67 \quad 331 \quad 1579 \\ \hline B' + E : C + D = \quad \quad \quad 025 \quad 8426 \text{ auf indirectem Wege.} \end{array}$$

Aus Messung Nr. 17 andererseits ist $d_{17} = 61,92$, folglich

$$\begin{array}{r} s + d = 2144,42 \quad 331 \quad 3099 \\ s - d = 2020,58 \quad 305 \quad 4760 \\ \hline B' + E : C + D = \quad \quad \quad 025 \quad 8339 \text{ auf directem Wege, der Quotient beider} \\ \text{Verhältnisse ist} \quad \quad \quad 1000,02 \quad 000 \quad 0087 \end{array}$$

also eine Uebereinstimmung innerhalb $0,02 \frac{0}{100}$. Eine so genaue Uebereinstimmung zwischen den Resultaten so vieler von einander unabhängiger Versuche ist wohl der beste Beweis für die Richtigkeit der angewandten Fehlerausgleichung.

Wenngleich im vorliegenden Falle ohne praktischen Werth, hat es doch theoretisches Interesse genug zu zeigen, daß man auch bei Beobachtungen nach Art der Nr. 17 die Uebereinstimmung mit solchen wie Nr. 9—14 aus den Größen d direct constatiren kann, ohne die Summen $B' + E$ und $C + D$ und ihr Verhältniß zu bilden.

Setzt man nämlich für drei Widerstände G, H, J

$$H : G = f(\delta_1)$$

$$J : G = f(\delta_2)$$

$$G : H + J = f(\delta)$$

so müssen diese drei Differenzen der zur Bestimmung von s benutzten Gleichung:

$$s^3 - s^2(3\delta + \delta_1 + \delta_2) - s(\delta\delta_1 + \delta\delta_2 + 3\delta_1\delta_2) + \delta_1\delta_2\delta = 0$$

genügen. Führt man hier die Größen: $m = \delta_1 + \delta_2$ und $n = \frac{\delta_1\delta_2}{s}$ ein, so gewinnt diese die einfachere Form:

$$s^3 - s^2(3\delta + m) - s(\delta m + 3ns) + \delta ns = 0.$$

Aus dieser endlich zieht man

$$\delta = s \frac{s - m - 3n}{3s + m - n}.$$

Kennt man also die Differenzen δ_1 und δ_2 , welche den Verhältnissen einer Größe G zu zwei andern H und J einzeln entsprechen, so lehrt diese Gleichung die Differenz für das Verhältniß $G : H + J$ berechnen.

Nun ist aus Nr. 9 . . . $B' : C = f(3,88)$

und aus Nr. 13 . . . $E : C = f(-238,32),$

somit $m = -234,44$ und $n = -0,444$, mithin für das Verhältniß $C : B' + E$

$$\delta' = s \frac{2318,27}{6013,50} = 802,83.$$

Ferner ist aus Nr. 12 . . . $D : C = f(-121,97),$

und selbstverständlich . . . $C : C = f(0),$

hier ist also $m = -121,97$ und $n = 0$, somit wird für das Verhältniß $C : C + D$

$$\delta'' = s \frac{2204,47}{6117,53} = 749,46.$$

Diese beiden virtuellen Differenzen für die Verhältnisse $C : B' + E$ und $C : C + D$ lassen sich mit dem beobachteten Resultat $C + D : B' + E = f(61,92)$ durch eine der Gleichungen $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$ verbinden, es wird $\Delta = 8,58$, somit

$$61,92 + 749,46 - 802,83 - 8,58 = 0,03.$$

Die nahe Uebereinstimmung der Beobachtung Nr. 17 mit den corrigirten Beobachtungen 5—14 ist also auch auf diesem Wege nachgewiesen.

Wenngleich man in ähnlichen Fällen denselben wohl selten einschlagen wird, so mußte er doch hier beleuchtet werden, da er eine neue Richtung angiebt, in welcher sich die als Maß für die Verhältnisse von Widerständen vorgeschlagenen Größen d vortheilhaft verwerthen lassen.

Aus den beiden Messungen Nr. 15 und 16 ergeben sich nun zwei Werthe für den Quotienten $F : A$, deren Berechnung hier folgt:

$C + D : F = f(65,82)$	$B' + E : F = f(3,91)$
$s + d$ 2148,32	2086,41
$s - d$ 2016,68	2078,59
$\lg s + d$ 332 0989	319 3997
$\text{clg } s - d$ 695 3630	682 2312
$\lg W^*)$ 331 1579	357 0005
$\lg \frac{F}{A}$ 353 6198	358 6314

Die Differenz der beiden Logarithmen von $\frac{F}{A}$ ist 000 0116, also der Unterschied der beiden durch die Beobachtungen erhaltenen Werthe für $F : A$ kleiner als $0,03 \frac{\circ}{\circ}$.

Nimmt man aus beiden Logarithmen das Mittel mit 358 6256 so ergibt sich also der Logarithmus des Quotienten $F : A$.

aus der Berechnung der Röhren zu 358 6480

aus der Beobachtung zu 358 6256

und der Unterschied zwischen Berechnung und Beobachtung also 000 0224 $0,05 \frac{\circ}{\circ}$.

Eine solche Uebereinstimmung, die man wohl als eine fast vollkommene bezeichnen darf, ist einerseits geeignet, die letzten Einwendungen gegen die Reproducirbarkeit der Quecksilber-Einheit zu beseitigen und spricht zugleich in Verbindung mit den vorangegangenen Resultaten lebhaft für die Vorzüge des Meßinstrumentes in seiner jetzigen Form und Handhabung.

Ein kurzer Ueberblick über die vorstehend beschriebene Untersuchung wird zu einer geeigneten Beseitigung des noch vorhandenen geringen Fehlers die Daten an die Hand geben und eine Schätzung der Genauigkeit der bisher erlangten Resultate ermöglichen.

Die Quecksilber-Einheit legt außer der von der Natur gegebenen Leitungsfähigkeit des Quecksilbers als einzige conventionelle Einheit das Meter zu Grunde. Nur in Folge der angewandten Methode zur praktischen Herstellung, nicht aber als der Einheit zu Grunde liegende Größen, benutzt man bei derselben ferner eine Naturconstante, das specifische Gewicht von Quecksilber von 0° und eine conventionelle Größe, das Gramme.

Die berechneten Werthe der Normalröhren sind also zuvörderst, unabhängig von der Sorgfalt, mit welcher die vorausgehenden Arbeiten ausgeführt worden, behaftet mit den Fehlern des benutzten Maßstabes, der benutzten Gewichte und der angewandten Zahl für das specifische Gewicht des Quecksilbers. Dabei verdoppelt sich der durch Anwendung eines falschen Maßstabes etwa entstehende Fehler noch dadurch, daß der Querschnitt der Röhren erst aus der Länge berechnet wird.

Gerade diese drei durch keine Sorgfalt zu verringernden Fehler lassen sich ihrem Betrage nach am wenigsten feststellen, höchstens kann man vom specifischen Gewicht des Quecksilbers behaupten, daß es, als Mittel aus 3 Bestimmungen**), deren größte Abweichung $0,02 \frac{\circ}{\circ}$ beträgt, wahrscheinlich nicht mehr als $0,01 \frac{\circ}{\circ}$ fehlerhaft ist. Im Allgemeinen werden auch die beiden andern sehr klein sein, doch liegt in ihnen die Möglichkeit, daß zwei verschiedene

*) für W ist natürlich einmal $C + D$ das andere Mal $B' + E$ zu nehmen.

**) Pogg. Ann. Bd. 150 pag. 210.

Beobachter zu Resultaten gelangen können, deren Unterschied größer ist, als die Sorgfalt der Manipulation zuzulassen scheint.

Außer mit den genannten Fehlern sind die berechneten Werthe der Normalröhren noch mit folgenden Fehlern behaftet.

1) Aus der Längenmessung. Bei der gegenwärtigen Untersuchung ist dieser Fehler gegeben durch die Differenz der Temperaturen, welche in der nämlichen Versuchsreihe der gleichen Länge des Rohres mit dem Maßstabe entsprechen. Diese größte Differenz war $0^{\circ},7$ bei 4 Beobachtungen, der Fehler bei Bestimmung der Temperatur ist also sicher nicht größer als $0^{\circ},5$, dies entspräche einer Längenänderung um $0,005 \frac{\circ}{\circ}$.

2) Die Gewichtsbestimmung ist behaftet mit den Fehlern der Füllung, der Entleerungstemperatur, der Abgrenzung des Rohrinhalts, der Entleerung und der Wägung selbst*).

Den vier erstern kann, da ein gutes Thermometer benutzt und dem Rohre Zeit gelassen wurde, die Temperatur der Umgebung anzunehmen, da ferner das fein geschliffene Glasplättchen stets rasch und sorgsam auf das Rohr gedrückt wurde, da endlich nach jeder Füllung und Entleerung das Rohr einer genauen Besichtigung unterworfen wurde, ein größerer Fehler nicht zugeschrieben werden als der Längenmessung. Was die Wägungen betrifft, so gab die Waage noch eine Mehrbelastung von $0,1$ Milligramm an, das Mittel aus den Wägungen für jedes Rohr wird also höchstens um $0^{\text{mgr}},1$ fehlerhaft sein, dies entspricht einer Genauigkeit von $0,014 \frac{\circ}{\circ}$ bei Rohr Nr. 7 und $0,033 \frac{\circ}{\circ}$ bei Rohr Nr. 11.

Mit Rücksicht auf die andern Fehler, aber auch auf die häufige Wiederholung der Gewichtsbestimmungen, wird man die Maximalfehler derselben annehmen können zu $0,02 \frac{\circ}{\circ}$ für Rohr Nr. 7 und $0,04 \frac{\circ}{\circ}$ für Rohr Nr. 11**).

Die Fehler mit welchen die Berechnung des Coefficienten C und des Ausbreitungswiderstandes behaftet sind, dürfen wohl als ganz unerheblich betrachtet werden.

Es bleibt also die Berechnung noch behaftet mit dem Fehler der Gewichtsbestimmung und dem doppelten Fehler der Längenbestimmung: also mit $0,02 \pm 0,01 \frac{\circ}{\circ}$ für Rohr Nr. 7 und mit $0,04 \pm 0,01 \frac{\circ}{\circ}$ für Rohr Nr. 11.

Man ersieht hieraus, daß die Berechnung für Nr. 7 ungefähr doppelt so genau ist, wie die von Nr. 11. Je feiner das Rohr wird, desto nachtheiliger werden die Fehler der Wägung.

Den Fehlern der Berechnung gesellen sich nun für die mit Hilfe der Brücke bestimmten Spiralen noch die der Beobachtung hinzu. Ein näheres Eingehen auf letztere wird zu einem interessanten Ergebnis führen.

Die einzelnen Ablesungen bei Vergleichung der nämlichen Widerstände und bei der nämlichen Umschalterstellung, deren meist drei gemacht wurden, weichen nämlich höchstens um $0^{\text{mm}},05$ von einander ab. Wenngleich die halben Zehntel Resultat einer minder zuverlässigen Schätzung sind (da der Nonius nur $0^{\text{mm}},1$ zuließ), so wird man doch das Mittel aus allen 3 Beobachtungen als bis auf $0^{\text{mm}},03$ mithin den Werth d als innerhalb $0^{\text{mm}},06$ genau be-

*) Der scheinbare Ausdehnungs-Coefficient des Quecksilbers darf als so genau bekannt betrachtet werden, daß er außer Betracht geblieben ist.

**) Zu einem ähnlichen Resultat führt eine angemessene Discussion der auf 0° berechneten Resultate der einzelnen Wägungen.

trachten dürfen. Da s ca. 2000 ist, so käme hiernach auch der einzelnen Beobachtung eine Genauigkeit von ca. $0,06 \frac{\circ}{\circ\circ}$ zu.

Allein die Ausgleichung hat gezeigt, daß an den einzelnen Differenzen d Correctionen bis zu $0^{\text{mm}},11$ (wenn der vereinzelt stehende Werth 0,16 auch unbeachtet bleibt) angebracht werden müssen. Den Grund dieser auffälligen Erscheinung habe ich nicht aufzufinden vermocht. Man könnte ihn zunächst darin suchen, daß bei den Beobachtungen mit hoher Correction eine geringere Sorgfalt angewendet wurde. Allein im Gegentheil. Die Beobachtungen Nr. 5, 6, 9 waren die ersten der Reihe 5—14. Sobald dieselben mit je 3 Ablefungen auf jeder Seite beendet waren, wurde die Gleichung $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$ hergestellt und führte der große Werth von φ auf die Vermuthung, daß ein Fehler gemacht sei. Es wurden deshalb alle drei Beobachtungen mit je 2 Paar Ablefungen wiederholt (und sind also auch je 5 Paare aufgeführt) ohne ein nennenswerth anderes Resultat, als vorher.

Da ferner bei diesen Messungen gerade die Spiralen 19 und 68, welche soeben von Luftblasen befreit waren, benutzt wurden, so könnte man glauben, daß diese noch eine nachträgliche Aenderung erfahren hätten, etwa durch fernere Infiltration von kupferhaltigem Quecksilber in das Rohr. Auch dann müßte ich aber bei der Wiederholung andere Resultate erhalten haben. Dasselbe mußte der Fall sein, wenn Temperaturunterschiede der Spiralen den Grund der Fehler bildeten. Auch in der Theilung des Maßstabes oder in der schlechten Beschaffenheit des Drathes kann der Fehler nicht liegen, da er für nahe bei einander liegende Werthe von d sogar entgegengesetzt wird.

Die oben gegebene Ausgleichungsmethode hat nun zwar zur fast vollständigen Elimination dieser Fehler geführt. Die Größen φ sind bis auf höchstens 0,01 heruntergebracht, alle 10 Beobachtungen stimmen mit einander überein, somit ist die Behauptung gerechtfertigt, daß die corrigirten Differenzen d um weniger als 0,02 falsch sind, mithin für die einzelnen Messungen eine Genauigkeit innerhalb $0,02 \frac{\circ}{\circ\circ}$ erreicht ist.

Man ersieht aber aus Vorstehendem, wie wenig auf einzelne Messungen gegeben werden darf, selbst wenn sie oft wiederholt und mit der peinlichsten Sorgfalt ausgeführt sind. Mindestens 3 müssen angestellt werden, um eine der oben erwähnten Gleichungen bilden zu können, der Betrag von φ giebt dann Aufschluß, ob noch eine größere Zahl von Beobachtungen nöthig ist. Dr. Siemens hat bereits in Bezug auf das Meßinstrument, dessen sich Matthies bei seiner Reproduction der Quecksilber-Einheit bediente*), darauf aufmerksam gemacht, daß ihm der Umschalter fehlt, wodurch die Beobachtungen sehr an Zuverlässigkeit verlieren. Es lassen sich fernere Einwendungen erheben gegen die Anwendung eines Holzmaßstabes; außerdem sind die Widerstände der Drathverlängerungsrollen (L und R genannt) unter der ungenauen Voraussetzung bestimmt, daß die Widerstände von den Enden des gespannten Drathes AA' bis zu den Batterieklemmen B B, Null seien; übrigens ist nicht gesagt, ob die gedachten Rollen doppelt gewickelt waren (resp. wie der störende Einfluß des Inductionstromes beseitigt wurde), ebenso wenig, welche Maßregeln getroffen waren um zu verhindern, daß die Temperatur im Innern der Rolle eine andere ist, als die der umgebenden Luft und folglich auch eine andere als die des gespannten Drathes AA'. Wenngleich es

*) Report of the British Association for 1864 pag. 353.

nicht ausdrücklich ausgesprochen ist, so läßt doch die betreffende Stelle der Beschreibung nur die Deutung zu, daß das Material der Verlängerungsrollen L und R ein anderes war als das des gespannten Drathes AA'. Dann sind aber die Werthe von L und R in Milli-
metern von AA' Functionen der Temperatur, ein Umstand, auf den gar keine Rücksicht genommen zu sein scheint, der aber an Bedeutung durch die ausdrückliche Angabe gewinnt, daß AA' durch Erwärmung seinen Widerstand nur unbedeutend ändere.

Nun wird für die einzelne Messung eine Genauigkeit von $0,025 \frac{\text{‰}}{\text{‰}}$ beansprucht, dies ist gleichbedeutend mit einer Zuverlässigkeit der einzelnen Ablefung bis auf $0^{\text{mm}},25$. Wenn-
gleich wiederholte Ablefungen bei der nämlichen Messung trotz der fehlenden Einstellungs-
vorrichtung und trotz des mangelnden Nonius bis auf $0^{\text{mm}},25$ übereinstimmen können, so kann doch der Einfluß der oben genannten Fehlerquellen namentlich der letztern ein sehr viel größerer sein. Daß Controlmessungen (z. B. durch Messung der 3 Verhältnisse zwischen 3 Widerständen) angestellt sind, ist nirgends angegeben und scheint also die Genauigkeit von $0,025 \frac{\text{‰}}{\text{‰}}$ lediglich eine theoretisch aus den größten Ablefungs-differenzen berechnete zu sein. Aus Obigem ist aber ersichtlich, wie weit die practisch erreichte Genauigkeit der einzelnen Messung hinter der theoretisch berechneten zurücksteht und muß somit die Behauptung, daß mit jenem Instru-
ment Messungen bis auf $0,025 \frac{\text{‰}}{\text{‰}}$ genau ausgeführt werden können, als eine ohne Beweis gebliebene lediglich theoretische Ansicht bezeichnet werden.

Dessen ungeachtet kann das von der British Association eingesetzte „Committee on Standards of electrical Resistance“, welches sich desselben Instrumentes bediente (vergl. Report of the British Association for 1865 pag. 313) bei Copirung seiner Einheit mit demselben die beanspruchte Genauigkeit erzielt haben. Denn es sind zwei ganz verschiedene Aufgaben, zwei Widerstände einander gleich zu machen oder das Verhältniß von zwei erheblich verschiedenen Widerständen zu messen. Die erste Aufgabe wird bei einiger Sorgfalt mit bedeutend größerer Genauigkeit gelöst werden können. Bei der Herstellung aber der Einheit aus der ursprünglich vorhandenen Rolle von 4,6677 Einheiten können sich nach Vorstehendem Fehler eingeschlichen haben, deren Größe sich allerdings nicht beurtheilen läßt; man ersieht aus dem, was mitgetheilt ist, nur, daß in der schließlich erhaltenen Einheit die Beobachtungs-
fehler von etwa 5 Messungen sich addirt haben können, welche, wenn auch nur gute Mittel-
werthe benutzt sind, doch jede für sich ganz uncontrolirt geblieben sind. —

Um nun aus den oben für $A=1000$ gefundenen Widerständen von B, C, D, E die absoluten Widerstände zu finden, bedarf es zuvörderst der Festsetzung von Gewichten für die berechneten Widerstände der Normalröhren A und F.

Nun ist zuvörderst das Rohr A etwa doppelt so genau berechnet als F. Außerdem enthält F eine sehr geringe Quecksilbermasse, viel kleiner als in irgend einer der Spiralen-
Combinationen enthalten ist. Natürlich sind solche Messungen genauer, bei denen die Queck-
silbermassen auf beiden Seiten erheblich sind, da sie sich dann etwas weniger leicht verun-
reinigen, durch den Strom nicht so leicht erwärmt werden und der Einfluß etwa noch vor-
handener kleiner Luftblasen zc. weniger erheblich ist.

Somit dürfte dem Werthe für A etwa das dreifache Gewicht wie dem von F beizulegen sein und ist die durch die Messungen gefundene Differenz $0,05 \frac{\text{‰}}{\text{‰}}$ hiernach zu vertheilen. Dies geschieht, indem dem $\log A$ 000 0056 addirt und vom $\log F$ 000 0168 subtrahirt

wird. Hiernach wird

$$\log A = 284\ 4949$$

$$\log F = 643\ 1205$$

$$\log \frac{F}{A} = 358\ 6256$$

Da keine der Aenderungen $0,04 \frac{0}{00}$ erreicht, da überhaupt unter allen oben erreichten Resultaten nirgends mehr Abweichungen bis zu diesem Belange vorkommen, so dürfte die Behauptung gerechtfertigt sein, daß die Quecksilbereinheit durch diese Bestimmungen wahrscheinlich bis auf $0,05 \frac{0}{00}$, jedenfalls aber innerhalb $0,1 \frac{0}{00}$ genau dargestellt worden sei.

Die corrigirten Logarithmen für A und F gelten natürlich nur für diese Beobachtungen; bei einer neuen Reihe muß wieder von den berechneten in Tabelle I. ausgegangen werden.

Für $\log A = 284\ 4949$ werden nun die Spiralscombinationen

$$\log B = 287\ 0392 \qquad B = 1936,60$$

$$\log C = 288\ 4072 \qquad C = 1942,71$$

$$\log D = 339\ 3399 \qquad D = 2184,44$$

$$\log E = 388\ 2444 \qquad E = 2444,81$$

Mit dieser Feststellung der genauen Widerstände von 4 Combinationen aus Quecksilberspiralen in Quecksilbereinheiten darf die eigentliche Reproduction der Einheit als abgeschlossen betrachtet werden. Es möchte jedoch, da die einzelnen Spiralen wohl in fremde Hände übergehen, also auch einzeln gebraucht werden sollen, angemessen sein, deren Bestimmung noch anzuschließen, um so mehr, als dadurch ein neuer Belag für die Richtigkeit der vorstehenden Beobachtungen gewonnen wird.

Der Widerstand D wird nur durch eine Spirale Nr. 72 gebildet. Dagegen bestehen B, C, E aus je 2 von den Spiralen Nr. 19, 23, 68, 60, 22, 71, welche nachfolgend der Reihe nach mit a, b, c, g, h, k bezeichnet werden mögen.

Die Spiralen wurden gereinigt und mit frisch gereinigtem Quecksilber gefüllt, demnächst a, b, c, g, h zu je zweien mit einander verglichen (nur die Messung ah wurde nicht angestellt) und k durch die beiden Messungen gk und hk angeschlossen. Sämmtliche Ablesungen bei einer Umschalterstellung wurden mindestens zweimal gemacht, nur wenn der Unterschied größer als $0^{mm},05$ war, wurde noch eine dritte Einstellung vorgenommen. Uebrigens waren inzwischen die Enden des Meßdrahtes der Brücke neu angelöthet worden und mußte s neu bestimmt werden. Den oben erwähnten Messungen Nr. 1, 2 und 3 entsprechen die folgenden Messungen

$$18, w_1 : w = f(358,70) \quad 19, w_2 : w = f(359,22) \quad 20, w : w_1 + w_2 = f(351,35)$$

aus denen man die Gleichung

$$s^3 - 1771,97 s^2 - 683798,7 s + 45272230 = 0$$

und aus dieser für s den Werth 2070,00 gewinnt. Mit Hilfe desselben ergibt sich

$$\text{aus Nr. 18} \qquad w_1 = 0,704615 w$$

$$\text{und aus Nr. 19} \qquad w_2 = 0,704251 w$$

$$\text{woraus sich berechnet} \qquad w_1 + w_2 = 1,40887 w$$

$$\text{während nach Nr. 20 beobachtet ist} \qquad w_1 + w_2 = 1,40887 w$$

somit entspricht $s = 2070,00$ den drei Beobachtungen genau.

Die bei den Beobachtungen zwischen den einzelnen Spiralen erhaltenen Größen σ und d sind nachstehend übersichtlich zusammengestellt.

Beobachtung 21. a:b	22. a:c	23. a:g	24. a:h	25. b:c	26. b:g
σ 985,53	985,67	985,85	(berechnet)	985,60	985,76
d 106,63	135,13	234,29	246,57	29,00	128,60
Beobachtung 27. b:h	28. c:g	29. c:h	30. g:h	31. g:k	32. h:k
σ	985,49	985,33	985,62	985,62
d 140,90	99,95	112,13	12,53	229,12	216,62

Die Differenz d_{24} , für die keine Beobachtungen angestellt wurden, ist wie folgt gefunden. Dieselbe mußte annähernd gleich $d_{21} + d_{27}$ oder $d_{22} + d_{29}$ oder $d_{23} + d_{30}$ sein. Indem zuvörderst das Mittel dieser drei angenäherten Zahlen benutzt wurde, ließen sich aus ihm und den genannten Beobachtungspaaren 3 Gleichungen von der Form $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$ bilden, in denen nun die Correctionen Δ genau berechnet werden konnten. Nun wurde in allen 3 Gleichungen δ_{24} nach der Bedingung $\varphi = 0$ bestimmt, von den so gefundenen drei Zahlen für diese Differenz ist die oben für d_{24} angegebene das arithmetische Mittel.

Die 10 Differenzen d_{21} bis d_{30} lassen sich nun in ähnlicher Weise ausgleichen, wie die d_5 bis d_{14} früher. Tabelle VIII auf pag. 36 zeigt zunächst die 10 Gleichungen von der Form $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$ mit Angabe der zugehörigen Widerstandscombinationen; die zu einer Gleichung gehörigen Größen stehen wieder unter einander und ist überhaupt die Tabelle ganz wie Tabelle IV eingerichtet. Das Hundertelmillimeter ist auch hier als Einheit genommen.

Demnächst enthält Tabelle IX auf pag. 36 die Berechnung der Correctionen und die corrigirten Größen d , sie ist vollkommen nach der Tabelle V eingerichtet und mögen die dort gegebenen Erläuterungen für sie genügen.

Die mit Hülfe der ausgeglichenen Differenzen hergestellten Gleichungen $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$ wurden zur Controle der Rechnung gebildet; es genüge hier die Bemerkung, daß φ nirgends größer als $0^{\text{mm}},01$ wurde.

Um an die Widerstände a, b, c, g, h noch k anzuschließen, wird die mehrgenannte Relation aus d_{30}, d_{31} und d_{32} gebildet. Man erhält:

$$12,41 + 216,62 - 229,12 - 0,14 = -0,23.$$

Da d_{30} vorstehend corrigirt, also als richtig zu betrachten ist, so muß der Fehler $\varphi = -0,23$ auf d_{31} und d_{32} gleichmäßig vertheilt werden. Man erhält hierdurch:

$$g:k = f(229,01) \text{ und } h:k = f(216,73)$$

Nun läßt sich aus den berichtigten Beobachtungen $a:g$ und $g:k$, sowie auch aus $a:h$ und $h:k$ die Differenz d_{33} , welche der Beobachtung $a:k$ zutame, ermitteln, sie ist $d_{33} = 457,60$ (die Berechnung derselben geschieht nur, um die nachfolgende Ausrechnung der Spiralenwerthe übersichtlicher zu machen und wird die Genauigkeit durch ihre Einführung weder vermehrt noch vermindert). Indem man zunächst $a = 1$ setzt, lassen sich nun die Widerstände b, c, g, h, k mit Hülfe der Differenzen $d_{21}, d_{22}, d_{23}, d_{24}, d_{33}$ leicht ermitteln, sie sind gleich $f(d)$ und ist ihre Berechnung in Tab. X pag. 36 ausgeführt. Sodann sind die Größen $b + c = B, a + g = C$ und $h + k = E$ gebildet, indem noch $a = 1$ geblieben ist. Diese sind endlich mit den oben gefundenen absoluten Werthen für B, C, E zusammengestellt.

Wären die 3 Logarithmen in der letzten Zeile der Tabelle X einander ganz gleich, so würde eine vollkommene Uebereinstimmung zwischen den Beobachtungen 5 bis 14 und 21 bis 33 stattfinden und die Richtigkeit des auf pag. 22 gemachten Schlusses von der Combination B' auf die Combination B Bestätigung gefunden haben. Ohne Rücksicht auf den, auf jener Schlussfolgerung beruhenden $\log \frac{b+c}{B}$ stellt sich das Mittel aus den beiden an-

dern auf 064 7864. Dies ist offenbar $c \log a$ und muß von den Logarithmen in Zeile $\log f(d)$ der Tab. X subtrahirt werden, um die Logarithmen der einzelnen Spiralen zu erhalten. Mithin wird

$\log a = 935\ 2136$	$a = 861,42$	Spirale 19
$\log b = 979\ 9372$	$b = 954,85$	„ 23
$\log c = 992\ 0424$	$c = 981,84$	„ 68
$\log g = 033\ 9594$	$g = 1081,33$	„ 60
$\log h = 039\ 1700$	$h = 1094,38$	„ 22
$\log k = 130\ 4491$	$k = 1350,36$	„ 71

Die Bestimmung der Spiralen ist damit beendet. Es erübrigt noch, anzudeuten, wie mit Hilfe der Spiralen Einheiten aus Neusilberdrath und eine Widerstandsscala adjustirt wurden.

Die Einrichtung der von der Telegraphenbauanstalt von Siemens und Halske seit mehreren Jahren gefertigten und verbreiteten Einheiten wird durch Fig. 7 erläutert. In einer gedrehten Holzbüchse, deren Boden sowohl als der Deckel in der Mitte ein Loch von 10^{mm} Durchmesser haben, liegt am Rande ganz frei in einer doppelt gewundenen Spirale ein doppelt besponnener gut lackirter Neusilberdrath von etwa 2^m,7 Länge, 0^{mm},9 Durchmesser und 1^{gr},7 Gewicht. In den Rand der Büchse sind zwei Messingstäbe eingelassen, so daß sie mit beiden Enden aus derselben hervorreichen. An diese Stäbe sind innen die Enden des Drathes geführt und mittelst je einer Klemmbaue und zweier Schrauben festgehalten. An einem Ende trägt jeder Stab eine Klemmschraube zur Anbringung starker Zuleitungsdräthe, an den andern Enden sind starke Kupferdräthe nach unten angelöthet, welche, wenn verquickt, die Einschaltung der Einheit durch Quecksilbernäpfe gestatten. (Nur letztere Zuleitung wurde beim Justiren benutzt.) Die beiden Löcher in Boden und Deckel der Büchsen sollen den Luftwechsel erleichtern und die Einführung eines Thermometers gestatten.

Zwei vorher ziemlich genau adjustirte Einheiten, welche einander aber so genau gleich waren, als die Brücke gestattete, dies auszuführen, und in denen das eine Ende des Drathes schon verlöthet war, wurden hinter einander gegen die Combination C eingeschaltet. Die Lufttemperatur sowie die des Wassers, in welchem die Spiralen C standen, wurden genau beobachtet. Die Differenzen d , welche bei den verschiedenen Angaben beider Thermometer erzielt werden mußten, wenn die Neusilbereinheiten bei +20° C. richtig sein sollten, waren vorher berechnet und dabei 0,00097 als (scheinbarer) Widerstandsvermehrungscoefficient für Quecksilber und 0,0004 für Neusilber angenommen. Nun wurden einfach die Enden beider Neusilberdräthe unter der Klemme vorgezogen (und zwar stets beide um gleich viel), so lange bis die vorher berechnete Differenz d wirklich erreicht war.

Es wurde nochmals constatirt, daß die Widerstände beider Dräthe noch sehr nahe gleich waren. Nachdem die Enden dann verlöthet waren, wurde endlich durch zwei fernere

genaue Vergleichen der Einheiten unter sich und beider hinter einander geschaltet gegen die Combination C für jede die Temperatur ermittelt, bei welcher sie eine Einheit repräsentirte.

Von diesen beiden Einheiten wurden fernere Einheiten in gewöhnlicher Weise abcopirt, gleich verlöthet und demnächst für sie durch Vergleichung mit Combination C die zugehörigen Temperaturen bestimmt.

Die Justirung einer Normalscala von 1 bis 10000 ist in der Weise ausgeführt worden, welche ich in der Zeitschrift des deutsch-österreichischen Telegraphen-Vereins Jahrg. XIV Hest 1 pag. 4 ff. beschrieben habe.

Ich habe zum Schluß die angenehme Pflicht zu erfüllen, Herrn Dr. W. Siemens meinen Dank zu sagen nicht nur für das Vertrauen, mit dem er mich durch Uebertragen der Arbeit geehrt, sondern auch für die Liberalität, mit der er Alles, dessen ich benöthigt war, in seiner Werkstatt sogleich herstellen ließ. Auch erfreute ich mich bei Ausführung der einzelnen Operationen der freundlichen Unterstützung des Herrn Georg v. Chauvin, dem ich dafür hierdurch ebenfalls meinen Dank ausspreche.

Berlin, im Juni 1868.

Zusätze im September 1868.

1) Die auf pag. 16 beschriebene Befestigungsweise des Brückendrathes ist seitdem durch eine zweckmäßigere ersetzt worden, welche anderwärts beschrieben werden wird.

2) Es wird dem Leser von Interesse sein, zu erfahren, daß die internationale Telegraphen-Conferenz, welche im Juni und Juli d. J. in Wien tagte, auf den Antrag des General-Directors der Telegraphen des Norddeutschen Bundes Herrn v. Chauvin die Annahme der Siemens'schen Quecksilber-Einheit als internationales Widerstandsmaß einstimmig beschloß. Hierdurch dürfte die allgemeine Einführung der Quecksilber-Einheit gesichert und zugleich die Ansicht, welche Herr Dr. Matthießen vor ca. 3 Jahren aussprach (sfr. Pogg. Ann. Bb. 125 pag. 501) in einer von ihm gewiß nicht geahnten eclatanten Weise widerlegt sein.

3) Nach Beendigung der oben beschriebenen Arbeit beabsichtigte ich, das Verhältniß zwischen der Quecksilber-Einheit und der Ohm festzustellen. Ich verglich die Copie der Ohm, welche sich im Besitz der Herren Siemens & Halske befindet und mit Nr. 61 bezeichnet ist, mit den Normalröhren, erhielt jedoch trotz aller Sorgfalt Resultate, die innerhalb 2% schwankten. Ich muß annehmen, daß die Copie beschädigt ist und Wasser eindringen läßt (sie erwies sich kleiner als erwartet werden mußte); eine Revision wird veranlaßt werden.

Da mir eine andere Copie nicht zu Gebote stand, mußte ich auf die directe Messung des Verhältnisses beider Einheiten verzichten und gehe auf die Angabe von Fleming Jenkin zurück, welcher (Pogg. Ann. Bb. 126 pag. 369) mittheilt, daß 1 Ohm im Mittel gleich 1,0456 Quecksilber-Einheiten sei. Diese Zahl beruht auf der Messung von Einheiten nach der II. Reproduction, bei welcher die berechneten Widerstände der Röhren Nr. 7 und 11 resp. 1918,32 und 4382,18 waren.

Durch die jetzige Reproduction sind diese Widerstände auf resp. 1925,26 und 4396,81 festgestellt, also resp. 3,617 und 3,338 $\frac{1}{1000}$ größer (wovon 3 $\frac{1}{1000}$ auf die Aenderung des specifischen Gewichtes des Quecksilbers kommen). Wird den Angaben über Rohr Nr. 7 das doppelte Gewicht beigelegt, so ist die mittlere Abweichung 3,524 $\frac{1}{1000}$ und es berechnet sich der Werth von 1 Ohm auf 1,0493 Quecksilber-Einheiten.

Tabellen zur vorstehenden Abhandlung.

Tabelle I zu S. 12.

Berechnung des mittleren Querschnitts π für die beiden Normalröhren Nr. 7 und 11.

Rohr Nr.	7.		11.	
	Num.	Log. *)	Num.	Log. *)
1. Mittleres Quecksilbergewicht bei der mittleren Temperatur $16^{\circ},5$ resp. $19^{\circ},1$	$7053,4$	848 3985	$3086,3$	489 4381
2. Corrections-Coefficienten zur } Vacuum	.	999 9765	.	999 9765
3. } Reduction auf } Gefrierpunkt	1,002546	001 1043	1,002984	001 2782
4. Gewicht der Quecksilberfüllung bei 0° und im Vacuum	.	849 4793	.	490 6928
5. Specificsches Gewicht des Quecksilbers von 0°	13,59593	[866 5911]	13,59593	[866 5911]
6. Rohrlänge L_0 (aus S. 10)	.	[999 8571]	.	[999 8619]
7. Mittlerer Querschnitt Q	.	715 9275	.	357 1458
8. π	.	497 15	.	497 15
9. R^2	.	218 78	.	860 00
10. R	0,407	609 39	0,269	430 00
11. $L_0 + R$	1000,736	000 3195	1000,587	000 2549
12. C	1,000224	000 0973	1,000065	000 0282
13. Q	.	[284 0725]	.	[642 8542]
14. $W = C \frac{L+R}{Q}$	1925,26	284 4893	4396,81	643 1373
15. Quotient $\frac{W_{11}}{W_7}$.	.	2,28375	$\frac{284 4893}{358 6480}$

*) Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen in den beiden Colonnen „Log.“ sind nicht die Logarithmen selbst sondern deren Complemente.

Tabelle II zu S. 17.

Beobachtungen zur Berechnung der Größe s (Drathlänge).

Verglichene Widerstände und Einschaltung	1	2	3	4
	$\left\{ \begin{array}{l} w_1 \text{ an Napf I} \\ w = = \text{IV} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} w_2 \text{ an I} \\ w = \text{IV} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} w \text{ an I} \\ w_1 + w_2 = \text{IV} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} w_1 \text{ an I} \\ w_2 = \text{IV} \end{array} \right.$
Umschalterstellung				
Ableesungen	$\left. \begin{array}{l} 675,4 \quad 313,35 \\ 4 \quad 35 \\ 4 \quad 35 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 675,0 \quad 313,85 \\ 674,95 \quad 9 \\ 95 \quad 85 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 670,85 \quad 317,85 \\ 9 \quad 85 \\ 85 \quad 85 \end{array} \right\}$	nicht aufgenommen.
Mittel	675,4 313,35	674,97 313,87	670,87 317,85	
$\sigma^*)$	988,75	988,84	988,72	
d	362,05	361,10	353,02	

*) σ ist die Summe der Mittel der beiderseitigen Ableesungen und soll eigentlich eine Constante sein.

Tabelle III zu S. 19.

Ablesungen bei Vergleichung der Combinationen A, B, C, D, E, F.

(Die Tabelle ist wie Tabelle II eingerichtet, nur ist die Reihe: „Umschalterstellung“ fortgelassen.)

5 { A an I B = IV	6 { A an I C = IV	7 { A an I D = IV	8 { A an I E = IV	9 { B an I C = IV
491,4 496,9 3 85 4 85 4 85 4 9	489,35 498,8 40 85 35 8 40 85 35 8	428,7 559,9 65 9 65 9 65 9	370,4 618,0 4 0 4 0	492,2 495,9 2 95 2 9 2 9 2 95
491,38 496,86 988,24 5,48	489,37 498,82 988,19 9,45	428,66 559,90 988,56 131,24	370,40 618,00 988,40 247,60	492,20 495,92 988,12 3,72
10 { B an I D = IV	11 { B an I E = IV	12 { C an I D = IV	13 { C an I E = IV	14 { D an I E = IV
431,1 557,05 2 1 1 05 1 05	373,2 615,3 1 35 15 3	433,1 555,1 15 1 1 1	375,15 613,35 15 35 1 35	435,5 552,7 5 7 55 7
431,12 557,06 988,18 125,94	373,15 615,32 988,47 242,17	433,12 555,10 988,22 121,98	375,13 613,35 988,48 238,22	435,52 552,70 988,22 117,18
15 { C+D an I F = IV	16 { B+E an I F = IV	17 { C+D an I B+E = IV		
461,2 527,1 2 0 2 0 2 0	492,15 466,05 15 1 20 1 05	463,15 525,05 1 05 15 05		
461,20 527,02 988,22 65,82	492,17 496,08 988,25 3,91	463,13 525,05 988,18 61,92		

Tabelle IV zu S. 20.

Zusammenstellung der Beobachtungsergebnisse aus Tabelle III in 10 Gleichungen von der Form

$$\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi.$$

Nr. der Gleichung	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Comb. Widerstand	ABC	ABD	ABE	ACD	ACE	ADE	BCD	BCE	BDE	CDE
Nr. der Beobachtung	5, 9, 6	5, 10, 7	5, 11, 8	6, 12, 7	6, 13, 8	7, 14, 8	9, 12, 10	9, 13, 11	10, 14, 11	12, 14, 13
δ_1	548	548	548	945	945	13124	372	372	12594	12198
δ_2	372	12594	24217	12198	23822	11718	12198	23822	11718	11718
δ_3	945	13124	24760	13124	24760	24760	12594	24217	24217	23822
Δ	0	2	8	3	13	88	1	5	82	79
φ	-25	+16	-3	+16	-6	-6	-25	-28	+13	+15

Tabelle V zu S. 21.

Bestimmung der Correctionen für die einzelnen Differenzen d mit Hilfe der Größen φ aus Tabelle IV.

1	Die Differenz	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}
2	ist aus Gleichung	I II III	I IV V	II IV VI	III V VI	I VII VIII	II VII IX	III VIII IX	IV VII X	V VIII X	VI IX X
3	zu groß oder klein	k g k	g g k	k k k	g g g	k k k	g g g	k g k	g k g	k k k	k g g
4	Einzelfehler φ	25 16 3	25 16 6	16 16 6	3 6 6	25 25 28	16 25 13	3 28 13	16 25 15	6 28 15	6 13 15
5	(Sinn d. Abweich.) (u. Verhältnißzahl)	k 12	g 35	k 38	g 15	k 78	g 54	g 12	g 6	k 49	g 22
6	Einzelcorrectionen	2,4 2,4 "	7,0 7,1 7,0	7,6 7,7 7,5	" 3,0 3,0	15,6 15,5 15,7	10,8 10,7 10,8	" 2,4 2,4	1,2 1,2 1,2	10,0 9,9 9,6	4,4 4,4 4,2
7	Mittl. Correction	+ 2	- 7	+ 8	- 3	+ 16	- 11	- 2	- 1	+ 10	- 4
8	Corrig. Differenz	5,50	9,38	131,32	247,57	3,88	125,84	242,15	121,97	238,32	117,14

Tabelle VI zu S. 21.

Wiederholung von Tabelle IV, jedoch unter Anwendung der corrigirten Differenzen aus Tabelle V.

Nr. der Gleichung	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
δ_1	550	550	550	938	938	13132	388	388	12584	12197
δ_3	388	12584	24215	12197	23832	11714	12197	23832	11714	11714
δ_2	938	13132	24757	13132	24757	24757	12584	24215	24215	23832
Δ	0	2	8	3	13	88	1	5	82	79
φ	0	0	0	0	0	+ 1	0	0	+ 1	0

Tabelle VII zu S. 22.

Berechnung der Widerstände der Combinationen B, C, D, E für $A = 1$.

Wf. u. Diff.	$B' = f(5,50)$	$C = f(9,38)$	$D = f(131,32)$	$E = f(247,57)$	$B = f(6,10)$
$s + d$	2088,00	2091,88	2213,82	2330,07	2088,60
$s - d$	2077,00	2073,12	1951,18	1834,93	2076,40
$\log(s + d)$	319 7305	320 5368	345 1423	367 3690	319 8553
$\log(s - d)$	<u>317 4365</u>	<u>316 6245</u>	<u>290 2973</u>	<u>263 6195</u>	<u>317 3110</u>
$\log f(d)$	002 2940	003 9123	054 8450	103 7495	002 5443
$f(d)$	1,00526	1,00905	1,13461	1,26984	1,00588

Tabelle VIII zu S. 30.

Zusammenstellung der Differenzen bei Vergleichung der Spiralen a, b, c, g, h in
10 Gleichungen von der Form $\delta_1 + \delta_3 - \delta_2 - \Delta = \varphi$.

Nr. der Gleichung Combin. Widerstand	I abc	II abg	III abh	IV acg	V ach	VI agh	VII beg	VIII bch	IX bgh	X cgh
δ_1	10663	10663	10663	13513	13513	23429	2900	2900	12860	9995
δ_3	2900	12860	14090	9995	11213	1253	9995	11213	1253	1253
δ_2	13513	23429	24657	23429	24657	24657	12860	14090	14090	11213
Δ	10	75	26	74	87	17	9	11	5	3
φ	+40	+19	+10	+5	-18	+8	+26	+12	+18	+32

Tabelle IX zu S. 30.

Bestimmung der Correctionen für die einzelnen Differenzen d_{21} bis d_{30} aus den Größen φ
der Tabelle VIII.

Die Differenz ist aus Gleichung zu groß oder klein Einzelfehler φ (Sinn d. Abweich.) {u. Verhältnißzahl}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	d_{26}	d_{27}	d_{28}	d_{29}	d_{30}
I II III	I IV V	II IV VI	III V VI	I VII VIII	II VII IX	III VIII IX	IV VII X	V VIII X	VI IX X	
g g g	k g k	k k g	k g k	g g g	g k g	g k g	g g g	k g k	g g g	g g g
40 19 10	40 5 18	19 5 8	10 18 8	40 26 12	19 26 18	10 12 18	5 26 32	18 12 32	8 18 32	8 18 32
g 69	k 53	k 16	0	g 78	g 11	k 20	g 63	k 38	g 58	g 58
Einzelcorrectionen	13,8 13,7 14,1	10,6 10,2 10,5	3,2 3,1 3,0	0	15,6 15,6 15,6	2,2 2,2 2,2	4,1 4,0 4,0	12,1 12,6 12,7	7,5 7,6 7,6	11,0 11,7 11,7
Mittl. Correction	-14	+11	+3	± 0	-16	-2	+4	-13	+8	-12
Corrig. Differenz	106,49	135,24	234,32	246,57	28,84	128,58	140,94	99,82	121,21	12,41

Tabelle X zu S. 30.

Berechnung der Widerstände der Spiralen b, c, g, h, k für a = 1.

Wft. u. Diff.	b = f (106,49)	c = f (135,24)	g = f (234,32)	h = f (246,57)	k = f (457,60)
s + d	2176,49	2205,24	2304,32	2316,57	2527,60
s - d	1963,51	1934,76	1835,68	1823,43	1612,40
log (s + d)	337 7567	343 4559	362 5428	364 8455	402 7083
log (s - d)	293 0331	286 6271	263 7970	260 8891	207 4728
log f (d)	044 7236	056 8288	098 7458	103 9564	195 2355
f (d)	1,10847	1,13980	1,25530	1,27045	1,56760
b + c = 2,24827		a + g = 2,25530		h + k = 2,83805	
log (b + c) = 351 8485		log (a + g) = 353 2043		log (h + k) = 453 0200	
log B = 287 0392		log C = 288 4072		log E = 388 2444	
log $\frac{b+c}{B}$ = 964 8093		log $\frac{a+g}{C}$ = 064 7971		log $\frac{h+k}{E}$ = 064 7756	

Fr. Dehms, Reproduction der Siemens'schen Widerstands-Einheit.

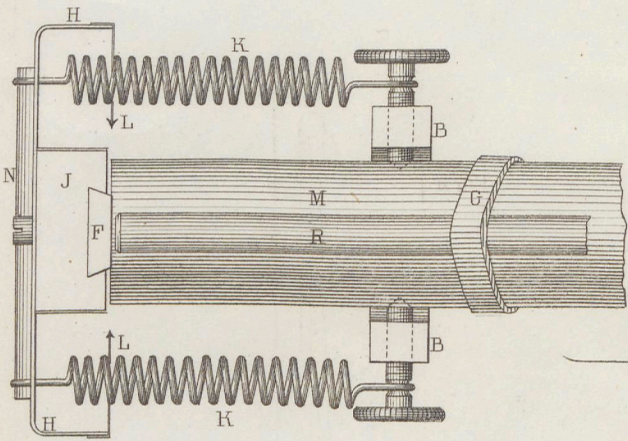


Fig. 1.
 $\frac{1}{4}$

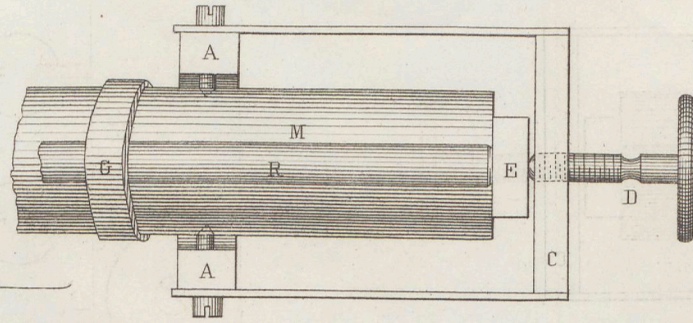


Fig. 2.
 $\frac{1}{4}$

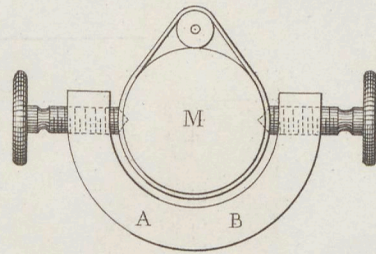
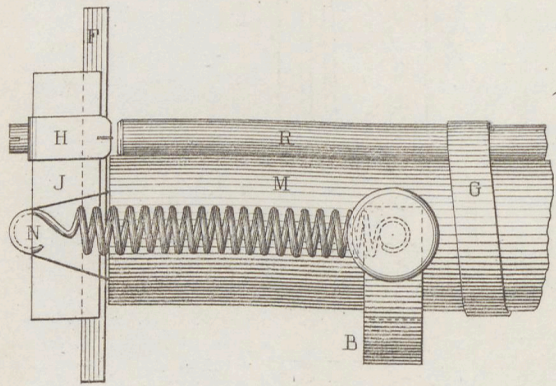


Fig. 3.
 $\frac{1}{2}$

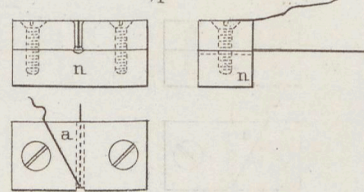


Fig. 4.
 $\frac{1}{2}$

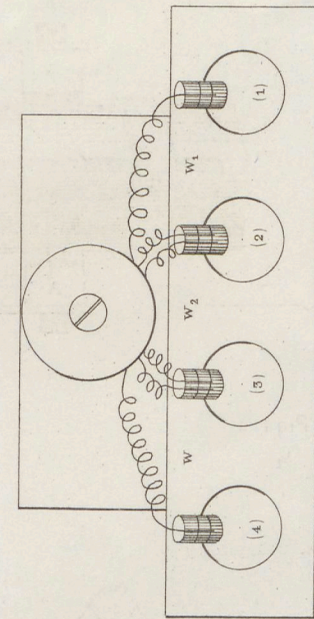


Fig. 6.
Skizze

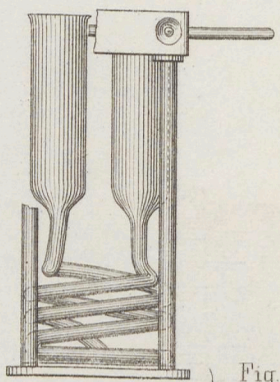
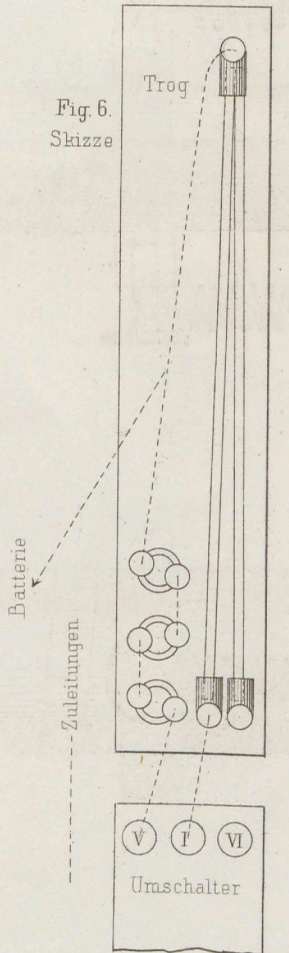
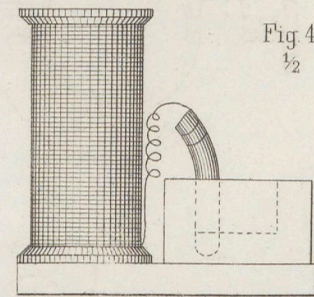


Fig. 5.
 $\frac{1}{2}$

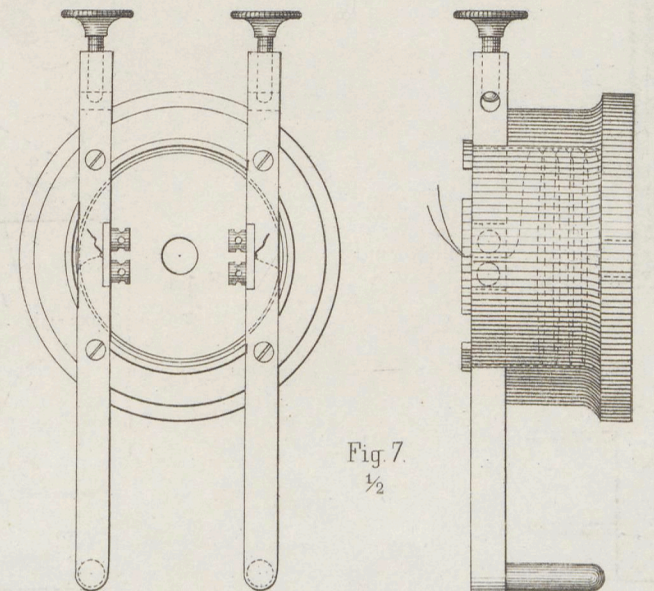
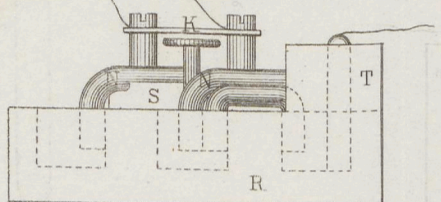
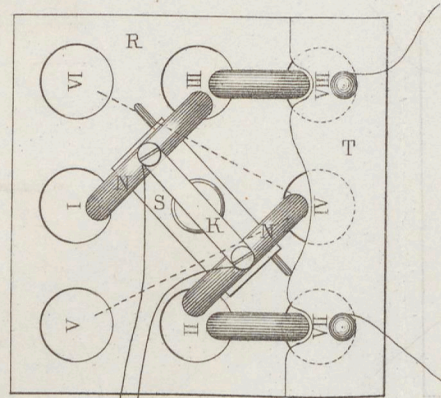
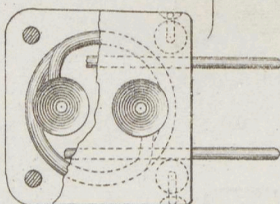


Fig. 7.
 $\frac{1}{2}$

Wären die 3 Logarithmen in der letzten Zeile der Tabelle X einander ganz gleich, so würde eine vollkommene Uebereinstimmung zwischen den Beobachtungen 5 bis 14 und 21 bis 33 stattfinden und die Richtigkeit des auf pag. 22 gemachten Schlusses von der Combination B' auf die Bestätigung gefunden haben. Ohne Rücksicht auf den, auf jener Schlussfolger

den auf 064 7864. $\log \frac{b+c}{B}$ stellt sich das Mittel aus den beiden andern auf $c \log a$ und muß von den Logarithmen in Zeile $\log f(d)$ der Tab. X subtrahirt werden, um die Logarithmen der einzelnen Spiralen zu erhalten. Mithin wird $\log a =$

$\log a =$	$a = 861,42$	Spirale 19
$\log b =$	$b = 954,85$	" 23
$\log c =$	$c = 981,84$	" 68
$\log g = 0$	$g = 1081,33$	" 60
$\log h = 0,3$	$h = 1094,38$	" 22
$\log k = 1,30$	$k = 1350,36$	" 71

Die Bestimmung der Spiralen beendet. Es erübrigt noch, anzudeuten, wie mit Hilfe der Spiralen Einheiten bestimmt werden, durch Drath und eine Widerstandsscala adjustirt wurden.

Die Einrichtung der von der Anstalt von Siemens und Halske seit mehreren Jahren gefertigten und vertriebenen wird durch Fig. 7 erläutert. In einer gedrehten Holzbüchse, deren Boden ein Loch von 10mm Durchmesser haben, liegt am Rande ein doppelt besponnener gut lackirter Neusilberdraht, der 7 Längen, 0mm,9 Durchmesser und 1gr,7 Gewicht. In den Rand der Büchse sind zwei Stäbe eingelassen, so daß sie mit beiden Enden aus derselben hervorreichen. An jedem Ende ist ein Stab mit einer Klemmbaue und zwei Klemmschrauben zur Anbringung der Drähte, an den andern Enden sind starke Kupferdrähte nach unten angelöthet, die die Einheit durch Quecksilbernapfe gestatten. (Nur bei der Einmessung wurde beim Justiren der Büchse die Luftwechsel erleichtert und die Einführung eines Thermometers gestatten.)

Zwei vorher ziemlich genau adjustirte Einheiten, waren, als die Brücke gestattete, dies auszuführen, und in schon verlöthet war, wurden hinter einander gegen die Lufttemperatur sowie die des Wassers, in welchem die Spirale beobachtet. Die Differenzen d , welche bei den verschiedenen erzielte werden mußten, wenn die Neusilbereinheiten bei +20° vorher berechnet und dabei 0,00097 als (scheinbarer) Widerstand für Quecksilber und 0,0004 für Neusilber angenommen. Nun wurden die Neusilberdrähte unter der Klemme vorgezogen (und zwar stets beide bis die vorher berechnete Differenz d wirklich erreicht war.

Es wurde nochmals constatirt, daß die Widerstände beider Einheiten sehr nahe gleich waren. Nachdem die Enden dann verlöthet waren, wurde endlich durch zwei fernere

