

Iamblichus Chalcidensis

Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft

St. Katharinen: Scripta Mercaturae Verlag, 2000

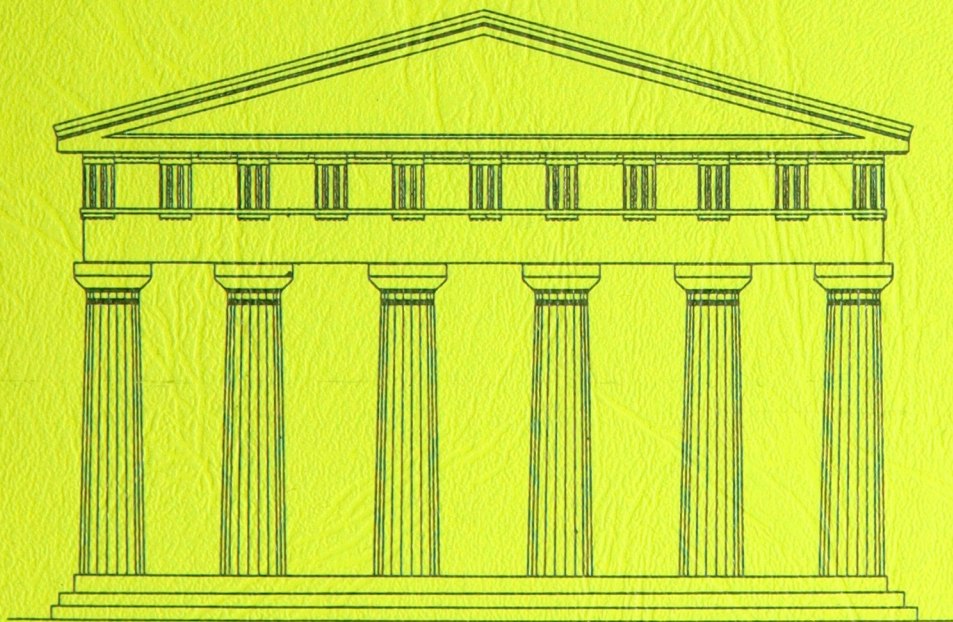
<https://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1818768348>

Druck Freier  Zugang  OCR-Volltext

SUBSIDIA CLASSICA 5

IAMBlichOS

VON DER ALLGEMEINEN
MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFT



SCRIPTA MERCATURAE VERLAG



Universitäts
Bibliothek
Rostock

[https://purl.uni-rostock.de
/rosdok/ppn1818768348/phys_0001](https://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1818768348/phys_0001)



IAMBLICHOS

Von der allgemeinen mathe-
matischen Wissenschaft

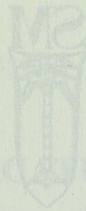
Band 2

Von der allgemeinen mathematischen
Wissenschaft
Herausgegeben von
Beate Noack-Hilgers

Ins Deutsche übersetzt von
Otto Schönbacher und Eberhard Knobloch

Nachwort von Eberhard Knobloch

Anmerkungen:
Vera Binder (Sprachwissenschaft)
Konrad Hitzl (Archäologie)
Beate Noack-Hilgers (Griechische Philologie)
Rolf Puster (Antike Philosophie)
Christiane Reitz (Lateinische Philologie)
Christoph Schäfer (Allg. Geschichte)



SCRIPTA MERCATURAE VERLAG

SUBSIDIA CLASSICA

Band 5

Herausgegeben von
Beate Noack-Hilgers

Herausgeber-Team:

Vera Binder (Sprachwissenschaft)
Konrad Hitzl (Archäologie)
Beate Noack-Hilgers (Griechische Philologie)
Rolf Puster (Antike Philosophie)
Christiane Reitz (Lateinische Philologie)
Christoph Schäfer (Alte Geschichte)



IAMBLICHOS

Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft

Ins Deutsche übersetzt von
Otto Schönberger und Eberhard Knobloch

Nachwort von Eberhard Knobloch

Anmerkungen von Otto Schönberger

SCRIPTA MERCATURAE VERLAG



Universitäts
Bibliothek
Rostock

https://purl.uni-rostock.de/rostdok/ppn1818768348/phys_0005

IAMBlichos

Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft

(Subsidia Classica, Bd. 5)

Ins Deutsche übersetzt von Otto Schönberger und Eberhard Knobloch. Nachwort
von Eberhard Knobloch. Anmerkungen von Otto Schönberger

St. Katharinen 2000

Copyright: SCRIPTA MERCATURAE VERLAG
D-55595 St. Katharinen

ISBN 3-89590-107-5



Universitäts
Bibliothek
Rostock

[https://purl.uni-rostock.de/
/rosdok/ppn1818768348/phys_0006](https://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn1818768348/phys_0006)

JAMBELICHOS

Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft

Kapitel Über den Inhalt des Werkes

INHALT

Übersetzung	1
Anmerkungen	65
Nachwort von Eberhard Knobloch	68
Literatur	76
Nachwort des Übersetzers	78
Glossar	79

4. Welches die spezifischen Prinzipien jeder einzelnen mathematischen Wissenschaft sind, welche eigentümliche Beschaffenheit sie ihrem Wesen nach besitzen, wie sie sich voneinander und von allen übrigen Wissenschaften abheben und unterscheiden. [4 F.]
5. Allgemeine Grundlagen aller mathematischen Wissenschaften, um die sich die Anhänger der Wissenschaft bemühen, Möglichkeit, überhaupt mathematische Erkenntnis über sie zu gewinnen.
6. Über die beim Anwendung des Studiums der mathematischen Wissenschaften auch auf welches Ziel nur die edelste Bestrebung um die Wissenschaft zu richten muß.
7. Grundlegender spezifischer Erkenntnisstoff jeder mathematischen Wissenschaft, Möglichkeit, durch begriffliche Unterscheidung ihr gemeinsames Untersuchungsmerkmal zu gewinnen, mit dem Ziel, die Beschaffenheit von Einheit und Vielheit in den mathematischen Wissenschaften und die Methode ihrer Definition zu erkennen.
8. Das gemeinsame Erkenntnismerkmal aller mathematischen Wissenschaften, mit dem es nach Seilung der Linie findet, welche die Pythagoräer überließen.
9. Über Forscher, die der Wissenschaften eine definierte Wesenheit zueilen. Der Grundsatz liegt bei ihnen vor, die dieses Sein auf die Seele zurückzuführen. Mehrere Gründe für eine solche Hypothese werden angeführt, auch Ansätze zur ganzen noetischen Erkenntnis der Mathematik gegeben.

INHALT

1	Übersetzung
62	Anmerkungen
68	Nachwort von Eberhard Knobloch
76	Literatur
78	Nachwort des Übersetzers
79	Glossar

Verlag

Für den wissenschaftlichen Buchhandel

(Erscheinungsdatum)

Die Deutsche Bibliothek - Die Deutsche Literaturwissenschaftliche Gesellschaft - Nachwort
von Eberhard Knobloch, Anmerkungen von Eberhard Knobloch

16. Februar 2000

Verlag

Verlag

Verlag

IAMBlichos

Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft

Kapitel-Übersicht des dritten Werkes

1. Gesamtabsicht des vorliegenden Buches; darin enthaltene Teilziele; auf wie viele Arten und in welche Teile sie zerlegt werden; woher und von welcher Wesenheit sie die ersten Anlässe ihrer spezifischen Untersuchungsmethode hernehmen.
2. Natur der allgemeinen Theorie über die mathematischen Wissenschaften insgesamt und über die mathematische Wissenschaft; woher sie zu gewinnen und wovon ihre Definition zu nehmen ist; welchen Umfang (Dimension) sie hat und auf wie viele allgemeine Gattungen sich dieser erstreckt.
3. Prinzipien der gesamten mathematischen Wissenschaften; worin sie sich von den übrigen Prinzipien unterscheiden, die ihrerseits Prinzipien anderer Wesenheiten bilden; auch: wie die so gearteten Prinzipien den allgemeinen Grund für die Gesamtheit aller mathematischen Wissenschaften bereitstellen.
4. Welches die spezifischen Prinzipien jeder einzelnen mathematischen Wissenschaft sind, welche eigentümliche Beschaffenheit sie ihrem Wesen nach besitzen, wie sie sich voneinander und von allen übrigen Prinzipien alles Seienden unterscheiden. [4 F]
5. Allgemeine Grundlagen aller mathematischen Wissenschaften, um die sich die Anhänger der Wissenschaft bemühen; Möglichkeit, überhaupt noetische Erkenntnis über sie zu gewinnen.
6. Über die beste Anwendung des Studiums der mathematischen Wissenschaften; auch: auf welches Ziel man die edelste Bemühung um die Wissenschaft ausrichten muß.
7. Grundlegender spezifischer Erkenntnisstoff jeder mathematischen Wissenschaft; Möglichkeit, durch begriffliche Unterscheidung ihr gemeinsames Unterscheidungsmerkmal zu gewinnen, mit dem Ziel, die Beschaffenheit von Einheit und Vielheit in den mathematischen Wissenschaften und die Methode ihrer Definition zu erkennen.
8. Das gemeinsame Erkenntnismittel aller mathematischen Wissenschaften; wie man es nach Spaltung der Linie findet, welche die Pythagoreer überliefern.
9. Über Forscher, die den Wissenschaften eine definierte Wesenheit zuteilen; ihre Grundansicht liegt bei denen vor, die dieses Sein auf die Seele zurückführen; mehrere Gründe für eine solche Hypothese werden angeführt, auch Anstöße zur ganzen noetischen Erkenntnis der Mathematik gegeben.

10. Zusammensetzung des Wesens der Seele aus allen mathematischen Wissenschaften; durch welche Unterscheidung deren Mischung in der Seele bestimmt werden kann; weiter: ob die Seele die ganze Substanz der mathematischen Wissenschaften in sich birgt, oder ob noch ein weiteres Prinzip dafür noetisch erkannt wird.
11. Was die Leistung der mathematischen noetischen Erkenntnis ist; wie sie gewonnen wird; daß sie dementsprechend Mathematik genannt wird. [5 F]
12. Wirksamkeiten der mathematischen Wissenschaft; welche Rangordnungen sie einschließen, nach wie viel unterscheidenden Merkmalen sie begrifflich unterschieden und wie vielfach sie aufgefaßt werden.
13. Welche Elemente und Gattungen der mathematischen Wissenschaft es gibt und inwiefern ihre Elemente und Gattungen identisch sind; wodurch sie sich von denen in den anderen Wissenschaften unterscheiden und von denen in den intelligiblen und den dem Werden unterworfenen Wesenheiten.
14. Über Gleichheit und Ungleichheit in der Mathematik, was sie sind, wie weit sie sich erstrecken und inwiefern sie im mathematischen Wesen vorhanden sind; auch: inwiefern sie sich von den gleichnamigen Gattungen unterscheiden, die man der intelligiblen Welt und der Welt der Sinnesdinge zuschreibt.
15. Inwiefern sich die ganze mathematische Wissenschaft selbst, ihre Gattungen, Elemente und Prinzipien, auf die ganze Philosophie und deren Teile erstreckt, was sie mit ihnen gemeinsam hat und welchen Beitrag sie ihnen leistet.
16. Wie viele Vorteile aus der Mathematik den Künsten erwachsen, und zwar allen gemeinsam wie auch den nach ihren Gattungen unterschiedenen, zum Beispiel den theoretischen, den hervorbringenden und praktischen; kurze zusammenfassende Belehrung über sie.
17. Einrichtung des Studiums der Mathematik; ob es eine Anordnung gibt, die der Natur der Sache folgt, und eine, die sich dem Verstehen anpaßt; ob sich die eine Einzelanordnung zur anderen fügt und ob sie beide zusammen zueinander passen. [6 F]
18. Über die besonderen pythagoreischen Lehrmethoden der mathematischen Wissenschaften; wie die Pythagoreer sie anwandten und wem gegenüber, und daß sie stets bei Lehrstoffen und Lernenden auf deren spezifische Eigenart achteten.
19. Begriffliche Zerlegung der gesamten mathematischen Wissenschaft nach pythagoreischer Art in ihre wichtigsten Gattungen und Arten, indem eine allgemeine noetische Erkenntnis darüber gewonnen wird.
20. Was die definitorische Methode der Mathematik ist, wie sie entsteht und welchen Nutzen für die Wissenschaft sie stiftet; auch: daß die Mathematik ein vollendendes Ziel kennt, und wie dieses ihr Ziel beschaffen ist.

21. Allgemeines Urteil darüber, wer als Bahnbrecher der pythagoreischen Mathematik voranging, was nach Lehre des Pythagoras aus dieser Art von Wissenschaft übernommen ist, und wie man in seiner Nachfolge die Einrichtung der mathematischen Wissenschaften gestalten muß.
22. Worin die eigentümliche Art des Studiums der mathematischen Wissenschaft nach Pythagoras bestand, auf wie viele Vorteile für die Seele und die Menschen sie abzielte, und wie die Pythagoreer sie in ihrer ganzen spezifischen Lebensweise pflegten.
23. Ausführliche Erinnerung daran, daß die Pythagoreer den Anwendungsbereich der Mathematik nicht ohne Grund ausweiteten, sondern sie auf die praktischen Lebensbedürfnisse bezogen; ihre Gründe dafür.
24. Übliches Verfahren der Pythagoreer beim [7 F] Studium der Mathematik; ihre Art der Übung und Tätigkeit in den Wissenschaften.
25. Wer die "Mathematiker" bei den Pythagoreern waren, worin sie sich von den "Akusmatikern" unterschieden, was ihre Leistung war, und welche Gestalt ihre Darlegungen und Beweise hatten.
26. Einwände: die Mathematik sei wertlos. Widerlegungen dieser Einwände; ausführliche Gegenargumente.
27. Was ein wirklich Gebildeter vom Mathematiker fordern und wie man dessen noetische Erkenntnis beurteilen muß; auch: mit Hilfe welcher Definitionen man deren Richtigkeit erfassen muß.
28. Wissenschaftliche Entscheidung der Frage, wann ein Problem oder die Methode der Beweise in den Bereich der mathematischen oder den einer anderen Wissenschaft gehören.
29. Bezüglich der mathematischen Schlußverfahren, der mathematischen Begriffsunterscheidungen und Definitionen, wie sie die mathematische Wissenschaft gebraucht: ob sie ihre Prinzipien gemäß ihrer spezifischen Methode oder von der Dialektik erhält.
30. Daß die Mathematik der ganzen Philosophie wie auch allen Teildisziplinen wichtige Dienste leistet, indem sie ihr zu allen Zwecken behilflich ist, und daß dies insbesondere die pythagoreische Mathematik vollbringt, die starke Unterschiede zur übrigen Mathematik aufweist.
31. Daß die Pythagoreer die gleichen mathematischen Wissenschaften zu vielen verschiedenen Dingen benützten, mehrere [8 F] mathematische Wissenschaften zur Erhellung derselben Sache anwandten, und aus welchen Ursachen sie so verfahren.

32. Daß wir gelegentlich mathematische Mittel sogar bei Sinnesdingen anwenden, wie oft dies geschieht, und wie in den mathematischen Wissenschaften vieles auf andere Dinge bezogen wird; Gründe dafür.

33. Was das Allgemeine, aber auch das Besondere in der ganzen mathematischen Wissenschaft ist in ihren in vielerlei Gestalt noetisch erkannten Verschiedenheiten; weiter: wie man dieses Wesen gemäß der begrifflich unterscheidenden Wissenschaft zerlegen muß, und zwar von der Einheit zur Zweiheit und sodann zu weiteren Spezifikationen.

34. Woher die Wissenschaft der mathematischen Disziplinen ihren Namen hat, worin ihre Prägung besteht, und welche Merkmale man bei der Beurteilung der spezifischen Art der mathematischen Wissenschaften beachten muß.

35. Zusammenfassung der allgemeinen Darstellung aller mathematischen Wissenschaften; Vorführung der Ordnung ihrer Hauptabschnitte; zugleich auch Hinweis auf die richtige Einteilung ihrer Gesamtübersicht. [9 F]

Des Iamblichos von Chalkis in Koilesyrien drittes Werk:

Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft

I

(1) Die gegenwärtige Untersuchung will aufzeigen, was die allgemeine Theorie der mathematischen Wissenschaften ist, was ihre Gesamtheit ausmacht, welche einzige Ursache und welche älteste, vornehme und grundlegende Wesenheit sie besitzt; nach dieser einen Ursache werden wir jedoch untersuchen, ob es etwa zwei Prinzipien dafür gibt, und nach dieser Zweiteilung werden wir mit Hilfe einer wissenschaftlich-begrifflichen Unterscheidung darüber Rechenschaft abzugeben suchen, ob es eine bestimmte Anzahl von Gattungen darin gibt. Schließlich werden wir in einer Art von allgemeinem Erfassen die gemeinsamen Merkmale aller mathematischen Wissenschaften untersuchen, ohne jedoch bereits ihre jeweiligen Theoreme zu berühren.

(2) Bei all dem Genannten werden wir jeweils die Wesenheit aufzeigen, in der jede Gattung und Art der Mathematik gegenwärtig ist, werden auch nicht versäumen darzulegen, welchen Beitrag zum Ganzen diese Dinge leisten, in welchem Verhältnis sie zueinander stehen, auch wie sie verwandt sind und wodurch; weiter: von welchen Prinzipien diese Verwandtschaft kommt (3) und auf welche Gründe, älter als sie selbst, sie zurückgeht, und wie man diese zu finden vermag; weiterhin: wozu diese Bemühung nützt und zu wie hohen Gütern sie führt; auch: daß man sie um ihrer selbst willen und wegen der von ihr vermittelten [10 F] Erkenntnisse erwählen muß; schließlich: daß sie das Denken zur gesamten Philosophie und zur ganzen Erkenntnis über das Seiende und Intelligible hinwendet. Diese vielen Themen müssen wir nun in unserem Buch behandeln; wir wollen aber beginnen, indem wir vom Ersten und Obersten ausgehen.

(4) Folgende Axiome nun sollen bei uns allgemein für die ganzen mathematischen Wissenschaften gelten: daß sie körperlos sind und für sich selbst bestehen; daß sie zwischen den ungeteilten Wesenheiten und den geteilten in der körperlichen Welt (den Ideen und Begriffen) eine Mittelstellung einnehmen und den Standort zwischen dem Ungeteilten und dem Geteilten innehaben; auch: daß sie reiner als das Geteilte und mannigfaltiger als das Ungeteilte sind; daß sie an Synthesis und Zerlegung teilhaben, wobei sie, vom Werden und Vergehen losgelöst, das Zusammengesetzte und Unterschiedene untersuchen; (5) daß sie geringeren Ranges sind als die intelligiblen Wesenheiten, jedoch den Gebilden in der Natur voranstellen, daß sie an Schönheit, Ordnung und Exaktheit das Sichtbare

überragen, hinter der intelligiblen Welt jedoch darin zurückbleiben; daß sie in gleicher Weise in Symmetrie und Übereinstimmung eine Mittelstellung einnehmen, jedoch die Macht haben, uns zu den ungeteilten Ideen überzusetzen und hinüberzubringen, da sie ja mit diesen verwandt sind; schließlich: daß sie die an das Körperliche gewöhnten Menschen davon weg und umgekehrt zu den göttlichen Wesenheiten hinlenken, wie auf einer zur Höhe führenden Leiter.

(6) Man muß nun erkennen, daß diese Gabe nicht als zweitrangig [11 F] im Vergleich mit dem körperlosen Sein von einer einzigen Seinsgattung in die Wissenschaft kommt, sondern daß sie von allen Gattungen stammt, die es überhaupt im wahren Sein und im Intellekt gibt; dieses Mittelwesen zwischen den Ursachen und deren Wirkungen steigt nämlich von all diesem zu den Zwischennaturen der mathematischen Wissenschaften herab, verbindet das werdende mit dem Seienden und bewirkt Gemeinschaft unter ihnen.

(7) Weil also die Natur der noetisch-mathematischen Erkenntnis so bedeutend ist und diese sich derart auf alles erstreckt, ist die mathematische Wissenschaft eine mittlere Erkenntnis, die durch die Synthesis an Kraft des Intellekts gewinnt, dabei gewissermaßen von diskursiver Natur ist, vieles in einem Punkt zusammenfaßt, eher gewisse Bewegungen (von Punkten und Linien) und logische Ausfaltungen gebraucht, dazu Formen und Begriffe mittlerer Art, die nicht allenthalben begrenzt sind, sondern bezüglich des Unbegrenzten die Begrenzung festlegen und dadurch für Klarheit in den nicht ganz erkennbaren Bereichen sorgen.

II

(1) Da nun also die Wissenschaft so beschaffen ist, muß man sie gewinnen, indem man sich fernhält von den Körpern und dem Werden, rein bleibt von Vorstellungen und Sinneseindrücken, sich mit dem Körperlosen an sich vertraut macht und sich unablässig um das wissenschaftliche Studium bemüht. (2) Es ist aber angemessen, ihre Definition festzulegen, indem man ausgeht von der Wissenschaft vom Seienden und von der reinen Beschäftigung der Vernunft mit den reinen Begriffen, den immateriellen Ideen und der bestimmten Wahrheit des Intelligiblen; dadurch nämlich kann einer die Vollendung und Klarheit der Erkenntnis über sie gewinnen.

(3) Die Wissenschaft erstreckt sich aber auf alle mittleren Gattungen und Formen des Seienden, auf alles, was in bestimmten Zahlen umfaßt ist und gemäß gewissen in der Idee liegenden Unterschieden definiert hervortritt. Und ihr einer Teil schreitet voran und steigt zur Höhe empor, der andere naht dem Geringeren [12 F] und

tiefer Stehenden; was sich aber in der Mitte davon befindet, verknüpft die Extreme miteinander.

(4) Ihre Gattungen und Arten aber muß man nach allen diesen Gesichtspunkten unterscheiden und zudem die eine Gruppe als für sich bestehend unterscheiden, die zweite als auf anderes bezogen; auch muß man sie nach den Unterschieden der Quantität unterscheiden, ebenso entsprechend den begrifflichen Unterscheidungen der mittleren Begriffe und Arten; weiter müssen wir die einen von ihnen als vorangehend annehmen, die anderen als später, damit die gegenseitige Rangordnung der Naturen erhalten bleibt.

(5) Man kann aber auch ihre Verschiedenheit entsprechend den Erkenntniskräften der Seele erschließen, die ja mittlerer Art und diskursiv-intellektual sind, wie es offensichtlich auch Archytas in der "Spaltung der Erkenntnislinie" macht. Dies etwa sei umrißartig der erste, zusammenfassende Überblick über die allgemeine noetische Erkenntnis der mathematischen Wissenschaften; im folgenden wollen wir versuchen, wieder von vorne beginnend, die schon aufgeführten Probleme einzeln anzugehen.

III

(1) Wir wollen nun allgemein für alle mathematischen Wissenschaften die Prinzipien der mathematischen Wesenheit bestimmen; da sich nämlich jede Wissenschaft durch ihre spezifischen Prinzipien einstellt, erhält man auch das beste Wissen von der mathematischen Wesenheit, wenn man von ihren Prinzipien ausgeht.

(2) Daß nun das Begrenzte und Unbegrenzte Prinzipien der gesamten Mathematik und der ganzen mathematischen Wesenheit sind, ist, wie die Pythagoreer meinen, jedem klar; doch besitzen beide Prinzipien nicht nur einen Begriff und nicht bei der ganzen (mathematischen) Wesenheit denselben, nein, bei den [13 F] intelligiblen Ideen und den immateriellen Begriffen sind solche Prinzipien andersartig, sind vollkommen intelligibel, immateriell und, für sich seiend, ungeteilt, werden jedoch in der Mathematik die Ursachen von Menge und Größe, begrifflicher Unterscheidung und Entfaltung in die Dimension; sie werden auch an der geteilten Natur Anteil haben und spezifische Gattungen erhalten, die zur gesamten Mathematik passen, werden auch Anteil an der Synthesis haben und durch ein Denken beurteilt werden, das ein anderes ist neben dem Vermögen, das über die einfachen, ungeteilten und intelligiblen Wesenheiten urteilt.

(3) Einige werden aber diesen mathematischen Prinzipien gewiß Bewegung zuschreiben, Leute nämlich, die in der Seele und deren Lebensvorgängen und Wirklichkeiten diese Prinzipien ansiedeln, doch besser ist es, die Seele in eine andere

Wesensgattung zu stellen, die mathematischen Prinzipien aber und die mathematische Wesenheit als unbewegt anzunehmen; ihre Ideen nämlich stehen ewig fest, und wir betrachten sie immer gleich und nach gleichen Gesichtspunkten. So stehen diese Prinzipien nun gewissermaßen zwischen dem Unbegrenzten und dem Begrenzten, wobei stets die Idee der Begrenzung dem Unbegrenzten überlegen ist und es definitorisch in sich einschließt; deshalb schreitet sie auch immer zum Unbegrenzten voran, wird jedoch durch das Begrenzende bestimmt.

(4) Von dem nun, was im Intellekt vorhanden ist, sind diese Prinzipien insofern verschieden, als sie aus sich selbst die Ursache für begriffliche Unterscheidung, Menge, Größe, Zusammensetzung schaffen; von den in die Natur eingetretenen Ideen jedoch und denen der Seele weichen sie dadurch ab, daß sie unbewegt sind und unter den in einer Mittelstellung stehenden körperlosen Mittelwesen durch ihre eigene Natur von der Materie geschieden sind, jene Ideen dagegen mit der Materie in Berührung stehen.

(5) Davon nun, daß sie von den übrigen Ursachen verschieden sind, [14 F] könnte das Gesagte überzeugen. Ihre überall herrschende Allgemeingültigkeit aber muß man auf Grund ihrer Mittelstellung annehmen, die schlechthin so gedacht wird, ebenso auf Grund ihres gegenüber den ungeteilten und intelligiblen Ideen geringeren Ranges, der freilich wieder über den geteilten Wesenheiten im körperlichen Bereich steht. Und wollte sie jemand begrifflich fassen, müßte er seine noetische Erkenntnis nach dieser ihrer begrifflichen Allgemeingültigkeit ausrichten. In gleicher Weise ist anzunehmen, daß sich ihre Unbestimmtheit allgemein über alles erstreckt.

(6) Nimmt man aber gewisse Fähigkeiten der Aufnahme (anderer Gattungen) in den mathematischen Ideen an, muß man diese als allgemeinen Zug des ganzen vielgestaltigen Systems bestehen lassen, das in der Mathematik noetisch erkannt wird; so nämlich läßt sich ihre allgemeine Geltung erkennen; sie ist zwar nur schwer so zu fassen, daß man sie mit einer einzigen Vernunftanstrengung begreift (ist sie doch in vielem und Verschiedenem vorhanden), doch kann man sie - mit gewissen Schwierigkeiten - auf diese Weise mit dem Intellekt erfassen. So viel nun sei auch über das Allgemeine festgelegt.

IV

(1) Wenn man aber für jede der mathematischen Wissenschaften auch ihre besonderen Prinzipien bestimmen und darlegen muß, welche sie sind und welcher Art, welche spezifische Eigenheit sie für sich gesehen besitzen, wie sie sich voneinander und von allen anderen Prinzipien von jeglichem Seienden unterscheiden,

dann müssen wir dies nun auch für die Prinzipien der Mathematik leisten. (2) In diesen herrscht aber eine gewisse Rangordnung, und die einen Prinzipien besitzen Vorrang, und zwar nicht nur der Reihenfolge, sondern auch ihrer Natur nach (sie heben nämlich Späteres mit auf, werden aber selbst nicht mitaufgehoben und führen anderes in sich, sind aber nirgends inbegriffen), [15 F] während die anderen in diesen beiden Bezügen an Rang und Einfachheit zurückstehen; aus diesem Grund müssen nun auch wir - und dies ist das Beste - ihrer naturgemäßen Ordnung folgen und zuerst über die ersten Prinzipien und dann ebenso über alle folgenden sprechen.

(3) Von den Zahlen nun in der Mathematik muß man zwei als die ersten und obersten Prinzipien annehmen. Einmal das Eine; dies aber darf man noch nicht Seiendes nennen, weil es einfach ist und zwar ein Prinzip des Seienden bildet, das Prinzip jedoch noch nicht so beschaffen ist wie die Dinge, deren Prinzip es ist. Dann wieder ist ein zweites Prinzip anzusetzen, die Vielheit, die es durch ihre spezifische Natur leistet, auch eine begriffliche Zerlegung zu ermöglichen; aus diesem Grund dürfen wir wohl auch mit einem möglichst passenden Vergleich sagen, daß sie einer ganz geschmeidigen und biegsamen Materie ähnelt. Aus diesen beiden, dem Einen und dem Prinzip der Vielheit, sei nun die erste Gattung gebildet, indem sich aus ihnen beiden die Zahlen mit gewissermaßen überzeugender Notwendigkeit zusammensetzen.

(4) Und man muß alle Zahlen einzeln durchgehen und sagen, daß diese Natur jeder Zahl - allgemein gesagt - grundsätzlich begriffliche Unterscheidbarkeit und Größe verleiht; wir müssen aber auch sagen, daß das einheitliche und ungeteilte Prinzip jeder einzelnen Zahl wie ein Siegel die Eigenschaft aufdrückt, eine bestimmte Qualität zu besitzen, weiter auch bestimmt und eine Einheit zu sein.

(5) Natürlich darf man aber etwas Derartiges nicht als schlecht oder schimpflich hinstellen, dem es doch zukommt, seiner eigenen Natur nach Ursache von Größe, Unterscheidung und dazu noch von Vermehrung zu sein; wir sind ja auch sonst nicht gewohnt, eine solche Gattung dem Schlechten zuzuordnen, im Gegenteil: Manchmal treffen wir wohl das Richtige mit der Behauptung, das Große sei, mit einer gewissen Qualität verbunden, Urheber von großer Art und Freigebigkeit; [16 F] also sind wir wohl weit davon entfernt, dieses als etwas Schlechtes zu bezeichnen.

(6) Wenn nämlich auch jemand die Natur des Einen preisen sollte, weil es sich selbst genug ist und weil es Ursache gewisser Schönheiten in den Zahlen ist, wie könnte die Behauptung nicht unsinnig sein, das Schlechte oder Schimpfliche könnte seiner Natur nach eine solche Bestimmung in sich aufnehmen? Dann träfe ja der Satz, das Schlechte und Schimpfliche seien zu tadeln, nicht mehr durch-

gänglich zu, jedenfalls wenn man das, was etwas Löbliches in sich aufnehmen kann, auch selbst als löblich bezeichnen muß. So also wollen wir uns dieses Prinzip denken.

- (7) Das Eine aber darf man weder "schön" noch "gut" nennen, weil es noch höher steht sowohl als das Schöne als auch das Gute; als nämlich die Natur von ihren Anfängen aus weiter hervortrat, erschien zuerst das Schöne und erst als Zweites unter den bereits in größerem Abstand folgenden Elementen das Gute. Die erste aufnehmende Materie und Größe also, oder wie man sie nun nennen muß, prägte die Gestalt der Zahlen, die natürlich an Menge unbestimmt war; doch nahm sie eine gewisse gestalthafte Bestimmtheit aus ihrem Anteil am einen hinzu. (8) Nähme also jemand für alles einen einzigen, unbegrenzten Grundstoff und eine solche aufnehmende Materie an, wird sich natürlich die unsinnige Folge einstellen, daß, wenn die Idee des Einen darin wirksam wird, immer auch wieder dieselben Gattungen zustande kommen, jedenfalls wenn sie durchgehend gleich ist. Daraus geht hervor, daß alle Gattungen durchgängig Zahlen sind; denn wir werden keine passende Unterscheidung beibringen können, die erklärt, weshalb denn nun zunächst die Natur der Zahlen entstand, später aber die der Linien, Ebenen und Figuren, und nicht immer dieselbe Gattung, obschon sie doch aus den gleichen und in gleicher Weise miteinander verknüpften Elementen [17 F] stammen.
- (9) Nun könnte jemand eine einzelne Erstursache jeglicher Menge und Größe annehmen, die jedoch viele Verschiedenheiten in sich birgt, wodurch sie fähig wäre, immer neue und andere Gattungen in der ganzen Natur hervorzubringen, obschon sich das Eine gleichartig in allem findet. Doch könnte nicht einmal dieses seine eigene Beschaffenheit ständig und genau zur Anschauung bringen wegen der Dichte der Materie, wie es mit der Form bei irgendwelchen Hölzern geht, die man aufs Geratewohl genommen hat. Diese Folge träfe ihn nun nicht unlogisch, und zudem protestiert jemand wohl mit Recht gegen die Annahme, schon das erste Grundelement solle die begrifflichen Unterscheidungen in derart viele Verschiedenheiten in sich tragen, besonders, wenn er alle diese Spielarten durchginge; denn überall müsse das Einfachste Element sein.
- (10) So bleibt nur übrig, eine andere Ursache für Größe anzunehmen und (wie bei Zahlen Einheit entsprechend dem Einen) bei Linien den Punkt als Ursache anzusetzen. Lage aber und das Auseinandertreten in Dimensionen von Orten muß man zuerst ans Licht treten lassen bezüglich der Linien, Flächen und Körper und in gleicher Weise dann auch einen Ort gemäß dem Gesetz, daß der Unterschied in der aufnehmenden Materie auf die aus ihr hervorgehende Gattung eine gewisse spezifische Eigenart überträgt.

(11) Sollte weiterhin jemand auf Grund dieser Folge auch die hier im Verhältnis zu den Zahlen größere Kontinuität und das Zusammenkleben und die größere Dichte tadelnd ansprechen, wird er wohl Recht haben. So wäre insoweit eine zweite Seinsgattung vollendet; ich stelle nämlich Linien, Körper und Flächen in die gleiche Ordnung. Die erste Materie also ist die der Zahlen, die zweite die der Linien, Flächen und Körper. In gleicher Weise muß man auch bei den übrigen Arten der mathematischen Wissenschaften, wie viele und wie geartete auch das Denken findet, jeweils die spezifische aufnehmende Materie von vorneherein festlegen. [18 F]

(12) Dies mag nun für uns so sein. Die Elemente aber, aus denen die Zahlen bestehen, sind noch nicht schön oder gut; doch entsteht aus der Verbindung des Einen mit der Materie, die Ursache der Vielheit ist, die Zahl, und in den Zahlen zuerst erscheinen das Sein und die Schönheit, wobei der Reihe nach aus den Elementen der Linien das geometrische Sein hervortritt; in diesem wirken ebenso das Sein und das Schöne, in denen es nichts Häßliches oder Schlechtes gibt, am äußersten Ende aber, in den vierten und fünften Zusammensetzungen, da entstehe von den letzten Elementen die Schlechtigkeit, nicht entsprechend einem leitenden Prinzip, sondern dadurch, daß einiges aus der naturgemäßen Ordnung fällt und nicht mehr die Kraft besitzt, dieser zu folgen.

(13) Aus dem Gesagten erhellt auch, inwiefern sich die mathematischen Prinzipien von den übrigen unterscheiden; vor den letzten nämlich haben sie den Vorrang, weil diese irgendwie körperlich sind, sie selbst jedoch körperlos; vor dem als lebendig Betrachteten haben sie wieder Vorrang, weil diese Wesen durch ihre Bewegung charakterisiert sind, während sie unbewegt sind; und von den intelligiblen Grundlagen sind sie verschieden, weil jene als ungeteilt vorausgehen, sie selbst jedoch das Prinzip von Synthese und Zerlegung beisteuern.

(14) Damit sei die allgemeine Theorie der mathematischen Prinzipien und die spezielle Theorie der einzelnen mathematischen Prinzipien durch uns unterschieden; ihr Unterschied aber von den übrigen Prinzipien sei auf diese Weise erklärt.

V

(1) Die Grundlagen nun der mathematischen Theorie, die allgemein in dieser ganzen Wissenschaft gelten, sind wirklich wie allgemeine Theoreme, die sowohl auf Zahlen wie auch auf Größen [19 F] passen können, weiter aber auch auf Harmonien, Astronomie und alles Übrige. (2) Derartige Grundlagen wirken in den Proportionen, in Synthesen und begrifflichen Zerlegungen schlechthin, in noetischen Erkenntnissen über gleich und ungleich bezüglich von Eigenschaften

der Quantität oder Qualität, in Theorien über das Vielfache oder das Geteilte oder bezüglich von Überschüssigem und Fehlendem; sie gelten auch für das allgemeine Erfassen des Begrenzten und Unbegrenzten oder auch für das für sich Bestehende (Absolute) und das einem anderen Zugeordnete (Relative); (3) ferner beziehen sie sich auf die Quantität schlechthin ohne Hinzunahme einer solchen Gestalt der Größe wie "Das Wievieltgrößte". Auch betrachten sie das Schöne in den mathematischen Erscheinungen, soweit sie wissenschaftlich faßbar sind, wobei sie keineswegs diese oder jene spezifische Art von Schönheit zusätzlich bestimmen (diese Art von Betrachtung nämlich gehört bereits zu den Einzelwissenschaften); (4) was wiederum das feste und sichere Gefüge der mathematischen Wissenschaft angeht, das sich nicht einmal so, einmal anders darstellt, nicht sein spezifisches Wesen ändert und nicht jetzt so, ein andermal wieder anders gedacht wird, so umfassen auch dieses die allgemeinen Grundlagen der mathematischen Wissenschaft kraft der Vernunft.

(5) Doch dürfen wir nicht annehmen, diese allgemeinen Eigenschaften seien sekundärer Art, sondern müssen glauben, daß sie schon vor den Einzeldingen bestanden; weiter ist anzunehmen, daß diese allgemeinen Grundlagen ihr Wesen nicht in den Einzeldingen und mit deren Hilfe besitzen, sondern es als etwas Älteres und Ursprünglicheres schon vor diesen erhielten, und daß dieses Sein bestimmt nicht erst durch sie hervorkam, sondern jeder spezifischen [20 F] Erkenntnis der mathematischen Wissenschaften vorgeordnet ist.

(6) Daher auch ist die Erkenntnis der Grundlagen allgemein und folgt einem leitenden Prinzip, ist vollendeter als bei den Einzeldingen, unternimmt eine allgemeine Zusammenschau aller Dinge und ordnet alle mathematischen Theoreme vom Einen aus und auf das Eine hin zusammen; dabei nimmt sie ihre gemeinsame Herkunft und Gleichheit in den Blick, betrachtet aber daneben auch das Ungleiche und Andersartige in ihnen; (7) sie faßt die ersten Gattungen und Arten, die es darin gibt, zusammen und erforscht ihre Unterschiede; sie tut dies, indem sie die allgemeinen Sätze, Grundhypothesen, Definitionen, Voraussetzungen, begriffliche Unterscheidungen, aber auch die Zusammenstellungen und Zusammensetzungen, wiederum auch die Einteilungen, auch das Überschüssige, Fehlende und Abweichende durch alle möglichen Gattungen des mathematisch bestimmten Seins hindurch (einfach ausgedrückt) betrachtet; sie tut es jedoch nicht getrennt bei jedem Einzelnen; (8) auch unterscheidet sie das darin Mögliche und Unmögliche, ebenso das Notwendige und Nicht-Notwendige, das Wahre und Falsche und erforscht sehr exakt Zahl und Art der darin vorhandenen Unterschiede.

(9) Soviel sei gegenwärtig über die allgemeinen Grundlagen der mathematischen Wissenschaft und die allgemeine Methode der ihr verpflichteten noetischen Erkenntnis von uns festgelegt.

VI

(1) Man muß aber bei allen mathematischen Erkenntnissen dieser Art folgendes bedenken: Wenn jemand alles von ihnen richtig auffaßt, erwächst ihm als methodisch Lernendem hoher Nutzen; im anderen Fall ruft man immer besser einen Gott zu Hilfe. (2) Die richtige Methode aber ist folgende (denn soviel wenigstens muß man sagen): [21 F] Wer methodisch lernt, dem muß jede Figur, jedes Zahlensystem, die gesamte harmonische Ordnung und das Verhältnis des Umlaufs der Gestirne als einheitlich in allem erscheinen. Es wird ihm aber so erscheinen, wenn er das, wovon wir reden, beim Lernen richtig im Blick behält; den Nachdenkenden wird nämlich aufgehen, daß ein einziges natürliches Band all diese Erscheinungen durchwirkt.

(3) Wenn einer freilich anders vorgehen will, muß er das Glück anrufen, wie wir auch sagen; denn ohne dieses Wissen wird niemals in den Städten Glück entstehen, das auf Natur beruht, nein, dieses ist die rechte Weise, dies die Erziehung, dies die mathematischen Wissenschaften (seien sie schwer oder leicht), dieser Weg ist zu beschreiten. Die Götter aber zu vernachlässigen, ist nicht recht, da ihrer aller glückliche Kunde, methodisch überliefert, offenbar geworden ist. (4) Wer aber alle diese Erkenntnisse so aufgefaßt hat, den nenne ich den wahrhaftigst weisesten; gewiß nämlich wird keiner sich rühmen, er habe ohne das jetzt Dargelegte die allerschönste und göttlichste Natur, die Gott die Menschen erkennen ließ, ohne Studium und mühelos aufgefaßt.

(5) Zudem muß man die Kategorien "Das Eine" und "Die Arten" bei allen Wissensgebieten der Mathematik heranziehen, bis wir die ganze Ordnung erforscht haben, welche die allergöttlichste Vernunft sichtbar hinstellte; diese bewunderte der selige Mensch anfangs, doch dann faßte ihn die Begierde, so viel davon zu erforschen, als es der menschlichen Natur möglich ist. Meinte er doch, so werde er sein Leben am besten und glücklichsten [22 F] hinbringen, nach dem Tod an die der Tugend bestimmten Orte gelangen und, wahrhaft und wirklich eingeweiht, als Einer der Einen Vernunft teilhaft werden und die weitere Zeit als Betrachter des schönsten Schauspiels verbringen, das man sehen kann.

(6) Doch müssen wir auch die mathematischen Wissenschaften, die in der Schule ohne Ordnung dastanden, in eine Gesamtübersicht der Verwandtschaft der mathematischen Wissenschaften untereinander und mit der Natur des Seienden brin-

gen; denn nur ein solches Verstehen wird allen Schülern zum dauernden Besitz. Man muß auch fähig werden, sich ohne Hilfe der Augen und übrigen Sinne dem Sein selbst mit Hilfe der Wahrheit zu nähern. (7) Ebenso muß man ausdauernd sein in den mathematischen Wissenschaften, scharfsinnig und im Besitz alles anderen, was einer ausgezeichneten Natur angehört; wenn wir nämlich Menschen mit geraden Gliedern und rechtem Sinn zu einem so bedeutenden Verstehen und so wichtiger Übung bringen und sie erziehen, wird uns die Gerechtigkeit selbst nicht tadeln, und wir werden den Staat und seine Verfassung bewahren; führen wir jedoch Ungeeignete zu diesem Studium, werden wir in allem das Gegenteil bewirken und unserer Lernbegierde noch mehr Gelächter zuziehen.

(8) Muß man aber das ganze Wesen der Wahrheit aussprechen, so wird durch diese mathematischen Wissenschaften in jedem einzelnen ein Seelenorgan gereinigt und neu belebt, das unter den anderen Tätigkeiten zugrunde ginge und abstumpfte und dessen Rettung mehr wert ist als die von tausend Augen; denn allein mit ihm sieht man die Wahrheit.

(9) Wer nun ebenfalls dieser Meinung ist, [23 F] dem erscheinen diese Worte wohl unglaublich schön; wer jedoch nie etwas davon gespürt hat, wird unsere Rede vermutlich als nichtig ansehen, erkennt er doch darin keinen weiteren nennenswerten Nutzen. Hier jedoch liegt, wie es scheint, nicht nur das Umwenden einer Schale vor, sondern eine Wendung (Bekehrung) der Seele aus einem sogenannten nächtlichen Tag in den wirklichen Tag, der ein Aufstieg zum Seienden ist und den wir wahre Lernbegierde nennen werden. Also müssen wir zusehen, welche mathematische Wissenschaft eine solche Macht besitzt, und welche mathematische Wissenschaft die Seele vom Werden zum Sein hinzieht.

(10) Ich spreche aber einerseits von Gegenständen der Wahrnehmung, die den Geist nicht zum Nachdenken anregen, weil sie durch die Wahrnehmung hinreichend klargestellt sind, andererseits von solchen, die den Geist durchaus zum Nachdenken auffordern, weil die Wahrnehmung zu keinem vernünftigen Ergebnis führt; und ich meine mit Gegenständen, die nicht zum Nachdenken anregen, solche, die nicht zugleich zum entgegengesetzten Eindruck übergehen; die dies aber tun, rechne ich zu denen, die zum Denken auffordern, weil hier die Wahrnehmung das Eine um nichts deutlicher anzeigt als das Gegenteil, ob sie nun aus der Nähe erfolgt oder aus der Ferne.

(11) Wir werden aber deutlicher verstehen, was ich meine: Dies hier, sagen wir, seien drei Finger, der kleinste, der zweite und der Mittelfinger; denke nun, ich sage, sie würden aus der Nähe betrachtet. Und achte mir bei ihnen auf dieses: Jeder von ihnen erscheint wohl in gleicher Weise als Finger und unterscheidet sich in dieser Hinsicht in nichts, mag man ihn nun in der Mitte betrachten oder

ganz außen, mag er weiß sein [24 F] oder schwarz, dick oder dünn und alles dergleichen; in all diesen Fällen nämlich sieht sich die Seele der meisten nicht gezwungen, die Vernunft zu befragen, was denn ein Finger sei; deutet doch der Gesichtssinn selbst nirgends zugleich an, der Finger sei das Gegenteil eines Fingers.

(12) Eine solche Wahrnehmung ruft also begreiflicherweise den Verstand nicht auf den Plan. Weiter aber: Sieht nun das Auge Größe und Kleinheit der Finger hinreichend, und macht es ihm keinen Unterschied, ob ein Finger in der Mitte ist oder ganz außen? Und ebenso der Tastsinn bezüglich von Dicke, Zartheit und Härte? Und geben nicht auch die anderen Wahrnehmungen in solchen Fragen unzulängliche Anzeigen?

(13) Oder ist es bei jeder Wahrnehmung so, daß zuerst die für das Harte bestimmte Wahrnehmung zwangsläufig auch für das Weiche zuständig ist und der Seele meldet, sie nehme das Gleiche als hart und weich wahr? Bei solchen Dingen nun wieder muß sich die Seele voller Verlegenheit fragen, weshalb dieselbe Wahrnehmung das Harte anzeigt, wenn sie es zugleich auch weich nennt, und ebenso bei der Wahrnehmung von leicht und schwer, was leicht und schwer ist, wenn diese das Schwere als leicht und das Leichte als schwer meldet; solche Erklärungen kommen der Seele ja ungereimt vor und erfordern Nachdenken.

(14) In dieser Verlegenheit ruft die Seele zuerst begreiflicherweise Nachdenken und Vernunft zu Hilfe und versucht zu erkennen, ob das jeweils Gemeldete nur ein Ding ist oder zwei Dinge. Sollte nun eine Zweiheit erscheinen, ist offenbar jedes vom anderen getrennt und je eines; wenn also jedes für sich eines, beide zusammen aber zwei sind, wird sie diese beiden als getrennt erkennen; Untrenntes würde sie ja nicht [25 F] als zwei auffassen, sondern als eines. So sah ja auch der Gesichtssinn Großes und Kleines, wie wir sagen, jedoch nicht getrennt, sondern als etwas Vermischtes; um jedoch hier Klarheit zu gewinnen, sah sich wiederum das Denken im Gegensatz zur Wahrnehmung gezwungen, Großes und Kleines zu erkennen und zwar nicht vermischt, sondern getrennt.

(15) Von hier aus etwa tritt also zunächst die Frage an uns heran, was denn nun wieder das Große und das Kleine sein mag. So nannten wir nun das Eine das Denkbare, das andere das Sichtbare. Dies also wollte ich auch vorhin sagen: Die einen Erscheinungen rufen das Denken zu Hilfe, die anderen nicht; das nun, was die Wahrnehmung zugleich mit seinem eigenen Gegenteil erfaßt, definierte ich als Anstoß für die Vernunft, was nicht so auftritt, als nicht anregend. (16) Und weiter: Man kann aus dem Gesagten leicht erschließen, zu welchen Wahrnehmungen die Zahl, das Eine und alle übrigen mathematischen Wissenschaften wohl gehören. Wird nämlich die Eins oder ein anderes Element der Wissenschaften

selbst hinreichend gesehen oder durch einen anderen Sinn erfaßt, dann führt dieses wohl nicht zum Wesen hin, wie wir auch beim Finger feststellten; wird jedoch immer auch mit ihr zugleich ihr Gegensatz gesehen, so daß sie ebenso als Eins wie als Gegenteil davon erscheint, dann bedarf es hier schon eines Richters, die Seele wird dabei zwangsläufig unsicher und forscht nach, indem sie das Denken in sich in Gang setzt, und sie fragt, was denn das Eine an sich ist; und so gehört wohl das Verstehen des Einen zu jenen Kräften, die uns führen und zur Schau des Seins umlenken.

(17) Solche Kraft aber besitzt wahrlich nicht zum wenigsten die Wahrnehmung der Eins, sehen wir doch dasselbe zugleich als eines und als unbegrenzt an Menge. Und wie der Eins ergeht es folglich auch allen übrigen Zahlen. Die [26 F] Rechen- und Zahlenlehre aber hat es zur Gänze mit der Zahl zu tun, so daß solche Fächer offenbar zur Wahrheit führen; also gehört, wie es scheint, dies den mathematischen Wissenschaften ganz bestimmt an, die wir suchen. (18) Auch alles andere ist wohl in gleicher Weise der Wissenschaft von Nutzen, weil es das Wesen erfaßt und vom Werden befreit, das Denken herbeiruft und von den Sinneswahrnehmungen wegführt, zur Schau der Natur des Seienden auffordert und es der Seele selbst erleichtert, sich vom Werden zu Wahrheit und Wesen hinzuwenden.

(19) Doch muß man die Mathematik auch um der Erkenntnis willen betreiben; so nämlich wird die Seele mit Macht zur Höhe geführt, und die Mathematik zwingt die Menschen, sich über das Seiende selbst zu unterreden und nicht zu dulden, daß einer mit ihnen diskutiert, indem er ihnen nur sichtbare oder greifbare Körper vorhält; sie sprechen nämlich nur von dem, was man durch diskursives Denken, aber auf andere Weise überhaupt nicht anfassen kann. So scheint die Mathematik notwendig zu sein, da sie die Seele wohl dazu zwingt, sich mit Hilfe des reinen Denkens der Wahrheit selbst zu nähern; auch bewirkt sie, daß die Studierenden scharfsinniger als bisher werden, und läßt den strebsamen Schüler zusätzlich viele Mühe aufwenden.

(20) Man muß jedoch weiter darauf denken, ob sie auch zu dem Ziel etwas beiträgt, die Idee des Guten leichter erkennen zu lassen. Alles aber, sagen wir, zielt darauf ab, was die Seele zwingt, sich dorthin zu wenden, wo das Seligste des Seienden wohnt, das sie auf jede Weise schauen muß. (21) Zwingt also die Mathematik zur Schau des Wesens, trifft das bei ihr zu; führt sie nur zum Werden, dann nicht. Und was man [27 F] um der Erkenntnis willen studiert, muß man als echte mathematische Wissenschaften ehren, da es diesen um Erkenntnis des ewig Seienden geht, nicht aber um das jeweils Werdende und Vergehende. So sind sie wohl Führer der Seele zur Wahrheit und bewirken philosophisches Den-

ken, das unseren Geist nach oben zieht, den wir jetzt wider Gebühr nach unten richten; durch sie allein nämlich sehen wir die Wahrheit.

(22) So muß man also die mathematischen Wissenschaften andauernd und angestrengt studieren, damit ihr Wesen deutlich wird. Zu allem übrigen nämlich sind sie von höchst erfreulicher Art und leiten die Seele an, nach oben zu blicken. Von solchem Wesen aber sind jene mathematischen Wissenschaften, die sich mit dem Seienden, Unsichtbaren und mit dem beschäftigen, was mit Hilfe von Geist und Verstand faßbar ist, nicht jedoch durch den Gesichtssinn. Auch darf man die Welt der Erscheinungen nur als Beispiel gebrauchen, sie aber nicht im Ernst so betrachten, als ob man in ihr die Wahrheit erfahren könnte über das Gleiche, das Doppelte oder sonst ein (rationales) Verhältnis. Wäre es doch widersinnig, wollte einer annehmen, diese Dinge entstünden stets in gleicher Art und wichen nie irgendwie ab (wo es doch um körperhafte und sichtbare Gebilde geht), und wollte auf alle Weise die Wahrheit an ihnen erfassen.

(23) Neben allem anderen aber müssen wir verhüten, daß unsere Schüler etwas davon unvollständig auffassen und etwas lernen, was nicht grundsätzlich zu unserem für alles geltenden Ziel führt; dann nämlich wird es Nutzen bringen für die Erforschung des Schönen und Guten, ohne Nutzen jedoch sein, wenn man es anders betreibt. Die methodische Behandlung aber all dieser mathematischen Wissenschaften, jedenfalls bis hin zur Erkenntnis ihrer Gemeinschaft und gemeinsamen Herkunft und zum logischen Begreifen der Art ihrer gegenseitigen Verwandtschaft, führt nach meiner Ansicht zum Ziel unserer Beschäftigung mit ihnen, und die Mühe ist nicht [28 F] nutzlos; tut sie es aber nicht, ist sie nutzlos.

(24) Die Lösung nämlich von den Fesseln, die Abkehr von den Schatten hin zu den Bildwerken und zum Licht, weiter der Aufstieg aus der Höhle und der Welt der Sinnesdinge zur Sonne und zum Guten und dort die noch wirkende Unfähigkeit, Lebewesen, Pflanzen und Sonnenlicht anzuschauen (das heißt, die reinen Arten und Gattungen), dann aber der Blick auf die göttlichen Abbilder im Wasser und die Schatten des Seienden (nicht jedoch Schatten von Abbildern, die durch ein anderes, nur sonnenähnliches Licht geworfen werden), dieser ganze Umgang mit den angeführten Künsten besitzt diese Macht und führt den besten Teil unserer Seele zur Schau des besten Teiles der Seinswelt heim und hinan, so wie dort der klarste Teil des Körpers zur Schau des hellsten Teiles in der körperhaften und unsichtbaren Welt hingeführt wurde.

Dies ist wohl die beste Anwendung der mathematischen Wissenschaften, und ihr wichtigstes Ziel ist etwa so beschaffen.

VII

(1) Da man aber für jede mathematische Wissenschaft den jeweils zugrunde liegenden spezifischen Erkenntnisstoff definieren muß, wollen wir nun mit der begrifflichen Unterscheidung beginnen und die Arten der Mathematik unterscheiden, mit denen sie sich jeweils beschäftigen. So nämlich erkennen wir am leichtesten, woher das Eine und das Viele in der mathematischen Wissenschaft kommt, und nach welchen Kriterien es unterschieden wird. Wir wollen aber mit folgendem beginnen:

(2) Die ganze Natur des Kontinuierlichen und des Getrennten [29 F] im Seienden, wie es durch die Konstituierung des ganzen Kosmos gegeben ist, wird zweifach aufgefaßt, und zwar das Getrennte im Sinn von Zusammensetzung und Addition, und das Kontinuierliche im Sinn von Einheit und Zusammenhalt. (3) Allgemein aber ließe sich das Zusammenhängende und Einheitliche "Größe" nennen, das Nebeneinanderliegende und Getrennte aber "Menge". Nach der Wesenheit "Größe" nun betrachtet, kann der Kosmos als Einheit aufgefaßt und als Festkörper, kugelförmig, in sich zusammenhängend, ausgedehnt und zusammenhaltend bezeichnet werden; nach der Vorstellung und Kategorie "Menge" hinwieder betrachtend können wir denken, daß die Zusammensetzung, Ordnung und Harmonie des Alls ihre Konstituierung aus einer Vielzahl von, sagen wir, Elementen gewinnt, aus Kugeln, Sternen, Arten von Tieren und Pflanzen sowie aus Gegensätzen und Ähnlichkeiten.

(4) Das Vereinigte nun ist durchgängig teilbar bis zum Unbegrenzten, seine Steigerung aber geht hin zum Begrenzten; bei der Menge jedoch schreitet, entgegengesetzt, die Steigerung zum Unbestimmten vor, während die Teilung hinwieder zum Begrenzten hin geht. Freilich sind beide von Natur aus und für das Denken unbestimmt und deshalb wissenschaftlich nicht definierbar; "Anfangs nämlich wird es nicht einmal etwas zu erkennen geben", wie Philolaos sagt, "da alles unbegrenzt ist."

(5) Weil es jedoch zwingend notwendige Aufgabe der Wissenschaft ist, Natur im Seienden, das von der göttlichen Vorsehung so fein gebildet ist, zu erkennen, [30 F] trennten manche Zweige der Wissenschaft von beiden das von ihnen Umgriffene ab, grenzten es ein und nannten es nach der Menge (Quantität) "so und so viel" (dies jedenfalls ist der Erkenntnis bereits zugänglich) und in gleicher Weise nach der Größe "so und so groß". Auch unterstellten sie die beiden Gattungen je einer Wissenschaft, entsprechend deren Erkenntnis, und zwar der Arithmetik die Quantität, der Geometrie die Größe.

(6) Doch waren die beiden Bereiche nicht einheitlich, sondern jeder ließ sich noch weiter begrifflich in weitere Unterabteilungen zerlegen. Die eine Seite nämlich der Quantität war für sich isoliert und ohne Bezug zur anderen; so zum Beispiel das Gerade, Ungerade, Vollkommene, Unvollkommene und Ähnliches; der andere Aspekt bezog sich auf etwas Zweites (man nennt dies ja im eigentlichen Sinn die relative Quantität, so etwa das Gleiche, Ungleiche, Vielfache, Ganze mit Stammbruch ($1 + 1/x$), Ganze mit Zweigbruch ($1 + 2/x$) und alles Ähnliche).

(7) Und wiederum gibt es und wird auch so aufgefaßt bei der Größe die unbewegte Größe, andererseits das Bewegte und Fließende. Aus diesem Grund schlossen sich natürlich den beiden eingeführten Wissenschaften zwei weitere an und bearbeiteten gemeinsam mit ihnen jeweils die noetische Erkenntnis des einen der beiden entsprechenden Erkenntnisobjekte.

(8) An der Arithmetik nämlich, die sich speziell der Erforschung der Quantität an sich widmet, nahm die Musik teil mit ihrer systematischen Darstellung des Vielen im Verhältnis zu etwas; nichts anderes nämlich will ihre Behandlung der Harmonie und des Zusammenklanges, als Lage und Verhältnisse der Töne zueinander und die Quantität des jeweils Überschießenden und Fehlenden aufgliedernd darzustellen. Der Geometrie aber, die sich der Prüfung der Größe des Bleibenden und Unbewegten [31 F] widmet, gesellte sich als Helferin die Sphärik bei, die als Richterin antrat über die bewegte Größe, und zwar selbstverständlich über die vollkommenste Größe, die eine geordnete und gleichmäßige Bewegung angenommen hat. (9) Daher ist es wohl begründet, diese Wissenschaften, die auch ihrerseits für verschwisterte Grundlagen entstanden, auch selbst als verschwistert anzusehen, damit der Satz des Archytas nicht falsch gesprochen sei: "Diese mathematischen Wissenschaften scheinen nämlich verschwistert zu sein." (10) Man muß auch annehmen, daß sie zusammenhängen wie die Glieder eines Armbandes und schließlich ein einziges Band bilden, wie der allergöttlichste Platon sagt, und daß sich dem methodisch Lernenden zeigen muß, daß diese mathematischen Wissenschaften eine einzige Familie bilden. (11) Wer aber dies alles so erfäßt, wie Platon selbst voraussetzt, den nennt er den in Wahrheit allerweisesten, versichert es auch im Scherz und empfiehlt den eifrigen Jüngern der Philosophie, diese mathematischen Wissenschaften zu verfolgen und um jeden Preis zu erjagen, ob sie nun schwierig oder leicht sind. Und dies tut er sehr wohl begründet, wenn sie allein das Kontinuierliche und Getrennte erfassen und andererseits der Kosmos und alles in ihm aus Kontinuierlichem und Getrenntem besteht. [32 F] (12) Die exakte Erfassung nun dieser Prinzipien ist Weisheit, das Streben nach Weisheit aber ist Philosophie, und Philosophie als die einzige aller Künste und Wissenschaften verleiht dem Menschen seine spezifische natürliche Vollendung und

führt ihn zum Glück, das ihm allein im Gegensatz zu den übrigen Wesen angehört, und das er gemäß seiner Natur als das ihm angemessenste Ziel erstrebt.

VIII

(1) Nun muß man danach auch über das Erkenntnismittel aller mathematischen Wissenschaften sprechen, über seine Art und verschiedenen Weisen des Vorgehens. Indem wir also oben beginnen, wollen wir die ganze Lehre darüber nach der Methode der begrifflichen Unterscheidung durchführen.

(2) Das ganze Reich nun des Intelligiblen ist in zwei Bereiche geteilt, das eigentlich intelligibel Genannte, das wissenschaftlich erkannt wird, und andererseits in den Bereich des diskursiven Denkens; dabei hat das Intelligible den ersten Rang, während der Bereich des diskursiven Denkens an zweiter Stelle und auf niedrigerer Stufe steht. Eine ganz andere Wesenheit wieder als diese beiden ist diejenige der Sinnesdinge, von denen der eine Teil im eigentlichen Sinn wahrnehmbar und auch durch Meinung erfaßbar ist, während der andere Teil der Vermutung unterliegt.

(3) Durch Meinung faßbar und eigentlich Sinnesdinge sind die einzelnen Körper, zum Beispiel Steine, Hölzer, die vier Elemente, und diese Dinge nehmen im Bereich der Sinnesdinge die erste Stelle ein; nach ihnen kommen andere, schwächere, die nicht gleichrangig, sondern den ersten nachgeordnet sind. Es sind dies die Schatten; auch die Schatten nämlich sind Nachfolger der Körper, und bildete kein anderer Körper ihre Grundlage, träten sie nicht in Erscheinung. Trugbilder also sind die Schatten und die [33 F] Abbilder im Wasser und in Spiegeln, die in fremden Medien erscheinen, nicht selbständig existieren und nicht ohne andere Körper erscheinen können, sondern auf andere Körper gefallen sind, bei deren Wegfall sie nicht erscheinen. (4) Sie gehören daher zur Gattung der Sinnesdinge, weil sie der Wahrnehmung unterliegen, doch muß man sie mehr vermuten und meinen als ihnen Realität zuschreiben; man spricht über sie ja nur aufgrund von Meinung wie bei nicht Beweisbarem und übernimmt sie im übrigen als Annahme auf Grund der Beglaubigung der Berichterstatter. Die Schatten nämlich sind nicht einmal durch ihre eigene Kraft erfaßbar, sondern mit Hilfe der Körper, auf die sie gefallen sind, und auf denen ruhend sie in Erscheinung treten.

(5) Eine solche Beglaubigung enthält nun das Element der Unsicherheit; trennten sich nämlich jene Bilder von Spiegel, Wasser oder Boden, wäre das Ganze nichts. Wenn also schon die Körper durch Meinen erfaßbar sind und ihre Existenz im Meinen besitzen, stehen die Schatten noch tiefer, weil sie von sich aus keine Festigkeit besitzen, sondern sich auf anderes stützen. (6) Ihnen nun gleicht auch

der intellektuelle Bereich, der zur Sphäre der Wissenschaft und des Intelligiblen in gleichem Verhältnis steht wie das der Vermutung Unterliegende zum Bereich der Sinnesdinge und des durch Meinung Erfäßbaren. Die Ideen nämlich erfäßt die Vernunft wie durch Berührung, sie, die wirklich das wahrhaft Seiende sind; die intellektuellen Bereiche jedoch, zu denen die Geometrie gehört, werden durch den Verstand erfäßt, wobei dieser nicht mehr geradezu und sozusagen zufassend darauf zugeht, sondern eher auf dem Weg der Annäherung mithilfe von Überlegung; dabei steigt jener Bereich sozusagen von den Ideen herab wie zu deren Abbildungen und erkennbaren Bildern. [34 F]

(7) Und das der Vermutung Unterliegende, im Schatten Befindliche steht tiefer als die Sinnesdinge, weil diese aus eigenem Wesen unmittelbar der Wahrnehmung unterliegen, während jenes in und auf einem anderen Medium und mit Hilfe von anderem gesehen wird. Besteht doch der Schatten nicht für sich allein, sondern entweder auf dem Erdboden (der seinerseits für sich allein wahrnehmbar ist) oder im Spiegel oder in Gewässern (die man ihrerseits als für sich allein bestehend wahrnehmen kann).

(8) So nun steht es auch mit der Mathematik: Wie sie anscheinend in den Ideen sichtbar wird, hat sie auch an ihnen ihre Stütze; darf man sie doch nicht von den Sinnesdingen durch Abstraktion gewinnen, sondern muß, von den Ideen absteigend, das Bildhafte von jenen gewinnen, indem man die Größe und die Vorstellung des Auseandertretens in Dimensionen hinzunimmt. (9) Was nämlich an den Abbildern der Sinnesdinge das Unbeständige und das Fehlen einer Grundlage aus eigenem Wesen ist, dies ist am Intelligiblen das Voluminöse und das Auseandertreten in die Dimension; da jedoch auch dieses zum Nicht-Räumlichen und Ungeteilten strebt, scheint es auf den Ideen, die ohne Teile sind, wie die Schatten auf der Oberfläche der Sinnesdinge zu ruhen.

(10) Wie also der intellektuelle vom intelligiblen Bereich, so ist auch das diskursive Denken von der Vernunft getrennt. Darum sagt auch Brotinos in seinem Werk "Über Vernunft und Verstand", indem er beide voneinander unterscheidet, folgendes: "Der Verstand aber ist größer als die Vernunft, und das diskursiv Gedachte größer als das Intelligible; die Vernunft nämlich ist das Einfache, das Nicht-Zusammengesetzte, das erste Denkende und Gedachte (von dieser Art aber ist die Idee; ist sie doch ungeteilt, nicht zusammengesetzt und [35 F] vor allem Übrigen das Erste); der Verstand jedoch ist das Vielfache, Geteilte und das zweite Denkende (hat er doch Wissenschaft und eine gewisse Begriffs-Methode hinzugewonnen). Ähnlich aber steht es auch mit dem intellektuellen Bereich, denn dies ist das Erforschte, Bewiesene und überhaupt das von der Vernunft mit Hilfe des Verstandes Erfäßte." (11) In diesen Sätzen nennt er nun den Verstand

und den intellektuellen Bereich "größer", nicht an Wirksamkeit, sondern an Menge (diese beiden Begriffe stehen aber zueinander im Gegensatz); er trennt sie aber von der Vernunft und vom Intelligiblen nicht allein dadurch, sondern auch dadurch, daß die einen (Vernunft und Intelligibles) einfach und nicht zusammengesetzt sind, die anderen (Verstand und intellektueller Bereich) aber vielgestaltig und zusammengesetzt. Auch dadurch bestimmt er, daß die Vernunft ursprünglich denkt und das Intelligible gedacht wird, der Verstand und der intellektuelle Bereich dagegen sekundär sind und vom Ersten dessen Vorgehen erhalten. (12) Das Erste fand seinen Ort in den Ideen, das Zweite führt vielfache Weisen des Vorgehens in den Begriffen durch; das Eine ist ungeteilt, das andere geteilt; das Eine ist stärker als ein beweisendes Schlußverfahren, das Zweite sucht etwas vom Seienden durch Schlüsse zu erfassen; das Erste ist selbst das Seiende, während das Zweite im Allgemeinen das einzelne erfaßt und darstellt; das Erste gebraucht immaterielle und reine Operationen, das Zweite arbeitet mit dem Intellekt, dem etwas beigemischt ist; es erfaßt nämlich durch die Vernunft mithilfe des Begriffs das seiner spezifischen Erkenntnis Zugängliche oder durch die Vernunft in Verbindung mit dem Begriff. So geht nun daraus hervor, daß die Untersuchungsobjekte und die Erkenntniskräfte voneinander verschieden sind, so daß der intellektuelle Bereich vom intelligiblen und der Verstand von der Vernunft unterschieden ist.

(13) Noch klarer unterscheidet Archytas in seinem Werk "Über Vernunft [36 F] und Wahrnehmung" die Erkenntniskräfte für das Seiende und stellt die ganz spezifische Erkenntniskraft der Mathematik mit folgenden Worten dar: "In uns selbst", sagt er nämlich, "liegen entsprechend unserer Seelenanlage vier Erkenntniskräfte: Vernunft, wissenschaftliche Erkenntnis, Meinung, Wahrnehmung. Zwei davon sind Prinzipien des Geistes, nämlich Vernunft und Wahrnehmung, die beiden anderen Ziele, nämlich wissenschaftliche Erkenntnis und Meinung. Das Ähnliche aber ist durchgehend fähig, das ihm Verwandte zu erkennen, (14) und es ist nun klar, daß die Vernunft in uns das Reich des Intelligiblen zu erkennen vermag, die wissenschaftliche Erkenntnis das wissenschaftlich Erkennbare, die Meinung das durch Meinung Erfassbare und die Wahrnehmung die Sinnesdinge. Deshalb also muß der Verstand von den Sinnesdingen zu dem durch Meinung Erfassbaren übergehen, von dem durch Meinung Erfassbaren zu dem durch Wissenschaft Faßbaren und von hier zum Intelligiblen. Lassen sich diese Bereiche jeweils in Übereinstimmung bringen, ist das durch diese Kräfte Erforschte auch wahr.

(15) Ist nun dieses bestimmt, muß man das dann Folgende überlegen. Wie nämlich eine gespaltene Linie, deren beide Äste wiederum in demselben Verhältnis

gespalten werden, so soll auch das Intelligible vom Sichtbaren getrennt und jeder der beiden Bereiche wiederum entsprechend aufgeteilt werden und sich durch Klarheit oder Unklarheit vom anderen unterscheiden. Ebenso bedeutet bei den Sinnesdingen der eine Zweig die Bilder in den Gewässern und in den Spiegeln, der andere Teil aber die Pflanzen und Lebewesen, deren Abbilder jene Spiegelbilder darstellen. [37 F]

(16) Im Intelligiblen aber entsprechen den Bildern analog die Gattungen der mathematischen Wissenschaften. Die Erforscher der Geometrie legen nämlich als Voraussetzungen das Ungerade und Gerade zugrunde, dazu Figuren und drei Arten der Winkel, und erforschen auf dieser Grundlage alles weitere; die Gegenstände aber lassen sie auf sich beruhen, als ob sie darüber Wissen besäßen, ohne sich selbst oder anderen darüber Rechenschaft ablegen zu können. Sie gebrauchen aber, wie natürlich, zwar die Sinnesdinge, erforschen sie jedoch nicht, veranstalten auch ihre Forschungen nicht wegen dieser, sondern wegen der Diagonale und des Vierecks an sich.

(17) Der andere Zweig aber ist der des Intelligiblen, um den sich die Dialektik bemüht. Diese benützt nämlich die Hypothesen wirklich als "Voraus-Setzungen", doch legt sie Prinzipien und Stützpunkte fest, um so zum Voraussetzungslosen (Absoluten), zum Urprinzip von allem, vorzudringen; wieder auch steigt sie fortschreitend zum Ende hinab, ohne irgend ein Sinnesding zu Hilfe zu nehmen, sondern stützt sich mit Hilfe der Ideen auf die Ideen selbst.

(18) Nach diesen vier Zweigen kann man auch gut die Verhaltensweisen der Seele einteilen und beim Höchsten von Vernunftkenntnis sprechen, diskursivem Denken beim Zweiten, beim Dritten von Meinen und beim Vierten von Vermuten."

(19) Ich denke nun, daraus sei deutlich geworden, [38 F] daß es vier verschiedene Seinsbereiche, aber auch vier Prinzipien der Unterscheidung gibt, und daß das Denken in der Mitte an den beiden Außenzweigen teilhat, am intelligiblen Bereich und an den Sinnesdingen; dabei befindet es sich gegenüber der Vernunft und der Sinneswahrnehmung im Zustand der Vollkommenheit, indem es sie als seine Prinzipien aufstellt und durch sie vollendet wird.

(20) Auch ist es ein allgemeines Axiom bezüglich jeder Erkenntniskraft, daß Gleiches durch Gleiches erkannt wird. So ist es also möglich, aufgrund von beiden beides und aufgrund des jeweils einen das jeweils andere davon zu erkennen. Auch kann man dieselben begrifflichen Unterscheidungen bei den Erkenntnisgegenständen allgemein und einzeln vornehmen, kann auch einen Zustand des Überganges vom einen zum andern, nämlich vom weniger Vollkommenen zum

Höherrangigen einführen. Auch hat Archytas bestimmt, wie man alle Dinge in eine zur Vernunft aufsteigende Anordnung bringen muß.

(21) Anschließend spaltet er die Linie auf, die anfangs nur eine einzige Linie ist, damit wir das ganze Erkenntnisvermögen als Einheit begreifen. In zwei Teile aber spaltet er sie entsprechend den ersten Unterschieden des Seienden und nach den diesen entsprechend zweifach geschiedenen Erkenntnisarten. Er setzt diese aber gleich gemäß ihrer Teilhabe an den Begriffen und Ideen, wegen der Gleichheit des Teilhabenden mit dem, woran es teilhat, und auch, weil auf beiden Seiten gewissermaßen das gleiche Verhältnis besteht.

(22) Wiederum aber spaltet er jeden der beiden Zweige in gleicher Proportion auf, weil ja insgesamt die Erkenntniskraft in bezug auf sich selbst gleichförmig bleibt; doch unterscheidet er ihre Spielarten entsprechend ihrer Klarheit oder Undeutlichkeit und danach, ob sie vollkommen oder mangelhaft definiert sind; dann legt er ihre Unterscheidung voneinander dar und zeigt, in welcher Hinsicht das Zweite gegenüber dem ersten abweicht und unterlegen ist. Zuerst aber unterteilt er das sinnlich Wahrnehmbare als das besser Erkennbare und [39 F] gewinnt dort die als Abbild der Sinnesdinge erscheinende Substanz, nämlich die Bilder in den Gewässern und in den Spiegeln, und so teilt er dies als eine Natur ab. (23) Als anderen Teil grenzt er das wirklich Existierende ab, zum Beispiel Pflanzen und Lebewesen, von denen jene die Abbilder sind. Von diesen nämlich ausgehend erfolgt eine Vermutung über die Abbilder, wobei sich die Wahrnehmung umwendet und sich auf diese richtet; so erkennt sie diese in sekundärer Weise, wie sie auch in sekundärer Weise entstehen. Dann wendet sich die Wahrnehmung gerade von hier aus den Sinnesdingen zu, die ja auch primär entstehen und in sich ihre materielle Grundlage haben.

(24) Analog zum hier vorliegenden Verhältnis läßt sich auch die zweite Aufteilung verstehen. Den Abbildern nämlich entsprechen die Gattungen der Mathematik, und deren Erkenntnisweisen sind den Vermutungen über die Bilder einigermaßen gleich. Gewinnen sie doch ihr Vorgehen von den Akten des Intellekts, gehen vom intelligiblen Bereich auf die mathematischen Gegenstände wie auf Bilder über und verwenden Voraussetzungen, erfassen aber die Ursache nicht.

(25) Und folgendes ist die Erkenntniskraft der Mathematik: Sie ist die Vorauserkennnis von etwas anderem, nicht jedoch des intelligiblen Bereiches, und sie befaßt sich mit Hilfe einer anderen Erkenntnisweise, nicht jedoch mit Hilfe der eigentlichen Vernunft mit dem intellektuellen Bereich. Die Vernunft nämlich ist die Erkenntniskraft des Dialektikers; mit ihrer Hilfe betrachtet er das Seiende, die Ideen und alles Absolute und kann Rechenschaft von allem geben,

wobei er sich an nichts sinnlich Wahrnehmbares zusätzlich hält, sondern nur an die durch Vernunft faßbaren Ideen.

(26) Weil es also vier Erkenntniskräfte gibt, ordnet die Theorie sie in einer Rangordnung [40 F] an, und man unterscheidet ihre Vorgehensweisen: Dem Höchsten zugeordnet ist die Vernunfterkentnis, dem Zweiten das diskursive Denken, dem Dritten das Meinen und die Vermutung dem Vierten.

So ist nun durch begriffliche Unterscheidung hinreichend deutlich geworden, worin die Erkenntniskraft der mathematischen Wissenschaften besteht.

IX

(1) Sollte es jedoch nötig sein, im folgenden noch Begriff und Entstehung der Mathematik definitorisch zu erfassen, wollen wir als erste die Ansicht derer ins Auge fassen, die sie auf die Seele zurückführen; darauf nämlich könnte man das Denken auf dem Weg zur Definition stützen.

(2) Sollte nun jemand annehmen, die Seele sei eine Gattung der Inhalte der Mathematik, so würde er bei einem derartigen Erfassungsakt der noetischen Erkenntnis kaum richtig urteilen; auf diese Art nämlich würde die Untersuchung des Wesens der Mathematik zur Untersuchung nur eines Teilbereichs.

(3) Daher darf man von ihr weder definierend sagen, sie sei die Idee des sich in jeder Richtung Ausdehnenden (Dreidimensionalen), noch, sie sei die sich selbst bewegende Zahl, noch die in Verhältnissen zugrundeliegende Harmonie, darf auch sonst keine derartige spezielle Definition für sie vornehmen; nein, man muß alles allgemein zusammenfassen und sagen, daß die Seele sowohl eine in Zahlen faßbare Gestalt hat wie auch ihre Existenz nach Zahlen ausgerichtet ist, die Harmonie umfassen; auch muß man allgemein alle rationalen Verhältnisse, die es nur immer in der Mathematik gibt, der Seele unterordnen und ihr alle Proportionen unterstellen. (4) Deshalb nämlich ist sie zugleich mit der geometrischen, der arithmetischen und der harmonischen Proportion vorhanden, und deshalb ist sie auch den proportionalen Verhältnissen [41 F] gleich. Auch besitzt die Seele eine gewisse Verwandtschaft mit den Prinzipien des Seienden und berührt alles Seiende und vermag sich allem anzugleichen.

(5) Solcher Art sind nun die Gründe für eine derartige Annahme. Einen Anstoß aber zur noetischen Erkenntnis bezüglich der Mathematik und zugleich der Seele könnte es bedeuten, wenn wir betrachten, wie alles Begrenzte und Bestimmte (Definierte) von den Zahlen in die Seele eingeht; so kommt der Begriff der Einheit von der Natur des Einen, und vom geometrischen Sein her stellt sich die Wirksamkeit ein, die sich in Größe und Vermehrung entfaltet und einen Überfluß

besitzt, den sie allem mitteilt, was dem Maß unterliegt. (6) Die Wirksamkeit aber der harmonischen Bewegung, die Ordnung und das rationale Verhältnis von Irrationalem und die Ausgewogenheit in harmonischen oder Harmonie umfassenden Zahlen stellt sich von der wesenhaften Harmonie her ein.

(7) Daher auch hört die Seele auf Harmonien und erfreut sich am Wohlgefügten, weil sie ja auch selbst eine Harmonie darstellt, und sie besitzt ihr Wesen aus Zahlen und anderen solchen mathematischen Maßen, die selbst wiederum Verwandtschaft besitzen zu den intelligiblen Ideen, den wahrnehmbaren Wesenheiten und den in Materie eingebundenen Ideen. Zur noetischen Erkenntnis nämlich aller dieser Bereiche bildet die hier vorgetragene Lehre den Anstoß, da eine so aufgefaßte Vorstellung von Mathematik alle Gedanken dieser Art ermöglicht.

(8) Um aber die ganze Lehre zusammenzufassen: Wir erkennen, daß die Seele ihr Sein in allgemeinen Verhältnissen aller mathematischen Wissenschaften besitzt, über deren kritische Erkenntniskraft verfügt, aber auch das zeugende und schaffende Prinzip gerade der körperlosen Maße zu eigen hat; zu diesen kann man die schöpferische Einführung [42 F] der Ideen in die Materie und deren Einführung in die Erscheinung durch Bilder hinzufügen, die vom Unsichtbaren ins Sichtbare hinaustritt und das Äußere mit dem Inneren verbindet. In all diesen Bereichen nämlich umfaßt, kurz gesagt, die Geistnatur der Seele aus eigener Kraft den ganzen Inbegriff der mathematischen Wissenschaften.

X

(1) Man muß jedoch genau überlegen, ob die Seele ein Mischding aus allem in den mathematischen Wissenschaften Seienden darstellt, oder ob sie selbst alles nach einem einzigen leitenden Prinzip hinstellt. (2) Ist sie nun eine Mischung von ganzen Dingen, dann sind schon vor ihr die vollendenden Bestandteile vorgegeben, durch deren Vereinigung ihr Mischwesen entsteht; sie wäre dann selbst nicht mehr Prinzip des mathematischen Wesens, sondern im Gegenteil eines solchen, das aus dem Zusammenfall zerstreut auftretender mathematischer Inhalte in einem Punkte entsteht; neben allem anderen Ungereimten vollzieht solche Mischung dabei auch eine Art von Synthese mit der Seele und schafft eine sozusagen nachträgliche Substanz, die aus gewissen vorgegebenen Wesenheiten erst zusammentritt. (3) Ist jedoch die Seele selbst in ursprünglicher Weise Ursache des mathematischen Seins und bringt sie es aus sich selbst hervor, dann ist sie älter als dieses, geht ihm als Begründer leitend voran und steht als anderes Wesen über ihm. Doch läuft auch diese Annahme unserer vorgelegten Lehre zuwider,

erhielte doch die Seele dabei einen höheren Rang als das in den mathematischen Wissenschaften Seiende.

(4) Besser also ist es zu sagen, daß die Seele dem mathematisch Seienden weder vorausgeht noch ihm nachfolgt, sondern mit ihm am selben Punkt zusammentrifft und mit ihm eine nicht zusammengesetzte und ungeteilte Zusammenmischung im Ganzen und aus dem Ganzen bildet; auch ist die Seele eingestaltig dabei anwesend und hat als Einheit an allem diesem [43 F] teil, wobei sie die Fähigkeit in sich birgt, alle Dinge in sich zu umfassen, und sich ihrerseits ebenso allen mathematischen Gegenständen mitteilt.

(5) Wenn dies aber so ist und die Seele alles vollständig und vollkommen in sich faßt und nichts außerhalb ihrer selbst läßt (sie ist ja vollkommen, und es ist unmöglich, daß etwas vom Seienden hinter seinen eigenen Urzustand zurückfällt), dann wird auch das Wesen dieses gleichen, alles durchdringenden Prinzips nur eines sein. (6) Allerdings wird es dennoch Unterschiede geben entsprechend den verschiedenen Wirksamkeiten, Lebenszuständen und Vorgehensweisen der Seele, entsprechend auch der Menge der Wesenheiten, die in ihrer Einheit umfaßt sind. Eine solche Bestimmung darüber könnte man mit guten Gründen vornehmen. Soviel nun sei von uns über das Wesen der mathematischen Erkenntnis gesagt.

XI

(1) Die Leistung aber dieser Wissenschaft ist nicht bestimmt und folgt auch nicht immer wie die Leistung der Vernunft der gleichen Bahn und in gleicher Verfassung; auch besitzt sie ihre Erkenntniskraft nicht völlig aus sich selbst, wie dies der Vernunft in die Wiege gelegt ist. Wird sie doch von außen zu ihren Erkenntnissen erweckt, empfängt von anderem das Prinzip der sich erinnernden Erkenntnis und bringt dieses dann aus sich selbst hervor. Sie besitzt auch nicht eine durchgehend gleiche Vorgehensweise wie die Vernunft, sondern faltet sich eher aus in Bewegung von sich selbst weg und auf sich selbst zu. (2) Aber auch nicht von sich selbst erfüllt ist sie wie das Vernünftige, sondern schreitet stets im Suchen und Finden von einer gewissen Leere der Erkenntnis zu deren Fülle voran. In gleicher Weise steht sie - geteilt - auf der Mitte zwischen Begrenzung und Nicht-Begrenzung. Aus diesem Grund [44 F] schreitet sie stets vom Unbegrenzten zur Definition voran und geht zum Erfassen der mathematischen Ideen über. (3) Aus all diesen Gründen stellt sich diese Erkenntnis auch ein, indem das Verstehen zuerst als Führer vorangeht; dessen Anfangsgründe vermittelt der Lehrende, wobei das Finden dann nachfolgt, das mit den vom Lehrer gelegten Prinzipien zusammenhängt. Aufgrund dieser nämlich erinnert sich die Seele der wahren

Ideen in der Mathematik und bringt deren spezifische Begriffe hervor. (4) Manchmal freilich entsteht auch aus beiden ein gemeinsames Vorgehen, weshalb auch Archytas in seinem Werk "Über die Mathematik" sagt: "Man muß nämlich zur Wissenschaft gelangen, entweder indem man das, was man nicht wußte, von einem anderen lernt oder selbst findet. Was man nun erlernt, kommt von jemand anderem und mit fremder Hilfe; das Finden dagegen kommt von uns selbst und mit eigener Hilfe; Finden aber ohne Suchen ist schwer und geschieht selten, wenn man jedoch sucht, wird es wohl zugänglich und leicht; ohne Verständnis aber zu suchen, ist unmöglich."

(5) In diesen Sätzen hat er nämlich das Verstehen vorangestellt als das Prinzip solchen Wissens und hat das diesem eigene Wesen aufgezeigt als Überlieferung durch einen anderen. Als Zweites hat er das "Selbstfinden" hinzugefügt. Wenn dies nämlich auch an Wirksamkeit voransteht, kommt es doch nach menschlicher Einordnung unserem Wesen entsprechend an zweiter Stelle. Da wir nämlich in den Bereich des Werdens fielen, müssen wir zuerst von anderen erinnert werden.

(6) Man kann nun diese Methoden des Erkenntnisgewinns sowohl als zwei an der Zahl auffassen, [45 F] doch lassen sie sich im Denken auch als nur eine begreifen; indem wir nämlich die mathematischen Wissenschaften wie von außerhalb und als fremdes Gut übernehmen, erarbeiten wir sie zugleich als persönliche Entdeckung aus eigener Kraft. (7) Dieser Vorgang läßt sich aber leicht mit Hilfe der Erfindungen verstehen; als ob wir sie nämlich in uns trügen, so finden wir sie und erkennen nachträglich das Gefundene. Dasselbe nun zeigt sich auch bei Nachforschungen. Wenn es nämlich unmöglich ist, etwas ohne Verständnis zu suchen, dann gab es eine Zeit, in der wir es verstanden, und zwar nicht die gegenwärtige jetzt (im Augenblick wissen wir es ja nicht); folglich wußten wir es in früherer Zeit.

(8) Aus diesem Grund sind auch die mathematischen Wissenschaften wohl zugänglich und leicht faßbar für den Forschenden (für den freilich, der nicht sucht, sind sie schwierig und karg an Ergebnissen). Irgendwie sind sie ja in den Seelen aufgehoben und wirkten früher einmal in ihnen in tätiger Erkenntnis. (9) So also ist die Forschung mit Hilfe der mathematischen Wissenschaften ein Weg vom Suchen zum Finden und vom Verstehen zum Forschen und Finden. Davon nun erhielt sie auch ihren Namen und wurde "Erlernung" (Mathematik) genannt. Von dem nämlich, was das erste Prinzip der Wissenschaft bildet und ohne das sie in uns gar nicht entstehen kann (ich meine aber das Lernen), davon erhielt sie ihren Namen.

Somit hätten wir auch dieses über diese Wissenschaft glücklich bestimmt.

XII

(1) Von ihren Wirksamkeiten könnte man mehrere andere aufzählen, doch seien unter den ersten die betrachtet, die von der Vielheit zur gleichen und einen Ursache hinführen, und solche, die vom Einen [46 F] ausgehen und zur Vielheit hin aufteilen. (2) Da sie nämlich aus Begrenztem und Unbegrenztem und aus Einem und aus Vielheit bestehen, liegen sie in der Mitte zwischen Geteiltem und Unterteiltem und haben in gleichem Verhältnis teil am Sein und an Vereinigung und begrifflicher Unterscheidung, an Entfaltung und Zusammensetzung, Hinwendung zum Definierten und Abwendung von ihm.

(3) Nun entsteht auch in der Dialektik, die sich entsprechend einem leitenden Prinzip um das Sein bemüht, eine derartige Wirksamkeit der noetischen Erkenntnis, doch liegt bei dieser kein geringer Unterschied zur mathematischen Methode vor. Die Dialektik nämlich untersucht das Sein schlechthin und führt es zusammen oder trennt es, während die andere Methode das mathematische Sein betrachtet und diese beiden Vorgehensweisen des Denkens in Bezug darauf ausübt.

(4) Es gibt aber auch andere Verfahren, die das Allgemeine an Vielem in den Blick nehmen und an den verschiedenen mathematischen Wissenschaften bestimmte allgemeine Formen, allgemeine Verhältnisse und allgemeine Maße untersuchen, mit deren Hilfe die unterschiedlichen Dinge abgegrenzt werden; diese sind zum Beispiel die noetische Erkenntnis der Gleichheit und Ungleichheit und des Kommensurablen und Nicht-Kommensurablen. Diese Verfahren nämlich untersuchen die an mehrerem allgemein auftretenden Merkmale.

(5) Ihnen stehen aber die Verfahren gegenüber, die jeweils die spezifische Wesenheit von etwas untersuchen, zum Beispiel an den Zahlen, insofern sie Zahlen sind, und an den Größen, insofern sie als Größen auftreten, und in gleicher Weise bei allem übrigen.

(6) Zu solchen Verfahren nun gehören auch diejenigen, die das überall bestehende Verhältnis untersuchen, wobei sie oben mit dem Allerersten beginnen, beim Letzten aufhören und durch das Mittlere sich entfalten, überall jedoch dieselben Verhältnisse, andere aber in andersartigen Dingen wahren und sie überall offenbar werden lassen.

(7) Doch [47 F] muß man auch als einigermaßen wertvoll die Methoden ansehen, die an den mathematischen Wesenheiten das Schöne und das Maß betrachten, dazu ihre Harmonie und Symmetrie; denn diese besitzen gemäß ihrer spezifischen Natur schöne Ordnung, Vollkommenheit und alle guten Eigenschaften, die den mathematischen Ideen angehören.

(8) Den meisten nun scheinen diese Verfahren unveränderlich zu sein und sich mit unwandelbaren Erkenntnisobjekten zu befassen, doch kann dies nicht recht gefallen. Es gibt nämlich gewisse mathematische Wissenschaften, die sich der Zahl der Bewegung widmen, dazu den Maßen der Ordnung und Symmetrie für sich selbst und in ihrem Verhältnis zueinander; auch erforschen sie, wie es bei den körperlosen Umläufen der Seele, denen ja auch die Umläufe am Himmel entsprechen, in Bezug auf Symmetrie steht, gemäß welchen Zahlen und aus welchem Grund sie zusammenstimmen, und alles dergleichen; darin sind natürlich auch Astronomie und Harmonik inbegriffen.

(9) Damit nun die Wirksamkeiten der Mathematik sich auch auf die Erkenntnisoperationen für Bewegungen erstrecken, ist anzunehmen, daß auch diese von der Mathematik umfaßt werden. Diesen aber muß man die Operationen für Stehendes scharf gegenüberstellen, die die unbeweglichen Formen und Verhältnisse untersuchen, muß auch deren Rang in ihrer gegenseitigen Wirksamkeit erschließen können; und darin sind die meisten Wirksamkeiten der Mathematik eingeschlossen. (10) Ihre Rangverhältnisse aber muß man entsprechend dem Wesen der Erkenntnisobjekte bestimmen, auf die sich ihre Erkenntnisoperationen richten, und sehen, ob die einen Dinge den Vorrang besitzen, die anderen aber untergeordnet sind; einzuordnen sind sie auch gemäß der Bevorzugung des Schönen, so, ob die einen das älteste und höchste Schöne erforschen, die anderen aber nur das Geringere und Unvollendete.

(11) Ihre Unterschiede aber muß man nach der Art ihrer Verfahrensweisen bestimmen, der besonderen [48 F] Methode der Erkenntnis und nach den ihnen zugeordneten unterschiedlichen Seinsarten, mit denen sie ihre Arten des Verstehens eng verflechten. (12) Die Anzahl ihrer Methoden aber muß man von den besonderen Erkenntnisgegenständen des Verstehens entnehmen; aus diesen nämlich entsteht offenbar die Vielzahl der Wirksamkeiten selbst und daher auch die Vielgestaltigkeit ihrer Verfahrensweisen.

So etwa können wir diese Dinge für den Anfang umrißartig einordnen. Man muß jedoch, wie es sich gehört, die ganze Darstellung über sie abwarten; wird doch so erst die Lehre darüber möglichst vollkommen überliefert.

XIII

(1) Jede noetische Erkenntnis und jede Wissenschaft gewinnt nun das Unwandelbare aus den Grundelementen, wenn diese genau bestimmt sind und sich niemals ändern, und sie erwirkt beim Durchgang durch die Elemente die vollkommenste Erkenntnis; zudem findet jede Einzelwissenschaft bei den ihr spezifisch zugeord-

neten Seinsgattungen die für sie zweckdienliche Methode der Begriffsbildung und der Beweise. Daher muß man auch bei der Mathematik zuvor ihre allgemeinsten Elemente für die gesamte Anstrengung der mathematischen Wissenschaften herauspräparieren, muß auch auf die Jagd nach den Gattungen gehen, die am spezifischsten sind und die sich am allgemeinsten auf alles erstrecken.

(2) Nach dieser Untersuchung wollen wir aber wieder erforschen, ob die Elemente und Gattungen voneinander verschieden sind, oder ob die gleichen Dinge einmal als Gattungen gelten, ein andermal aber als Elemente; auch wollen wir erforschen, wodurch sich die so gearteten Gattungen und Elemente in der Mathematik von denen in den anderen Wissenschaften und Wesenheiten unterscheiden, welche davon zum intelligiblen Bereich gehören und welche im Werden dahintreiben.

(3) Daß nun die Elemente und Gattungen der Mathematik [49 F] genau bestimmt und immer feststehend sind, darin stimmen die besten Philosophen überein, und auch die mathematischen Beweise selbst bezeugen es deutlich, die immer nach gleichen Gesetzen und gleicher Methode stattfinden. (4) Daß aber die Aussage über die Elemente auch mit den ersten Prinzipien der mathematischen Wesenheit übereinstimmt, ist leicht einzusehen; sind doch auch bei den Elementen das Eine und die Mehrheit, Begrenztes und Unbegrenztes, Identisches und Nichtidentisches Elemente und Gattungen der Wissenschaft und der von ihr erkannten Gegenstände.

(5) Wenn wir diese nun als Ursachen und Urheber des ganzen mathematischen Wesens und der es erforschenden noetischen Erkenntnis betrachten, dann seien die eben genannten Ursachen als Prinzipien verstanden; faßt man diese aber als mitexistent und als Vollender des Wesens und der Erkenntnisstruktur auf, dann sollen sie als Elemente gelten; sehen wir sie aber als gemeinsamen Zug aller mathematischen Wissenschaften an, da sie für die Einzeldinge das gemeinsame Band des Seins bilden, jedoch auch nichtsdestoweniger unabhängig und für sich existieren, dann nun betrachten wir sie als Gattungen.

(6) Es sind also dieselben Dinge, die auf eine Art Erstursachen der mathematischen Erkenntnis und ihrer Erkenntnisobjekte als seiender sind, auf die andere Art aber als Elemente und wieder anders als Gattungen begriffen werden. Dies rührt nicht davon her, daß sie im Denken nur durch den Begriff unterschieden wären, auch nicht davon, daß sie sich gemeinsam verändern und nach den verschiedenen Zuständen einmal dies, einmal jenes entsteht; nein, sie sind immer sie selbst, bieten aber in sich mehrere Zugänge und unterschiedliche Seiten. (7) Und sie haben auch ihre Ununterscheidbarkeit im Sinne eines Unterschiedes der Ursache. Es bedeutet nämlich nicht dasselbe, wenn etwas Körperloses für sich besteht

oder wenn es anderem zur Vollendung verhilft; nicht einmal die Fähigkeit, etwas hervorzubringen, und die Kraft, irgendwie [50 F] zur Wesenheit beizutragen, gehört in dieselbe Ordnung. (8) Es ist auch unmöglich, daß etwas mit anderem Zusammengestelltes je sein abgeschlossenes Sein in die Verbindung einbringt. Vielmehr gibt es sein eigenes Wesen auf und webt am Fremden mit, um jene Wesenheiten zu vollenden, denen es zum Sein mitverhilft.

(9) Ebenso existiert auch die das Sein verleihende Ursache nicht gemeinsam mit dem von ihr Geschaffenen, sondern steht nach dem gleichen Seinsgesetz höher als das Geschaffene und hat ihre besondere Substanz in sich selbst, wodurch sie auch dem von ihr Weggerissenen eine andere Wesenheit verleiht, die nach ihr kommt.

(10) So haben wir nun das Unbegrenzte und die Begrenzung in Prinzipien, Elementen und Gattungen wohl begründet definiert. Diese unterscheiden sich jedoch von den intelligiblen Prinzipien, Elementen und Gattungen insofern, als sie hinter diesen an Vollendung, Reinheit, Einfachheit und höchster Weite des Geltungsgebietes zurückbleiben, ebenso an Bestimmung, dazu an Schönheit und allem Guten. Vor den Dingen im Bereich des Werdens hingegen zeichnen sie sich aus durch Ordnung und Symmetrie, die unveränderliche, standfeste Natur, reine Teilhabe an den Ideen, körperlose und immaterielle Natur und - zusammenfassend gesagt - durch alles Bessere. Aus all diesem geht nun hervor, daß sie in der Mitte zwischen beiden Bereichen stehen und den Standort zwischen ihnen einnehmen, der an beiden teilzuhaben vermag und sie zu beiden Bezirken in gleicher Weise hinführen kann.

Mit solcher Feststellung hierüber wird man kaum das Richtige verfehlen.

XIV

(1) Alle werden wohl zustimmen, daß es vielfach Gleichheit und Ungleichheit in den mathematischen Wissenschaften und im [51 F] mathematischen Wesen gibt, und daß beide darin von großer Wirksamkeit sind; kann man doch unmöglich einen (geometrischen) Lehrsatz mathematisch erkennen, wenn man nicht den Lehrsatz dadurch etabliert, daß man eine Figur definiert, die ihm gleich ist, und durch ein anderes Bild die Aussage darüber findet und aus der einen Sache eine zweite gewinnt, und zwar nach einem einzigen Gesichtspunkt, nämlich dem der Gleichheit. (2) Es ist aber eine Untersuchung wert, welches diese allgemeinen Wirkungen des Gleichen und Ungleichen sind, wie weit sie in den mathematischen Wissenschaften gelten, wie sie dort existieren und inwiefern sie von dem

ebenfalls "gleich" und "ungleich" Genannten in den Bereichen des Intelligiblen oder der Sinnesdinge verschieden sind.

(3) Nun ist zu bedenken, daß man von Gleichheit und Ungleichheit beim mathematischen Wesen nicht im Sinn von Qualität spricht, auch nicht im Sinn einer solchen Figur, die bei gewissen Gegenständen zu einem anderen als etwas Zweites hinzutritt; solche Qualitäten entstehen ja gern bei zusammengesetzten Gebilden und bei einer Synthese, wobei das eine Ding die Grundlage darstellt, das andere aber das, was - auf der Grundlage fußend - hinzutritt und Prägung und Gestaltung der zugrunde liegenden Natur bewirkt. (4) Gleich und Ungleich aber, die wir jetzt aufsuchen, stehen höher als jede Zusammensetzung. Doch werden sie auch nicht nach der Qualität untersucht, die sich beim Sich-Verhalten manifestiert; darf man doch nicht glauben, die Wesenheit dessen, was nach eigenem Gesetz existiert, hänge von etwas anderem ab. So sei also vorausgesetzt, daß das jetzt Gleich und Ungleich Genannte dies aus eigenem Wesen ist, freilich nicht aus seinem ganzen Wesen, sondern nur aus dem mathematischen.

(5) Das sind nun also gewisse Formen des mathematischen Seins. Man darf nämlich nicht Qualität und Quantität im Gegensatz zum Sein scheiden und über dem Sein die eine theoretische Wissenschaft [52 F] ausbilden, eine andere Wissenschaft aber über der Quantität und diese dann als die mathematische Wissenschaft definieren. Nein, man muß auch das spezifisch mathematische Sein und Zahl und Art seiner Formen so betrachten, wie es seiner Natur entspricht. (6) Und dieses Verfahren untersucht auch die Quantität mit, nicht die in den Körpern, auch nicht das intelligible Vorbild, sondern insofern sie mathematisch ist. In gleicher Weise erstreckt sich also ganz natürlich die Betrachtung gemäß der Weise des Seienden selbst auf das Gleiche und Ungleiche, entweder als auf allgemeine Gattungen und Formen bezüglich des Seienden oder als auf allgemeine, formgebende Kräfte der jeweiligen mathematischen Einzelwissenschaften.

(7) Gleich und Ungleich erstrecken sich jedoch durch das gesamte mathematische Sein in Richtung auf dessen ganzes Sein, durch die mathematischen Teilwissenschaften aber in Richtung auf deren geteilte Substanzen, und so weiter, je nachdem einer mehr oder weniger oder größere oder geringere Umfänge davon betrachtet; mit allen erweitert sich der Geltungsbereich von Gleich und Ungleich, ob sie sich nun weiter oder weniger weit erstrecken. (8) Ist es doch ganz unmöglich, daß in den wirklich mathematischen Bereichen Menge oder Unterscheidung oder Einheit oder Identität und Verschiedenheit existieren, wenn nicht zuvor die im Sein vorgegebene Gleichheit oder Ungleichheit vorausgegangen ist. (9) So wollen wir uns nicht mehr wundern, wenn diese Bestimmungen sowohl für eine Gattung, für mehrere, für wenigere, aber auch für alle gelten; nein, man muß

vielmehr die Tatsache erkennen, daß sie den Dingen, deren spezifischer Eigenart angepaßt, als mitentstanden innewohnen.

(10) Weiter muß man auch dies betrachten (ich meine am Gleichen und Ungleichen): Das Eine, das Viele und was dazwischen liegt, muß auch beachten, welches ihre passende Ordnung ist, und muß ihre Verteilung auf alle [53 F] mathematischen Wissenschaften sehen, je nachdem eine jede von Natur aus Anteil an ihnen hat.

(11) Wenn sich dies nun so verhält, dann wird auch die mathematische Wissenschaft die mächtigste von allen sein, da sie die Ursache selbst von Gleichheit und Ungleichheit bei vor- wie bei nachgeordneten Wissenschaften in gleicher Weise auffindet, sie bei den gleichgeordneten aber gehörig unterscheidet. (12) Auch untersucht nun die mathematische Wissenschaft ganz gegen die Meinung der breiten Masse dem Wesen des Körperlosen entsprechend beim Verschiedenen das Gleiche und beim Nichtunterschiedenen das Ungleiche. Ebenso überprüft sie an beiden auch das Gegenteil, indem sie etwa am Gleichen das Ungleiche mituntersucht.

(13) Am besten können wir wohl erkennen, wie jedes von beidem Eingang findet, wenn wir auch hier auf die Eigenart des Seins achten, das wir darstellen. Wir wollen ja nicht annehmen, daß sie so Eingang finden wie die mit der Materie verbundenen Ideen in der Materie zur Erscheinung gelangen; Gleich und Ungleich entstanden nämlich zugleich und unabtrennbar vom mathematischen Sein, das ihre Existenzgrundlage bildet. Auch darf man nicht denken, sie hätten Eingang gefunden wie das den Körpern Eingeschaffene, etwa wie die Wärme im Feuer. (14) Denn wenn auch das Eingepflanzte in engster Gemeinschaft mit seiner Grundlage auftritt, stellt man doch eine gewisse Unterschiedlichkeit des Beigefügten fest, insofern dieses als etwas Zusätzliches mitgeführt wird, die Grundlage aber als etwas anderes Anteil daran hat.

(15) An den im mathematisch Seienden aber gemäß eigenen Wesens schon vorhandenen Eigenschaften wird eine einfache Wesenheit betrachtet, die durchgängig in sich unzusammengesetzt ist; je mehr sie nämlich körperlos ist und gesondert von den zusammengesetzten oder in der Dimension entfalteten Massen, desto einfacher und selbständiger ist sie und besitzt das unvermischte Gleiche und Ungleiche in desto reinerer Form. Ebenso ist in Gleich und Ungleich auch das Allgemeine rein und unvergänglich vorhanden. (16) Wenn wir nun hier übereinstimmen, müssen wir noch [54 F] dazulernen, daß man die mathematische Gleichheit und Ungleichheit als verschieden auffassen muß von der Gleichheit und Ungleichheit im intelligiblen Bereich und in der Welt der Sinnesdinge.

(17) Sie wird aber davon unterschieden werden einmal nach der Art, in der wir die drei Wesenheiten getrennt haben (bei deren dreifacher Verschiedenheit werden sich natürlich auch die Formen in ihnen dreifach unterscheiden); zweitens aber insofern, als sie durch ihre Mittelstellung <zwischen dem Intelligiblen und den Sinnesdingen> bestimmt wird, da jene die Außenflügel bilden und Anfang und Ende der Formen der spezifischen Wesenheit bezeichnen. (18) Anders aufgefaßt aber sollen die einen Dinge als die ersten Ursachen verstanden sein, die anderen im Rang von etwas Geschaffenem, das Dritte aber als Zwischenglied zwischen den vorausgehenden leitenden Ursachen und den am Schluß entstehenden Erzeugnissen. (19) Nach solchen Voraussetzungen können wir wohl leicht von hier aus auch bei jeder mathematischen Wissenschaft das spezifisch in ihr geltende Gleiche und Ungleiche der Reihe nach untersuchen, wenn wir sie jeweils einzeln darstellen. Bis hierher nun sei von ihren allgemeinen Wesenszügen gesprochen.

(20) Die mathematische Wissenschaft nun, die aus solchen und so vielen Arten von Prinzipien und Elementen besteht und das vorher geschilderte Wesen besitzt, erstreckt sich nicht auf ein enges Gebiet oder auf nur ein paar Lebensbereiche, sondern sie trägt zu den größten und schönsten der göttlichen und menschlichen Güter bei.

XV

(1) Zuerst nun suchen wir darzulegen, daß Mathematik die ganze Philosophie und deren gesamte noetische Untersuchung des Seienden und Werdenden völlig durchdringt, auch, daß die Mathematik selbst als Ganzes, [55 F] ihre Gattungen, Elemente und Prinzipien, soweit sie Gattungen oder Formen der Mathematik sind, in die gesamte Philosophie Eingang fanden. (2) Deshalb verwenden die Leute auch allenthalben die mathematischen Wissenschaften, wenn sie eine philosophische Untersuchung durchführen. Da nämlich die Mathematik körperlos ist, eine Mittelstellung einnimmt und sich jeglichem Seienden anpassen und angleichen kann, leistet sie uns in allen philosophischen Wissenschaften große Dienste.

(3) Erstens nämlich stellt sie Rüstzeug und Erfordernisse für die Theologie bereit und bewirkt Angleichung an sie, dazu Führung nach oben und Reinigung. Diese befreit die geistigen Organe von Fesseln, reinigt sie und verknüpft sie mit dem Sein; durch die Schönheit und wunderbare Ordnung der betrachteten Gegenstände in den mathematischen Wissenschaften nähert sie den Geist irgendwie dem Intelligiblen, und durch die noetische Erkenntnis des Unveränderlichen und Unbewegten gleicht sie ihn dem an, was sich ewig gleich bleibt und in gleicher Wei-

se intelligibel und definiert ist; hier auch gewöhnt sie das Denken allmählich daran, sich dem Licht des Seins zuzuwenden, führt von den Körpern weg, verleiht Glauben an das Wesen des Körperlosen und gewährt schließlich wissenschaftliche Sicherheit und Exaktheit. Alles Derartige bewirkt nämlich einen mächtigen Antrieb zur Erforschung des Seienden und Intelligiblen.

(5) Doch auch dem Naturforscher ist die Mathematik von nicht geringem Nutzen, indem sie die Symmetrie in den Erscheinungen der Natur vorführt und die wunderbare Wohlgeordnetheit und Verhältnismäßigkeit nachweist, die alle Naturerscheinungen durchdringt. Auch betrachtet sie deren Schönheit und die Gestalten der Naturdinge, dazu die [56 F] Aussagen über sie, ihre einfachsten Elemente und deren Gestalten und schließlich ihre wichtigsten Gattungen und Formen. Mit all diesen Dingen nämlich beschäftigen sich die echten Naturforscher, die von den ersten Prinzipien ausgehen.

(6) Doch auch dem Mann der Politik ist Mathematik von Vorteil, indem sie Anleitung zu geordneter Entwicklung der Maßnahmen gibt, Bewegung in die erstarrten Theoreme und in alles die gebührende Gleichheit und Übereinstimmung bringt.

(7) Ebenso hilft sie dem Ethiker, indem sie die Begriffe der Tugenden umfaßt und mathematische Figuren als Muster vor Augen stellt, zum Beispiel für Freundschaft, Glück oder irgend ein anderes der höchsten Güter.

(8) Überhaupt zeigt sie mathematische Vorbilder für alle Dinge im Leben, so für Kindersegen und Kinderlosigkeit, Fruchtbarkeit und Unfruchtbarkeit und alles Derartige. Daher also müssen wir überall die mathematischen Wissenschaften anwenden, indem wir sie als Vorbilder beim Entwurf der Philosophie benutzen.

(9) Nun nehmen wir nicht überall die gleichen Vorbilder, sondern stellen bei jedem Ding das passende Muster entsprechend den spezifischen Arten der Wissenschaft vor. So nun dringt auch das ganze Wesen der mathematischen Wissenschaft selbst durch, die Gattungen in ihr und Elemente und alle Prinzipien hinsichtlich der gesamten Philosophie. (10) Es ist nämlich möglich, daß die mathematischen Verhältnisse sich allgemein auf die ganze Philosophie erstrecken; möglich ist aber auch, daß sie in den Einzelteilen der Philosophie gelten, je nachdem es die Führung einer Untersuchung erfordert. Die Mathematik hat aber an diesen Disziplinen Anteil, insofern sie eine gewisse Gleichheit mit ihnen besitzt; auch leistet sie ihren Beitrag zu ihnen, der den Weg zu ihnen bahnt und aufweist.

(11) Weiterhin liegt es in ihrer Natur, uns zu den beständigen und definierten Ideen emporzuheben und hinzuführen, die nicht das eine Mal existieren und dann wieder nicht, sondern ewig in gleicher Weise bestehen. [57 F] So will die Mathematik, die hinter den Ideen an Vollendung, Reinheit und - um es so auszu-

drücken - an Feinheit der Körperlosigkeit zurücksteht, sich diesen als überlegenen Wesenheiten angleichen. Andererseits stellt sie für die in der Welt des Werdens in der Materie wirkenden Gestalten Vorbilder, die von den Körpern getrennt sind, in mathematischen Gestalten vor. Und so unterstützt sie beide Anliegen. Zur ganzen Philosophie nun und zu deren Teilen leistet sie einen solchen Beitrag.

XVI

(1) Allen Künsten aber fügt die Mathematik nun, kurz und gut gesagt, eine wissenschaftliche Erkenntnis bei, indem sie deren Prinzipien, Ziele und Merkmale aufzeigt, über ihre Maßstäbe und Urteile belehrt, das Richtige und Verfehlt an ihnen unterscheidet, für beides die richtigen Elemente bestimmt, auch die Vollendung in ihnen erkennt, Exaktheit verschafft und die Auffindung dieser Dinge ermöglicht. (2) Weil nämlich diese Wissenschaft das Wesen der Materie getrennt untersucht und abgetrennte Begriffe verwendet, die nicht von dem verwirrt werden, was mit Materie vermischt ist, ist sie dadurch natürlich in höherem Maß zu Grundlegung und Leitung befähigt als die Künste, die sich mit der Materie befassen, sowohl was ihre Erfindung angeht, wie auch was Urteil und Erkenntnis betrifft.

(3) So reinigt also die Mathematik die theoretischen Künste durchaus und führt sie zur Vollendung; für die schaffenden Künste aber steht sie als Vorbild da, und die praktischen Künste regt sie durch ihre festen Gestalten an und aktiviert sie. Bei allen zusammen aber setzt sie allgemein die für sich bestehenden Begriffe mit den in der Materie gegebenen Gestalten in Verbindung. (4) Wie eine Baumeisterin von allen geht sie ihnen voran, [58 F] ist ihnen nützlich, verleiht ihnen durch mathematische Berechnung eine feste Grundlage, sowie Ansehen und Nützlichkeit. Auch sichert sie durch mathematische Beweisführung ihre Grundsätze und macht sie fehlerfrei.

So durchdringt offenbar die mathematische Theorie die ganze handwerkliche Tätigkeit und Erkenntnis.

XVII

(1) Aus dem folgenden ist auch leicht einzusehen, daß in der Mathematik eine zweifache Ordnung herrscht, wobei ihr die eine entsprechend der Natur mitgegeben ist, die andere aber zur Erkenntnis dient. Denn wenn schon alle übrigen Wissenschaften ihre klare Ordnung und die notwendige Folge des einen aus dem anderen von der mathematischen Wissenschaft beziehen, dann schließt wohl noch

viel eher die mathematische Theorie selbst Ordnung in sich und führt in sauberer Systematik zur Vollendung empor.

(2) Die natürliche Ordnung der mathematischen Wissenschaften stellt nun das Einfachere als das Frühere voran, zum Beispiel die Arithmetik vor die Geometrie; manchmal herrscht die gleiche Rangordnung aber auch aus didaktischen Gründen, dann nämlich, wenn man die Erkenntnis des Zusammengesetzten aus den Elementen gewinnt.

(3) In manchen Fällen allerdings und in Anpassung an unser Verständnis werden die zusammengesetzten Gebilde zu Zwecken der Erkenntnis die vordere Stelle vor den einfacheren einnehmen, dann nämlich, wenn sie leichter erkennbar sind; so ist wohl der ganze Himmel und die Bewegung um ihn leichter erkennbar als die Kugel schlechthin und die schlechthin bewegte Kugel. Wenn also jemand mit Hilfe des Offenbaren das Unbekannte erschließt, ist solche Art des Zugangs keineswegs zu verwerfen.

(4) Nach dieser Doppelteilung der Gegenstände sind nun beide Methoden anzuwenden, die eine als wissenschaftlich angemessener, die andere [59 F] als leichter Weg zur Erkenntnis. Sollte es nun nötig sein, nur eine Methode zu gebrauchen, muß man die von beiden vorziehen, die spezifisch besser paßt und eher zum Verständnis eines vorliegenden Problems beiträgt. Darf man jedoch beide Methoden zusammen verwenden, muß man mit Hilfe beider den Weg zur Erkenntnis führen. (5) Aus diesem Grund werden nun bei vielen mathematischen Untersuchungen die gleichen Probleme mit Hilfe von Analysis und Synthesis dargestellt. Wo also die beiden Wege der Erkenntnis übereinstimmen, dort sind beide zusammen anzuwenden.

(6) Man muß aber auch die Beschaffenheit eines jeden erkennen, so, ob einer geschickt und scharfsinnig ist, leicht von einer Erscheinung zu vielen übergehen und auf einmal zugleich vieles erfassen kann, was in gewisser Verwandtschaft zueinander steht.

(7) Weiter ist auch zu bedenken, in welchem Verhältnis eigentlich das Studium der Mathematik zu seinem Ziel steht, ob es nur genau darum geht, die wissenschaftlichen Theoreme zu erlernen, oder ob einer diese zur Philosophie emporführt und mit ihrer Hilfe auf den Weg zur Schau des Intelligiblen führen will. Ein solcher befolgte nämlich eine andere Anordnung, die gelegentlich die natürliche Folge der mathematischen Wissenschaften überspränge.

(8) Wiederum stellt jedes mathematische Theorem das von selbst Erscheinende und ohne viel Aufwand Einleuchtende zuerst dar, zum Beispiel, daß beim rechtwinkligen Dreieck das Quadrat der Hypotenuse gleich ist den Quadraten der Katheten. Was jedoch vollkommener ist und einen mehr als gewöhnlichen Be-

weisaufwand erfordert, wird erst später vorgetragen, so etwa, was sich vom rechtwinkligen Dreieck auf die [60 F] Bewegung der Gestirne, den Beitrag zum Tierkreis und die Bahn von Sonne und Mond bezieht. (9) In gleicher Weise werden bei der Harmonie zuerst die Einsichten über die einfache Harmonie überliefert und dann erst die Lehren von der Harmonie des Kosmos.

(10) Diese Vorbemerkungen haben wir nun gemacht, um durch eine gewisse Methodik im mathematischen Studiengang zwei Dinge zu berücksichtigen: Die Natur der Gegenstände und die Fähigkeit der Lernenden. Wir wollen jedes von beiden einzeln sinnvoll einsetzen, und beide, wenn sie zueinander passen, gleichberechtigt zusammen.

XVIII

(1) Auch besaßen die besonderen Methoden der pythagoreischen Belehrung in den mathematischen Wissenschaften eine wahrhaft staunenswerte Exaktheit und übertrafen bei weitem die Lehrkunst derjenigen, die sich mit den mathematischen Wissenschaften befassen. Wir wollen sie nun im Umriß vorstellen, soweit es nur immer möglich ist, allgemein darüber zu reden.

(2) Das Eine wollen wir nun übereinstimmend feststellen, daß die Pythagoreer oben bei den ersten Prinzipien anfangen und so die erste Konstituierung der mathematischen Theoreme vornahmen, um gerade von dieser ersten Wesenheit ausgehend ihre Vernunftschlüsse zu ziehen und zu ihr schließlich das ganze mathematische Erfassen emporzuführen. (3) Als Zweites führten sie immer zuerst in das Auffinden der Theoreme (Sätze) ein und ließen nichts als etwas bereits Vorhandenes anwenden, sondern ließen überall untersuchen, wie das in den mathematischen Wissenszweigen Bewiesene sich in der Realität bestätigt.

(4) Es gab freilich bei ihnen noch eine andere mathematische Methode, nämlich [61 F] mit Hilfe von Symbolen; zum Beispiel stand die Zahl fünf für die Gerechtigkeit, weil sie alle Arten des Gerechten symbolisch andeutet. (5) Diese Lehrart aber brachte ihnen für die ganze Philosophie Nutzen, da sie ja das meiste in Symbolen lehrten; auch meinten sie, diese Art sei den Göttern eigen und entspreche der Natur. (6) Daß sie aber auch die ersten Prinzipien und das Auffinden in der Mathematik überlieferten, geht aus den übrigen mathematischen Wissenschaften klar hervor, ist aber auch an ihren arithmetischen Methoden sichtbar. (7) Sie lehren nämlich, wie jede Gattung und jede Art von Zahlen anfänglich entsteht und wie wir sie finden, da sie glauben, es gebe keine wissenschaftlich-noetische Erkenntnis über sie, wenn man bei ihrem Verständnis nicht ganz oben angreift.

(8) Weiter nun paßten sie immer die mathematischen Theoreme dem wahrhaft Seienden an, allem Göttlichen, den Zuständen und Wirksamkeiten der Seele, auch den Himmelserscheinungen und Umläufen der Sterne und wiederum allen Körperelementen im Werden und den daraus zusammengefügt Gebilden, schließlich auch der Materie und deren Produkten; dabei gewannen sie alle passenden Abbildungen einfach und von jedem einzelnen für jedes einzelne Seiende. (9) Sie stellten aber die Beziehung der Mathematik zum Seienden entweder aufgrund der Gemeinsamkeit derselben Verhältnisse her oder aufgrund eines schwachen Abbildes oder näher herankommender oder weiter entfernter Ähnlichkeit, nach einer gewissen Übereinstimmung der äußeren Erscheinungen oder nach einer beispielhaft vorangehenden Ursache oder auf andere Weise.

(10) Auch sonst verbinden sie die mathematischen Wissenschaften in vielen Gestalten mit den Dingen, weil sie annehmen, [62 F] daß sich die Gegenstände den mathematischen Gegenständen angleichen lassen, die mathematischen Wissenschaften ihrer Natur nach den Dingen vergleichbar sind und alle beiden Bereiche sich einander angleichen.

(11) Über die Mannigfaltigkeit der Überlegung und die Fülle der Methoden freuten sie sich aber nicht allzu sehr, weil sie sich mehr auf die Logik beziehe und von der Wahrheit der Dinge wegführe. Vornehmlich aber schätzten sie die Erkenntnis der Probleme selbst, da diese zu wissenschaftlicher Erkenntnis und zum Auffinden des Seienden beitrage. (12) Auch war ihre Stärke mehr das Auffinden der Wahrheit und das Erfassen der Dinge selbst und nicht so sehr die Strenge und Schärfe der Schlüsse bei den Problemen. Deshalb waren sie nicht auf die Fülle ihrer mathematischen Schlußfolgen stolz, sondern zogen ganz deutlich vor, was zur Erforschung der Gegenstände diene.

(13) Diese und solche Arten etwa der Unterweisung in der Mathematik gab es bei ihnen. Sie gebrauchten sie aber im Geist der Wissenschaft und im Streben nach dem Seienden und Schönen mit Hilfe der noetisch erkennenden Philosophie; auch meinten sie, man müsse stets das Bestimmte und auf die knappste Formel Konzentrierte preisen und ehren, und wenn sich daraus etwas Nützliches ergab, erwählten sie es für sich, ihre Zeitgenossen und für die ganze Wissenschaft vom Seienden.

(14) Weiter nun achteten sie im Unterricht in der einen Weise darauf, wie die Dinge eingeordnet sind und miteinander zusammenhängen (nach solcher Folge bestimmten sie darin nämlich den ersten und den ihm folgenden Satz); nach der anderen Methode aber sahen sie auch auf die Lernenden und beurteilten, [63 F] wie groß ihre Fähigkeit sei, und welchen Nutzen sie aus den Dingen zögen, auch, was man Anfängern und was man Fortschreitenden überliefern müsse, und wel-

che mathematischen Wissenschaften für Angehörige des inneren Kreises paßten und welche für Außenstehende; auch beurteilten sie, was man mitteilen dürfe und was geheim bleiben müsse, auch, wem man etwas mit wissenschaftlichem Einblick in die Gegenstände mitteilen werde und wem zwar dasselbe, jedoch nur mit mathematischer Methode. (15) Das ganze sorgsame Studium mit Hilfe all dieser Dinge wurde nämlich bei ihnen nicht planlos betrieben, nein, der Umgang mit der Mathematik sollte nur auf eines abzielen, auf das Schöne und Gute, und nur auf eines ausgerichtet sein, die wissenschaftliche Erkenntnis des Seienden und die Angleichung an das Gute. (16) In der Tat wurde so nicht nur dürre Kenntnis der mathematischen Wissenschaften vermittelt, sondern auch die ihr zugeordnete Lebensweise vorgeschrieben und mit ihrer Hilfe der Aufstieg zum Höchsten vollführt, wie es sein muß. Deshalb also lohnt es die Mühe, das pythagoreische Studium in den mathematischen Wissenschaften so zu betreiben, weil es etwas Herrliches ist und den Vorrang vor allen mathematischen Techniken verdient.

XIX

(1) Weil man aber nicht allein ihren Nutzen insgesamt betrachten muß, sondern auch die Anzahl ihrer Gattungen und Arten, und zu überlegen ist, welche man erwählen muß, wollen wir eine allgemeine Belehrung darüber geben, die sich sowohl auf alle mathematischen Wissenschaften wie auch auf jede einzelne ihrer Disziplinen in gleicher Weise zu erstrecken vermag.

(2) Das erste Forschungsgebiet jeden Mathematikers und dessen, der sich einer beliebigen Einzeldisziplin widmet, ist das theologische. Dieses schließt sich in einer zweckdienlichen Abbildung an Wesen und Macht, Ordnung und Tätigkeiten der Götter an und gilt deshalb den Menschen als würdigster Gegenstand ihrer Bemühung. So untersuchen sie gewöhnlich bei den Zahlen, welche Zahlen welchen Göttern verwandt und von gleicher Natur sind, und auch bei den anderen mathematischen Wissenschaften folgen sie gewöhnlich dem gleichen Gedanken.

(3) Dann beginnen die Pythagoreer, sich in den mathematischen Wissenschaften um das wahre intelligible Sein [64 F] zu bemühen, um den intelligiblen Kreis und die Ideenzahl, und untersuchen viele andere Lerngegenstände dieser Art im Einklang mit der reinsten Wesenheit.

(4) Dann krönen sie das Studium der mathematischen Wissenschaften und konzentrieren es auf die sich selbst bewegende Wesenheit und die ewigen Verhältnisse, indem sie die gleiche, selbst bewegte Zahl bestimmen und gewisse Maßverhältnisse nach bestimmten mathematischen Symmetrien auffinden. (5) Vielfach auch mit dem Himmel und allen Umläufen am Himmel beschäftigt, auch mit den

Bahnen der Fixsterne und Planeten, untersucht die mathematische Wissenschaft dabei nicht nur die verschiedenartigen, sondern auch die gleichförmigen Bewegungen der Sphären. (6) Schließlich behandelt sie auch die Verhältnisse und Ideen in der Materie und erforscht, wie sie dort entstanden und von Urbeginn an Eingang fanden. In dieser Art nämlich wirkt das Verfahren der Mathematik, das durch die Akte des Denkens die Gestalt und Strukturen von den Körpern trennt. Im übrigen befaßt sich die Mathematik auch mit einer Lehre der natürlichen Körper, indem sie die Dinge im Werden, die einfachen Elemente und die Verhältnisse bei den Körpern untersucht.

(7) Alle diese Teilmethoden wendet die pythagoreische Erziehung jedem Bereich entsprechend und für alle mathematischen Wissenschaften an, wobei sie mit deren Hilfe Ordnung und Reinigung bewirkt.

(8) Wie man nämlich in den mathematischen Wissenschaften das Zweite aus dem Ersten erkennt, so geschieht durch sie bei den Wirksamkeiten der Seele der Anstieg zu vollkommeneren Lebensführungen und Tätigkeiten.

(9) Die Pythagoreer aber vernachlässigen oder übergehen nichts aus dem mittleren Bereich, was eine solche Wissenschaft vervollständigt, doch lassen sie auch nicht die Bereiche am äußersten Rand unerforscht. Sie erkunden das ganze Sein [65 F] vollkommen, und so überliefert diese Wissenschaft die begriffliche Unterscheidung, welche die wissenschaftliche Methode der Zerlegung aufgezeigt hat, bei den wichtigsten und ersten Gattungen.

(10) Mit ihrer Hilfe aber ist es möglich, auch die gesonderten Teilbereiche der mathematischen Wissenschaften aufzufinden, die wir auch im Voranschreiten unserer eigenen Darstellung über begriffliche Unterscheidung anführen werden.

XX

(1) Dieser Wirksamkeit der Mathematik entspricht nun eine weitere, nämlich die der Definition; verwendet doch die Mathematik auch Definitionen und formuliert sie mit großer Exaktheit. (2) Die ganze Konstituierung der Definitionen ist aber diese: Wenn der unterscheidende Teil der Mathematik die Inhalte der mathematischen Wissenschaften nach Gattungen und Arten zerlegt hat, dann faßt die Kunst der Definition die aus der Zerlegung hervorgegangenen Unterscheidungsmerkmale zusammen und gewinnt aus ihnen allen eine allgemeine Aussage.

(3) Das Gleiche bewirkt sie auch mit Hilfe der Analysis. Wenn nämlich die Analysis die Vernunft zum Einfacheren und Allgemeineren hinaufführt und die Gattungen und Unterscheidungsmerkmale in der Natur der Einzeldinge nachweist, dann führt die vereinende Synthesis das Verschiedene und das Einfache zusam-

men und bestimmt jedes einzelne mathematische Phänomen. (4) So besitzt die mathematische Wissenschaft das Verfahren der Definition von sich aus als integrierenden Bestandteil und vermag es im Sinne noetischer Erkenntnis aufzufinden.

(5) Weil nun die begriffliche Unterscheidung das Eine in vieles zerlegt, die Definition aber aus dem Vielen Eines macht, muß notwendig die Mathematik das Eine, von dem sie ausgeht und zu dem zurück sie hinaufstrebt, nach beiden Methoden betrachten. (6) Dies nun wird den Gipfelpunkt bilden, den man auch Idee nennen könnte, ein Theorem über all den vielen; dieses Eine aber ist zugleich auch das Schöne und Gute, zu dem das Getrennte mit Macht zusammenstrebt. [66 F] (7) Aus diesem Grund nun übergehen wir auch in den mathematischen Wissenschaften stets das Unbegrenzte und das Einzelne und mühen uns, zum Allgemeinen und Definierten aufzusteigen; denn wir treiben die Mathematik nach den Grundsätzen der Pythagoreer, bis wir die gesamte noetische Erkenntnis der mathematischen Forschung zu dem Einen hinaufgeführt haben, das allen mathematischen Wissenschaften zugleich gemeinsam ist. Und dies ist der Gipfelpunkt, nach dem alle streben müssen, die wirklich die Gesamtheit der mathematischen Ideen schauen wollen.

XXI

(1) Weil wir uns aber besonders um die pythagoreische Mathematik bemühen, diese aber unmöglich vollkommen darstellen können, ohne ihre Prinzipien ins Auge zu fassen, müssen wir deshalb für die Untersuchung des heutigen Zustandes auch die Lehrer des Pythagoras in dieser Wissenschaft miteinbeziehen. Dann nämlich wird unsere Betrachtung darüber am vollkommensten, wenn wir sie vom Anfang und den ersten Ursachen her absichern.

(2) Es heißt nun, Thales habe als erster nicht wenige Erkenntnisse in der Geometrie gewonnen und sie Pythagoras überliefert; wir dürfen daher auch die mathematischen Überlegungen, die wir als Sätze des Thales gelernt haben, wohl mit Recht in die pythagoreische Mathematik einbeziehen. (3) Nach Thales aber blieb Pythagoras lange Zeit bei den Ägyptern und gewann von ihnen nicht wenig Gutes für die mathematische Wissenschaft, weshalb wir wohl nicht unpassend vieles auch von den Ägyptern mit übernehmen. (4) Da Pythagoras aber später auch mit den Assyriern und den bei ihnen so genannten Chaldäern (so heißen nämlich dort die Mathematiker) zusammentraf, müssen wir auch von diesen [67 F] vieles für die mathematische Methode übernehmen.

XXII

(1) Doch genügt dies nicht. Weil nämlich Pythagoras von den Nichtgriechen zwar die Mathematik übernahm, von sich aus jedoch vieles beigab, müssen wir auch solche Prinzipien mit hereinnehmen und seine spezifische Art der Mathematik hinzufügen. (2) Betrieb er doch vieles in den mathematischen Wissenschaften philosophisch und paßte sie seiner spezifischen Weise des Erfassens an (mochte es auch von anderen überkommen sein), verlieh ihnen die richtige Ordnung, führte die passenden Untersuchungen über sie durch und sorgt so stets für ihre durchgehende und gleiche Einheitlichkeit, so daß sie nirgends das Folgerichtige übertreten. (3) An diese Prinzipien muß man sich nun beim Erforschen der pythagoreischen Mathematik halten. Doch wollen wir von ihr sozusagen allgemeine, ausgezeichnete Elemente heranziehen, um gerade aus ihnen den symbolischen und fremdartigen Gebrauch der mathematischen Bezeichnungen zu erfahren. Pythagoras nämlich verlieh im Streben nach dem Seienden und Wahren den mathematischen Wissenschaften auch ihre naturgemäßen Bezeichnungen.

(4) Bei seiner Belehrung aber ging er von diesen Namen aus, und es war die geeignete Hinführung für seine Hörer, wenn einer in hinlänglicher Erfahrung hinlänglich auch die Namen hörte. (5) Wirklich übertrifft er durch Sauberkeit, Feinheit und Exaktheit der Beweisführungen jede andere Erkenntnisweise dieser Art, besitzt hohe Klarheit und geht vom Erkennbaren aus. Das Schönste aber seiner Wissenschaft ist das hochgemute Sein, das zu den ersten Ursachen hinaufgeführt wird, das um der Dinge willen nach Verstehen strebt und [68 F] das Seiende rein gewinnt; manchmal verbindet es die mathematischen Theoreme sogar mit den theologischen. (6) So viele allgemeine ausgezeichnete Elemente seiner so gearteten Wissenschaft könnte man für jetzt vorstellen.

(7) Wie aber muß man nach dieser Wissenschaft jagen? Es ist angebracht, all dies so vorzutragen, daß wir dem von diesen Männern Überlieferten folgen. (8) Da jedoch das meiste bei den Pythagoreern im Tun lag und ohne schriftliche Stützen in Merksätzen aufbewahrt wurde, die es heute nicht mehr gibt, über die man auch nicht leicht Vermutungen anstellen oder Geschriebenes oder von einem anderen Überliefertes finden kann, muß man etwa so verfahren: (9) Man geht von kleinen Fünkchen aus, verleiht ihnen körperliche Existenz und stärkt sie, führt sie auf die richtigen Prinzipien zurück und füllt Fehlendes aus, strebt auch möglichst danach, pythagoreische Lehre so zu treffen, wie sie lauten könnte, wenn ein Pythagoreer als Lehrer auftreten könnte. (10) Weiterhin können wir auch aus der Konsequenz dessen, was unzweifelhaft überliefert ist, die logisch folgenden mathematischen Wissenschaften richtig erschließen. Diese Art der Forschung läßt uns nämlich

entweder die echte mathematische Wissenschaft der Pythagoreer herausfinden oder ihr so nahe wie nur immer möglich kommen. (11) Mit dieser Weise stimmt, wie ich glaube, die Behandlung der Mathematik überein, wie sie nach der Methode des eigenen, ersten Urhebers durchgeführt wurde; sie war nämlich von ganz eigener Art, herausgehoben aus den sonstigen Übungen und richtete sich auf die Seele und die Reinigung des Auges der Seele; auch half sie die ersten Ideen und Ursachen des mathematischen Seins zu finden, paßte sich der Natur des Seienden selbst an, [69 F] machte mit den intelligiblen Ideen vertraut und lehrte deren Verwandtschaft mit dem Guten und die wechselseitige Affinität der mathematischen Wissenschaften.

(12) Bei dieser Art von Mathematikstudium erforschte man angespannt, nachdrücklich und rastlos die darin aufgehobenen Theoreme. (13) Dies verhalf aber der Seele zu reiner Erkenntnis und Feinheit der Gedanken, zur Exaktheit der Methode, zum Zugang zu den mathematisch faßbaren körperlosen Wesenheiten, zu Gleichmaß, Harmonie und zur Umwendung zum Sein. (14) Dem Menschen aber verleiht es Ordnung in der Lebensführung, Ruhe vor Leidenschaften und Schönheit des Charakters und läßt uns alles auffinden, was sonst für das Menschenleben nützlich ist.

(15) Die Pythagoreer übten dieses Studium in ihrem ganzen häuslichen Leben, verwoben den Nutzen davon in das Tun und in Art und Weise ihrer Seele, ebenso in die Verfassungen ihrer Gemeinwesen wie in die Ordnung ihrer Häuser, auch ihre Handwerkstätigkeit und ihre Veranstaltungen in Krieg und Frieden. (16) So übertrugen sie die Mathematik völlig auf alle Lebensgebiete in der spezifisch geeigneten Form für die Dinge, zum Vorteil für die Gebrauchenden, angemessen für beide Zwecke und passend für alles übrige.

(17) Man muß ihnen nun auf dieser Spur folgen und darf die Mathematik nicht einfach so treiben; die heute aufgekommene Art des Studiums wendet nämlich nur Wahrnehmung und Vorstellungskraft an, ist der Wahrheit entfremdet und eher dem Werden zugetan. (18) Wollen wir jedoch Mathematik nach Weise des Pythagoras treiben, müssen wir ihrem gotterfüllten, emporführenden, reinigenden und zur Vollendung leitenden Weg mit Eifer folgen. [70 F]

XXIII

(1) Daß nun Pythagoras die Philosophie bezüglich der mathematischen Wissenschaften mit gutem Grund in die Form einer freien Erziehung umgoß, sie durch die Menge des Bewiesenen und die Exaktheit seiner Beweise weit voranbrachte und über den notwendigen Alltagsgebrauch weit hinaus ausgestaltete, läßt sich

aus folgendem leicht entnehmen. (2) Wenn wir nämlich eine Art von Samenkorn und Prinzip solcher Erkenntnis gewannen, von der wir die Gattung Wissenschaft und ihre Bezeichnung nach sorgsamer vorheriger Erforschung ihrer Natur übernommen haben, dann wurde uns dies von nirgendwo anders her zuteil als von der Mathematik. (3) Doch auch die Wirksamkeit der Wissenschaft trat durch ihre spezifischen Vernunftoperationen bei den mathematischen Beweisen zutage. Als wir nämlich noch vielen Erscheinungen blindlings vertrauten, berichtigte uns die mathematische Einsicht, indem sie ans Licht brachte, wie sich die Wahrheit zu ihnen verhält.

(4) Am meisten aber von freier und Philosophen geziemender Schau gewinnen wir zuerst im engen Umgang mit der Mathematik; jeder nämlich eignet sich das an, was seiner Natur entspricht. Das eigentliche Ziel des Freien aber in seiner eigentümlichen Lebenstätigkeit bezieht sich hauptsächlich auf ihn selbst und nicht etwas anderes in den Außendingen. Die genannten Wissenschaften, die noetische Erkenntnis vermitteln, besitzen diese Eigenschaft, und zwar als erste, weil ihre Erkenntnis gemäß dem Lebensalter die erste Stelle einnimmt und keiner solchen Hinführung bedarf, wie sie durch Gewohnheit aus den Einzeldingen hervorgeht.

(5) Und der Liebhaber der Weisheit (wenn man, wie bei den anderen spezifischen Strebungen, die nach der innigen Liebe [71 F] zu einer Gattung benannt sind, auch ihm in spezifischer Weise den Namen nach seiner Leidenschaft geben muß), der Philosoph also, scheint ein Streben nach einer Erkenntnis zu haben, die durch sich selbst wertvoll ist und nicht durch etwas Zweites, das von ihr ausgeht.

(6) Einige nämlich scheinen der Mathematik nicht den gebührenden Rang zuzuweisen; sie gehören zwar zu denen, die sie fördern wollen, sagen jedoch, wir müßten ihre Erkenntnis gewinnen, weil die mathematische Schulung nützlich für andere Erkenntnisse sei. (7) Die Dinge nämlich, wegen deren sie uns zur Mathematik mahnen, passen weniger zum Wesen der Mathematik und der Wahrheit und den gewohnten Aussagen über die Mathematik, können auch in der Exaktheit der Beweisgänge mit dieser nicht konkurrieren. (8) Folgendes ist dafür ein hinreichendes Zeichen: Wir sehen nämlich, daß die mathematischen Beweise von denen, die sie handhaben, immerfort in gleicher Weise als beständig und zuverlässig gebraucht werden; in anderen Wissenschaften aber werden wir nur ganz wenige dieser Art finden.

(9) Zu vielen Erkenntnissen nun für Dinge, die man zum Leben braucht, doch auch für solche, die schon zum Reichtum gehören und die man wegen ihrer selbst schätzt, hat uns die Philosophie bezüglich der mathematischen Wissenschaften verholfen. (10) Finden wir doch nicht wenige sogar der Handwerkskünste, die Hilfe von ihnen erhielten. Auch können wir sehen, daß die Naturwissenschaft

oder auch eine andere noch höher angesehene Wissenschaft bei ihren eigenen Beweisen viel von dem verwendet, was wir im Vorhergesagten betrachteten.

(11) Auch macht uns diese Mathematik mit dem Wohlgeordneten und der Ordnung vertraut und bildet so wohl einen Antrieb zur Tugend und zum ganzen Schönen. Nicht allein aber wegen dieser Hilfe wird mancher ihre [72 F] Wirkksamkeit hochschätzen, sondern mehr noch wegen ihrer selbst und ihrer eigenen Natur. Gibt man doch zu, daß manche Wissenschaften wegen ihrer selbst gewählt werden und nicht nur wegen ihrer Wirkungen. (12) Nun können weitgehend nur die theoretischen Wissenschaften diese Eigenschaft haben, weil sie außer der noetischen Erkenntnis (Theorie) kein weiteres Ziel kennen. Doch sind es dieselben Gründe, deretwegen wir die eine Wissenschaft vorzüglicher als die andere und deretwegen wir jede einzelne als schätzbar ansehen. (13) Wir ziehen aber die eine der anderen entweder wegen ihrer Exaktheit vor, oder weil sie bessere und wertvollere Gegenstände betrachtet. Daß den einen dieser Vorzüge besonders die mathematischen Wissenschaften aufweisen, werden uns wohl alle zugeben; daß sie den anderen Vorzug haben, werden wohl diejenigen zugeben, die den ersten Prinzipien den erwähnten Vorrang einräumen und glauben, daß Zahlen und Linien und deren Veränderungen wegen der Einfachheit ihres Wesens mit der Natur des Prinzips verwandt sind.

(14) Weiterhin kann man die Forschungen bezüglich des Himmels, die in unserer Sinnenwelt den höchsten und göttlichsten Rang einnehmen, mit Hilfe der Astronomie erlernen, die eine der mathematischen Wissenschaften ist. Es erschiene jedoch abwegig und keineswegs hinzunehmen, wollte einer zwar sagen, der Philosoph stehe der Wahrheit nahe, dabei aber meinen, jener müsse eine andere Frucht solcher Forschungen anstreben, die doch an der höchsten Wahrheit teilhaben. (15) Ebenso sinnlos wäre die Annahme, ein Freund noetischer Erkenntnis wollte nur wegen eines Nebenzweckes solche Wissenschaften wählen, die sich mit den allgemeinsten Naturgesetzen und den göttlichsten Gegenständen unserer Sinneswelt befassen, eine riesige Fülle wunderbarer Schauspiele [73 F] schenken und nicht etwa fiktive Exaktheit durch leere Worte bieten, sondern eine unverwandte und durchgehende Exaktheit durch die ihnen zugrundeliegende Natur.

(16) Grundsätzlich finden wir die mathematischen Wissenschaften im Besitz aller Eigenschaften, die jemand als wünschenswert und notwendig für Wissenschaften ansieht, die man wegen ihrer selbst erwählt. Jede mathematische Wissenschaft befaßt sich nämlich mit einem Naturbereich, der ewig ist und viele wunderbare Schauspiele in sich birgt, sowohl durch das geordnete Spiel seiner eigenen Verwandlungen wie auch durch die Distanz zur Wahrnehmung der Sinnesdinge. (17) Auch gebrauchen die mathematischen Wissenschaften erkennbare

und aus sich selbst zuverlässige Prinzipien und führen die Schlußverfahren darüber mit deren Hilfe so durch, daß die Beweisführungen in dieser Materie ein Musterbeispiel für die sind, die etwas exakt zusammenführen wollen. (18) Aus diesem Grund paßt die Mathematik wohl für Menschen, die glauben, der Umgang mit Philosophie sei um seiner selbst willen zu erwählen, und die noetische Erkenntnis in den mathematischen Wissenschaften sei der Philosophie verwandt und von gleicher Herkunft.

(19) Aus diesen Gründen schätzten natürlich die Pythagoreer das eifrige Studium der Mathematik und richteten es in verschiedener Art zur Erforschung des Kosmos ein. So gewannen sie aus den Umläufen und deren Verschiedenheit durch Vernunftschluß die Zahl; Mögliches und Unmögliches für die Konstituierung des Kosmos erforschten sie anhand des in der Mathematik Möglichen und nicht Möglichen; die Bahnen der Gestirne am Himmel erforschten sie samt ihrer Ursache entsprechend den rationalen Zahlen; auch bestimmten sie die Maße des Himmels nach gewissen mathematischen Aussagen; (20) überhaupt gingen sie beim Aufbau der vorauserkennenden Naturwissenschaft von den mathematischen Wissenschaften aus und ordneten die mathematischen Wissenschaften sozusagen als Prinzipien für die übrigen kosmologischen Forschungen an. (21) [74 F] Von ihnen gewannen sie auch viele Beweise für Naturprobleme, rufen die Tugend zum Schönen und Guten auf und, was das Größte ist, sie treiben auf theologische Weise Astronomie mittels der mathematischen Wissenschaften. Aus all diesen Gründen verwandten sie natürlich erstaunlichen Eifer auf die Mathematik.

XXIV

(1) Im folgenden ist auch das übliche Verfahren der Pythagoreer beim Mathematikstudium darzustellen. Sie distanzieren also die Aussagen über Mathematik von den Sinnesdingen und wandten mit ihrer Hilfe den Geist zum Glauben an ein körperloses Wesen, gebrauchten die Mathematik als Brücke zum Intelligiblen und achteten besonders auf das, was in ihr bezüglich der reinen Ideen und einheitlichen Begriffe abgebildet ist. (2) In ihren Theoremen also verfahren sie so. Nachdem sie aber einmal diese Wissenschaft von der allgemeinen und vulgären Erkenntnis abgetrennt hatten, gaben sie sie ebenso auch im Geheimen weiter. (3) Sie teilten nur ganz wenigen die Kenntnis darüber mit, und wenn je einmal etwas zur breiten Masse hinausgetragen wurde, sühten sie dies wie einen Frevel; sie stießen deshalb auch die Leute außerhalb ihres Kreises zurück, da sie nach ihrer Ansicht unwürdig waren, an solcher Erkenntnis teilzuhaben. (4) Pythagoras glaubte nämlich, nicht allen dürfe man Zugang zur Philosophie bezüglich der

mathematischen Wissenschaften gewähren, sondern nur solchen, mit denen vollkommene Lebensgemeinschaft bestehe. Auch ließ er zu diesem Umgang nicht wahllos jeden beliebigen zu, sondern prüfte [75 F] lange und wies Unwürdige zurück.

(5) Auch ließ er Leute außerhalb seines Kreises nicht zu dem Fortschritt, den er brachte, zu, sondern hielt den mathematischen Unterricht vor anderen geheim. Bei den wegen der Gemeinschaft mit ihm "Pythagoreer" Genannten aber trieb er die Philosophie bezüglich der mathematischen Wissenschaften und die Theorie der Geometrie weit voran, wie man überhaupt bei fast allem, was später große Fortschritte erfuhr, sehen kann, daß er uns die Prinzipien gelehrt hat. (6) Er liebte aber an diesen Disziplinen nicht (wie manche später) die Wirksamkeit, mit Hilfe deren man ein Problem lösen kann, sondern die Theoreme selbst, und von diesen nicht solche, die nur sehr schwer zu finden waren (wie es später die meisten taten), sondern die, aus denen man am besten die Ordnung in der Mathematik oder eine damit zusammenfallende Eigenschaft der Natur erkennen konnte. (7) Es ging den Pythagoreern aber so, weil sie meinten, die Prinzipien der ganzen Natur seien in der Mathematik eingeschlossen, und man erkenne am leichtesten daran ihre Art und Zahl, weil sie sich mit der unwandelbaren und von jeder Bewegung freien Natur und dazu noch mit ihr als etwas Einfachem befasste. (8) Aus diesem Grund behandelten sie auch keine Konstruktionsaufgaben, es sei denn solche von elementarer Natur, zum Beispiel die Flächenanlegung und die Quadrierung. Auch lag ihnen in der noetischen Erkenntnis nichts daran, alles durchgehen zu wollen und nichts von dem auszulassen, was möglich war, nein, sie wollten nur in allem die Prinzipien erblicken.

(9) Sie führten aber in diesen Wissenschaften eine exakte und logisch-wissenschaftliche Übung und Ausarbeitung in Richtung auf spezifische Forschung durch und brachten gehörige Ordnung in die Wissenschaften; wenn sie auch [76 F] anfangs nur wenig übernahmen, arbeiteten sie dieses dafür genau aus, (10) und besonders führten sie die wertvollsten und erhabensten Forschungen zur Vollendung; auch übertrugen sie die auf einem Gebiet geübten noetischen Erkenntnisweisen auf andere Gebiete und führten auch dort Ordnung in der Weise ein, daß sie zuerst das Einfachere und dann erst das an der Zusammensetzung Teilnehmende überlieferten. (11) Ebenso ordneten sie die Theoreme entsprechend der Natur des Seienden zusammen, sodann entsprechend unserer Fähigkeit und der Einschätzung der sie Lernenden, passend auch zur Hinführung zur Tugend und übereinstimmend mit der gesamten Erziehung und schließlich so, wie es zur Reinigung der Seele dient.

(12) Solche Merkmale pythagoreischer Art könnte man für dieses Gebiet anführen; mehr darüber werden wir in den eigenen Ausführungen zu jeder mathematischen Einzelwissenschaft sagen.

XXV

(1) Es gibt aber zwei Arten der italischen Philosophie (die jedoch "pythagoreisch" genannt wird), wie es auch zwei Arten von Menschen waren, die sie handhabten, die Akusmatiker und die Mathematiker. Von diesen galten die Akusmatiker bei den anderen als echte Pythagoreer; sie selbst jedoch erkannten die Mathematiker nicht an und schrieben deren Methode nicht Pythagoras zu, sondern Hippasos. (2) Hippasos aber soll nach den einen aus Kroton stammen, nach den anderen aus Metapont. Die pythagoreischen Mathematiker jedoch geben zu, [77 F] daß diese Pythagoreer sind, und diese selbst behaupten es umso entschiedener und bestehen darauf, daß sie die Wahrheit sagen. (3) Man sagt, die Verschiedenheit habe folgende Ursache gehabt: Pythagoras sei aus Ionien und Samos zur Zeit der Tyrannis des Polykrates und der Blüte Italiens dorthin gekommen, und die führenden Männer in den Städten hätten vertrauten Umgang mit ihm gepflogen. (4) Nun habe er sich mit den älteren unter ihnen und den Leuten, die wegen politischer Verpflichtungen wenig Zeit hatten, nur ganz einfach unterhalten, weil es schwer war, anhand von mathematischen Wissenschaften und Beweisen mit ihnen zu sprechen. Er meinte, sie hätten nicht weniger Nutzen, wenn sie, auch ohne Begründung, nur wüßten, was man tun muß, wie auch die Patienten der Ärzte ohne zusätzliche Belehrung, weshalb sie einzelne Vorschriften erfüllen müssen, dennoch gesund werden.

(5) Soweit er jedoch auf jüngere traf oder solche, die arbeiten und lernen konnten, sprach er mit solchen anhand eines Beweises und mathematischer Wissenschaften. Diese selbst nun sagten, sie gehörten zu den Mathematikern, die anderen aber zu den Akusmatikern. (6) Von Hippasos jedoch sagen sie, er sei zwar Pythagoreer gewesen, habe aber als erster eine Kugel, aus zwölf Sechsecken gezeichnet, an die Öffentlichkeit gebracht und sei deshalb als Frevler auf dem Meer umgekommen. Freilich habe er den Entdeckerruhm gewonnen, doch stamme alles in Wirklichkeit von "jenem Mann". So nämlich bezeichnen sie Pythagoras und nennen ihn nicht mit Namen.

(7) Die mathematischen Wissenschaften blühten aber auf, als zwei Männer auftraten, die sie besonders förderten, Theodoros [78 F] von Kyrene und Hippokrates von Chios. Die Pythagoreer sagen aber, die Geometrie sei auf folgende Weise in die Öffentlichkeit gelangt: Ein Pythagoreer habe seinen Besitz verloren, und

wegen dieses Unglücks hätten sie ihm erlaubt, mit Geometrie Geld zu verdienen. Pythagoras selbst nannte die Geometrie "Historia" (Forschung). So ähnlich etwa trug sich die Trennung der zwei Methoden der Philosophie und der mathematischen Wissenschaften zu.

(8) Die Pythagoreer aber trieben die mathematischen Wissenschaften und hielten die Exaktheit in der Forschung hoch, da nur diese Wissenschaften als einzige menschliche Einrichtung Beweise besaßen; und weil sie sahen, daß die mathematischen Wissenschaften hinsichtlich der Harmonie durch Zahlen und hinsichtlich des Anblicks durch Zeichnungen in gleicher Weise übereinstimmten, hielten sie diese überhaupt für die Ursachen und Prinzipien des Seienden. (9) Wer also die Natur des Seienden noetisch erforschen wolle, müsse auf die Zahlen und die geometrischen Gestalten des Seienden und die Proportionen sehen, denn alles werde dadurch erhellt. (10) In der Meinung nun, sie könnten die Wirksamkeiten eines jeden nirgendwo besser und höher verankern als an den Ursachen und dem Ersten von allem, bestimmten sie auch alles übrige fast ähnlich wie dieses.

(11) Die Hinführungen nun zu den Zahlen und die mathematischen Wissenschaften bezüglich der Dinge schienen ihnen deshalb auch dieses Gepräge zu besitzen. Dieser Art etwa war auch ihre Beweismethode, die von solchen Prinzipien ausging und deshalb Sicherheit und Zuverlässigkeit in den Aussagen besaß. [79 F]

XXVI

(1) Es gibt aber Leute, früher und jetzt, die eine gegensätzliche Ansicht über die mathematischen Wissenschaften vortrugen und sie als gänzlich nutzlos und als wertlos für das menschliche Leben tadelten. (2) Einige nun gehen es so an: Ist ihr Ziel, von dem die Philosophen die Notwendigkeit ihres Studiums ableiten, wertlos, dann muß ihr Studium erst recht zwecklos sein. (3) Über das Ziel jedoch stimmen fast alle überein, die, wie es scheint, am exaktesten über die Mathematik gearbeitet haben. Die einen sagen nämlich, sie sei die Wissenschaft vom Unge rechten und Gerechten und von Böse und Gut, und diese sei der Geometrie und allen übrigen Wissenschaften dieser Art verwandt; die anderen behaupten, es sei das geistige Erfassen der Natur und der entsprechenden Wahrheit, wie sie die Schüler des Anaxagoras und Parmenides lehrten.

(4) Nun darf dem, der darüber urteilen will, nicht verborgen bleiben, daß alles Gute und für das Leben Nützliche für die Menschen im Gebrauchen und Tun liegt, nicht aber im Erkennen allein. Sind wir doch nicht dadurch gesund, daß wir erkennen, was gesund macht, sondern, weil wir es an unseren Körpern anwenden, (5) sind auch nicht reich, wenn wir vom Reichtum wissen, sondern wenn wir

großes Vermögen erwerben, und erst recht nicht - das Höchste von allem - leben wir gut, weil wir einiges vom Seienden wissen, sondern weil wir gut handeln; darin nämlich liegt in Wahrheit das Glück. (6) Also muß auch die Philosophie, jedenfalls wenn sie nützlich ist, ein Vollbringen von Gutem oder zu solchem [80 F] Tun förderlich sein. (7) Daß nun weder die Mathematik selbst ein Ausführen von Handlungen ist, noch irgend eine andere der vorher genannten Wissenschaften, ist allen klar. Daß sie aber auch nicht zum Handeln nützt, kann man so erkennen: (8) Das beste Beispiel bilden die der Mathematik verwandten Wissenschaften und die ihnen zugrunde liegenden Lehrmeinungen. Man sieht ja, daß die Geometer die Sätze, die sie theoretisch beweisen, nirgendwo selbst praktisch anwenden, sondern daß die Vermesser die Teilung eines Grundstücks und die übrigen Änderungen von Größen und Lagen aus Erfahrung beherrschen, während jene, die sich mit Mathematik und ihren Aussagen beschäftigen, zwar wissen, wie man es machen muß, die Praxis jedoch nicht beherrschen.

(9) Ähnlich steht es auch mit der Musik und den übrigen Wissenschaften, bei denen theoretische Erkenntnis und Praxis auseinanderfallen. Die einen nämlich, die für musikalischen Einklang und alles Derartige die Beweisgänge und logischen Schlüsse aufgestellt haben, sind zwar gewohnt, Untersuchungen wie die Philosophen anzustellen, doch sind sie keine praktischen Musiker; wenn sie aber etwa praktische Musiker sind und dann erst die Beweisführungen lernen, spielen sie eben deswegen sogleich schlechter. (10) Die anderen dagegen, die nichts von Theorie wissen, jedoch geübt sind und richtige Meinungen haben, sind in der Praxis haushoch überlegen.

(11) Ebenso steht es mit der Astronomie, zum Beispiel, was Sonne, Mond und die übrigen Gestirne betrifft. Die einen nämlich haben die Ursachen und Verhältnisse studiert, verstehen aber nichts von dem, was der Menschheit nützt, während die anderen die von diesen "nautische" genannten Wissenschaften innehaben und uns Stürme, Winde und viele Wettererscheinungen [81 F] vorhersagen können. (12) Solche Wissenschaften werden deshalb für die Praxis gänzlich nutzlos sein; haben sie aber am rechten Tun keinen Anteil, bleibt der ganze Lerneifer von den höchsten Gütern ausgeschlossen.

(13) Indem wir nun diesen Sätzen widersprechen, sagen wir, daß es wissenschaftliche Einblicke in den mathematischen Wissenschaften gibt und man diese erwerben kann. Stets nämlich sind folgende zwei Dinge leichter erkennbar: Das Frühere leichter als das Spätere und das von Natur Bessere leichter als das Schlechtere.

(14) Denn von Bestimmtem und Geordnetem gibt es eher eine Wissenschaft als vom Gegenteil, eher auch von Ursachen als von Folgen. Bestimmt und geordnet sind aber die Inhalte der unbewegten mathematischen Ideen. (15) Und Ursachen

sind eher frühere Dinge als spätere. Hebt man nämlich das Erste auf, hebt man auch auf, was sein Wesen jenem verdankt, also Strecken bei Aufhebung von Zahlen, Ebenen bei Aufhebung von Strecken, Körper bei Aufhebung von Ebenen. Wenn also die Inhalte der mathematischen Wissenschaften einfacher sind als alles, stehen sie auch dem Ursprung näher als alles übrige. (16) Daher wird es über das Bessere und Grundlegendere viel eher Wissenschaften geben, die man auch erwerben kann; es ist ja viel eher notwendig, daß es vernünftige Einsicht in Ursächliches und Elementares gibt als in Sekundäres. (17) Dieses nämlich gehört nicht zum Höchsten; auch ist aus ihm nicht das Erste entstanden, sondern aus dem Ersten und durch das Erste entsteht und erwächst offenbar auch alles übrige.

(18) Daß aber Kenntnis der Mathematik das höchste und nützlichste Gut vor allen anderen ist, erhellt aus folgendem: Geist [82 F] und vernünftige Einsicht stehen an erster Stelle unter den Gütern. Und nichts ist für uns eine exaktere Richtschnur oder Definition des Guten als der Vernünftige; was dieser nämlich wählt, ist das Gute, und das Gegenteil davon ist das Schlechte. (19) Weil aber alle hauptsächlich gemäß ihrer eigenen Wesensart etwas wählen (das gerechte Leben wählt ja der Gerechte, das tapfere, wer Mut besitzt, und der Besonnene das besonnene Leben), so ist ebenso klar, daß der Vernünftige vor allem vernünftiges Verhalten wählen wird; ist es doch die Leistung dieses Vermögens. (20) So wird deutlich, daß nach maßgeblichster Entscheidung die Vernunft das höchste Gut ist. Und alle müssen sie nicht nur des Nutzens wegen anstreben, sondern sie ist wegen ihrer selbst erstrebenswert.

(21) Damit habe ich wohl Nutzen und Größe der Sache hinreichend bewiesen; daß jedoch im Vergleich mit allen sonstigen Gütern ihr Erwerb weitaus am leichtesten ist, glaube ich aus folgendem Grund: (22) Der Umstand, daß die Philosophen, obschon sie keinen Lohn von den Menschen bekommen, der sie zu so angespannter Arbeit reizt, und obschon sie den anderen Künsten einen großen Vorsprung ließen, sie aber trotzdem im Wettlauf in kurzer Zeit durch ihre Exaktheit überholt haben, scheint mir ein Zeichen für die Leichtigkeit des Zugangs zur Philosophie. (23) Weiter ist die Tatsache, daß alle gern bei der Philosophie bleiben und sich, indem sie alles andere beiseite lassen, ihr widmen wollen, keine schwache Bestätigung dafür, daß der Umgang mit ihr Lust erweckt; niemand nämlich will sich gerne lange Zeit abmühen. Zudem ist der Umgang mit ihr ganz anders als mit allem übrigen; man braucht ja, um sie auszuüben, weder Werkzeuge noch Arbeitsräume, nein, wohin auf Erden man [83 F] den denkenden Geist versetzt, überall faßt er in gleicher Weise die Wahrheit, als wäre sie zugegen. (24) Diese Ausführungen genügen aber wohl für den jetzigen Anlaß, ist doch

bewiesen, daß man die Vernunft erwerben kann, daß sie das größte Gut und leicht zu gewinnen ist.

(25) Nun herrscht Übereinstimmung, daß die exakte Erforschung der Wahrheit historisch gesehen eines der jüngsten Unternehmen ist. Nach dem Untergang und der Überschwemmung nämlich mußte man den Geist zunächst für Nahrung und Überleben anstrengen; nachher entwickelte man, wohlhabender geworden, die Künste der Unterhaltung, zum Beispiel die Musik und ähnliche Fertigkeiten, und erst als Fülle des Notwendigen gewonnen war, begannen die Menschen den Geist so anzustrengen. (26) Nach kleinen Anstößen zu Beginn sind nun in kürzester Zeit die Erforscher der Geometrie, der Proportionen und der übrigen Fächer so weit vorangeschritten wie die Vertreter keiner anderen Gattung in irgend einer Kunst. (27) Dabei fördert man alle die anderen Künste, indem man sie allgemein ehrt und den Künstlern ihren Lohn gibt, während wir die Philosophen nicht nur nicht ermuntern, sondern oft sogar behindern; und doch macht die Philosophie die größten Fortschritte, weil sie ihrer Natur nach am höchsten steht. Was nämlich der Entstehung nach später ist, besitzt an Wesen und Vollendung Vorrang. (28) Die mathematische Wissenschaft nun ist in jeder dieser Hinsichten den übrigen Wissenschaften weit überlegen, da sie an Schönheit und Exaktheit alle Beschäftigungen übertrifft. [84 F] Dies ist aber auch zu erwarten. (29) Anfangs nämlich bemühen sich die Menschen mit Eifer um das, was mit dem Werden verwandt ist, und verschaffen es sich nach Kräften; danach aber sind solche Dinge viel wertvoller als die ersten, die uns von der körperhaften Natur erlösen. Die ersten Güter nämlich bilden anfangs die notwendige Grundlage, während die anderen Rang und Ehre genießen, weil sie wegen ihrer selbst wünschbar und ehrwürdig sind. (30) Die mathematischen Wissenschaften nun stiften uns auch für das ganze Menschenleben nicht wenig Nutzen, wie denen völlig klar ist, die auf die Leistungen der mathematischen Künste für das Leben achten; (31) jedoch verdienen die irdischen Vorteile nur geringeren Eifer, während der andere, größte Gewinn in Reinigung der unsterblichen Seele besteht, in der Hinwendung des Geistes zum Intelligiblen und Anteil am Wirken des Seins. (32) Indem uns die Wissenschaft der Mathematik diese Möglichkeiten bietet, gewährt sie uns alle Güter, so daß wohl kaum ein anderer Weg so wirkungsvoll zum höchsten Glück emporführt. Daher haben sich nicht nur jene gegnerischen Einwände als falsch erwiesen, sondern es ist auch die Mathematik als höchst nützlich für uns bewiesen.

XXVII

(1) Da es aber Sache des Gebildeten ist, treffend urteilen zu können, was der jeweils Sprechende angemessen oder nicht angemessen erklärt, glauben wir also, daß der vollkommen Gebildete diese Fähigkeit besitzt, und verstehen unter Bildung die Fähigkeit, Besagtes zu leisten. (2) Es ist nun klar, daß auch bei der Mathematik der richtig Gebildete [85 F] vom Mathematiker verlangen muß, daß er richtig verfährt und seine spezifische Aufgabe leistet, wobei es darum geht, ob er in seiner mathematischen Erkenntnis angemessen verfährt oder nicht. (3) Wie wir nämlich den schlechthin Gebildeten sozusagen auf allen Gebieten für urteilsfähig halten, obschon er nur eine Person ist, so ist wohl in einer begrenzten Wissenschaft ein anderer, ganz wie gesagt, für einen Teilbereich urteilsfähig. (4) Also ist klar, daß es auch in der Erkenntnis der Mathematik solche Definitionen geben muß, im Hinblick auf die der Gebildete eine Beweismethode akzeptieren wird, abgesehen von der Frage, ob sich die Wahrheit so oder anders verhält. (5) Ich meine aber zum Beispiel die Frage, ob man jeweils einen mathematischen Satz hernehmen und einzeln über ihn definitiv Klarheit gewinnen muß (zum Beispiel bezüglich dieser vorliegenden Dreiecke) oder ob man die allgemeinen und allgemein gültigen Theoreme untersuchen muß, wobei man eine gewisse gemeinsame Grundlage annimmt. (6) Es gibt nämlich vieles, was identisch ist für viele voneinander verschiedene Gattungen, so, wenn jemand, insofern es sich um Dreiecke handelt, den Beweis führen wollte, oder aber, insofern es sich allgemein um eine geradlinig begrenzte Figur handelt. Wenn nämlich etwas Identisches verschieden gestalteten Figuren zugrunde liegt, braucht auch der Beweis für sie nicht verschieden zu sein. (7) Verschieden aber ist wohl, was zwar zur selben Kategorie gehört, sich jedoch unterscheidet durch einen spezifischen Unterschied; so ist etwa das Gleiche bei Dreiecken etwas anderes als bei Zahlen, und man muß je eigene Beweise nach der jeweiligen Spezies führen.

(8) Weiter ist nun zu überlegen, wann man allgemein nach der Gattung und wann man im einzelnen nach der jeweiligen Eigenart untersuchen muß. Die Entscheidung darüber [86 F] trägt nämlich sehr stark zur mathematischen Bildung bei. Ferner muß man vom Mathematiker verlangen, daß er entsprechend dem zugrunde liegenden Sein argumentiert und die Art der Beweise diesem anpaßt. Während wir nun zwar einen Redner ertragen, der nur das Wahrscheinliche vorträgt, sind dagegen vom Mathematiker zwingende Beweise zu fordern.

(9) Doch darf man nicht überall dieselbe zwingende Konsequenz oder durchgehend dieselbe Exaktheit in allem verlangen. Wie wir nämlich die Leistungen der Handwerkskünste nach den verwendeten Materialien unterscheiden und nicht auf

der gleichen Feinheit bei Gold, Zinn oder Erz bestehen (erst recht nicht bei Kork, Buchsbaum oder Lotosholz), so steht es auch mit den theoretischen Wissenschaften. (10) Sogleich nämlich werden hier die zugrunde liegenden Gegenstände Unterschiede hervorrufen, je nachdem sie einfacher oder eher zusammengesetzt sind, völlig ohne Bewegung oder bewegt, zum Beispiel bei Zahlen und bei einer Harmonie oder Gegenständen der Geometrie und Astronomie; oder beim einen ist die Vernunft oder beim anderen das diskursive Denken das Prinzip; bei manchem gehen aber auch ganz bescheidene Anstöße von Sinneswahrnehmungen aus, zum Beispiel bei den Himmelserscheinungen. (11) Man kann ja unmöglich die gleichen, ja nicht einmal ähnliche Ursachen bei solchen Forschungen annehmen, sondern je nach den wechselnden Prinzipien müssen auch die Beweise verschiedenen sein; überall nämlich entspricht die Methode dem Stoff. (12) Eine noch größere Differenz ergibt sich dabei dadurch, daß die einen bei ihrer Forschung Prinzipien besitzen, die anderen aber nicht; deshalb kann man hier auch keine gleichen Ursachen oder gleiche Argumente vorweisen. (13) Weiterhin muß man erkennen, was [87 F] an den einzelnen Disziplinen gleich, verschieden und was durch Analogie identisch ist, welche mehr Grundlagen brauchen und welche mehr ungelöste Fragen haben. Von diesen und derartigen Gegebenheiten hängt ja ziemlich genau die Verschiedenheit der Beweise und Argumente für die jeweiligen Einzeldinge ab.

(14) Nicht nur aber zur Beurteilung, sondern auch zur sachgerechten Untersuchung mag eine solche Erkenntnis beitragen. Da sie jeweils die Ursachen zu unterscheiden vermag, wird sie auch spezifische Argumentationen gebrauchen, was nicht leicht fällt, wenn man nicht daran gewöhnt ist. (15) Die Natur selbst nämlich für sich kann zwar zu den Prinzipien führen, das einzelne jedoch zu beurteilen ohne Zuhilfenahme einer anderen Einsicht ist sie nicht selbst imstande.

(16) Weiter ist zu unterscheiden, ob mehrere Ursachen vorliegen für das, worüber der Mathematiker sprechen muß, und welche davon die erste und welche die zweite ist. Der ausgebildete Mathematiker prüft nämlich die angegebenen Ursachen und untersucht ihre Rangordnung.

(17) Man darf aber auch dies nicht verschweigen, daß viele der jüngeren Pythagoreer nur das sich immer identisch und gleich Bleibende als Grundlage der mathematischen Wissenschaften annahmen und nur diese Prinzipien ansetzten; demnach bestimmten sie sowohl die Wissenschaften wie auch die Beweise dafür in gleicher Weise. (18) Da wir jedoch sowohl in den bisher vorangehenden wie auch in den später folgenden Ausführungen darlegen, daß es auch viele andere Wesenheiten gibt, die unbeweglich sind und sich immer gleich bleiben (nicht nur die mathematischen), auch, daß jene höheren Rang und Wert besitzen als diese, (19)

werden wir auch beweisen, daß nicht nur diese mathematischen Wesenheiten Prinzipien sind, sondern auch andere, und daß jene die ranghöheren und mächtigeren als diese sind; auch, [88 F] daß die mathematischen Wesenheiten nicht Prinzipien alles Seienden sind, sondern nur von etlichem. (20) Daher gehört zum mathematischen Beweis nun zwingend eine Unterscheidung, welche bestimmten, gleichbleibenden und unveränderlichen Wesenheiten er beweist, von welchen bestimmten Prinzipien aus er seine Schlüsse zieht und bezüglich welcher Probleme er seine Beweise führt. (21) Die Bildung nämlich, die darüber urteilt, bestimmt sowohl Richtigkeit als auch Ziel der Mathematik, übt gehörig Kritik an ihr und stellt schön dar, wie man die Untersuchungen führen muß. Solche Unterscheidungen wollen wir damit also hier getroffen haben.

XXVIII

(1) Da es aber oft nicht klar ist, ob die vorliegende Untersuchung mathematischer Natur ist oder ins Gebiet einer anderen Wissenschaft gehört, und weil auch bei der Methode der Beweise Zweifel darüber herrscht, welcher mathematisch ist, muß man auch dabei genau unterscheiden, welche Probleme und welche Beweisverfahren auf eine mathematische Methode hinweisen. (2) Allgemein nun muß man im voraus wissen, daß neben der mathematischen Erkenntnis die theologische und physikalische Wissenschaft liegen, so daß diese Wissenschaften auch ihnen gemeinsame Beweise und Probleme haben. (3) So führt die Verwandtschaft der Erkenntnis bei verschiedenen Erkenntnisvermögen auch zur Wahrheit, indem sie zu einer engen Gemeinschaft zusammenführt, und auch die irgendwie verwandten Forschungsgegenstände führen zum gemeinsamen Zusammenhalt der Wissenschaften untereinander. (4) Die Pythagoreer indes knüpfen diese Verbindung noch enger zu einem unauflöslichen Ganzen, indem sie viele Erkenntnisse über die intelligiblen Ideen durch die mathematischen Wissenschaften vermitteln, vieles aber auch über die Natur, vieles auch über die Ethik mithilfe der Mathematik erklären.

(5) Trotzdem muß man die drei Gattungen dieser Wissenschaften unterscheiden und [89 F] die Mathematik als eigenständig abtrennen, damit sie nicht mit einer davon vermengt wird. So seien also die mathematischen Sätze unbewegt für sich, unwiderleglich und mit ihren gesonderten Formen und Gattungen, den mathematischen nämlich, verbunden. Sie gewinnen diese Verbindung nicht durch Abstraktion von den Sinnesdingen, sondern richten sich in bestimmter Weise nach diesen Formen und Gattungen, die ja an und für sich existieren und weder etwas mit der Bewegung gemein haben (6) noch identisch mit den intelligiblen und

unteilbaren Ideen oder den Akten des Intellekts sind; sie richten sich aber in ihrem Vorgehen nach dem Intelligiblen und den Denkprozessen, die diesem gelten, und üben so eine gewisse Mittelfunktion der Erkenntnis aus. (7) Diese Methode der Argumente und Beweise ist nämlich mathematisch und weit entfernt von den Gedankengängen der übrigen Wissenschaftler.

XXIX

(1) Nach den Problemen dieser Art ist folgerichtig auch noch zu untersuchen, wie die mathematische Wissenschaft begriffliche Unterscheidung, Definition und Schlußverfahren anwendet, ob sie deren Verständnis von der Dialektik übernimmt oder sie selbst von sich aus anwendet. (2) Übernimmt sie nun diese Methoden nur von der Logik, fehlt es ihr an vielem, und sie übernimmt ihre eigenen Erkenntnisprinzipien von einer fremden Wissenschaft. (3) Sollten aber derartige Verfahren einer anderen Disziplin eher zukommen als der mathematischen Genauigkeit, muß man annehmen, daß jene drei Methoden, begriffliche Unterscheidung, Definition, Syllogismus, in der Dialektik etwas anderes bedeuten als in der Mathematik und aufgrund der spezifischen Gattung der beiden Einzeldisziplinen scharf voneinander geschieden sind.

(4) Zur Dialektik nun gehören bedeutende Theoreme, die hier nicht [90 F] durchzugehen sind, während die spezifischen Theoreme der Mathematik Anliegen allein der Mathematik sind. (5) Die Mathematik nun findet sie aus eigener Kraft und führt und arbeitet sie aus, weiß auch alles für sie Spezifische wohl zu untersuchen und bedarf keiner fremden Wissenschaft zur spezifisch eigenen Theorie. (6) Sie gewinnt ja nicht Erkenntnisse schlechthin wie die Dialektik, sondern erforscht, was in ihr Gebiet gehört, und untersucht es mit ihrer spezifischen Methode, insofern es ihr zugrunde liegt. Diese Gegenstände definiert sie exakt, besitzt aus eigenem Wesen Maßstäbe zu ihrer Beurteilung, führt mehrere Methoden von Beweisen durch und scheidet unter diesen die besseren und treffenden von denen, die zweifelhaft sind und noch weiterer Forschung bedürfen. (7) Weiterhin erfüllt sie noch zwei Aufgaben, die eine bezüglich des Auffindens, die andere bezüglich der Kritik. Kritisch aber und erfinderisch ist die Mathematik wegen der spezifischen Rationalität ihres Verfahrens, nicht infolge der schlechthin theoretischen Natur des Intellektes. (8) Gemäß dieser eigenen Natur nun vermag die Mathematik zu beurteilen, wie man die mathematischen Formen unterscheiden muß, welches die dafür maßgeblichen spezifischen Unterschiede sind, welche Definitionen es in der Mathematik gibt und wie man sie von den mathematischen begrifflichen Einteilungen her gewinnen muß, (9) wie ein mathematischer Schluß zustande

kommt, aus wie vielen Bestimmungen er seine Exaktheit gewinnt, wann er potentiell vollkommen ist und wann nicht, und inwieweit er zwingend ist. (10) Die sich in all diesem zeigende, für die Mathematik spezifische Kraft des Auffindens, Zweckmäßigkeit und Kritik benötigt nämlich bei all diesen Operationen kein fremdes Hilfsmittel, wie manche meinen.

XXX

(1) Daß aber die Mathematik auch viele und wichtige Beiträge zur ganzen Philosophie und all ihren Teilgebieten leistet, [91 F] indem sie zur Schau des Seienden mitverhilft und ihr eng auf dem Fuße folgt, läßt sich daraus leicht ersehen. (2) Pythagoreische Mathematik ist nicht von der Art, wie sie von der breiten Masse getrieben wird. Diese jedenfalls ist weitgehend praxisbezogen, hat kein einheitliches Ziel und erstrebt nicht das Schöne und Gute, während die Mathematik der Pythagoreer in höchstem Grad der noetischen Erkenntnis dient, ihre Theoreme auf ein einziges Ziel ausrichtet, ihre spezifischen Aussagen durchgängig dem Schönen und Guten anpaßt und sie als Führer hinauf zum Seienden gebraucht. (3) Von diesem Anstoß her unterscheidet die Mathematik nun mit schöner Deutlichkeit bei sich, welche ihrer noetischen Erkenntnisse zur Theologie passen, weil sie an Ordnung und göttlichem Maß teilhaben können; diese nun weist sie dem entsprechenden Bereich der Philosophie zu. Jene Theoreme wiederum, die zur Jagd nach dem Seienden passen und sich zur Angleichung, Symmetrie und Umkehr fügen, teilt sie nun auch wieder dem einschlägigen Teilgebiet der Philosophie zu. (4) Auch bemerkt sie es wohl, wenn manche Verfahren wissenschaftlich zur Genauigkeit des Begriffs mithelfen, indem sie schön den Weg zu Schluß, Beweis und Definition zeigen, das Falsche widerlegen und Wahres vom Falschen unterscheiden. (5) Ebenso kennt sie auch die der Naturforschung verbundene Harmonie, weiß, wie sie sich konstituiert, wie nützlich sie ist, wie sie Lücken in der Natur ergänzt und wie sie ein Urteil darüber abgibt. (6) Sodann steigt sie sogar zur Einrichtung und Verfassung der Städte, zur Gestaltung der Sitten und zur rechten Lebensführung herab und findet für Haus und Stadt die passenden mathematischen Definitionen; [92 F] sie wendet sie sachgemäß an im Dienste des sittlich Besten, zur besten Belehrung und Erziehung, zur damit verbundenen inneren Ordnung, zur Hut vor dem Bösen, zum Erwerb des Guten. So leistet sie ganz allgemein entsprechend allen mathematischen Disziplinen und deren Einzelgebieten den jeweils spezifisch passenden Beistand. (7) Aber auch von den der Natur entsprechenden Gütern und den Vorteilen der Kultur hat sie die einen gefunden, die anderen als Nebenergebnis nachgewiesen und

in der Rolle eines Zusatzes bereitgestellt. Indem sie aus eigener Kraft ganze Werke hervorbrachte und bei anderen Teilleistungen beisteuerte, vervollkommnete sie das Leben der Menschen, so daß diese sich selbst ausreichend versorgten und nichts Lebensnotwendiges entbehrten. (8) So dürfen wir wohl die von den Pythagoreern geübte Mathematik an die Philosophie anschließen, da sie dieser verwandt und nützlich ist.

XXXI

(1) Bei dieser Beschaffenheit der Mathematik finden wir, daß sie die Wissenschaft von Sachverhalten auf vielen Wegen anwendet. Sie wendet nämlich oft dieselben mathematischen Wissenschaften auf viele Dinge an, auf Gegenstände der Natur, auf theologische Fragen, in bezug auf das Werden oder die Urelemente, auch bei Fragen der Weltentstehung, beim Zusammengesetzten, beim Einfachen; (2) die Zahlen zum Beispiel verwendet sie zu all diesen Zwecken, ebenso die Harmonien, die Figuren und alles übrige dieser Art. Manchmal aber benützt die Mathematik mehrere Methoden zugleich zur Erhellung desselben Sachverhaltes, zum Beispiel für die Erforschung der Seele Zahlen, Harmonien, Figuren und anderes Mathematische. (3) Ursache des ersten Verfahrens ist der Umstand, daß die einzelnen Disziplinen der Mathematik und jede mathematische [93 F] Wesenheit vielgestaltiger Natur sind (aus diesem Grund wenden wir ja dieselben Dinge auf mehreres an, etwa die Zahlen auf Fragen der Theologie wie der Natur); der Grund für das zweite Verfahren liegt darin, daß manches Seiende aus vielen Wesenheiten zusammengesetzt ist und die Mitte zwischen mehreren Extremen bildet. (4) Deshalb werden die Seele und alle mittleren Naturen durch mehrere mathematische Wissenschaften erklärt, weil sie mehreren mathematischen Wesenheiten entsprechen können und ihr Sein durch mehrere Wesenheiten seine Festigkeit gewinnt. So nun etwa mag sich dieses verhalten.

XXXII

(1) Die mathematische Betrachtungsweise befaßt sich aber gewöhnlich manchmal auch in mathematischer Methode mit den Sinnesdingen, zum Beispiel mit den vier Elementen unter dem Gesichtspunkt von Geometrie, Arithmetik oder Verhältnislehre; ebenso auch mit allem übrigen. (2) Da nämlich die mathematische noetische Erkenntnis von Natur aus früher ist und von dem, was der Sache nach früher ist, ausgeht, führt sie deshalb auch ihre Schlußverfahren so durch, daß sie aufgrund früherer Ursachen beweisend sind. (3) Sie verfährt dabei aber vielfach: Entweder durch Abstraktion, indem sie die in der Materie aufgehobenen Ideen

vom Stoff ablöst und mathematisch untersucht; oder durch Anpassung, indem sie die mathematischen Aussagen an die physikalischen heranträgt und sie miteinander in Einklang bringt; oder durch Vollendung, indem sie die unvollkommenen körperhaften Gestalten dadurch vollendet, daß sie Fehlendes hinzufügt; (4) oder durch Abbildung, indem sie untersucht, inwiefern das Gleichförmige und Symmetrische im Werden den mathematischen Ideen möglichst ähnlich ist, oder durch Teilhabe, indem wir betrachten, inwiefern die Begriffe in fremdem Stoff an den reinen Begriffen teilhaben; (5) oder durch [94 F] Verdeutlichung, wenn wir die schwach aufscheinende Spur des Mathematischen in den Sinnesdingen untersuchen; oder durch begriffliche Unterscheidung, indem wir die eine, unteilbare mathematische Idee in ihrer Verteilung und Vervielfältigung in die Einzeldinge erkennen; (6) oder durch Nebeneinanderstellung, indem wir die reinen Ideen der mathematischen Wissenschaften und die in den Sinnesdingen nebeneinander in den Blick nehmen; oder nach Verursachung vom Früheren ausgehend, indem wir das Mathematische als Ursache voraussetzen und prüfen, wie von ihm aus die Zustände in den Sinnesdingen entstehen.

(7) So nämlich wohl erfassen wir alles in der Natur und alles im Werden auf mathematische Weise. Deshalb bleibt nun vieles in den mathematischen Wissenschaften nicht in diesen, sondern wird zu dem herabgezogen, was weniger vollkommen ist als sie, und zwar entweder durch die Wahl der Gebrauchenden oder durch die Verwandtschaft der Zustände in den Sinnesdingen mit ihr.

(8) Manchmal freilich führt der Anstoß durch die mathematischen Dinge zu Höherem hinauf und zu allen anderen Gegenständen; ist das körperlose Wesen doch imstande, sich den reinen Wesenheiten des Seienden anzuverwandeln und können sich doch die mathematischen Wissenschaften allem anpassen. So viel nun auch darüber.

XXXIII

(1) Weil jedoch die allgemeine Gattung der ganzen mathematischen Wissenschaft das Wichtigste für das Verständnis unserer gegenwärtigen Betrachtung bildet, muß man besonders darauf sehen, inwiefern die gesamte Mathematik das Allgemeine besitzt. (2) Wenn wir nämlich diese ihre einheitliche Gattung und ihr allgemeines Wesen erkennen, werden wir zur vollkommensten Einsicht über sie gelangen. (3) Zwar haben wir bereits eingangs vorbereitend darüber [95 F] gesprochen, doch müssen wir zum Schluß dem Gebäude auch den gleichen krönenden Schlußstein aufsetzen, wie wir ihn zuvor in sein Fundament gelegt haben. So

wollen wir jetzt die Untersuchung über die eine Gattung der mathematischen Theorie wieder aufnehmen.

(4) Ich sage also nun, daß schlechthin die Mitte zwischen dem Intelligiblen und den Sinnesdingen die allgemeine Gattung dieser Wissenschaft ist, da sie alle Gestalten in sich umfaßt, so viele und so verschiedene es gibt, auch in ursprünglicher Weise an den Gattungen des Seins teilhat, in sich aber die Gattungen der Sinnesdinge einschließt; (5) diese jedoch überragt sie an Reinheit, Exaktheit, Feinheit und Körperlosigkeit völlig, schließt weiter in sich mannigfache Wirklichkeiten und in gleicher Weise Kenntnisse ein, die teils zum Seienden emporführen, teils zum Werden herabsteigen. (6) Dieses Phänomen setzen wir aber als eines an und wollen seine verschiedenen Seiten entsprechend den beiden Aspekten seiner Mittelnatur denkend erfassen, deren einer, wie wir definieren wollen, sich an das Sein hält, der andere mit den Sinnesdingen in Verbindung, jedoch über ihnen steht. (7) Wieder aber können wir für jeden der beiden Aspekte immer neue Definitionen nehmen, besonders die Mittelstellung der mathematischen Wissenschaften in verschiedener Weise fassen und sie entweder nach der Quantität oder nach einer anderen Gattung davon definieren. Auch wird der weitere oder nähere Abstand vom Sein mithelfen, die Unterschiede in den mathematischen Wissenschaften festzustellen.

(8) Weiter bewirkt auch der erste und zweite Rang selbst in der Konstitution des Ganzen gewisse Unterschiede in den mathematischen Wissenschaften. Ihre Rangordnung aber müssen wir entweder nach dem Kriterium der Folge erschließen oder nach dem der Kontinuität oder nach dem der Anknüpfung oder nach einer anderen Zusammengehörigkeit. [96 F] So werden wir sie nach der Konstituierung unterscheiden, die sich vom Einen ausfaltet und zur Vielfalt führt, aber auch nach der Zusammenordnung, die (alles) wieder zum Einen zurückführt, und indem wir alles scheiden, führen wir es ebenso wieder zusammen.

(9) So wird das allgemeine Wesen der Mathematik in allgemeiner Weise im Vernunftschluß umgriffen, doch auch zerlegt und aus der Vielheit wieder zur einen Gattung des mathematischen Wesens hinaufgeführt. Denn diese ist ja auch das Ziel der zerlegenden und definierenden mathematischen Wissenschaft.

XXXIV

(1) Ihren Namen aber hat die Wissenschaft der Mathematik davon, daß von dem Erkennen des Intelligiblen durch die Vernunft ein gewisses Verstehen zu ihr herabsteigt, und diese noetische Erkenntnis ist auch an sie angepaßt; wofür es aber Vernunft und Wissenschaft gibt, davon gibt es auch Verstehen, und diese

Gegenstände allein neben den anderen können verstanden werden, weshalb sie auch mathematische (verstehbare) Wissenschaften heißen. (2) Die Pythagoreer aber meinten, diese mathematischen Wissenschaften seien wie spezifische Werkzeuge dazu bereitgestellt, die Natur des Seienden zu entfalten, und sie nähmen das ganze Dunkel weg, das über den Dingen liegt, so daß die Wahrheit selbst klar zu erkennen sei.

(3) Auch meinten sie, ein solches Verstehen könne gut ursächlich mithelfen, Übereinstimmung in Auffassung der Sitten zu begründen; werde sie doch als Helferin der Philosophie das Wesen des Guten und Bösen mitentdecken, und die Ordnung im Kosmos und die Symmetrie der Kreisbewegung am Himmel werde mit ihrer Hilfe betrachtet. Daher, meinten sie, sei es unmöglich, ohne Mathematik zu philosophieren.

(4) Ferner fängt die Mathematik viele Bilder der Werke der Natur ein wie mit Hilfe von Spiegeln ganz besonderer Klarheit, und dies nannten die Pythagoreer den mathematischen [97 F] Teil der Philosophie und bezeichneten die Kenner solcher Verfahren als Mathematiker. (5) Sie glaubten aber, daß die Vorbilder in den mathematischen Wissenschaften die schönsten Vorbilder für alles hier abgäben, weil sie nach dem Intellekt ausgerichtet, beständig, unbewegt und stets von gleicher Natur sind; wer nun auf diese hinsehe und sie nachahme, bringe in jedem Einzelfall feste und zuverlässige Werke zustande.

(6) Das mathematische Verfahren besitzt auch den reinen wissenschaftlichen und unwiderlegbaren Charakter. Auch scheint den Alten der Mathematiker dem Physiker voranzugehen und eher der Führer zu sein; von ihm nämlich - so die Annahme - hängt das klare Vorgehen des Intellekts in den anderen Wissenschaften ab. (7) Dies also ist das Gepräge der mathematischen Methode. Will man aber ihre Art beurteilen, muß man auf ihre Exaktheit achten, die Gewinnung unwiderlegbarer Erkenntnisse, die Richtigkeit der Begriffe, die Übereinstimmung mit dem Seienden. Aus diesen Eigenschaften nämlich erhellt ihre Art am deutlichsten. In unseren Augen sollen diese Vorzüge zu den bisher darüber festgelegten noch hinzutreten.

XXXV

(1) Da wir also die allgemeine Theorie der mathematischen Wissenschaften abgehandelt haben, ist es nun Zeit, alle Hauptabschnitte darüber in einer Gesamtübersicht zusammenzufassen. (2) Zuerst nun sprachen wir über die Ziele und das, was mit der ganzen mathematischen Wissenschaft zusammenhängt, dann über ihre allgemeinen und spezifischen Prinzipien und weiter über die Grundla-

gen der mathematischen Wissenschaften. (3) Sodann behandelten wir [98 F] den besten Gebrauch der Mathematik und die in ihr aufgehobenen Wissenschaften und die ihnen entsprechenden Kriterien und besprachen, wie vielfach ihre definierte Wesenheit noetisch erkannt wird.

(4) Weiter: Das Werk der mathematischen Erkenntnis, ihre Wirksamkeiten, auch ihre allgemeinen und spezifischen Elemente und die Gemeinsamkeit von all diesem mit der Philosophie; ihr vielfacher Nutzen für die Künste. (5) Dann ihre Stellung in der Hinführung zur Bildung, die besondere Art und Weise des pythagoreischen Unterrichts in den mathematischen Wissenschaften und die pythagoreische Methode der begrifflichen Aufgliederung der gesamten mathematischen Wissenschaft. (6) Wesen der definierenden Mathematik, das Außerordentliche an dieser Erkenntnis nach Pythagoras, die eigentliche Übung in ihr nach Pythagoras; auch: Daß die Pythagoreer mit wohlervogener Absicht die Mathematik am meisten vorangebracht haben.

(7) Ihre gewöhnliche Art der Beschäftigung mit Mathematik; die Mathematiker bei den Pythagoreern; Hemmnisse der mathematischen Wissenschaften, Widersprüche gegen sie und Gegenentwürfe; notwendige Forderung eines wahrhaft Gebildeten an den Mathematiker; (8) Unterscheidung der mathematischen Probleme und der Beweismethoden; mathematische Schlußverfahren, begriffliche Unterscheidungen und Definitionen; Gemeinsamkeiten der Philosophie mit der pythagoreischen Philosophie, wie sie die Pythagoreer in den mathematischen Wissenschaften anwandten. (9) Das Gemeinsame und das Spezifische der mathematischen Wissenschaft; Zahl und Rang ihrer aufgegliederten Teile; schließlich sprachen wir über den Namen der Mathematik und über das, was aus diesem folgt.

(10) So viele Hauptabschnitte über die allgemeine Methode der [99 F] mathematischen Wissenschaften und der mathematischen Einsichten haben wir behandelt, und ich denke, sie ausgewogen dargestellt zu haben. Sollten aber welche übergangen sein, wird man auch diese aus dem Gesagten leicht erschließen.

ANMERKUNGEN

Vorbemerkung:

Die Übersetzung folgt, von Kleinigkeiten abgesehen, weitgehend der Ausgabe von N. Festa; nur zu 25,6 schien uns eine stärkere Veränderung des Textes nötig (vgl. die Anmerkung dort).

1,1 (9,6-1 1 F) ist nach Platon, Philebos 16 D gestaltet. **1,5** (10,23.24 F): vgl. Iamblichos, Protreptikos 8,5 P. Plotin, de pulchritudine 50 D.

2,5 (12,12 F; vgl. 3 6,1 5 f): Der Pythagoreer Archytas von Tarent (4. Jahrhundert v. Chr.) war als Mathematiker, Mechaniker, Musiker, Stratege bedeutend. Platon traf ihn in Sizilien und wird von ihm pythagoreisches Gedankengut übernommen haben. Archytas ist in unserer Schrift noch erwähnt 8,13 (35,27 F); 11,4 (44,11 F). Fragmente: Vorsokratiker 47 (35) D.-K.

3,1 f. (1 2,18 f F): vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 5,1 1 f

4,2 (14,25 F): vgl. Iamblichos, in Nicomachi arithmetica 10, 2 f P.

5,1 (18,24 F): vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 7,15 f.

6,1 f. (120,22-21,15 F) ist nach [Platon] Epinomis 991 D f. gestaltet.

6,2-4 (21,4-15 F): vgl. 7,9 f (31,7-14 F).

6,4-5 (21,15-20 F) ist nach [Platon] Epinomis 991 D f. gestaltet, ebenso **6,5-6** (21,21-22,5 F) nach Epinomis 986 C f.

6,9-10 (23,4- 1 0 F) ist nach Platon, Politeia 521 C f gestaltet, ebenso das Folgende bis zum Ende von Capitel 6 nach Politeia 523 A- 532 D.

7,4 (29,22 F): Philolaos von Kroton, pythagoreischer Philosoph des 5./4. Jahrhunderts v. Chr., soll ein Buch über die Lehre(n) des Pythagoras veröffentlicht haben. Man schreibt ihm kosmologische Forschungen (Zentralfeuer im Kosmos) zu. Fragmente: Vorsokratiker 44 D.-K.

7,5 (30,1-4 F): vgl. Nikomachos 1,2,5, Proklos, Kommentar zu Euklid 36,3 f; auch zu **7,6-9** (30,7-31,4 F) vgl. Nikomachos 1,3,1 f; Proklos, Kommentar zu Euklid 35,21 f; **7,9** (31,6 F): vgl. zu 2,5. Das Zitat ist aus Fragment 1, Vorsokratiker 47 D.-K.; vgl. Platon, Politeia 530 D.

7,9-10 (31,7-14 F): vgl. [Platon], Epinomis 992 A f und oben 6,2 f (21,4 f F): Platon (427-347 v. Chr.), Schüler des Sokrates, führte in seiner Philosophie das fragende Gespräch zur dialektischen Erörterung des Guten und der Ideen. Ohne Zweifel war er auch von pythagoreischem Denken beeinflusst.

8,10 (34,20 F): Bro(n)tinus von Metapont, griechischer Philosoph unbekannter Zeit, vermutlich Pythagoreer. Zeugnisse: Vorsokratiker 7 D.-K.

8,13 (35,27 F) Archytas: vgl. Anmerkung zu 2,15; **8,13-18** (36,3-37,19 F) ist Zitat nach Platon, *Politeia* 509 D.

11,1 f (43,15 f F): vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 44,25 f.

11,4 (44,11-17 F) Archytas: vgl. Anmerkung zu 2,5; das Zitat ist aus Fragment 3, Vorsokratiker 47 (35) D.-K.

12,1 f. (45,24-46,13 F): vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 19,6-20.

15,1 f. (54,25-57,6 F): vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 20,8-24,20.

15,4 (55,16-19 F): vgl. Plotinos, *Enneaden* 1,3,3.

16,1 f. (57,9-58,4 F): vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 24,21 f.

18,4: Bei manchen Pythagoreern galt z.B. das gleichseitige Dreieck als "vollkommen", weil in diesem alle Seiten und Winkel gleich sind. Manchen Zahlen wurden nicht nur numerische, sondern auch ethische Wertigkeiten zugewiesen, etwa der Vierergruppe $1+2+3+4$, deren Summe 10 ergibt und angeblich die vier Grundwerte enthält. So galt auch die 4 als "heilig" oder die 5 als Symbol der Gerechtigkeit.

21,2: Thales von Milet, griechischer Philosoph des 6. Jahrhunderts v. Chr., Zeitgenosse Solons (624-545), galt als erster Philosoph überhaupt. Er lernte in Ägypten mathematische Ansätze kennen, stellte eine Theorie der Nilschwelle auf und sah den Urgrund der Dinge in einem einheitlichen Urstoff (Wasser). Vgl. auch Iamblichos, *Vita Pythagorae* 11f.

21,3,4: Ob Pythagoras wirklich zu den Assyriern (Chaldäern) reiste, ist fraglich.

22,1: Daß Pythagoras Beiträge zu Mathematik, Astronomie, Harmonik leistete, scheint sicher.

24,1: vgl. Porphyrios, *Vita Pythagorae* 47 f.

25,2: Hippasos von Metapont, griechischer Philosoph (um 520-480 v. Chr.), Anhänger der pythagoreischen Schule, scheint das Feuer als Grundstoff der Welt erklärt zu haben. Angeblich begründete er die Richtung der Akusmatiker unter den Pythagoreern. Fragmente: Vorsokratiker 8 D.-K.

25,3: Polykrates von Samos regierte als Alleinherrscher ("Tyrann") von 537-522 v. Chr. Er förderte Kunst und Wissenschaft, ließ auch eine berühmte Wasserleitung bauen. Mit König Amasis von Ägypten schloß er ein Bündnis (vgl. Schiller, *Der Ring des Polykrates*). Pythagoras verließ Samos wegen der Herrschaft des Polykrates im Jahre 530 v. Chr.

25,6: In der Übersetzung ist, um den griechischen, einheitlich überlieferten Text wiederzugeben, von zwölf *S e c h s* ecken die Rede, aus denen eine Kugel gezeichnet wurde. In Iamblichos *Pythagoras-Vita* (18,85) ist jedoch ausdrücklich vom (Pentagon)Dodekaeder die Rede, also von zwölf *F ü n f* ecken, und diese werden auch hier gemeint sein. Wie das Versehen entstand, ist unklar.

25,7: Theodoros von Kyrene war um 470/60 v. Chr. geboren und leistete in der Mathematik Bedeutendes, besonders befaßte er sich mit der Lehre vom Irrationalen in der Mathematik. Vielleicht war er auch Lehrer Platons. Zeugnisse: Vorsokratiker 31 D.-K.

Hippokrates von Chios war ein Mathematiker und Astronom des 5. Jahrhunderts v. Chr., älterer Zeitgenosse des Sokrates. Er behandelte u.a. das Problem der Würfeldopplung und entwickelte die Theorie der Kegelschnitte. Zeugnisse: Vorsokratiker 30 D.-K.

26,1-24 (79,1-83,2 F): Der Abschnitt geht auf Aristoteles zurück (Fragment 52 R; vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 25,15 f.).

26,3: Anaxagoras von Klazomenai in Kleinasien (um 498-427 v. Chr.), bedeutender vorsokratischer Philosoph; er lebte zwischen 460 und 450 (430?) in Athen. Als Erforscher der Natur suchte er den Grund für die Veränderung der Dinge in der Mischung und Trennung kleinster Teile durch eine geistige Kraft (Nus). Fragmente: Vorsokratiker 46 D.-K.

Parmenides von Elea (heute Velia) veröffentlichte um 480 v. Chr. ein Lehrgedicht "Über die Natur". Er lehrte, nur das Denken führe zur Wahrheit, nicht die Sinne. Die Wahrheit liege im unvergänglichen, unveränderlichen Seienden, während die Sinne die Welt trügerisch in Bewegung und Wechsel zeigten. Fragmente: Vorsokratiker 28 (18) D.-K.

26,13-23 (81,7-83,2 F): vgl. Iamblichos, Protreptikos 6.

26,25-27 (83,6-22 F): vgl. Aristoteles Fragment 53 R.

27,1 f (84,21-88,11 F): vgl. Proklos, Kommentar zu Euklid 32, f.

27,3 (85,3 f. F): vgl. Aristoteles, Nikomachische Ethik A 1, 1094 b (am Ende).

27,8 (86, 4,5 F): vgl. Aristoteles, Nikomachische Ethik A 1, 1094 b 25 f.

NACHWORT VON EBERHARD KNOBLOCH

Iamblichos und sein Werk

Die wichtigste Voraussetzung für die große Bewegung des Neuplatonismus in der späteren Antike ist die Erneuerung der pythagoreischen Bewegung etwa seit dem ersten Jahrhundert n.Chr. Die eindrucksvollste Gestalt dieser Zeit war Apollonios von Tyana (gestorben unter Kaiser Nerva, der 96-98 n. Chr. regierte); über sein Leben ist uns eine legendenhafte Darstellung überliefert. Wichtige Vertreter des erneuerten Pythagoreismus waren im 2. Jahrhundert n. Chr. Nikomachos von Gerasa und der Syrer Numenios. Die Grundzüge der Bewegung bestanden in der Forderung nach einer pythagoreisch geordneten Lebensform und dem Streben nach vertiefter Erkenntnis des Göttlichen.

Diese philosophische Richtung bildete die Vorstufe für den Neuplatonismus, der vielfach metaphysische Erkenntnisse verkündete und erörterte, die mit der Evidenz innerer Schau gewonnen waren. Die Philosophie war auf diese Weise auf dem Weg zur Religion.

Wichtigster Vertreter des Neuplatonismus war Plotinos (geb. 205 n. Chr.), die letzte große schöpferische Persönlichkeit der antiken Philosophie. Entscheidend ist bei Plotinos die Überhöhung aller Formen und Stufen des Wirklichen durch das Eine, die höchste Gottheit, den Urgrund alles Seienden. Die Wirkung des Neuplatonismus war gewaltig, und innerhalb dieser Entwicklung spielte auch Iamblichos eine bedeutende Rolle.

Iamblichos stammte aus Chalkis in Syrien; seine Lebenshöhe fällt (nach dem Suda-Lexikon) in die Zeit des Kaisers Konstantin, so daß Iamblichos etwa zwischen 240 und 330 n.Chr. gelebt haben wird. Iamblichos war Schüler des Syrer Porphyrios, der seinerseits wieder der bedeutendste Schüler des Plotinos war. Später entzweiten sich Iamblichos und Porphyrios.

Iamblichos gründete die sogenannte syrische Schule des Neuplatonismus in Apameia, eine Schule eigener Prägung, die sich durch Hereinnahme orientalischer Magie in den philosophisch-religiösen Kontext charakterisierte. Er entwickelte die von Porphyrios übernommene Philosophie des Plotinos, indem er über das eine Gute ein noch höheres Wesen stellte. Diesem folgt das eine Gute, und diesem wieder der Bereich des Seins, des Intelligiblen und Intellektuellen. Zwischen das höchste Prinzip und die menschliche Seele stellte er eine große, dreieglie-

derte Zahl von (göttlichen) Zwischenwesen verschiedenen Ranges. Durch diese Vermehrung der übersinnlichen Hypostasen suchte er den Übergang vom Absoluten zur Erscheinungswelt durch Zwischenstufen zu mildern und eine Kontinuität vom höchsten Prinzip bis zur Materie herab durchzuführen. Iamblichos glaubt dabei nicht, daß ein Teil der Seele auf der Stufe der intelligiblen Welt bleibt; er nimmt an, die Seele vereinige sich ganz mit dem Leib. Daher wandte er sich der Theurgie zu, der Läuterung der Seele durch Gebet, Sühne und magische Praktiken, durch die man unmittelbar mit den Göttern in Verbindung kommt. Zudem nahm er die pythagoreische Zahlenmystik und Ethik in seine Philosophie auf. Seine Lehre suchte er in ein System zu bringen, das wir heute als systematisierende Theosophie bezeichnen würden. Ergänzt wird seine Lehre durch eine konsequente Methode metaphysischer Interpretation der Welt, die ihn von Platon über die Mathematik ebenfalls zu Pythagoras geführt hat. Die im physikalischen Ablauf sichtbar werdenden Sinnbezüge werden von Iamblichos als Ausfluß der Transzendenz gedeutet. Die Physik weist über sich hinaus auf die Metaphysik.

Nach einer eigenen Methode hat Iamblichos auch platonische Dialoge interpretiert, indem er eine Dreiteilung der platonischen Lehre in (aufsteigend) Ethik, Physik und Metaphysik (Theologie) zugrunde legte. Jedem platonischen Dialog liegt nach seiner Lehre ein ganz bestimmtes Thema zugrunde.

Die erhaltenen Schriften des Iamblichos sind fast sämtlich Teile einer großen pythagoreischen Dogmatik. Diese "Sammlung der pythagoreischen Lehrmeinungen" (*Synagoge ton Pythagoreion dogmaton*) umfaßte zehn Bücher, von denen vier erhalten sind. Buch eins (*De vita Pythagorica*; her. von L. Deubner / U. Klein 1975) stellt die gültige pythagoreische Lebensweise dar; Buch zwei ist ein Aufruf zur Philosophie (*Protreptikos*; her. von H. Pistelli 1888); Buch drei, *Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft* (*De communi mathematica scientia*; hersg. von N. Festa / U. Klein 1975), bietet eine allgemeine Theorie der mathematischen Wissenschaften; Buch vier ist ein Hilfsbuch zur Einführung in die Mathematik des Nikomachos von Gerasa (*In Nicomachi arithmetica introductionem liber*, her. von H. Pistelli / U. Klein 1975); Buch sieben handelt über Zahlenmystik (*Theologumena arithmeticae*; her. von de Falco/ U. Klein 1975). Die übrigen, verlorenen, Bücher behandelten Geometrie, Musik und Astronomie, Physik, Ethik und Theologie.

Gesondert existiert eine Schrift über die ägyptischen Mysterien (*De mysteriis Aegyptiorum*, her. von G. Parthey 1857/1966 und E. des Places 1966).

Verloren sind Schriften über die Götter, über die Seele, über Seelenwanderung, über Chaldaeische Theologie und neun Kommentare zu platonischen Werken.

Iamblichos sprach mit seiner Lehre und seinen Schriften weite Leserkreise an. Auch Kaiser Iulianos gehörte zu seinen Anhängern, und der Philosoph Salustios benutzte seine Schriften in dem Werk *De diis et mundo*. Bei Macrobius hat besonders die Sonnentheologie Iamblichos deutliche Spuren hinterlassen, und obwohl Iamblichos selbst kein Christ war, sondern das Christentum bekämpfte, wirkte er durch seine Schriften stark auf die spätere christliche Theologie ein.

Zum Inhalt der Schrift von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft

Der Schrift "Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft" geht eine Übersicht über die fünfunddreißig Kapitel voraus. Das erste Kapitel nennt das Ziel der Schrift, das im letzten Kapitel, einer Gesamtübersicht über die vorausgehenden Ausführungen, wiederholt wird: eine allgemeine Theorie der mathemata, der mathematischen Wissenschaften. Gemeint ist, wie Romano zu Recht ausführt (Romano 1995, 15 Anm. 28), keine allgemeine Mathematik neben den speziellen mathematischen Wissenschaften, sondern die Gesamtheit dessen, was alle mathematischen Wissenschaften an Gemeinsamkeiten haben oder was alle mathematischen Wissenschaften zu einer einheitlichen Wissenschaft macht.

Iamblichos hat dem Werk eine Rahmenkomposition gegeben und sich um eine klare Strukturierung bemüht, um eine "symmetrische Darstellung", wie er selbst sagt (Festa, p. 99, 2). Oft schließt er Kapitel, die einem bestimmten Thema gewidmet waren, dadurch ab, daß er ausdrücklich bekräftigt, zu dem betreffenden Thema sei damit genug gesagt. Während die erste Hälfte der Schrift (Kap. 1-17) nur auf einzelne Pythagoreer wie Archytas und Philolaos verweist (zu diesen ist wohl auch Brotinos zu zählen), sonst aber bewußt allgemein formuliert ist, beziehen sich fast alle Kapitel 18-34 der zweiten Hälfte (Ausnahmen sind Kap. 26, 31, 32, 33) ausdrücklich auf Pythagoras und die Pythagoreer. Insofern nimmt die zweite Hälfte Themen wie die Mittelstellung der Mathematik erneut auf, die zuvor ohne diesen allgemeinen Bezug behandelt wurden.

Die ersten zwei Kapitel listen in geraffter Form die Themen auf, die anschließend schrittweise behandelt werden. Zu den Axiomen der mathemata zähle er die Mittelstellung ihrer Wesenheit zwischen der Welt der intelligiblen Wesenheiten der Ideen, und der Welt des Wahrnehmbaren, der Natur. Er verweist zugleich auf das platonische Liniengleichnis (Staat VI, 509c- 510e), das er wie im 8. Kapitel dem Pythagoreer Archytas zuordnet.

Die folgenden zwei Kapitel gelten den Prinzipien aller beziehungsweise der einzelnen mathemata. Die allgemeinen Prinzipien seien das Bestimmte, Begrenzte (peperasmenon) und das Unbestimmte, Unbegrenzte (apeiron). Aristoteles (Me-

taphysik I, 986 A, 987 B) nennt das Begriffspaar *peras*, *apeiron* wie auch Iamblichos im 13. Kapitel. Van der Waerdens Polemik ("natürlich falsch") gegen das erste Begriffspaar bei Iamblichos ist deshalb überzogen (van der Waerden 1980, 10). Iamblichos unterscheidet zwischen der Materie der Zahlen und derjenigen der Linien, Flächen, Körper. Unter den mathematischen Zahlen sind das Eine und die Vielheit erste und oberste Prinzipien. Im Unterschied zu den anderen Prinzipien sind mathematische Prinzipien körperlos, unbewegt und verfügen über das Prinzip von Zusammensetzung und Zerlegung.

Die Grundlagen der allgemeinen mathematischen Theorie sind die Theoreme, die für Zahlen, Größen, Harmonien und Astronomie, also für die Objekte der vier pythagoreischen quadrivialen Wissenschaften gelten. Es sind die Theoreme über Proportionen, Zusammensetzungen, Zerlegungen usw., die der spezifischen Erkenntnis der mathematischen Wissenschaften vor- und übergeordnet sind (5. Kapitel). Die richtige Methode, die *mathemata* zu lernen, läßt deren Verwandtschaft miteinander aufscheinen: sie ziehen die Seele vom Werden in die Höhe zum Sein, zur Wahrheit hin, insbesondere die Rechen- und Zahlenlehre. Darin liegt die beste Anwendung und das wichtigste Ziel der *mathemata* (6. Kapitel). Die Erfassung ihrer Prinzipien ist Weisheit, das Streben danach vollendet den Menschen und macht ihn glücklich (7. Kapitel). Anhand des Liniengleichnisses erläutert Iamblichos unter erneuter Berufung auf Archytas die vier Erkenntniskräfte der Seele: die Vernunft, das diskursive Denken, die Meinung, die Vermutung (*noasis*, *dianoia*, *pistis*, *eikasia*). Die mathematischen Objekte sind Bilder der intelligiblen Dinge, der Ideen, die nur der Vernunft zugänglich sind. Das Kriterium der Mathematik ist das diskursive Denken, der Verstand (*dianoia*) (8. Kapitel). Die folgenden Kapitel sind dementsprechend dem Verhältnis von Seele und Wesen der mathematischen Erkenntnis gewidmet (Kapitel 9-10). Die Seele hat eine von Zahlen bestimmte Struktur und ist in Geometrie, Arithmetik und Harmonik durch Proportionen wirksam. Ihr "logos", ihre Geistnatur, umfaßt den gesamten Inbegriff der mathematischen Wissenschaften. Mit dem mathematisch Seienden bildet sie eine Zusammenmischung, die keine Teile hat. Von Leistung (*ergon*) und Verfahren, Wirksamkeiten (*dynamis*) der mathematischen Wissenschaft handeln die Kapitel 11 und 12. Verstehen (*mathesis*) ist Prinzip dieser Wissenschaft. Vom Verstehen führt der Weg zum Forschen und Finden, ein Charakteristikum, das der Mathematik ("Erlernung") ihren Namen gegeben hat.

Zu den Wirksamkeiten zählen insbesondere diejenigen, die von der Vielheit zu ein und derselben Ursache beziehungsweise vom Einen zur Vielheit führen, so dann die Verfahren, die allgemeine Formen, Verhältnisse, Maße untersuchen.

Platon hatte die Dialektik den Schlußstein, den Gipfel der mathematischen Wissenschaften genannt (Staat 534e). Iamblichos unterstreicht dagegen den Unterschied zwischen Dialektik und Mathematik. Während jene das Sein schlechthin untersucht, betrachtet diese das mathematische Sein.

Dieselben Dinge, nämlich Eines und Mehrheit, Begrenztes und Unbegrenztes, Identisches und Nichtidentisches können als Erstursachen, Elemente oder Gattungen der mathematischen Erkenntnis (theoria) begriffen werden (Kapitel 13). An Vollendung, Reinheit, Einfachheit stehen sie hinter den intelligiblen Prinzipien, Elementen, Gattungen zurück.

Iamblichos erklärt den Unterschied am Beispiel von Gleichheit und Ungleichheit, die es im Bereich des Intelligiblen, des Mathematischen, des Wahrnehmbaren gibt (Kapitel 14), und unterstreicht damit erneut die Mittelstellung des Mathematischen zwischen den beiden anderen Bereichen. Diese Mittelstellung ermöglicht den großen Nutzen der Mathematik in Philosophie, das heißt in Theologie, Naturforschung, Politik und Ethik, wie in den theoretischen und praktischen Künsten (Kapitel 15, 16). Hatte doch Platon gesagt, alle Künste (technai) erforderten die Hilfe von Rechnen, Messen und Wägen (Philebos 55e). Das 17. Kapitel schließlich zeigt die zweifache Ordnung in der Mathematik auf, und zwar nach der Natur der Gegenstände und nach dem Verständnis. Gegebenenfalls ist die Methode anzuwenden, die wissenschaftlich angemessener und mehr zum Verständnis eines Problems beiträgt. Als besonders wichtig stellt Iamblichos die Methoden der Analysis und Synthesis heraus, die ausführlich vom zeitgenössischen, alexandrinischen Mathematiker Pappos (um 300 n.Chr.) beschrieben werden (Collectio, ed. F. Hultsch, vol. II, 634, 11-23), deren Deutung freilich bis heute umstritten ist: Analysis sei der Gang vom Gesuchten als Zugestandenem, bis man zu etwas gelange, was bereits erkannt sei oder den Rang eines Prinzips habe. Die Synthesis beginnt umgekehrt mit dem in der Analysis zuletzt Erfassten und gelange voranschreitend zum Gesuchten (Schmitz 1997, 108-126).

Die zweite Hälfte der Schrift führt die Überlegungen unter Verweis auf die nicht näher identifizierten Pythagoreer fort. Zunächst preist Iamblichos die Überlegenheit der pythagoreischen Lehrmethoden in den mathemata, die gleichwohl an die im vorangehenden Kapitel ausgeführte zweifache Ordnung in der Mathematik gebunden sind. Ihr Ziel ist das Schöne und Gute, so daß der Erkenntniserwerb der mathemata zugleich die Vervollkommnung der Lebensführung nach sich zieht. Die Pythagoreer beginnen mit der Theologie, untersuchen die Verwandtschaft bestimmter Zahlen mit den Göttern, das wahre intelligible Sein und krönen das Studium der mathemata durch die Astronomie (Kapitel 18, 19). Der Gipfelpunkt ist das Eine, das allen mathemata gemeinsam ist. Die definitorische Methode der

Mathematik erlaubt, zum Allgemeinen und Definierten aufzusteigen (Kapitel 20). Die wissenschaftshistorischen Ausführungen (Kapitel 21-26) können nur mit großer Vorsicht herangezogen werden. Da Thales Pythagoras gelehrt habe, will Iamblichos die thaletische Geometrie zur pythagoreischen Mathematik rechnen. Pythagoras habe die Mathematik philosophisch betrieben, so daß die Pythagoreer die Mathematik auf alle Lebensgebiete in der jeweils geeigneten Form übertrugen. Exemplarische Bedeutung habe die Astronomie besessen. Mathematik habe als Brücke zum Intelligiblen gedient. Pythagoras habe seine Erkenntnisse nur Angehörigen einer von ihm gepflegten Gemeinschaft, Hetairie genannt, mitgeteilt. Solche Hetairien waren Gemeinschaften, die nicht nur durch politische Interessen, sondern auch durch ethisch-politische Lehren des Pythagoras zusammengehalten wurden. Die Pythagoreer waren ja über viele Städte verstreut. Hetairien entsprachen damit durchaus nicht einer religiösen Sekte mit esoterischem Verhalten und Geheimlehren.

Von besonderem Interesse ist der sogenannte "Spaltungsbericht" - ein von Walter Burkert eingeführter Ausdruck - des 25. Kapitels, also der Bericht über die Spaltung der Pythagoreer in Akusmatiker und Mathematiker. Die Akusmatiker seien die unbestrittenen Pythagoreer, aber die Akusmatiker erkannten die Mathematiker nicht an, deren Unternehmung stamme nicht von Pythagoras, sondern von Hippasos. In seiner Schrift "Pythagoreisches Leben" behauptet Iamblichos das genaue Gegenteil. Burkert hat überzeugend nachgewiesen, daß für die Rekonstruktion des alten Pythagoreismus die Fassung aus unserer Schrift zu nehmen ist und daß der Spaltungsbericht auf Aristoteles zurückgeht. Freilich bezweifelt Zhmud die Echtheit der Erzählung mit guten Gründen, eben weil sie mit pseudo- und neupythagoreischem Gedankengut durchsetzt ist. Hinter dem angeblichen Geheimnisverrat des Hippasos und der daraus resultierenden negativen Einstellung der pythagoreischen Überlieferung dürfte vor allem seine politische Auseinandersetzung mit Pythagoras gestanden haben: Er wurde auch als Teilnehmer an der sogenannten kylonischen, antipythagoreischen Verschwörung genannt. Was den Verrat der geometrischen Konstruktion betrifft (Kugel aus zwölf Fünfecken), so ist wahrscheinlich das Dodekaeder und seine Umkugel gemeint, wie van der Waerden sagte (van der Waerden 1979, 71), der zwei andere Versionen dieses Verrates erwähnt. Daß die handschriftliche Überlieferung einhellig von zwölf Sechsecken spricht, ist zudem eine Korruptel, die Burkert zu Recht verbessert hat (Burkert 1962, 188; Romano 1995, 199 Anm. 190).

Die Pythagoreer schätzten an den mathemata die Genauigkeit der Überlegungen, nur diese Wissenschaften verfügten über Beweise (apodeixeis). Zahlen und Zeichnungen stimmen darin harmonisch überein, so daß sie diese für die Ursache

chen und Prinzipien des Seienden hielten. Die pythagoreische "These", "alles ist Zahl" geht freilich, wie Zhmud überzeugend nachwies, in erster Linie auf Aristoteles zurück (Knobloch 1999).

Ohne die Gegner der Mathematik beim Namen zu nennen, weist Iamblichos den Vorwurf zurück, die mathemata seien nutz- und wertlos. Im Gegenteil, sie übertreffen alle anderen Wissenschaften bei weitem und führen bei aller Nützlichkeit für das tägliche Leben am wirkungsvollsten zum höchsten Glück, zur Reinigung der Seele und zur Hinwendung des Geistes zum Intelligiblen (Kapitel 26). Zwingende Beweise sind das Gütezeichen des Mathematikers. Dabei ist zu unterscheiden, nach welchen Prinzipien er seine Schlüsse zieht, welche gleichbleibenden und unveränderlichen Wesenheiten er beweist, da die mathematischen Wesenheiten nicht Prinzipien alles Seienden sind, sondern nur von etlichem (Kapitel 27). Die Mittelfunktion der mathematischen Erkenntnis erlaubt den Pythagoreern, viele Erkenntnisse über die intelligiblen Ideen durch die mathemata zu vermitteln (Kapitel 28), die von der theologischen und physikalischen Wissenschaft zu trennen sind. Die Objekte der mathemata werden nicht durch Abstraktion von den Sinnesdingen gewonnen: dies war der Standpunkt des von Iamblichos nicht genannten Aristoteles (Kapitel 28).

Wie schon in der ersten Hälfte der Schrift (12, 13) unterstreicht Iamblichos die Eigenständigkeit der Mathematik gegenüber der Dialektik: Sie verwendet ihre eigenen begrifflichen Unterscheidungen, Definitionen, Syllogismen und vermag so zu entscheiden, in wieweit ein Schluß vollkommen oder zwingend ist (Kapitel 29). Genauigkeit und Beweisfähigkeit sind die Charakteristika der spezifisch eigenen noetischen Erkenntnis.

In der Ausrichtung ihrer Mathematik auf diese Erkenntnis, auf das Gute und Schöne, unterscheidet sich die pythagoreische Mathematik von derjenigen der Masse. Dadurch leistet sie der Philosophie und all deren Teilgebieten wichtige Dienste (Kapitel 30). Dieselben mathematischen Wissenschaften werden auf verschiedene Gebiete (Natur, Theologie, Kosmologie usw.) angewandt, umgekehrt mehrere Methoden (Zahlen, Harmonien, Figuren usw.) zur Erhellung desselben Sachverhaltes, etwa der Seele (Kapitel 31). Aufgrund der Anpassungsfähigkeit der mathemata erfassen wir nach Ansicht von Iamblichos alles in der Natur und alles im Werden auf mathematische Weise (Kapitel 32). Iamblichos führt neun Verfahren an, durch die dies geschehen kann (O'Meara 1990, 48f.): Abstraktion, Anpassung, Vollendung, Abbildung, Teilhabe, Verdeutlichung, begriffliche Unterscheidung, Nebeneinanderstellung, Erforschung der Ursache (aphairesis, epharmoge, teleiosis, apeikasia, metoché, emphasis, diairesis, parabole, aitia).

Abschließend greift Iamblichos unter Verweis auf den Anfang noch einmal die Untersuchung der einen Gattung der mathematisch-noetischen Erkenntnis (mathematike theoria) auf, weil die allgemeine Gattung der gesamten mathematischen Wissenschaft das Wichtigste für das Verständnis seiner Betrachtung bildet: Diese Gattung nimmt die Mitte zwischen dem Intelligiblen und den Sinnesdingen ein. Ziel der zerlegenden und definierenden mathematischen Wissenschaft ist die eine Gattung des mathematischen Wesens, zu der das allgemeine Wesen der mathemata, das im Vernunftschluß in allgemeiner Weise sowohl umfaßt wie zerlegt wird, hinaufgeführt wird (Kapitel 33). Wie in Kapitel 11 kommt Iamblichos nochmals auf die Bedeutung der Namensgebung zurück: mathematische Wissenschaften sind verstehbare Wissenschaften, die nach Ansicht der Pythagoreer wie Werkzeuge (organa) dazu dienen, die Natur des Seienden zu entfalten. Der Charakter des mathematischen Verfahrens (logos) besteht in der Exaktheit, der unwiderlegbaren Erkenntnis, der Richtigkeit der Begriffe, dem Einklang (symphonia) mit dem Seienden.

Zur Nachwirkung

Iamblichos war Kompilator, hat Platon und Aristoteles ausgiebig herangezogen, wie denn die enge Verwandtschaft der Schrift mit der aristotelischen "Metaphysik" unübersehbar ist. Daß jedoch sein erhaltenes Werk "praktisch ohne philosophisches oder wissenschaftliches Interesse ist" (Lloyd 1971, 1), trifft nicht zu. Zwar steht er Proklos (410-485) nach, einem Vertreter der athenischen Schule, die an die syrische und damit seine Schule anschließt. Aber seine Mittelstellung zwischen Plotinos, Amelios, Porphyrios und der athenischen Schule verleiht ihm einige Bedeutung (Ueberweg/Praechter 1967, 612-617).

Die großen Ähnlichkeiten zwischen unserer Schrift und dem Kommentar von Proklos zum ersten Buch von Euklids "Elementen" haben seit jeher das Interesse der Forscher gefunden. Festa, der Herausgeber des Iamblichos-Textes, vermutete eine gemeinsame Quelle, die van der Waerden in Geminos (1. Jh. v.Chr.) gefunden zu haben glaubte (van der Waerden 1980), ohne daß seine These breitere Zustimmung gefunden hätte. Mueller (1987) verwies auf die wichtigen Unterschiede in der Art und Weise, auf die beide Autoren gleiche Themen behandeln. Dazu zählt insbesondere das Verhältnis von Dialektik und Mathematik. Während Iamblichos die Eigenständigkeit der Mathematik betont, wie wir sahen, argumentiert Proklos in der Nachfolge Platons, Dialektik sei die Quelle der mathematischen Methodologie und vervollkomme deren Ergebnisse. Dennoch hat Proklos sehr wahrscheinlich die vorliegende Schrift von Iamblichos gelesen: Ist dies doch

für Proklos' Lehrer und Vorgänger als Leiter der Akademie, für Syrianos, verbürgt. Die Textgestaltung von Proklos legt eine unmittelbare Heranziehung des Textes von Iamblichos sehr nahe, auch wenn Proklos Iamblichos nicht nennt. Ihr gemeinsames Anliegen, eine allgemeine mathematische Wissenschaft zu beschreiben, gewann ab dem 16. Jahrhundert durch die Proklos-Rezeption für zwei Jahrhunderte große Bedeutung. Die Renaissance-Wissenschaftler Francesco Barozzi, Corrado Dasipodio, Pierre de la Ramée erörterten unter Rückgriff auf Proklos die Einheit der Mathematik, die Möglichkeit, eine universelle Mathematik aufzustellen, die alle anderen mathematischen Disziplinen umfaßt. Adriaan van Roomen prägte 1597 den Begriff *mathesis universalis* (Crapulli 1969), der bei René Descartes auf großes Interesse stieß und von Gottfried Wilhelm Leibniz zur Konzeption einer "Universalwissenschaft" weiterentwickelt wurde. Zwar blieb deren Verwirklichung ein Traum. Aber dieser Traum fand bis ins 20. Jahrhundert begeisterte Anhänger. Mathematische Logiker wie Heinrich Scholz sahen sich insoweit als Vollstrecker Leibnizscher Pläne und Ideen. Iamblichos hat an dieser Entwicklung mit seiner Schrift "Von der allgemeinen mathematischen Wissenschaft" seinen Anteil.

LITERATUR

Textausgabe

Iamblichi De communi mathematica scientia liber, ed. Nicolaus Festa. Leipzig 1891. Editionem addendis et corrigendis adiunctis curavit Udalricus Klein. Stuttgart 1975.

Übersetzung

Giamblico, Il numero e il divino, La scienza matematica comune, L'introduzione all' aritmetica di Nicomaco, La teologia dell' aritmetica. Introduzione, testo greco, traduzione, note, bibliografia e indici a cura di Francesco Romano. Milano 1995, S. 59-202.

(italienisch-griechische Ausgabe unter Zugrundelegung des Textes von Festa/Klein)

Forschungsliteratur

- Walter Burkert, Weisheit und Wissenschaft, Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon. Nürnberg 1962
- Giovanni Crapulli, *Mathesis universalis*, Genesi di una idea nel XVI secolo. Roma 1969
- Giamblico, Il numero e il divino: La scienza matematica comune, L'introduzione all'aritmetica di Nicomaco, La teologia dell'aritmetica. Introduzione, testo greco, traduzione, note, bibliografia e indici a cura di Francesco Romano. Milano 1995
- Eberhard Knobloch, Pythagoras. In: *Grosse Gestalten der griechischen Antike*, 58 historische Portraits von Homer bis Kleopatra, hrsg. v. Kai Brodersen. München 1999, 57-64
- A. C. Lloyd, Iamblichus. In: *Dictionary of Scientific Biography* 7 (1973), 1
- Glenn R. Morrow (Translation, Introduction, Notes), Proclus, A commentary on the first book of Euclid's Elements. Princeton 1970
- Ian Mueller, Iamblichus and Proclus' Euclid Commentary. *Hermes* 115 (1987), 334-348
- Dominic J. O'Meara, Pythagoras Revived, Mathematics and Philosophy in Late Antiquity. Oxford 1990
- Markus Schmitz, Euklids Geometrie und ihre mathematiktheoretische Grundlegung in der neuplatonischen Philosophie des Proklos. Würzburg 1997. (Epistemata, Würzburger Wissenschaftliche Schriften, Reihe Philosophie, Bd. 212)
- Friedrich Ueberweg, Grundriss der Geschichte der Philosophie, 1. Bd. Die Philosophie des Altertums, hrsg. von Karl Praechter. (12. Aufl. 1926 =) Darmstadt 1967
- Bartel L. van der Waerden, Die Pythagoreer, Religiöse Bruderschaft und Schule der Wissenschaft. Zürich - München 1979
- Bartel L. van der Waerden, Die gemeinsame Quelle der Erkenntnistheoretischen Abhandlungen von Iamblichos und Proklos. Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften (Philosophisch-historische Klasse), Jahrgang 1980. Heidelberg 1980 (30 S.)
- Leonid Zhmud, Wissenschaft, Philosophie und Religion im frühen Pythagoreismus. Berlin 1997

NACHWORT DES ÜBERSETZERS

Diese Übersetzung hat die neun horazischen Jahre längst hinter sich. Die Ermunterung zu ihr verdanke ich Prof. Michael von Albrecht, der auch die erste Fassung einsah. Weitere Hinweise steuerte F.X. Herrmann (Würzburg) bei, der auch einiges, was er in der Schrift entdeckte, selbst veröffentlichen wird. Großen Dank schulde ich Prof. Arbogast Schmitt, der mit einer Gruppe Mainzer Dozenten das Manuskript durchsah und wertvolle Berichtigungen gab. Auch unterzog sich Prof. Walter Burkert der Mühe einer Durchsicht der Arbeit, auch ihm werden wichtige Hinweise verdankt. Entscheidende Verbesserungen kamen von Prof. Eberhard Knobloch, Berlin, der das Manuskript mit großer Genauigkeit und Sachkenntnis überarbeitete. Sein Anteil an der Übersetzung ist im Titel dieses Buches gewürdigt.

Trotz so vieler Hilfe glaube ich nicht, in allem das Richtige getroffen zu haben. Auch ist der Wortgebrauch des Iamblichos keinesfalls einheitlich, und oft muß man den Wortsinn mit großer Mühe aus dem Zusammenhang erschließen. Schließlich tröstete ich mich mit einer Äußerung von Ph. Merlan (Studies in Epicurus and Aristotle, Wiesbaden 1960, 1): A translator will always have some misgivings, no matter what equivalent he decided to use.

Daß ich den Text in Paragraphen einteilte, wird man mir nicht verübeln. Gern hätte ich auch die lateinische Arbeit von Jac. Georg Friis, Introductio in librum Iamblichi tertium de generali mathematicum scientia, Havniae 1790, eingesehen, doch war sie leider nicht erreichbar.

Otto Schönberger

GLOSSAR

aistheta	Sinnesdinge
aitia	Anlaß
akribes	exakt
analogiai	Verhältnisse
anhypothetos	absolut
axioma	Axiom
apeiron	Unbestimmtes
apodeixis	Beweis
archai	Prinzipien
archegos	Erstursache
arithmoi symmetroi	rationale Zahlen
artos	gerade
asomatos	körperlos
asymmetron	nicht kommensurabel
auta	identisch
aphorme	Anstoß
genos	Gattung
gnorimos	erkennbar
dianoia	Ratio, diskursives Denken, Verstand, Nachdenken
dianoeta	intellektueller Bereich
dianoetikos	diskursiv, intellectual
diastasis	Auseinandertreten in Dimensionen, Umfang
dihairesis	begriffliche Unterscheidung
doxastos	durch Meinen erfaßbar
dynamis	Wirksamkeit
eidesis	Wissen
eidos	Art, Spezies
eidos, kat' (kat' eidos)	spezifisch
eidos, kat' (kat' eidos diaphora)	spezifischer Unterschied
eikasia	Vermutung
eikastos	der Vermutung unterliegend
ekgona	Produkte
energeia	Operation, Funktion (?)
ennoia	Denken
epagoge	Induktion
epiballon	entsprechend
epibole	Erfassen
episteme	Wissenschaft; wissenschaftlicher Einblick

ergon	Werk, Leistung
heuresis	Auffinden
thateron	das andere
theorema	Theorem
theoria	noetische Erkenntnis
koine, koinos	allgemein
logismos	Vernunftschluß
mathemata	mathematische Wissenschaften
mathesis	Verstehen
meristos	geteilt
noeros kosmos	intellektuelle Welt
noetos kosmos	intelligible Welt
noetikos	intellektual (in der Übersetzung nicht gebraucht)
noesis	Vernunft, Akt des Intellekts, Erkenntnis
noetos	intelligibel
noeta	das Intelligible
nus	Vernunft, Intellekt
oikeia	das Spezifische
homologia	Übereinstimmung
homoios	gleich
onta	das Seiende
horizein	bestimmen, definieren
horoi, horismoi	Definitionen
ousia	Sein
peperasmenon	Begrenztes, Bestimmtes
peras	Grenze, Bestimmung
perittos	überschüssig, ungerade
pistis	Meinen
poson, to	die Quantität
kata to poson	der Quantität nach
proienai, prohodos	Ausfaltung des im Höheren potentiell Angelegten; hervortreten, sich ausfalten
prohegumenos	entsprechend einem leitenden Prinzip
stoicheion	Element
symbainonta	Wirkungen
symmetria	rationales Verhältnis
symmetros	übereinstimmend
syneches	kontinuierlich
systasis	Konstituierung (nicht "Zusammenstellung")
tropos	Methode

hypodoche
hypothesis
hypokeimena

hypokeisthai
phainomena
phantasiai
horismenos

ufnehmende Materie, Wesenheit = hypostasis
Voraussetzung
die zugrunde liegenden Gegenstände, Grund-
lagen
zugrunde liegen
Erscheinungen
Vorstellungen
bestimmt, definiert



wird erst später vorgetragen, so etwa, was sich vom k auf die [60 F] Bewegung der Gestirne, den Beitrag zum von Sonne und Mond bezieht. (9) In gleicher Weise wer- uerst die Einsichten über die einfache Harmonie überlie-hren von der Harmonie des Kosmos.

ungen haben wir nun gemacht, um durch eine gewisse ischen Studiengang zwei Dinge zu berücksichtigen: Die und die Fähigkeit der Lernenden. Wir wollen jedes von einsetzen, und beide, wenn sie zueinander passen, gleich-

XVIII

esonderen Methoden der pythagoreischen Belehrung in ssenschaften eine wahrhaft staunenswerte Exaktheit und e Lehrkunst derjenigen, die sich mit den mathematischen a. Wir wollen sie nun im Umriß vorstellen, soweit es nur mein darüber zu reden.

r nun übereinstimmend feststellen, daß die Pythagoreer izeipien anfangen und so die erste Konstituierung der ma- vornahmen, um gerade von dieser ersten Wesenheit schlüsse zu ziehen und zu ihr schließlich das ganze ma- porzuführen. (3) Als Zweites führten sie immer zuerst in reme (Sätze) ein und ließen nichts als etwas bereits Vor- dern ließen überall untersuchen, wie das in den mathe- en Bewiesene sich in der Realität bestätigt.

nnen noch eine andere mathematische Methode, nämlich nbolden; zum Beispiel stand die Zahl fünf für die Gerech- en des Gerechten symbolisch andeutet. (5) Diese Lehrart e ganze Philosophie Nutzen, da sie ja das meiste in Sym- nten sie, diese Art sei den Göttern eigen und entspreche ber auch die ersten Prinzipien und das Auffinden in der n, geht aus den übrigen mathematischen Wissenschaften ch an ihren arithmetischen Methoden sichtbar. (7) Sie Gattung und jede Art von Zahlen anfänglich entsteht und e glauben, es gebe keine wissenschaftlich-noetische Er- nan bei ihrem Verständnis nicht ganz oben angreift.

