Rostocker Dokumentenserver
Dieses Werk wurde Ihnen durch die Universitätsbibliothek Rostock zum Download bereitgestellt.
Für Fragen und Hinweise wenden Sie sich bitte an: digibib.ub@uni-rostock.de .
Das PDF wurde erstellt am: 06.10.2025, 16:07 Uhr.

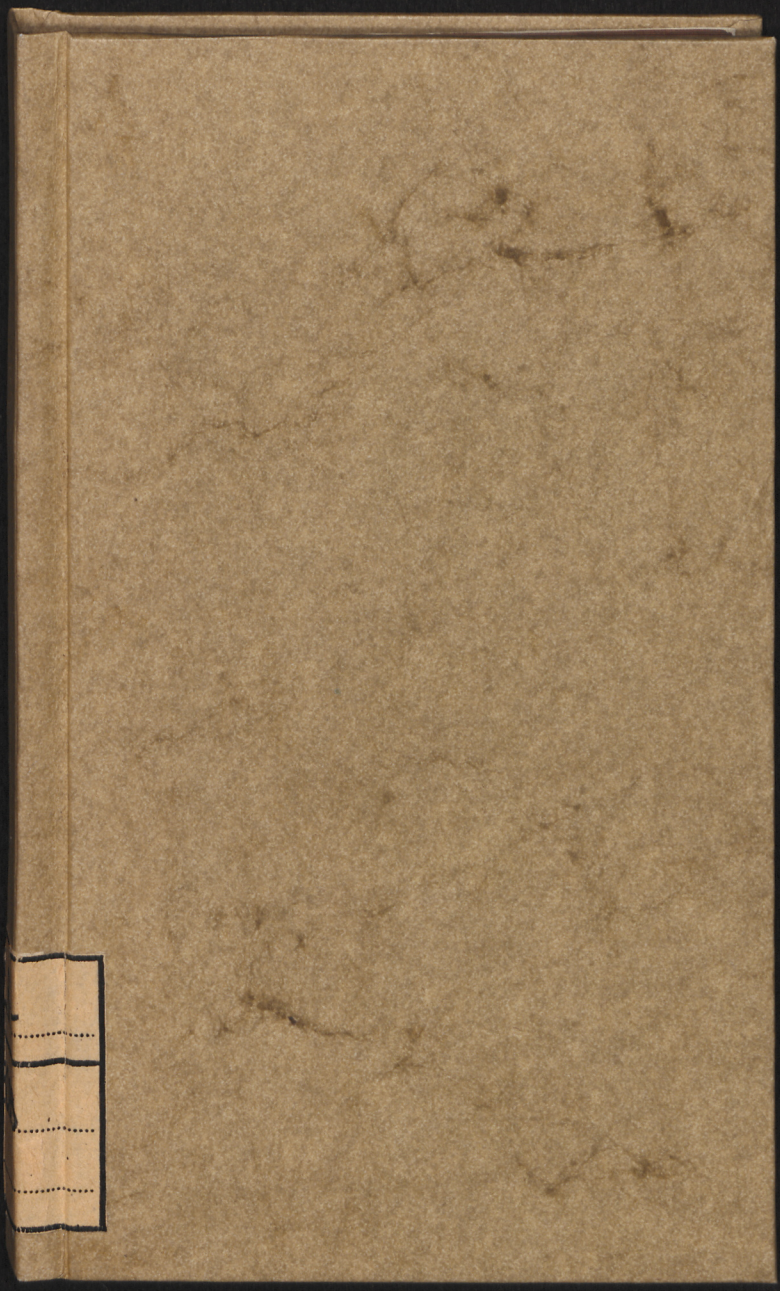
Rainer Gemma Frisius

Arithmeticae Practicae Methodus Facilis

Halae Saxonum: [Leipzig]: Faber: Closemannus, 1625

https://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn787859478

Druck Freier Zugang PUBLIC DOMAIN



Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn787859478/phys_0001
DFG

ARITHMETICAE PRACTICÆ METHODUS FACILIS.

PER

GEMMAM FRISIUM
Medicum ac Mathematicum.



HALÆ SAXONUM

Excudebat PETRVS FABER *Typ, Aul.*
Impensis Caſpari Cloſemanni
M. DC. XXV.

Lb-3089.

STIGELIUS

Soli homini numerare datum est, hanc indidit
Cum prima nobis relligione Deus. (artem
Qua ceu matre sata est, quæ dividit ŏnia punctis
Semen ab his artes omne duabus habent.
Has igitur meritò geminas Plato credidit alas,
Quæ nostros animos ardua ad astra vehant.
Illa viam ingenuas medicando munit ad artes,
Per quas majestas conspicienda Dei est.
Communem vitæ parit hæc civilis ad vsum
Organa mechanica quæq; regenda manu.
Quare, quo poteris duce, posteriore potiri
Frisius hic monstrat Gemma prioris iter.
Qui nescit numeros. numerandi & respuit artẽ
Eloquio ut careat dignus & ille fuit.

ALBRETUS.

Hic numeris rerũ constat pulcherrimo ordo
Quem, nisi per numeros, cernere nemo potest,
Si juvat ergo vices naturæ noscere miras,
Prima sit hæc numeros discere cura tibi,

ORNA-

ORNATISSIMO VI-
RO AC MERITO VENERAN-
do Patri, Dn. GVILHELMO
RHETIO, apud divum Michaë-
lem Antuerpiæ Priori di-
gnissimo;

GEMMA FRISIUS

S. P. D.

OMnes qui hac tempestate elucubra-
tionum suarũ fructu aliquo Reipu-
blicæ prodesse volunt, mi Rheti ornatissime, id mihi polliceri videntur, imò præstare meritò debent, vti omnio aliquit in lucem proferant, quod Majores nostros effugerit, aut ad minimum inventa eorum superet, ac quodammodo emendet. Me verò si quispiam rogitet, cur post tot ferè Myriades auctorum, qui de Arithmeticis rebus scripserunt, iam tandem actum agere, Penelopes q; telam retexere aggrediar, huic candidè in hunc modũ respondsum volo: Quum sua quodque tempus proferat ingenia, multùm sanè inter se di-

ſtantia, neque id ſolùm diuerſo temporis tractu eveniat, ſed vno eodemq; die comperias mille hominum mores & diverſa judicia: fit hinc, ut quantumuis varij de eodem re auctores ab alijs atque alijs colantur & expetantur. quia certè (vt ille cecinit) το δ' ἕτερον μὲν ἔδωκε πατὴρ, ἕτερον δ' ἀνένευσεν. *Proinde & nos amicorum precibus compulſi ſumus, Arithmetices aliquam compendiariam rationem ac facilem quam neſcio quo argumento nos efficere poſſe collegerunt. in lucem evulgare. Non quod noſtra hæc meliora iudicemus ijs, quæ à varijs ante nos tradita ſunt, verum quòd ipſis magis arriſerint, quàm eà, quæ ſæpe inter docendum percurrere ſoleo, quorum alia obſcuriora viſa ſunt, nõnulla nimiùm Laconice dicta, illa cõtrà prolixitatis accuſanda. Cùm igitur multis argumentis exploratũ habeam, me in tuorũ numero amicorum nõ poſteriori abs te loco habitũ fuiſſe ſemper, eoq; te viciſsim ab ea uſque conſuetudine, quam Matheſeos mutua inter nos collatio primùm peperit; vnicè amaverim ac coluerim, tuq; adeò hu*

iuſce

jusce editionis incitator & autor fueris inter alios præcipuus: præter decorum duxi, & ab officio alienum, tantilla in re abs te potissimùm atque alijs amicis conatum meum desiderari. Qui qualiscunque est, meritò tibi dedicandus videtur, qui harum rerum adeò non es ingnarus, vt secundum tibi cognoverim ἐν τοῖς Μαθηματικοῖς, in his nostris finibus neminem, ut interim taceam linguarum meliorum, sacrarumq; literarum peritiam. Quæ omnia ad miraculũ usq; summis non solum laboribus, verum etiam cum bonæ valetudinis non parva iactura. consecutus es. Accipe igitur pro tuo in nos favore hæc quamvis exigua, ac remissis interim gravioribus curis, ne tertio nos adversa valetudine oppressus inuisas, hæc leviora perlege, corrige, ac pro cõsoris officio omnia immuta. Quod reliquum est, fac ut rectiùs valetudinem tuam cures, méque, vt soles, amare non desinas. Vale. Lovanij. quinto Calendas Januarij, Anno 1536.

ARITHMETICÆ PRACTICÆ METHODUS FACILIS

PER

GEMMAM FRISIUM MATHEMATICUM IN QUÆtuor parta diviſa.

PRIMA PARS.

DE SPECIEBUS ARITHmetices.

NUmerare eſt cuiuſuis propoſiti numeri valorem exprimere, atque etiam quemcunque datum numerum ſuis characteribus aſſignare. Duo igitur ſunt præcipua, per quæ cùm numeratio, tùm reliquæ deinceps ſpecies, perficiuntur characteres ſiue elementa, & eorum loca. Elementa ſunt decem, quorum novem ſignificativa, vnum non ſignificativum, quod ob receptam conſuetudinem, cyphram deinceps appellabimus, ſcribitúrque ut litera o, vel circulus.

Signi-

Significativa sunt:

1 2 3 4 5 6 *Nota.*
vnum, duo, tria, quatuor, quinq;, sex,
7 8 9
septem, octo, novem.

Hæ notæ solæ quidem tales obtinent singule valores. At si cum alijs coniungantur, vel cum cyphra, infinitis modis augentur, quod quidem fit ob loci solùm mutationem, quemadmodum vulgò dici consueuit: Honores mutant mores: ita nimirum hic loca notarum valorem augent. *Loca*

Quælibet igitur notarum primo loco posita, seipsam tantùm simpliciter significat, hoc est, quantum ex impositione prima valet, vt 6. sex 8 octo, &c Primum autem apellamus dextrum locum, eò quòd hæc ars à Chaldæis ortum habere credatur, qui etiam eo ordine scribunt. Secundo loco, qui deinde læuam versus sequitur, nota quævis seipsam decies significat, 80 octoginta, 70 septuaginta, &c. Tertio deinceps loco, quævis figura se centies auget, ut 800. octingenta, 600. sexcenta, 200 ducenta. Cyphræ verò hic loca tantùm occupant. *Ordo numerorum.* *Cyphra.*

In his ergò tribus primis locis quemvis studiosum primùm diligenter exercitatum velim. Nam illis cognitis, facilè quemcunque numerum expresserit etiamsi multò pluribus constet elementis; quod quidem ita facilè fiet: Distingue primò numerum propositum, virgula interiecta post ternas singulas figuras, initio facto à dextris, atque ita ad finē, vt 3 | 534 | 560 | 782 | Iam contrario ordine à læua exprime omnes figuras, quæ post ultimam virgulam habentur, secundum figurarum & locorum variationem, ita ut primā figurarum à virgula simpliciter, secundam decies, tertiam centies enuncies, ac si nullæ aliæ præterea essent notæ. Verùm his toties hanc dictionem, millies, adijce, quot sunt à principo huc vsque virgulæ; quod tamen, ut latinè fiat post primam virgulam, millia dices, post secundam, millena millia, post tertiam, millies millena millia, post quartam millies millies millena millia; atq; ita infinitis deinceps modis, qui sanè à quarta virgula latinam (fateor) locutionem haud facilè admittent. Verùm nos artis potiūs, quàm latinæ linguæ præcepta tradere voluimus. Sua etiam cuique arti

Numerationis compendium.

Numeros exprimendi modus.

phrasis

phrasis. Exempli gratia, subijciamus hujus numeri sequentis valorem explicandum, 23456345678. Distinguendus erit primùm, ut diximus, interiectis vel notulis vel virgulis, hoc pacto, 23 | 456 | 345 | 678 Deinde simul connumerentur figuræ duabus virgulis intercluſæ, hac ratione: vicies & ter millies millena millia, quadringenta quinquaginta sex millena millia, trecenta & quadraginta quinq; millia, sexcenta & septuaginta octo. Atque hîc obiter observandum, uti duæ figuræ proximè à virgula simul pronuncientur, ut loquendi usus exigit. Ex his deinceps haud difficile fuerit, propoſitum aliquem numerum suis characteribus annotare, habita scilicet ratione, tum figurarum, tùm locorum.

Exemplũ.

Observandum.

NVMERI IN SPECIES DIVISO, quarum notitia ad sequentium vsum non parum facit.

NVmerum autores vocant multitudinem ex vnitatibus conflatam. Itaque vnitas ipsa numerus non erit, sed numerorum

Numerus

rum omnium principium. Quemadmodum enim ex fluxu puncti in longum, linea describitur, ita ex vnitatibus accumulatis numerus efficitur. Dividitur autem in digitum articulum & compositum numerum. Digitum vocamus omnem numerum denario minorem, suntq; in summa novem, scilicet 1 2 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. quæ paulò antè Elementa significativa appellavimus. Articulus est numerus, quicunque in decem æquas partes diuidi potest, easque integras. Hoc est, omnis numerus duabus aut pluribus constans notis, qui in sui principio, hoc est, dextra parte, cyphram obtinet, ut 10. 20. 30. 60 100. 600. 3000. 3600. &c. Sunt autem sine numero articuli. Compositus est numerus, qui ex digito articuloque nascitur, talesque sunt omnes numeri, quorum prima figura non est cyphra, verbi gratia; 18. 91. 102. 132. 1003. atque hujusmodi infiniti.

Numeri divisio.

Digitus.

Articulus.

Cõpositus numerus

Partiuntur etiam autores numerum in parem & imparem quorum ille in partes æquas est diuisibilis hic neutiquam. Possuntque plures aliæ numerorum divisiones fieri: ut in perfectum & abundantem in quadratum, cubum, surdum &c. in primum

Numerorũ aliæ divisiones.

mum & non primum Sed quoniam hæc citra sequentium specierum notitiam intelligi nequeunt, maluimus in suum locum tempusque commodum seruare.

DE ADDITIONE, PRIMA specie.

QVatuor omninò sũt Arithmetices species, per quas omnes regulæ quæstionésque omnes fere perficiuntur. Vacamus autem speciei, certa operandi per numeros formas: quemadmodum in Dialectica argumentorum formæ quatuor comprehenduntur speciebus, Syllogismo scilicet, Inductione, Enthymemate & Exemplo. Prima harum est Additio, quæ plures numeros in vnam summam colligere docet, ut finge te expendisse vno anno 367. aureos, altero 765. Docet hæc species duos hos numeros vna explicare & complecti summa. Obseruandum igitur primò, vt maior numerꝰ superiori loco scribatur, minores huic subscribantur, hac lege, vt prima inferiorũ primæ superiorum è directo subijciatur, secunda secundæ, tertia tertiæ, atque ita deinceps. Quibus ita collocatis,

subtus

ſubtus ducatur linea, factoque initio à dextris, collige omnes figuras primi ordinis ſiue loci in unam ſummam. Eam, ſi vnica figura ſcribi poteſt, ſubſcribe omnibus primo loco poſitis: ſin verò duabus ſcribi oportet, ſcribatur dextra, reliquam ſerua vel memoriâ, vel ſubtus annota, aut ſi mauis, adijce eam cum figuris ſecundo loco poſitis, factamque ex omnibus ſummam eodem modo ſubſcribe, ſi vnica fuerit figura: ſin duæ, dextram ſcribe, ſiniſtram ſequenti ordini adijciens, ſicque pergere non deſinas, donec omnes ordines collegeris. Atque hîc ſi in fine numerus duabus figuris ſcribendus occurrat aut pluribus, integrè ſcribatur. Iamque hoc pacto plures numeros in vnam ſummam, vltimam ſcilicet, collegiſti.

EXEMPLUM DVORVM numerorum.

Exemplũ.

Addendi	230459
	67821
Summa	298277

EXEM-

EXEMPLUM PLURIUM *numerorum.*

	4320652
	9308765
Addendi	3600321
	4308760
	567891
Summa	22106389

Declaratio secundi exempli.

Exempli secundi declaratio

Omnes numeri primi ordinis, efficiunt 9, ea subscribo, secundi ordinis omnes numeri, sc 9 | 6 | 2 | 6 | 5, faciunt 28, scribo igitur 8. & duo adijcio sequenti tertio ordini, quæ simul cum alijs conficiunt 33, scribo 3, & 3 adijcio sequenti ordini, atq; hic colligo 26, subscribo 6, & 2 adijcio quinto ordini, quæ cum alijs faciunt 10. quare subnoto 0, vnitatem adijcio sexto ordini, quæ cum hac vnitate efficit 21, annoto 1 & 2 conjungo cum vltimo ordine, qui constituit 22, quæ cum in fine accidunt, ita subscribo integrè.

EXA-

EXAMEN ADDITIONIS.

Collige omnes numeros addendos per singulas figuras discurrendo, neglecto ordine figurarum, atque interum dum excrescit numerus, abijce 9, residuum reliquis adijcito, donec omnes ita percurreris, & quod tandem post collectionem & abjectionem 9, relictum fuerit, annota. Nam si ritè operatus fueris, similis figura relinquetur, si omnes summæ numeros sive characteres colligas, atque interim dum potes, 9 abijcias. Sufficit hoc examen discentibus, alioqui certius per subductionem sequentē speciem effeceris.

Si interdum (quod rarum est) ex additione vni

Notandum In additione.

us loci tres figuræ prodeant, tum prima scribatur sub primis. secunda adijciatur secūdo ordini, tertia tertio, vt in hoc exemplo.

Addendi
9279
389
479
599
689
779
859
989
679
299
189
96
97
112
105
53
9
Summa 15462

DE

DE SVBDVCTIONE SIVE *subtractione, secunda Specie.*

Subtractio

HÆc Species docet vnum numerum ex altero auferre, vt videatur reliquum, vel excessus duorum numerorum, contrà quàm præcedens Species, vt si quispiam debeat ex mutuo mihi 302634 86 aureos, soluerit autem 765432, scire cupio, quantum restet solvendum. Scribe igitur minorem sub maiori, ita vt singulæ Figuræ singulis respondeant, facto initio à dextris, hoc pacto:

30263486
765432

29498054

Deinde auferprimam inferioris ex prima superioris ordinis, vt 2 ex 6 restant 4. ea subscribe. Simili modi secundam ex secunda, vt 3 ex 8, restant 5. Hæc subscribe, atque itaque deinceps in finem vsque. Quod, si duæ figuræ occurrant æquales, ijs subscribatur o, vt in Exemplo proposito, tertio loco 4 ex 4, restat nihil, hoc scribimus per cypharam o: Si verò inferior figura superat valore superiorem, vt in quarto loco nostri exempli accipit, es enim

Si æquales sint subtrahendi

Cùm superior minuor

Notãdum. 5. enim ex 3, non possunt auferri. Id quoties evenit, auferenda inferior ex 10. semper, quod hinc relinquitur, adijciendum superiori figuræ, summa hæc subnotanda. Verúm cautè iam observandum est, ut vnitas adijciatur figuræ inferiori proximè sequenti, atque tum deinceps ad finem secundum has leges progrediendum. Vt quoniam quarto loco nostri *Exemplũ.* exempli, 5 non possunt auferri ex 3, auferro illa ex 10. restant 5, quæ adijcio superiori scilicet 3, fiunt 8, hæc sub quinque annoto. Iam verò sequenti inferiori addo 1, fiunt 7, quæ rursus auferenda sunt ex superiori, 6. scilicet. At quoniam non possum (cùm sit major) subduco 7 ex 10., restant 3, quæ adijcio superiori 6, fiunt novem, ea subscribo, atque iterum eandem ob causam sequenti adijcio 1, fiunt 8, quæ rursus (quia excedunt superiorem numerum) aufero ex 10. restant 2. hæc adijcio superiori, fiunt 4, quæ subscribo. Iam verò sequenti figuræ mihi adijcienda foret vnitas, sed nulla sequitur in inferiori ordine, quare loco tantum sequenti adijcienda vnitas, quæ auferenda ex superiori, scilicet 0, sed quid auferes inde vbi nihil est? Auferigitur, ex

Nota cùm inferiori loco nulla figura ponitur.

10. restant

10, restant 9, quæ adde superiori 0, manent 9, ea subscribe. Rursus hic adijcienda unitas ultimo loco inferiori, quæ ablata ex 3. superiori scilicet numero, relinquit 2. subscribenda.

ALIVD EXEMPLVM.

60021039097 *Numerus ex quo subducitur.*
29039917 *Subducendus.*

59991999180 *Residuum.*

Notandum, si plures fuerint numeri subtrahendi ab uno, tum primùm per præcedentem doctrinam illos collige in unam summam, hanc aufer ex proposito numero. *Notandũ*

EXAMEN SVBDVCTIONIS.

Adde numerum, quem subduxisti, ad residuum, quod inde producitur, æquabit primam summam, si bene fueris operatus.

ALIVS MODVS.

Vel abijce 9 quoties poteris ex secundo & tertio numero, nulla habita ratione ordinis aut loci, residuum serva. Similiter ex

ſumma prima ſeorſim reijce 9, quoties licuerit, quod tandem reſtat, æquale erit priori relicto numero.

MULTIPLICATIO, tertia Species.

Multiplicare.

MVltiplicare eſt ex ductu unius numeri in alterum numerũ producere, qui toties habeat in ſe multiplicandum, quoties multiplicans unitatẽ. Hoc eſt multiplicare eſt numerum quemcunq; aliquoties, aut multoties exaggerare, ut 23, multiplicare per 6, eſt 23 ſexies exaggerare. Quoniá verò tota hæc ſpecies ex ductu digitorum in ſe invicem dependet, non fuerit otioſum digitorũ multiplicationem ante omnia edocere. Si igitur libet colligere, quantum conficiant 8 ducta in 9, hoc eſt, octies novem; vel 9. in 8 &c. Scribe digitum unum ſupra alterum, hoc pacto. Deinde diſtantiam utriuſque à . o, ad latus. Iam duc diſtantiam alteram in alteram, hoc eſt pronuncia alteram adverbialiter cum altera, ut, bis unum efficit 2, hæc ſubſcribe diſtantijs, tandem aufer diſtantiam alterius per tranſuerſum ex altero digito, reſiduum ſubſcribe

Digitorũ multiplicatio in invicem.

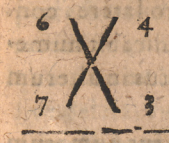
Exemplũ. Digiti. diſtantiæ.

9 . 1
8 2
7 2

scribe digitis, ut 2 ex 9, vel 1 ex 8, supersunt 7, ea scribe Itaque jam inveniſti octies 9 efficere 72.

ALIVD EXEMPLVM.

Digiti. distantiæ. Placet indagare sexies 7, quantũ efficiant. Dico ter quater sunt 12, annoto 2 sub differentijs, unitate servata, deinde aufero 3 ex 6, aut 4 ex 7, supersunt 3, quibus adijcio unitatem servatem, fiunt 4, hinc colligo, sexies 7 efficere 42. Hæc tamen Regula te fallet, nisi duo digiti simul juncti plus decem efficiant.



Exemplũ aliud.

Mensa Pythagoræ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Quadrati numeri.

Tabulæ usus.

Per tabellam autem hanc poteris ad tempus ruditati subservire, donec usus te ab hac molestia liberaverit. Si enim majorem digitorum quæras in primo superiori ordine, minorem in dextro latere, concursus duorum ordinum indicabit numerum, quem digitus propositus in alterum ductus constituit.

πρᾶξις. Age igitur, multiplicaturus numerum quemcunque per alterum, scribe utrumq; illorum, ordine servato, quem in additione servandum diximus, ita ut major superiorem obtineat locum. Exempli gratia, 267 dies volo redigere ad horas, hoc est, multiplicare per 24, scribo utrumque hoc ordine, deinde lineam subtendo mox duco primam inferioris, scilicet 4, in primam superioris, dicens, quater 7 efficiunt 28. quoniam verò hic numerus duabus figuris notatur, scribo quemadmodum in additione priorem, scilicet 8. altera servata, alioqui si unica tantùm prodijsset figura, eam subscripsissem: posteà duco eandem primam inferioris 4. in secundam superioris, faciunt 24. quibus adijcio 2, prius servata, exurgunt 26, priorē hujus subscribo; altera ser-

ra ſervata: tandem duco eandem primam inferioris numeri in tertiam ſuperioris, fiunt 8, quibus adjicio 2 mox reſervata, prodeunt 10, quæ integrè annoto, quia ad finem perducta eſt operatio. Quibus actis perfecta eſſet multiplicatio, ſi inferior numerus ex unica tantùm conſtaret figura. At quoniam ex binis conſtat, priori cancellata ſive deleta, cum altera ſcilicet 2, incede eodem modo multiplicando in ſingulas ſuperioris uſque ad finem.

Multiplicandus	267
Multiplicans	24
	1068 Adde
	534
Productum	6408

Obſervandum.

Verùm hic obſervandum eſt, ut prima producti numeri collocetur non ſub prima ſecundi, ſed ſub ſecunda, ex cujus multiplicatione productus eſt numerus, reliquæ per ordinem deinceps componantur. Similiter ſi tres fuerint, aut plures figuræ numeri multiplicantis, eas oportet ſingillatim in omnes ſuperioris ducere; productos verò numeros ſub ſuis multiplicantibus

initium facere, reliquas figuras ordine consequi: ut in exemplis paret Demum numeri sic collocati, colligendi sunt in unam summam, quotquot ex multiplicatione producti sunt, non ut in additione dictum est, primam adijciendo primæ, &c, sed unaquæq; ad suum locum, sub quo posita est, colligatur. summa hinc proveniens productus apellatur numerus, ex ducto unius numeri in alterum. Exempli. Vt si Dux exercitus debebat solvere exercitui 67083 militum singulis 8 aureos, quæstio est, quanta opus sit summa pecuniæ? Exurgunt quingenta triginta sex millia, sexcenta sexaginta quatuor aureorum.

67083 *Milites*
8 *Aurei singulorum.*

536664 *Aurei omnium.*

Item, placet reducere annos Christi 1536 elapsos, ad dies; quoniam quilibet annus constat diebus 365, exceptis intercalaribus, multiplico 1536, per 365, prodeunt dies 560640, præter intercalares, quos in præsentiarum omittimus.

1536 An-

1536 *Anni*
365 *Dies Anni unius*

7680
9216
4608

560640, *Dies omnes.*

COMPENDIA ALIQVOT *Multiplicationis.*

Multiplicaturus numerum quemcunq. per 10 præpone multiplicando numero o. Vt 367 per 10, faciunt 3670. Si verò per 100 multiplicaturus es, præscribe duas cyphras, per mille tres Ac simili ratione in alijs, ubi ultima figura unitas est, reliquæ cyphræ. Quod si in his ultima non fuerit unitas, sed vel alius ex digitis, vel plures fuerint significativæ, tùm rejectis cyphris, quæ tum in multiplicantis, tum etiam multiplicandi initio fuerint, per significativas peragito operationem, facta tamen multiplicatione, numero producto totidem cyphras præscribito, quot rejeceris ex utroq;, ut 3600 multiplicaturus per 7200, rejicio qua-

Per 10.

Per 100.

quatuor cyphras. 36 per 72, exurgunt 2592, quibus præpono 4 cyphras, fiunt 2592|0000, numerus verè productus.

Deinde multiplico

36
72

72
252

2592|0000

EXAMEN MVLTIPLICATIONIS.

Examinatur multiplicatio per divisionem sequentem speciem. Si enim productum ex multiplicatione numerum dividas per alterũ multiplicantium, necesse est alterũ prodire. Neque est, quòd aliam expectes examinandi viam, nam aliæ vulgares & falsæ sunt, & nullo innixæ fundamento. Disce igitur priùs divisionem, quàm examini intendas.

DVPLATIO ET Mediatio.

Solent nonnulli Duplationem & Mediationem assignare species distinctas à multi-

multiplicatione & divisione. Quid verò moverit stupidos illos nescio, cùm & finitio & operatio eadem sit. Duplare enim est per duo multiplicare. Mediare verò per duo partiri Quod si hæ operationes sint distinctæ, infinitæ jam nobis exorientur species, triplatio, quadruplatio, &c. Sed satis de illis.

Duplatio.

Meditatio

DIVISIO QVARTA *species.*

DIvidere est numerum quemcunque in quotuis partes partiri, quod alij sic definiunt: Dividere est numerum producere, qui toties unitatem complectatur, quoties dividendus divisorem. Numerum enim propositum, quem partiri volumus, dividendum apellamus. Numerus verò, per quem divisio perficienda est, divisor appellatur: is est, qui partes denotat, in quas alterum dividere volumus, ut 24 per 6 dividere, est 24. in 6 partes secare: dicitùrque hic 24. Dividendus, 6 Divisor, 4 Productum sive productus numerus.

Dividendus.

Divisor.

Praxis. Scribe dividendum suis characteribus loco superiori, Divisorem sub illo, contrà atque hactenus, ultimam figuram

Prima regula.

sub ultima collocando, penultimam sub penultima, & reliquas eodem ordine, facto initio à sinistris.

8628 Exemplum primum.
28 Divisor.

Secunda regula. Si tamen ultima divisoris sive inferioris figura excedat ultimam dividendi, constitues ultimam divisoris sub penultima dividendi, reliquas (si quæ sint) ex ordine.

8628 Exemplum alterum.
92

Tertia regula. Quibus exactis, vide quoties Divisor habeatur in numero suprà scripto. Quod ut facilè fiat, quando divisor est duarum vel plurium figurarum, facies quæstionem non de toto divisore, sed de sinistra tantùm figura. *Exemplũ.* Vt si dividendi sint 433656 aurei 72 hominibus. Primùm non colloco 7 sub 4, quoniam ultima divisoris, scilicet 7, excedit ultimam dividendi, scilicet 4. sed sub 3, deinde reliquum. Iam inquirendum, quoties 72 in 433, is enim numerus est suprà scriptus, quod ut facilè colligam, dico, quoties 7 in 43, numero scilicet suprà scripto, quoniam ergo sexies reperio contineri, scribo 6 ad dextram post curvam lineam sive lunarem. Ea multiplico in totum divisorem, exurgunt 432, scribenda sub

ſub diviſore, primam ponendo ſub prima diviſoris, reliquas ex ordine deinceps, deinde aufero eundem hunc numerum ex ſuperiori dividendo numero, reliquum ſupra eundē diviſorē annoto, ut patet exemplo.

Ø

ØI I

4336,6

72 *Diviſor* (6

432

Hæc ergò una eſt operatio diviſionis, quam ſi recte intellexiſti, nihil eſt, quod te remoretur in tota reliqua diviſione. Oportet autem poſt unamquanque hujuſmodi operationem, minorem reſtare numerum ſupra diviſorem, quàm ſit diviſor ipſe.

Perfecta igitur una tali operatione, ſi plures reſtant figuræ dividendi numeri verſus dextram, à quibus non fuit facta ſubtractio, transfer diviſorem uno loco deinceps verſus dextram, ita, ut jam ultima diviſoris eam occupet ſedē, quam anteà penultima obtinuit, aut breviùs, ut quælibet figura uno loco dextram verſus transferatur. *Quartare gula.*

I

4336,6 (60

72

Deinde

Deinde iterum, ut priùs, inquiratur, quoties divisor in numero supra scripto contineatur, facta, ut anteá. quæstione de ultima figura divisoris, numerus is adscribatur priori figuræ ad dextram, quam intra lineam lunarem secludi jussimus: quæ etiam ducatur in divisorem, & productus numerus á superiori auferatur, non aliter quàm anteà dictum est.

divisionis summa.

Atque eo ordine & modo pergendum, est dividendo, multiplicando & auferando. donec prima divisoris perducta fuerit ad primam dividendi, sub qua, facto hujusmodi processu post subtractionem, cessabit divisionis operatio.

Divisionis finis.

Nam numerus, qui post lunarem lineam continetur, indicabit, quoties divisor in dividendo numeretur. Hinc & invalvit, ut hic numerus, Quotiens appellaretur apud vulgares.

Notandũ in divisione.

Verùm hic notandum, si quando post translationem divisoris, hic in dividendo numero suprà scripto nullo modo contineatur, quod fit dum minor est, tum scribenda est cyphra post lineam curvam, sive (ut dicunt) in quotiente, & tum transferendus rursus divisor ad proximum locum, atque

atque ibi operandum, ut jam dictum est.

Vt in præscripto Exemplo post translatum divisorem quærimus, quoties 72, in 16, vel quoties 7 in uno suprà scripto, at cùm non semel habeatur, nota cyphram apud 6 in quotiente.

00 1
433656 (60
72

Atque rursus translato divisore, quæro quoties 7 in 16? quoniam verò bis habetur, nota 2 apud alias notas post lunarem lineã positas, factàque multiplicatione & subtractione. Et tandem translato Divisore,

00121
433956
72 (602
144

quæro quoties 7 in 21? scribo 3 apud reliquas notas quotientis. factàque multiplicatione & subtractione nihil restat.

00121
433656
72 (6023
216

Sed

Observandum in divisione.

Sed neq; illud prætereundum, si interim ex multiplicatione digiti jam scripti post lineam lunarem, in divisorem plus exurgat quàm supra divisorem scribitur, tum delendus erit ille digitus, & scribendus unitate minor, idq; eò usq; faciendum donec ex multiplicatione numerus minor superiori evadat, vel æqualis. Vt si velim dividere 200 aureos per 38, quæro quoties 3 in 20, scribo igitur primùm 6. Sed quoniã sexies 38 f: 228 plus valent quàm 200. deletis 6, pono in locum eorum 5, quæ multiplicata per 38, efficiunt 190. Hunc ergò numerum quoniã minor est superiore, aufero ab ipso, residuum suprà signando, reliquaq; perficiendo, ut anteà diximus.

10

200 (5 $\frac{10}{38}$ $\frac{5}{19}$

38

190

Si igitur nihil post hujusmodi divisionem restiterit, integre factam esse partitionẽ significat: sin aliquid residuũ fuerit, illud supra divisorem asscribas post numerum quotientem, interjecte per medium linea, ut si dividam 125 per 6, restabunt 5, quæ sic annoto post numerum productum $\frac{5}{6}$

125

~~1~~25 (20 $\frac{5}{6}$
66

Quid verò hujusmodi numerus significet, dicetur in fractis. *Exemplũ divisionis.*

Exemplum igitur cape tale. Proponuntur 7336268 dies, quæriturq; quot conficiant annos? Divido igitur propositum numerum per 365 dies unius anni, proveniunt 20099 anni, & 133 dies. Operationem verò diligenter perspice, quam adscripsimus.

1
~~7~~3
~~3~~4~~7~~
~~1~~1~~3~~0~~8~~1~~3~~
~~7~~3~~3~~6~~2~~6~~8~~ (20099 $\frac{133}{365}$
~~3~~6~~5~~5~~5~~5~~5~~
~~3~~6~~6~~6~~6~~
~~3~~3~~3~~
365

COMPENDIA ALIquot divisionis.

Diuisurus quemcunq; numerum per 10 aufer ex dextra parte unicã, eamq; primam figurã, reliquæ enim figuræ productũ ostendunt, ablata residuũ: ut 3708 divide per 10, *Compendium primũ*

ex-

Secundum compendium. exurgunt 370. restantque 8. Simili ratione dividens per 100, aufer duas primas dextras, tanquam residuas: per mille, tres; per 10000, quatuor: atque ita deinceps. si ultima fuerit unitas, reliquæ cyphræ.

Examen divisionis Examen. Facturus periculum, rectè an secus peracta res sit, multiplica numerum productum, sive (ut vocant) quotientem per divisorem: si quid post divisionem supererit, adijce. Prodibit enim, si bene res habet, numerus dividendus.

DE MEDIATIONE SIVE *per duo sectione.*

Mediationis operationem finito ipsa indicat: Est enim per duo paritio. Quare hic præter Exemplum nihil adiecero.

MEDIATIO.

1 1 1
43672136 (11836068
22222222

Hæ sunt igitur quatuor illæ Species Arithmeticæ, per quas omnia, quæcunque deinceps

deinceps dicenda sunt, vel quæ per numeros fieri possibile est, absolvuntur. Quare eas, quisquis es, ante omnia perdiscas.

DE PROGRESSIONE.

PRogressionis usum nullum alium invenio quàm additionis compendium. Est autem Progressio alia Arithmetica, alia Geometrica. Si enim plures proponantur numeri ex ordine, se per æquales excessus superantes, talem seriem progressionem Arithmeticam vocant, ut, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10 11. &c Item, 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. &c. vel 2. 4. 6. 8. 10 Item, 5 8. 11. 14. Si igitur talium numerorū quotquot sunt, summam citò placet colligere primò quot sint numeri addendi vide, numerum hunc nota, deinde adde primū ultimo, summam itidem nota, duc igitur dimidium alterius horū in alterum, prodibit omniū summa, ut 6. 10. 14 18. 22 26 30. 34. 38 42. 46. hic sunt 11. numeri, primus verò scz. 6. cum ultimo 46. constituunt 52, per dimidium hujus scilicet 26, multiplico 11, prodeunt 286, summa omnium, Item, 3 6. 9. 12. 15. 18. 21 24. in hac progressione sunt 8 numeri, primus cum ultimo 27, quæ multi-

Progressio duplex.

Progressio Arithmetica.

plico per dimidium alterius, scilicet 4 fiunt 108, summa omnium,

Progressio Geometrica,

Alia est Geometrica, dum numeri per certam similemq; incedunt rationem sive proportionem, ita ut toties tertius secundum includat, quoties secundus primum, & toties quartus tertium, atque ita deinceps. Quod fit, dum numerus quicunq; per alterum multiplicatur, & deinceps productus per eundem, atque ita peragendo quò usque libitum fuerit, vel res poposcerit, ut 3. 6. 12. 24. 48. 96. 92: Hæc progressio est in proportione dupla. 1. 4. 16. 64. 256. 1024. Hæc in quadrupla, hoc est, quivis sequens præcedentem quater includit. Si igitur facilè ac citò velis tales numeros progressionis colligere in unam summam, ultimum numerum multiplica per eum, per quem reliqui numeri sunt multiplicati, & unde proportio nomen habet: à producto aufer primum progressionis, residuum partire per numerum unitate minorem, quàm is est, per quem multiplicâsti. Quotiens sive productus ex divisione numerus ostendet summam omnium, ut, 2. 6. 18. 54. 162. 486. 1458. 4374. 13122. Vltimum omnium multiplica per 3 ut reliquos multi-

Regula operationis

plicâsti,

plicâsti, fiunt 39366. hinc aufer primum scilicet 2, restant 39364, hunc numerum partire per 2 qui est numerus unitate minor ternario, exibunt 19682, summa omnium.

Compendium progressionis Geometricæ.

At quoniam tædiosum est omnes illos numeros progressionis multiplicare, subijciam & hujus negotij compendium. Primùm igitur multiplica per ordinē, aliquot tantùm numeros progressionis: quibus in ordinem digestis, subscribe numeros naturali ordine progredientes, sub primo 0, deinde 1. 2. &c. ut vides in Exemplo:

1. 3. 9. 27. 81 243.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

Ex his paucis poteris progredi brevi in infinitum. Si enim multiplices numerum aliquem ex his in alterum, provenit alius, eo ordine collocandus, quem indicant duo numeri, duobus illis multiplicantibus subscripti, simul juncti. Vt si 9 in 27 multiplices, exurgit numerus 243 quinto loco collocandus. Si 3 in 243 multiplices. provenit numerus sexto reponendus loco, scilicet 729, Si 243 in se ducas, exit numerus decimo loco notandus 59049, eò quòd 5 & 5. efficiant decem. Ita si 729 in se ducas producitur numerus, qui locum sibi vendicat duodecimum 531441,

Cautela. Verùm si progressio ab unitate non cœperit, non oportet tales duos numeros integros in invicem ducere, sed priùs alterum dividere per primum, quotientem multiplicare in reliquum.

3. 6. 12. 24. 48. 96.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

Vt in tali exemplo, si dividam 12 per 3 proveniunt 4 quæ multiplicata in 48, constituunt 192, numerum sexto loco collocandum, quòd 2 & 4 juncta efficiunt sex. Si 24 dividam per 3, proveniunt 8, quæ multiplicata in 48, gignunt 384, numerum septimo constituendum loco, quòd 3 & 4 addita conficiunt septem. Si 48 per 3 dividantur, emergunt 16, quæ ducta in 384, numerum pariunt 6144, loco undecimo reponendum, quòd 4 & 7 conjuncta gignunt undecim. Si 96 per 3 dividantur, resultant 32, quæ ducta in 6144, numerum producunt 196608, collocandum loco decimo sexto. Sic de cæteris.

ALIVD EXEMPLVM,

4. 16. 64. 256. 1024. 4096.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

Hoc

Hoc doceo, ut habito ultimo numero, liceat summam omnium leviter colligere absque mediorum numerorum cognitione.

DE REGVLA PROPORTIONVM *sive trium numerorum.*

SOlent alij post Species illas prædictas ingerere discentibus mox alias species fractorum sive minutiarum, ingenia ipsorum præceptis sine usu obruentes. Mihi satiùs visum est, mox usum specierum qualemcunq; per regulas indicare, ne recèns jacta fundamenta sine usu collabantur. Huic igitur rei maximè quadrabit Regula illa nunquam satis laudata, Proportionum, sive Regula trium, quæ ideò hoc nominis habet, quòd ex tribus cognitis numeris, quartum ignotum doceat elicere. Res brevis est & facilis, usus immensus, cùm in vita communi, tùm in Geometria ac reliquis artibus Mathematicis. Praxis igitur talis est: Multiplica tertium per medium, quod hinc exurgit partire per primum, numerus ex divisione surgens, ostendet numerum, quem inquirebas. *Regula.*

Vt si talis proferatur in medium quæstio: Pro tribus mensibus solvendi sunt 20, aurei, quot oportebit solvere per 9 menses? Duc 9 in 20, fiunt 180, quæ divide per 3 prodeunt 60 aurei solvendi pro 9 mensibus

Menses	Aurei	Menses
3	20	9
	9	
	180	(60 aurei.
	33	

Ordo numerorum in Regula.

Exemplū.

Artificium verò magis consistit in collocandis ordine numeris, quam in operatione; quod hac via facile sit: Cùm tres sint semper cogniti numeri, unus tantúm habet quæstionem sibi annexam, hic semper tertius est: primus verò erit numerus alter, qui de eadem est re, secunde sive medius, qui relinquitur. Exempli gratia: Facta quæstione, 7 ulnæ panni constant 13 aureis quot ulnas emere pro 39 aureis. Tertius erit hoc exemplo numerus 39, quòd huic quæstionis nota adijciatur. Primus igitur ac divisor 13 quoniam eandem rem cum tertio, scz. aureos denotat: medius 7, quem duc in 39, exurgunt 273. Hunc numerum, si per 13, partiaris, habes 21 ulnas pro 39 aureis.

Aurei

Aurei	Vlnæ	Aurei
13	7	39
	39	

273 (21 ulnæ
13

Oportet igitur primum numerum cum tertio ejusdem esse rei & nominis, ut si talis quæstio fiat: Per annum exolvo 80 aureos, quantum 7 diebus? Non rectè collocati sunt numeri, eò quòd primus majoris temporis sit, quàm ultimus. Oportebat igitur dixisse, 365, diebus persolvo 80. aureos, quot 7 diebus? Aut 52. hebdomadibus expendo 80 aureos, quot una? Necesse est enim utrobiq; vel annus, vel dies vel quamcunq; ejusdem nominis rem, per numerum denotari.

Collocatis numeris ordine præscripto, si dividas tertium per primum, quotientem multiplices per medium, idem prodibit, ac si priori modo fuisses operatus. Quare poteris etiam hac via periculum facere, num bene fueris operatus. *Alius modus.*

23	48	69	(3	*Exemplũ*
	3	23		

Productus 144.

Tertius modus. Item, si dividas secundum per primum, quotientem ducas in tertium, idem etiam prodibit, ut 22. dant 66, quantum 106? divide 66 per 22, exeunt 3, quæ duc in 106, prodeunt 318.

Compendium. Quod si animadvertes primum & secundum dividi posse facilè per aliquem tertium, pone quotientes ipsorum loco primo & secundo, tertio non variato, fiet hac via facilis operatio.

Exemplũ.

12	36	367
	pone	
2	6	367

Vel demum, si primus cum tertio communem dividentem admittunt, repone quotientes hujusmodi loco ipsorum medio non variato, reliquam deinde prosequens doctrinam regulæ Hujusmodi multa collegerit facilè, qui in demonstrationibus Geometricis fuerit mediocriter versatus. Quæ verò discentibus sat esse putavi, non piguit adjcere, per quæ & operari, & operationem confectam examinare licet. *Examen sive proba.* Si enim per varias hujusmodi dictas vias, eundem attigeris scopum, rectè operationem te instituisse audacter credas,

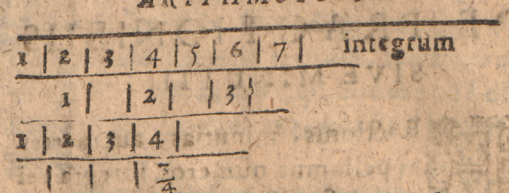
SECUN-

DE FRACTIONIBUS SIVE MINUTIIS.

FRactionis, minutias, aut partes appellamus numeros, integræ rei partes significãtes. $\frac{1}{2}$ semissem significat, $\frac{1}{4}$ quadrantem sive quartam partem, $\frac{3}{4}$ dodrantem, aut tres quadrantes. Scribuntur duobus numeris: superiorem numeratorem, inferiorem denominatorem appellant: hunc, quòd denotet quot in partes integrum secari oporteat: illum, quia quot hujusmodi sumendæ sint particulæ numeret, veluti $\frac{5}{7}$, hic inferior denotat integrũ dividendum in 7, sumendas tamen tantùm tres septimas innuit superior. Cùm igitur duo hi fuerint æquales, semper integrum tantùm denotatur, ut $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{2}$. Cùm superior major est, plus integro: cũm minor est, minus integro significat. Quantumq; in summa superior ab inferiori abest tantum ab integro minutiæ superantur.

Numerator. Denominator.

Sunt etiam fractionum, ut vocant, fractionis, sive minutiæ minutiarum, quæ rariùs occurrunt, scribuntur autem per plures simplices minutias, ut $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ significant tres quadrantes semissis, vel dimidium dodrantis.



Item $\frac{3}{4}\frac{2}{5}\frac{0}{7}$, hoc est, tres quartæ duarum tertiarum ex 6 septimis. hoc est, integri divisi in 7, cape 6 particulas, quas rursus seca in tres, harum accipe duas, quas divide in quatuor, tandem tres hujusmodi significantur particulæ. Quotiescunq; igitur occurrerint, mox ad simplices reducito, priusquam aliud quippiam cum illis agas, hoc pacto: Multiplica primum superiorem in secundum, & (si plures adsint) productum in tertium, summam superiori loco scribe. Similiter primum inferiorem duc in secundum productum in tertium, summam subscribe priori summæ interposita lineola, ut in exemplis prioribus $\frac{7}{4}\frac{1}{5}$ faciunt $\frac{8}{5}\frac{3}{2}$ tres octavus integri. Item $\frac{3}{4}\frac{2}{5}\frac{6}{7}$, duc 3 in 2, exeunt 6, quæ duc in tertium scilicet 6, fiunt 36, quæ pone hoc pacto, $\frac{3}{8}\frac{6}{4}$: deinde 4 in 3, fiunt 12, quæ duc in 7, exurgunt 84, ea subscribe sub alijs sic $\frac{3}{8}\frac{6}{4}$, hoc est, 36 octogesimæ quartæ.

Minutias minutiarum ad simplices reducendi modus.



Reductio ad integra

Fractiones, quæ plus integro valent, reduces ad integra, dividendo numeratore per

per denominatorem, quotiens integra valer, residuum suprascribe divisori sive denominatori, ut $\frac{80}{7}$ valent $11\frac{3}{7}$ & $\frac{1}{7}$.

Integra ad fractiones.

Integra contrà convertes in partes, multiplicando numerum integrorum per denominatorem partium, ut 64 reduces in quadrantes, si multiplicaveris 64 per 4, exurgunt $\frac{256}{4}$.

Integra cũ minutiis.

At si integris minutiæ annexæ sint, eas in unam fractionem sic colliges. Multiplica integrorum numerum per denominatorem fractionis, annexæ, producto adjunge numeratorem fractionis annexæ, habes numeratorem fractionis subscripto eodem denominatore, ut 23 & $\frac{2}{3}$ valent $\frac{71}{3}$: nam ter 23 valent 69, quibus adijcio 2, Hæc res usui est, in multiplicatione & divisione, & regulis sequentibus, ut facilior fiat operatio.

Reductio minutiarũ in minimos numeros.

Cùm verò fractionum numeri nihil significent, quàm secundum proportionem superioris ad inferiorem, fit ut pluribus numeris eadem res notetur, commodissimum tamen est, quàm minimis scribi numeris. Si igitur majoribus numeris scriptam, placet minimo quàm potest fieri numero exprimere, inquire numerum quemcunq;, qui ambos, superiorem scilicet & inferiorem,

ita

ita exactè dividat, ut nihil superſit, quotientes enim tales idem cum priori ſignificant, ut $\frac{9}{12}$, divide 9 per 3. Item 12 partire per 4, exurgunt 4. Dicimus igitur $\frac{3}{4}$, idem valere cum $\frac{9}{12}$.

Compendium.

Si verò ob imperitiam numerorum hunc dividentem non potes invenire, aufer minorem ex majori, deleto illo, á quo fit ſubtractio, rurſuſque minorem propoſitorum à majori, donec fiant duo numeri pares, qui ſanè indicant numerum, per quem ambo dividi habent, ut ad minimam deveniant proportionem. Exempli gratia, $\frac{27}{81}$, aufero 27 ex 81, reſtant 54, hinc rurſus, 27 reſtant 27 Si ergo dividas utrunque per 27, prodeunt $\frac{1}{3}$, quæ idem valent cum $\frac{27}{81}$, ita ſit eadem proportio ſuperioris ad inferiorem. Item $\frac{27}{63}$ aufer 27 ex 63, reſtant 36, hinc aufer 27, reſtant 9, quæ aufer ex 27, reſtant 18, hinc deinde 9, reſtant 9, Divide igitur $\frac{27}{63}$ per 9, videbis $\frac{3}{7}$ idem valere cum $\frac{27}{63}$.

Compendium aliud.

Si & ſuperiori & inferiori adſint initio cyphræ, abijce illas, $\frac{200}{700}$ enim non plus valent, nec minus quàm $\frac{2}{7}$. $\frac{3000}{7000}$ valent $\frac{3}{7}$. Oportet enim utrique æquè multas adimere cyphras $\frac{100}{200}$ valent $\frac{1}{2}$.

Valo-

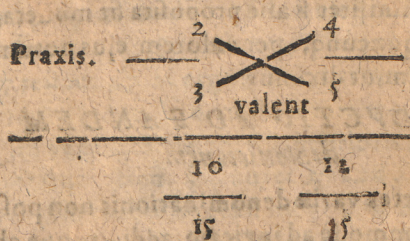
Valorem fractionis in quocunque integro sic invenies: Multiplica superiorem per partes integri notas, productum partire per inferiorem, videbis quot hujusmodi notas partes valeat fractio: ut $\frac{4}{9}$ Ioachimici seu Thaleri (ut vocant) quot grossos valeant, multiplica 4 per 24. cùm tot grossis valeat Joachimicus, exurgunt 96, quæ partire per 9, habes 10 grossus & $\frac{6}{9}$ grossi. Iterum multiplica 2 per 12 numulos, qui grossum efficiunt, exurgunt 24, quæ partire per 3, habes 8 numulos unà cum 10 grossis. Similiter si alie proposita sit moneta, vel res quæcunq; per valorem ejus notum agendum, ut diximus. *Minutiarum valor*

REDVCTIO AD EANDEM denominationem.

Partes variæ denominationis non possunt commodè ad invicem addi, neque ab invicem auferri, ut tertiæ partes cum quartis partibus, quemadmodum diversorum numismatum numeros in unam summam non colligimus. Oportet igitur ante additionem & subductionem partes variè denominatas ad eandem denominationem reducere, quod sic fit: Sint exempli gratia $\frac{2}{3}$ addendæ cum $\frac{4}{7}$, multiplica denominatores *Reductio minutiarum ad eundem denominatorem.*

tores in invicem, ut 3 in 5, fiunt 15, qui erit denominator communis utriusque fractionis. Deinde duc numeratorem primæ fractionis in denominatorem secundæ scilicet 2 in 5, fiũt 10, prodit numerator primæ fractionis. Itidem duc numeratorem secundæ in denominatorem primæ, scilicet 4 in 3, fiunt 12 numerator secũdæ fractionis. Igitur $\frac{2}{3}$ & $\frac{10}{15}$ idem valent, similiter $\frac{12}{15}$ cum $\frac{4}{5}$. Ac jam sunt reductæ in eandem denominationem, scilicet decimas quintas; atque hic Canon generalis est.

Praxis.



Compendium. Si fortè denominator alterius continetur aliquoties exactè in altero denominatore majore, vide quoties id fiat, ut $\frac{3}{4}$ cum $\frac{6}{12}$, hic 4 in 12 continentur 3, ergo per 3, multiplica numeratorem denominationis minoris, scilicet 3, fiunt 9, quæ pone pro numeratore, subscripto majore denominatore. Dico igitur $\frac{9}{12}$ idem valere cum $\frac{3}{4}$, & jam habere eandem denominationem cum $\frac{6}{12}$.

Rursus

Rursus si alter alterū non continеat aliquoties exactè, attamen ambo in tertio continētur numero, ut $\frac{5}{12}$, eum $\frac{7}{18}$, hic 12 & 18 se mutuo non continent exactè, sed uterq; continetur in 36, tum vide quoties prior denominator continetur in tertio 36, & per quotientem multiplica numeratorem ejusdem fractionis, scz per 3 fiunt 15, numerator prioris fractionis. Simili ratione vide, quoties alter denominatorum continetur in tertio, scilicet 18 in 36, per quotientem, 2 scilicet multiplica numeratorem alterius fractionis 7, exurgunt 14, numerator alter: servato tertio numero 36, pro denominatore communi, fiēt itaque $\frac{15}{36}$ & $\frac{14}{36}$.

3	5
—	—
4	12
valent	
9	5
—	—
12	12

5	7
—	—
12	18
valent	
15	14
—	—
36	36

ADDITIO MINVtiarum.

Si denominatores sint dissimiles, redue eos ad eundem denominatorem, deinde adde in unam summam numeratores, subscripto denominatore communi, ut $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ efficiunt $\frac{5}{7}$. Item $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{12}$ faciunt $\frac{14}{12}$.

Si plu-

Si plures sint fractiones, adde primum duas, summæ adde tertiam, ut $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$, cum $\frac{4}{5}$, primum $\frac{2}{3}$ cum $\frac{4}{5}$, faciunt $1\frac{7}{15}$ cum his junge $\frac{4}{7}$, fiunt $1\frac{71}{105}$ hoc est, 2 integra & $\frac{1}{105}$.

SVBTRACTIO.

Minutias ex integris auferendi modus.

Ut in additione, fac sint similes denominatores, tum aufer numeratorem minorem ex majori, residuo subscribe denominatorem eundem, ut $\frac{2}{7}$ ex $\frac{5}{7}$, restant $\frac{3}{7}$ Item $1\frac{7}{18}$ ex $1\frac{5}{12}$, restant $\frac{1}{36}$.

MINVTIAS EX INTEGRIS *auferendi modus,*

Fractionis ex integris auferus, si priùs unitatem integri fregeris in partes, ut $\frac{3}{7}$ ex 9 integris, restant $8\frac{4}{7}$, Nam unum integrum valet $\frac{7}{7}$, deinde aufero $\frac{3}{7}$, restant $\frac{4}{7}$ cum 8. integris.

MVLTIPLICATIO,

Duc numeratorem in numeratorem, & denominatores similiter in invicem, quod ex multiplicatione numeratorũ provenerit, erit numerator, reliquũm ex multiplicatione denominatorum, denominator, ut $\frac{5}{7}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicando, proveniunt $\frac{15}{28}$.

Si fractiones in integra ducere placuerit, duc integra in numeratorem fractionis, subscripto ejusdem denominatore, ut $\frac{2}{12}$ ducendo in 20, producunt $\frac{20}{12}$, hoc est, $8\frac{1}{3}$. *Minutiarum in integra multiplicatio.*

DIVISIO.

Multiplica numeratorem dividendi numeri per denominatorem divisoris, provenit numerator, contra denominatorem dividendi per numeratorem divisoris, exurgit denominator, veluti dividendi sunt $\frac{2}{5}$ per $\frac{1}{5}$, duc 2 in 5, fiunt 10, similiter 3 in 4 efficiunt 12, sunt ergo $\frac{10}{12}$ sive $\frac{5}{6}$. Si denominatores sunt similes, divide numeratore dividendi per alterũ. Si alter numerator alterum aliquoties continet, per illum quotientem multiplica denominatorem minoris numeratoris, productum erit numerator, si minor numerator fuerit, divisoris: si dividendi, denominator: reliquus numerus qui minutias perficet, erit denominator majoris numeratoris. Exempli gratia, $\frac{2}{5}$ dividendæ sunt per $\frac{12}{15}$, quoniam 3 in 12 continentur quater, multiplica 5 per 4, sunt 20 denominator, numerator

Minutiarũ divisio.

Compendium.

Compendium aliud.

verò 13 proveniunt $\frac{13}{20}$; contra si $\frac{3}{5}$ per $\frac{17}{13}$ $\frac{1}{13}$ dividas per $\frac{3}{5}$ exurgunt, $\frac{20}{13}$. | fiunt $\frac{13}{20}$

Hujusmodi plura licet invenire compendia, sed discentibus hæc sufficiant. Si vel integra per fractiones, aut contrà, has per illa dividere placeat, subscripta integris unitate, operare tùm multiplicando, tùm dividendo; ac si fractiones essent, ut 7 per $\frac{3}{4}$ dividendo exeunt $2\frac{8}{3}$, hoc est, $9\frac{1}{3}$: contra $\frac{1}{4}$ per $\frac{7}{1}$ dividens, elicies $\frac{1}{28}$. Si integra cum fract.s occurrant, ea primum in unam fractionem reducito, per Canones reductionum.

Observandū primū.

Secundo.

REGVLA TRIVM in Minutijs.

COllocatis (ut paulò ante fractionum tractatum docuimus) trib9 numeris, ut quartum elicias ignotum, multiplica tertium in secundum, productum divide per primum, producetur quæsitus & ignotus numerus, observatis omnibus, quæ illic observanda diximus. Exempli gratia $\frac{3}{4}$ ulnæ veneunt $\frac{2}{3}$ aurei, quanti emam $\frac{5}{6}$ ulnæ? Multiplica $\frac{5}{6}$, per $\frac{2}{3}$, proveniunt $\frac{10}{18}$, sive $\frac{5}{9}$, has divide per $\frac{3}{4}$, exurgunt $\frac{20}{27}$, quantum verò hæ valeant in unoquoque genere, docuimus antea investigare.

Si

Si aliquo loco fuerint integra sola, ipsis subjecta unitate, similis erit operatio cum minutijs, veluti $1\frac{0}{1}$ ulnæ emuntur $1\frac{2}{1}$ aureis, quanti $\frac{3}{4}$? Multiplica $1\frac{2}{1}$ per $\frac{3}{4}$ erunt $3\frac{6}{4}$ sive $\frac{9}{1}$ quæ divide per 10 erunt $\frac{0}{10}$ aurei

Si fracta cum integris occurrant, ea ad unam fractionem reducito per regulas reductionum. *Secundo.*

Si verò res plures occurrant uno in loco veluti si uno anno cum tribus mensibus & tribus Hebdomadis, expêdo 200 aureos, quantũ debeo pro 7 mensibus? Tum omnes illas res reducito ad minimam omnium, veluti hoc in loco ad hebdomadas, sumendo pro anno 52 hebdomadas, pro tribus mensibus 12, quibus adjunge 3, fient 67 hebdomadæ Simili ratione fac ex 7 mensibus 28 hebdomadas, actum reliqua perfice pro regulæ forma. *Tertio.*

REGVLA TRIVM *inversa.*

IN præcedentibus omnibus exemplis ac alijs infinitis, semper ea est ratio quarti numeri ad tertium, quæ est secundi ad primum

primum. Atque ideò, quantò tertius major fuerit, tantò & quartus. In quibusdam verò exemplis contraria penitus ratio est, ita, ut quantò tertius major fuerit, tantò

Exemplū primum. quartus minor evadat, Veluti si modius tritici veneat 8 grossis, tum pendet panis unius grossi 6 lib quæstio est, quantum deprimet panis ejusdem pretij, dum eadem mensura tritici valet tantum 6 grossos? Item emit quidam 20 ulnas panni, latitudi-

Secundum nem habentis 2 ulnarum, in quæstionem vocatur, si velit subducere aut tunicas, aut aulæa, quot ulnis opus sit alterius panni, habentis latitudinem trium ulnarum? Vides manifestè in priore exemplo, quantò minoris venit triticum, tantò plus deprimet panis. Atque in altero, quantò latius fuerit alterum panni genŋ, tantò minus opus habes ad subducendum.

Tertium. Simile est huic. Quidam obsessus exercitus 3000 militum habet quo vivat ad 7 menses, verùm spes nulla est solutionis obsidionis ante annum, quæstionem ergo moveo, quot milites dimittet Dux, ut reliquis sufficiat ad anni calcem, & quot secum retinebit? Nam & hîc quantò longius tempus fuerit, tantò minori militum numero sufficiet victus.

In

In his ergo atq; similibus, ut est in versa ratio, ita contrario operandi modus. Multiplica ergo primum in secundum, productum divide per tertium, ut in tertio exemplo. Duc 7 menses in 3000, prodeunt 21000. quæ divide per 12 menses, hoc est, annum, exurgunt 1750 milites, quibus tantùm sufficiet victus idem ad annum. Reliqua sunt facilia. *Praxis.*

TERTIA PARS.

DE REGULIS VULGARIBUS.

EX una hac regula (quàm verè auream licet appellare) multæ diversæq; regulæ, sive Canones operandi, tanquam rami ex trunco, oriuntur, adeò, ut in omnibus ferè quæstionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantur tanquam fundamento seu basi, quarum una est regula duplex, quam ex tali exemplo intelliges. Pro 20 lib, cujusvis mercis advectis per 30 milliaria solvendi sunt 4 aurei, quantum pro 50. lib advectis per 40 milliaria? Si hîc diligenter obser- *Regula duplex.*

ves, qui numeri sibi mutuo respondeant nomine & re, & qui primi, quis medius, & duas operationes institueris secundum regulam proportionum, facilè quæstioni satisfiet. Vt 20, lib. dant 4 aureos quantum 50 lib.? faciunt 10 aureos. Rursus dic 30 milliaria dant 10 aureos, quantum 40 milliaria? faciunt $13\frac{1}{3}$ aureos.

Aliud exemplum.

Viginti quinque aureorum in 4 annis lucrum est 8 aurei, quantum lucrabuntur 100 aurei in 10 annis? Dic. 2 anni dant 8 quantum 100? fiunt 32. Dic rursus, 4 anni dant 32, quantum 10? facit 80 aureos.

Exemplũ tertium.

Item 6 aurei lucrantur 8 aureos in 10 annis, in quot annis lucrifacient 3 aurei 12 aureos? Hîc diligenter nota, primam operationem debere fieri per Regulam trium inversam, quantò enim minor sors fuerit, tantò majori opus est tempore pro lucro. Dic igitur, 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei? Multiplica primum in medium, &c fiunt 20. Rursus dic, 8 aurei dant 20 annos, quot 12? facit 30.

Quartum exemplũ.

Equi 7 edunt 20 mensuras avenæ diebus 12. quot edunt 14 equi 15 diebus? Dic, 7 equi dant 20, quantum 14? facit 40. Rursus, 12 dant 40, quantum 15? facit 50 mensuras

suras, medimnos puta, aut quodvis genus mensuræ.

Simile est: 10 messores demetunt 15 jugera tempore 7 dierum, quot diebus 16 messores demetent 20 jugera? Verùm hic rursus prior operatio fiat per regulam eversam, quoniam quanto plures messores, tantò minori tempore opus fuerit. Dic igitur 10 messores opus habent tempore 7 dierũ, quanto 16 messores? multiplica 10 per 7, divide per 16. fiunt $4\frac{3}{8}$ dies. Rursus die, 15 jugera exigunt $4\frac{3}{8}$ dies, quot 20 jugera? Operare per Canonem, muenies $5\frac{5}{6}$ dies, hoc est quinque dies & 20 horas. Vide operationem sequentem: *Quintum Exemplũ*

10	7	16	15	$4\frac{1}{8}$	20
	10			20	
	70	$(4\frac{3}{8}$			
	16			700	per $1\frac{7}{1}$
				8	
				$\frac{5600}{120}$, hoc est, $5\frac{5}{6}$	

REGVLA CONSORTII, *sive (ut dicunt) societatis.*

QVatuor mercatores, in tio consortio, lucrati sunt 3000 aureorum, sed

Exemplũ primum.

primus attulit tantum 30 aureos, secundus 50, tertius 60, quartus 100, in quæstionem vocatur, quantum cedere debeat unicuiq; ex lucro pro pecunia sorti commissa? Hæc Regula parùm etiã aut nihil differt à Regula Trium, Collige enim omnium pecuniam collatam in unam summam, per additionem, veluti 30. 50. 60. & 100. efficiunt 240 aureos. Iam dic, 240 aures lucrati sunt 3000 aureorum, quantum 30 lucrantur? Operare secundum Regulæ morem, si colliges lucrum primi 375 aureorum. Rursus, pro secundi lucro dic, 240 lucrantur 3000, quantum 50? ac si pro singulis unam constitues regulam Trium, ut semper primus sive divisor sit summa pecuniæ omnium, medius lucrum, tertio loco pro singulis ipsorum collocabis sortem. Habebit igitur primus 375, secundus 625, tertius 750, quartus 1250 quorum summa 3000. efficit. Ecce apportionem:

240	3000	30		375
Divisor		50		625
		60	fiunt	750
		100		1250
		240		3000

Simi-

Similis ratio est in jactura, qualis in lucro, ut, si nave fracta ejectæ sint merces in mare, omnes qui consortium ineunt, ex æquo damnum ferent pro diverso pretio mercium singulorum, ut, si primi merces valebant 300 aureos, secundi 400, tertij 500, Ejecto verò sint merces 100 aureorum, amittet primus 25, secundus $33\frac{1}{3}$, tertius $41\frac{2}{3}$, & cujus merces ejectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. *Exemplũ secundum*

Ejusdem omnino generis est quæstio: Tres emerunt 1000 lib. cinnamomi pro 300 aureis, primus accipit 200 lib. secundus 350 lib. tertius 450 lib quantum solvet quilibet? Si enim dicas, 1000 lib. valent 300 aureos, quantum 200 lib.? item quantum 350? ac tertio quantum 450? ad tribus operationibus regulæ triũ completis, solvet primus 60 aureos, secundus 105, tertius 135. *Exemplũ tertium.*

DE INTERCAPEDINE temporis diversa in consortio.

Tres mercatores consortio initio, lucrati sunt 2345 aureos, verùm primus suam pecuniam scilicet 40 aureos post 14 men- *Quartum*

ses repetijt, secundus 50 post 8 menses, tertius attulit per 6 menses 85 aureos, quæstio est, quantum cedet singulis, cùm pro ratione pecuniæ, tùm temporis etiam? Hæc etiam Regula breviter ad Regulam trium sic reducitur: Medius erit, ut prius, lucrum: tertius uniuscujusque pecunia per tempus suum multiplicata, veluti pro primo 160, pro secundo 400, pro tertio 510: primus, summa horum trium per additionem collecta, veluti 1470. Operare jam secundum regulam consortij, habebit primus $893\frac{1}{2}\frac{7}{11}$ sive $\frac{7}{11}$, pro secundo $638\frac{2}{11}$, tertius $813\frac{12}{11}$ sive $\frac{4}{11}$. Vide tamen, ut tempus uniuscujusq; sit ejusdem denominationis, & similiter pecunia. Sequitur operandi formula:

Cavendū.

1470	2345	560	$893\frac{7}{11}$
		400 surgunt	$638\frac{2}{11}$
		510	$813\frac{12}{11}$

1470 summa 2345

Quintum. Huic simile est: Tres lucrati sunt communi sorte 1000 aureos, primus attulit 30 aureos per novem menses, secundus 70 aureos, tertius 100 aureos, quærit aliquis, quanto tempore duorum posteriorum pecunias oporteat esse in usu communi, ut primus habeat 500 aureos, secundus 300, tertius 100

Quoni-

Quoniâ enim oportet tempus multiplicari per pecuniam, duc 30 aureos in 9, fiunt 270 Jam dic, 500 aurei, quos accipit primus, valent 270 quantum 300 quos accipit secundus? Operare secundum Canonem, exibunt 162 tantum oportet conficiat pecunia secundi multiplicata per suum tempus. Si ergo dividas 162 per 70 invenies tempus scilicet duorũ mensium & $\frac{11}{7}$ menses. Tertij similiter tempus invenitur mensis $1\frac{2}{5}\frac{2}{7}$.

Canonici 12 & Capellani 20 dividunt singulis annis 3000 aureorum, ea lege, ut Canonicorum singuli quinos accipiant, quoties Capellanus 4, quantum ergo debetur singulis? Hîc, ut antè dictum, multiplica numerum personarum per numerum vices notantem, scilicet 12 per 5, fiunt 60, & 20 per 4, fiunt 80, ea adde, fiunt 140. Jam dic, 140 dant 3000, quantum 60? & quantum 80? Itaque invenies pro Canonicis omnibus $1285\frac{5}{7}$ aureos: pro Capellanis $1714\frac{2}{7}$. Quantum verò singuli recipiant, divisio indicat, *Sextum.*

140	3000	60		$1528\frac{5}{7}$
		80	fiunt	$1714\frac{2}{7}$
		140	summa	3000

Titius

Septimum

Titius ab obitu relinquens uxorem gravidam, legavit ei, si filiam pareret $\frac{1}{2}$ bonorum, quæ valebant 1600 aureos, filiæ tertiam partem: at si mascula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & masculum, & fœmellam uno partu. Quæritur quæ sit portio uniuscujusque horum. ut testatori satisfiat? Primùm vide testatoris animum qui voluit, ut filia minimam acciperet partem, filius maximam. Quære igitur numerum in tales partes divisibilem, quales assignantur, scilicet 2 & 3 veluti 6, horum dimidium valent 3, item $\frac{1}{3}$ 2, Vides ergo, partes bonorum se debere habere, ut 2 & 3, hoc est, dum filia 2 aureos habet, tum matri 3 debentur. Et si mater 2 habet, filio debentur 3 ergo per regulam Trium, si filia accipit 4. matri debentur 6, & filio 9. Hos autem tres numeros per proportionem continuam sesquialteram, de qua posteà dicemus, facilius invenies. Nunc sufficiat nosse, oportere assignari tres numeros tali se habentes ratione, sicut $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, & tales sunt 4. 6 9. nam 4 sunt $\frac{1}{3}$ de 12, quorum 6 sunt $\frac{1}{2}$ Item 6 sunt $\frac{1}{3}$ de 18, quorũ 9 sunt $\frac{1}{2}$. His inventis operare per regulam consorti.

sortij, adde 4.6 9. fiunt 19. Die 19, accipiunt 3600, quantum accipiet 4, quantum 6, & quantū 9? Et facta pro singulis una operatione cedent filiæ 757 $\frac{17}{19}$ aurei; matri verò 1136 $\frac{17}{19}$ aurei, filio 1705 $\frac{16}{19}$ aurei.

Octavum.

Tribus prolibus relicti sunt ex testamento, vel alio quovis modo, 7851 aurei; ea lege, ut primæ cedat $\frac{1}{2}$, alteri $\frac{1}{3}$, tertiæ $\frac{1}{4}$. Hoc simile est cum priori, pro partibus enim incertis statue partes certas alicujus numeri, qui ita sit divisibilis, scilicet in 2. 3. & 4 eum numerū si quando invenire nescias, duc eos in invicem, quos divisores esse vis, ut 2 in 3 reddunt 6, ea in 4. faciunt 24. is numerus est, quem quærimus. At si tuo marte potes talem invenire, sive majorem sive minorem, nihil refert, quemadmodum in nostro proposito, 12 dividi possunt per 2. 3. & 4. Divide igitur & repone pro prima prole 6, tanquam $\frac{1}{2}$, pro secunda 4, scilicet $\frac{1}{3}$, pro tertia 3, quæ sunt $\frac{1}{4}$ ex 12. Cum his partibus 6.4.3 progredere per regulam cosortij, ut suprà, erit divisor 13, eritque prima portio 3623 $\frac{7}{13}$, secunda 2415 $\frac{5}{13}$, tertia 1811 $\frac{10}{13}$.

Notandū.

Nonum.

Quatuor extruxerunt ædes pro 3000 aureis, solvet primus $\frac{1}{2}$ cum 6 aureis, secundus

cundus $\frac{1}{3}$, cum 12 aureis, tertiùs 8 aureos minus quàm $\frac{2}{7}$, quartus $\frac{1}{4}$, cum 20 aureis, quantum solvent singuli? In hujusmodi exemplis primùm, quod superest ultra portiones statutas aufer ex summa dividenda, quod deest adde, ut pro primo aufer 6, pro secundo 12, & pro quarto 20. Summa horum valet 38 aureos, sed pro tertio adde 8. Aufer igitur 38 ex 3000, restant 2962, quibus rursus adde 8 fiunt 2970.

21	2970	6		$854\frac{4}{7}$
		4		$577\frac{1}{7}$
		8	fiunt	$1123\frac{3}{7}$
		3		$444\frac{2}{7}$

Hanc summam divide per regulam consortij, ut in præcedenti docui, quærens numerum divisibilem in 2, 3 & 4, scilicet 12, & ponens pro primo 6, pro secundo 4, pro tertio 8, pro quarto 3, quæ conjuncta efficiunt 21, hic divisor esto ac primus numerus, medius 2970, tertius 6. 4. 8. 3. Invenies sic pro primo $854\frac{4}{7}$, pro secundo $565\frac{1}{7}$ pro tertio $1131\frac{3}{7}$, pro quarto $424\frac{2}{7}$, Sed jam adde primo suos 6, fiunt $854\frac{4}{7}$. Item secundo 12, fiunt $577\frac{1}{7}$, tertio adime 8 aureos, restant $1123\frac{3}{7}$, quarto adde 20, exurgunt $444\frac{2}{7}$, horum summa facit 3000 aureos

aureos, quæ erat summa dividenda. Sunt autem qui alia via hoc loco incedant, auferentes & addentes non summæ dividendæ, sed singulorum partibus positis. Sed rationem hanc falsam esse demonstrare possem, nisi longum nimis esset, ut facilè pateat positis alijs, aut majoribus, aut minoribsts numeris pro singulis.

Tribus partiendi sunt 450 aurei ita, ut primus $\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{7}$ accipiat, secundus $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, tertius $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{7}$ quantum accipient singuli? Primùm adde singulorum partes, scilicet $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, fiunt $\frac{5}{6}$ pro primo: pro secundo $\frac{7}{12}$ pro tertio $\frac{10}{28}$ iam quære numerum divisibilem in 6, 12 & 28, scilicet 60: hujus $\frac{5}{6}$ sunt 50, quod cognosces dividendo numerum illum inventũ, scilicet 60 per denominatorem, & productum multiplicando per numeratorem, $\frac{7}{12}$ valent 35, $\frac{10}{28}$ valent 27. Cum his procede per regulam consortij, habebit primus $200\frac{7}{17}$: secundus, $140\frac{5}{17}$, tertius $108\frac{5}{17}$.

Decimum

112	450	50		$200\frac{7}{17}$
		35	fiunt	$140\frac{5}{17}$
		27		$108\frac{5}{17}$

Ad

Ad similitudinem horum multa poterit quivis effingere exempla, ac dubia eorum solvere, qualia sunt, quæ ad regulam, quam vocant Alligationis, attinent, quam brevibus explicabimus aliquot exemplis.

REGVLA ALLIgationis.

Exemplũ primum.

OEnopola quadruplex habet vinũ, primi amphora valet 7 grossos, secundi 9 grossos, tertij 10 grossos, quarti pretium est, 12 grossorum. Vult ex quatuor generibus miscere 300 amphoras, ea lege, ut quælibet valeat 10 grossos, quærit quantum uniuscujusque capiet? Pone ordine pretium vinorum, uti in exemplo vides, facto initio à minoribus ad majora, ac illis præscribe pretium commisti vini, quod hoc loco medium appellabimus, quamvis medium non sit exactè. Deinde confer unumquoq, minus pretium ad medium & majus, ita ut excessum medij supra minus adscribas majori, Majoris excessum supra medium adscribas minari, & in nostro exemplo, quia tantum unum est pretium majus, ad illud adscribas omnes excessus medij

Praxis.

dij supra minora, unicunque vero minorũ eundem excessum majoris supra medium scilicet. Quibus factis, adde omnes excessus in unam summam, numerus iste erit primus regulæ, ac divisor: medius numerus mensurarum miscendarum tertij erunt differentiæ singulorum, ut adscripte sunt. Et si plures apud eundem numerum differentiæ fuerint, ille colligantur, velut figuratum sequitur:

Differentiæ.



7	1		
9	1		
9	1		
2	4. 2. 1.		
	1		30
Summa, 10 dant	300, 1	facit	30
quantum	1		30
	7		210

Quantum opus fuerit sumere de vino, ovius amphora valet 8 grossos, & quantum illius, quod valet 11, ita, ut amphora una valeat 9 grossos, Operare per regulam.

Exe
secu

8	2	
9	Differentiæ	
11	1	

Summa, 3 dant 1. quantum $\frac{2}{1}$ fit $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$

Exemplũ tertium.

Quidam pro 200 aureis vult emere 400 lib. aromatum variorum, ſcilicet amigdalarum, ficuum zinziberis, piperis, nucum myriſticarum & croci. Quæſtio eſt, quot lib ſingulorum accipiet, ut 400 lib. pro 200 aureis habeat?

Primùm oportet inquirere pretium unius libræ, pro medio numero, hac via: Dic, 400 lib. valent 200 aureos ſive florenos, quantum 1. lib: ? provenit $\frac{1}{2}$ aurei ſeu floreni ſive 10 groſſi, tales quales 20 efficiunt 1 florenum Deinde ſingulorum pretium adſcribas:



ficus t	1	6
amig:	6	2
zinzib:	2	
piper.	4	
nuces.	1	3
croci	4	3

Pre-

Pretium 1 lib.		Differentiæ.	
	7		$87\frac{1}{2}$
	8		100
Summa, 32 dant 400	2		25
quantum	4	fa.	50
	4		50
	7		$87\frac{1}{2}$
	Summa		400

Sed neminem latere volo, eandem quæstionem varijs aliquando modis posse explicari, dum variè alligamus minores cum majoribus ad medium, veluti in præscripta quæstione:



1 2 6
1 2 6
1 2 6
4 3 1 Summa 51
4 3 1
4 3 1

Excessus.



1
2
6
4 Summa 17
3
1

Ex-

Excessus.



Item 10 Summa 17

Differentiæ



Vel sic 10 & cætera

Observandum.

Atque hujusmodi infiniti ferè extant modi. Interim tu memineris, oportere ut quilibet numerus semel ad minimum alligetur, posse tamen sæpius, idq; ad varios comparari. atq; hujusmodi ingenijs discentium relinquo.

Quantum

Quod in liquidis & aromatibus proposuimus, item in metallis miscendis evenit, verùm operationis nulla diversitas: veluti si faber 100 lib. argenti habeat, quarum una lib. 17 flor. valeat, ac alteram massam, cujus 1 lib. valeat 24 flor. dubitat quantum argenti

argenti ex altera massa addendum sit priori, ut 1. lib. pretium 22 flor. acquirat.

	24		5
Primum alliga	22	Excessus	
	17		2
	5		5/7
Summa, 7 dant	1	facit	
quantum	2		11/7

Iam dic per regulam notissimam, 2 lib primi argenti opus habent 5 lib. secundi, quot desiderant 100 lib.? Facit 250 lib.

Examen.

Examen hujus regulæ est: Si numerum uniuscujusque rei jam collectum multiplices per pretium ejusdem rei, & summā addas, exibit summa pecuniæ primùm constituta.

REGULA FALSI.

MVltæ solent ac variæ præscribi regulæ & quæstionis, quas si placeret omnes exequi, in volumen ingens labor noster excresceret facilè. Verùm hoc non fuit nostrum institutum, qui omnia conamur potiùs in unum caput colligere, & ad unam

methodum reducere. Quemadmodum hactenus multas variasq; quæstiones, ad vnam regulam proportionem reduximus, quibus multæ similes & textant, & indies excogitari possunt: Veluti de divisionibus, de lucrî & damni ratione, de mercede conductis, arq; hujusmodi innumeris, quorum nullum tam difficile est, quin facilè callenti nostra hactenus dicta, explicari possit. Attamen tum plura sint exempla, & quæstiones, quæ ad regulam proportionum commodè reduci non possint: visum fuit tandem, regulam quandam vniuersalem, tanquam sacram anchoram, subnectere, per quam dubia reliqua possibile huic nostro instituto explicari possunt, & multæ etiam quæstiones earum, quæ præcesserunt. Quamuis id multò certiùs fieri, & longè faciliùs per regulam, quam vocant Algebræ, posse sciam, qua nihil vide inter Mathematicas artes præstantius atquè elegantius. Sed cùm de hac ab alijs multa dicta sint, & fortassis à nobis per Methodum (favente Deo Opt. Max.) dicetur, cùm ea res peculiarem requirat tractatum, in præsenti-

Regu'a falsi. arum missam facimus. Vocatur autem regula, quam jam docemus, Falsi, non quòd falsum

falsum doceat, sed ex falso verum elicere, fitque in hunc modum.

Proposita quæstione quacunq; per hanc enodabili, eum numerum, quem scire desideras, tanquam notum jam tibi finge, ponens ejus loco quemcunq; numerum: cum eo deinceps procede secundum exemplificationem, inferendo vnum numerum ex alio, donec ac aliquem certum & notum priùs numerum, in proposita quæstione datum, perducaris, quem si rectè ex jam posito suæ fictò numero elicere potuisti, is ipsus, quem primum finxisti, est verus finis, quem inquirebas.

Veluti: Tres habent singuli certam argenti summam, verùm singulorum summæ ignotæ sunt, binorum vero notæ Scio enim primi aureos cum secundi aureis valere 50. secundi cum tertij aureis 70, tertij cum aureis primi valent 60, queritur summa singulorum, Fingo ergo primi summam valuisse 20. aureos, ergo quoniam cum secundo habet 50, relinquuntur secundo 30, & tertio 40, quoniam ij valent 70, cum secundi aureis. Iam si 40 tertij addantur 20 primi, exurgunt 60 aurei, ita vti voluit exemplum, Fuit itaque prima posito vera. *Exemplū primum*

Regula falsi.

neque amplius quicquam agendum. At si ad notum numerum non perveneris exactè, verùm aliquo excesserit aut abfuerit, vide eam distantiam, eamq; nota cum hypothesi falsa & cum titulo, plus si excesserit, aut minus, si defuerit. Deinde finge tibi alterum numerum majorem aut minorem jam jam posito, & cum ipso eodem modo procedas quo cum priori, donec ad notum numerum perveneris, quem si non attigeris, vide rursus differentiam, eamq; nota cum sua hypothesi, signoq; plus vel minus.

Prior Regula.

Deinde multiplica hypothesin priorem in differentiam alteram, similiter hypothesin secundam in differentiam primam, producta duo serva. Hinc perpende signa plus & minus. quæ si ambo similia fuerint, scilicet aut plus aut minus, aufer productorum minus à majori. Itemq; aufer differentiam

Posterior regula.

minorem à majori, per residuum divide residuum productorum, quotiens ostendet numerum quæsitum. At si signa fuerint dissimilia alterum plus alterum minus, adde producta illa duo, similiterq; differentias, & per harum summam divide summam productorum quotiens ostendet numerum quæsitum.

Duo

Exemplū secundum

Duo habent ignotam mihi summam aureorum. Inquit prior: Si mihi dares unum è tuis, haberemus æquam ambo portionem. Respondet alter: Si mihi tu unum è tuis dederis, habebo duplam tuæ summæ restantis, quæritur singulorum summa. Finge priorem 3 habuisse, igitur si unum acceperit à secundo, habebit 4, tantundem relinquetur alteri, verùm quoniam jam 1 dedisse intelligitur, eum huic redde, itaque habuit ab initio 5. Iam dicit priori: Si mihi unum dederis, habebo duplum tui residui, adde igitur 1 ad 5, fiunt 6 non esse duplum tantùm 2. Vides ergo 6 restant autem 2, imò triplum. Falsa igitur fuit hypothesis & quoniam duplum 2 est tantùm 4, inveni autem 6, dico, differentiam esse 2, cum signo plus, quoniam tantum excessimus rei veritatem. Fingamus igitur primum habuisse 6, accipit 1 ab altero, ita fient 7, tantum relinquetur alteri, verùm quoniam 1 dedisse intelligitur, habuit ab initio 8 Iam hic petit à priori 1. ita haberet 9, relinquerentur autem priori tantùm 5. Rursus 9 non est duplum de 5, uti voluit quæstio, sed abest unitate, cùm duplum de 5, sit 10 scribo igitur positionem alteram, 6 scili-

cet, cum sua differentia 1, cum signo minus.

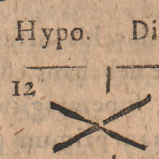
Hypotheses. Differentiæ Iam per posteriorem regulam duco 3 in 1, fiunt 3. Item 6 in 2, fiunt 12, summa horum valet 15. Summa autem differentiam valet 3. Divido igitur 15 per 3, exurgunt 5, tantum habuit prior. Adde huic 1, fiunt 6, quæ relinquuntur alteri post donationem unius, ergo priùs habuit 7, quibus si prior 1 adjeceret, servabit ille tantùm 4, alter habebit 8, duplum residui prioris, uti voluit quæstio.



Exemplũ tertium. Aspiciens quidam alterius loculos inquit: Videris mihi istic habere 100 aureos. Respondet alter: Non sunt 100, verùm si dimidio plus & quarta parte & tertia parte augerentur, & insuper 1, tunc demum 100 forent. Finge igitur fuisse 12, adde dimidium scilicet 6, & tertiam partem 4 & quartam partem 3, & insuper 1 fient 26 tãtum, quæ distant à 100 per 74. Scribe igitur 12 cum differentia 74 & signo minus. Rursus pone esse 24 aureos, quibus adde dimidium 12, tertiam partem 8, & quartam partem 6, & 1, fient 51, quæ distant à 100 per 49.

Nota

Nota igitur 24 cum differentia 49, & signo minus: & quoniam signa sunt similia, multiplica 24 in 74, exeunt 1776. Item 12 in 49, exurgunt 588, quæ aufer ex 1776, restant 1188: similiter aufer 49 ex 74, restant 25, divisor operationis. Divide ergo 1188 per 25, exurgunt $47\frac{13}{25}$, tot habuit aureos, quorum dimidium $23\frac{19}{25}$, tertia pars $15\frac{21}{25}$, quarta pars $11\frac{22}{25}$, quæ omnia simul efficiunt 99 quibus si unum adjeceris, 100 excrescunt.



Hic obiter notandum, ponendos esse numeros, qui apti sint ad quæstionem, ut quoniam dimidium $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$ ejusdem numeri debebam adijcere, ponendus numerus divisibilis in 2, 3, & 4. sicq; difficultates maximas & labyrinthos quasi fractionum sive minutiarum effugeris. Quidam habet argentea duo pocula, cum uno cooperculo, quod valet 16 aureos, id si priori poculo addas, valebit quadruplū alterius, sin alteri adijcias, valebit hoc triplū prioris, quātum igitur singula valent pocula? Demus, primū habuisse 4, his adijcio 16, exurgunt 20, quæ sunt quadruplum alterius, ergo alterū

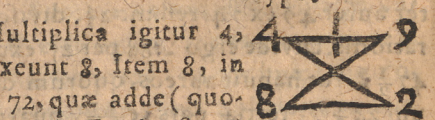
Notandū diligenter

Exemplū quarium.

valuit

valuit 5, his rursus adijcio 16, exurgunt 21 quæ debebant esse triplum prioris scilicet 18, superat igitur rem ipsam 9. Rursus si ponam primum poculum 8, erit alterum 6 quibus adjectis 16, exurgunt 22 quæ absunt á triplo prioris, scilicet 24 per 2,

Hypo. Diffe.



Multiplica igitur 4, in 2, exeunt 8, Item 8, in 9 fiunt 72, quæ adde (quoniam signa dissimilia sunt) erunt 80; Itidem adde differentias, quæ constituunt 11. Divide jam 80 per 11, sient $7\frac{3}{11}$, tantum valvit prius poculum, quibus adde 16, erunt $23\frac{7}{11}$, cujus $\frac{1}{4}$ valet $5\frac{9}{11}$, cui si addas 16, erunt $21\frac{8}{11}$, cujus $\frac{1}{3}$ valet, $7\frac{3}{11}$ tantum valebat alterum poculum.

Exemplũ quintum

Cisterna quædam tres fistulas in imo fundo obtinet, sed meatus sunt inæquales: majori enim aperto effluit omnis humor 1 hora, mediocri aperto effluit in 2 horis, minimo vero seorsum aperto, humor in 3 horis effluit: quæstio est, si omnia 3 aperiantur foramina, quanto temporis spatio humor omnis possit effluere? Finge in una hora, hoc est, 60 minutis, & tribue cisternæ aliquam certam mensuram pro libito, sit

12 am-

12 amphorarum. Iam vides in una hora propter majus foramen, omnem effluxutum liquorum, hoc est, 12 amphoras, ratione minoris 6, dimidium scilicet, ratione minimi 4, tertiam scilicet partem, quæ omnia efficiunt 22, cùm tamen vas positum sit, tantùm 12 continere amphoras; ergo supersunt 10. Rursus pone dimidiam horam, hoc est, 30 minuta, ergo effluxerit ratione maximi foraminis 6, ratione mediocris 3, ratione minimi 2, quæ omnia efficiunt 11, debebant effluere 12, deest igitur 1, Operare secundum regulam, invenies 32, minutia temporis $\frac{8}{12}$ minuti unius.

Hypo. Diffe.

60 | 10

30 — — 1

Exemplũ sextum.

Simile est: Potator quidam solus exhaurit Cadum vini in 20 diebus: verùm si uxor eum juverit, servata proportione bibendi, 12 diebus vini tantundem absumunt. Quanto ergo tempore sola uxor totum vas exhauriet? Rursus tribuo vino aliquam mensuram, scilicet 12, aut quemvis alium numerum, nempe 20 mensuras: ergo maritus 12 diebus 12 mensuras bibit, uxor reliquum, 8 scilicet, Dic igitur

tur per regulam proportionum, & mensuræ bibuntur ab uxore 12 diebus, quanto tempore 20? facit 30 dies. Itaq; regula falsi nõ habes opus, cum tamen & per eandem fieri potuisset.

Exemplũ septimum

Narrat Vitruvius lib. 9 cap 3 cum Hiero rex statuisset Diis suis votivam offerre Coronam ex puro auro, mandasse id negotij fabro, qui (ut sæpè solent) sublata auri portione, argenti tantundem commiscuit. Quod quidem furtum, citra Coronæ jam confectæ læsionem, deprehendit Archimedes Syracusanus in hunc modum: Confecit massam ex auro puro ejusdem ponderis cum Corona facta. Similiter aliam ex argento puro massam ejusdem ponderis: deinde tria hæc sigillatim in labrum aquæ ad summum refertum immisit, effluentem aquam subjecto altero vase diligentissimè excepit, atque hinc auri argentiq; portionem deprehendit, verum praxin Vitruvius non adjungit. Ideirco nos doctrinæ gratia fingamus, pondus Coronæ duarumq; sigillatim massarum fuisse 5 lib. effluxisse præterea, dum aurea massa demitteretur in labrum, 3 lib aquæ. dum Corona immergeretur $3\frac{1}{4}$ lib aquæ, dum argentea massa demitte-

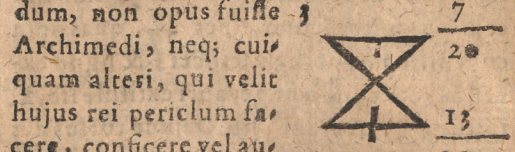
Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn787859478/phys_0082
DFG

mitteretur $4\frac{1}{2}$ lib. Quæstio igitur est, quanta sit auri, & quanta argenti coronæ partio? Operare per regulam hoc pacto: Finge auri 3 lib. ergo relinquentur argenti 2 lib. Iam dic per regulam proportionum, 5 lib. auri dant 3 lib aquæ, quantum 3 lib auri? facit $1\frac{4}{5}$ lib. aquæ. Item 5 argenti lib. dant $4\frac{1}{2}$ lib. aquæ, quantum 2 lib. argenti? facit $1\frac{4}{5}$ aquæ Adde igitur aquam argenti & auri simul, scilicet $1\frac{4}{5}$ cum $1\frac{4}{5}$, exurgunt $3\frac{3}{5}$ par lib aquæ: debebant autem esse $3\frac{1}{4}$ lib. Excessimus igitur scopum per $\frac{7}{20}$, quas nota cum prima hypothesi, scilicet 3, & signo excessus Secundò finge, auri extitisse lib. 2. igitur argenti erant 3 lib. Deinde rursus dic 5 lib auri dant 3 lib aquæ, quantum 2 lib. auri? facit, $1\frac{1}{5}$ lib. Item 5 lib argenti dant $4\frac{1}{2}$ lib. aquæ, quantum 3 lib, argenti? facit $2\frac{7}{10}$ Adde $1\frac{1}{5}$ cum $2\frac{7}{10}$, exurgunt $3\frac{9}{10}$ lib. aquæ. Debebant esse $3\frac{1}{4}$, nam tantũ aquæ effluxit, dũ Corona immergeretur. Excessimus ergo rem ipsam per $\frac{13}{20}$ Operare igitur per regulam, Multiplica $\frac{1}{2}\frac{3}{0}$ per 3, exurgunt $\frac{39}{20}$. Item $\frac{7}{20}$ per 2 exurgunt $\frac{14}{20}$, quæ subtracta ex $\frac{39}{20}$ relinquunt $\frac{25}{20}$ sive $\frac{5}{4}$. Item aufer $\frac{7}{20}$ ex $\frac{13}{20}$, restant $\frac{6}{20}$ sive $\frac{3}{10}$ Divide igitur $\frac{5}{4}$ per $\frac{3}{10}$, proveniunt $\frac{50}{12}$ sive $4\frac{2}{6}$, hoc est, $4\frac{1}{3}$ lib.

lib. auri; erant ergo tantúm $\frac{5}{6}$ lib argenti. Quod ut examines, dic, 5 lib. auri dant 3 lib aquæ, quantum $4\frac{1}{2}$? aurifacit $2\frac{1}{2}$ lib aquæ, Rursus dic, 5 lib. argenti dant $4\frac{1}{2}$ lib, aquæ, quantum $\frac{5}{6}$ argenti? facit $\frac{3}{4}$ lib. aquæ, quas adde cum $2\frac{1}{2}$ lib, exurgunt $3\frac{1}{4}$ lib. aquæ, quantum scilicet dum corona immergeretur, effluxit.

Notandū.

Hic obiter notandum, non opus fuisse Archimedi, neq; cuiquam alteri, qui velit hujus rei periculum facere, conficere vel auri vel argenti massas ejusdem ponderis cum Corona, vel quavis alia re examinanda, sed suffecerit quævis pars notabilis ponderis auri vel argenti.



Hæc atque infita alia exempla licet per regulam falsi perficere, quæ omnia recensere infiniti esset laboris, ac intolerabilis nauseæ. Habet enim sub se omnes quæstiones antè dictas ac multo plures, á nobis omissas, quales sunt omnes, quæ per primam regulam Cos̄ sive Algebræ absolvuntur: Tum omnes verè, quæ per secundam

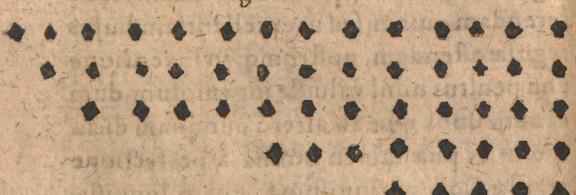
dam, tertiam ac quartam ejusdem dissolvuntur, quamvis meminerim Christophorum quendam Rudolphū Ianverum dixisse, impossibile fore, ut aliquod exemplorum, quæ secundo tertia & quarta docet regula, possit per hanc absolvi.

Quod uti ille verè dixit, ita nos ostendemus paulum immutata nostra regula, falsum esse, multaq; per hanc possibilia esse, quæ ille impossibilia existimavit. Quod dico, non quod illius industriæ ac diligentiæ quicquam detraham, neque quòd hanc regulam cum illa (quam Cossi dicunt) conferendam putem, sed ut excellentiam hujus regulæ ostendam, nostrumq; in inventione non penitus nihil valuisse ingeniolum, dum ea adijcimus, quæ ab altero nunquam dicta fuerunt, quæ tamen omnia à perfectione regulæ Cossi antiquissimæ quam longissimè absunt, cùm certitudine, tùm etiã facilitate. At quandoquidē in his exemplis, quæ per secundam, tertiam & quartã Cossi sive Algebræ edocentur, radicum quadratarum & cubiarū necessaria est cognitio, ad harū inventionem primùm convertere stylum, usu mihi esse videtur, ac eousq; regulæ Falsi appendicem nostram suspendere, quò

necessaria huic rei, multisq; alijs Geometricis, ac Astrologicis quæstionibus explicata fuerint ac præcepta.

SEQVITVR DE RADICVM EXTRACTIONE: PRIMUMQ; DE QUADRATIS

QVadratum Geometræ appellant figuram planam, cujus 4 latera æqualia sunt inter se, omnesq; anguli æquales recti, vnum vero latus costam appellant. Talis figura producitur, si linea quæcunque ducatur in latus, eò víque quò pertingit ejusdem lineæ longitudo.



Quadrati numeri

Simili ratione in Arithmetica dicimus Quadratum numerum, qui ita per vnitates collocari potest in quadrati figuram, vt omnia latera ad inuicem æqualia evadant, quales hic annotati, latus vero vnum vocamus radicem quadratam, At talis numerus exurgit,

exurgit, si numerum quemvis ducas, hoc est, multiplices, in latitudinem longitudini æqualem, hoc est, per seipsum. Veluti quinquies 5 efficiunt 25. Dicimus igitur 25 numerum esse quadratum, cujus 5 sit radix. Invenire igitur radicem quadratam alicujus numeri, est numerum indagare, qui in se multiplicatus constituat numerum propositum. Hic ergo primùm oportet scire novem radices simplices, earumq; quadrata, quorum cognitio dari debet ac poni, nõ inquiri. Habent autem se hoc modo:

Radices.	*Quadrata.*
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

His cognitis, aliorum numerorum majorum radices hoc modo investigentur, ac subjiciatur exempli gratia numerus, cujus radicem inquirere statuimus, 119025. Incipiens igitur à dextris, nota primam figuram puncto, deinde tertiam similiter, hinc quintam, ac sic deinceps pergito notare alternas figuras una intermissa, ut in nostro exemplo, 119025.

Hæ notæ, præter usum quem habent in opere, mox ostendunt, quot notis scribi oporteat radicem numeri propositi. Et quoniam radicum extractio parùm à divisione discrepat, incipe à sinistris, & numeri ultimi sive una figura sit, sive duæ, qui est ab ultimo puncto deinceps, quære radicem, aut si non habet, accipe proximè minorem, ut in nostro proposito, numerus ab ultimo puncto, deinceps versus sinistram est 11, qui in Tabula quadratorum non invenitur, nō est igitur quadratus, sed proximo minus quadratum est 9, hujus radix est 3. Hanc radicem sepone ad dextram, secretam semicirculari linea, quemadmodum in divisione fieri solet, & simul quadratū illud minus, 9 scilicet, aufer ex numero à puncto ultimo deinceps posito, scilicet ex 11, restant 2, quæ supra scribe numero proposito, ut in divisione.

At, quod modò dixi-	2
mus, in omni radicum	ŦŦ9025
extractione primum esto	. . .
nec amplius repetitor:	9 (3

sed quod deinceps dicitur, repetendum toties, quot fuerint puncta

reli-

reliqua. Dupla scilicet, quicquid est per semicircularem lineam sejunctum, duplum ponas medio loco inter punctum proximum versus dextram, si unica fuerit figura; sin duæ aut plures, collocabis reliquas ordine deinceps versus sinistram, ut dupla 3, exurgunt 6, quæ colloca sub 9. Deinde tanquam hoc duplum sit divisor, vide quoties sit in sibi suprascripto numero, quotientem hunc asscribe post lunarem lineam ad dextram, ut in divisione, ad eũdem asscribe etiam divisori ad dextram sub puncto semper. Deinde multiplica hunc quotientẽ jam jam inventum in divisorem cum figura adjuncta. Productũ aufer ex superiori suprascripto, residuum supra alias collocando, ut in divisione Vt quoniam 6 continentur in superiori, scilicet 29 quater, noto 4 post 3 & similiter post 6 sub puncto, Deinde multiplico 4 in 64 exurgunt 256 quæ subduco ex superioribus se licet 290 restant 34 quæ supra alium numerum colloco Atque hæc adeò res est, quam tantoperè abhorrent invenum animi, ob aliorum hac in re tradi-

	234
	119025
	64 (34
	256

tionem obscuram. & labyrinthi in modum intricatam: Nam quicquid reliquum est, non discrepat vel syllaba à canone jam dicto, qui toties repetendus, quot fuerint puncta reliqua, sub quibus facta non est subtractio aliqua. Vt quoniam in nostro exemplo unus adhuc restat punctus, duplabimus iterum quicquid est in lunari linea scilicet 34, exurgunt 68, quod duplum scribemus inter punctum proximum, ponendo scilicet primam 8 sub 2 alterum 6 deinceps sub Ø. Iam inquiro, quoties 68 in 342, vel 6 in 34, suprascripto scilicet numero, in modum divisionis, & quoniam quinquies continetur 6 in 34, noto quinque post lunarem lineam, versus dextram, & similiter post duplum sub puncto. Iam multiplico 5 in 685, exeunt 3425, quæ subducta ex superioribus nihil relinquunt. Quod indiciũ est, numerum propositũ fuisse verè quadratum. Alioqui si quicquam in ultima subductione superfuerit, tantum numerus propositus á quadrato discessit.

Notandũ.

```
      3 4
  ~~1~~ ~~1~~ ~~9~~ Ø 2 5
      .   .   .
      4 8 3   (145
  ---------------
  3 4 2 5
```

Hic notandum, si ex multiplicatione digiti in quotiẽte scripti in duplũ cum additi figura

a

figura plus excreverit, quàm ut à superiori subduci possit, tum delendus est ille digitus & in quotiente & sub puncto, & scribendus alius, unitate minor, idq; eo usque faciendum, quo numerus ex multiplicatione excrescens possit ex superiori auferri. Exempli gratia: Quærenda radix de 784, primus digitus erit 2, tanquam radix de 7 proxima, ejus quadratum 4 ex 7 ablatum, relinquit 3, deinde dupla 2 fiunt 4, quæ posita medio loco intra puncta, divisoris loco habentur. Quære igitur, quoties 4 in 38, & quoniam 9 reperies, scribe 9 duobus locis dictis, deinde multiplica, exurgunt 44. *Exemplũ.*

Et quoniam excedunt superiorem, deletis 9, utroq; loco repone 8, ac deinde multiplica ac subtrahe, ut decet.

```
 2
 7 8 4
 .   .
  4 9   (19
 ------
 4 4 1
```

Notandũ secundo.

```
 2
 7 8 4   (28
   4 8
 3 8 4
```

Secundò notandum, si quando divisor in superiori non habetur, scribenda o in quotiente, ut

te ut etiam, in divisione dictum est. Actum rursus incipiendum est à canone extractionis radicum, duplando scilicet totum quotientem &c Verùm duplum illud ponendum est inter proxima alia puncta, vel, si aliud non sequator punctum, absoluta erit operatio.

Exempla.

36025

12 605

1205 Radix

6025

Aliud.

1632 Radix

(40 restant 32

8

Repetitio præcepti.

Summa igitur hujus doctrinæ est: Primò invenienda radix numeri, qui ab ultimo puncto versus sinistram est, &c. Idq; tantùm semel Secundo, duplandum quicquid in quotiente est, idq; ponendum intra puncta. Tertiò, dividendum per duplum, quærendo quoties in supra posito habeatur. Quartò, multiplicãdus digitus inventus in duplum, cum eodem digito adjuncto, tandem

dem ſubducendum, & reſiduum, ſuperiori loco notandum. Ex reſiduo verò, ſi quod fuerit, minutias quodammodò colliges, hoc pacto: Dupla radicem inventam, dein unitatem adijce, huic numero tanquàm denominatori ſupraſcribito reſiduum.

Fractionũ radices inquirere.

Alio modo ſi velis partes quaſcunque colligere, nomen illarum partium duc in ſeipſum, quod deinde prodit, duc in numerum, cujus radix quærenda eſt Summæ hujus inquire radicem, radix erit numerator partium Exempli cauſſa; Inquirere cupio radicem de 200. Quoniam igitur quadratq; numerus non eſt, volo invenire in minutijs ſive partibus ejus radicem, hoc eſt, quot centeſimas vel alias partes habeat radix ultra integra. Nunc ergo doctrinæ gratia centeſimas libet invenire, multiplico igitur 100 in ſe, hoc eſt, in 100, exurgunt 10000, quæ deinde duco in 200, exeunt 2000000, hujus radix 1414 centeſimæ, quæ ſic ſcribi poſſunt $\frac{1414}{100}$, quoniam ergo ſuperior major eſt inferiori, per regulas reductionum divide ſuperiorem per inferiorem exurgunt 14 & $\frac{14}{100}$, hoc eſt, $-\frac{7}{50}$, habes igitur radicem de 200. eſſe $14-\frac{7}{50}$, idq;

satis exactè. Nam ne centesima quidem pars integri deest. Neq; te defatiges nimis inquirendo radicem, quia si prima inquisitione non inveneris, nunquam radix dari poterit legitimè operando. Nam plurimi numeri veris radicibus carent, atque hos surdos vocant.

Surdi numeri.

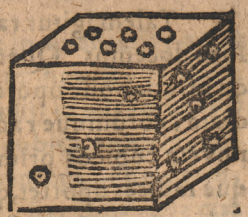
Examen.

Examen. Multiplica radicem jam inventam in seipsam, producto adijce residuum, si quod fuerit: si tum prior summa, de qua radicem inquisivisti, redierit, bene es operatus, alioqui erratum fuisse alicubi, ne dubites,

DE RADICE CVBICA.

Quemadmodum Radix quadrata dicitur numerus, qui in se ductus numerum constituit quadratum, idq; à similitudine quadratorum in Geometria, ut diximus; Ita radix cubica à cubo Geometrico nomen sortita est. Vt enim cubus constat primum ex ductu lateris unius in alterum, (sic enim superficies constituitur) deinde ex ductu ejusdem superficiei jam procreatæ in eandem lineam lateris, qualia sunt corpora ea quæ tessaræ nomen habent: Ita numerus cu-

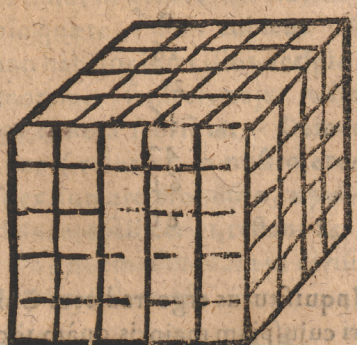
cubicus dicitur, qui constat ex ductu numeri alicujus in seipsum, deinde ex ejusdem numeri ductu in productum. Ac talis primus numerus vocatur radix cubica: ut



Cubicus numerus.

Cubus. Tessara.

Figura cubici numeri.



Cubus. 125. Radix. 5.

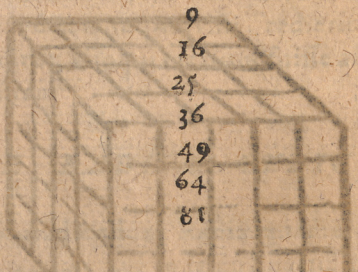
duc 6 in se, hoc est, in 4, exurgunt 36, quæ iterum multiplica per 6. exurgunt 216. Dicimus igitur 216, Cubum esse, 6 ejus radicem cubicam.

Radix cubica.

Talem

Talem igitur radicem inquirere hoc loco docemus Quemadmodum autem in quadratis nosse oportet novem primâ quadrata, eorùmque radices: ita hic præscire novem cubicos primos numeros, eorumque radices oportet, qui sic habent:

Radices	Quadrati	Cubici
1	2	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729



πραξις.

Inquisiturus ergo radicem Cubicam numeri cujuspiam majoris, quàm 1000 (Minorum enim ars non existit, nisi per fractiones, ut docebimus, aut ex hac tabella) primam figuram signa puncto, deinde intermissis duabus figuris, quartam, ac ita deinceps ad finem à dextris lævam versus accedendo, omissis duabus figuris, sequentem puncto signa, ut hic vides, 41063625.

Atque

Atq; hic rursus, ut in quadratis, quot fuerint puncta, tot erunt figuræ, radicem cubicam numeri propositi explicantes. Vide etiam quæ sit radix cubica numeri, qui est ab ultimo puncto deinceps adsiniſtram, sive is una figura fuerit, sive binæ, sive etiã ternæ, hoc est, quære numerum hunc in tabella inter cubicos quod si non reperiatur, vide proximè minorem, ejusq; radicem nota seorsum, ut in quadratis, veluti in nostro exemplo quære 41 inter cubicos. Verùm quia non habetur inter illos, accipio proximè minorem, 27 scilicet, cujus radix cubica est 3, ea nota seorsum. Deinde cubicum hunc (veluti 27 in nostro exemplo) subduc ex numero proposito, a puncto ultimo deinceps scilicet 41, restant 14, ea suprascribe, quemadmodum in divisione & in quadratis dictum est.

Atque hoc in omni radicum inquisitione primum est præceptum nec deinceps repetitur,

14
41063625
27 (3

Verùm sequens Canon toties repetendus est, quot fuerint puncta reliqua. Tripla scilicet quicquid in quotiente est. Triplum ponito sub figura proxima puncto præcedenti

Canon repetendus.

denti versus lævam, si plures fuerint figuræ, collocentur reliquæ ex ordine. Deinde rursus multiplica eundem quotientem in triplum, productum nota uno loco deinceps versus lævam semotiùs quàm triplum inceperit, & loco inferiori, ut sint jam duo numeri distincti, quorum prior triplum, alter divisor á nobis jam vocabitur;

Per hunc divisorem divides numerum sibi suprascriptum, adjecta tamen conditione sequenti Diligenter considera quoties divisor hic in numero suprapposito contineri possit, hunc quotientem adscribe priori versus dextram Deinde hunc digitum sive quotientem inventum, duc in divisorem, productum eidem divisori subijce, mox eundem digitum seu quotientem duc in se, sive (ut vocant) quadra: Quadratum deinceps in triplum, productum huic triplo subijce, & loco inferiori, quàm prius productum. Tandem eundem digitum seu quotiendem cubica, hoc est, multiplica bis in se, cubicum hunc

14
~~4~~ ~~1~~ 0 6 3 6 2 5
9 Triplum
27 Divisor (3

sub

sub puncto notato, & loco infimo. Tria igitur hæc producta in unam summam collecta, eo tamen ordine quo ponuntur, si possunt à superioribus subduci, subduc & residuum suprascribe. Sin minùs, minuendus est digitus ille quotientis eò usque, ac tentandum per multiplicationem ad additionem, quò subduci possit á superiori, manente semper divisore & triplo. Vt in nostro exemplo, tripla quotientem, scilicet 3, exurgunt 9, quæ scribo sub 6, deinde multiplico eadem 3 in 9, exeunt 27, quæ collocantur una figura deinceps versus lævam & loco inferiori. Divido igitur 140 per 27, atque comperio quater contineri in 140. Scribo igitur 4 apud 3, jam multiplico 4 in 27, exeunt 108, quæ notanda sunt sub 27 Secundò, multiplico 4 in se quadratè, hoc est, semel, exeunt 16, hæc duco in triplum, scilicet 9, exurgunt 144, collocanda sub triplo. Tertiò, multiplico 4 in se cubicè, hoc est, bis, exeunt 64, statuenda sub puncto, tandem collectis his tribus, productis in unam summam, prodeunt 12304, quæ aufero ex superioribus, suprascripto residuo, 1759. *exemplū.*

Hæc

1

14759

41063625

9

27 Diuisor (34

108

144

64 Cubus

12304 Summa.

Hæc igitur summa est totius operationis, nam quicquid deinceps restat, ne puncto quidem differt à jam dicto Canone. Ne tamen per socordiam videamur defuisse studiosis, repetemus operationem Canonis per exemplum propositum.

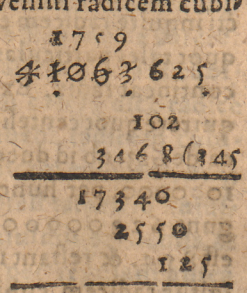
Tripla igitur totum quotientem scilicet 34. exeunt 102, quæ colloca ita ut prima sit sub figura, quæ proximè sequitur punctum præcedens, reliquæ ex ordine, deinde rursus multiplica totum quotientem, nempe 34, in triplum scilicet 102, surgunt 3468, ea colloca sub triplo, verum ut uno loco post tripli initium sumas exordium;

hic

hic igitur numerus divisoris vice fungitur. Vide jam quoties in superiori contineatur, quoniam ergo 3 in 17 tantùm quinquies habentur, adjunge 5 ad quotientem, deinde multiplica 5 in 3468 divisorem, hinc crescunt 17340, collocando sub divisore. Secundò multiplico quadratum ejusdem digiti postremò in quotientem additi, quod est 25, in triplum scilicet 102, nascuntur 2550, notanda sub triplo. Tertiò, duc eadem 5 jam postremò in quotientem posita in se bis, hoc est, cubicè, oriuntur 125 statuenda sup puncto. Tandem tria hæc procreata sive producta in unam summam collecta, eo ordine quo posita sunt, efficiunt 1759625, quæ ex superioribus extracta, nihil relinquunt. Quod indicium est, numerum propositum ab initio fuisse verè cubicum. Atque jam inveniſti radicem cubicam ejus esse 345.

Hic quoq; idem notantum, quod in quadratis monuimus, dum per divisionem nullus quotiens inveniri potest, scribendam esse in

Notandū.



quotiente cyphram 0. ac tum rursus inciendum à Canone, primo triplando, triplum verò sub figura proxima à puncto præcedente ponendo, ac reliqua ex ordine.

Exempli aliud. Vide exemplum sequens: 129554316, hujus radix est 506, ac restant 100, item hujus radix 706234 est 200, restant verò 61234. Atque ideo hujusmodi numeri non sunt cubici neq; eorum radix unquam inveniri poterit, quin semper vel minimum desit vel supersit.

Radix cubica per minutias. In partibus sive fractis tamen exactè usque adeò inquiri potest radix eorum cubica, ut parum omnino & sensum fugiens desideretur, quod hoc pacto fit: Multiplica nominatorem fractionis in se cubicè, hoc productum duc in numerum, cujus radix inveniendà proponitur, totius hujus producti inquire radicem cubicam, ea ostendet, quot tales particulas, quales scire voluisti, contineat radix. Exempli gratia. Volo inquirere quot centesimas habeat radix cubica de 623, ob id duco in se cubicè 100, fiunt 1000000. per hunc multiplico 623, exurgunt 623000000. hujus radix cubica est 854. & restant 164136. Pronuncio igitur radicem cubicam de 623 esse $\frac{8}{100}\frac{5}{4}$, ho-

hoc est, 8 integra & $\frac{4}{5}$, quæ valent dimidium & $\frac{1}{2}$. Ita potes non solum centesimas partes, verùm millesimas, & millesimarũ millesimas inquirere, & non solum in integris, verùm etiam in fractis sive minutijs.

DE PARTIBVS
sive Minutijs.

SI partium radicem quadratam vel cubicam invenire desidera, quære radicem numerationis & radicem denominatoris, quæ duæ radicem explicabunt, ut radix quadrata de $\frac{16}{49}$ sunt $\frac{4}{7}$. Item, radix cubica de $\frac{27}{64}$ sunt $\frac{3}{4}$. Cùm verò alter eorum radice caruerit, frustra inquires in altero, ut $\frac{16}{27}$, quamvis radix quadrata de 16 detur, quoniam tamen 27 radicem quadratam non habeat, dico fractionem radice carere. Contra 27, quamvis radicem habeant cubicam, tamen fractionem carere dico radice cubica, quia 16 non habent radicem cubicam. Ita $\frac{16}{27}$ neque radicem cubicam, neq; quadratam habent. Potest tamen in hujusmodi inquiri radix in minimis particulis, & ad sensum non fallens, per regulam antea datam de surdis numeris in integris.

Qualiter verò aliæ radices numerorum quales sunt quadrata quadratæ, quadrata cubicæ, sursolida, ut vocant, ac aliæ omnes in infinitum inquirantur, dicemus si Deus annuerit, cùm de regula Algebræ sive Cossi tractabimus seorsum; Iam brevibus aliquot quæstionibus usum harum ostendemus, qui tamen in Geometria ac Astrologia in immensum patet.

QVÆSTIO PRIMA.

Turris quædam alta 200 pedes, in ambitu habet fossam 60 pedum, iam ab ulteriori ripa ac cacumen turis fabricandæ, scala est, ejus longitudinem sic invenies: Multiplica 200 in se quadratè, exurgunt 40000, similiter 60 in se efficiũt 3600 quæ adde ad prius quadratum, nempe 40000. exurgunt 43600, hujus radix quadrata, scilicet 208 $\frac{1}{2}$ quasi, ostendit longitudinem scalæ fabricandæ. Cujus ratio est, quoniam hic intelligitur trigonus rectangulus cujus duo quadrata minorem laterum perpetuo tantundem faciunt ad maximi lateris quadratum per penultimam primi Euclidis.

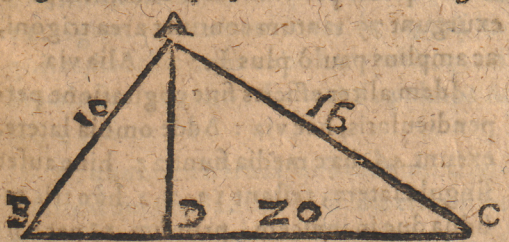
QVÆ.

QVAESTIO SECVNDA,

Ex eodem fundamento si habias scalam 1 0 pedum, eamq; removeas 2 0 pedibus a turri, scies quantum protenditur in turrim. Multiplica enim 100 in se. fiunt 10000. similiter 20, sunt 400, quæ aufer ex 100 0. restant 9600, cujus radix quadrata per modum jam traditum inventa indicabit, quantum in turri prodenditus scala. nempe paulò minus 98 pedibus.

QVAESTIO TERTIA.

Proponitur ager trigonus non rectangulus, cujus tria latera sunt nota: 6.10.20. Verùm capaticas sive quantitas agri triangularis non potest commodè sciri, nisi cognita linea perpendiculari, ex angulo



majori ad latus oppositum, qualis est a, d, quam si multiplicaveris in medietatem b. c.

exurgit vera area aut superficies agri Ergo ut lineam a. d. per numeros invenias, per decimam tertiam secundi Euclidis, multiplica unumquoq; latus in se, fiunt 100, 256. & 400, deinde adde duo majora quadrata, scilicet 256 cum 400, exurgunt 656, hinc aufer minimum quadratum, scilicet 100, restant 556, hæc media semper, fiunt 278, ea divide per maximum latus, scilicet 20, fiunt $13\frac{9}{10}$ linea d, c, semper major scilicet portio basis, ergo reliqua b. d. $6\frac{1}{10}$. Iam ut habeas lineam a, d, duc in se $6\frac{1}{10}$, fiunt $37\frac{21}{100}$. Item, duc in se 6, fiunt 100, aufer minus à majori, restant $62\frac{79}{100}$, cujus radix quadrata longitudinem a d perpendicularis ostendit, videlicet circiter $7\frac{9}{10}$ & $\frac{10}{79}$ unius decimæ, quæ si multiplices per dimidium basis, nempe 10 exurgunt 79. tantum continet area trigoni, ac amplius paulò plus $\frac{1}{4}$. Alia via.

Idem aliter efficies sine cogitatione perpendicularis, hac via: Adde omnia latera, exeunt 46, hæc media fiunt 23. hinc aufer singula latera, restant 13. 7. 3 hæc tria residua duc in invicem, primùm 13 per 7 fiunt 91, hæc per 3. fiunt 273. hoc productum rursus multiplica per medietatem omni-

omnium laterum 23, producuntur 6279, hujus radix quadrata 79 & paulò plus $\frac{1}{4}$, quantitatem areæ ostendit.

Vas sphæricum quoddam continet 60 sextarios liquoris, ejus diameter 14 palmos obtinet. Conficiendum est cubicum corpus ejusdem capacitatis cum sphærico, quæritur longitudo cubici corporis. Hoc ut efficias, inquires capacitatem sphæræ ex diametro nota, exempli gratia, statura est 14 palmorum, hos multiplica bis in se, id quod vocant cubicè, fiunt 2744, deinde per regulam Geometricam duc 2744, in 11, exurgunt 30184, ea divide per 21 invenies $1437\frac{1}{3}$. Hanc volunt esse capacitatem sphæræ secundum diametrum notam, hoc est, sphæram & cubum, si ejusdem altitudinis fuerint, esse in proportione 11 & 21. Igitur radicem cubicam de $1437\frac{1}{3}$ inquiras, habebis latus cubici corporis, quod æquale fiet sphærico, scilicet 11 palmos & $\frac{7}{22}$ quasi.

At quoniam harum quæstionum Geometricarum enodationes, Geometriæ non mediocrem requirant peritiam, in præsentia missas has facere statuimus, ac ad libellum de Geometriæ praxi servare. Et jam

finem facerem, nisi in memoriam veniret promissionis de Regula falsi, qua ratione ea liceat vti in exemplis secundæ, tertiæ & quartæ Regulæ, quam vocant Cossi, quod ante nos nemo tentauit. Igitur, vt rem brevibus accipias, proponenda prius exempla sunt.

Regula falsi.

Quæstio prima.

Est area quædam quadrangularis, continens in superficie 400 cubitos quadrāgulos, ejus longitudo est dimidio major latitudine, quæritur & longitudo & latitudo. Per regulam ergo falsi pone latitudinem, 4 cubitorum, erit longitudo 6, duc in invicem, exurgunt 24, debeant esse 200, absumus igitur à scòpo 176. Rursus pone latitudinem 20, erit longitudo 30, duc hæc in invicem, exurgunt 600, excedunt scopum 400. Huc vsque omnia Regulæ falsi consonant. Sed jam multiplica hypotheses in se quadratè, 4 scilicet & 20, fiunt 16 & 400, hæc quadrata sint tibi hypotheses, ac deinceps cum differentijs 176 & 400 operare, vt in Regula falsi docuimus. Multiplica scilicet 16, per 400, fiunt 6400, similiter 400 in 176, fiunt 70400, hæc adde exurgunt 76800, similiter adde differentias, fiunt, 576. Divide jam 76800 per

576,

176, habes $13\frac{1}{3}$, hujus quære radicem quadratam, ea latitudinem tibi ostendet, scilicet $1\frac{2}{3}$ paulò plus, ergo longitudò $17\frac{11}{100}$ paulò plus Hi duo numeri in invicem ducti, 200, ferè constituunt, neque vnquam vera longitudo aut latitudo numeris exprimi potest.

REGVLA FALSI
vnius positionis.

HÆc exempla & plura alia commodius & faciliusq; fient per vnam positionem. Cùm enim operatus fueris cum hyphothesi data ad finem vsq; quæstionis secundum tenorem exempli, si non assecutus es scopum, tum divide numerum, propositum (qui tanquam regula proponitur) per ultimum tuæ operationis numerum, producti quære radicem quadratam, si exemplum fuit secundæ regulæ Cos; aut Cubicam, si tertiæ; aut denique radicis radicem, si quartæ fuit: per radicem multiplica primũ numerum positum à te, provenit numerus quæsitus.

Quod priùs propositum fuit, repetamus. Sit ergo latitudo 10, erit longitudo 15 quæ duc in invicem, provenit 150. sed debebant esse 200, Divide igitur 200 per 150, *exemplũ.*

1 : 0, provenit $1\frac{1}{2}$, cujus si radicem multiplices per 10, provenit $21\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ quasi, quæ parum à superiori differunt.

Aliud. Tres sunt numeri in dupla proportione, si quadrata eorum conjungantur, efficiunt 189. Finge primùm 2, erit secundus 4, tertius 8, quadrata sunt 4, 16, 64, quæ simul reddunt 84, sed debebant esse 189. Divide igitur 189 per 84, proveniunt $\frac{9}{4}$, cujus radix $\frac{3}{2}$, quæ duc in primum scilicet 2, proveniunt $\frac{6}{2}$, sive 3, qui erit primus numerus, secundus 6, tertius 12, quadrata 9, 36, 144, quæ simul faciunt 189, ut volebat quæstio.

Aliud. Emi 60 ulnas panni pro aliquot aureis, qui quot numero sunt, tot ulnas habeo pro 35 aureis. Volo scire aureorum summam. Pone 20. Iam dic, 20 aurei dant 60 ulnas, quot 5 aurei? facit 45 ulnas; at debebant esse 20 tantùm ulnæ, quot scilicet sunt aurei. Divide igitur 45 (quia hic est tanquam scopus propositus) per 20, hypothesin scilicet, proveniunt $\frac{9}{4}$, quorum radix valet $\frac{3}{2}$, quæ duc in 20, proveniunt 30.

Aliud. Quadratum propositum est, quod 154 obtinet pedes, volo ex Archimedis regula Circulum ille æqualem describere, quæro quanta

quanta debeat esse diameter. Finge 7 pedum, igitur peripheria habet 22, area 38 $\frac{1}{2}$, sed debebant esse 154. igitur divide 145 per 38 $\frac{1}{2}$ proveniunt 4, horum radix valet 2, quæ duc in 7, proveniunt 14. quæ est diameter circuli æqualis quadrato.

Aliud.

Mercatores aliquot, inito consortio, afferũt singuli decies tot aureos, quot sunt mercatores, lucrantur singulis centenis aureis bis tot aureos, quot sunt mercatores, lucri dimidiũ ostendit, quantum quisq; attulerit. Quæstio est de numero mercatorum & aureorum. Demus igitur 5 fuisse mercatores, afferunt singuli 50 aureos, summa producis 250 aureos, lucrantur per 100, 10 aureos, quantum per 250? facit 25; hujus dimidium 12 $\frac{1}{2}$ debebat ostendere, quantum quisque attulerit, scilicet 50. Divide igitur 50 per 12 $\frac{1}{2}$, proveniunt 4, quorum radix quadrata 2 ducta in 5, facit 10 mercatores.

Aliud.

Consumpti sunt in symposio 75 denarij, solvit quisque convivarum tertiam partẽ numeri illius, qui convivas exprimit, quot erant convivæ &c. Finge 12, ergo quivis solvit 4 denarios, utpote $\frac{1}{3}$ de 12, quæ duc in 12, exeunt 48, debebant autem per-

sol-

solvere 5. Divide igitur 75 per 48 proveniunt $\frac{25}{16}$ cujus radix $\frac{5}{4}$, ea multiplica in 12, exurgunt 15 convinæ

Alind. Mercatores quidam ignoto numero, inito consortio, & conferunt singuli decies tot aureos, quot ipsi sunt numero mercatores, lucrantur singulis centenis totidem aureos, quot sunt homines ipsi numero: Iterum solo lucro negotiantur, & lucrantur singulis centenis ut priùs. Compertum autem est, sortē ipsam vigesies & quinquies tantum valere, quantum lucri lucrum, quot erant negotiatores? &c. Finge 10, ergo singuli contribuunt 100, summa facit 1000. Lucrantur per 100. 10 aureos, ergo per 1000 luctantur 100, Hoc lucro rursus negotiantur ac lucrantur 10, quæ debebant esse vicesima quinta pars sortis, scilicet 1000: sed vicesima quinta pars est 40, igitur divide 40 per 10, fiunt 4, quorum radix quadrata 2, ducta in 10, facit 20 mercatores, affert quisq; 200 aureos, summa 4000, lucrantur per 100, 20, ergo per 40000, 800. Hoc lucro rursus negotiantur, ac lucrantur 160, quæ multiplicata per 25. efficiunt sortem præscriptam 4000.

EX

EX TERTIA REGVLA Cossi sive Algebræ.

IN tertia Regula Algebræ, ubi priùs multiplicâsti quadratæ, hic multiplica cubicè, hoc est bis in se. Simili ratione uti in præcedenti Regula radicem quadratam in quisivisti, hic cubica inquirenda est, cætera non mutantur, sive per unam positionem sive per duas operatus fueris. Murus est extruendus quadratus, qui contineat 432 lapides cubicæ figuræ. Volo autem ut longitudo latitudini sit æqualis, sed altitudo $\frac{1}{4}$ longitudinis, quæro quæ sit longitudo latitudo & altitudo? Finge longitudinem 4, & latitudinem similiter 4, erit altitudo 1. Multiplica igitur longitudinem per latitudinem. 4 per 4. exurgunt 16, ea duc in altitudinem 1 scilicet, manent 16, debebant autem esse 432. Igitur divide 432. per 6, exurgunt 27. quorum radix cubica 3 ducta in 4. facit 12, tanta erit longitudo & latitudo altitudo 3. *Exemplū primum.*

Murum construere statui, cujus longitudo latitudine sive crassitie sit dimidio major & altitudo dimidia parte major longitudine, continebit autem in summa 5832 lapides cubicos, hoc est, hexaedros sive sex *Aliud.*

super-

superficierum æqualium & laterum æqualium, quæritur longitudo, latitudo & altitudo. Finge minorem nempe crassitiem 2, erit longitudo 3 altitudo $4\frac{1}{2}$, duc hos in invicem scilicet 2 in 3, fiunt 6, hæc per $4\frac{1}{2}$, exurgunt 27, debebant autem esse 5832. Hæc igitur divide per 27, exurgunt 216, harum radix cubica 6, ducta in primam hypothesin scilicet 2 facit 12, ea erit crassitudo longitudo 18.

Aliud. Quidam incerta pecuniæ summa, emit piperis tot libras pro uno aureo, quanta est medietas aureorum omnium: Vendens deinde piper, accipit pro 25 lib. tot aureos, quot ab initio expendit, ac in fine 20 tantùm aureos habuit. Quæritur & pecuniæ & piperis quantitas? Finge ipsum 50 habuisse aureos, ergo pro uno aureo emit 25 lib. piperis, si pro uno 25, quantum pro 50? facit 1250 libras piperis. Vendit 25 lib. pro 50 aureis, ergo 1250 pro 2500. sed debebat habere tantùm 20 aureos. Divide igitur 20 per 2500, producuntur $\frac{2}{250}$, sive $\frac{25}{2500}$, aut tandem $\frac{1}{125}$, hujus radix cubica valet $\frac{1}{5}$, hanc duc in 50, exurgunt 10 aurei, quos ab initio habebat mercator.

Ex

EX QVARTA REGVLA COSS.

ET hic idem modus operandi est, qui in præcedentibus, tantum mutato nomine cubi in quadrati quadratū, & radicis cubicæ in radicis radicem. Vocamus autem quadrati quadratum numerum, qui ex ductu quadrati alicujus in seipsum producitur, ut 9 cum sint quadratū de 3, erunt 81 quadrati quadratum, & ratione hac 3, radicis radix de 81, radix enim de 81 valet 9 hujus item radix 3.

Duo simul instituunt negationem, sed prior quadruplo plus habet pecuniæ quam alter, emit idem piperis tot libras pro uno aureo, quot habet in summa aureos. Deinde rursus vendens piper, accipit pro 16. lib. piperis tot aureos, quot valet centesima pars librarum piperis? Alter emit crocum, pro uno aureo tot lib. quot habet aureos. Vendens crocum, accipit pro una lib croci dimidio plus, quàm prior accepit pro 16. lib. piperis, tandem nummos computantes inveniunt 250. Quæritur utriusq; summa. Finge priorem habuisse 80, ergo posterior 20. Item emit prior pro uno aureo 80 lib. ergo pro 80 aureis 6400. lib.

Exemplū.

Ven-

Vendens jam piper, accipit pro 16 lib 64 aureus, utpote centesimam de 6400. Iam dic, 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Alter emit crocum, pro 1 aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 400 lib. vendit unam libram dimido pluris quam prior 16 libras piperis, scilicet pro 96. Iam dic, 1 lib, pro 96 aureis, quanti 400? facit 38400. Hanc summam conjunge priori scilicet 25600, facit 64000, sed debebant esse 250 tantùm igitur divide 250 per 64000, fiunt $\frac{2}{\sigma}\frac{5}{\sigma}\frac{0}{\sigma}$, quæ valent $\frac{1}{\sigma}$, hujus radicis radix est $\frac{1}{4}$, nam radix prior est 16, cujus deinde radix valet 4, unitatis autem radix semper est 1. Igitur multiplica 80 per $\frac{1}{4}$, proveniunt 10 aurei pro priore, 5 pro altero, emit prior pro uno aureo 20 lib. ergo pro 20 aureis 40 lib. Accipit pro 16 lib. piperis 4, nempe centesimam partem de 400 igitur pro 400 lib 100 aureos. Alter emit croci 5 lib pro uno aureo, igitur pro 5 aureis 25 lib. Vendit unam lib. pro 6 aureis, hinc est, quod 25 pro 150 vendidisse constet. Iam 150 cum 100 aureis, efficiunt 250 aureos, uti voluit quæstio.

Conclusio. Hæc adijcere tempestivum mihi videbatur,

batur, ut radicum usum non nihil declararem, quas alioqui, nisi hujusmodi illecebris allecti fuerint, multi tanquam Cyclopum scopulos penitùs fugiunt. Scio equidem & fateor, nihil ista esse ad perfectionem illam regulæ illius divinæ Algebræ, quum multa sint erotemata similia etiam secundæ vel primæ regulæ, quæ sine Algebræ perfecta cognitione absolvi nequeunt, ut interim omittam omnia quintæ, sextæ, septimæ & Octavæ regularum; exempla, quæ perpulchrè Christophorus Ianuer in ordinem digessit. Sed hæc veluti præambula ac progymnasmata sint ad illa altiora, quæ aliquando, Deo favente, in lucem dabimus, nisi per alios, quos indies expectamus, nobis hæc palma præripiatur.

DE PROPORTIONE.

PARS QVARTA.

Proportionem appellant Mathematici diversarum quantitatum ejusdem generis ad invicem habitum seu rationem. Ac primum

Musica proportio

in triplicem distinguitur, in Musicam videlicet, quæ concentum seu tonorum ad invicem symmetriam tractat. In A-

Arithmetica.

rithmeticam, quæ secundum æqualitatem excessus proportionum metitur, veluti si quis dicat, 12 ad 8, eam habere rationem, quam 16 ad 12, eò quòd vterque excessus æqualis sit. Demum in Ge-

Geometrica.

ometricam, quam in præsentia tractamus, Ea est duarum ejusdem generis quantitatum certa ad invicem habitudo. Dividitur in duplicem proportionem, nempe æ-

Proportio æqualitatis & inæqualitatis

qualitatis & inæqualitatis. Proportio æqualitatis est, dum duæ quantitates æquales ad invicem comparantur, ut 6 ad 6, 00 ad 100. De hac nihil ampliùs dicendum est. Proportio inæqualitatis est, dum duæ inæquales quantitates, ejusdem tamen generis ad invicem conferuntur. Dividitur-

Majoris inæqualitatis.

que in proportionem majoris inæqualitatis minoris, quæ sanè non alia ratione dissident, quàm quòd in illa major ad minorem confertur, ut 6. ad 1. sextuplam habet proportionem, econtra 1 ad 6, proportionem subsextuplam habet, atque hæc minoris inæqualitatis est. Verum cum hæ non differant, nisi per dictionem, Sub,

quam

quam minori semper addunt, quicquid de una datur, de altera intelligendum est pariter.

Proportio igitur majoris inæqualitatis & minoris dividitur in quinque species præcipuas, scilicet, Multiplex, Superparticulare, Superpartiens Multiplex superparticulare, & multiplex superpartiens. *Proportionis species quinque.*

Multiplex est, cùm major minorem aliquoties exactè continet, idque amplius quàm semel, veluti 10 ad 5, item 8 ad 2, Cùm igitut major minorem bis continet exactè, tunc vocatur dupla proportio; si ter, trîpla; si quater, quadrupla: ac sic de reliquis ex ordine. 1 *Multiplex*

Superparticularis proportio est, cùm major quantitas minorem continet semel, ac unam tantùm particulam minoris, veluti 3 ad 2 proportionem habet sesquialterã, 4 ad 3, proportionem sesquitertiam, 11. ad 10 proportionem sesquidecimam; ita enim nomina imponuntur omnibus. Verùm hic notandum est, hujusmodi numeros ad minimam habitudinem reduci debere, quod facilè fit, divisa majore quantitate per minorem, & fractione residua reducta ad minimos numeros, quibus scribi possint 2 *Superparticularis.*

per Canones in minutijs datos. Vt si proportionem, quæ est inter 15 & 12, explicare placet, divide 15 per 12, exurgunt $1\frac{3}{12}$, est igitur proportio sesquiquarta. Item 16 ad 14, proportionem habet $1\frac{2}{14}$, hoc est, sesquiseptimam. Ac simili via de alijs judicandum. Initium enim nominis est, semper dictio sesqui, deinde à denominatore fractionis, ex divisione provenientis, perficitur.

3 *Super partiens.*

Superpartiens est, cùm major quantitas minorem semel complectitur, ac Insuper aliquot minores particulas, ut 5, ad 3. proportione habet superbipartientem tertias continet enim 5. semel $\frac{3}{3}$, ac insuper 2 tertias. Nomen igitur hujus proportionis á Super, initium sumit, medium est ex numeratore fractionis ex divisione provenientis; clauditur vero á denominatore ejusdem fractionis. Veluti si proportionem vis explicare, quæ est inter 10 & 7, divide 10 per 7, proveniunt $1\frac{3}{7}$, vocatur igitur proportio supertripartiens septimas, Item 14 ad 20, proportio est superseptupartiens decimas, vel superpartiens septem decimas, quæ sic scribitur $1\frac{7}{10}$ Simili via in alijs procedendum.

Multiplex superparticularis proportio

est,

est, cum major minorem aliquoties continet, idq; amplius quam semel: ac præterea unam minoris particulam. Atque hic, ut proportio est ex duabus prioribus, prius dictis, composita, ita nominis quoque ratio ex illis habetur; dividendo majorem per minorem, ut si proportionem, quæ est inter 5 & 7, explicare volueris, divide 15. per 7, fiunt $2\frac{1}{7}$. Est igitur proportio dupla sesquiseptima. Item 18 per 4 proportio est $4\frac{1}{2}$ hoc est, quadrupla sesquialtera Atque hinc non difficile est in alijs similiter nomen invenire.

4 *Multiplex superpartticularis.*

Multiplex superpartiens est, cùm major minorem amplius quam semel complectitur, & præterea aliquot minoris particulas. Et hic nomen ex duabus prioribus proportionibus sumitur. ut proportio 11 ad 4, cognoscitur, si dividas 11 per 4, exeunt $2\frac{3}{4}$, hoc est, dupla supertripartiens quartas Item 19 ad 5, rationem habent $3\frac{4}{5}$, hoc est, triplam superquadripartientē quintas, sive superpartientem quatuor quintas. Eadem ratio in alijs est

5 *Multiplex superpartiens.*

DE PROPORTIONE FRActorum sive minutiarum.

QVemadmodum integrorũ ptoportiones dignoſcuntur dividendo majorem per minorem: eadem via partium ſeu minutiarum habitudinis noſcuntur per diviſionem eam, quæ in Fractis dicta eſt, veluti 2 ad $\frac{1}{6}$, proportionem habet ſeſquiquartam, quia $\frac{1}{6}$ diviſæ per $\frac{2}{3}$, efficiunt $1\frac{1}{2}$, ſive $1\frac{1}{4}$: ſimiliter 3 ad $\frac{2}{3}$, rationem habet quadruplam ſeſquialteram, enim diviſa per $\frac{2}{3}$, efficiunt $4\frac{1}{2}$.

QVA RATIONE PROPORtio quævis continuò extendatur.

Datis duobus numeris ſub certa habitudine ſi vis tertium illis adjungere, qui ſub eadem proportione ſe habeat ad ſecundum qua ſecundus ad primum, tunc duc ſecundum in ſeipſum, productum divide per primum. Exempli cauſſa: Volo tertium numerum invenire in ea proportione, qua ſe habent 2 & 6, duc in ſeipſum 6 fiunt 36; ea divide per 2 fiunt 18, hic erit tertius numerus. Ita ſi libet deinceps quantumvis progredi duc ultimum numerum in ſeipſum, productum partire per penultimum. Hæc au-

autem regula pendet ex regula aurea sive proportionum, perinde enim fit, ac si dicas, 2 lucrantur 6, quantum lucrabuntur 6? Tales autem numeri vocantur proportionales. *Proportionales.*

DE MEDIO PROPORtionali, Geometrico.

Medium proportionale vocatur quantitas media inter duas, quæ ita se habet ad minorem, quemadmodum major ad mediam. In numeris invenitur, si ducas primam in ultimam, tum producti radix quadrata ostendit medium proportionale. Vt si velim inquirere medium proportionale inter 3 & 12, duco 3 in 12, exurgunt 36, quorũ radix 6, est medium proportionale inter & 12. Item inter 4 & 9 eadem 6: inter $\frac{3}{4}$ & 1 integra, duc 3 in $\frac{3}{4}$, fiunt $\frac{9}{4}$, quorum radix est $\frac{3}{2}$, dico hinc, $\frac{3}{2}$ media esse inter $\frac{3}{4}$ & 1, est enim utrobiq; dupla proportio.

Duo autem media proportionalia inter quoscunque numeros invenies hoc pacto: Minorem duc in se, productum in majorem, quotientis radix cubica ostendit minorem numerum tanquam mediũ proportionale *Duo media proportionalia.*

mediantem, in proportione secundum ut inter 3 & 24, sic invenies duo media, duc tria in se, sunt 9, hæc duc in 24, fiunt 216, cujus radix cubica 6 est. Deinde, ut tertiũ habeas ex priori regula, duc 6 in se, sunt 36, & divide per 3, exeunt 12. Est igitur continua proportio 3, 6, 12, 24.

At in multis non dari medium proportionale, non debes malè habere, cùm id numerorum non ferat natura, ut inter 3 & 8, medium proportionale est radix quadrata de 24, verùm hæc in numeris non potest assignari.

DE PROPORTIONVM ADDITIONE & SUBDUCTIONE.

ET si vel exiguus vel nullus est usus harum specierum in communi rerum usu, cùm tamen in Astronomicis & Geometricis rebus sint admodum necessariæ, placuit eas non omittere.

Praxis additionis. Additurus ergo duas magnitudinum proportiones sive habitudines in unam summam, hoc est, explicaturus eas per alium numerum, qui utramq; rationem complectatur, statue ipsas proportiones in terminis

minis suis in modum minutiorum, ut antea docui. Deinde multiplica denominationes has, sive (ut alij vocant) terminos, in invicem, quemadmodum in minutijs diximus, producetur alia denominatio, summum duarum proportionem complectens.

Si verò plures fuerint proportiones, tum primum prioris terminos in secundæ proportionis terminos multiplica, summam hanc in tertiæ proportionis terminos duc atque ita deinceps ad finem progredere, postremò multiplicatio summam ostendet omnium proportionum. *Si plures sint addendæ.*

Exempli gratia, placet colligere summam proportionum, quæ sunt inter 6. 12. & 8 Cum igitur primi & secundi numeri proportio sit 2, hoc est, dupla, secundi verò & tertij $1\frac{1}{2}$, hoc est, sesquialtera, duco 2 in $1\frac{1}{2}$, proveniunt $\frac{6}{2}$, hoc est, tripla proportio. *Exemplū.*

Item, statuo colligendam summam proportionum, quæ sunt inter 2. 4. 10. 15 20. 28 statuo primum terminos, qui sic se habent: 2, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{7}$ Iam duco 2 in $2\frac{1}{2}$ exurgūt, $\frac{10}{2}$, h e quintupla proportio: deinde hæc 5 duco in $1\frac{1}{2}$, proveniunt $\frac{15}{2}$, quæ duco in $1\frac{1}{3}$, producuntur $\frac{60}{6}$, sive 10, hoc est, decupla proportio, deinde 10, hæc duco *Aliud.*

in $1\frac{2}{7}$, prodeunt $\frac{70}{7}$, hoc est, 14. Dico ergo summam omnium proportionum esse decuplam & quadruplam.

Subtractionis oratio.

Subductionis verò contraria ratio est. Nempe dividendi sunt termini unius proportionis per terminos alterius proportionis. Sic enim ex sectione hac producentur termini excessum duarum proportionum significantes. Verùm hic ante omnia nosse oportet, utra proportionum major sit. id quod clarissimè denominationes sive termini earum significant. Major enim proportio dicitur, cujus termini majores sunt, sive cujus denominatio major; utra autem denominatio major sit in integris, facile est judicare. In minutijs verò artem tradidimus de minutijs indicandis. Itaque ut uno verbo dicam, Subducturus unam proportionem ex altera, divide majorem per minorem, collocatis ipsis in terminis; tum enim provenit excessus proportionum.

Exemplũ.

Ut subducere volo rationem, quæ est inter 6 & 15; ab ea quæ est inter 4 & 15. hoc est, $2\frac{1}{2}$. sive duplam sesquialteram ex $3\frac{3}{4}$, sive triplam supertripartientem quartas, divido $3\frac{3}{4}$ vel $\frac{15}{4}$ per $\frac{5}{2}$, producuntur $\frac{10}{10}$ sive $\frac{3}{2}$, hoc est, $1\frac{1}{2}$, sive sesquialtera

altera proportio. Tantus est excessus duarum proportionum dictarum. Quis verò harum specierum usus sit, videre licet apud Claudium Ptolemæum, primo libro magnæ compositionis.

Multiplicationis verò & divisionis proportionum nullum hic requires artificium quandoquidem natura rerum id non admittit.

De proportionalibus verò nihil in præsentia dicere statui, ne instituti mei rationem transgrediar. Hæ enim ad opificium numerorum sive praxin, parum aut nihil conferunt, sed ex finitionum intellectu pendent. Quamobrem his nostris bene intellectis, nihil est ab alijs descriptum in in hac arte (dempta illa regula Algebræ) quin facilè quivis assequatur, modò ad regulas à me dictas omnia reducat, id quod exercitatio magis magisq; docebit. *De Analogia.*

JVCVNDÆ ALIQVOT *Quæstiuncul.*

SI quis petat quatuor ponderibus tantùm omnia perpendi pondera, quæ sunt ab uno usque ad 40, ita ut non opus sit alijs pon-

ponderibus. Id efficies, si unum pondus sit unius libræ, secundum trium, tertium 9. quartum 27. His enim potes omnia emetiri pondera ab uno usque ad 40. ut si velis efficere 21 libras. pone in altera bilãce 27 & 3, in altera verò 9 Si 20 libras petis, pone in altera 27 & 1, in altera 9 & 1. Eâdem ratione licebit quinque ponderibus perpendere omnia pondera ab uno ad 121 usque, scilicet 1 3 9. 27. 81. Item, per 6 ad 364, scilicet 1. 3 9 27 81. 243.

Alia. Concepit quidam numerum aliquem quem ut indices, ita agite. Jube eum triplare conceptum animo numerum, triplũ hoc rursus mediare. At si in priori mediatione impar fuerit uumerus triplus (id enim inquirendum est) tum jube illum partem ex eo facere additione unitatis, ac deinde mediet, tu verò ex hac additione 1 tibi reserva. Si verò in posteriori mediatione id accidat, idem jubebis eum facere, sed tibi 2 servabis, deinde jube illum abijcere 9, quoties potest ex ultimò suo numero. tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adijcies, si quid servaveris Ut, cogitarit quispiam 7, id si triplet, erunt 21, quæ non possunt mediari, igitur adijciat 1, fiunt 22, ea me-

ea mediet, sunt 11, tu verò retine 1, deinde jube ut rursus triplet 11, fiunt 33, ea rursus mediari nō possunt, nisi unitate adjecta, ita erunt 34, quorum dimidium 17 valet, tu vero 2 hic colligè, jam jube illum abijcere 9 quoties potest, verùm quoniam tantùm semel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires, sed pro eo 3 tibi servaveras, quæ eum 4 addita, 7 faciunt.

Si tres diversæ res absconduntur à tribus diversis personis, tu verò per Arithmeticam, tanquam divinus vates unicuique dicere velis quam absconderit rem, ita agito: Sint tres res a, b, c, animo tuo signatæ; personæ verò ordine animo tuo hæreant, primus, secundus tertius, tum priusquam res absondant, pone in medium 24. projectiles, ex his da primo 1 in manu, secundo 2, tertio 3. deinde colloca tres res ordine, & dicillis, ubi abiero, tum singuli unam ex his rebus quamcunque velint, absondant, sed ea lege, ut qui abscōderit a, capiat ex 18 projectilibus relictis adhuc tot projectiles, quot habet is ipse in manu. Qui verò b absconderit, duplum capiat, qui tandem c, quadruplum. Reliquum verò in mensa aut loco aperto relinquant. Hinc tribus *Alia.*

bus rebus & personis per ordinem memoriæ infixis, secedas, quousque res absconderint, ac rationem inierint. Tunc reversus inspice residuos in tabula projectiles, qui perpetuò aut est 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur unius tantùm fuerit, tum primus abscondit a, secundus b, tertius c: Si duo, tum primus abscondit b, secundus a, tertius c. Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

Resi-

Residui pro-
jectiles. Persona. Res.

	1	a	A-
1	2	b	ve
	3	c	
	1	b	Stel-
2	2	a	la
	3	c	
	1	a	ma na-
3	2	c	ris tis,
	3	b	
	1	b	re-
5	2	c	ctis,
	3	a	
	1	c	vi-
6	2	a	a
	3	b	
	1	c	fi-
7	2	b	de.
	3	a	

FINIS LIBELLI.

Appen-

APPENDIX.

AD finem hujus Libelli eruditissimi visum est nobis adjungere venustissimum Problema Aristotelis. Item alia quædam amœna exempla, quæ speramus studiosis & voluptatem & utilitatem allatura esse.

PROBLEMA ARISTOTELIS, EX XV. SECTIONE IN QVO DISPUTAT, CVR IN NVMERANDO ac denarium usque progrediamur & mox eundem numerum iteremus, quoties oporteat.

Διὰ τὶ πάτες ἄνθρωποι καὶ βάρβαροι καὶ ἕλληνες ἐς τὰ δέκα καταριθμοῦσι, καὶ οὐκ εἰς ἄλλον ἀριθμὸν, οἷον β, γ, δ, ε, ὥσπερ ἕνδεκα δώδεκα, οὐδὲ ἂν ἐξωτέρω παυσάμενοι τῶν δέκα, εἶτα ἐκεῖθεν ἐπαναδιπλοῦσιν. Ἔσι γὰρ ἕκαστος τῶν ἀριθμῶν, ὁ ἔμπροσθεν καὶ ἕνη δύο, καὶ οὔπος ἀλλόστισ. τριθμοῦσι δὲ ὅμως ὁρίσαντες ἄχρι τῶν δέκα. Οὐ γὰρ ἀπὸ τύχης γε αὐτὸ ποιοῦντες φαίνοντε, καὶ ἀεῖ. τὸ δὲ ἀεὶ καὶ ἐπὶ πάντων, οὐκ ἀπὸ τύχης, ἀλλὰ φυσικόν. Ποτερον

ὅτι

ὅτι τὰ δέκα τέλειος ἀριθμός. ἔχει γὰρ πάντα τῶ ἀριθμοῦ εἴδη ἄρτιον περιττόν, τετρά γωνον, κύβον, μῆκος, ἐπίπεδον, πρῶτον, σύνθετον. ἢ ὅτι ἀρχὴ ἡ δεκάς, ἔν γὰρ καὶ δύο καὶ τρία καὶ τέτταρα, γίνετε δεκάς. ἢ ὅτι τὰ φερόμενα σώματα ἐννέα. ἢ ὅτι ἐν δέκα ἀναλογιαις τέτταρες κυβικοὶ ἀριθμοὶ ἀποτελοῦντε, θε ὧν φασίν ἀριθμῶν οἱ Πηθαγόρειοι τὸ πᾶν συνεστάναι. ἢ ὅτι πάντες ὑπῆρξαν ἄνθρωποι ἔχοντες δέκα δακτύλους, ὅιον δυν ψήφους ἔχοντες τοῦ οἰκείου ἀριθμοῦ, τοῦτῳ τῶ πλήθει καὶ ἄλλα ἀριθμοῦσι. μόνοι δὲ ἀριθμοῦσι τῶν θρακῶν γένος τί εἰς τέτταρα, διὰ τὸ ὥσπερ τὰ πεδία μὴ δύνασθαι μνημονεύειν ἐπὶ πολὺ, μὴ δὲ σχέσιν μηδενὸς εἶναι πολλοῦ αὐτοῖς.

Cur omnes homines, tàm barbari, quàm Græci, usque ad decem potius numerant, quam ad alium numerum, veluti duo, tria, quatuor, quinque. Neque rursus ultra decem progressi, ut ad undecim, vel duodecim, deinde ad initium redeunt ac repetunt numerum. Etsi enim quilibet numerus continet præcedentem, & præterea unum aut duo, aut alium quendam: tamen primus quasi limes numeri constitutus est denarius. Is autem non fortuitò aut casu factus

 esse

esse inde apparet quod nulla unquam ætas alium numerum usurpavit. Quæ autem semper & communi omnium judicio fiunt haud temerè fiunt, sed natura duce.

1. An quòd denarius numerus perfectus omnes numeri formas continens, parem, imparem, quadratum cubicum, linearem, planum, primum, compositum:

2. Aut quod denarius sit principium seu fons ortus ex unitate, duobus, tribus & quatuor conflatis in unam summam.

3. Aut quod tota hæc rerum natura ex novem corporibus mobilibus coagmentata sit.

4. Aut quod in decem analogijs quatuor cubici numeri reperiantur, ex quibus totum hoc universum constitutum volunt Pythagorici.

5. Aut quod natura singulis hominibus decem digitos attribuerit, admonens his veluti calculis cognati numeri cætera omnia juxta eandem multitudinem esse distribuenda atque numeranda. Apud solos quidem Thraces quoddam est genus hominum, qui ultra quatuor in numerando non progrediuntur, eò quod velut pueri non

non possunt diu meminisse, neque res suas distribuunt in multas partes.

In duplo λόγω.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.
1 2 4 8

In triplo λόγῳ.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 1187. 6561. 19683.
1 3 9 27

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΓΕΩΜΕ-
ΤΡΙΚΟΥ.

Ημίσνος, καὶ ὄνος, φορέουσαι οἶνον ἔβαινον.
αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπὸ ἄχθεϊ φόρτου ἑοῖο:
τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρεεῖνεν ἐκείνη:
μῆτερ τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη?
εἰ μέτρον ἔν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρει,
εἰ δὲ ἓν ἀντιλάβις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις,
εἶπε τὸ μέτρον ἄριστε Γεωμετρ'ης ἐπιΐστορ.

PHILIPPI MELANTHONIS.

Mulæ asinæq́ duos imponit servulus utres,
Impletos vino, segnemq́ ut vidit asellam
Pondere defessam vestigia figere tarda,
Mula rogat: Quid caraparens contare, gemisq́?
Vnam ex utre tuo mensuram si mihi reddas,
Duplum oneris tunc ipsa seram, sed si tibi tradã
Vnam mensuram, fient æqualia utriq́
Pondera mensuras dic docte Geometer istas.

IDEM IOACHIMI Helleri.

Mulus portabat vinum comitatus asella,
Hæc oneris queritur pondera vasta sui.
Ille graves mitris gemitus imitatur, & inquit:
Cur adeò lacrymis lumina mœsta fluunt?
Mollities, teneras mater decet ista puellas,
Quas premit insuetus debilitatq; labor.
Vnam mensuram si nostros fundis in utres,
Ipse tui vini pondera dupla feram.
Sin unam contrà nostro de fasce levabis
Partem, tunc æquum pondus uterq; feret,
Dic mihi mensuras ô docte Geometer istas,
Non aliter Phœbi nomine dignus eris.

ALIVD EJVSDEM.

Acer, in Æmonia fugientem valle, Lycisca
Insequitur leporem picta per arua vagum.
Hic decies quinis præcedit saltibus, ille
Inflat, & exultans per juga læta ruit.
Dumq; quater siliendo lepus consurgit in altũ,
Hic toties ternis siltibus eruitur.
Ac tantum gemines percurrit saltibus agri,
Interea quantum confecit ille tribus.
Dic mihi jam quoties saltus iterante Lycisca,
Contigit infesto præda petita Cani?

DE AM.

DE AMBITV TERRÆ.

Ambitus universæ terræ hoc modo inquirendus est: Cùm singulis gradibus maximi circuli, respondeant 15 milliaria germanica communia, quilibet verò circulus distribuatur in 360 partes; ideò sic colloca in regulam 1 Gradus dat 15 milliaria, quot dant milliaria gradus integri circuli 360? Colliges ex multiplicatione tertij numeri in secundum miliaria communia germanica 5400, quibus universæ terræ circuitus absolvitur.

Dimetiens terræ.

Constituto terræ ambitu milliarium 5400, quæritur quanta sit ejus diameter, id est, quantum sit duplum profunditas à superficie terræ usque ad medium ejus, quod centrum vocatur, Est autem juxta Archimedis demonstrata, cujusque circuli linea circumcurrens (quâ Græci περιφέρειαν, vulgò circumferentiam vocant) ad suam demetientem, sicut 22 ad 7 proximè. Quare in hunc modum pone in regula: 22 dant 7, quot dant, 5400, id est, vicenis binis partibus circumferentiæ congruunt 7, dimetientis, quot milliaria conveniunt simili ratione milliaribus 5400 quæ totius

terræ ambitum continent? Facit 1718 5/11 milliarij, cujus dimidium 859 1/11 est profunditas terræ à superficie ejus usq; ad medium.

De altitudine rei per umbram.

Quidam palus erectus, 12 pedes longus jacit umbram 18 pedum eodem articulo temporis, quo vicina quædam turris projicit umbram pedum 168, Quæstio est, quanta sit turris altitudo? Hoc loco sciendum est. Eandem esse rationem umbræ pali ad longitudinem ipsius, quæ est umbræ turris ad ejusdem altitudinem, sicut quarta sexti Elementorum demonstrat. Proinde sic colloca in regulam: 18 umbræ dant 12 altitudinis, quot pedes altitudinis exhibent 168 pedes umbræ? Facit quæsita altitudo turris pedes 112.

Aliud,

Quidam traditurus est codicem describendum duobus librarijs, quorum alter pollicetur se solum descripturum diebus 12, alter item solum se diebus tantum 10. Quæstio est: Si ambo librarij conjungant labores distributis operis, quot diebus

diebus absolvant hoc opus? Primùm explora quantam operis partem uterque juxta promissam rationem possit diurno labore absolvere. Prior itaque absolvit duodecimam partem, posterior decimam. Adde jam inter se has fractiones $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{10}$, fiunt $\frac{22}{120}$ vel $\frac{11}{60}$ Iam ita colloca $\frac{11}{60}$ dant unum diem, quot dies dat unitas. quæ repræsentat integrum codicem? Facit $5\frac{5}{11}$, unius diei.

Aliu.

Debitor quidam, cum veniret dies solutionis numerat creditori suo bessem totius debiti, & post pauculos dies, cum iterum collecta pecuniola solveret quadrantem totius summæ, impetravit à creditore suo, ut reliquos 5 aureos post mensem restitueret. Quæritur integra summa huius æris alieni? Adde invicem bessem cum quadrante, id est, $\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, Facit $\frac{11}{12}$, Ergo 5, aurei sunt duodecima pars totius summæ. Ideo sic collocabis: $\frac{1}{12}$ dat 5 aureos, quot aureos dant $\frac{12}{12}$, id est, unitas? Facit 60 aureos.

ALIVD DE DVOBVS cursoribus.

Ex duobus cursoribus, qui ex vno loco tendunt vterque ad eundem locum, alter, qui prius ingreditur iter, conficit singulis diebus milliaria 5. Cumq; progressus est tam 5 primo loco milliaribus 25. id est. post quintum diem, alter indidem digressus subsequitur priorem cursu velociori, Conficit enim singulis diebus 7 milliaria. Quæritur, quo die posterior consequatur priorem? Considera excessum diurnorum vtriusq; itinerum, quo posterior in singulos dies magis magisq; apropinquat priori: atque ita pronuncia. Posterior quotidie duobus milliaribus accedit propius ad priorem, quot diebus superat 25 milliaria, initio inter vtrunque ipsorum interjecta? Facit 12 dies cum semisse

Simile de Cane & Lepore.

Venaticus Canis insequitur Leporem fugientem, ac precurrentem 50 saltibus leporinis, In hac verò contentione cursus, dum lepus de canibus periclitatur, ille autem dulcem prædam inhiat, conficit eodem momento temporis canis ternus, lepus quaternos saltus: Inter est tamen aliquit, ut hujus terni saltus æquent binos illius, Quæstio est quot saltibus superet canis interiectos 50 saltus, ac sperat, ut præda potiatur. Hoc exemplum suprà proposuimus carmi-

carmine. Operaberis autem hoc pacto, ut primum saltus interse conferas, nempe bini saltus canini æquant 3 leporinos, quot leporini respondent 3 caninis? Facit 4 $\frac{1}{2}$ saltus. Vides igitur, quòd ternis saltibus leporem vincat canis semisse unius saltus leporini. Rursus itaq; sic colloca: $\frac{1}{2}$ saltus lucrifit à cane 3 saltibus, quot saltibus lucrifiunt 50 saltus? Facit 300 saltus.

Aliud de Oenopola.

Emit quispiam Oenopola tria vasa Rhenani vini aureis 74. Continent autem hæc 3 vasa amphoras seu cados 18 cum semisse. Amphora verò nunc sit sextariorum seu cantharorum 72. Quæritur jam, si cupiat singulis amphoris lucrifacere 12 grossos, quo pretio singulos cantharos venum exponat? Primùm disce, quanti emerit ipse singulas amphoras; facit 4 florenos: his adde 12 grossos, & sic colloca: 72 canthari vendendi sunt grossis 96, quanti unus cantharus? Venient igitur singulis cantharis singuli grossi cum triente, id est, numulli nostrates 16.

Exemplum progressionis Arithmetica.

Sunt in quibusdam regionibus, ut in Silesia, Italia, in usu Horologia, quæ vocant integra, quæ non desinunt in duodecimam horam, sed in ultimam integri diei natura-

lis, id est, in horam vicesimam quartam. Quæritur, quot ictibus pulsent hujusmodi horologia totius diei, noctisq; spatio, quod vulgo vocant diem naturalem? Facit summa juxta legem Arithmeticæ progressionis continuæ ictus seu pulsus 300.

Aliud exemplum progressionis Geometricæ.

Quidam Princeps venditurus suam ditionem, quæ est 30 oppidorũ, ita paciscitur cum emptore, ut pro primo oppido numeret tantùm unum numultum, quales 252 efficiunt aureum, pro secundo duos, pro tertio quatuor, atq; ita deinceps duplum proximi pretij, quæritur summa pretij? Hæc colligetur facilimè juxta legem progressionis Geometricæ suprà traditam. Facit enim 42608 80 aureos, 5 grossos cum 3 numulis.

De usura.

I *Centesimæ usuræ perpetui fœnoris.*

Quidam necessitate compulsus, ut fit, adit fœneratorem, & accipit ab eo in usuram centesimam perpetui fœnoris 100 aureos Exacto quadriennio seu mensibus 48, metuens, ne sibi crescat æs alienũ, cupit se illo liberare, ac fœneratori restituere tam sortem

sortem quam id quod usuræ nomine exigebatur. Quæritur, quantum in summa debeat fœneratori? Sunt autem centesimæ usuræ, quæ centesimo mense, id est, ante exitú noni anni æquant sortem. Quare si usq; ad exitum centesimi mensis retinuisset 500 illos aureos sortis, coactus fuisset præter sortem tantundé usuræ nomine persolvere. Quæstio jam est, quantum pro 4 annis debeat ultra 500 aureos sortis? Colloca in hunc modum: 100 menses usuram faciunt 500 aureorum, quantum usuræ faciunt 48 menses? Facit 240 aureos, quos debet supersortem. Quod si centesimæ non ducuntur perpetuo fœnore, sed cum anatocismo anniversario, hoc est renovato in singulos annos fœnore, qualis usura hodie vocatur Iudaica, longè alius est operandi modus, adeòque duplex. Prior, ut per singulos annos seorsim fiat calculatio propter anatocismum seu renovationem fœnoris, ut pro primo anno sic colloca: 100 menses dant 500 aureos quantum 12 menses? facit 60 aureos. Ideo ad exitum primi anni debebat tam sortis quam usuræ nomine 560 aureos. Cum autē 500 aurei fœnerentur uno anno 60 aureos, hoc est, 25 aurei fœnerentur 3. eam rationem deinceps per singulos annos com-

2. *Centesimæ usuræ cū anatocismo anniversario.*

compendij gratia obſervabimus. Iam ſi liber cognoſcere, quantum debeatur fœneratori ad exitum alterius anni, non ſoluto annuo fœnore, ſed retento ac renovato, ſic colloca. 25 aurei dant 3 quantū 560? Facit $67\frac{1}{2}$ aurei. Quare ad finē ſecundi anni, debētur ob anatocismū fœneratori præter priores 60, nō tantum 60, ſed 67 cū $\frac{1}{2}$ unius aurei. Ad examinandū tertiū adde $67\frac{1}{2}$ aurei ad 560 aureos, fiunt $627\frac{1}{2}$ aurei; & ſic pone: 25 dant 3, quantum $627\frac{1}{2}$? Facit $75\frac{3}{8}$ aurei. Ad eundem modum pro quarto anno colloca: 25 dant 3 quantum $702\frac{6}{8}$? Facit $84\frac{3}{8}$. Ergo tàm ſortis quā uſuræ ſingulis annis renovatæ nomine debet ad finem quarti anni $789\frac{3}{8}$ aureos. Hæc eſt una operandi ratio.

Secundus annus.

Tertius annus.

Quartus annus.

Altera operatio.

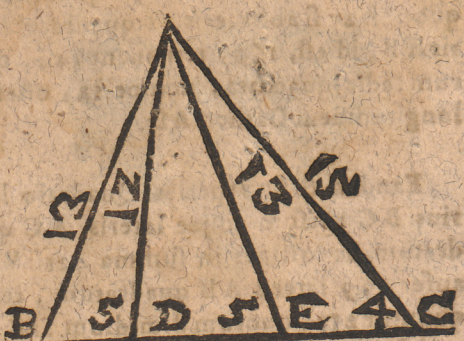
Sed altera longe eſt compendioſior, quæ quidem hoc pacto abſolvitur: Quoniam 500 aurei fœnerantur primo anno 60 id eſt, juxta minores numeros 25 aurei fœnerantur 3, adde 3 & 25, fiunt 28 aurei ſortis & uſuræ, quibus reſpondent 25 aurei ſortis. Proinde ob 4 annos ſic pone $\frac{25}{28}\ \frac{25}{28}\ \frac{25}{28}\ \frac{25}{28}$. Ac multiplica ſuperiores inter ſe, unde producentur denuo 390625. Itidem & inferioribus in invicem ductis procreantur 614656. Nunc ita colloca in regula: 390625

dant

dant 6146 6, quantum dant 500? facit, ut priùs, 786 aureos cum $\frac{13}{21}\frac{7}{27}\frac{4}{7}$ unius aurei.

EXEMPLVM
Geodesiæ.

Cujusdam agri trianguli, sed non rectanguli, ut A B C tria latera sunt nota, primum enim AB perticarum 13. alterum BC 14, tertium AC 15. quæritur area seu spatium hujus agri. Est autem planissima & maxime usitata forma investigationis per catherum seu lineam perpendicularem ad aliquod trianguli latus ex angulo, qui ab eodem subtenditur, demissam, ut si in nostro triangulo ad latus B C fuerit demissa perpendicularis A D ex angulo A. venabimur ejus longitudinem hoc pacto: Primò unumquodq; trianguli latus quadra, id est, in



in se multiplica; eritq; quadratum lateris AB 169, lateris BC 196 lateris porro CA 225. Adjunge jam quadrato BC, quadratum AB, prodeunt 365, ex qua summa abijce reliqui lateris AC quadratum, nempe 225. fiunt reliqua 140. Horum dimidium videlicet 70, divide per 14, id est, per partes ejus lateris, in quod perpendicularis demissa fuit; habebis pro quotiente 5, longitudinem scilicet BD. Hujus quadratum, quod est 25 si abstuleris ex quadrato lateris AB, id est, 169, remanent 144, quorum radix quadrata, nempe 12, ostendit longitudinem Catheri AD.

Eandem & sic reperies: Quadrato laterius BC rursum adijce lateris AC quadratum, ac colliges in summa 421. Unde aufer 169 lateris AB quadratum, relinquuntur 252, quorum dimidium 126 per 14 distributum ostendit in quotiente 9 longitudinem CD, cujus quadratum 81 subductum ex 225, relinquit quadratum perpendicularis AD. Quadrata igitur radix ex 144. nempe 12, ut prius, est ipsa perpendicularis AD.

Vt igitur cognoscas aream agri triangularis, multiplica per dimidium basis inven-

ventam modò perpendicularem, ac producentur perticæ quadratæ 84, quæ sunt vera capacitas seu amplitudo agri. Ad eundem modum reperies aream trianguli A B E perticarum quadratarum 60, Ac trianguli A E C perticarum 24. &c.

FINIS.

Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn787859478/phys_0147
DFG

ea mediet. sunt 11, tu verò retine 1
jube ut rursus triplet 11, fiunt 33, e
mediari nō possunt, nisi unitate ad
erunt 34, quorum dimidium 17
vero 2 hic collige, jam jube illum
9 quoties potest, verùm quoniam
semel id licet, 4 colliges, de reliq
inquires, sed pro eo 3 tibi servave
eum 4 addita, 7 faciunt.

Si tres diversæ res absondantu
diversis personis, tu verò per Ar
cam, tanquam divinus vates. unicu
cere velis quam absconderit rem, i
Sint tres res a, b, c, animo tuo signa
sonæ verò ordine animo tuo hærea
mus, secundus tertius, tum priusc
absondant, pone in medium 24.
les, ex his da primo 1 in manu, sec
tertio 3. deinde colloca tres res or
dic illis, ubi abiero, tum singuli
his rebus quamcunque velint, absc
sed ea lege, ut qui abscōderit a, cap
projectilibus relictis adhuc tot pr
quot habet is ipse in manu. Qui v
sconderit, duplum capiat, qui t
quadruplum. Reliquum verò
aut loco aperto relinquant.

the scale towards document
Image Engineering Scan Reference Chart TE263 Serial No. 092
Patch Reference numbers on UTT
C1 B1 A1 C2 B2 A2 B5 A5 20 18 17 16 11
10 09 03 02 01 C7 B7 A7 C8 B8 A8 C9 B9
mm Inch
Universitäts Bibliothek Rostock
http://purl.uni-rostock.de/rosdok/ppn787859478/phys_0153
DFG