ZUR DYNAMIK VON NICHTLINEAREN OPTISCHEN IMPULSEN UND IMPULSSTRUKTUREN IN GLASFASERN MIT ALTERNIERENDER DISPERSION

DIPL.-PHYS. HALDOR HARTWIG

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.) Institut für Physik Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät Universität Rostock

April 2010

urn:nbn:de:gbv:28-diss2010-0170-0

Gutacher:	Prof. Dr. Fedor Mitschke, Universität Rostock
	Prof. Dr. Carsten Fallnich,
	Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Tag der Disputation:	16. Juli 2010

DANKSAGUNGEN

Auch wenn das in dieser Arbeit verwendete Lasersystem bei der Anzahl der beigesteuerten Impulse – und zwar in Form von DM-Solitonen – ganz weit vorne liegt und damit einen wichtigen Beitrag lieferte, so möchte ich dennoch keinesfalls diejenigen Impulse unerwähnt lassen, die sich aus zahlreichen Diskussionen mit allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe *Nichtlineare Optik* ergaben. Diese Impulse waren mindestens ebenso wichtig für eine erfolgreiche Forschung zu diesem Thema.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Fedor Mitschke für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe und die interessante Aufgabenstellung. Er hat mich fortwährend bei der Verfolgung meiner Ideen mit wertvollen Anregungen unterstützt und mir die Teilnahme an nationalen und internationalen Tagungen ermöglicht.

Dr. Michael Böhm danke ich für die vielen Gespräche und Diskussionen. Er hat meine Arbeit mit großem Interesse begleitet und war immer bereit, einzelne Ergebnisse ausführlich zu diskutieren. Gerade in der Anfangsphase stand er mir mit vielen Tipps zur Seite, wenn sich numerische oder experimentelle Probleme auftaten.

Dipl.-Phys. Alexander Hause danke ich für die in jeder Hinsicht inspirierende und freundliche Zusammenarbeit.

Im experimentellen Teil der Arbeit waren Dipl.-Phys. Christoph Mahnke (Aufbau der Faserstrecke und erste Messungen) und Dipl.-Phys. Philipp Rohrmann (Phasensensitive Impulsmessungen) beteiligt, wofür ich ihnen herzlich danke.

Mein Dank gilt außerdem allen weiteren gegenwärtigen bzw. ehemaligen Mitgliedern der Arbeitsgruppe für die gute Unterstützung und die angenehme Arbeitsatmosphäre: Dr. Martin Stratmann, Dipl.-Phys. Toralf Ziems, Dipl.-Phys. Peter Keller, Dipl.-Phys. Gunnar Schulz, Dipl.-Phys. Sebastian Knitter, Dipl.-Phys. Felix Bremerkamp, Hartmuth Reichwagen, Theresa Kopplow, Helga Harder, Anja Gloede, Madlen Henkert, Daniel Prestin und Jan Riemer.

Die Firma OFS Fitel Danmark ApS stellte freundlicherweise einige Kilometer der im Experiment benötigten Glasfasern zur Verfügung. Mange tak!

Meinen Eltern möchte ich besonders für die stete Unterstützung während meiner gesamten Studienzeit danken.

LISTE DER PUBLIKATIONEN

BEITRÄGE IN ZEITSCHRIFTEN

- [V1] A. Hause, H. Hartwig, B. Seifert, H. Stolz, M. Böhm, and F. Mitschke. Phase structure of soliton molecules. Phys. Rev. A 75, 063836 (2007). (siehe
 [1])
- [V2] A. Hause, H. Hartwig, M. Böhm, and F. Mitschke. Binding mechanism of temporal soliton molecules. Phys. Rev. A 78, 063817 (2008). (siehe [2])
- [V3] H. Hartwig, M. Böhm, A. Hause, and F. Mitschke. Slow oscillations of dispersion-managed solitons. Phys. Rev. A 81, 033810 (2010). (siehe [3])

BEITRÄGE AUF INTERNATIONALEN KONFERENZEN

- [V4] H. Hartwig, M. Stratmann, F. Mitschke. QThJ4: Experimental Investigation of Soliton Molecules. CLEO/QELS 2006, 21-26.5., Long Beach, USA (2006)
- [V5] A. Hause, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke. QWB2: Temporal Soliton Molecules: Experimentally determined phase profiles. CLEO/QELS 2007, 6.-11.5., Baltimore, USA (2007)
- [V6] A. Hause, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke. IE6-5-Thu: Temporal Soliton Molecules: Experimentally determined phase profiles. CLEO/Europe-IQEC 2007, 17.-22.6, Munich, Germany (2007)
- [V7] H. Hartwig, A. Hause, M. Böhm, F. Mitschke. NThC6: Measurement of the phase and amplitude profile of temporal soliton molecules. BG-PP/NP 2007, 2.-6.9., Quebec, Canada (2007)
- [V8] A. Hause, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke. QMK2: Soliton Molecules: Phase Profiles and Bindung Mechanism. CLEO/QELS 2008, 4.-9.5., San Jose, USA (2008)
- [V9] A. Hause, H. Hartwig, Ch. Mahnke, M. Böhm, F. Mitschke. IME3: Soliton Interaction in Dispersion-Managed Fibers: Formation of the Soliton Molecule. CLEO/IQEC 2009, 31.5.-5.6., Baltimore, USA (2009)
- [V10] H. Hartwig, A. Hause, M. Böhm, F. Mitschke. JWA125: Long-Period Oscillations of Dispersion-Managed Solitons. CLEO/IQEC 2009, 31.5.-5.6., Baltimore, USA (2009)

- [V11] A. Hause, H. Hartwig, Ch. Mahnke, M. Böhm, F. Mitschke. EF3.4 THU: Solitons in Dispersion-Managed Fibers: Bond of the Soliton Molecule. CLEO/Europe-EQEC 2009, 14.-19.6., Munich, Germany (2009)
- [V12] H. Hartwig, M. Böhm, A. Hause, F. Mitschke. EF3.5 THU: Long-Period Oscillations and Soliton Content of Dispersion-Managed Solitons. CLEO/Europe-EQEC 2009, 14.-19.6., Munich, Germany (2009)
- [V13] H. Hartwig, F. Mitschke. QTuC7: Experimental Investigation of Slow Oscillations of Dispersion-Managed Solitons. CLEO/QELS 2010, 16.-21.5., San Jose, USA (2010)
- [V14] H. Hartwig, F. Mitschke. NMC5: Experimental Investigation of Slow Oscillations of Dispersion-Managed Solitons. NP 2010, 21.-24.6., Karlsruhe, Germany (2010)
- [V15] A. Hause, H. Hartwig, F. Mitschke. NME10: Self-similar Interaction of Slowly Oscillating Dispersion-Managed Solitons. NP 2010, 21.-24.6., Karlsruhe, Germany (2010)

BEITRÄGE AUF NATIONALEN KONFERENZEN

Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft

- [V16] M. Böhm, H. Hartwig, F. Mitschke. Q 29.2: Präparation von mit Flüssigkeiten gefüllten mikrostrukturierten Glasfasern. Verhandl. DPG (VI) 40, Berlin, Deutschland (2005).
- [V17] H. Hartwig, M. Stratmann, F. Mitschke. Q 12.5: Experimentelle Untersuchungen zum Existenzbereich von Solitonenmolekülen. Verhandl. DPG (VI) 41, Frankfurt, Deutschland (2006)
- [V18] A. Hause, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke. Q 58.1: Solitonenmoleküle in dispersionsalternierenden Glasfasern: Phasensensitive Charakterisierung. Verhandl. DPG (VI) 42, Düsseldorf, Deutschland (2007)
- [V19] A. Hause, H. Hartwig, F. Mitschke. Q 16.3: Bindungsmechanismus von Solitonenmolekülen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Verhandl. DPG (VI) 43, Darmstadt, Deutschland (2008)
- [V20] H. Hartwig, A. Hause, M. Böhm, F. Mitschke. Q 62.4: Oszillationen und Solitonengehalt von Impulsen in Glasfasern mit alternierender Dispersion. Verhandl. DPG (VI) 44, Hamburg, Deutschland (2009)
- [V21] A. Hause, H. Hartwig, M. Böhm, F. Mitschke. Q 62.5: Wechselwirkung von Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern: Bildung des Solitonenmoleküls. Verhandl. DPG (VI) 44, Hamburg, Deutschland (2009)
- [V22] A. Hause, H. Hartwig, F. Mitschke. Q 53.5: Selbstähnliche Wechselwirkung von Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Verhandl. DPG (VI) 45, Hannover, Deutschland (2010)

[V23] H. Hartwig, F. Mitschke. Q 53.8: Langsame Oszillationen von Solitonen in Glasfasern mit alternierender Dispersion: Experimentelle Untersuchungen. Verhandl. DPG (VI) 45, Hannover, Deutschland (2010)

BEZEICHNUNGEN DER TAGUNGEN

CLEO	Conference on Lasers and Electro-Optics
CLEO/Europe	European Conference on Lasers and Electro-Optics
QELS	Quantum Electronics and Laser Science
IQEC	International Quantum Electronics Conference
BGPP	Bragg Gratings, Photosensitivity and Poling in Glass Waveguides
NP	Nonlinear Photonics
EQEC	European Quantum Electronics Conference

INHALTSVERZEICHNIS

- 1 EINFÜHRUNG 1
- PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN 2 3 Lichtausbreitung in Glasfasern 2.1 3 Nichtlineare Schrödingergleichung 2.2 Erweiterte Nichtlineare Schödingergleichung 2.3 7 Raman-Responsefunktion und Näherungen 10 2.4 2.5 Solitonenlösungen 11 2.5.1 Fundamentalsoliton 11 Mehrsolitonenzustände und Wechselwirkung 2.5.2 12 2.6 Dispersionsmanagement (DM) 13 Impulse mit Solitonencharakter im DM-System 16 2.7 2.7.1 DM-Soliton 17 Solitonenmolekül 2.7.2 18 2.7.3 Systematik der Bindungszustände 19 Störungstheoretisches Modell der Wechselwirkung 2.7.4 20 NUMERISCHE VERFAHREN 23 3 3.1 Split-Step-Fourier-Methode (SSFM) 23 Nichtsymmetrisierte SSFM 3.1.1 24 Symmetrisierte SSFM 3.1.2 24 Anwendung des linearen Operators 3.1.3 25 Anwendung des nichtlinearen Operators 26 3.1.4 3.2 Mittelungsverfahren für stationäre Lösungen 27 Feste Energie 3.2.1 28 3.2.2 Feste Impulsdauer oder fester Impulsabstand 30 Periodische Lösungen 3.2.3 30 Bestimmung des Solitonengehaltes 3.3 31 3.3.1 Mehrsolitonenzustände im integrablen System 32 Erweiterung auf andere optische Frequenzen 3.3.2 34 3.4 Simulationssoftware propulse 36 Beschreibung der Software 36 3.4.1 Vergleich der Algorithmen 36 3.4.2 SIMULATIONEN ZUR IMPULSDYNAMIK 39 4 4.1 Dynamik von DM-Solitonen 39 Methoden 4.1.1 40 Modellsystem 4.1.2 41 4.2 Symmetrische Störung von DM-Solitonen 42 4.2.1 Feste Energie 42 Diskussion 4.2.2 46 Variation der Energie 4.2.3 47 Starke Störung 4.2.4 49

4.3 Asymmetrische Störung von DM-Solitonen 52 Mehrsolitonencharakter und interne Moden 4.4 54 Grenzfälle 4.5 55 4.6 Dynamik von Solitonenmolekülen 56 4.6.1 Variation der Energie 56 4.6.2 Diskussion 58 4.6.3 Zerfall des Solitonenmoleküls 59 Skalierungsverhalten 60 4.7Normierte Energie und normierte Ortsfrequenz 4.7.1 61 Skalierung der Segmentlängen 62 4.7.2 VORBEREITUNG DES EXPERIMENTES 63 5 5.1 Parameter der verwendeten Glasfasern 65 Dispersionsmessung mittels Weißlichtinterferometrie 5.1.1 65 Nichtlinearität und weitere Parameter 5.1.2 68 Existenzbereich von DM-Soliton und Solitonenmolekül 68 5.2 Idealisierte Bedingungen 68 5.2.1 5.2.2 Reale Bedingungen 70 Parameter der Faserstrecke 5.3 73 Segmentlängen, mittlere Dispersion, Mapstärke 5.3.1 73 Spleißverbindungen 5.3.2 73 5.4 Realisierbarkeit weiterer Impulsstrukturen 74 Einfluss von Störtermen 5.5 77 5.6 Lasersystem und Messverfahren 78 6 EXPERIMENTE ZUR IMPULSDYNAMIK 81 6.1 Experimente zum DM-Soliton 82 6.1.1 Messung der langsamen Oszillationen 82 6.1.2 Messergebnisse und Vergleich mit Simulationen 83 6.2 Experimente zum Solitonenmolekül 86 6.2.1 Parameter des Experimentes 87 6.2.2 Messergebnisse und Vergleich mit Simulationen 88 Typische Bereiche der Wechselwirkung 6.2.3 90 Messung mit VAMPIRE 6.2.4 91 Das Solitonenmolekül in der Datenübertragung 6.2.5 92 ZUSAMMENFASSUNG 93 DEFINITIONEN UND ABKÜRZUNGEN 97 A.1 Fouriertransformation 97 A.2 Impulsparameter 98 A.3 Abkürzungen 100 ANMERKUNGEN ZUR NUMERISCHEN SIMULATION 103 в С GLASFASERPARAMETER 107

LITERATURVERZEICHNIS 111

1 EINFÜHRUNG

Die rasante Entwicklung der Glasfasertechnologie bei der Datenübertragung mit Hilfe optischer Impulse geht zurück auf die Herstellung dämpfungsarmer Glasfasern, die heute eine Überbrückung von kilometerlangen Entfernungen ermöglichen. Der entscheidende Durchbruch gelang zum Ende der sechziger Jahre: Nachdem zunächst im Jahre 1966 K. C. Kao (Nobelpreis für Physik 2009) und G. A. Hockham mit Hilfe theoretischer Berechnungen die Möglichkeit vorhersagten, Dämpfungen von zuvor 1000 dB/km auf nur noch 20 dB/km zu senken [4], wurde dieser Wert auch tatsächlich einige Jahre später im Experiment durch Verwendung von hochreinem bzw. dotiertem Siliziumdioxid (SiO₂) realisiert [5]. Schließlich konnte im Jahre 1981 eine Dämpfung von 0,2 dB/km im Wellenlängenbereich um 1,55 μ m erreicht werden [6]. Damit war die fundamentale Grenze, verursacht durch Absorption und Streuung im Glas, erreicht. Ohne diese Entwicklung wäre der heutige allgegenwärtige Einsatz von Informationstechnologien in diesem Umfang undenkbar.

Eine weitere in diesem Zusammenhang wichtige Entwicklung war die Vorhersage optischer Solitonen in Glasfasern durch A. Hasegawa und F. Tappert [7] im Jahre 1973. Ein experimenteller Nachweis erfolgte im Jahre 1980 in einer 700 m langen Glasfaser durch L. F. Mollenauer, R. H. Stolen und J. P. Gordon [8] – ungefähr zu der Zeit, als die Herstellung verlustarmer Glasfasern erstmalig möglich war.

Das Interesse an optischen Solitonen in Glasfasern beruht zum einen darauf, dass man es hier mit einem experimentell gut beherrschbaren Modellsystem für Solitonen, die in verschiedensten Bereichen der Physik auftreten, zu tun hat. Zum anderen hat sich auch gezeigt, dass ein Einsatz von Solitonen in der optischen Datenübertragung einige Probleme der rein linearen Übertragung beseitigen kann. Aufgrund der selbststabilisierenden Eigenschaften sind sie als natürliche Informationsbits prädestiniert.

Eine Realisierung der Datenübertragung mit Solitonen findet heute in Glasfasern mit alternierender Dispersion statt. Impulse in solchen Glasfasern tragen den Namen DM-Soliton (von engl. *dispersion management*, DM). Aus numerischen und theoretischen Untersuchungen ist bekannt, dass zwei oder mehrere solcher Solitonen stabile Impulsstrukturen bilden können [9, 10]. Ein erster experimenteller Nachweis eines solchen Verbundzustands aus zwei DM-Solitonen gelang in [11] in einer Faserstrecke im Labormaßstab.

Für DM-Solitonen und daraus zusammengesetzte Impulsstrukturen lässt sich eine stationäre Impulsform angeben, bei der die Abstrahlung von Energie während der Ausbreitung vernachlässigbar klein ist. Eine Abweichung von der stationären Impulsform führt zu charakteristischen Oszillationen. In dieser Arbeit werden solche nichtstationären Impulse zunächst mit Hilfe numerischer Methoden im Hinblick auf ihr charakteristisches Ortsfrequenzspektrum untersucht.

2 | EINFÜHRUNG

Weiter wird im Experiment eine Faserstrecke aufgebaut, die eine experimentelle Beobachtung dieser Situation gestattet.

In der vorliegenden Arbeit werden in Kapitel 2 die zum Verständnis wichtigen Grundlagen behandelt und in Kapitel 3 die verwendeten numerischen Verfahren vorgestellt. In Kapitel 4 werden die Eigenschaften der nichtstationären DM-Solitonen und daraus zusammengesetzter Impulsstrukturen unter Einsatz der vorgestellten numerischen Verfahren in einem Modellsystem studiert. Dabei werden charakteristische Eigenschaften aufgedeckt. Der Untersuchung dieser Eigenschaften im Experiment sind die beiden darauffolgenden Kapitel gewidmet: Der Entwurf des Experimentes wird in Kapitel 5 erläutert. Die Messergebnisse werden schließlich in Kapitel 6 vorgestellt, und es erfolgt eine Interpretation der Beobachtungen.

2 PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

INHALTSVERZEICHNIS

2.1	Lichtausbreitung in Glasfasern 3		
2.2	Nichtlineare Schrödingergleichung 7		
2.3	Erweiterte Nichtlineare Schödingergleichung 7		
2.4	Raman-Responsefunktion und Näherungen 10		
2.5	Soliton	onenlösungen 11	
	2.5.1	Fundamental soliton 11	
	2.5.2	Mehrsolitonenzustände und Wechselwirkung 12	
2.6	Dispersionsmanagement (DM) 13		
2.7	Impulse mit Solitonencharakter im DM-System 16		
	2.7.1	DM-Soliton 17	
	2.7.2	Solitonenmolekül 18	
	2.7.3	Systematik der Bindungszustände 19	
	2.7.4	Störungstheoretisches Modell der Wechselwirkung 20	

Es werden zunächst im Abschnitt 2.1 die Effekte vorgestellt, die bei der Ausbreitung von kurzen Lichtimpulsen in optischen Glasfasern wirksam werden. Daraufhin wird in Abschnitt 2.2 und Abschnitt 2.3 auf die physikalische Beschreibung dieser Effekte im Rahmen der der Nichtlinearen Schrödingergleichung (NLSG) eingegangen. Die NLSG beschreibt die Lichtausbreitung in Einmodenglasfasern und wird in Kapitel 4 für die numerischen Simulationen benutzt. Schließlich wird in Abschnitt 2.6 die Technik des Dispersionsmanagements (engl. *dispersion management*, DM) erläutert und in Abschnitt 2.7 auf spezielle Solitonenlösungen, wie sie in dieser Arbeit untersucht werden sollen, eingegangen.

2.1 LICHTAUSBREITUNG IN GLASFASERN

Glasfasern sind Lichtwellenleiter, die aus einer konzentrischen Struktur aus Siliziumdioxid (SiO₂) mit leicht unterschiedlichen Brechungsindizes aufgebaut sind. Die eigentliche Lichtleitung ist dabei auf den Kern konzentriert. Die ihn umgebende Mantelstruktur hat einen etwas geringeren Brechungsindex und ermöglicht dadurch die Lichtleitung. In dieser Arbeit kommen sogenannte Einmodenglasfasern mit einem Manteldurchmesser von 125 µm zum Einsatz. Aufgrund des geringen Kerndurchmessers von etwa 8 µm ist nur eine einzige Wellenmode ausbreitungsfähig; die sonst in Mehrmodenglasfasern auftretende Struktur der Glasfaser Modendispersion ist unterdrückt. Aufgrund der wellenlängenabhängigen Eindringtiefe der Lichtwelle in den Mantel kann über dessen Struktur die chromatische Dispersion der Glasfaser, zu der anteilig sowohl Wellenleiterdispersion als auch Materialdispersion beitragen, beeinflusst werden. Die chromatische Dispersion wird über den effektiven frequenzabhängigen Brechungsindex $n_{eff}(\omega)$ beschrieben.

Extinktion

Im Einzelnen sind bei der Ausbreitung von Lichtimpulsen folgende Effekte wirksam: Für die Extinktion in Glasfasern sind die amorphe Struktur (\rightsquigarrow Rayleighstreuung) sowie elektronische und molekulare Resonanzen des SiO₂ verantwortlich. Der Wert des Extinktionskoeffizienten α liegt in Standardglasfasern bei etwa 0,2 dB/km im Wellenlängenbereich um 1,55 µm. Das ermöglicht eine Signalübertragung über lange Strecken, und eine Regeneration des Signals ist meist erst im Abstand einiger zehn Kilometer erforderlich. In dieser Arbeit erfolgt die Lichtausbreitung über vergleichsweise kurze Strecken von unter einem Kilometer Länge. Relevant sind daher diejenigen Verluste, die beim Übergang von einer Fasersorte zur anderen aufgrund leicht unterschiedlicher Modenfelddurchmesser und Modenfeldverteilungen entstehen [12]. Da im Experiment mehrere solcher Spleißstellen anzufertigen sind, muss besonderes Augenmerk auf eine verlustarme Verbindung gelegt werden.

chromatische Dispersion Kurze optische Impulse im sub-Pikosekundenbereich haben eine spektrale Breite von einigen Nanometern. Während der Ausbreitung kommt es aufgrund der chromatischen Dispersion, also der wellenlängenabhängigen Phasengeschwindigkeit, bereits nach Strecken von einigen Kilometern zu einem deutlichen Auseinanderfließen der Impulse im Zeitbereich. Eine gezielte Beeinflussung oder Kompensation der chromatischen Dispersion einer Übertragungsstrecke durch Einfügen von Glasfasern mit entgegengesetztem Dispersionsvorzeichen nennt man *Dispersionsmanagement* (DM). Die DM-Technologie bildet die Basis für die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen, hier jedoch im Zusammenhang mit nichtlinearen Effekten und Solitonen. Auf DM im Solitonenregime wird näher in Abschnitt 2.6 eingegangen.

Die Entwicklung des Feldes unter dem Einfluss der Dispersion wird über die Propagationskonstante $\beta(\omega)$ in $E(t, z, \omega) = E_0 \exp [i\omega t - \beta(\omega)z]$ berücksichtigt. Die Propagationskonstante geht aus dem effektiven Brechungsindex gemäß $\beta(\omega) = \omega n_{eff}(\omega)/c$ hervor. Für optische Impulse kann deren Mittenfrequenz ω_0 sowie deren spektrale Breite $\Delta \omega$ (beispielsweise als volle spektrale Breite bei halber maximaler Leistungsdichte, FWHM) angegeben werden. Ist $\Delta \omega/\omega_0 \ll 1$, so gilt die quasimonochromatische Näherung, und $\beta(\omega)$ lässt sich als eine Reihenentwicklung um die Mittenfrequenz ω_0 darstellen. Es gilt dann

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_3 + \dots$$
 (2.1)

mit den Dispersionskoeffizienten

$$\beta_{m} = \frac{\partial^{m} \beta}{\partial \omega^{m}} \Big|_{\omega = \omega_{0}} \quad .$$
(2.2)

Der Koeffizient β_2 wird auch als GVD-Parameter bezeichnet (von engl. *group velocity dispersion*). In der Gleichung, die später zur Berechnung der Impulsausbreitung verwendet wird (Gleichung (2.6)), werden erst Terme ab einschließlich β_2 relevant. Terme mit β_0 und β_1 können durch Transformationen beseitigt werden.

Bei gaußförmigen Impulsen mit der Impulsdauer T₀ (siehe Anhang A für die Definition) gibt die Dispersionslänge zweiter Ordnung L_D die Längenskala an, auf der die Dispersion wirksam wird; eine analoge Definition führt man für die Wirkung der Dispersion dritter Ordnung (engl. *third-order dispersion*, TOD) ein:

$$L_{\rm D} = \frac{T_0^2}{\beta_2}$$
 und $L_{\rm TOD} = \frac{T_0^3}{\beta_3}$. (2.3)

Da das Licht der kurzen Impulse im sehr kleinen Faserkern konzentriert ist, wird die Intensität bzw. Feldstärke (I $\propto |E|^2$) sehr hoch. Die im Material induzierte Polarisierung ist damit nicht mehr linear vom elektrischen Feld abhängig, und Suszeptibilitäten höherer Ordnung müssen beachtet werden. Bei SiO₂ liefert erst die Suszeptibilität dritter Ordnung einen Beitrag zur Polarisierung gemäß $\mathbf{P} = \epsilon_0 \left[\chi^{(1)} + \chi^{(3)}\mathbf{E}^2\right] \mathbf{E}$, was unter anderem zum optischen Kerr-Effekt führt. Daraus folgt eine Modifikation des linearen Brechungsindizes n₀, die mit einer der Komponenten des Tensors $\chi^{(3)}$ verknüpft ist (genauer in [13]). Es gilt dann

$$n(\omega, |\mathsf{E}|^2) = n_0(\omega) + \frac{3}{8n_0} \operatorname{Re}\left(\chi^{(3)}_{xxxx}\right) |\mathsf{E}|^2 = n_0(\omega) + n_2 |\mathsf{E}|^2 \quad , \tag{2.4}$$

mit dem nichtlinearen Brechnungsindex $n_2 \approx 2.6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$. Die nichtlineare Länge gibt die Längenskale an, auf der nichtlineare Effekte von Impulsen mit der Spitzenleistung P wirksam werden, mit γ aus Gleichung (2.7):

$$L_{\rm NL} = \frac{1}{\gamma P} \quad . \tag{2.5}$$

Eine Folge des optischen Kerr-Effektes ist eine nichtlineare intensitätsabhängige Phasenverschiebung. Aufgrund dieser sogenannten Selbstphasenmodulation (SPM) kommt es zur Erzeugung neuer spektraler Komponenten, die symmetrisch um die Mittenfrequenz des Impulses angeordnet sind.

Ein interessanter Fall ist die gleichzeitige Wirkung von GVD und SPM. Zusammen ermöglichen sie die Ausbildung selbststabilisierender Lichtimpulse mit teilchenhaftem Charakter, sogenannter *Solitonen* (siehe Abschnitt 2.5), die im Vordergrund dieser Arbeit stehen.

Der Effekt des self-steepening beschreibt die Abhängigkeit der Gruppengeschwindigkeit von der Intensität. Er tritt infolge des Kerr-Effektes auf und wird erst bei kleinen Impulsdauern und entsprechend breitem Spektrum relevant. Unter dem Einfluss von self-steepening werden durch SPM verbreiterte Spektren asymmetrisch, und das Impulsmaximum verschiebt sich im Zeitbereich hin zur fallenden Flanke.

Ein weiterer wichtiger Effekt, der besonders bei den hier auftretenden kurzen Impulsen unter 1 ps auftritt, ist die stimulierte Ramanstreuung (SRS). Unter

stimulierte Ramanstreuung (SRS)

Selbstphasenmodulation (SPM)

Solitonen

self-steepening

optischer Kerr-Effekt

GVD

Ramanstreuung versteht man die Anregung optischer Phononen durch die propagierenden Photonen. Im Gegensatz zum schnellen Kerr-Effekt beschreibt die Ramanstreuung eine verzögerte Antwort auf das elektrische Feld. Im Stokes-Prozess verlieren die Pumpphotonen Energie und werden zu längeren Wellenlängen konvertiert. Sie können erneut Ausgangspunkt für diesen Prozess werden. Ist die Verstärkung größer als die Dämpfung, spricht man von stimulierter Ramanstreuung. Das Verstärkungsspektrum beschreibt dabei die Verstärkung der bereits angeregten Stokes-Wellen; diese erreicht bei einer Abweichung von der Mittenfrequenz von etwa 13 THz ein Maximum. Eine gleichwertige Beschreibung im Zeitbereich ist durch die Raman-Responsefunktion [14] möglich, wobei beide durch die Fouriertransformation miteinander verknüpft sind. Die auftretenden Zeitkonstanten liegen im Bereich einiger zehn Femtosekunden. Bei Impulsen von vergleichbarer Dauer muss die Responsefunktion für das entsprechende Material, hier also SiO2, in der Berechnung der Impulsausbreitung berücksichtigt werden. In dieser Arbeit genügt die Betrachtung des Ramaneffektes über ein approximiertes Verstärkungsspektrum, was zu einer vereinfachten Propagationsgleichung (Gleichung (2.19)) führt.

soliton self-frequency shift

Vierwellenmischung (FWM)

> Kreuzphasenmodulation (XPM)

Polarisationsmodendispersion (PMD) Wirkt SRS auf Solitonen, erfahren sie den sogenannten soliton self-frequency shift. Dieser Effekt wurde zunächst experimentell beobachtet [15] und in [16] theoretisch beschrieben. Die längerwellige Flanke des Solitons erfährt dabei eine Verstärkung auf Kosten der kürzerwelligen Flanke. Daraus resultiert eine stetige Verschiebung zu größeren Wellenlängen. Aufgrund der Dispersion äußert sich dies im Zeitbereich in einer beschleunigten Bewegung, wobei jedoch die Form des Solitons weitgehend erhalten bleibt. Der Effekt ist besonders für Solitonen mit kurzer Impulsdauer ausgeprägt, da er mit $1/\tau^4$ skaliert [15]. Solitonen höherer Ordnung können unter SRS in ihre Fundamentalsoliton [17] zerfallen. Dieser Prozess wird mit soliton fission bezeichnet.

Die beschriebenen Effekte treten nur selten isoliert auf. Daher kann die Übertragungscharakteristik einer Faserstrecke sehr komplex werden, und eine Behandlung des Problems ist dann meist nur noch mittels numerischer Simulationen möglich.

Weitere Effekte ergeben sich, wenn man die Anwesenheit mehrerer Lichtimpulse in der Glasfaser zulässt, die sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit ausbreiten und deshalb kollidieren können. In der Faserstrecke können im Wellenlängen-Multiplexverfahren (engl. *wavelength-division multiplexing*, WDM) mehrere Wellenlängenkanäle gleichzeitig benutzt werden. Über Vierwellenmischung (engl. *four-wave mixing*, FWM) kommt es bei Phasenanpassung zur Erzeugung von Mischfrequenzen.

Mit Kreuzphasenmodulation (engl. *cross-phase modulation*, XPM) bezeichnet man die über den optischen Kerr-Effekt vermittelte Beeinflussung der Phasenentwicklung eines Impulses bei Anwesenheit eines zweiten.

In idealen Einmodenfasern mit perfekter Rotationssymmetrie sind die beiden möglichen orthogonalen Polarisationsrichtungen der Welle entartet. In realen Einmodenfasern jedoch ist die Entartung aufgehoben und es tritt *Polarisationsmodendispersion* (PMD) auf. Die Faser verhält sich dann effektiv wie eine Aneinanderreihung von unterschiedlich stark doppelbrechenden Segmenten, was abhängig von lokalen Faserparametern und veränderlichen Umwelteinflüssen eine statistische Verteilung der Gruppenlaufzeiten zur Folge hat. Eine Berücksichtigung der PMD in den numerischen Simulationen gestaltet sich daher prinzipiell schwierig; es wird mit der skalaren Variante der Wellengleichung gearbeitet.

Im Gegensatz zu rein dispersiver Ausbreitung sind die Auswirkungen der PMD jedoch für Solitonen aufgrund ihres teilchenhaften Charakters deutlich reduziert [18, 19]. Solitonen in Fasern mit alternierender Dispersion, wie sie in dieser Arbeit experimentell und numerisch untersucht werden, weisen eine nochmals größere Robustheit gegenüber PMD auf [20].

2.2 NICHTLINEARE SCHRÖDINGERGLEICHUNG

Betrachtet wird zunächst nur die verlustfreie Ausbreitung eines Lichtimpulses unter dem Einfluss von Dispersion zweiter Ordnung und Kerr-Nichtlinearität. Sei $A(z,t) = |A(z,t)| \exp [i (\phi(z,t) + \omega_0 t)]$ die komplexwertige Darstellung des propagierenden Feldes, bestehend aus reeller Einhüllenden sowie Phasenfaktor. Ist die Änderung der Einhüllenden langsam gegen die Periodendauer ($\propto 1/\omega_0$) des elektrischen Feldes, was hier vorausgesetzt wird, so kann der Phasenterm exp ($i\omega_0 t$) abgespalten werden. Durch diese sogenannte *slowly varying envelope approximation (SVEA)* lässt sich eine vereinfachte Propagationsgleichung für die Einhüllende A und den langsam veränderlichen Anteil ϕ des Phasenterms, die sogenannte *Nichtlineare Schrödingergleichung*, herleiten [13]. Sie ist gegeben durch

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma |A|^2 A \quad , \tag{2.6}$$

mit $A \equiv A(z,T) = |A(z,T)| \exp [i \phi(z,T)]$ an einer bestimmten Stelle z. T ist hierbei eine relative Zeitkoordinate, die so gewählt wird, dass sie die Zeit im Bezug auf ein mit der Gruppengeschwindigkeit mitbewegtes Koordinatensystem angibt. Weiter sind z die Koordinate in Ausbreitungsrichtung entlang der Faser und β_2 der GVD-Parameter. Der Nichtlinearitätskoeffizient in Gleichung (2.6) ist definiert zu

$$\gamma = \frac{n_2 \,\omega_0}{c \,A_{\rm eff}} \quad . \tag{2.7}$$

Dabei sind n_2 der nichtlineare Brechungsindex, wie er in Gleichung (2.4) eingeführt wurde, ω_0 die Mittenfrequenz des Signals sowie $A_{eff} = \pi (d/2)^2$ die effektive Modenfläche sowie c die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit. Der effektive Modenfelddurchmesser (engl. *mode-field diameter*, MFD) wird mit d bezeichnet. Für n_2 wird für Standardglasfasern aus SiO₂ je nach Messmethode und Wellenlänge ein Wert im Bereich $(2, 2 \cdots 3, 0) \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ angegeben [13].

2.3 ERWEITERTE NICHTLINEARE SCHÖDINGERGLEICHUNG

In dieser Arbeit muss die Berücksichtigung weiterer Effekte, wie sie in Abschnitt 2.1 vorgestellt wurden, durch entsprechende Terme in der WellengleiNLSG

E-NLSG im Zeitbereich

chung erfolgen. Dazu zählen hier die Spleißdämpfung, Dispersionskoeffizienten höherer Ordnung und stimulierte Ramanstreuung. Das führt auf die *erweiterte nichtlineare Schrödingergleichung* (E-NLSG), die in ihrer allgemeinen Form im Zeitbereich gegeben ist durch [13]

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i \sum_{m \ge 2} \frac{i^m}{m!} \beta_m \frac{\partial^m A}{\partial T^m} - \frac{\alpha}{2} A + i \gamma \left[1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right] \left[A(T, z) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |A(z, T - t')|^2 dt' \right] , \qquad (2.8)$$

mit den Dispersionskoeffizienten β_m aus Gleichung (2.2). In der Darstellung im Zeitbereich werden der Nichtlinearitätskoeffizient γ und der Extinktionskoeffizient α als frequenzunabhängig angenommen. Im Frequenzraum jedoch können auf einfache Weise die Frequenzabhängigkeiten berücksichtigt werden. Durch Fouriertransformation $A(T) \rightarrow \tilde{A}(\omega)$ und die Ersetzung $\partial^m / \partial t^m \leftrightarrow$ $[-i(\omega - \omega_0)]^m$ (siehe Anhang A) erhält man

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i \sum_{m \ge 2} \frac{\beta_m}{m!} (\omega - \omega_0)^m \tilde{A} - \frac{\alpha(\omega)}{2} \tilde{A}
+ i \gamma(\omega) \left[1 + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right] \mathcal{F} \left\{ A(T, z) \int_{-\infty}^{\infty} R(t') |A(z, T - t')|^2 dt' \right\} .$$
(2.9)

In dieser Darstellung kann auch in Gleichung (2.8) der Ursprung des Summenterms für die Dispersionsordnungen resultierend aus Gleichung (2.1) nachvollzogen werden. Für die folgenden Ausführungen liegt die Darstellung der E-NLSG im Zeitbereich zugrunde. Die ersten beiden Terme beschreiben lineare Effekte, während der dritte Term die nichtlinearen Effekte zusammenfasst. Die darin auftretende nichtlineare Materialantwort R(t) kann wie folgt geschrieben werden:

$$R(t) = (1 - f_R)\delta(t) + f_R h_R(t)\Theta(t) , \qquad (2.10)$$

mit der Heaviside-Stufenfunktion mit $\Theta(t) = 0$ für t < 0 und $\Theta(t) = 1$ für $t \ge 0$. In Gleichung (2.10) beschreibt der erste Term den elektronischen Kerr-Anteil, während der zweite Term den verzögerten molekularen Raman-Anteil mit der Raman-Responsefunktion $h_R(t)$ berücksichtigt. Eingesetzt in Gleichung (2.8) erhält man unter Berücksichtigung der Delta-Funktion mit $\int \delta(t) dt = 1$

$$\begin{split} \frac{\partial A}{\partial z} &= i \sum_{m \ge 2} \frac{i^m}{m!} \beta_m \frac{\partial^m A}{\partial T^m} - \frac{\alpha}{2} A + i \gamma \left[1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right] \\ &\times \left[(1 - f_R) A |A|^2 + f_R A \int_{-\infty}^{\infty} h_R(t') |A(z, T - t')|^2 dt' \right] \quad . \end{split}$$
(2.11)

Verschiedene Ansätze für $h_R(t)$ werden in Abschnitt 2.4 behandelt.

Bedeutung der einzelnen Terme, Operatorschreibweise Im Folgenden soll zunächst die Bedeutung der einzelnen nichtlinearen Terme in Gleichung (2.11) bzw. Gleichung (2.6) erläutert werden. Zur Vereinfachung wird hier eine verkürzte Operatorschreibweise eingeführt, die auch in Abschnitt 3.1 bei der Vorstellung der numerischen Methoden zur Lösung der

E-NLSG im Frequenzbereich E-NLSG Verwendung findet. Allgemein lässt sich die E-NLSG folgendermaßen schreiben:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\mathbf{D} + \mathbf{N}) A \quad . \tag{2.12}$$

Für die NLSG (2.6) identifiziert man den darin auftretenden linearen Operator **D** und den nichtlinearen Operator **N**:

$$\mathbf{D} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial T^2} \quad , \tag{2.13}$$

$$\mathbf{N} = i\gamma |\mathbf{A}|^2 \quad . \tag{2.14}$$

Für die E-NLSG (Gleichung (2.8)) sind diese Operatoren gegeben durch

$$\mathbf{D} = i \sum_{n \ge 2} \frac{i^m}{m!} \beta_m \frac{\partial^m}{\partial T^m} - \frac{\alpha}{2}$$
(2.15)

und

$$\mathbf{N} = i\gamma \frac{1}{A} \left[1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right] \times \left[(1 - f_R) A |A|^2 + f_R A \int_{-\infty}^{\infty} h_R(t') |A(z, T - t')|^2 dt' \right]$$
(2.16)

Durch Ausmultiplizieren der Terme im nichtlinearen Operator (2.16) lässt sich dieser so umformen, dass man die Operatoren für Selbstphasenmodulation (SPM), self-steepening (SS) und Ramanstreuung (RS) identifizieren kann:

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_{\text{SPM}} + \mathbf{N}_{\text{SS}} + \mathbf{N}_{\text{RS}} \tag{2.17}$$

.

mit

$$\begin{split} \mathbf{N}_{SPM} &= i\gamma \left(1 - f_R\right) |A|^2 \quad , \\ \mathbf{N}_{SS} &= -\frac{\gamma}{\omega_0} \frac{1}{A} (1 - f_R) \frac{\partial}{\partial T} \left(A|A|^2\right) \quad , \\ \mathbf{N}_{RS} &= i\gamma \frac{1}{A} f_R \left[1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T}\right] \left[A \int_{-\infty}^{\infty} h_R(t') |A(z, T - t')|^2 dt'\right] \end{split}$$

Der Beitrag zur Ramanstreuung kann durch Ausmultiplizieren der Terme weiter unterteilt werden (vergl. [21]) in einen Beitrag zur stimulierten Ramanstreuung (SRS) und zum soliton self-frequency shift (SSFS):

$$\begin{split} \mathbf{N}_{\text{SRS}} &= i\gamma f_{\text{R}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_{\text{R}}(t') |A(z, \mathsf{T} - t')|^2 dt' \right] \quad , \\ \mathbf{N}_{\text{SSFS}} &= -\frac{\gamma}{\omega_0} \frac{1}{A} f_{\text{R}} \frac{\partial}{\partial \mathsf{T}} \left[A \int_{-\infty}^{\infty} h_{\text{R}}(t') |A(z, \mathsf{T} - t')|^2 dt' \right] \end{split}$$

Im Hinblick auf die numerische Simulation kann man sich an dieser Stelle das Faltungstheorem (Anhang A) zu Nutze machen, da es eine schnelle Berechnung des Integrals über die Raman-Responsefunktion im Fourierraum mit Hilfe der FFT ermöglicht.

2.4 RAMAN-RESPONSEFUNKTION UND NÄHERUNGEN

Für $h_R(t)$ in Gleichung (2.10) existieren in der Literatur verschiedene analytische Ausdrücke, die sich in Komplexität und Genauigkeit unterscheiden. Eine Näherung, die auf eine vereinfachte NLSG führt, kann für Impulsdauern > 0,5 ps gemacht werden. Die in der Numerik implementierten Varianten werden hier im Einzelnen vorgestellt:

Blow-Wood-Modell

Ein mittlerweile weit verbreiteter Ansatz wurde in [22] durch K. J. Blow und D. Wood vorgestellt. Die Responsefunktion wird hier nach dem Modell eines gedämpften harmonischen Oszillators beschrieben; t ist dabei eine relative Zeit-koordinate:

$$h_{R}(t) = \tau_{1} \left(\frac{1}{\tau_{1}^{2}} + \frac{1}{\tau_{2}^{2}} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau_{2}} \right) \sin \left(\frac{t}{\tau_{1}} \right)$$

mit den Zeitkonstanten $\tau_1 = 12, 2 \cdot 10^{-15}$ s und $\tau_2 = 32, 0 \cdot 10^{-15}$ s. Der Anteil der verzögerten Ramanresponse f_R in Gleichung (2.10) ist in [22] mit 0,3 angegeben. Häufig wird in der Literatur jedoch ein Wert von 0,18 benutzt; dieser beschreibt das Raman-Verstärkungsspektrum besser, z.B. [14]. In dem hier vorgestellten Ansatz hat dann das Verstärkungsspektrum den Verlauf einer Lorentzkurve.

Lin-Agrawal-Modell

Näherung bei Impulsdauern größer als 0,5 ps Ein etwas erweiterter Ansatz für die Responsefunktion wurde von Q. Lin und G. P. Agrawal in [23] angegeben. Die Erweiterung ist motiviert durch die etwas unterschätzte Raman-Frequenzverschiebung, die sich mit dem Modell von Blow und Wood ergäbe. Durch die Hinzunahme eines Terms wird das Verstärkungsspektrum, insbesondere in der niederfrequenten Flanke unterhalb von ca. 13 THz, genauer wiedergegeben. Man verwendet den Ansatz

$$\begin{split} h_R(t) &= q \left[\tau_1 \left(\frac{1}{\tau_1^2} + \frac{1}{\tau_2^2} \right) \, exp \left(-\frac{t}{\tau_2} \right) sin \left(\frac{t}{\tau_1} \right) \right] \\ &+ (1-q) \left[\frac{2\tau_b - t}{\tau_b^2} \, exp \left(-\frac{t}{\tau_b} \right) \right] \quad . \end{split}$$

Die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 sind wie im Ansatz von Blow und Wood. Neu sind $\tau_b = 96,0 \cdot 10^{-15}$ s und q = 0,79. Der Anteil der verzögerten Raman-Response in Gleichung (2.10) ist in [23] mit $f_R = 0,245$ angegeben.

Für Impulse mit einer Dauer größer als 0,5 ps kann der nichtlineare Operator (2.16) vereinfacht werden, da sich die Einhüllende von A dann nur sehr langsam ändert verglichen mit den typischen Zeitkonstanten in der Responsefunktion. Man benutzt hierzu die Taylorentwicklung

$$|\mathbf{A}(\mathbf{T} - \mathbf{T}')|^2 \approx |\mathbf{A}(\mathbf{T})|^2 - \mathbf{T}' \frac{\partial}{\partial \mathbf{T}} |\mathbf{A}(\mathbf{T})|^2$$

und erhält

$$\mathbf{N} = i\gamma \left[|A|^2 + \frac{i}{\omega_0} \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial T} \left(|A|^2 A \right) - T_R \frac{\partial |A|^2}{\partial T} \right] \quad .$$
 (2.18)

Dabei wurden die Definition $T_R=\int_0^\infty t\,R(t)\,dt$ sowie die Normiertheit der Responsefunktion $\int_0^\infty R(t)\,dt=1$ verwendet. Die Terme im nichtlinearen Operator

(2.18) sind in dieser Reihenfolge Selbstphasenmodulation, self-steepening und Ramaneffekt. Analog zur Darstellung in Gleichung (2.17) gilt in dieser Näherung

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}_{\text{SPM}} + \mathbf{N}_{\text{SS}} + \mathbf{N}_{\text{RS}}$$

mit

$$\begin{split} \mathbf{N}_{SPM} &= i\gamma |A|^2 \quad , \\ \mathbf{N}_{SS} &= -\frac{\gamma}{\omega_0} \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial T} \left(A |A|^2 \right) \\ \mathbf{N}_{RS} &= -i\gamma T_R \frac{\partial |A|^2}{\partial T} \quad . \end{split}$$

Die Nichtlineare Schrödingergleichung nimmt dann im Zeitbereich und in dieser Näherung die folgende vereinfachte Gestalt an:

,

$$\frac{\partial A}{\partial z} = i \sum_{m \ge 2} \frac{i^m}{m!} \beta_m \frac{\partial^m A}{\partial T^m} - \frac{\alpha}{2} A + i \gamma \left[A|A|^2 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \left(A|A|^2 \right) - T_R A \frac{\partial |A|^2}{\partial T} \right]$$
(2.19)

Die Raman-Zeitkonstante ist experimentell für Impulse bei einer Wellenlänge von 1550 nm in [24] gemessen worden; der dort angegebene Wert ist $T_R\approx 3\cdot 10^{-15}\,s.$ In der Literatur sind Werte von $(3\cdots 5)\cdot 10^{-15}\,s$ üblich.

Die Berechnungen in Abschnitt 2.6 und Kapitel 4 haben fundamentalen Charakter und wurden mit Gleichung (2.6) durchgeführt. Für den Bezug zum Experiment in Kapitel 5 und Kapitel 6 wurde mit der erweiterten Gleichung (2.19) gerechnet. Es erfolgte numerisch eine Überprüfung, ob hier eine Berücksichtigung der ausführlicheren Raman-Responsefunktion notwendig erschien. Das war nicht der Fall, da die Unterschiede kleiner sind als die durch ungenau angegebene Faserparameter verursachten Abweichungen.

2.5 SOLITONENLÖSUNGEN

Die NLSG hat unter bestimmten Voraussetzungen Solitonenlösungen. Neben dem hellen Fundamentalsoliton gibt es Mehrsolitonenlösungen wie beispielsweise Solitonen höherer Ordnung oder Breather. Weiterhin existieren sogenannte dunkle oder graue Solitonen, die einen Leistungseinbruch in einem zeitlich ausgedehnten Feld darstellen; diese sind in dieser Arbeit aber nicht von Belang.

2.5.1 Fundamentalsoliton

Das helle Fundamentalsoliton ist ein Impuls, der aus einem ständigen dynamischen Gleichgewicht von anomaler GVD ($\beta_2 < 0$) und SPM resultiert. Die Entwicklung des Startzustandes $\sqrt{\hat{P}}$ sech (T/T₀) mit der Impulsdauer T₀ ist als Funktion des Ortes in der Faser z gegeben durch

$$A(T,z) = \sqrt{\hat{P}} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{i}{2}\gamma \hat{P} z\right) \quad .$$
(2.20)

Fundamentalsoliton

12 | PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

Während der Ausbreitung bleiben Spitzenleistung und Einhüllende unverändert, mit $\hat{P} = |A(T = 0, z = 0)|^2$.

Das ständige dynamische Gleichgewicht der beiden Effekte ist genau dann gegeben, wenn die dispersive Länge zweiter Ordnung aus Gleichung (2.3) und die nichtlineare Länge aus Gleichung (2.5) übereinstimmen. Daraus folgt die Solitonenbedingung

$$T_0^2 \hat{P} = \frac{|\beta_2|}{\gamma} = \text{const.}$$

Der Ausdruck $T_0^2 \hat{P}$ hat die Einheit der Wirkung in J · s. Die Energie des Fundamentalsolitons ist gegeben durch $E = 2 \hat{P} T_0$.

2.5.2 Mehrsolitonenzustände und Wechselwirkung

Die NLSG erlaubt sogenannte Mehrsolitonenlösungen, also Lösungen, an denen mehr als ein Soliton beteiligt ist. Für jedes der Solitonen kann dabei gemäß der Inversen Streutheorie (IST, [25]) ein Satz von Parametern angegeben werden. Im Einzelnen sind dies [26] 1.) Impulsdauer des Startzustandes bzw. Spitzenleistung, 2.) Zeitliche Verschiebung des Startzustandes, 3.) dessen Phase, und 4.) die Frequenzverschiebung bzw. Geschwindigkeit. Aufgrund des nichtlinearen Charakters müssen sich die beteiligten Solitonen in mindestens einem dieser Parameter unterscheiden. Im Folgenden werden Beispiele gegeben. Solitonen höherer Ordnung gehorchen der Bedingung

Solitonen höherer Ordnung

$$\frac{T_0^2 \hat{P} \gamma}{|\beta_2|} = N^2 \quad . \tag{2.21}$$

Der Parameter N gibt die Solitonenordnung, also die Anzahl der beteiligten Solitonen an [27]. Für jedes N besteht die Lösung aus einer nichtlinearen Überlagerung aus N Solitonen mit gleicher Startzeit, Geschwindigkeit und Anfangsphase, die sich aber in der Spitzenleistung unterscheiden. Die jeweils unterschiedliche Phasenentwicklung führt zu einem charakteristischen periodischen Verlauf der Impulseinhüllenden während der Ausbreitung (*Atmen*). Der Startzustand für das Soliton höherer Ordnung lässt sich durch Skalieren aus dem Startzustand des Fundamentalsolitons gemäß

$$A(T) = N\sqrt{\hat{P}} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

ableiten. Bei ganzzahligem N propagiert das Soliton abstrahlungsfrei, bei Zwischenwerten werden dispersive Wellen erzeugt. Eine genauere Beschreibung wird bei der Einführung der *soliton-radiation beat analysis (SRBA)* in Abschnitt 3.3 gegeben. Siehe hierzu auch [26, 28].

Zwei gleichphasige Solitonen mit unterschiedlicher Startzeit spalten unmittelbar in der Energie auf. Aufgrund der unterschiedlichen Spitzenleistung kommt es zu einer unterschiedlich schnellen Phasenentwicklung, was sich in einem Atmen der Impulsstruktur äußert. Im Grenzfall unendlich großer Verzögerung der Startzeit hat man zwei unabhängige, identische Solitonen. Wird die Startzeitverzögerung bis auf Null verringert, so erhält man schließlich ein Soliton

Breather, Wechselwirkung zweiter Ordnung [29]. Die Wechselwirkung von Solitonen ist abhängig von ihrer relativen Phase $\Delta \phi$ und äußert sich in Phänomenen wie gegenseitige Anziehung bzw. Herausbildung eines Breathers bei $\Delta \phi = 0$ rad, oder es kommt zur Abstoßung bei $\Delta \phi = \pi$ rad [30].

Eine Solitonenkollision ist dann gegeben, wenn zwei Solitonen mit unterschiedlicher Startzeit und Geschwindigkeit sich aufeinander zu bewegen. Die Kollision erfolgt dabei elastisch, und die Impulseinhüllenden und Geschwindigkeiten der beiden Solitonen bleiben unverändert. Es kommt jedoch zu einer zeitlichen Verzögerung sowie zu einem Phasenversatz.

2.6 DISPERSIONSMANAGEMENT (DM)

In optischen Glasfasern erfolgt die Übermittlung von Nachrichten als codierte Sequenz optischer Impulse. Häufig wird dabei parallel auf mehreren benachbarten Wellenlängenkanälen im sogenannten WDM-Verfahren gearbeitet.

Die in kommerziellen Systemen erzielten Übertragungsraten liegen heutzutage bei 100 GBit/s/Kanal, was Impulsdauern deutlich unterhalb von 10 ps bedingt [13]. Die Impulsverbreiterung aufgrund der GVD ist also ein begrenzender Faktor, der schon nach wenigen Kilometern wirksam wird. Im Hinblick auf die dispersive Verbreiterung ist es daher wünschenswert, die Übertragung bei der Nulldispersionswellenlänge durchzuführen, was dann aber nur für einen einzigen Kanal und nicht dessen Nachbarkanäle möglich wäre. Da außerdem die übertragene Leistung aus technischen Gründen nicht beliebig klein gewählt werden kann, treten nichtlineare Mischprozesse (FWM) auf. Diese werden zum einen begünstigt durch die hohe Intensität der Impulse aufgrund des kleinen Kerndurchmesser in Einmodenglasfasern, zum anderen ermöglicht eine niedrige GVD erst die Phasenanpassung zwischen den Kanälen für diesen nachteiligen Effekt. Aus diesem Grund wäre ein Betrieb abseits der Nulldispersionswellenlänge wünschenswert. Dann muss aber wieder die dispersive Impulsverbreiterung berücksichtigt werden.

Einen eleganten Ausweg aus diesem Problem bietet die Technik des *Dispersionsmanagement*, welches ursprünglich für lineare Impulsübertragung entwickelt wurde. In solchen Systemen spielen nichtlineare Effekt bei der Impulsausbreitung, abgesehen vom FWM-Prozess, nur eine untergeordnete Rolle. Die Idee besteht darin, Fasern derart in einer periodischen Abfolge wie in Abbildung 1 zu kombinieren, dass die mittlere Dispersion der gesamten Übertragungsstrecke vom Betrag her niedrig ist¹.

Üblicherweise benutzt man dafür zwei verschiedene Fasersorten mit den jeweiligen Längen L⁺ sowie L⁻. Die Länge einer Dispersionsperiode, die im Folgenden in Abkürzungen mit Map² bezeichnet wird, ist $L_{Map} = L^+ + L^-$. Die mittlere GVD einer solchen Faserstrecke ist gegeben durch Solitonenkollision

begrenzende Effekte bei der Datenübertragung

Dispersionsmanagement im linearen Regime

mittlere Dispersion

¹ Anmerkung: Fasern mit konstanter, also nicht-alternierender Dispersion werden in dieser Arbeit als homogene Fasern bezeichnet.

² Map, kurz für engl. *dispersion map*; die Festlegung einer bestimmten Abfolge von Dispersionswerten der Faserstrecke.



Abbildung 1: Dispersionsverlauf in einer DM-Faser. Dargestellt sind drei Dispersionsperioden. Bei jeweils halber Segmentlänge, an den Markierungen ×, ist die stationäre Lösung ungechirpt. An diesen Stellen kann die Einkopplung einer ungechirpten Impulsquelle erfolgen.

$$\beta_2^{\text{avg}} = \frac{\beta_2 L^+ + \beta_2^- L^-}{L^+ + L^-} \quad . \tag{2.22}$$

Durch die niedrige mittlere GVD wird weiter der Gordon-Haus-Jitter [31] vermindert; gleichzeitig ist die GVD der jeweiligen Fasern hoch genug, um die FWM zu unterdrücken. Die eingesetzten Fasern sind entweder Fasern mit verschobener Dispersionsnullstelle und geringer Dispersionssteigung wie hier im Experiment, oder aber der eigentlichen Übertragungsstrecke nachgeschaltete kurze Faserelemente mit starker entgegengesetzter Dispersion (engl. *dispersion compensating fiber*, DCF). Eine Kompensation der Dispersion dritter Ordnung bzw. der Dispersionssteigung kann durch spezielle Fasern erfolgen.

Es hat sich herausgestellt, dass auch in solchen Systemen mit periodischer Dispersionskompensation Solitonenlösungen existieren, wenn die vorhandene Nichtlinearität ausgenutzt wird [32]. Diese Lösungen sind die in Abschnitt 2.7.1 besprochenen DM-Solitonen. Aufgrund ihrer Eigenschaften sind sie interessant für die Datenübertragung [33].

Die Impulsausbreitung im Falle des nichtlinearen DM ist beschrieben durch die nichtlineare Schrödingergleichung mit alternierender Dispersion:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2(z)}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + i\gamma |A|^2 A \quad .$$
(2.23)

In dieser Arbeit ist vor allem die periodisch um einen Mittelwert wechselnde positive und negative Dispersion von Belang, die Kerr-Nichtlinearität wird weiterhin als konstant angenommen, was aufgrund vergleichbarer Modenfelddurchmesser gerechtfertigt ist (vergl. Gleichung (2.7)).

Mapstärke

Neben der mittleren GVD wird als weiterer wichtiger Parameter auch im nichtlinearen DM die sogenannten Mapstärke verwendet. Dieser aus linearen DM-Systemen übernommene Parameter ist definiert zu

$$S = \frac{\left(\beta_2^+ - \beta_2^{avg}\right)L^+ + \left(\beta_2^{avg} - \beta_2^-\right)L^-}{\tau^2}$$
(2.24)

und beschreibt das Ausmaß der dispersiven Verbreiterung von Impulsen in einer Dispersionsperiode. Es wird in der Literatur auch eine Definition verwendet, in welcher der Dispersionswechsel auf Null bezogen wird, also S = $(\beta_2^+ L^+ - \beta_2^- L^-)/\tau^2$. Beide Definitionen sind jedoch im Falle symmetrisch aufgebauter Dispersionsperioden mit L⁺ = L⁻ mathematisch identisch. In beiden

Dispersionsmanagement im nichtlinearen (Solitonen-)Regime Definitionen bezeichnet τ die kleinste während einer Dispersionsperiode auftretende Impulsdauer (FWHM) am chirpfreien Punkt. Die Existenz eines chirpfreien Punktes im nichtlinearen DM wurde in [34] nachgewiesen.

In rein dispersiven Systemen genügen die Mapstärke und die mittlere Dispersion, um das System bis auf Skalierungen eindeutig zu beschreiben. Dies gilt nicht mehr exakt in nichtlinearen Systemen. Dennoch verwendet man auch hier die Mapstärke, da viele Systemeigenschaften näherungsweise auf die Wirkung der lokalen Dispersion zurückgeführt werden können.

Wie Maruta et al. [10] darlegen, wird ein einzelnes DM-Soliton in einer DM-Faser durch die Hinzunahme eines dritten, von der Nichtlinearität abhängigen Parameters, vollständig charakterisiert. Das Parametertripel (B, S, R), definiert durch

$$B = \frac{\beta_2^- L^- + \beta_2^+ L^+}{\tau^2} , \qquad (2.25)$$

$$S = \frac{-\beta_2^- L^- + \beta_2^+ L^+}{\tau^2} , \qquad (2.26)$$

$$R = \frac{\gamma L}{\gamma^{-}L^{-} + \gamma^{+}L^{+}} , \qquad (2.27)$$

beschreibt die akkumulierte Dispersion, die Mapstärke sowie die Verteilung der Nichtlinearen Effekte auf die jeweiligen Fasersegmente. Diese Parameter kommen in Abschnitt 5.4 zum Einsatz.

Eine weitere Einteilung verschiedener DM-Systeme erfolgt über die jeweiligen auftretenden Längenskalen. Dies sind im Einzelnen [35]:

- **STRONG DM** Man spricht vom Grenzfall des starken Dispersionsmanagements, falls $L_D/L_{Map} \ll 1$, mit der typischen dispersiven Länge z.B. des ersten Segmentes, $L_D = T_0^2/\beta_2^-$. Die Impulsausbreitung ist also in den einzelnen Segmenten durch dispersive Effekte bestimmt. Es wird hier von typischen experimentellen Bedingungen ausgegangen, in denen die Nichtlinearität klein ist, also $L_{NL}/L_{Map} \gg 1$.
- **WEAK DM** Im Grenzfall schwachen Dispersionsmanagements ist die dispersive Länge deutlich größer als die Länge einer Dispersionsperiode, also $L_D/L_{Map} \gg 1$. Auch hier wird davon ausgegangen, dass $L_{NL}/L_{Map} \gg 1$, so dass sich mittlere Dispersion und mittlere Nichtlinearität kontinuierlich ausgleichen, wie es beim Fundamentalsoliton der Fall ist.

Eine andere Unterscheidung ergibt sich aus der Betrachtung des Wechselwirkungsverhaltens in WDM-Systemen, welches von der jeweiligen Segmentlänge und dem daraus folgenden unterschiedlich starken Atmungsverhältnis der Impulse abhängt [36, 37]. Unter dem Atmungsverhältnis versteht man dabei das Verhältnis von größter zu kleinster Impulsdauer in einer Dispersionsperiode, wobei die periodische Variation der Impulsdauern (das Atmen) durch den Wechsel der lokalen Dispersion verursacht wird. Man unterscheidet:

CONVENTIONAL DM Im linearen DM-Regime mit geringen Bitraten bis 20 GBit/s je Kanal stimmen Segmentlängen und Abstand der Verstärker überein,

Parameter bei nichtlinearer Impulsausbreitung

Einteilung anhand von typischen Längenskalen

Einteilung anhand der Häufigkeit des Faserwechsels üblicherweise einige 10 Kilometer. Der Dispersionswechsel dient vor allem der Unterdrückung der FWM; das Atmen der Impulse ist hier nicht weiter von Belang.

DENSE DM Eine Erhöhung der Datenrate auf über 40 GBit/s geht mit einer reduzierten Impulsdauer und einem starken Anwachsen der Mapstärke gemäß Gleichung (2.24) einher. Dies führt im "conventional DM" zu einem stärker ausgeprägten Atmen der Impulse und zu einer starken Wechselwirkung durch FWM innerhalb eines Kanals, welche die überbrückbare Entfernung einschränkt. Abhilfe schafft ein häufigeres Umschalten der Fasersorten bei sonst gleichen Parametern, was mit "dense DM" bezeichnet wird. Die Segmentlängen betragen dann wenige Kilometer, und das Atmen der Impulse ist reduziert³.

Mehrdeutigkeiten bei der Zuordnung

Insgesamt ist die Einteilung der DM-Systeme in die verschiedenen aufgelisteten Kategorien nicht immer eindeutig möglich. Die Reduzierung der zahlreichen Freiheitsgrade im Design einer DM-Strecke auf einen Parameter, nämlich die Mapstärke S, birgt offensichtlich Mehrdeutigkeiten. Auch die erwähnten Parameter, die von Maruta et al. [10] benutzt werden, sind zwar invariant gegenüber bestimmten Skalierungen, gehen jedoch davon aus, dass die komplexe Impulsform der verschiedenen DM-Solitonen auf einen Parameter, und zwar die Impulsdauer, reduziert wird. Eine Einteilung, die nicht auf Näherungen angewiesen ist, ist daher wünschenswert, um verschiedene DM-Systeme exakt miteinander vergleichen und Ergebnisse verallgemeinern zu können. Eventuell kann die in Abschnitt 4.7 aufgezeigte Skalierung anhand des charakteristischen Ortsfrequenzspektrums der sich ausbreitenden Impulse dazu dienen, diese Mehrdeutigkeiten aufzulösen. Inwiefern dann in realen Systemen, in denen noch andere Kriterien relevant sein können, diese Einteilung anhand charakteristischer Merkmale im Ortsfrequenzspektrum anwendbar ist, könnte Gegenstand weiterer Forschung sein.

2.7 IMPULSE MIT SOLITONENCHARAKTER IM DM-SYSTEM

Obwohl die periodische Variation der lokalen Dispersion entlang der Ausbreitungsstrecke eine fortwährende Störung des Impulses darstellt und die Propagationsgleichung nichtintegrabel wird [39], gibt es nichtlineare selbststabilisierende Impulse mit Solitonencharakter [32]. Diese nichtlinearen Impulse tragen die Bezeichnung *DM-Soliton*. Man nutzt hier üblicherweise die stroboskopische Darstellung der Impulsausbreitung, bei der die Impulsform genau ein Mal pro Dispersionsperiode, und zwar am chirpfreien Punkt, abgetastet wird.

Unterschiede zu gewöhnlichen Solitonen

Die Bezeichnung Soliton ist hier in einem allgemeineren Sinne zu verstehen, da nicht alle Eigenschaften des Solitons aus der integrablen NLSG mit konstanten Parametern gelten. Unterschiede ergeben sich unter anderem in folgenden wichtigen Punkten:

³ Die Situation ist komplexer: In [38] wurde gezeigt, dass die Wechselwirkung stark atmender Impulse auch durch Unterschreiten eines bestimmten relativen Abstandes wieder reduziert werden kann.

- Die Wechselwirkung von DM-Solitonen ist komplex und hängt von zahlreichen Parametern ab. Die Kollision erfolgt inelastisch. Man unterscheidet vollständige und unvollständige Kollisionen [33, 40]. In bestimmten Parameterbereichen kommt es zu selbstähnlichen Wechselwirkungsstrukturen [41].
- Der Existenzbereich ist ausgedehnt. Unter bestimmten Voraussetzungen existieren DM-Solitonen bei mittlerer normaler Dispersion [42, 43].
- Es können gebundene gleich- oder gegenphasige Zustände mit nichtverschwindender Bindungsenergie zwischen DM-Solitonen auftreten [9–11, 44–51]. Es können sogar mehr als zwei DM-Solitonen koppeln [10]. Es lässt sich eine Systematik nach Impulsanzahl und jeweiliger Phasendifferenz aufstellen [52], siehe auch Abschnitt 2.7.3.
- Es scheint nach bisherigem Kenntnisstand nicht der Fall zu sein, dass es sich bei DM-Solitonen und den Bindungszuständen im Allgemeinen um exakt periodische Lösungen handelt [53–59]. Vielmehr werden DM-Solitonen als langlebige solitäre Wellen betrachtet, die, wenn auch minimal, Energie in Form von dispersiven Wellen abgeben und schließlich zerfallen. Es kann bestimmte Inseln im Parameterraum geben, an denen DM-Solitonen besonders langlebig sind. Als Ursache für den Zerfall werden Resonanzen mit der Dispersionsperiode und zeitliche Instabilitäten angegeben.

Der Bindungsmechanismus zwischen zwei DM-Solitonen wurde in [2] mathematisch behandelt. Die Bindung kommt durch die modifizierte Wechselwirkung aufgrund des Chirps der Impulse zustande. Darauf wird genauer in Abschnitt 2.7.4 eingegangen.

2.7.1 DM-Soliton

In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Eigenschaften des DM-Solitons vorgestellt. Die Solitoneneigenschaft der DM-Solitonen ergibt sich aus einem dynamischen Gleichgewicht aus mittlerer Dispersion und mittlerer Nichtlinearität. In Fasern mit konstanten Parametern ist dieses dynamische Gleichgewicht stets gegeben. Die lokale Variation der Dispersion kann dabei als lokale Störung dieses Gleichgewichtes aufgefasst werden; das Gleichgewicht herrscht im Mittel. In Fasern mit alternierender Dispersion führt diese Störung dazu, dass die Propagationsgleichung nichtintegrabel wird und Lösungen, sofern sie existieren, im Allgemeinen nur noch mit Näherungsverfahren oder numerischen Methoden bestimmt werden können.

Das in Abbildung 2 gezeigte DM-Soliton stellt eine typische Situation in einer DM-Faser dar und wurde numerisch mit einem Mittelungsalgorithmus [60] generiert.

Charakteristisch sind die periodischen Oszillationen in den Impulsflanken, die von Phasensprüngen begleitet sind. Unter bestimmten Voraussetzungen lassen sich analytische Ausdrücke für die Impulsform [61–63] oder die oszillierende Struktur der Flanken [64–66] angeben.



Abbildung 2: Zeitliche Impulsform eines numerisch ermittelten DM-Solitons am chirpfreien Punkt, mit einer Energie von E = 15 pJ, in logarithmischer Darstellung. Die Einbrüche der Amplitude in den Flanken korrelieren mit den Phasensprüngen. Die Parameter dieser Simulation sind in Tabelle 2 auf Seite 41 angegeben.

2.7.2 Solitonenmolekül

Das Solitonenmolekül stellt einen interessanten Vertreter stationärer Impulsformen in DM-Fasern dar, denn eine solche stabile solitäre Doppelimpulsstruktur ist in Fasern mit konstanter Dispersion nicht bekannt. Auch hier gilt, dass Lösungen, sofern sie existieren, mit Näherungslösungen beschrieben oder numerisch generiert werden können. Eine typische Form eines numerisch ermittelten Solitonenmoleküls ist in Abbildung 3 gezeigt.



Abbildung 3: Zeitliche Impulsform eines numerisch ermittelten Solitonenmoleküls am chirpfreien Punkt, mit einer Energie von E = 15 pJ, in logarithmischer Darstellung. Die Einbrüche der Amplitude korrelieren mit den Phasensprüngen. Die Parameter dieser Simulation sind in Tabelle 2 auf Seite 41 angegeben.

Ausführlichere Betrachtungen zum Auffinden der stationären Impulsformen von DM-Soliton und Solitonenmolekül folgen in Abschnitt 3.2. Die Dynamik dieser Impulse als Funktion der Energie bei Anwesenheit von Störungen ist ein zentrales Thema dieser Arbeit. In Kapitel 4 werden dazu ausführliche Untersuchungen angestellt.

2.7.3 Systematik der Bindungszustände

Die hier betrachteten stationären Lösungen der NLSG mit alternierender Dispersion (Gleichung (2.23)) stellen einen Spezialfall einer ganzen Familie von Bindungszuständen dar. Hier soll daher eine Einordnung der Lösungen in die kürzlich von Maruta et al. [52] angegebene Systematik, wie sie in Abbildung 4 skizziert ist, erfolgen.



Abbildung 4: Systematik der Bindungszustände aus DM-Solitonen, nachgezeichnet nach [52]. a) ist das gewöhnliche DM-Soliton. b) ist das gegenphasige Bisoliton bzw. Solitonenmolekül. c) bzw. d) sind das erste gleichphasige bzw. das nächste gegenphasige Bisoliton. Symmetrische und antisymmetrische Lösungen bezüglich der Zeitkoordinate T sind eingerahmt.

Ausgehend vom DM-Soliton a) erhält man mögliche Bindungszustände durch Anfügen eines weiteren DM-Solitons mit einer Phasendifferenz von 0 oder π rad. Die Abstände sind dabei nicht beliebig; vielmehr sind verschiedene Gleichgewichtszustände ausgezeichnet. Die gefüllten Kreise markieren die Stellen, an denen ein Nebenmaximum auftritt, analog zu denen im DM-Soliton. Jeweils zwei benachbarte Nebenmaxima sind durch einen Phasensprung von π rad voneinander getrennt, gleiches gilt für den jeweiligen Teilimpuls und die angrenzenden Nebenmaxima. Gegenphasige Bindungszustände aus DM-Solitonen haben also eine gerade Anzahl von Nebenmaxima in der Mitte, gleichphasige eine ungerade Anzahl. Dies entspricht einer ungeraden Anzahl von Phasensprüngen um π rad in der Mitte für gegenphasige Bindungszustände, analog einer geraden Anzahl für gleichphasige Zustände. Das DM-Soliton stellt dabei den stabilsten Zustand mit gleichzeitig dem größten Existenzbereich dar, gefolgt vom gegenphasigen Bisoliton oder Solitonenmolekül.

Sowohl der Zustand a), das DM-Soliton, als auch der Zustand b), das Solitonenmolekül werden in dieser Arbeit numerisch in Kapitel 4 und 5 und experimentell in Kapitel 6 auf ihre Dynamik während der Ausbreitung untersucht. Für die gleichphasigen und gegenphasigen Zustände c) und d) bestehend aus zwei DM-Solitonen erfolgt in Abschnitt 5.4 eine numerische Abschätzung der experimentellen Realisierbarkeit in einer realen Faserstrecke. Die komplexeren Bindungszustände haben zunehmend eingeschränkte Existenzbereiche. Einige dieser Zustände wurden numerisch in [10, 44, 46, 52] untersucht.

Wegen der Symmetrie bezüglich der Zeitumkehr T \leftrightarrow –T in der NLSG mit alternierender Dispersion (Gleichung (2.23)) muss eine gültige Lösung entweder symmetrisch oder antisymmetrisch sein. Die entsprechenden Lösungen sind in Abbildung 4 eingerahmt.

2.7.4 Störungstheoretisches Modell der Wechselwirkung

Ein störungstheoretisches Modell, welches die Bindung zweier DM-Solitonen zu einem gegenphasigen Bisoliton (Solitonenmolekül) beschreibt, konnte unter der Mitarbeit des Autors in [2] formuliert werden. Dieses Modell liefert eine Erklärung für die Existenz eines stabilen Bindungszustandes zwischen zwei DM-Solitonen. Für mathematische Details wird auf die Veröffentlichung verwiesen. Hier soll die qualitative Wirkungsweise der Bindung erläutert werden.

Die Wechselwirkung ungechirpter Solitonen in homogenen Fasern kann als Grundlage für das Verständnis der Bindung im Molekül dienen. Zwischen zwei Solitonen besteht bei Gegenphase eine abstoßende bzw. bei gleicher Phase eine anziehende Wechselwirkung [30]. Durch die destruktive bzw. konstruktive Interferenz kommt es im Bereich zwischen den Solitonen zu einer Absenkung bzw. Erhöhung der Energie und damit zu einer veränderten Wirkung der Selbstphasenmodulation an den inneren Flanken. Durch diese in jedem der Solitonen erzeugte Asymmetrie wird die jeweilige Mittenfrequenz verschoben. Da Solitonen die Anwesenheit von Dispersion voraussetzen, führt die veränderte Mittenfrequenz zu einer Relativgeschwindigkeit der beiden Solitonen, was in Fasern mit konstanter Dispersion zu der beschriebenen Abstoßung oder Anziehung führt.

Diese Betrachtungsweise lässt sich leicht auf DM-Solitonen erweitern, indem die mit der Dispersionsperiode periodische Änderung der Phasenkrümmung der DM-Solitonen einbezogen wird: In [1] wurde, basierend auf experimentellen Daten in einer Faserstrecke, das Solitonenmolekül als komplexe Summe von gechirpten Impulsen beschrieben. Es ist bekannt, dass DM-Solitonen während ihrer Ausbreitung durch die einzelnen Abschnitte einer DM-Faserstrecke stark gechirpt sind. Kommt es zum Überlapp zweier benachbarter DM-Solitonen, so führt in den einander zugewandten Flanken die gekrümmte Phase bei unterschiedlichen Abständen von der Impulsmitte alternierend zu destruktiver oder konstruktiver Interferenz. Ein mehr oder weniger stark ausgeprägter Unterschied der beiden effektiven Mittenfrequenzen ist die Folge. Weiterhin ist zu beachten, dass der jeweilige Chirp der Impulse dann noch eine Funktion des Ortes in der Faser ist. Gemittelt über eine Dispersionsperiode ergibt sich effektiv entweder repulsive oder attraktive Wechselwirkung. Als weiterer Parameter kommt noch der anfängliche Impulsabstand ins Spiel, durch den die Stärke des Überlapps festgelegt wird.

Wechselwirkung in homogenen Fasern

Wechselwirkung in DM-Fasern Obwohl ein DM-Soliton nur auf langen Skalen definiert ist, d. h. lang im Vergleich zu den Längen der Segmente oder lokalen Faserparameter, so reagieren dennoch beide Teilimpulse bemerkenswerterweise als Ganzes, also als Soliton, auf diese interferenzbedingte Asymmetrie in den einander zugewandten Impulsflanken.

Aus dieser Betrachtung folgt ein effektives, also über eine Dispersionsperiode und den Impuls gemitteltes Potential, welches bei zu kleinen Abständen abstoßend und bei zu großen Abständen anziehend wirkt. Dadurch ist die Stabilität dieser Doppelimpulsstrukter gegenüber Störungen begründet und die Bezeichnung Solitonenmolekül scheint gerechtfertigt.

Die störungstheoretische Beschreibung geht dabei von der z.B. durch numerische Simulationen ermittelten Entwicklung der Phase und der Einhüllenden eines ungestörten DM-Solitons aus. Nach jedem Ortsschritt kann mit diesen Daten der Beitrag zur Bewegung, entweder Anziehung oder Abstoßung, bei Anwesenheit zweier DM-Solitonen berechnet werden, wobei das eine die Störung für das andere Soliton darstellt und umgekehrt.

Eine (näherungsweise) Berechnung der Impulsausbreitung ist mit dieser Methode möglich, wenn in Abständen beispielsweise einer Dispersionsperiode die Veränderung der Position infolge der Kraftwirkung berechnet wird. Dadurch ist eine veränderte Impulsstruktur definiert, deren Ausbreitung in der Faser ein weiteres Mal mit dieser Methode berechnet werden kann, usw. Anzumerken ist, dass das störungstheoretische Modell nur dann eine Beschreibung der Wechselwirkung liefert, wenn die beteiligten DM-Solitonen als einzelne, zeitlich getrennte Impulse aufgefasst werden können. Dennoch ist in vielen Fällen mit Hilfe diese Modells ein qualitatives Verständnis der Wechselwirkung gegeben, welches allein mit numerischen Simulationen nicht erreicht werden kann. effektives Bindungspotential

3 NUMERISCHE VERFAHREN

INHALTSVERZEICHNIS

3.1	Split-Step-Fourier-Methode (SSFM) 23		
	3.1.1	Nichtsymmetrisierte SSFM 24	
	3.1.2	Symmetrisierte SSFM 24	
	3.1.3	Anwendung des linearen Operators 25	
	3.1.4	Anwendung des nichtlinearen Operators 26	
3.2	Mittelungsverfahren für stationäre Lösungen 27		
	3.2.1	Feste Energie 28	
	3.2.2	Feste Impulsdauer oder fester Impulsabstand 30	
	3.2.3	Periodische Lösungen 30	
3.3	Bestim	Bestimmung des Solitonengehaltes 31	
	3.3.1	Mehrsolitonenzustände im integrablen System 32	
	3.3.2	Erweiterung auf andere optische Frequenzen 34	
3.4	Simula	tionssoftware <i>propulse</i> 36	
	3.4.1	Beschreibung der Software 36	
	3.4.2	Vergleich der Algorithmen 36	

3.1 SPLIT-STEP-FOURIER-METHODE (SSFM)

Für einige Spezialfälle, zum Beispiel in rein dispersiven oder rein nichtlinearen Medien, kann die Ausbreitung eines optischen Impulses über beliebige Strecken in einem einzelnen Schritt numerisch exakt gelöst werden. Unter besonderen Voraussetzungen an das Startfeld existieren darüberhinaus sogar analytische Lösungen.

Im Allgemeinen sind aber sowohl dispersive als auch nichtlineare Effekte sowie weitere Effekte an der Impulsausbreitung beteiligt. Des Weiteren hängen die Stärken der nichtlinearen Effekte vom sich ausbreitenden Feld selbst ab, so dass keine numerische oder analytische Lösung mehr angegeben werden kann.

Die Idee der *Split-Step-Fourier-Methode* (SSFM, [13]) besteht darin, die wirkenden Effekte nicht in einem Schritt und gleichzeitig, sondern nacheinander in kleinen Schritten auf den Impuls wirken zu lassen. Daraus ergibt sich ein alternierendes Rechenschema. Es ist dabei vorteilhaft, die nichtlinearen Effekte in der Zeitdarstellung und die linearen Effekte in der Frequenzdarstellung zu berechnen. Beide Darstellungen sind über die Fouriertransformation miteinander verknüpft.

Bei der SSFM werden die dispersiven Anteile in einem dispersiven Operator

Notwendigkeit numerischer Verfahren

mathematische Formulierung

24 | NUMERISCHE VERFAHREN

D und die nichtlinearen Anteile in einem nichtlinearen Operator N zusammengefasst, siehe Gleichungen (2.13) und (2.14) sowie (2.15) und (2.16). Ausgangspunkt für die Formulierung der SSFM ist die Differentialgleichung

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\mathbf{D} + \mathbf{N}) A \quad , \tag{3.1}$$

deren Lösung nach einer kleinen Ortsschrittweite h formal geschrieben werden kann als

$$A(T, z + h) = \exp \left[h \left(\mathbf{D} + \mathbf{N}\right)\right] A(T, z) \quad .$$
(3.2)

3.1.1 Nichtsymmetrisierte SSFM

Wie soeben erläutert, nutzt die SSFM eine Aufteilung der Effekte aus, und die Propagation erfolgt gemäß der Näherung

$$A(T, z + h) \approx \exp(h\mathbf{D}) \exp(h\mathbf{N})A(T, z)$$

lokaler und globaler Fehler Hier steht nun im Gegensatz zu Gleichung (3.2) kein Gleichheitszeichen mehr. Dennoch stellt dieser Ausdruck eine ausreichende Näherung dar. Anhand der Baker-Hausdorff-Formel für zwei nichtkommutierende Operatoren

$$\exp\left(\mathbf{a}\right)\exp\left(\mathbf{b}\right) = \exp\left(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \frac{1}{2}[\mathbf{a}, \mathbf{b}] + \frac{1}{12}[\mathbf{a} - \mathbf{b}, [\mathbf{a}, \mathbf{b}]]\right)$$

kann man berechnen, dass der führende lokale Fehlerterm von der Ordnung $O(h^2)$ ist [13]. Da die Gesamtanzahl der nötigen Schritte umgekehrt proportional ist zur Schrittweite h, ist der globale Fehler über die Ausbreitungsstrecke um eine Ordnung geringer [67]. Insgesamt ergibt sich also bei diesem Verfahren ein globaler Fehler von der Ordnung O(h) [68]. Die umgekehrte Abfolge der Operatoren **D**, **N** führt zu einem analogen Ergebnis. Die nichtsymmetrisierte SSFM findet in dieser Arbeit aufgrund ihrer geringen Genauigkeit keine Verwendung.

3.1.2 Symmetrisierte SSFM

Häufig wird die symmetrisierte SSFM verwendet, die gegenüber der soeben vorgestellten Berechnungsvorschrift eine verbesserte Genauigkeit aufweist. Die Lösung von Gleichung (2.12) nach einer Schrittweite h ist dann gegeben durch

$$A(z+h,T) \approx \exp\left(\frac{h}{2}\mathbf{D}\right) \exp\left(\int_{z}^{z+h} \mathbf{N}(z') dz'\right) \exp\left(\frac{h}{2}\mathbf{D}\right) A(z,T) \quad .$$
(3.3)

Die Propagation des Feldes um die Ortsschrittweite h wird aufgeteilt. Zu Beginn und zum Ende erfolgt jeweils ein halber Dispersionsschritt. In der Mitte erfolgt die Berücksichtigung der Nichtlinearität für den gesamten Schritt¹.

¹ Ebenso wäre für die Berechnung eines Schrittes h eine Aufteilung mit der Abfolge N/2, D, N/2 denkbar, die auch verschiedentlich in der Literatur Verwendung findet, z.B. [67, 69].

Der nichtlineare Operator ist eine Funktion des Feldes, er muss daher approximiert werden. Dafür existieren verschiedene Varianten, auf die in Abschnitt 3.1.4 eingegangen wird. Der Dispersionsoperator hingegen ist allein durch Faserparameter bestimmt. Da die Operatoren **D** und **N** im Allgemeinen nicht kommutieren, stellt auch Gleichung (3.3) nur eine Näherungslösung nach einem kleinen Ortsschritt h dar. Der lokale Fehler ist hier jedoch um eine Ordnung geringer: $O(h^3)$, und der globale Fehler ist von zweiter Ordnung in der Schrittweite: $O(h^2)$ [68]. In Abbildung 5 ist nun das zugehörige Reschenschema skizziert.

$$\times \exp\left(\int_{z}^{z+h} \mathbf{N}(z') dz'\right)$$

$$A(T,z) \qquad A_{\mathrm{L}}(T,z+\frac{h}{2}) \longrightarrow A_{\mathrm{NL}}(T,z+\frac{h}{2}) \qquad A(T,z+h)$$

$$\downarrow \mathcal{F} \qquad \uparrow \mathcal{F}^{-1} \qquad \downarrow \mathcal{F} \qquad \uparrow \mathcal{F}^{-1}$$

$$\tilde{A}(\omega,z) \longrightarrow \tilde{A}_{\mathrm{L}}(\omega,z+\frac{h}{2}) \qquad \tilde{A}_{\mathrm{NL}}(\omega,z+\frac{h}{2}) \longrightarrow \tilde{A}(\omega,z+h)$$

$$\times \exp\left(\frac{h}{2}\tilde{\mathbf{D}}\right) \qquad \times \exp\left(\frac{h}{2}\tilde{\mathbf{D}}\right)$$

Abbildung 5: Alternierendes Rechenschema der symmetrisierten Split-Step-Fourier-Methode für die Propagation des Feldes A um die Schrittweite h. $\mathcal{F}(\mathcal{F}^{-1})$ bezeichnet die (inverse) Fouriertransformation.

3.1.3 Anwendung des linearen Operators

Die Berechnung des dispersiven Operators erfolgt, wie Abbildung 5 zu entnehmen ist, im Frequenzraum. Dort können die Ableitungen der Form $\partial^n/\partial T^n$, wie sie im Differentialoperator **D** auftreten, ersetzt werden durch eine Multiplikation mit $[-i(\omega - \omega_0)]^n$. Der in Gleichung (2.13) bzw. Gleichung (2.15) im Zeitbereich geschriebene Operator (ohne Absorptionsterm) ist dann im Frequenzbereich gegeben durch

$$\tilde{\mathbf{D}} = i \sum_{m \ge 2} \frac{\beta_m}{m!} (\omega - \omega_0)^m$$

mit β_m aus Gleichung (2.2). Vergleiche hierzu auch die Frequenzdarstellung der E-NLSG, Gleichung (2.9).

Die Dispersionskurve der zu berechnenden Faser liegt hier in Form einer Taylorreihe mit Dispersionskoeffizienten vor. Diese Darstellung ist nützlich, wenn der Einfluss verschiedener Dispersionsordnungen auf die Impulsausbreitung untersucht werden soll. Im Allgemeinen ist diese Darstellung nicht zwingend erforderlich; insbesondere dann, wenn die Dispersionskurve aus einer Messung ermittelt worden ist und als funktionaler Zusammenhang mit der Propagationskonstante vorliegt, also $\tilde{\mathbf{D}} = i\beta(\omega)$. Die Dispersionskurve kann dann direkt und ohne die sonst auftretende Vernachlässigung höherer Taylorterme in die Simulation eingehen. In dieser Darstellung sind jedoch auch Anteile enthalten, die den Dispersionskoeffizienten nullter und erster Ordnung entsprechen. Die Impulsausbreitung erfolgt dann nicht notwendigerweise im mit der Gruppengeschwindigkeit mitbewegten zeitlichen Koordinatensystem. Um dies zu korrigieren, entwickelt man die Dispersionskurve bis einschließlich β_1 und subtrahiert diesen Anteil anschließend:

$$\tilde{\mathbf{D}} = i\{\beta(\omega) - [\beta_0 + \beta_1(\omega)]\} \\= i\left\{\beta(\omega) - \left[\beta(\omega_0) + \frac{\partial\beta}{\partial\omega}\Big|_{\omega=\omega_0}\right]\right\}$$

3.1.4 Anwendung des nichtlinearen Operators

Die Anwendung des linearen Differentialoperators bereitet keine Probleme, da in diesen nur Faserparameter eingehen. Im Gegensatz dazu gestaltet sich die Situation beim nichtlinearen Operator schwieriger, da dieser gemäß Gleichung (2.14) und Gleichung (2.16) vom sich ausbreitenden Feld selbst abhängt. Deshalb muss hier erneut mit Näherungen gearbeitet werden, wofür verschiedene Ansätze existieren. Die Güte der Näherung hat Einfluss auf die erzielbare Genauigkeit der SSFM.

NÄHERUNG NR. 1: Der einfachste Ansatz für die Berechnung des Integrals in Gleichung (3.3) ist gegeben durch [13]

$$\int_{z}^{z+h} \mathbf{N}(z') dz' \approx h \mathbf{N}(z) = h \mathbf{N} [A(z,T)] \quad .$$
(3.4)

Hier geht das Feld A in den Operator ein, wie es zu Beginn eines Schrittes an der Stelle z, also noch vor der Anwendung des ersten linearen Operators, bekannt ist. In der Notation N[.] ist dabei in den eckigen Klammern das Feld angegeben, aus dem der nichtlineare Operator berechnet wird, und hinter den eckigen Klammern das Feld, auf das er angewendet wird (siehe weiter unten). Für einen vollständigen Schritt h werden 4 Fouriertransformationen benötigt.

NÄHERUNG NR. 2: Eine weitere, einfache Möglichkeit zur Approximation des Integrals berücksichtigt den bereits ausgeführten halben linearen Operator und führt auf [67]

$$\int_{z}^{z+h} \mathbf{N}(z') \, dz' \approx h \, \mathbf{N} \left[A \left(z + \frac{h}{2}, T \right) \right] = h \, \mathbf{N} \left[\exp \left(\frac{h}{2} \, \mathbf{D} \right) A(z, T) \right] \quad . \quad (3.5)$$

Auch hier müssen für einen Schritt h 4 Fouriertransformationen berechnet werden.

TRAPEZREGEL: Eine erhöhte Genauigkeit kann erreicht werden, wenn das Integral mit Hilfe der Trapezregel approximiert wird:

$$\int_{z}^{z+h} \mathbf{N}(z') dz' \approx \frac{h}{2} \left[\mathbf{N}(z) + \mathbf{N}(z+h) \right] \quad .$$
(3.6)

Da N(z + h) zunächst nicht bekannt ist, geht man iterativ vor. In einem ersten Schritt wird N(z + h) durch N(z) ersetzt und mit Gleichung (3.3) die Näherungslösung A'(z + h, T) bestimmt, mit deren Hilfe die erste Approximation für
N(z + h) berechnet werden kann. Daraufhin wird in einem zweiten Schritt das Integral erneut berechnet. Zwar sind im Vergleich zur einfachen Näherung zusätzliche Schritte und Fouriertransformationen nötig, jedoch lässt sich dennoch die Gesamtrechenzeit verkürzen, da mit größerer Schrittweite gearbeitet werden kann. Im Allgemeinen sind zwei Iterationen ausreichend [13]. Die Anzahl der Fouriertransformationen pro Schritt h beträgt $4 + 2 \cdot$ Anzahl der Iterationen.

RUNGE-KUTTA-VERFAHREN VIERTER ORDNUNG: Eine signifikant verbesserte Methode wurde in [70, 71] unter der Bezeichnung *4th order Runge-Kutta in the interaction picture method* (RK4IP) für die Berechnung von Bose-Einstein-Kondensaten vorgestellt und erstmals in [68, 72] für die Simulation von Superkontinuum in Glasfasern verwendet.

Die Vorschrift zur Propagation des Feldes von A(T,z) nach A(T,z+h) inklusive der beiden linearen Differentialoperatoren zu Beginn und am Ende des Schrittes ist gegeben durch

$$A(T, z+h) = \exp\left(\frac{h}{2}D\right)\left(A_{I} + \frac{k_{1}}{6} + \frac{k_{2}}{3} + \frac{k_{3}}{3}\right) + \frac{k_{4}}{6}$$
(3.7)

mit

$$\begin{split} A_{I} &= \exp\left(\frac{h}{2}\,\mathbf{D}\right)A(T,z) \quad , \\ k_{1} &= \exp\left(\frac{h}{2}\,\mathbf{D}\right)\{h\,\mathbf{N}\left[A(T,z)\right]A(T,z)\} \quad , \\ k_{2} &= h\,\mathbf{N}\left[A_{I} + \frac{k_{1}}{2}\right]\left(A_{I} + \frac{k_{1}}{2}\right) \quad , \\ k_{3} &= h\,\mathbf{N}\left[A_{I} + \frac{k_{2}}{2}\right]\left(A_{I} + \frac{k_{2}}{2}\right) \quad , \\ k_{4} &= h\,\mathbf{N}\left[\exp\left(\frac{h}{2}\,\mathbf{D}\right)(A_{I} + k_{3})\right]\left(\exp\left(\frac{h}{2}\,\mathbf{D}\right)(A_{I} + k_{3})\right) \quad . \end{split}$$

Für Details wird auf [68] verwiesen. Angaben für eine effiziente Implementierung mit einer minimalen Anzahl von Variablen sind in [70] zu finden. Der globale Fehler dieser Methode skaliert mit $O(h^4)$. Pro Schritt h werden 8 Fouriertransformationen benötigt.

3.2 MITTELUNGSVERFAHREN FÜR STATIONÄRE LÖSUNGEN

Sowohl in der in Kapitel 2 vorgestellten NLSG mit konstanter Dispersion als auch in der NLSG mit alternierender Dispersion existieren formstabile Lösungen. Während für die NLSG mit konstanter Dispersion stationäre Lösungen (Fundamentalsoliton) und periodische Lösungen (Solitonen höherer Ordnung, Breather) in ihrer analytischen Form angegeben werden können, ist dies für den Fall alternierender Dispersion im Allgemeinen nicht mehr möglich, da die Integrabilität der NLSG nicht mehr gegeben ist.

Für die Erzeugung der stationären Lösungen, also des DM-Solitons und der verschiedenen Bisolitonen, kommt hier ein Verfahren zum Einsatz, welches in

[60] vorgestellt wurde. Dieses Verfahren überführt iterativ eine nichtideale Lösung in die im stroboskopischen Sinne stationäre Lösung, sofern sie im konkreten System existiert. Eine Modifikation des Algorithmus wird in Abschnitt 3.2.3 eingeführt, um auch die Erzeugung langsam oszillierender Lösungen zu ermöglichen. Die Impulsausbreitung gehorcht nun der NLSG mit alternierender Dispersion (Gleichung (2.23)). Höhere Effekte wie Dispersion dritter Ordnung oder Ramaneffekt werden für diese fundamentalen Untersuchungen vernachlässigt.

3.2.1 Feste Energie

Für eine erfolgreiche Anwendung des Mittelungsverfahrens muss als Startfeld ein Impuls bekannt sein, der sich während der Ausbreitung durch die Faser periodisch ändert. Die konkrete Wahl des Startimpulses ist dabei nicht kritisch, und die Lösung wird eindeutig durch die Energie festgelegt. Ein solcher Impuls kann meist durch Probieren numerisch gefunden werden, sofern man sich im Existenzbereich solitärer Lösungen befindet. Die mittleren dispersiven und nichtlinearen Längen sollten dabei von gleicher Größenordnung sein.

Schritte des Mittelungsalgorithmus nach Nijhof Der Mittelungsalgorithmus funktioniert wie folgt: Während der Ausbreitung des Feldes durch die Faser speichert man diejenigen Felder $A_{\min}(t)$ und $A_{\max}(t)$, für die ein geeigneter Parameter, beispielsweise die Impulsdauer oder die Spitzenleistung, an aufeinanderfolgenden Orten z erst ein lokales Minimum und dann ein lokales Maximum aufweist. Durch konstruktive Addition der beiden Felder und Skalierung auf die ursprüngliche Energie E₀ (Schritt $A_{\Sigma} \rightarrow A$) erhält man das Startfeld A(t) für den nächsten Durchlauf. Die erforderliche konstruktive Interferenz bezüglich der Impulsmitten kann durch ein Verschieben der Phasen um einen konstanten Wert sichergestellt werden (Schritt $A \rightarrow A'$).

$$\begin{split} A'_{min}(t) &= A_{min}(t) \exp\{-i \arg[A_{min}(0)]\} \quad , \\ A'_{max}(t) &= A_{max}(t) \exp\{-i \arg[A_{max}(0)]\} \quad , \\ A_{\Sigma}(t) &= A'_{min}(t) + A'_{max}(t) \quad , \\ A(t) &= \sqrt{\frac{E_0}{\int |A_{\Sigma}(t')|^2 dt'}} A_{\Sigma}(t) \quad . \end{split}$$

Ist der Algorithmus auskonvergiert, meist nach einigen zehn Iterationen, so erhält man die in Abbildung 6 exemplarisch gezeigten stationären Lösungen. Die Rechnung wurde für verschiedene Impulsenergien und mit den Parametern aus Tabelle 2 (Seite 41) durchgeführt.

Konvergenzverhalten Um das Konvergenzverhalten zu demonstrieren, wurde in Abbildung 7 das neue Startfeld A(t) nach jedem Iterationsschritt ausgegeben. Die Berechnung erfolgte für die Situation bei E = 10 pJ aus Abbildung 6. Nach etwa 25 Iterationen tritt keine weitere Absenkung des Untergrundes auf. Die Bereiche des Impulses, die bereits vom Untergrund befreit wurden, erfahren auch später keine Veränderung mehr.

Zum gegenwärtigen Zeitpunkt ist nicht abschließend geklärt, ob überhaupt im mathematischen Sinne exakt periodische Lösungen der NLSG mit periodisch alternierender Dispersion existieren (vergl. Abschnitt 2.7). Ist dies nicht



Abbildung 6: Impulsformen der stationären DM-Solitonenlösung als Funktion der Impulsenergie. Das Konvergenzverhalten des Mittelungsverfahrens für die Berechnung bei E = 10 pJ ist in Abbildung 7 wiedergegeben. τ bezeichnet die Leistungs-Halbwertsbreite FWHM der stationären Lösung bei 10 pJ.



Abbildung 7: Zur Verdeutlichung des Konvergenzverhaltens. Die erzeugte Impulsform ist nach jedem Iterationsschritt angegeben. Die Rechnung erfolgte für eine Energie von E = 10 pJ. τ gilt für die stationäre Lösung.

oder nur für bestimmte Systemparameter der Fall, so kommt es während der Ausbreitung zu einer ständigen Abstrahlung von kleinen Energiemengen. Die Konvergenz dieses Verfahrens wäre also in diesem Fall mathematisch nicht exakt. Außerdem kann es aufgrund der periodischen Randbedingungen in der Simulation zur Ausbildung stehender Wellen kommen. Auch diese sind aber viele Größenordnungen kleiner als das Impulsmaximum. In der Praxis hat sich gezeigt, dass für alle untersuchten und relevanten Fälle die Konvergenz ausreichend ist. Ein Rauschsockel im Ergebnis ist entweder durch Abstrahlung, periodische Randbedingung oder numerisches Rauschen bestimmt und liegt einige Größenordnungen unter dem Impulsmaximum.

Das hier beschriebene Verfahren kann nicht nur zur Erzeugung von stationären Einzelimpulsen, sondern auch von stationären Impulsstrukturen verwendet werden. Anstelle der Impulsdauer oder der Spitzenleistung kann beispielsweise bei Doppelimpulsen der oszillierende Abstand als Kriterium zum Auffinden der zu addierenden Felder $A_{min}(t)$ und $A_{max}(t)$ dienen. Die Phasen müssen dann so verschoben werden, dass konstruktive Interferenz bei einem Erzeugung von stationären Impulsstrukturen der Teilimpulse erzeugt wird. Wegen der Symmetrie gilt dann auch konstruktive Interferenz für den anderen Teilimpuls. Dieses Verfahren liefert, mit einer Doppelimpulsstruktur als Startwert, die in Abbildung 8 gezeigten stationären Lösungen als Funktion der Energie, wobei jetzt die Gesamtenergie der Impulsstruktur betrachtet wird.



Abbildung 8: Impulsformen der stationären Solitonenmoleküle als Funktion der Energie. Unterhalb einer Gesamtenergie von etwa 7 pJ erfolgt keine Konvergenz des Algorithmus; es existieren keine stationären Lösungen.

Während der Algorithmus für DM-Solitonen bis herab zu kleinen Energien eine stabile Lösung liefert, ist das Verhalten beim Solitonenmolekül qualitativ unterschiedlich. Bei Energien kleiner als 7 pJ wird in diesem System keine schwingende Lösung und damit keine Bindung beobachtet. Das liegt nicht etwa an den Eigenschaften des Mittelungsalgorithmus, sondern vielmehr an den Bindungseigenschaften des Solitonenmoleküls. Diese Schwelle für die Bindung von DM-Solitonen wird in Abschnitt 4.6 näher untersucht.

3.2.2 Feste Impulsdauer oder fester Impulsabstand

Eine Modifikation des Mittelungsalgorithmus ist in der Lage, durch eine iterative Anpassung der Energie stationäre Lösungen mit bestimmter Impulsdauer [60] oder Lösungen mit bestimmtem Impulsabstand [10] zu erzeugen. Lösungen mit bestimmter vorgegebener Impulsdauer sind immer dann von Interesse, wenn die stationäre Lösung in einer DM-Faser mit bestimmter Mapstärke S gesucht ist. Die Mapstärke ist gemäß Gleichung (2.24) eine Funktion der Impulsdauer.

3.2.3 Periodische Lösungen

Bisher wurden mit Hilfe des Mittelungsalgorithmus oszillierende DM-Solitonen oder Impulsstrukturen mit geringer Oszillationsamplitude in stationäre Lösungen überführt. In numerischen Untersuchungen deutete sich jedoch an, dass auch größere Oszillationsamplituden über viele Dispersionsperioden bestehen bleiben, nachdem zu Beginn der Ausbreitung ein Teil der Energie vom Impuls abgestrahlt wurde. Um eine bessere Näherung für die mit größerer Amplitude oszillierenden Impulse zu erhalten, wurde der Mittelungsalgorithmus im Rahmen dieser Arbeit modifiziert. Ausgehend von einer bereits oszillierenden Lösung werden dabei die Felder zweier aufeinanderfolgender Maxima oder zweier aufeinanderfolgender Minima in der Entwicklung des Monitorparameters zur konstruktiven Interferenz gebracht. Dieser neue Impuls wird als Startwert für den nächsten Iterationsdurchlauf verwendet usw. Dabei zeigt sich, dass der Algorithmus bereits nach einigen Iterationen eine Impulsform liefert, bei der die anfängliche Abstrahlung von Energie stark reduziert ist. Dieses Verfahren kommt in Abschnitt 4.2.4 zur Anwendung, um Analogien zwischen dem schwingenden DM-Soliton und einem Soliton höherer Ordnung in einer homogenen Glasfaser aufzudecken. Eine Eindeutigkeit der Konvergenz ist hier jedoch nicht gegeben, da je nach Startbedingung Lösungen mit unterschiedlicher Schwingungsamplitude erzeugt werden können.

Die Existenz periodischer Lösungen, in denen die Periode der langsamen Oszillation ein ganzzahliges Vielfaches der Dispersionsperiode beträgt, wurde in [73] theoretisch demonstriert. Wie aus Simulationsrechnungen hervorgeht, können im Allgemeinen jedoch beide Perioden in einem beliebigen Verhältnis zueinander stehen.

3.3 BESTIMMUNG DES SOLITONENGEHALTES

Nichtlineare Impulse, die sich durch eine optische Glasfaser ausbreiten, können aus einem Solitonenanteil und einem dispersiven Anteil bestehen. Die Solitonen bilden dabei eine nichtlineare Überlagerung und propagieren gemeinsam als Soliton höherer Ordnung, siehe auch Abschnitt 2.5. Störungen während der Ausbreitung können dann beispielsweise dazu führen, dass der Impuls in seine Fundamentalsolitonen zerfällt (soliton fission, [13]).

Die Frage nach dem Solitonengehalt, der hier die Anzahl der Solitonen und ihre jeweiligen Parameter einschließt, ist sowohl aus mathematischer Sicht, um die nichtlineare Welle zu charakterisieren, als aus physikalischer Sicht äußerst interessant. Ein etabliertes Verfahren zur Beantwortung dieser Frage für integrable Systeme ist die *Inverse Streutransformation* (IST) [25].

Zahlreiche Systeme, die Solitonenlösungen unterstützen, wie hier zum Beispiel das DM-System, sind aber nichtintegrabel. Der Solitonengehalt lässt sich in solchen Fällen nicht mehr allgemeingültig bestimmen. Für konkrete vorliegende Probleme kann aber mit Hilfe der *soliton-radiation beat analysis* (SR-BA) auf numerischem Wege eine Bestimmung des Solitonengehaltes erfolgen, indem charakteristische Schwingungsmuster während der Impulsausbreitung analysiert und interpretiert werden. SRBA wurde an dieser Arbeitsgruppe von M. Böhm [74] entwickelt und bereits erfolgreich auf nichtintegrable Systeme angewendet [28, 75, 76].

Es wird von dem Effekt ausgegangen, dass sich die unterschiedlichen Phasenentwicklungen der einzelnen Komponenten, also Soliton(en) und dipersiven Wellen, in der nichtlinearen Überlagerung als Schwebungssignal bzw. Modulationen der Impulseinhüllenden bemerkbar machen. Die Ausbreitung des zu Solitonengehalt nichtlinearer Impulse

soliton-radiation beat analysis (SRBA)

Schritte der SRBA

32 | NUMERISCHE VERFAHREN

analysierenden Impulses über eine lange Strecke wird berechnet, gleichzeitig wird an äquidistanten Positionen mit dem Zählindex m ein Monitorparameter p(m) aufgezeichnet. Als geeignet erscheint die Entwicklung der spektralen Leistungsdichte, da die dispersiven Wellen zum Ortsfrequenzspektrum stets beitragen und nicht, wie im Zeitbereich, abgestrahlt werden. Aus den Ortsfrequenzspektren lässt sich dann nach manueller Zuordnung der einzelnen Komponenten, die nach bestimmten Kriterien erfolgt, der Solitonengehalt ablesen.

Die am Schwebungssignal p(m) beteiligten Ortsfrequenzen werden mit einer gefensterten Fouriertransformation berechnet, wobei in dieser Arbeit als Fensterfunktion ein Gaußfilter der Gestalt

$$f(m) = \exp\left[-\left(\frac{m - M/2}{cM}\right)^2\right]$$

verwendet wird. Die Anzahl der aufgezeichneten Datenpunkte ist M, mit $1 \ge m \ge M$. Die Breite c $\approx 0,12$ liefert einen gutem Kompromiss zwischen geringem Untergrund und guter Auflösung². Nach Filterung und Fouriertransformation erhält man das Ortsfrequenzspektrum B(Z) also zu

$$B(\mathsf{Z}) \leftarrow \mathfrak{F}\{f(\mathfrak{m}) \cdot \mathfrak{p}(\mathfrak{m})\}$$

Einheit der Ortsfrequenz Die Einheit der Ortsfrequenz Z ist der inverse Meter. Bei normierter oder problemangepasster Darstellung wird Z auf die Ortsfrequenz eines Fundamentalsolitons Z_{sol} normiert, mit Z_{sol} = $\gamma \hat{P}_0/(4\pi) = 1/(8z_0)$ und der Solitonenperiode $z_0 = \pi L_D/2$. Beim DM-System erfolgt die Angabe in Einheiten der inversen Länge einer Dispersionsperiode, also L_{Map}^{-1} .

Das Verfahren soll in Abschnitt 3.3.1 an einem Beispiel demonstriert werden, welches auch analytisch behandelbar ist. Basierend auf dieser gut verstandenen Situation [74] wird in Abschnitt 3.3.2 eine Erweiterung der Analyse auf Daten abseits der optischen Mittenfrequenz ω_0 des Impulses erläutert. Dieses erweiterte Verfahren [28] wurde im Rahmen dieser Arbeit erstmals ausführlich auf nichtlineare Impulse und Impulsstrukturen in DM-Systemen angewendet. Die Ergebnisse dazu sind in Kapitel 4 dargestellt. Auf die nun diskutierten Fälle wird dort zurückgegriffen.

3.3.1 Mehrsolitonenzustände im integrablen System

SRBA wird nun am Beispiel von Solitonen in einer homogenen Glasfaser demonstriert. Zu diesem Zweck sind in Abbildung 9 die numerisch ermittelten Ortsfrequenzspektren B(Z) als Funktion der kontinuierlich variierten Solitonenordnung N (Gleichung (2.21)) dargestellt.

Identifizieren der Solitonen In dieser Darstellung werden charakteristische Eigenschaften der Solitonen reproduziert. Solitonen entstehen bei bestimmten Schwellwerten [27] – das erste bei N = 0,5, das zweite bei N = 1,5 usw. Deren Ortsfrequenzen wachsen *quadratisch* mit der Solitonenordnung an, wobei auch jeweils höhere Harmonische sichtbar sind. Mit dem Eintreten des zweiten Solitons bei N = 1,5 entsteht

² Alternativ können die Phase-Rotation Fourier Transform (PFT [77]) oder die Pronymethode [78] zum Einsatz kommen, um auch ohne Filterung die Frequenzkomponenten zu identifizieren.



Abbildung 9: Ortsfrequenzspektren $(Log_{10}[B(Z)])$, farbcodiert) als Funktion der kontinuierlich variierten Solitonenordnung. Bei den Solitonen erster (N = 1) und zweiter (N = 2) Ordnung sind keine dispersiven Wellen beteiligt. Ein Ausschnitt um das Soliton zweiter Ordnung ist vergrößert eingefügt. (Dank an Dr. Michael Böhm für die Bereitstellung dieser Daten.)

ein *linear* wachsendes Schwebungssignal zwischen der Phasenentwicklung des ersten und des zweiten Solitons. Im Falle des N = 2-Solitons beispielsweise ist das Schwebungssignal bei Z = $8 Z_{sol}$, während die beiden Solitonenanteile bei Z = $9 Z_{sol}$ und Z = $1 Z_{sol}$ zu finden sind. Z_{sol} bezeichnet die Ortsfrequenz des Fundamentalsolitons mit $Z_{sol} = 1/(8z_0)$ und der Solitonenperiode z_0 . Für alle N = 1, 2, 3, ... verschwindet der Beitrag der dispersiven Wellen und damit auch die Amplitude der Kurven für die einzelnen Solitonen. So auch beim N = 2 - Soliton, wie aus Abbildung 9 und dem Ausschnitt zu entnehmen ist. Bestehen bleibt dort die Soliton-Soliton-Schwebung. Mischfrequenzen verursachen eine komplexe Struktur der Abbildung.

Die gezeigte Situation ist analytisch behandelbar. Als Funktion der Solitonenordnung $N \in \mathbb{R}^+$ ist mit Hilfe der IST der Solitonengehalt für integrable Systeme allgemeingültig definiert, und jedes der beteiligten Solitonen j kann explizit hingeschrieben werden (vergl. [74]):

$$A_{j}(T, z, N) = k_{j}\sqrt{\hat{P}}\operatorname{sech}\left(k_{j}\frac{T}{T_{0}}\right)\exp\left(\frac{i}{2}\gamma k_{j}^{2}\hat{P}z\right) \quad .$$
(3.8)

Beispielsweise sind das erste Soliton (j = 1) und das zweite Soliton (j = 2) mit $k_1 = 2N - 1$ und $k_2 = 2N - 3$ jeweils definiert für $N \ge 0.5$ bzw. $N \ge 1.5$. \hat{P} und T_0 bezeichnen die Spitzenleistung und Impulsdauer des Fundamentalsolitons in diesem System. Die Ortsfrequenz Z der Schwebung geht aus der Differenz der Phasenentwicklungen $\Delta \phi$ jeweils zweier Komponenten gemäß der Beziehung

$$Z = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial(\Delta \Phi)}{\partial z}$$
(3.9)

hervor. Die beteiligten Komponenten sind entweder Solitonen, oder aber es tritt eine Schwebung zwischen Soliton und dispersiver Welle auf. Für letzteren Fall Analytische Beschreibung beispielsweise erhält man aus Gleichung (3.8) und (3.9) die beobachtete quadratische Abhängigkeit der Ortsfrequenz Z von der Solitonenordnung N: Die Phasenentwicklung der dispersiven Welle im betrachteten mitbewegten System ist bei ω_0 Null (vergl. Gleichung (3.12)), und die Phasenentwicklung des Solitons j ist $\phi_j = \gamma k_j^2 \hat{P} z/2$.

3.3.2 Erweiterung auf andere optische Frequenzen

Die Auswertung der Amplitude an der spektralen Mittenfrequenz ermöglicht zwar die Bestimmung des Solitonengehaltes, gestaltet sich aber recht aufwendig und ist nicht immer durchführbar. Eine Erweiterung der Analyse auf optische Frequenzen abseits von ω_0 kann daher notwendig werden aus folgenden Gründen:

- Es gibt Systeme, bei denen die Amplitude der Ortsfrequenzen bei ω_0 verschwindet (Kapitel 4).
- Eine Erweiterung liefert zusätzliche Informationen über das System. Eine klare Unterscheidung zwischen Solitonenanteil und dispersiven Wellen, die sich sonst nur aus dem Kontext z. B. bei Energievariationen ergibt, wird möglich. Außerdem kann in einer solchen Darstellung die Mittenfrequenz der beteiligten Solitonen abgelesen werden.

Diese in [28] eingeführte Darstellung stellt eine Erweiterung gegenüber der in [74] verwendeten Analyse dar. Im Rahmen dieser Arbeit wurde diese erweiterte Darstellung erstmals ausführlich auf nichtlineare Impulse und Impulsstrukturen im DM-System angewendet.

Zurück zum soeben behandelten Beispiel. Für die Analyse werden nun also auch Daten abseits von ω_0 verwendet, womit sich auch die Herkunft der einzelnen Ortsfrequenzkomponenten in Abbildung 9 genauer nachvollziehen lässt. Diese *erweiterten Ortsfrequenzspektren* sind im Folgenden für den Fall eines N = 1-Solitons in Abbildung 10 a) sowie für den Fall eines N = 2-Solitons in Abbildung 10 b) dargestellt und mit den analytisch berechneten Ortsfrequenzen verglichen.

Die Diskussion erfolgt nun für diese exakten Fälle, wobei jedoch der Berechnung Solitonen mit N = 1,01 und N = 2,01 mit einem geringen Anteil dispersiver Wellen zugrunde liegen, da sonst nicht alle Ortsfrequenzen sichtbar wären. Die Interpretation der Ortsfrequenzspektren gestaltet sich wie folgt: Die Phasenentwicklung des Fundamentalsolitons S₁ in Abbildung 10 a), also die akkumulierte Phasendrehung pro Weglänge, ist gemäß des Phasenterms aus Gleichung (2.20) oder Gleichung (3.8) gegeben durch

$$\frac{\partial \Phi^{\text{sol}}}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2 \, \mathsf{T}_0^2} \quad . \tag{3.10}$$

Beim Soliton zweiter Ordnung in Abbildung 10 b) kommt dessen Mehrsolitonencharakter zum Ausdruck: Für die Phasenentwicklungen der beiden Anteile S_1 und S_2 gilt nach Gleichung (3.8)

$$\frac{\partial \Phi_1^{\text{sol}}}{\partial z} = 9 \frac{\beta_2}{2 \,\mathsf{T}_0^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \Phi_2^{\text{sol}}}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2 \,\mathsf{T}_0^2} \quad . \tag{3.11}$$

Beispiel für die erweiterte Darstellung



Abbildung 10: Ortsfrequenzspektren a) eines N = 1-Solitons sowie b) eines leicht gestörten N = 2-Solitons. Die beteiligten Solitonen sind mit S₁ und S₂ bezeichnet. Zur Hälfte sind jeweils die analytisch berechneten Ortsfrequenzen dargestellt. Das Problem ist symmetrisch bezüglich der optischen Mittenfrequenz.

Natürlich kann mit Gleichung (3.8) auch der exakte Ausdruck für die Phasenentwicklungen der leicht gestörten Solitonen mit (j, N) = (1, 1, 01) und (j, N) = (2, 2, 01) abgeleitet werden; darauf wurde aber zum Zwecke der Klarheit verzichtet.

Neben Solitonen sind in den meisten Fällen auch dispersive Wellen an der Ausbreitung beteiligt. Deren Phasenentwicklung als Funktion der optischen Frequenz ω ist gegeben durch

$$\frac{\partial \phi^{\text{disp}}}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \left(\omega - \omega_0 \right)^2 \quad . \tag{3.12}$$

 ω_0 bezeichnet die optische Mittenfrequenz. Schwebungen der jeweiligen Phasenentwicklungen für Soliton und dispersive Welle und deren höhere Harmonische verursachen sämtliche gezeigte Linien.

Die Lage der einzelnen Anteile im erweiterten Ortsfrequenzspektrum kann nun mit Hilfe von Abbildung 11 erläutert werden. In den numerisch berechneten Ortsfrequenzspektren sind nur positive Frequenzen sichtbar, die Phasendrehung der dispersiven Welle ist jedoch wegen $\beta_2 < 0$ negativ. Die Geraden geben die Phasenentwicklung der Solitonen wieder und sind sichtbar, da Oberwellen dieser Grundfrequenz existieren: Differenzfrequenzen der jeweiligen Oberwellen erzeugen Signale bei Δ_{ss} , $2\Delta_{ss}$ usw. Die nach oben geöffneten Parabeln Δ_{sd} , $\Delta_{ss} + \Delta_{sd}$, $\Delta_{ss} + 2\Delta_{sd}$ usw. (letztere nicht abgebildet) entstehen durch eine Schwebung infolge der positiven Phasenentwicklung des Solitons und der negativen Phasenentwicklung der dispersiven Wellen.

Lage der Ortsfrequenzen



Abbildung 11: Schematische Verdeutlichung der Herkunft der Anteile im erweiterten Ortsfrequenzspektrum im Falle eines (leicht gestörten) N=1-Solitons. Zu unterscheiden sind die positive Phasenentwicklung des Solitons und die negative Phasenentwicklung der dispersiven Welle.

3.4 SIMULATIONSSOFTWARE propulse

3.4.1 Beschreibung der Software

Sämtliche Simulationen in dieser Arbeit wurden mit einer vom Autor in der Programmiersprache C (C99-Standard) erstellten Software *propulse* durchgeführt. Es wurden die in Abschnitt 3.1.4 beschriebenen Algorithmen zur Lösung der E-NLSG mit Hilfe der symmetrisierten SSFM implementiert, womit auch die Berechnung von Superkontinuumexperimenten in der Arbeitsgruppe erfolgreich durchgeführt wurde. In *propulse* werden die Simulationsparameter in Form einer Konfigurationsdatei übergeben, was eine weitgehend automatisierte Abarbeitung und Parallelisierung von Parameterscans ermöglicht, ohne das Programm jeweils neu kompilieren zu müssen. Für diese Funktionalität wurde auf die Bibliothek *libconfig* [79] zurückgegriffen. Die Berechnung der diskreten Fouriertransformation erfolgt unter Benutzung der Bibliothek *fftw*3 [80]. Sie bietet eine Sammlung verschiedener optimierter FFT-Routinen³, die automatisch je nach verfügbarer Hardware ausgewählt werden.

Anmerkungen zur Durchführung der numerischen Simulationen und eine Erläuterung der relevanten Parameter, die sich aus der Diskretisierung der Felder ergeben, sind in Anhang B gegeben.

3.4.2 Vergleich der Algorithmen

Die während der Impulsausbreitung wirkenden Effekte wurden separat erfolgreich auf korrekte numerische Berechnung durch Vergleich mit analytisch behandelbaren Problemen überprüft. In Systemen, in denen lineare und nichtlineare Effekte gleichzeitig wirken, ist die Berechnung vom korrekten Ineinandergreifen der einzelnen Split-Steps abhängig. Ein solcher Test der implementierten Algorithmen kann erfolgen, indem die globale Fehlerordnung anhand eines Beispiels berechnet wird. Sowohl Dispersion als auch Nichtlinearität soll-

³ FFT: Fast Fourier Transform, ein optimierter Algorithmus zur Berechnung einer diskreten Fouriertransformation (DFT) [81].

ten in ähnlich starker Weise die Impulsausbreitung beeinflussen. Geeignet erscheint hier die Berechnung der Ausbreitung eines Solitons zweiter Ordnung in der NLSG mit konstanter Dispersion (vergl. Abbildung 53 auf Seite 105). Da die Lösung dieses Problems auch analytisch vorliegt, kann der absolute Fehler nach Ausbreitung des Feldes um eine Solitonenperiode $z_0 = \pi L_D/2$ berechnet werden. Für die verschiedenen Algorithmen und Ortsdiskretisierungen ist das Ergebnis in Abbildung 12 gezeigt.



Abbildung 12: Vergleich der Fehler der verschiedenen implementierten Algorithmen. Berechnet wurde die Ausbreitung eines N = 2-Solitons über eine Solitonenperiode z_0 .

Zum Vergleich kommen folgende Approximationen für den nichtlinearen Operator:

SSFM-1	=	Gleichung (3.4)
SSFM-2	=	Gleichung (3.5)
Agrawal-1	=	Gleichung (3.6) mit einer Iteration
Agrawal-2	=	Gleichung (3.6) mit zwei Iterationen
RK4IP	=	Gleichung (3.7)

Der aufgetragene Fehler ist dabei die normierte Abweichung von der analytisch bekannten Lösung des N = 2-Solitons und wurde berechnet zu

$$\mathsf{E} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left| |\mathsf{A}^{\mathrm{comp}}|^2 - |\mathsf{A}^{\mathrm{true}}|^2 \right|}{\max\left(|\mathsf{A}^{\mathrm{true}}|^2 \right)}$$

Die globale Fehlerordnung der jeweiligen Algorithmen entspricht der Steigung der Kurven. Ab einer bestimmten Grenze verursacht eine Verfeinerung der Ortsdiskretisierung ein Ansteigen des Fehlers. Numerische Rundungsfehler übersteigen dann die Fehler, die infolge der endlichen Ortsschrittweite entstehen. Der RK4IP-Algorithmus liefert bei einer festen Anzahl von Ortsschritten den geringsten Fehler.

Deutliche Unterschiede ergeben sich auch in der erforderlichen Rechenzeit. Soll beispielsweise ein Fehler von 10^{-11} unterschritten werden, so ist mit dem RK4IP-Algorithmus bei 2^{12} Ortsschritten auf der vorhandenen Hardware eine Rechenzeit von ca. 11 s notwendig. Im Vergleich dazu wird mit der Standard-SSFM eine 30-fache Rechenzeit von ca. 330 s bei 2^{18} Ortsschritten benötigt. Die

Diskussion der Rechenzeit Verfahren mit Trapezregel unterschreiten bei 2¹⁷ Ortsschritten diese Fehlergrenze. Die Rechenzeit ist damit nicht wesentlich geringer und liegt bei ca. 280 s (eine Iteration). Diese hier aufgeführten Werte können natürlich nur für eine Abschätzung verwendet werden und sind erstens von der verwendeten Hardware und zweitens auch vom berechneten Problem abhängig. Rechenzeiten können auch zu einem kleinen Teil durch Ausgabeoperation und Funktionsaufrufe beeinflusst werden und bilden hier nicht notwendigerweise die alleinige Split-Step-Rechenzeit ab. Die Parameter für diese Abschätzung sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1: Parameter für den Vergleich der Algorithmen. n ist die Anzahl der Stützstellen des Feldes. Die Definition von r_{ZF} ist im Anhang B angegeben.

$\beta_2 = -10.0 \text{ps}^2/\text{km}$	$r_{ZF} = 12$
$\gamma = 2,3 \cdot 10^{-3} 1/(Wm)$	$n = 2^{11}$
$\lambda_0 = 1500 \text{nm}$	$L = z_0 \approx 50,5522 \mathrm{m}$

4 SIMULATIONEN ZUR IMPULSDYNAMIK

INHALTSVERZEICHNIS

4.1	Dynamik von DM-Solitonen 39				
	4.1.1	Methoden 40			
	4.1.2	Modellsystem 41			
4.2	Symmetrische Störung von DM-Solitonen 42				
	4.2.1	Feste Energie 42			
	4.2.2	Diskussion 46			
	4.2.3	Variation der Energie 47			
	4.2.4	Starke Störung 49			
4.3	Asymr	nmetrische Störung von DM-Solitonen 52			
4.4	Mehrsolitonencharakter und interne Moden 54				
4.5	Grenzfälle 55				
4.6	Dynamik von Solitonenmolekülen 56				
	4.6.1	Variation der Energie 56			
	4.6.2	Diskussion 58			
	4.6.3	Zerfall des Solitonenmoleküls 59			
4.7	Skalier	ungsverhalten <u>60</u>			
	4.7.1	Normierte Energie und normierte Ortsfrequenz 61			
	4.7.2	Skalierung der Segmentlängen 62			

In diesem Kapitel werden numerische Untersuchungen zur Dynamik der nichtstationären Solitonenlösungen im DM-System vorgestellt. Unter der Dynamik versteht man hier die bei der Ausbreitung auftretenden *langsamen Oszillationen*, wenn zu Beginn Abweichungen von der idealen Impulsform bestehen. Es wird auf die Dynamik von DM-Solitonen in Abschnitt 4.1 bis 4.3 und die des Solitonenmoleküls in Abschnitt 4.6 eingegangen. Einige der hier erarbeiteten Ergebnisse konnten kürzlich in [3] veröffentlicht werden. Eine Verallgemeinerung der Ergebnisse erfolgt zum Ende dieses Kapitels in Abschnitt 4.7.

4.1 DYNAMIK VON DM-SOLITONEN

Die in Abschnitt 2.7 vorgestellten stationären Impulsformen existieren nur im idealisierten System. In realen Übertragungsstrecken jedoch unterliegt die Impulsausbreitung weiteren Effekten, außerdem treten Abweichungen von der stationären Lösung auf. Der Einfluss auf die Impulsausbreitung ist daher von praktischem Interesse. Es ist daraufhin vielfach in der Literatur das Verhalten nichtstationäre Lösungen bei Ausbreitung von anfänglich gestörten DM-Solitonen bzw. von RZ-Impulsen¹, die ja eine vom DM-Soliton abweichende Impulsform darstellen, untersucht worden. Es wurde beobachtet, dass *langsame Oszillationen* der Impulsparameter bei der Ausbreitung auftreten. Langsam ist hier in dem Sinne zu verstehen, dass die Periode der Schwingung groß ist gegen die Periode der Dispersionsmodulation, wobei beide Perioden in keinem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen müssen.

4.1.1 Methoden

Methoden zur Untersuchung der langsamen Oszillationen An dieser Stelle soll eine kurze Übersicht über die theoretischen Methoden gegeben werden, die bisher in der Literatur zur Charakterisierung der langsamen Oszillationen zum Einsatz kamen. Im Anschluss wird das in dieser Arbeit verwendete numerische Verfahren erläutert. Eine experimentelle Charakterisierung der Ausbreitung gestörter DM-Solitonen wurde erstmals im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt und ist in Kapitel 6 zu finden.

VARIATIONSANSÄTZE, STÖRUNGSTHEORIE: Gabitov et al. [82] untersuchten die Dynamik von DM-Solitonen mit Hilfe eines Variationsansatzes. Die langsamen Oszillationen wurden auf die Wirkung der Kerr-Nichtlinearität und die mittlere Dispersion zurückgeführt. Kivshar et al. [83] und Pelinovsky et al. [84] untersuchten die langsamen Oszillationen im Zusammenhang mit sogenannten internen Moden, die in nichtintegrablen Systemen auftreten können. Kutz et al. [85] beobachteten langsame Oszillationen sowohl mit Hilfe eines Variationsansatzes als auch in numerischen Simulationen. Mit dem gleichen Variationsansatz gelang es Turitsyn et al. [34], die Impulsparameter derart zu optimieren, dass die Amplitude der langsamen Oszillationen gering ist. Lakoba and Pelinovsky [86] wenden das Konzept der internen Moden in nichtintegrablen Systeme an, um die langsamen Oszillationen in DM-Fasern zu beschreiben. Sie kamen zu dem Ergebnis, dass sowohl gerade als auch ungerade interne Moden angeregt werden können. Ein anderes Verfahren wurde von Tonello [87] angewendet: Die Entwicklung der Lösung der nichtlinearen Schrödingergleichung mit alternierenden Koeffizienten in Hermite-Gauß-Moden weist ebenfalls langsame Oszillationen auf. Eine Untersuchung der Abhängigkeit der langsamen Oszillationen als Funktion der Impulsenergie wurde durch Capobianco et al. [88] und Tonello et al. [89] vorgestellt. Mit Hilfe einer linearen Stabilitätsanalyse gelang es ihnen, die dominanten Schwingungsfrequenzen im System zu ermitteln. Die nichtstationäre Ausbreitung lässt sich in einem Phasenraumdiagramm darstellen, indem zwei oszillierende Variablen des Systems gegeneinander aufgetragen werden, so etwa die Impulsdauer und der Chirpparameter. Diese Darstellung wurde beispielsweise für RZ-Impulse durch Mookherjea [90] angegeben.

eingeschränkte Anwendbarkeit Anzumerken ist, dass der Einsatz derartiger Verfahren wie Variationsansatz oder Störungstheorie bestimmten Einschränkungen unterliegt. Die erhaltenen Ergebnisse sind meist nur gültig, wenn zum Beispiel die Störungen klein sind,

¹ RZ: Return-to-Zero, ein binäres Modulationsformat bei der Datenübertragung [13].

oder wenn bestimmte Terme der Propagationsgleichung vernachlässigt werden.

FOURIERMETHODE: Im Folgenden soll eine systematische numerische Untersuchung der auftretenden Oszillationen auf der Basis der *soliton-radiation beat analysis* (SRBA, Kapitel 3.3) erfolgen – ein auf der Fouriertransformation beruhendes Verfahren, welches nicht den oben genannten Einschränkungen unterworfen ist. Im Falle der integrablen NLSG (Gleichung (2.6)) ermöglicht SRBA die Bestimmung des Solitonengehaltes. Eine ähnliche Analyse der Schwingungen soll hier nun benutzt werden, um ein vollständigeres Bild der Situation zu erhalten, als dies mit Hilfe von Näherungsmethoden möglich ist.

Analog zur Vorgehensweise in Abschnitt 3.3 wird während der Ausbreitung gestörter DM-Solitonen bzw. Solitonenstrukturen die Entwicklung eines Monitorparameters über viele Dispersionsperioden aufgezeichnet. Anschließend wird diese Datenreihe fouriertransformiert, um sie nach harmonischen Anteilen zu zerlegen. Als Monitorparameter wird zunächst die Leistung bei der Mittenfrequenz ω_0 des Impulses benutzt. Später wird auch die Betrachtung der spektralen Leistungen abseits von ω_0 notwendig, um die Interpretation der Ortsfrequenzspektren zu ermöglichen.

Mit Hilfe der erhaltenen Ortsfrequenzspektren kann dann ein Vergleich zu den Solitonenlösungen in Fasern mit konstanter Dispersion erfolgen. Dabei stellt sich heraus, dass die DM-Solitonen in bestimmten Parameterbereichen Gemeinsamkeiten mit Mehrsolitonenlösungen der NLSG mit konstanter Dispersion aufweisen und ihnen daher ein inhärenter Mehrsolitonencharakter zugeschrieben werden kann.

4.1.2 Modellsystem

Die in diesem Kapitel vorgestellten numerischen Simulationsrechnungen werden, falls nicht anders angegeben, mit den Parametern eines skalierten Modellsystems aus Tabelle 2 durchgeführt, wie es sich in einem Laboraufbau realisieren lässt. numerisches Modellsystem

Tabelle 2: Parameter des Modellsystems für die Simulationsrechnungen dieses Kapitels.

$\beta_2^- = -51,0ps^2/km$	$L^{-} = L^{+} = 10 m$
$\beta_2^+=49,0ps^2/km$	$\gamma^+ = \gamma^- = 2.3 \cdot 10^{-3} \ 1/(Wm)$
$\beta_2^{avg}=-1,0ps^2/km$	

Die Fasersegmentlängen sind hier im zweistelligen Meterbereich, und die Impulsdauern im ps-Bereich oder darunter. Weitere Fasereffekte wie Dispersion höherer Ordnung, Ramaneffekt oder Dämpfung sollen in diesem Kapitel nicht berücksichtigt werden, da es sich um grundlegende Untersuchungen handelt.

Wie in Abschnitt 2.7 erläutert, existieren in DM-Fasern neben dem DM-Soliton unterschiedliche Lösungstypen, die durch eine bestimmte Impulsanzahl und deren relative Phase festgelegt sind. Innerhalb einer solchen Kategorie ist Ausgangspunkt: stationäre Lösungen

das hier verwendete Verfahren dann die konkrete stationäre Impulsform bei festgehaltenen Faserparametern eindeutig eine Funktion der Impulsenergie. Die beiden einfachsten und gleichzeitig auch stabilsten Vertreter – das DM-Soliton sowie das gegenphasige Bisoliton oder Solitonenmolekül – sind hier Gegenstand der Untersuchung.

Die Energie dieser stationären Lösungen erfüllt im Folgenden die Funktion eines unabhängigen Scan-Parameters. Als Scan-Bereich wird das Energieintervall zwischen 1 pJ und 20 pJ in Schritten von 0,5 pJ festgelegt. Für jede dieser Energien im Intervall wird die ideale stationäre Impulsform mit Hilfe des in Kapitel 3 vorgestellten Mittelungsverfahrens erzeugt. Eine solche Lösung stellt dabei die bestmögliche Annäherung an die stationäre Lösung des Systems dar. Wie eingangs erläutert, führen anfängliche Abweichungen von der stationären Lösung zu langsamen Oszillationen der Impulsparameter während der Ausbreitung. Diese Abweichungen oder Störungen werden hier gezielt herbeigeführt, um aus der nichtstationären Ausbreitung die Ortsfrequenzspektren berechnen zu können. Bei der Charakterisierung der Oszillationen ist zu unterscheiden zwischen anfänglicher symmetrischer Störung der stationären Lösung (Abschnitt 4.2) und deren asymmetrischer Störung (Abschnitt 4.3), die jeweils langsame Oszillationen mit unterschiedlichen Ortsfrequenzen hervorrufen.

4.2 SYMMETRISCHE STÖRUNG VON DM-SOLITONEN

Zunächst wird die Situation der symmetrischen Störungen des DM-Solitons ausführlich für eine Impulsenergie in der Mitte des Intervalls bei 10 pJ betrachtet. Auf die Untersuchungen bei variierter Energie im Anschluss daran eingegangen.

4.2.1 Feste Energie

Zunächst wird der Fall einer symmetrischen Störung der stationären Impulsform bei einer festen Energie behandelt. Die anfängliche symmetrische Störung wird hier durch die Skalierung der Einhüllenden mit einem konstanten Faktor $1 + \epsilon$ mit $\epsilon \ll 1$ erreicht. In Abbildung 13 ist beispielhaft die Entwicklung der Leistung des DM-Solitons für die ideale Lösung und für die symmetrisch gestörte Lösung im Zeit- und im Spektralbereich gezeigt².

schnelle vs. langsame Oszillation Die Ausbreitung der ungestörten Lösung zeigt sich wie erwartet, und die *schnellen Oszillationen* der Impulsparameter folgen der Variation der lokalen Dispersion. Nach jeder Dispersionsperiode wird die Impulseinhüllende reproduziert, was auch für die dargestellten Impulsparameter gilt; in stroboskopischer Darstellung ist die Ausbreitung also stationär. Bei der gestörten Lösung sind auch in der stroboskopischen Darstellung Oszillationen zu beobachten; diese werden im Folgenden als *langsame Oszillationen* bezeichnet.

Zuerst sollen die Ortsfrequenzspektren ausgehend von dieser vollständigen Datenreihe berechnet werden. Später basiert die Analyse auf einer reduzierten, stroboskopischen Datenreihe. Dies wird jetzt erläutert.

² Hier wurde für Darstellungszwecke eine Simulation gewählt, bei der sich das Schwingungsmuster der gestörten Lösung bereits nach etwa 9 Dispersionsperioden wiederholt.



Abbildung 13: Vergleich der Entwicklung der Spitzenleistung bei idealer (schwarz) und gestörter (rot) Ausbreitung. a) zeigt die Situation im Zeitbereich, b) im Spektralbereich. Gestrichelt ist jeweils der Verlauf hervorgehoben, den man bei einer stroboskopischen Abtastung erhalten würde. Zur besseren Unterscheidbarkeit wurden die Daten für die ideale und die gestörte Ausbreitung in der Vertikalen jeweils geringfügig gegeneinander verschoben.

ANALYSE DER VOLLSTÄNDIGEN DATENREIHE: Welche Ortsfrequenzen treten nun bei der Ausbreitung der idealen und der gestörten Lösung auf? In Abbildung 14 a) ist die gefensterte Fouriertransformation (vergl. Abschnitt 3.3) der Entwicklung der spektralen Leistungsdichte der ungestörten Lösung bei der Mittenfrequenz ω_0 gezeigt, also $\mathcal{F}\{\tilde{P}(z)\}$, mit $\tilde{P}(z) = |\tilde{A}(\omega_0, z)|^2$.



Abbildung 14: Fouriertransformation der Ausbreitung eines DM-Solitons. a) Ortsfrequenzspektrum der Ausbreitung der idealen (nahezu ungestörten) Lösung. b) Ausschnitt im Bereich der ersten Harmonischen für die ideale (i) und die davon abweichende (ii) Impulsform.

Der Fouriertransformation liegt eine Ausbreitung über 6000 Dispersionsperiode oden zugrunde. Die Impulsform wurde dabei 32 Mal pro Dispersionsperiode abgetastet, woraus sich auch die Nyquist-Frequenz der Darstellung von 16 L⁻¹_{Map} ergibt. Zur Erläuterung: ein Beitrag im Ortsfrequenzspektrum bei 1 L⁻¹_{Map} ist zu lesen als *eine* Schwingung pro Dispersionsperiode, ein Beitrag bei 2 L⁻¹_{Map} entsprechend als *zwei* Schwingungen etc. Die optische Mittenfrequenz beträgt in dieser Simulation $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ mit c der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit und der Mittenwellenlänge des Impulses $\lambda_0 = 1,56 \,\mu$ m. Zu erkennen sind die Periodizität mit der Dispersionsperiode sowie die höheren Harmonischen.

Abbildung 14 b) zeigt einen Ausschnitt aus dem berechneten Ortsfrequenzspektrum in der Umgebung der ersten Harmonischen für zwei verschiedene Fälle. Im oberen Bild (i) wurde die Ausbreitung der (nahezu) ungestörten Lösung ausgewertet. Das untere Bild (ii) zeigt die Situation bei Ausbreitung der leicht gestörten Lösung. Wie der Vergleich zwischen (i) und (ii) zeigt, führt eine anfängliche Störung der stationären Lösung zum Auftreten von *Seitenbändern*. Es ist anzunehmen, dass für eine perfekt stationäre Lösung, falls sie existiert, die Seitenbänder verschwinden.

Vereinfachung: Abtastung ein Mal pro Dispersionsperiode ANALYSE DER STROBOSKOPISCHEN DATENREIHE: Die Analyse kann bedeutend vereinfacht werden, wenn der Monitorparameter nur noch ein Mal pro Dispersionsperiode ausgewertet wird. Diese Datenreduktion wird auch als *stroboskopische Darstellung* bezeichnet und in den folgenden Kapiteln dieser Arbeit verwendet. Der Ort, an dem der Monitorparameter relativ zur Dispersionsperiode abgetastet wird, kann ohne Einfluss auf das Ergebnis beliebig gewählt werden. Hier erfolgt die Abtastung am chirpfreien Punkt in der Mitte der anomal dispersiven Fasersegmente.

In Abbildung 15 ist die stroboskopische Entwicklung der (relativen) spektralen Leistung \tilde{P} als Funktion der Ausbreitungsstrecke in Dispersionsperioden gezeigt. Die langsame Oszillation hat im hier gewählten Beispiel eine Periode von etwa 30 Dispersionsperioden der Länge L_{Map}.



Abbildung 15: Stroboskopische Entwicklung der spektralen Leistung bei Ausbreitung der gestörten Impulsform.

Wie bei der Analyse der vollständigen Datenreihe liefert auch hier eine gefensterte Fouriertransformation das zugehörige Ortsfrequenzspektrum, welches in Abbildung 16 gezeigt ist. Dieses entspricht den Seitenbändern in Abbildung 14 b) (ii). Den Fourieranteil der dominanten langsamen Oszillation findet man



Abbildung 16: Ortsfrequenzspektrum zur stroboskopischen Datenreihe (hier mit 6000 Dispersionsperioden) aus Abbildung 15.

hier bei Z $\approx 1/30 L_{Map}^{-1} \approx 0,034 L_{Map}^{-1}$. Im Spektrum treten aber noch weitere Frequenzkomponenten auf.

HINZUNAHME ANDERER OPTISCHER FREQUENZEN: Um die weiter unten gegebene Interpretation eines solchen Ortsfrequenzspektrums zu erleichtern, ist es hilfreich, die Entwicklung der spektralen Leistungsdichte bei optischen Frequenzen abseits der Mittenfrequenz ω_0 zu analysieren. Eine solche Darstellung wurde erstmals in [28] verwendet, dort allerdings für Solitonen in Fasern mit konstanter Dispersion. Die stroboskopische Abtastung der Daten kann dabei beibehalten werden. Die Zusammenstellung der Ortsfrequenzspektren in dieser *erweiterten Darstellung* als Funktion der optischen Frequenz ist in Abbildung 17 gezeigt. Die Fourieramplituden der Ortsfrequenzspektren sind nun farbcodiert angegeben.

erweiterte Darstellung: Hinzunahme anderer optischer Frequenzen



Abbildung 17: Ortsfrequenzspektren als Funktion der Abweichung von der optischen Mittenfrequenz. Die Amplituden der jeweiligen Ortsfrequenzkomponenten sind farbcodiert dargestellt. Der markierte Bereich ist in Abbildung 18 vergrößert dargestellt.

Bei ω_0 findet man die Fourierkomponenten aus Abbildung 16. Zusätzlich treten oberhalb und unterhalb der optischen Mittenfrequenz ω_0 neue Linien auf, deren Frequenz quadratisch von dem Abstand von der optischen Mittenfrequenz abhängt. Einige der Linien sind an Positionen symmetrisch um

die Mittenfrequenz unterbrochen. An diesen Stellen ist die Amplitude der entsprechenden Ortsfrequenzkomponente Null. Die Fourierphasen sind konstant, springen jedoch an den Nullstellen um π rad, wie Abbildung 18 verdeutlicht.



Abbildung 18: Ausschnitt zur Verdeutlichung der Lücken. a) Ortsfrequenzspektren als Funktion der optischen Frequenz, b) zugehörige Fourierphasen. An den Stellen, an denen die Linien unterbrochen sind, springt die Phase um π rad.

4.2.2 Diskussion

Mit Hilfe dieser erweiterten Darstellung kann durch einen Vergleich mit einem bekannten Fall eine Deutung der Ortsfrequenzanteile erfolgen. Charakteristisch ist das Auftreten von Ortsfrequenzkomponenten, die quadratisch von der Abweichung von der Mittenfrequenz abhängen. Diese können wie in Abschnitt 3.3 auf die quadratische Abhängigkeit der Phase der dispersiven Wellen zurückgeführt werden. In Gleichung (3.12) gilt dann statt der lokalen Dispersion der Mittelwert der Dispersion β_2^{avg} in der DM-Faser. Des Weiteren gibt es Komponenten, die unabhängig sind von der optischen Frequenz. Letztere können unterteilt werden in solche Linien, die durch Parabeln tangiert werden, und andere, für die das nicht der Fall ist. Für viele der Linien findet man Oberwellen.

In Abschnitt 3.3 wurde der Fall eines Solitons zweiter Ordnung in der homogenen NLSG in dieser erweiterten Darstellung diskutiert; vergleiche insbesondere Abbildung 10 b) auf Seite 35. Es ergab sich ein qualitativ ähnliches Bild mit vergleichbaren charakteristischen Merkmalen. Daher liegt es nahe, folgende Deutung der Linien vorzunehmen:

Deutung: inhärenter Mehrsolitonencharakter Die dominante Gerade bei $Z \approx 0,034 L_{Map}^{-1}$, die nicht von Parabeln tangiert wird, ist verursacht durch die Schwebung zweier solitärer Komponenten. Von ihr sind die zweite und dritte Harmonische bei $Z \approx 0,068 L_{Map}^{-1}$ und $Z \approx 0,102 L_{Map}^{-1}$ sichtbar. Die solitären Komponenten selbst und deren jeweilige Oberwellen sind dadurch ausgezeichnet, dass sie von einer Parabel tangiert werden. Davon findet man hier zwei, und zwar bei $Z \approx 0,022 L_{Map}^{-1}$ (S₂) und $Z \approx 0,056 L_{Map}^{-1}$ (S₁). Der Scheitelpunkt der Parabeln liegt jeweils bei der optischen Mittenfrequenz. Beide solitären Anteile haben daher die gleiche Mittenfrequenz bzw. Geschwindigkeit.

Das Ortsfrequenzspektrum des DM-Solitons ist bei dieser Energie also dadurch beschreibbar, dass ein inhärenter Mehrsolitonencharakter angenommen wird. Dies ist insofern plausibel, da sowohl beim Soliton höherer Ordnung als auch beim DM-Soliton die Stabilität durch ein dynamisches Gleichgewicht dispersiver und nichtlinearer Effekte *im Mittel* zustande kommt. Im Gegensatz dazu ist dieses Gleichgewicht beim Fundamentalsoliton an jedem Punkt der Ausbreitung exakt gegeben. Eine Deutung der charakteristischen Unterbrechungen und damit verbundenen Phasensprünge kann gegenwärtig nicht erfolgen. Ähnliche Unterbrechungen und Phasensprünge werden jedoch auch im Ortsfrequenzspektrum des N = 2-Solitons beobachtet, vergl. hier wieder Abbildung 10 b).

In Abschnitt 3 wurde für Solitonen in homogenen Glasfasern erläutert, dass das Auftreten einer weiteren solitären Komponente im Mehrsolitonenzustand an bestimmten Schwellwerten erfolgt. Analog dazu soll nun dieses Verhalten beim DM-Soliton untersucht werden, indem für weitere Energien die Ortsfrequenzspektren berechnet werden.

4.2.3 Variation der Energie

Ein vollständigeres Bild der langsamen Oszillation kann gewonnen werden, wenn der einzige freie Scanparameter, die Energie, variiert wird. Daraus lassen sich einige Merkmale der DM-Solitonen ableiten: Erstens kann der Mehrsolitonencharakter als Funktion der Energie verfolgt werden. Zweitens lässt sich im Grenzfall geringer Energie eine Verbindung zum Fundamentalsoliton der NLSG ermitteln (Abschnitt 4.5). Drittens lässt sich eine Aussage über das Skalierungsverhalten machen, womit eine Verallgemeinerung der Ergebnisse erfolgen kann (Abschnitt 4.7).

Um definierte Ausgangspunkte für die Ausbreitung zu haben, werden nun stationäre Lösungen auf einem diskreten Raster im zuvor genannten Energieintervall generiert. Ausgehend von diesen Lösungen werden die Amplituden derart jeweils mit einem Faktor $1 \pm \epsilon$ mit $\epsilon \ll 1$ multipliziert, dass die Energiewerte zwischen diesen Stützstellen abgedeckt werden. Es wird dabei immer die nächstgelegene stationäre Lösung verwendet. Durch die Multiplikation wird gleichzeitig die beabsichtigte Störung herbeigeführt, um die Ortsfrequenzspektren sichtbar zu machen.

Für die Erstellung von Abbildung 19 wurden die Ortsfrequenzspektren von 420 Simulationen bei unterschiedlichen Energien berechnet. Es ist zu erkennen, dass die Ortsfrequenzen stetig der Energie folgen. Die Störung ausgehend von den Stützstellen ist also nicht zu groß und nur ein sehr geringer Anteil wird als dispersive Welle abgestrahlt. Für die Energievariation genügt hier die Darstellung der Fourierkomponenten bei der optischen Mittenfrequenz ω_0 .

Abbildung 20 zeigt eine nachgezeichnete Darstellung des numerischen Ortsfrequenzspektrums, um die Zuordnung der Linien zu verdeutlichen. Bei der Zuordnung wurde vom bereits ausführlich dargestellten Fall bei 10 pJ ausgegangen. Bei der Zuordnung wird wieder unterschieden zwischen Schwebungen zwischen solitären Komponenten und dispersiver Welle, und Schwebungen zwischen mehreren solitären Komponenten. Des Weiteren sind jeweils Oberwellen und unterschiedliche Linearkombinationen zu sehen.

Mit der Annahme, dass das DM-Soliton ein Mehrsolitonenzustand ist, lässt



Abbildung 19: Zusammenstellung der Ortsfrequenzspektren bei ω_0 als Funktion der Energie. Die Fourieramplituden sind farbcodiert dargestellt. Im Raster von 0,5 pJ verschwinden die Amplituden; an diesen Stellen liegen der Impulsausbreitung die stationären Lösungen zugrunde.



Abbildung 20: Ortsfrequenzspektren als Funktion der Energie. Nachgezeichnete Variante der numerischen Ortsfrequenzspektren aus Abbildung 19, um die vorgenommene Zuordnung zu verdeutlichen.

sich die Schar der Ortsfrequenzen Z_j auf eine Linearkombination der Phasenentwicklungen der beteiligten inhärenten solitären Komponenten S_i zurückführen. Jede der Ortsfrequenzkomponenten ist also darstellbar durch

$$Z_{j} = \left| \sum_{i} c_{i} S_{i} \right|, \text{ mit } c_{i} = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$
 (4.1)

Solitonenäste S_i entstehen dabei in der Nähe von 0 pJ, zwischen 3 und 4 pJ sowie zwischen 11 und 12 pJ. Aufgrund der begrenzten Auflösung der Ortsfrequenzspektren sowie des flachen Verlaufs der Äste ist eine genauere Lokalisierung des Einsetzens hier nicht möglich. Je höher die Energie, desto mehr Ortsfrequenzanteile sind an der Ausbreitung der nichtstationären Lösungen beteiligt. Es zeigt sich weiterhin, dass die Amplituden der Ortsfrequenzkomponenten mit der Abweichung von der stationären Lösung bzw. der Stärke der Störung zunehmen. Das soll im folgenden Abschnitt genauer untersucht werden.

4.2.4 Starke Störung

 $\tilde{P}-\tilde{P}_0)/\tilde{P}_0$ in %

-10

10

Bisherige Störungen des Systems, also anfängliche Veränderungen der idealen Lösung, waren sehr klein. Das lieferte mit guter Genauigkeit Ergebnisse für die an die stationären Lösungen angrenzenden Energiewerte. Es wurden gerade ausreichend starke dispersive Wellen erzeugt, um zum Ortsfrequenzspektrum beizutragen. Eine zu starke Abweichung vom definierten Bezugswert, also der stationären Lösung, führt jedoch dazu, dass nicht mehr genau angegeben werden kann, für welche Energie die Resultate gelten. Gleiches gilt sinngemäß, wenn beispielsweise anstelle der idealen Impulsform näherungsweise ein Gaußimpuls mit der jeweils geforderten Energie verwendet würde. Die Abweichung zur idealen Impulsform ist dann nicht von vornherein bekannt und demzufolge auch nicht der Bezugswert, was einen quantitativen Vergleich verschiedener Situationen erschweren würde.

Eine kontrollierte Weise, die Amplitude der langsamen Oszillationen dennoch zu erhöhen, bietet der modifizierte Mittelungsalgorithmus aus Abschnitt 3.2.3 unter Konstanthaltung der Impulsenergie. Damit soll nun versucht werden, solitäre DM-Lösungen mit einer größeren Amplitude der langsamen Oszillation zu finden, die dennoch keine oder vernachlässigbar wenig Energie abstrahlen. Dabei stellt sich heraus, dass es je nach Anfangsbedingung für den Mittelungsalgorithmus im gleichen System, also bei gleichen Parametern der Faserstrecke, und im gleichen Energiebereich, zu unterschiedlichen dominanten Frequenzen während der Ausbreitung kommen kann.

Zur Verdeutlichung ist für zwei solcher Fälle in Abbildung 21 die Entwicklung der spektralen Leistungsdichte an der optischen Mittenfrequenz aufgetragen. Die Simulationsparameter entsprechen wieder dem Modellsystem aus Tabelle 2, bei einer Impulsenergie von etwa 10 pJ.

> — A ---- B



100

150

200

50

Erzeugung stark schwingender DM-Solitonen

Beispiel

Berechnung der Ortsfrequenzspektren

Beide Schwingungsanregungen klingen zwar mit fortschreitender Ausbreitung etwas ab, sind aber ausreichend langlebig, damit mittels Fouriertransformation jeweils das Ortsfrequenzspektrum mit ausreichender Auflösung berechnet werden kann. Es wurde dafür eine Ausbreitung über 2500 Dispersionsperioden simuliert. Die in Abbildung 22 gezeigten Ortsfrequenzspektren setzen sich aus $1 + 2 \cdot 8$ Simulationen bei unterschiedlichen Energien zusammen.



Abbildung 22: Ortsfrequenzspektren für den Fall der starken Schwingungsanregung. a) basiert auf der Simulation für Abbildung 21 Kurve A, b) entsprechend für Kurve B.

In der Mitte bei E = 10 pJ wurde die Ausbreitung der schwingenden DM-Solitonen entsprechend der Abbildung 21 berechnet und analysiert. Für die jeweils 8 angrenzenden Energiewerte oberhalb und unterhalb von 10 pJ wurden die generierten Lösungen zuvor noch auf die entsprechenden Energiewerte skaliert. Die jeweiligen Ortsfrequenzspektren für die Kurven A bzw. B aus Abbildung 21 sind hier in a) bzw. b) gezeigt. Zum Vergleich wird auch auf Abbildung 17 verwiesen. Dort wurde bereits für den Fall schwacher Schwingungsanregung bei der Energie von 10 pJ das erweiterte Ortsfrequenzspektrum berechnet.

Beim Vergleich der Abbildung 22 a) und b) zeigen sich Gemeinsamkeiten und Unterschiede. Gemeinsam ist beiden Ortsfrequenzspektren die Lage der Fourierkomponenten. Die Spektren unterscheiden sich in der Amplitude der Fourierkomponenten. Während in Abbildung 22 a) der dominante Beitrag bei der mittleren Energie eine Ortsfrequenz von $\approx 0,034 L_{Map}^{-1}$ aufweist, so ist der dominante Beitrag in b) bei $\approx 0,056 L_{Map}^{-1}$ zu finden.

Mit Hilfe der Situation bei Abbildung 22 a) ist es nun möglich, eine weitere Gemeinsamkeit mit einem Soliton höherer Ordnung in einer homogenen Faser aufzudecken. Wird, wie in Kapitel 3 gezeigt, ein N = 2-Soliton etwas gestört, also etwa dessen Energie verändert oder die benachbarten Solitonen mit N \neq 2 analysiert, so zeigt sich ein ähnliches Muster. Dies ist durch Vergleich mit Abbildung 9 (Seite 33) zu erkennen. Während die Beiträge der beiden beteiligten Solitonen unterbrochen werden, da in der abstrahlungsfreien Lösung keine dispersive Welle erzeugt wird, bleibt die Soliton-Solitonschwebung bestehen. Ein

Vergleich der Ortsfrequenzspektren

 $\begin{array}{l} \textit{Gemeinsamkeiten} \\ \textit{mit einem } \mathsf{N} = 2 \text{-} \\ \textit{Soliton} \end{array}$

analoges Verhalten ist Abbildung 22 a) zu sehen, bei der die Linien oberhalb und unterhalb der Schwebung zwischen den solitären Komponenten des DM-Solitons verschwinden. Die einzelnen Beiträge zum Ortsfrequenzspektrum können mit Hilfe von Abbildung 17 zugeordnet werden.

Die in Abbildung 22 b) gezeigte Situation weist in diesem Sinne jedoch keine Gemeinsamkeiten mit dem N = 2-Soliton auf, da bei Abweichungen von der erzeugten Lösung eine andere Veränderung der Ortsfrequenzamplituden beobachtet wird. Die Möglichkeit einer derartigen Schwingungsanregung scheint eine besondere Eigenschaft der DM-Solitonen zu sein.

Die Ausbreitung eines stark schwingenden DM-Solitons über 600 Dispersionsperioden ist detailliert in Abbildung 23 gezeigt. Die gezeigte Simulation



Impulsform eines stark schwingenden DM-Solitons

Abbildung 23: Ausbreitung eines schwingenden, (nahezu) abstrahlungsfreien DM-Solitons über eine Strecke von etwa 600 Dispersionsperioden in stroboskopischer Darstellung. a) Entwicklung im Zeitbereich, b) Leistung, logarithmisch, c) Phase. Das Startfeld wurde mit dem veränderten Mittelungsalgorithmus erzeugt. Die Simulation entspricht qualitativ der Situation aus Abbildung 22 a).

wurde durchgeführt für Parameter, die vom eingangs erwähnten Modellsystem abweichen. Sie entspricht jedoch qualitativ einem Bereich, in dem langsame Oszillationen als Schwebung zweier solitärer Komponenten aufgefasst werden können. An den Positionen der Leistungseinbrüche in den Flanken verändert sich die Phase. Im Impulszentrum findet man abwechselnd positiv und negativ gekrümmte annähernd parabelförmige Phasenverläufe; dazwischen konstante Phasen, also ungechirpte Impulse.

4.3 ASYMMETRISCHE STÖRUNG VON DM-SOLITONEN

Es erfolgte bis jetzt eine *symmetrische* Störung des idealen DM-Solitons. In diesem Abschnitt soll die Auswirkung einer *asymmetrischen* Störung auf die Ausbreitung untersucht werden.

Eine asymmetrische Störung der idealen Impulsform kann auf verschiedene Weise realisiert werden. Beispielsweise ist die Addition einer linearen Funktion denkbar, die gerade bei der Impulsmitte ihre Nullstelle aufweist. Diese Wahl würde jedoch auch an den Grenzen des Zeitfensters einen (sogar großen) Beitrag liefern, was nicht sinnvoll wäre. Besser ist es, die Störung auf den Bereich des Impulses zu begrenzen. Daher wurde folgender Weg gewählt: Zur idealen Lösung wird die Ableitung eines Gaußimpulses mit einem Wichtungsfaktor von 0,01 addiert. Für die Breite des Gaußimpulses wird jeweils die Breite der stationären Lösung angesetzt. Diese spezielle Wahl der Störung ist unkritisch, ebenso führen andere Wichtungsfaktoren, Impulsdauern oder das Hinzufügen von Zufallswerten nicht zu einer qualitativen Änderung der Ergebnisse.

Asymmetrische Störung bei 10 pJ Es soll zunächst wieder die Situation bei der Energie E = 10 pJ verdeutlicht werden. Das erweiterte Ortsfrequenzspektrum für diese Situation ist in Abbildung 24 gezeigt.



Abbildung 24: Ortsfrequenzspektrum bei asymmetrischer Störung des DM-Solitons. Die Impulsenergie beträgt E = 10 pJ.

Unterscheidung: symmetrische und antisymmetrische Schwingungen Es ist zu beobachten, dass im Vergleich zu Abbildung 17 (Seite 45) neue Frequenzkomponenten hinzutreten. Diese neuen Frequenzen sind dadurch ausgezeichnet, dass ihre Amplitude bei der optischen Mittenfrequenz ω_0 verschwindet. Eine Auswertung der Daten ausschließlich bei ω_0 , wie zuvor geschehen, ist daher im Falle antisymmetrischer Störungen nicht ausreichend.

Durch die Wahl der asymmetrischen Störung werden zugleich symmetrische und antisymmetrische Schwingungen angeregt. Der Versuch, ausschließlich antisymmetrische Schwingungen hervorzurufen, wurde hier nicht unternommen. In Abbildung 25 sind die auftretenden Ortsfrequenzen bei sowohl symmetrischer und als auch asymmetrischer Störung bei gleicher Energie nebeneinander dargestellt. Die bei rein symmetrischer Störung gefundenen Ortsfrequenzen bleiben auch bei asymmetrischer Störung bestehen. Zusätzlich sind nun weitere Ortsfrequenzen vorhanden. Ausgehend von den dominanten Linien bei Z_1 , Z_2 und Z_3 ergeben sich die in der Abbildung bezeichneten Summen- und Differenzfrequenzen. Eine Diskussion der Situation erfolgt in Abschnitt 4.4.



Abbildung 25: Ortsfrequenzspektren bei symmetrischer und asymmetrischer Störung als Funktion der optischen Frequenz. Der Übersichtlichkeit halber wurden Oberwellen nicht dargestellt. Die Markierungen (offene Kreise bei Z₂ und Z₃) kennzeichnen diejenigen Ortsfrequenzen, die in [89] als interne Moden des Systems bezeichnet wurden. S₁ und S₂ sind die zuvor für symmetrische Anregung identifizierten solitären Anteile.

Um eine vollständige Charakterisierung der Ortsfrequenzspektren als Funktion der Impulsenergie vorzunehmen, wurden die erweiterten Ortsfrequenzspektren für einige der Stützstellen im Energieintervall berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 26 skizziert. Der Übersichtlichkeit halber wurden hier höhe-





Abbildung 26: Ortsfrequenzspektren bei symmetrischer und asymmetrischer Störung als Funktion der Energie. Das Erscheinen der mit 'a' bezeichneten Äste ist auf die antisymmetrische Komponente der Störung zurückzuführen. Zusätzlich wurden hier die dimensionslose normierte Energie und die normierte Ortsfrequenz (siehe Abschnitt 4.7) angegeben.

re Harmonische weggelassen. Die bei symmetrischer Störung bzw. antisymmetrischer Störung auftretenden Anteile im Ortsfrequenzspektrum sind entsprechend gekennzeichnet. Zusätzlich zu den in Abbildung 20 identifizierten "Solitonenästen" treten hier neue Äste bei etwa 6 pJ und 14 pJ hinzu. Der Abbildung kann weiter entnommen werden, dass mit zunehmender Impulsenergie zunächst symmetrische Schwingungen und dann abwechselnd antisymmetrische und symmetrische Schwingungen angeregt werden können. Inwiefern hier bei den antisymmetrischen Störungen eine Verbindung zum Soliton höherer Ordnung in einer homogenen Faser hergestellt werden kann, muss zum gegenwärtigen Zeitpunkt unbeantwortet bleiben.

4.4 MEHRSOLITONENCHARAKTER UND INTERNE MODEN

Wie sich zeigt, kann eine Interpretation der gefundenen Ortsfrequenzen entweder im Hinblick auf einen möglichen Mehrsolitonencharakter oder aber mit Hilfe der sogenannten *internen Moden* des Systems unternommen werden.

Mehrsolitonencharakter

Für den Fall symmetrischer Störungen konnten aufgrund charakteristischer Merkmale im Ortsfrequenzspektrum Gemeinsamkeiten mit einem Soliton höherer Ordnung in einer homogenen Faser festgestellt werden. Unter der Annahme eines inhärenten Mehrsolitonencharakters im DM-Soliton ist die beobachtete langsame Oszillation eine Folge der unterschiedlichen Phasenentwicklungen der solitären Anteile. Weitere Punkte, die einen inhärenten Mehrsolitonencharakter plausibel erscheinen lassen, sind: Erstens die Möglichkeit des Verschmelzens zweier gleichphasiger DM-Solitonen zu einem stark schwingenden DM-Soliton wie z. B. in Abbildung 39 b) Kurve (A) (Seite 75). Bleibt die Solitonenanzahl erhalten, wird damit ein Zustand bestehend aus zwei solitären Komponenten angeregt. Zweitens die Eigenschaft, dass sowohl im homogenen System (bei Solitonen höherer Ordnung) als auch im DM-System das dynamische Gleichgewicht zwischen nichtlinearen und dispersiven Effekten im Mittel herrscht. Es besteht also eine Analogie zwischen dem Soliton höherer Ordnung in einer homogenen Faser - einem Mehrsolitonenzustand - und dem DM-Soliton.

Schwierig gestaltet sich die Interpretation jedoch für den Fall der antisymmetrischen Anregung, da in Fasern mit konstanter Dispersion eine solche Möglichkeit nicht bekannt ist. Weiterhin bleibt ungeklärt, ob der Mehrsolitonencharakter mit der Beobachtung vereinbar ist, dass die Amplitude der Schwebung zwischen den unterschiedlichen Phasenentwicklungen der angenommenen inhärenten Solitonen verschwinden kann, so wie es beim stationären DM-Soliton beobachtet wird.

interne Moden

Nach [83, 84] weisen solitäre Wellen in nichtintegrablen Systemen *interne Moden* auf. Für den Fall des Dispersionsmanagements, welches ein Beispiel eines nichtintegrablen Systems darstellt, wurde in [88, 89] mit Hilfe einer linearen Stabilitätsanalyse die Existenz von symmetrischen und antisymmetrischen internen Moden demonstriert. Diese stellen dort eine mögliche Schwingungsanregung des DM-Solitons dar und existieren bereits bei infinitesimaler Amplitude der Dispersionsmodulation. In Abbildung 25 sind für diese Moden, die mit der Methode aus [88, 89] berechnet werden können, die zugehörigen Ortsfrequenzen mit Z₂ und Z₃ markiert. Zusammen mit der zur Phasenentwicklung des DM-Solitons gehörigen Ortsfrequenz Z₁ lassen sich in dieser Abbildung die gefundenen Ortsfrequenzkomponenten durch Linearkombination dieser drei Frequenzen verstehen. Eingezeichnet sind die Differenzfrequenzen Z₁ – Z₃, Z₂ – Z₃ und Z₁ – Z₂.

Vergleich

An dieser Stelle zeigen sich also einige Besonderheiten bei der Interpretati-

on der Ortsfrequenzspektren mit Hilfe der hier verwendeten, auf Fouriertransformationen beruhenden numerischen Methode. Im Falle integrabler Systeme erschien die Zuordnung eindeutig; die Bezeichnung der Methode mit *solitonradiation beat analysis* (SRBA) ist gerechtfertigt. Beim vorliegenden nichtintegrablen DM-System mit internen Moden besteht jedoch möglicherweise eine Mehrdeutigkeit bei der Unterscheidung zwischen primären Ortsfrequenzen und solchen, die sich aus Linearkombinationen ergeben. Auch besteht die Notwendigkeit, gegenüber [74] die Analyse auf Ortsfrequenzen abseits der optischen Mittenfrequenz auszudehnen, da für bestimmte Impulse oder Impulsstrukturen Nullstellen auftreten können. Die antisymmetrischen Oszillationen im DM-Soliton beispielsweise wären ohne diese Erweiterung nicht sichtbar.

Insgesamt bietet jedoch die hier mit Hilfe der Fouriertransformation durchgeführte Analyse der im System auftretenden Ortsfrequenzen ein vollständigeres Bild der Eigenschaften des DM-Solitons als mit den eingangs in Abschnitt 4.1.1 erwähnten Methoden. Sie ermöglicht in bestimmten Parameterbereichen ein Aufdecken von Analogien zu Solitonen in einer homogenen Faser.

4.5 GRENZFÄLLE

Die nun betrachteten Grenzfälle sind von besonderem Interesse, da sie den Übergang zur analytisch behandelbaren Situation darstellen.

Die Impulsdauer der stationären Lösungen ist umso größer, je geringer deren Energie ist. Bei der Ausbreitung erfährt der Impuls also bei geringer Energie weniger dispersive Verbreiterung pro Dispersionsperiode, die Dispersionslänge ist groß. Ebenso ist die mittlere nichtlineare Länge größer. Der periodische Faserwechsel stellt damit nur eine schnell oszillierende Störung dar, und die Ausbreitung des DM-Solitons ist zunehmend durch die mittleren Faserwerte bestimmt, was schließlich dem hellen Fundamentalsoliton in einer homogenen Faser entspricht. Die Mapstärke S geht also in diesem Fall gegen Null.

Beim Übergang von starker zu verschwindender Dispersionsmodulationsamplitude $\Delta\beta_2$ ergibt sich ein ähnliches Verhalten. $\Delta\beta_2$ ist bei symmetrisch aufgebauten Dispersionsperioden mit L⁺ = L⁻ so definiert, dass $\beta_2^{\pm} = \beta_2^{avg} \pm \Delta\beta_2$. Auch hier geht S gegen Null, und die Entwicklung des DM-Solitons wird sich der Entwicklung des Fundamentalsolitons angleichen.

Einen Vergleich dieser beiden Grenzfälle mit einem Fundamentalsoliton kann am besten über die Phasenentwicklung erfolgen. Dazu wird die Phasenentwicklung, die sich im Ortsfrequenzspektrum als Linie zeigt, bei sonst festgehaltenen Parametern als Funktion der Energie E bzw. als Funktion der Abweichung $\Delta\beta_2$ von der mittleren Dispersion berechnet. Die Ortsfrequenzkomponente, die zur Phasenentwicklung des Fundamentalsolitons gehört, ist

$$Z_{\rm FS} = \frac{1}{8 \, z_{\rm sol}} \quad ,$$

mit der Solitonenperiode $z_0 = \pi T_0^2/(2\beta_2)$ (vergl. Abschnitt 3.3). Für das Fundamentalsoliton gilt, wie in Kapitel 2 erläutert, die Gleichheit der dispersiven Länge und der nichtlinearen Länge, also $PT_0^2 = \beta_2/\gamma$. Die Energie des FundaI. geringe Impulsenergie

II. verschwindende Amplitude der Dispersionsmodulation

Vergleich anhand der Phasenentwicklung mentalsolitons ist $E = 2PT_0$. Damit lässt sich die Ortsfrequenz als Funktion der Impulsenergie und der Faserparameter ausdrücken:

$$Z_{\rm FS} = \frac{1}{16\pi} \frac{\gamma^2}{\beta_2} E^2$$

In Abbildung 27 ist nun der Vergleich der Ortsfrequenz des Fundamentalsolitons mit den numerisch berechneten Ortsfrequenzen, die zur Phasenentwicklung des DM-Solitons gehören, gezeigt.



Abbildung 27: Ortsfrequenzen des DM-Solitons und Vergleich mit dem Fundamentalsoliton für verschiedene Grenzfälle. a) Darstellung als Funktion der Amplitude der Dispersionsmodulation $\Delta\beta_2$ bei fester Energie von E = 10 pJ. b) Darstellung als Funktion der Energie für unterschiedliche $\Delta\beta_2$ (0, 50 und 100 ps²/km). In beiden Fällen ist ein kontinuierlicher Übergang zum Fundamentalsoliton ersichtlich.

Gemäß Abbildung 27 a) ist zu erwarten, dass sich bei Absenkung der Amplitude $\Delta\beta_2$ der Dispersionsmodulation ein stetiger Übergang der Phasenentwicklung ergibt. Aus Abbildung 27 b) ist zu erkennen, dass die Phasenentwicklung des DM-Solitons bei geringen Energien mit der Phasenentwicklung des Fundamentalsolitons zusammenfällt. Stets gilt: je größer die Amplitude der Dispersionsmodulation, desto langsamer ist die Phasenentwicklung des DM-Solitons. Das ist plausibel, denn die Nichtlinearität wirkt proportional zur Spitzenleistung, und diese ist bei höherer lokaler Dispersion durch das stärkere Atmen der Impulse abgesenkt [32].

4.6 DYNAMIK VON SOLITONENMOLEKÜLEN

Es soll nun mit einer ähnlichen Herangehensweise wie beim einzelnen DM-Soliton die Untersuchung der Ortsfrequenzspektren von gegenphasigen Bisolitonen, also Solitonenmolekülen, vorgenommen werden.

4.6.1 Variation der Energie

Erzeugung der stationären Lösungen Auch hier werden wieder stationäre Lösungen bei verschiedenen Energien be-

nutzt, die gezielt zu Beginn der Ausbreitung symmetrisch gestört werden, um die Ortsfrequenzspektren zu erhalten. Eine asymmetrische Störung führt auf langen Strecken zum Zerfall des Moleküls und wird daher nicht untersucht. Es wird von einer Gesamtenergie von etwa 10 pJ ausgegangen. Mit Hilfe einer Variante des in Kapitel 3 beschriebenen Mittelungsalgorithmus werden die stationären Lösungen schrittweise erzeugt. Als Startwert wird jeweils die bereits erzeugte Lösung bei der darüberliegenden Energie verwendet. Dabei zeigt sich, dass ab einer bestimmten Schwelle, auch bei Verringerung der Energieschrittweite, keine stabile Doppelimpulsstruktur mehr auffindbar ist. Während das erzeugte Solitonenmolekül bei etwas höheren Energien noch unempfindlich gegen anfängliche Störungen der Impulsform ist, so führt nahe der Schwelle die gleiche Störung zum Zerfall des Moleküls. Diese Beobachtung deckt sich mit Ergebnissen aus [9, 57]. Eine eingehendere Analyse ist an dieser Stelle möglich, wenn die jeweiligen Ortsfrequenzspektren der beteiligten Impulse berechnet werden. Das wird in Abschnitt 4.6.3 gezeigt.

Für die Berechnung der Ortsfrequenzspektren mit hoher Auflösung ist es erforderlich, die Ausbreitung der Lösung über einige Tausend Dispersionsperioden zu simulieren. Hier wurde eine Strecke von 15000 Dispersionsperioden gewählt. Auf solch langen Strecken zerfallen jedoch die Solitonenmoleküle schon bei sehr geringen asymmetrischen Störungen, wie sie bereits durch die endliche numerische Genauigkeit der zugrundeliegenden Berechnungen verursacht werden. Um dennoch eine lange Ausbreitung zu gewährleisten, wurde die Symmetrie des Feldes periodisch im Abstand von einigen Ortsschritten durch Addition gemäß $A(T) \leftarrow A(T) + A(-T)$ wiederhergestellt. Der Phasensprung um π rad bei T = 0 und die Energieerhaltung wurden dabei berücksichtigt.

Da das Solitonenmolekül infolge des Phasensprungs eine Nullstelle bei der Mittenfrequenz aufweist, ist wieder eine Betrachtung des erweiterten Ortsfrequenzspektrums notwendig. Für die Berechnung der Ortsfrequenzspektren als Funktion der Energie in Abbildung 28 wurde die Entwicklung der spektralen Leistungsdichte etwas abseits der Nullstelle bei $\omega - \omega_0 = 0.05 \cdot 10^{12}$ rad/s ausgewertet. Unterhalb von etwa 7 pJ existieren in dieser Simulation keine stabilen



Abbildung 28: Ortsfrequenzspektren des Solitonenmoleküls als Funktion der Gesamtenergie. Bei $E \lesssim 7 \, \text{pJ}$ gibt es keine Konvergenz des Mittelungsalgorithmus; das Molekül zerfällt. Markierung bei $E = 7,6 \, \text{pJ}$: das erweiterte Ortsfrequenzspektrum ist für diese Energie in Abbildung 29 gezeigt.

Besonderheiten bei der Berechnung der Ortsfrequenzspektren Solitonenmoleküle. Es sind hauptsächlich zwei dominante Ortsfrequenzanteile zu erkennen, die hier mit Z_1 und Z_2 bezeichnet sind.

Ein genaueres Bild erhält man durch die Berechnung des erweiterten Ortsfrequenzspektrums des Solitonenmoleküls, was in Abbildung 29 für E = 7,6 pJ gezeigt ist.



Abbildung 29: Erweitertes Ortsfrequenzspektrum des Solitonenmoleküls bei einer Energie von 7,6 pJ. Die Markierungen sind in Abschnitt 4.6.2 erläutert.

4.6.2 Diskussion

Ähnlich zur antisymmetrischen Störung des DM-Solitons zeigen sich Linien, die bei ω_0 unterbrochen sind. Einige der Linien sind von Parabeln berührt. Diese Parabeln stellen wieder die Entwicklung der dispersiven Wellen entsprechend der mittleren Dispersion β_2^{avg} gemäß Gleichung (3.12) dar. Legt man zwei Ortsfrequenzen Z₁ und Z₂ zugrunde, lassen sich Oberwellen (2Z₂, 3Z₂, 4Z₂) sowie Summen- und Differenzfrequenz (Z₁ + Z₂, Z₁ – Z₂) zuordnen. Eine weitere Auswertung zeigt, dass die zur Phasenentwicklung des Solitonenmoleküls gehörige Ortsfrequenz durch den Anteil Z₁ wiedergegeben ist. Die Ortsfrequenz Z₂ gehört zur Periode der Schwingung um den Gleichgewichtsabstand.

Eine Interpretation des Ortsfrequenzspektrums durch Identifizieren solitärer Komponenten, wie es für das DM-Soliton geschehen ist, würde sich hier sehr komplex gestalten. Auch ist es nicht möglich, einen Vergleich mit ähnlichen Zuständen in einer homogenen Faser anzubringen, da die Existenz der Bisolitonen auf DM-Fasern beschränkt ist.

Solitonengehalt

Für homogene Fasern ist bekannt, dass bei Verringerung des Abstandes zweier Fundamentalsolitonen, die zunächst in allen vier unabhängigen Parametern übereinstimmen, eine Aufspaltung in mindestens einem der Parameter erfolgt, beispielsweise der Energie oder der Frequenz [29]. Bei gleichphasigen Fundamentalsolitonen erhält man so zunächst einen Breather und schließlich das Soliton zweiter Ordnung; die Solitonenanzahl bleibt dabei erhalten. Inwiefern im nichtintegrablen System ein analoger Übergang von zwei freien DM-Solitonen hin zum Bisoliton mit Bindungsenergie definiert werden kann, ist bisher ungeklärt. Wenn auch hier die Solitonenanzahl erhalten bleibt und die Aufspaltung in mindestens einem der Parameter erfolgt, wäre eine entsprechende Veränderung in Position, Amplitude oder Phase der Ortsfrequenzen zu erwarten. Ein Vergleich der Ortsfrequenzspektren zwischen Solitonenmolekül und zwei freien DM-Solitonen erfolgt in Abschnitt 4.6.3 und könnte erste Hinweise auf einen Zusammenhang liefern.

Mehrsolitonenzustände haben in homogenen Fasern die Bindungsenergie Null. In einer DM-Faser kann jedoch zwischen Solitonen eine endliche, von Null verschiedene Bindungsenergie bestehen [9, 57]. Dies ist auch aus den vorgestellten Simulationsrechnungen aus Abschnitt 4.6.1 ersichtlich: Eine endliche Störung des stationären Solitonenmoleküls führt im vorliegenden Fall bei etwa 7 pJ zum Zerfall in zwei einzelne DM-Solitonen. Bei höheren Energien des Solitonenmoleküls führt dieselbe Störung nicht zu dessen Zerfall, sondern zur Anregung einer Schwingung um die Gleichgewichtslage. Erst bei größeren Störungen bricht auch hier die Bindung auseinander.

Die Ortsfrequenz, die zur Schwingung um die Gleichgewichtslage gehört, ist in Abbildung 4.6.1 mit Z₂ bezeichnet. Wie der Abbildung zu entnehmen ist, wächst Z₂ mit steigender Energie an. Die Auswertung der zugehörigen Impulsformen zeigt weiter, dass mit steigender Energie der Impulsabstand im Molekül geringer wird. An dieser Stelle kann eine Analogie zum Breather in einer homogenen Faser festgestellt werden: Je geringer dort der (Start-)Abstand der Impulse, desto größer ist die Energieaufspaltung der beteiligten Solitonen, was mit einem größeren Unterschied der beiden Phasenentwicklungen einhergeht. Dies äußert sich in einer kürzeren Schwingungsperiode, also einer größeren Schwingungsfrequenz.

Eventuell besteht auch hier ein Zusammenhang mit den am Beginn des Kapitels zitierten internen Moden in einem nichtintegrablen System, jedoch wurde eine derartige Berechnung für Bisolitonen bisher in der Literatur nicht beschrieben. Die Analyse in [89] war auf interne Moden einzelner DM-Solitonen beschränkt.

4.6.3 Zerfall des Solitonenmoleküls

Für die Existenz des Solitonenmoleküls konnte eine energetische Schwelle bestimmt werden. Die Energie der letzten ermittelten stationären Lösung aus Abschnitt 4.6.1 beträgt E = 6,975 pJ. Eine kleine Störung führt hier bereits zum Zerfall des Solitonenmoleküls in die beteiligten DM-Solitonen, wie in Abbildung 30 illustriert ist. Dort wurde durch Skalierung der Einhüllenden eine Absenkung der Energie auf E = 6,97475 pJ vorgenommen. Während die Doppelimpulsstruktur bei der höheren Energie noch stabil ist, haben sich die Einzelimpulse der gestörten Impulsform nach einer Ausbreitungsstrecke von $z = 600 L_{Map}$ bereits deutlich voneinander entfernt. Sie propagieren unabhängig voneinander mit einer Relativgeschwindigkeit $|\delta \omega_1 - \delta \omega_2| \cdot \beta_2^{avg}$, die dem jeweiligen Phasenanstieg entspricht ($\delta \omega_{1/2} = -\partial_T \phi$).

Nun ist von Interesse, welche Eigenschaften die freien, aus dem Zerfall hervorgegangenen DM-Solitonen haben. Zur Charakterisierung wird wieder das Ortsfrequenzspektrum herangezogen. Da diese Konfiguration bereits für einzelne DM-Solitonen in Abschnitt 4.2.3 berechnet wurde, kann ein Vergleich unmittelbar erfolgen. In Abbildung 31 sind die Ortsfrequenzspektren für das Solitonenmolekül und für eines der DM-Solitonen zusammen skizziert. Beim Vergleich der Ortsfrequenzspektren von Solitonenmolekül und DM-Soliton

Toleranz gegenüber Störungen

Analogie zum Breather

interne Moden



Abbildung 30: Situation beim Zerfall des Moleküls bei E = 6,97475 pJ. Oben: leicht gestörte Lösung zu Beginn der Ausbreitung. Unten: Die DM-Solitonen sind nicht mehr aneinander gebunden und entfernen sich voneinander.



Abbildung 31: Vergleich der Ortsfrequenzspektren für das Solitonenmolekül und für das einzelne DM-Soliton. Der Existenzbereich des Solitonenmoleküls ist grau hinterlegt. E_{Mol.} bezeichnet die Energie des Solitonenmoleküls, E_{DMS} die Energie des DM-Solitons.

Zerfall des Solitonenmoleküls gehen aus diesem zwei identische DM-Solitonen hervor. An der Schwelle bei etwa 7 pJ hat jedes der DM-Solitonen also eine Energie von E $\approx \frac{1}{2} \cdot 7,0$ pJ $\approx 3,5$ pJ. Der dargestellte Bereich von etwa 5,4 bis 9,8 pJ entspricht also dem Bereich zwischen 2,7 bis 4,9 pJ in Abbildung 20 (Seite 48).

Die Schwelle bei etwa 7 pJ korreliert in etwa mit der Stelle, an der beim einzelnen DM-Soliton die erste neue Schwebungsfrequenz aufgrund des ersten "Solitonenastes" bei \approx 3 pJ einsetzt. Die Phasenentwicklung von DM-Soliton und Solitonenmolekül liegen an dieser Stelle nahe beieinander.

4.7 SKALIERUNGSVERHALTEN

Die Ortsfrequenzspektren des integrablen Systems in Abschnitt 3.3.1 waren in einer normierten Darstellung als Funktion der Solitonenordnung und der Orts-

frequenz eines Fundamentalsolitons angegeben. Es konnte anhand von numerischen Simulationsrechnungen ermittelt werden, dass eine ähnliche normierte Darstellung auch für die Solitonen in einer DM-Faser existiert. Die charakteristischen Muster der Ortsfrequenzen als Funktion der Energie können damit also für verschiedene Systeme durch Skalierung ineinander überführt werden.

4.7.1 Normierte Energie und normierte Ortsfrequenz

Ausgehend vom Modellsystem aus Tabelle 2 wurde das Skalierungsverhalten bei Halbieren bzw. Verdoppeln jeweils eines Parameters (L_{Map} , β_2^{avg} , $\Delta\beta_2$, γ) ermittelt, indem für jede dieser neuen Konfigurationen die Ortsfrequenzspektren bei mehreren Energiewerten berechnet wurden. Die Symmetrie der Faserstrecke wurde beibehalten, also L⁺ = L⁻, deswegen gilt auch $\beta_2^{\pm} = \beta_2^{avg} \pm \Delta\beta_2$. Es ist anzunehmen, dass die Skalierung auch für nichtsymmetrische Dispersionsperioden gültig ist: Yu et al. kamen in [91] zu dem Ergebnis, dass die mittlere Impulsausbreitung von der Asymmetrie der Dispersionsperiode unabhängig ist.

Verschiedene dispersionsmodulierte Faserstrecken lassen sich im Hinblick auf ihre Ortsfrequenzspektren vergleichen, wenn die normierte Energie

$$E_{n} = \frac{\gamma}{\beta_{2}^{avg}} \sqrt{\Delta\beta_{2} L_{Map}} E$$
(4.2)

sowie die normierte Ortsfrequenz

$$Z_{n} = \frac{1}{\beta_{2}^{avg}} \Delta \beta_{2} L_{Map} Z$$
(4.3)

eingeführt werden. Die Größen E_n sowie Z_n sind dabei dimensionslos. E ist in J und Z in m⁻¹ angegeben. In Abbildung 26 (Seite 53) sind die normierten Ortsfrequenzspektren als Funktion der normierten Energie für das DM-Soliton angegeben. Es ist anzunehmen, dass für Bisolitonen dieselbe Skalierungsvorschrift gilt, da nur Faserparameter eingehen.

Für Fundamentalsolitonen in einer homogenen Faser kann eine ähnliche Skalierung erfolgen. Bezugsgrößen sind dort bei gegebenen Faserparametern die Energie eines Fundamentalsolitons $E^{FS} = 2\beta_2/(\gamma T_0)$ sowie dessen Phasenentwicklung bzw. Ortsfrequenz $Z^{FS} = \beta_2/(4\pi T_0^2)$. Man erhält

$$E_n^{FS} = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{\beta_2} T_0 E$$
(4.4)

und

$$Z_n^{\rm FS} = 4\pi \frac{1}{\beta_2} T_0^2 Z \quad . \tag{4.5}$$

Formal zeigt sich die gleiche Struktur, wobei anstelle der (lokalen) Dispersion β_2 der Mittelwert β_2^{avg} in Gleichungen (4.2) und (4.3) steht. Der Ausdruck $\sqrt{\Delta\beta_2 L_{Map}}$ hat die Dimension einer Zeit; er korrespondiert mit einer charakteristischen Impulsdauer des DM-Solitons, hier T₀.

Skalierung bei Fundamentalsolitonen

Vergleich

4.7.2 Skalierung der Segmentlängen

In der Numerik und im Experiment wird in dieser Arbeit mit einem skalierten Modell gearbeitet. Im Vergleich zu einer Impulsdauer von beispielsweise 10 ps, wie sie in kommerziellen optischen Datenübertragungssystemen üblich ist, beträgt diese hier 250 fs. Dies stellt aber keine Einschränkung der Ergebnisse dar, da eine Umrechnung erfolgen kann. Die Skalierung des Problems erfolgt dabei beispielsweise durch angepasste Längen der Dispersionsperioden $L_{Map} \rightarrow L'_{Map}$. Die nichtlinearen und dispersiven Fasereigenschaften sowie der Mittelwert der Dispersion bleiben unverändert.

Aus Gleichung (4.2) erhält man unter diesen Voraussetzungen zunächst für die Energie E' des skalierten stationären Impulses

$$\mathsf{E'} = \sqrt{\frac{\mathsf{L}_{\mathrm{Map}}}{\mathsf{L}'_{\mathrm{Map}}}} \mathsf{E}$$

Die Ortsfrequenz ist proportional zum Verhältnis der Längen (und bleibt also bezogen auf die Dispersionsperiode gleich), was aus Gleichung (4.3) folgt:

$$\mathsf{Z}' = \frac{\mathsf{L}_{\mathrm{Map}}}{\mathsf{L}'_{\mathrm{Map}}}\mathsf{Z}$$

Die neue Impulsdauer erhält man aus der Definition der Mapstärke, die hier für symmetrische Dispersionsperioden geschrieben wird als

$$S' = \frac{\Delta\beta_2 L_{Map}}{\tau^2} \quad . \tag{4.6}$$

(Die Definition der Mapstärke S in Gleichung (2.24) geht in S' über, wenn dort $L^+ = L^-$ ist.)

Hält man S' und β_2 jeweils konstant, so gilt

$$\tau' = \sqrt{\frac{L'_{Map}}{L_{Map}}} \tau$$

Ein Beispiel soll die Situation verdeutlichen: Gegeben sei die Länge der Dispersionsperiode, die Impulsdauer des stationären DM-Solitons und die zugehörige Energie:

 $L_{Map} = 0,1 \ km, \ \ \tau = 1 \ ps, \ \ E = 5 \ pJ \ \ . \label{eq:LMap}$

Fordert man eine zehnfache Impulsdauer von $\tau' = 10,0 \text{ ps}$, so ist die neue Konfiguration gegeben durch

 $L'_{Map} = 10 \, km, \quad E' = 0.5 \, pJ \quad .$

Die Spitzenleistung nimmt um den Faktor L'_{Map}/L_{Map} ab, da E \propto P τ .
5 VORBEREITUNG DES EXPERIMENTES

INHALTSVERZEICHNIS

5.1	Parameter der verwendeten Glasfasern 65			
	5.1.1	Dispersionsmessung mittels Weißlichtinterferometrie 65		
	5.1.2	Nichtlinearität und weitere Parameter 68		
5.2	Exister	zbereich von DM-Soliton und Solitonenmolekül 68		
	5.2.1	Idealisierte Bedingungen 68		
	5.2.2	Reale Bedingungen 70		
5.3	Parame	ameter der Faserstrecke 73		
	5.3.1	Segmentlängen, mittlere Dispersion, Mapstärke 73		
	5.3.2	Spleißverbindungen 73		
5.4	Realisi	erbarkeit weiterer Impulsstrukturen 74		
5.5	Einfluss von Störtermen 77			
5.6	Lasersy	vstem und Messverfahren 78		

In dieser Arbeit soll ein Experiment aufgebaut werden, in dem die Dynamik von DM-Solitonen und Solitonenmolekülen in einer Faserstrecke untersucht werden kann. Der Entwurf einer solchen Faserstrecke wird in diesem Kapitel beschrieben.

Kommerziell betriebene Glasfaserstrecken bestehen aus mehreren Dispersionsperioden mit jeweils einigen Kilometern Länge. Eine 1:1-Realisierung dieser Situation im Experiment ist schwierig. Es kann aber eine Skalierung dieser Situation erfolgen, was eine experimentelle Umsetzung im Labormaßstab erst gestattet. Randbedingungen dafür sind unter anderem durch das vorhandene Lasersystem gegeben, welches in Abschnitt 5.6 beschrieben ist. Die Verfügbarkeit von Fasersorten mit geeigneten Parametern für ein solches skaliertes Modell stellt eine weitere Einschränkung dar.

Bisherige Untersuchungen der Arbeitsgruppe basierten auf der Ausbreitung von Doppelimpulsstrukturen in einer vergleichsweise kurzen Faserstrecke, die im Rahmen der Dissertation von M. Stratmann [92] realisiert wurde. Dort konnten grundlegende Eigenschaften des Bindungszustandes aus zwei gegenphasigen DM-Solitonen untersucht werden. Zum einen wurde die Existenz des gegenphasigen Bindungszustandes in [11] demonstriert. Zum anderen gelang es in [1], in einem verbesserten Versuchsaufbau experimentelle Hinweise auf den Bindungsmechanismus zu erhalten. Zum Einsatz kam dort ein neuartiges phasensensitives Charakterisierungsverfahrens für ultrakurze Impulse (VAMPIRE, [93]), dessen erste Anwendung die Messung von Solitonenmolekülen war. Gezielte Untersuchungen zum Schwingungsverhalten der DM-Solitonen und des bisherige Untersuchungen Solitonenmoleküls waren in einer derart kurzen Faserstrecke jedoch nicht möglich.

Eine Untersuchung des Schwingungsverhaltens von Impulsen und Impulsstrukturen in DM-Fasern ist aus folgenden Gründen interessant: Zum einen spielt es eine Rolle bei der selbstähnlichen Wechselwirkung von DM-Solitonen [41, 94]. Zum anderen hängt eine fehlerfreie Datenübertragung von einer Minimierung der Effekte ab, die zur Schwingungsanregung während der Ausbreitung beitragen. Deshalb bestand das Ziel, eine Faserstrecke im Labormaßstab zu entwerfen, in der erstmals gezielt experimentell die Dynamik bei der Ausbreitung von Einzelimpulsen und Doppelimpulsen über eine längere Strecke untersucht werden kann. Zu diesem Zweck müssen die Parameter der Faser-

beobachteten langsamen Oszillationen auftreten.

In kommerziell betriebenen Faserstrecken mit alternierender Dispersion kommen Impulse mit einer Dauer von einigen Pikosekunden zum Einsatz, und die Länge der Dispersionsperioden beträgt einige zehn Kilometer [33, 95]. Mit fortschreitender Technologie zur Verwirklichung von Datenraten über 100 GBit/s je Kanal ist zu erwarten, dass die Impulsdauern verringert werden.

strecke so gewählt werden, dass mehrere Perioden der in Kapitel 4 numerisch

In dieser Arbeit wird die Impulsausbreitung in einer skalierten Faserstrecke mit kürzeren Dispersionsperioden im Bereich einiger zehn Meter untersucht. Die Impulsdauer beträgt hier nur noch wenige Hundert Femtosekunden. Für derart kurze Impulse werden Effekte höherer Ordnung relevant, die im Hinblick auf die Datenübertragung schließlich einer weiteren Verringerung der Impulsdauer entgegenstehen.

Das hier aufgebaute Experiment kann also auch dazu dienen, die Grenzen des Dispersionsmanagements mit Impulsen im sub-ps-Bereich auszuloten. In realen Systemen spielen natürlich auch Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Wellenlängenkanälen wie z. B. die Vierwellenmischung (engl. *four-wave mixing*, FWM) oder Kollisionen von Impulsen eine Rolle, was jedoch in der gegenwärtigen Realisierung des Experimentes nicht untersucht werden kann.

Zum Zeitpunkt des Entwurfs der Faserstrecke (etwa 3. Quartal 2007) waren nur wenige geeignete Fasersorten auf dem Markt. Entscheidende Kriterien zur Faserauswahl sind eine verlustarme Spleißbarkeit der Faserpaare, sowie eine positive bzw. negative Dispersion im vom Lasersystem abgedeckten Wellenlängenbereich.

Es existieren Faserpaare, die speziell für die Anwendung in DM-Systemen entwickelt wurden und eine gegenseitige Kompensation der Dispersion dritter Ordnung erreichen. Diese Fasern sind aber aufgrund des unterschiedlichen Modenfelddurchmessers nur mit Verlusten spleißbar, was die sinnvolle Länge der Faserstrecke auf sehr wenige Perioden beschränkt hätte. Weiterhin kommt es aufgrund der kurzen Impulse und damit der hohen Bandbreite des Signals zu einem nichtvernachlässigbaren Raman-Effekt. Auch höhere Dispersionsterme werden dann relevant. Diese Effekte höherer Ordnung müssen also bei dem Entwurf der Faserstrecke berücksichtigt werden und begrenzen letztlich, neben den Spleißverlusten, das Experiment.

Motivation des Neuentwurfs einer DM-Faserstrecke

Relevanz eines skalierten Modells

> verfügbare Glasfasern

5.1 PARAMETER DER VERWENDETEN GLASFASERN

Eine Ubersicht über Einmodenfasern (Stand: 3. Quartal 2007), die für das Experiment in Frage kommen, ist in Anhang C zu finden. Für eine genaue Planung der Faserstrecke werden die Faserparameter bei verschiedenen Wellenlängen benötigt. Da wichtige Faserdaten in den Datenblättern der Hersteller nur näherungsweise oder unvollständig, z. B. nur bei bestimmten Wellenlängen, angegeben sind und außerdem gewissen Produktionsschwankungen unterliegen, müssen diese nachgemessen werden. Die Dispersionseigenschaften der Fasern werden im folgenden mittels Weißlichtinterferometrie bestimmt.

Die Dämpfung in der Faser kann auf den kurzen Strecken vernachlässigt werden, relevant sind hier nur Verluste an den Spleißstellen. Schließlich wurden angesichts der nominell gleichen Modenfelddurchmesser, die eine verlustarme Spleißbarkeit versprechen, und aufgrund der unterschiedlichen Dispersionsvorzeichen zwei Fasern von OFS, mit den Bezeichnungen *TrueWave RS* und *TrueWave SRS* ausgewählt.

5.1.1 Dispersionsmessung mittels Weißlichtinterferometrie

Es existieren mehrere Methoden zur Bestimmung der chromatischen Dispersion optischer Fasern.

Eine naheliegende Methode besteht darin, das Laufzeitverhalten, also die Gruppengeschwindigkeit von Impulsen als Funktion ihrer Mittenwellenlänge explizit zu messen. Diese Methode ist aber wegen der dazu notwendigen abstimmbaren und schmalbandigen Impulsquellen und der erforderlichen Faserlängen technisch aufwändig.

Diese Nachteile können vermieden werden, wenn man einen interferometrischen Aufbau wählt, in welchem das Licht zweier räumlich kohärenter optischer Pfade zur Interferenz gebracht wird. Der Interferenzkontrast auf dem Detektor wird maximal, wenn die optischen Weglängen einander angeglichen sind. Unterschiedliche Wellenlängen bedingen dabei unterschiedliche Weglängen für maximalen Kontrast. Daraus kann für jede Wellenlänge die Laufzeit und damit der Brechungsindex bestimmt werden. Der schematische Aufbau ist in Abbildung 32 gezeigt.



Abbildung 32: Schematischer Aufbau zur Messung der chromatischen Dispersion einer Glasfaser mittels Weißlichtinterferometrie, nach [96].

Impulslaufzeit

Weißlichtinterferometrie

Im Experiment wurde auf einen bereits vorhandenen Weißlichtinterferometrieaufbau aus [26] zurückgegriffen, welcher hier kurz beschrieben werden soll. In dem einen Interferometerarm verläuft das Referenzlicht, im anderen durchtritt es die zu charakterisierende optische Komponente, hier also die etwa 2 m lange Glasfaser. Die Weißlichtinterferometrie beruht darauf, die Messung für alle Wellenlängen simultan unter Verwendung einer breitbandigen Lichtquelle vorzunehmen. Dies ist möglich, da nur lineare Effekte beteiligt sind und deshalb das Superpositionsprinzip gilt. Als Funktion der Verzögerung bzw. der Referenzarmlänge erhält man das Weißlichtinterferogramm. Dieses ist über die Fouriertransformation mit seinem Leistungs- und Phasenspektrum verknüpft. Die Verstellung des Referenzarmes wird in dem verwendeten Aufbau mit Hilfe eines zweiten Interferometers gemessen, welches ein Kalibriersignal erzeugt (in Abbildung 32 nicht gezeigt).

Als Lichtquelle ist eine gewöhnliche Glühlampe aufgrund ihrer geringen Kohärenzzeit bzw. geringen Kohärenzlänge geeignet. Gemäß ihrer Schwarzkörpercharakteristik deckt sie dabei auch den nahen Infrarotbereich ab, der für die Dispersionsmessung von Glasfasern wichtig ist. Die Lichtquelle sollte darüber hinaus eine ausreichende räumliche Kohärenz aufweisen, was bei der Glühlampe zunächst nicht gegeben ist. Das kann jedoch dadurch erreicht werden, dass das Licht zuvor eine Einmodenfaser passiert.

Für die Dispersionsmessung wurden ein Stück Glasfaser vom Typ OFS True-Wave SRS mit einer Länge von 1,784 m sowie ein Stück Glasfaser vom Typ OFS TrueWave RS mit einer Länge von 1,811 m verwendet. Das Leistungsspektrum und die zugehörige spektrale Phase sind in Abbildung 33 für beide Fasersorten angegeben. Die Werte aus den jeweils markierten Bereichen, in denen die Leistung nicht um mehr als eine Größenordnung unter den Maximalwert sinkt, wurden für die Berechnung der chromatischen Dispersion aus dem Phasenverlauf verwendet.

Aus der spektralen Phase erhält man durch zweimaliges Ableiten nach der Frequenz $\beta_2(\omega)$, aus der dritten Ableitung $\beta_3(\omega)$, usw. Eine Umrechnung in $\beta_i(\lambda)$ kann dann jeweils erfolgen. Um die Ableitungen analytisch berechnen zu können, wurde der Phasenverlauf zuvor durch ein Polynom fünfter Ordnung genähert. Die Dispersionen zweiter und dritter Ordnung als Funktion der Wellenlänge sind in Abbildung 34 dargestellt.

In die numerischen Simulationen zur Eingrenzung des Existenzbereiches fließen als Funktion der Wellenlänge die unterschiedlichen Dispersionswerte ein. In Anhang C sind diese Werte aufgelistet.

Diskussion

Die Fasern unterscheiden sich in der Lage der Dispersionsnullstelle, also der Wellenlänge, bei der ein Wechsel von normaler zu anomaler Dispersion stattfindet. Im Intervall von etwa 1450 nm bis etwa 1610 nm weisen die Fasern eine entgegengesetzte Dispersion zweiter Ordnung auf, wie es für das Experiment zur Lichtausbreitung in Faserstrecken mit alternierender Dispersion erforderlich ist. Aus dem Längenverhältnis der Fasersegmente folgt eine bestimmte mittlere Dispersion. Die Messungen zeigen auch, dass eine gegenseitige Kompensation der Dispersionssteigung (β_3) im Experiment bei keiner der Wellenlängen vorgenommen werden kann, weil β_3 für beide Fasern stets das gleiche Vorzeichen hat. Bei der Faser vom Typ TrueWave RS stimmen die Hersteller-

Anforderungen an die Lichtquelle

Ergebnisse



 Abbildung 33: a) und c) Leistungsspektrum, b) und d) spektrale Phase, berechnet aus den gemessenen Weißlichtinterferogrammen für die TrueWave SRS bzw.
 RS Faser. Die markierten Bereiche mit glattem Phasenspektrum wurden für die Berechnung der chromatischen Dispersion verwendet.

O Herstellerangabe, TrueWave RS



Abbildung 34: a) Dispersion zweiter Ordnung, b) Dispersion dritter Ordnung, jeweils berechnet aus dem Phasenspektrum. Die Herstellerangaben bei der Wellenlänge von $\lambda = 1,55 \,\mu\text{m}$ sind jeweils eingetragen.

angaben, die nur für eine Wellenlänge von 1550 nm vorliegen, sehr gut mit der Messung überein; bei der Faser vom Typ TrueWave SRS zeigen sich hier geringe Abweichungen.

5.1.2 Nichtlinearität und weitere Parameter

Die weiteren Parameter werden aus den entsprechenden Datenblättern für die Fasern entnommen [97, 98]. Der Modenfelddurchmesser ist für beide Fasern mit d = $(8,4 \pm 0,6) \mu m$ bei $\lambda = 1550 nm$ angegeben. Aus dem mittleren Modenfelddurchmesser ergibt sich aus Gleichung (2.7) der Nichtlinearitätskoeffizient zu $\gamma \approx 1,90 \cdot 10^{-3} 1/(Wm)$, mit $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} m^2/W$ (Tabelle auf Seite 426 in [13]) bei $\lambda = 1550 nm$. Abweichungen sind möglich: Werte für n_2 aus [13] liegen je nach Messmethode und Wellenlänge zwischen etwa $2,2 \cdot 10^{-20} m^2/W$ und $3,0 \cdot 10^{-20} m^2/W$. Berücksichtigt man die Unsicherheit in der Angabe von n_2 und d, so liegt γ zwischen $1,40 \cdot 10^{-3} 1/(Wm)$ und $2,55 \cdot 10^{-3} 1/(Wm)$. In den Simulationsrechnungen in Abschnitt 5.3.1 ergab sich die beste Übereinstimmung mit den Messungen für $\gamma = 1,50 \cdot 10^{-3} 1/(Wm)$.

Der Raman-Effekt wird mit einer Zeitkonstante von $T_R = 4$ fs in Gleichung (2.19) angesetzt. Eine genauere Berücksichtigung des Effektes über die Responsefunktion (siehe Abschnitt 2.4) ist aufgrund der Unsicherheiten in den anderen Parametern nicht nötig und würde von diesen überdeckt. Auch wird der selfsteepening-Effekt hier vernachlässigt, da er nur geringe Auswirkungen auf die Impulsausbreitung hat.

5.2 EXISTENZBEREICH VON DM-SOLITON UND SOLITO-NENMOLEKÜL

Für die Anfertigung der Faserstrecke gilt es, die verschiedenen Freiheitsgrade zu nutzen, um eine möglichst gute Beobachtbarkeit der Solitonenzustände sowie einen möglichst ausgedehnten Existenzbereich zu gewährleisten. Als Freiheitsgrade wurden hier die mittlere Dispersion sowie die Mapstärke gewählt. Dies sind, wie in Abschnitt 2.6 erläutert wurde, gängige Parameter zur Beschreibung einer dispersionsmodulierten Faserstrecke.

5.2.1 Idealisierte Bedingungen

untersuchter Parameterraum

β^{avg}₂ und S als unabhängige Scanparameter Für eine Festlegung der Parameter einer idealisierten Faserstrecke wird ein symmetrischer Aufbau der Dispersionsperiode angenommen. In einer solchen Anordnung sind die Fasern mit positiver und negativer Dispersion gleich lang. Eine weitere Randbedingung liefert die Lichtquelle: Impulsdauer und Chirp der annähernd gaußförmigen Impulse sind aus vorhergehenden Untersuchungen zu $\tau = 250$ fs und C = -0.4 bekannt.

Die mittlere Dispersion β_2^{avg} ergibt sich aus dem Verlauf der Dispersionswerte als Funktion der Wellenlänge für die beiden Fasersorten. Da beide Fasern eine leicht unterschiedliche Dispersionssteigung (β_3) aufweisen, verändert sich die Mapstärke S geringfügig bei Verändern der Wellenlänge. Um die folgende Abschätzung zu vereinfachen, kann für beide Fasern jedoch in guter Näherung die gleiche Dispersionssteigung angenommen werden, wodurch die Mapstärke alleinig durch die Wahl der Segmentlängen L⁺(= L⁻) festgelegt wird. β_2^{avg} und S können daher als voneinander unabhängige Scanparameter betrachtet werden. Es wurden die in Tabelle 3 angegebenen Werte verwendet, um den Existenzbereich in einem Raster zunächst für einzelne DM-Solitonen im idealisierten System zu ermitteln.

Tabelle 3: Im Scan verwendete, als unabhängig voneinander angenommene Parameter β_2^{avg} und S, sowie die zugrundeliegenden Dispersionsparameter und Segmentlängen.

β_2^{avg} in ps^2/km	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1,0	-1,2
β_2^+ in ps^2/km	4,3	4,1	3,9	3,7	3,5	3,3
β_2^- in ps^2/km	-4,7	-4,9	-5,1	-5,3	-5,5	-5,7
S	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
$L^+ (= L^-)$ in m	7,0	14,0	21,0	28,0	35,0	42,0

Die genaue Wahl des Wertes für die mittlere Dispersion β_2^{avg} ist weniger kritisch, da diese durch Wahl der Wellenlänge auch später noch im Experiment eingestellt werden kann. Die Mapstärke S hängt hingegen, wie erläutert, vorwiegend von der Länge der Dispersionsperiode ab und nur sehr geringfügig von der Wellenlänge, siehe auch Abschnitt 5.3.1. Dieser Parameter muss also vor Faseraufbau festgelegt werden.

Der Mittelungsalgorithmus liefert für alle Kombinationen aus S und β_2^{avg} aus Tabelle 3 die Impulsform und damit auch die zugehörige Energie zur geforderten Impulsdauer von $\tau = 250$ fs. Das Ergebnis ist in Abbildung 35 a) dargestellt. In b) ist Frequenz der langsamen Oszillationen der jeweils ermittelten Lösungen angegeben.

Existenzbereich des DM-Solitons



Abbildung 35: a) Energie der ermittelten DM-Solitonen als Funktion der mittleren Dispersion β_2^{avg} , jeweils für verschiedene Mapstärken S. b) Gleiche Simulation, aber aufgetragen ist die dominante Schwingungsfrequenz der langsamen Oszillationen. Die offenen Kreise kennzeichnen sehr schnell schwingende, instabile Lösungen, die bereits nach wenigen Dispersionsperioden zerfallen.

Eine hohe Frequenz, also eine kurze Oszillationsperiode, die sich bei höheren Mapstärken einstellt, ist günstig für eine experimentelle Untersuchung der Dynamik. Impulse, bei denen die Schwingungsperiode unterhalb von etwa vier Dispersionsperioden liegt, sind aber nicht mehr stabil und zerfallen bereits nach einigen Dispersionsperioden. Diese Stellen sind durch die offenen Kreise in Abbildung 35 gekennzeichnet.

Existenzbereich des Solitonenmoleküls Die in Abbildung 35 a) ermittelten Energien der DM-Solitonen wurden verwendet, um für jede der Parameterkombinationen die Existenz eines stabilen Solitonenmoleküls zu testen. Der dabei genutzte Freiheitsgrad ist der Abstand der Impulse. Bei der Erzeugung des Solitonenmoleküls aus Einzelimpulsen tritt bei geringen Abständen eine interferenzbedingte geringe Absenkung der Impulspaarenergie auf, die hier nicht kompensiert wurde. In einigen Bereichen des Parameterraumes zeigt sich ein Bindungszustand, in anderen Fällen tritt keine Bindung auf. Eine erfolgreiche Ausbildung eines Bindungszustandes wurde dann gewertet, wenn bei leicht erhöhtem oder verringertem Eingangsabstand mindestens eine vollständige Schwingung um den Gleichgewichtsabstand im Verlauf der Ausbreitung auftrat. Die Energie der Impulse und damit des Solitonenmoleküls liegt deshalb fest, weil mit ihr eine bestimmte Einzelimpulsdauer verknüpft ist, und zwar genau die im Experiment zur Verfügung stehenden 250 fs.

Der ermittelte Existenzbereich, also der Bereich, in dem aus den jeweiligen Impulsen zusammengesetzte Lösungen existieren, ist in Abbildung <u>36</u> angegeben. Berücksichtigt man, wie in dieser idealisierten Situation geschehen, nur die



Abbildung 36: Der Existenzbereich des Solitonenmoleküls in der idealisierten Faser ist grau hinterlegt. Durch Kreuze markiert sind diejenigen Parameterkombinationen, an denen das Solitonenmolekül bei Anwesenheit von Termen höherer Ordnung gefunden wurde (siehe Abschnitt 5.2.2). Die mit "1)" versehene Simulation ist ausführlich in Abschnitt 5.2.2 besprochen.

Kerr-Nichtlinearität sowie die Dispersion zweiter Ordnung, so ist der Existenzbereich der Solitonenzustände ausgedehnt, siehe auch Abschnitt 2.7.3. Durch die Hinzunahme der im Experiment relevanten Effekte ist der Existenzbereich kleiner und verschoben, wie nun demonstriert wird.

5.2.2 Reale Bedingungen

Die experimentelle Beobachtbarkeit charakteristischer Eigenschaften von Einzelund Doppelimpulsen steht hier im Vordergrund. Eine Hinzunahme der wichtigsten weiteren Effekte wie stimulierte Ramanstreuung, Dispersion dritter Ordnung und Verlusten an Faserspleißen in der Simulation ist nötig, damit ein qualitativer Vergleich erfolgen kann. Die Dispersion dritter Ordnung variiert im betrachteten Bereich, in dem die mittlere Dispersion zwischen $-0.2 \text{ ps}^2/\text{km}$ und $-1.2 \text{ ps}^2/\text{km}$ liegt, nicht stark. Es wird mit einem mittleren Wert von $\beta_3^- = 0.08 \text{ ps}^3/\text{km}$ für die Faser TrueWave SRS und $\beta_3^+ = 0.065 \text{ ps}^3/\text{km}$ für die Faser TrueWave RS gerechnet. Aus Voruntersuchungen wurde weiterhin ermittelt, dass der Verlust an den Spleißstellen zwischen diesen Fasern im Mittel bei $\alpha \approx 0.08 \text{ dB}$ je Spleiß liegt; dieser Wert wird nun in den Simulationsrechnungen verwendet. Ausgehend von dieser Situation wird der Existenzbereich der Impulsstrukturen eingegrenzt, daraufhin werden die Längen der normal dispersiven und der anomal dispersiven Fasersegmente festgelegt.

In Abbildung 36 ist zusätzlich zum Existenzbereich unter idealisierten Bedingungen der Existenzbereich unter realen Bedingungen angegeben. Während im Bereich niedriger Mapstärken und vom Betrag her niedriger mittlerer Dispersion die Störterme zu einem Zerfall der zuvor stabilen Impulsform führen, zeigt sich, dass das Solitonenmolekül bei höheren Mapstärken von etwa S = 4 und einer mittleren Dispersion bei etwa $-0.8 \text{ ps}^2/\text{km}$ stabiler ist. Für die weiteren Untersuchungen wird daher diese Situation zugrunde gelegt.

Es folgt nun ein Vergleich der Wechselwirkung gegenphasiger DM-Solitonen in der idealisierten und der experimentellen Faserstrecke, basierend auf Simulationsrechnungen. Die verwendete Faserkonfiguration entspricht der in Abbildung 36 hervorgehobenen Situation. In beiden Fällen wurde die stationäre DM-Solitonenlösung durch einen Gaußimpuls mit $\tau = 250$ fs und einem Chirp von C = -0.4 angenähert. Durch Addition der komplexwertigen Felder mit Phasensprung und jeweils gewünschtem Abstand σ_{in} wird der Doppelimpuls erzeugt. Die numerisch berechnete Ausbreitung dieser Doppelimpulse ist in Abbildung 37 gezeigt. Sowohl für die idealisierte als auch die reale Situation ist die Entwicklung der Impulsabstände für verschiedene Eingangsabstände angegeben. Für zwei ausgewählte Startabstände $\sigma_{in} = 0.50$ ps und 0.56 ps ist jeweils in (ii) und (iii) die Entwicklung der zugehörigen Impulsform dargestellt.

Aufgrund der etwas vom stationären Solitonenmolekül abweichenden Startimpulsformen kommt es zu einer anfänglichen Abstrahlung von dispersiven Wellen, weshalb die Spitzenleistung nach den ersten zwei bis drei Dispersionsperioden absinkt. In der idealisierten Simulation stellt sich danach eine weitgehend abstrahlungsfreie Ausbreitung ein. In der Simulation mit Störeffekten führen Verluste an den Spleißstellen zu einer Vergrößerung der Oszillationsperiode im Solitonenmolekül im Laufe der Ausbreitung. Weiter ist in b) zu erkennen, dass infolge des Ramaneffektes eine mit der Ausbreitungsstrecke zunehmende zeitliche Verzögerung der Impulsstruktur auftritt.

Aus den Simulationsrechnungen geht hervor, dass sowohl in der idealisierten als auch in der experimentellen Faserstrecke die Bildung des Solitonenmoleküls bei einem bestimmten Eingangsabstand erfolgt. Obwohl in Abbildung 37 b) die Impulsausbreitung den Störeffekten unterliegt, bleiben auch die weiteren charakteristischen Eigenschaften der Ausbreitung des Solitonenmoleküls erhalten: Bei Abweichung vom Gleichgewichtszustand kommt es zu einer Oszillation des Impulsabstandes. Wird ein minimaler Eingangsabstand σ_{min} unterschritten, kommt in beiden Fällen keine Bindung zustande. Infolge destruktiver Interferenz steht dann nicht genügend Energie für die Bildung des Solitonenmoleküls Diskussion des Existenzbereiches

Ausführlicher Vergleich: idealisierte vs. reale Situation

Gemeinsamkeiten



Abbildung 37: Simulation: Entwicklung des Impulsabstandes σ entlang der Faserstrecke als Funktion des Eingangsabstandes $\sigma_{in} = \sigma(0)$. a) idealisierte Faser, b) unter Berücksichtigung von Störeffekten. Das Solitonenmolekül, jeweils in (i) rot hervorgehoben, wird in beiden Fällen für einen Eingangsabstand von $\sigma_{in} = 0,50$ ps erzeugt. In (ii) ist die zugehörige Entwicklung der Impulsform dargestellt. Die benachbarten blauen Linien mit $\sigma_{in} = 0,48$ ps und $\sigma_{in} = 0,52$ ps geben die Schwingung des Moleküls bei geringfügiger Abweichung vom Gleichgewichtsabstand wieder. Der Fall für eine etwas stärkere Abweichung mit $\sigma_{in} = 0,56$ ps in (iii) gehört zu den gelben Linien. Infolge des Raman-Effektes kommt es auch zu einer zunehmenden zeitlichen Verzögerung der Impulsstruktur.

zur Verfügung und die repulsive Wechselwirkung zwischen den gegenphasigen Impulsen überwiegt.

Unterschiede

Unterschiede zwischen der realen und der idealisierten Situation sind in folgenden Punkten zu beobachten: In der idealisierten Faserstrecke oszillieren alle (bis zu den größten Werten gezeigten) Doppelimpulse, für die $\sigma_{in} > \sigma_{min}$, um den Gleichgewichtszustand. Diese Schwingung kann in einer entsprechenden Simulation auch über deutlich mehr als 10 Dispersionsperioden beobachtet werden. In der experimentellen Faserstrecke kann es jedoch zu einem Aufbrechen der Bindung nach der ersten Kollision kommen. Diese Situation ist in b) (i) bei Eingangsabständen von etwas unter 1 ps gegeben. Der Grund für das Aufbrechen ist vorwiegend die verstärkte Abstrahlung bei Kollision.

5.3 PARAMETER DER FASERSTRECKE

5.3.1 Segmentlängen, mittlere Dispersion, Mapstärke

In den durchgeführten numerischen Simulationen zeigte sich auch unter dem Einfluss der experimentell hier nicht vermeidbaren Störeffekte eine gute Beobachtbarkeit der charakteristischen Merkmale von DM-Solitonen und Solitonenmolekülen. Es können nun folgende Anforderungen an das Experiment formuliert werden: Die Mapstärke ist etwa im Bereich um S = 4 zu wählen, und die mittlere Dispersion soll etwa bei $\beta_2^{avg} = -0.8 \text{ ps}^2/\text{km}$ liegen. Im Experiment kann diese Forderung erfüllt werden, wenn die Längen der Fasersegmente wie folgt gewählt werden: L⁻ = 24 m, L⁺ = 22 m.

Für diese Segmentlängen und mit den Dispersionsdaten aus Abschnitt 5.1.1 ergibt sich der in Abbildung 38 gezeigte Verlauf der mittleren Dispersionen (Gleichung (2.22)) zweiter und dritter Ordnung als Funktion der Wellenlänge. Der geforderte Wert für die mittlere Dispersion zweiter Ordnung wird bei einer Wellenlänge von etwa 1,55 µm erreicht.



Abbildung 38: Parameter der experimentellen Faserstrecke als Funktion der Wellenlänge. a) Mittlere Dispersionen zweiter und dritter Ordnung, b) Mapstärke.

Wie bereits in Abschnitt 5.2.1 angedeutet, hängt die vorher festgelegte Mapstärke im Experiment nur in geringem Maße von der Wahl der Wellenlänge ab. Aus Abbildung 34 (Seite 67) ist zu entnehmen, dass beide Fasern eine Dispersionssteigung mit gleichem Vorzeichen aufweisen. Daher erfolgt keine gegenseitige Kompensation der Dispersion dritter Ordnung; die mittlere Dispersion β_3^{avg} ist daher ähnlich groß wie der Wert für die einzelnen Fasern.

5.3.2 Spleißverbindungen

Einerseits ist im Experiment eine große Anzahl von Dispersionsperioden wünschenswert, um die Dynamik der Impulse auf langen Strecken zu untersuchen. Andererseits verursachen Verluste an den Spleißverbindungen zwischen den beiden unterschiedlichen Fasersorten eine Abnahme der Energie der Impulse, was zu einer deutlich verringerten Wechselwirkung führt. Aufgrund der durchgeführten Simulationsrechnungen zur Abschätzung der Beobachtbarkeit erscheint daher eine Faserstrecke bestehend aus 10 Dispersionsperioden sinnvoll. Die Faserstrecke beginnt und endet mit je einem Halbsegment der anomal dispersiven Faser.

Das Erstellen der Spleißverbindungen wurde im Rahmen der Diplomarbeit von C. Mahnke [99] durchgeführt. Dort sind die einzelnen Werte für die 20 Spleißstellen aufgeführt. Die Gesamtdämpfung für die Strecke aus 10 Dispersionsperioden liegt bei etwa 30 %, was im Mittel einem Wert von $\alpha = 0,078$ dB je Spleiß entspricht. Die Werte liegen zwischen 0,036 dB und 0,099 dB. Spleiße mit einer Dämpfung über 0,1 dB wurden verworfen und erneut angefertigt. Zum Einsatz kam ein kommerzielles Faserspleißgerät vom Typ µLID der Firma Corning Cable Systems [100].

5.4 REALISIERBARKEIT WEITERER IMPULSSTRUKTUREN

Die für die Experimente entworfene Faserstrecke mit den Parametern aus Abschnitt 5.3 ist für die stabile Ausbreitung des DM-Solitons sowie des Solitonenmoleküls optimiert worden. Wie Simulationen ergaben, ist jedoch in dieser Faserstrecke die Existenz von stabilen Impulsstrukturen mit höherem Bindungsabstand – wie beispielsweise dem gleichphasigen Bisoliton – nicht gegeben.

Es soll nun der Gedanke verfolgt werden, ob eine Faserstrecke aufgebaut werden kann, die eine Beobachtung von gleichphasigen oder gegenphasigen Bisolitonen mit höherem Bindungsabstand im Experiment ermöglicht. Es wird dabei wieder von den Glasfasern vom Typ TrueWave SRS und RS der Firma OFS ausgegangen, deren Parameter bereits aus Abschnitt 5.1 bekannt sind. Die Erweiterung des Konzeptes von Einzelimpulsen hin zu Mehrfach-Impulsstrukturen folgt dabei der in Abschnitt 2.7.3 vorgestellten Systematik. Problematisch ist aber die zunehmende Einschränkung des Existenzbereiches komplexerer Impulsstrukturen wie zum Beispiel von Dreierimpulsen [10], während für die Existenz der Einzelimpulslösung kaum Einschränkungen gelten.

Anpassung der Faserparameter Eine Anpassung der Parameter der Faserstrecke an diese Situation geschieht nun wie folgt. Gemäß [10] sind gleichphasige Bisolitonen im Parameterraum z.B. in der Nähe des Parametertripels (B, S, R) \approx (-0,1, 2,3, 0,8) anregbar. Anhand der gemessenen Faserparameter aus Abschnitt 5.1.1 kann nun mit Hilfe der Gleichungen (2.25) bis (2.27) die neue Konfiguration für eine Impulsdauer von τ = 250 fs ermittelt werden. Die Energie des stationären DM-Solitons mit der gegebenen Impulsdauer erhält man aus dem Mittelungsalgorithmus für diese Situation zu E_{DMS} \approx 2,2 pJ. Die Werte sind in Tabelle 4 angegeben.

Tabelle 4: Exemplarische Parameter, bei denen weitere Bindungszustände beobachtet werden können.

$\beta_2^- = -1.9 \text{ps}^2/\text{km}$	$L^{-} = 39,4 \mathrm{m}$	$\gamma = 2.3 \cdot 10^{-3} 1/(Wm)$
$\beta_2^+=6,25ps^2/km$	$L^{+} = 11,0 m$	E = 2,2 pJ

Die geforderten Dispersionsparameter werden bei einer Wellenlänge um λ = 1490 nm erreicht, vergl. Kapitel C sowie Abbildung 34. Es werden zunächst Terme höherer Ordnung vernachlässigt und das Wechselwirkungsverhalten der Impulse bei verschiedenen Eingangsabständen und für die beiden relativen Phasenwerte $\Delta \phi = \pi rad$ und $\Delta \phi = 0 rad$ untersucht. Analog zum Solitonenmolekül im weiter oben gewählten Parameterraum sind Bindungszustände dadurch ausgezeichnet, dass die relative Impulsbewegung in einem gewissen "Fangbereich" kaum vom Eingangsabstand abhängt bzw. dort um einen Gleichgewichtsabstand oszilliert. Das Ergebnis der Simulationsrechnungen ist in Abbildung 39 gezeigt.



Abbildung 39: Simulation: Entwicklung des Impulsabstandes σ für unterschiedliche Eingangsabstände $\sigma_{in} = \sigma(0)$ und relative Phasen $\Delta \phi$ der Eingangsimpulse. Die Bereiche, in denen eine Bindung stattfindet, sind markiert und liegen in a) bei $\sigma_{in} \approx 0.48$ ps, 1,05 ps und 1,41 ps sowie in b) bei 0,78 ps und 1,24 ps. Bei gleichphasigen Impulsen kommt es unterhalb eines bestimmten Abstandes sowie zwischen den stabilen Bereichen zum Verschmelzen, und ein oszillierendes einzelnes DM-Soliton wird angeregt (A).

Sowohl für gleichphasige als auch für gegenphasige Doppelimpulse sind bestimmte Eingangszustände ausgezeichnet, bei denen eine Bildung des Bisolitons erfolgt. Bei den gleichphasigen Doppelimpulsen kommt es bei Unterschreiten eines bestimmten Eingangsabstandes zu einem Verschmelzen der beiden Impulse, in dessen Folge ein stark schwingendes einzelnes DM-Soliton angeregt wird (A)¹. Auch in dieser Faserkonfiguration kann das Solitonenmolekül beobachtet werden (B); dies ist der niedrigste gegenphasige Bindungszustand in a). Auffallend ist, dass mit steigendem Bindungsabstand alternierend gleichphasige und gegenphasige Zustände durchlaufen werden: (C), (D), (E), (F). Mit zunehmendem Bindungsabstand ist sowohl ist ein Anwachsen der Oszillationsperiode als auch – in separat durchgeführten Simulationen – eine verringerte Toleranz gegenüber Störungen zu beobachten. Diskussion der Simulation

¹ Mit den Betrachtungen aus Abschnitt 4.2.4 folgt für diesen Fall, dass die Schwingung des entstandenen DM-Solitons als Schwebung zweier solitärer Komponenten verstanden werden kann.



Abbildung 40: Stationäre Impulsformen zu den Bereichen der Bisolitonenbildung aus Abbildung 39. a) Impulsform, b) logarithmische Darstellung. (B) und (D) sind gegenphasige Bisolitonen, (C) das gleichphasige Bisoliton.

stationären Lösungen

Analyse der experimentellen

Situation

Da es sich um ein idealisiertes System handelt, können auf dieser Grundlage die entsprechenden Startfelder der Doppelimpulse, die bisher nur mit Gaußimpulsen angenähert wurden, mit Hilfe des Mittelungsalgorithmus in stationäre Lösungen überführt werden. Die sich ergebenden stationären Lösungen der drei stabilsten Bisolitonen sind in Abbildung 40 gezeigt. Die Impulsform (B) entspricht dem bekannten Solitonenmolekül. (D) ist das nächste stabile gegenphasige Bisoliton, wie es auch in [51] mit theoretischen Methoden beobachtet wurde. Es ist durch das Auftreten zweier zusätzlicher Leistungseinbrüche in den inneren Flanken gekennzeichnet. (C) ist das gleichphasige Bisoliton. Phasensprünge existieren dort nur in den äußeren Flanken.

Eine Hinzunahme der im Experiment auftretenden Terme höherer Ordnung verändert das Bild qualitativ. In Abbildung 41 ist das Ergebnis der Simulationsrechnungen, wieder für gleichphasige und gegenphasige Doppelimpulse, gezeigt.

Im Gegensatz zur Faserkonfiguration aus Abschnitt 5.2 (mit den dort untersuchten DM-Solitonen und Solitonenmolekülen) führt hier die Hinzunahme der Störterme zu einer stark verringerten Ausprägung der Bindungszustände, was deren experimentelle Untersuchung erschwert. Die charakteristischen alternierenden Bereiche verminderter Wechselwirkung, in denen potentiell die Bisolitonenbildung möglich ist, sind vorhanden, jedoch gegenüber der idealisierten Situation in Abbildung 40 deutlich verschoben und erst ab einer Faserlänge von etwa 10 Dispersionsperioden ausgeprägt. Für die gleichphasigen Bisolitonen liegen diese Bereiche beispielsweise bei 0,75 ps und 1,05 ps.

Für einen Einsatz in der Datenübertragung erscheinen diese höheren Bindungszustände demnach zunächst nicht geeignet. Die Situation könnte sich jedoch anders darstellen, wenn weitere, hier nicht benutzte Freiheitsgrade der DM-Faserstrecke einbezogen werden. Auch führt womöglich eine Verringerung der Störeffekte durch einen Übergang zu längeren Impulsdauern zu einem ausgedehnteren Existenzbereich dieser Impulsstrukturen. Aufgrund der signifikanten Unterschiede zwischen idealisierter und realer Situation wurde eine experimentelle Realisierung dieser Faserstrecke nicht unternommen.



Abbildung 41: Simulation der Ausbreitung von a) gleichphasigen und b) gegenphasigen Doppelimpulsen. Aufgetragen ist der Impulsabstand σ für verschiedene Eingangsabstände $\sigma_{in} = \sigma(0)$ als Funktion der Ausbreitungsstrecke. Bei dieser Simulation wurden die genannten Störterme berücksichtigt. Die Kurven wurden an Stellen starker Änderung des Impulsabstandes abgeschnitten.

5.5 EINFLUSS VON STÖRTERMEN

Die stationären Lösungen wurden bei Anwesenheit von Kerr-Nichtlinearität und Dispersion zweiter Ordnung ermittelt. In diesem Abschnitt soll anhand der Literatur erläutert werden, wie die Impulsausbreitung dieser stationären Lösungen generell bei Hinzunahme der einzelnen Störeffekte beeinflusst wird. Exemplarisch konnte der Einfluss der Störterme bereits in den beiden vorhergehenden Abschnitten beobachtet werden.

Die Datenübertragung erfolgt vorwiegend im Regime des starken Dispersionsmanagements mit kurzen Impulsen, siehe Abschnitt 2.6. In diesem Bereich hängt die Impulsausbreitung stark von den höheren Effekten wie Dispersion dritter Ordnung oder stimulierter Ramanstreuung ab.

Der Einfluss der Dispersion dritter Ordnung auf DM-Solitonen wurde in [101] untersucht. Es wurden folgende Effekte beobachtet:

- das DM-Soliton bekommt relativ zum mitbewegten System eine Geschwindigkeit,
- 2. die Impulsform wird asymmetrisch,
- 3. es kommt zur Abstrahlung dispersiver Wellen.

Die Existenz (nahezu) abstrahlungsfreier DM-Solitonen bei Anwesenheit von Dispersion dritter Ordnung ist bereits in [101, 102] diskutiert worden, und ein Mittelungsalgorithmus zur Erzeugung stationärer Lösungen wurde dann in [50] vorgestellt. Diese stationären Lösungen zeichnen sich wie in [101] durch eine veränderte Geschwindigkeit sowie durch eine Asymmetrie der Impulsform aus. Die Abstrahlung dispersiver Wellen ist durch die angepasste Impulsform unterdrückt. Dispersion dritter Ordnung Ramaneffekt

Der Ramaneffekt bewirkt eine kontinuierliche Verschiebung der Mittenfrequenz und gleichzeitig eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung im Zeitbereich. Im Vergleich zur Selbstfrequenzverschiebung (*self-frequency shift*) des Solitons in einer homogenen Faser ist in DM-Fasern dieser Effekt jedoch mit steigender Mapstärke S (Gleichung (2.24)) unterdrückt [103]. Dies wird auf das stärkere Atmen der Impulse und die damit reduzierte Spitzenleistung zurückgeführt. Ob auch hier langlebige Lösungen existieren, bei denen die Abstrahlung dispersiver Wellen unterdrückt ist, ist gegenwärtig nicht bekannt.

Verluste

Verluste während der Ausbreitung führen in Fasern mit konstanter Dispersion schließlich zum Zerfall des sich ausbreitenden Solitons [104]. Ein analoges Verhalten ist für DM-Solitonen in Fasern mit alternierender Dispersion anzunehmen. In realen Systemen werden die Verluste durch kontinuierliche oder periodische Verstärkung wieder ausgeglichen. Im hier untersuchten Modellsystem erfolgt keine Kompensation der Verluste, da die Dynamik der DM-Solitonen und des Solitonenmoleküls losgelöst von einer möglichen zusätzlichen, durch Verstärkung verursachten Dynamik untersucht werden soll. Die Verluste an den Spleißstellen belaufen sich auf etwa 30% für 10 Dispersionsperioden und können durch eine etwas erhöhte Leistung der Impulse zu Beginn der Ausbreitung ausgeglichen werden.

Obwohl die Existenz abstrahlungsfreier DM-Solitonen bei (isolierter) Wirkung der besprochenen Störeffekte möglich erscheint, so ist die Situation bei deren gleichzeitiger Präsenz ungleich komplexer. Eine weitere Diskussion der Problematik in Hinblick auf die Datenübertragung müsste dann auch das Wechselwirkungsverhalten der Impulse einschließen, da singuläre Lösungen oftmals nicht praxisrelevant sind.

5.6 LASERSYSTEM UND MESSVERFAHREN

In diesem Abschnitt erfolgt eine Beschreibung des Lasersystems sowie der zum Nachweis der Impulsstrukturen verwendeten Geräte.

Lichtquelle

Als Lichtquelle für die kurzen Impulse kommt ein kommerzielles Lasersystem der Firma Coherent [105] zum Einsatz: Ein diodengepumpter Nd:YVO4-Festkörperlaser vom Typ Verdi V-10 mit LBO-Kristall zur Frequenzverdopplung erzeugt zunächst Licht bei einer Wellenlänge von 532 nm mit einer Ausgangsleistung von 10 W. Dieses Licht fungiert als Pumpquelle eines Titan-Saphir-Lasers (Ti:Sa) vom Typ MIRA-900F. Dieser Laser ist im Wellenlängenbereich von 700 nm bis 980 nm kontinuierlich abstimmbar und bietet durch Kerrlinsen-Modenkopplung die Möglichkeit des Impulsbetriebes. Im Anschluss werden die Impulse dieses Lasers unter Ausnutzung eines parametrischen Prozesses in einem synchron gepumpten *optisch-parametrischen Oszillator* (OPO) der Firma APE [106] ins nahe Infrarot im Bereich zwischen 1300 nm und 1700 nm konvertiert, je nach Wellenlänge des Ti:Sa-Lasers.

Impulsparameter

Das Lasersystem wurde im Rahmen vorhergehender Arbeiten modifiziert [92]. Durch erhöhte anomale Dispersion im Ti:Sa-Laser wurde die Dauer der vom OPO erzeugten Impulse von ursprünglich 110 fs auf 250 fs vergrößert. Dadurch wurde eine Verringerung des Einflusses der Dispersion dritter Ordnung während der Impulsausbreitung durch die Faserstrecke bewirkt, da sie gemäß Gleichung (2.3) mit der dritten Potenz der Impulsdauer skaliert. In dieser Konfiguration wurden mit Hilfe eines SHG-FROG bei einer Wellenlänge von 1550 nm folgende Impulsparameter ermittelt: Die Impulsdauer (FWHM) beträgt $\tau = 250$ fs, der Chirpparameter ist C ≈ -0.4 , und die Impulseinhüllende ist in guter Näherung gaußförmig. Die mittlere Ausgangsleistung des OPO beträgt P_{avg} = 200 mW, was bei einer Wiederholfrequenz von $v_{rep} = 56$ MHz einer Impulsenergie von E = P_{avg}/ $v_{rep} \approx 3.6$ nJ entspricht. Da die im Experiment erforderlichen Impulsenergien bei einigen 10 pJ liegen, bleiben ausreichende Reserven für Verluste bei Doppelimpulserzeugung und Fasereinkopplung.

Aufgrund der geringen Impulsdauer scheiden direkte Messverfahren zur Bestimmung der (zeitlichen) Impulsparameter aus. Es bieten sich jedoch verschiedene indirekte Verfahren an, die entweder eine teilweise Impulscharakterisierung oder aber eine vollständige Impulscharakterisierung in Amplitude und Phase ermöglichen.

In dieser Arbeit genügt in vielen Fällen die Impulscharakterisierung mit Hilfe der zeitlichen Intensitäts-Autokorrelation (engl. *intensity autocorrelation*, IAC, [107]), die definiert ist als

$$I_{AC}(\tau_{AC}) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t-\tau_{AC})dt \quad , \tag{5.1}$$

mit der Verzögerung τ_{AC} , sowie der Intensität des zu vermessenden Impulses $I(t) \propto |A(t)|^2.$

Diese liefert eine Abschätzung für die Impulsdauer sowie bei Doppelimpulsen den Abstand der beteiligten Impulse. Die Messung der IAC beruht auf der Summenfrequenzerzeugung in einem nichtlinearen Kristall; das erzeugte Messsignal hängt dabei quadratisch von der Intensität des zu charakterisierenden Impulses ab. Für Impulse mit sehr geringer Leistung bietet daher oftmals die direkte Messung des Leistungsspektrums mit einem optischen Spektrometer einen möglichen Ausweg. Zwar gelingt mit diesen beiden Verfahren keine vollständige Impulscharakterisierung, im Zusammenhang mit Simulationsrechnungen und Parametervariationen lässt sich aber meist dennoch ein aussagekräftiger Vergleich zwischen Experiment und Simulation vornehmen.

Eine vollständige Impulscharakterisierung ist dann gegeben, wenn sowohl die Phase als auch die Leistung als Funktion der Zeit oder der Frequenz aus der Messung hervorgehen. Zeit- und Frequenzbereich sind hierbei durch die Fouriertransformation eindeutig miteinander verknüpft. Die hier betrachteten Verfahren zur vollständigen Impulscharakterisierung sind vergleichsweise aufwändig und erfordern, wie bereits die Messung der Autokorrelation, einen nichtlinearen Prozess. Als Funktion der zeitlichen Verschiebung τ der Korrelationspartner (elektr. Felder: Probe-Impuls P(t), Gate-Impuls G(t)) wird das Leistungsspektrum des Summenfrequenzsignals in Form eines Spektrogramms aufgezeichnet [107]. Dieses ist gegeben durch

$$I(\Omega,\tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} P(t)G(t-\tau)e^{-i\Omega t} dt \right|^{2} \quad .$$
(5.2)

In diesem Experiment kommt für die Aufzeichnung eine aktiv gekühlte 16-Bit-CCD-Kamera (engl. *charge-coupled device*) vom Typ Apogee AP7 mit 512 × 512 vollständige, eindeutige Charakterisierung

Messverfahren

Autokorrelation und Leistungsspektrum Bildpunkten zum Einsatz. Anschließend werden mit einem iterativen Verfahren, beispielsweise dem *PCGP-Algorithmus* [108], aus dem Spektrogramm die beteiligten (komplexwertigen) Felder rekonstruiert.

SHG-FROG

Im Rahmen dieser Arbeit wurde für die vollständige Charakterisierung der Impulse bzw. Impulsstrukturen unter anderem das SHG-FROG-Verfahren (*second-harmonic generation frequency-resolved optical gating*, [107, 109]) verwendet. In Gleichung (5.2) sind sowohl Gate- als auch Probe-Impuls durch das zu vermessende Feld A(t) gegeben, d. h. P(t) = A(t) und G(t) = A(t). Das Verfahren entspricht damit einer spektral aufgelösten Autokorrelation. Mehrdeutigkeiten ergeben sich jedoch mit diesem Verfahren, wenn der zu vermessende Impuls spektrale Lücken aufweist, wie es zum Beispiel beim Solitonenmolekül der Fall ist. Auch ist die Zeitrichtung nicht eindeutig gegeben (T \leftrightarrow -T), und eine Unterscheidung zwischen gleichphasigen und gegenphasigen Doppelimpulsen ist aufgrund der ähnlichen Struktur der Spektrogramme schwierig.

VAMPIRE

Um auch in solchen Situationen eine eindeutige, vollständige Impulscharakterisierung vorzunehmen, kam zusätzlich ein neuartiges, vom Blind-FROG-Verfahren [107, 108] abgeleitetes Verfahren mit der Bezeichnung VAMPIRE (*very advanced method for phase and intensity retrieval of e-fields*, [93]) zum Einsatz. Beim VAMPIRE-Verfahren wird die Eindeutigkeit der Messung durch einen speziell geformten Referenzimpuls sichergestellt, der als Korrelationspartner G(t) im nichtlinearen Kristall dient. Entsprechende Untersuchungen im Zusammenhang mit der hier aufgebauten Faserstrecke wurden in [110] angestellt. Die Problematik der Eindeutigkeit der Impulsmessung mit Blind-FROG-Methoden ist in [111] behandelt. Ein Vergleich gängiger Verfahren zur Charakterisierung ultrakurzer Impulsstrukturen ist in [112] zu finden.

Einschränkungen

In der gegenwärtigen Situation in diesem Experiment sind die aufgebauten Messverfahren zur vollständigen Impulscharakterisierung (SHG-FROG und VAMPIRE) am ehesten für einzelne Messungen zu gebrauchen; die Aufnahme von Messreihen bei variierten Impulsparametern ist hingegen problematisch. Das liegt an der geringen Lichtleistung, die bei der verwendeten CCD-Kamera zu langen Belichtungszeiten von einigen zehn Sekunden zwingt. Andererseits ist die Belichtungszeit durch Drift aufgrund des nicht völlig stabilen Lasersystems begrenzt.

Die experimentellen Untersuchungen zur langsamen Oszillation des DM-Solitons in Abschnitt 6.1 erfolgen mit Hilfe des optischen Leistungsspektrums. Beim Solitonenmolekül in Abschnitt 6.2 kommen sowohl die Intensitäts-Autokorrelation (entweder direkt gemessen oder aus SHG-FROG-Spektrogrammen berechnet), sowie bei einzelnen Messungen das VAMPIRE-Verfahren zum Einsatz.

6 EXPERIMENTE ZUR IMPULSDYNAMIK

INHALTSVERZEICHNIS

6.1	Experimente zum DM-Soliton 82		
	6.1.1	Messung der langsamen Oszillationen 82	
	6.1.2	Messergebnisse und Vergleich mit Simulationen	83
6.2	Exper	imente zum Solitonenmolekül 86	
	6.2.1	Parameter des Experimentes 87	
	6.2.2	Messergebnisse und Vergleich mit Simulationen	88
	6.2.3	Typische Bereiche der Wechselwirkung 90	
	6.2.4	Messung mit VAMPIRE 91	
	6.2.5	Das Solitonenmolekül in der Datenübertragung	92

Die in den vorhergehenden Kapiteln numerisch behandelte Dynamik der Solitonen und Bisolitonen in DM-Fasern soll hier nun experimentell untersucht werden. Dafür kommt die in Kapitel <u>5</u> entworfene Faserstrecke mit 10 Dispersionsperioden zum Einsatz.

Da prinzipiell Messungen nicht in der Faser, sondern nur an ihrem Anfang und Ende möglich sind, ist es weiterhin zweckmäßig, die experimentellen Daten numerischen Simulationen gegenüberzustellen. Gerade die Gegenüberstellung erleichtert eine Interpretation der Messungen im Hinblick auf die Dynamik der Impulse.

Eines der wesentlichen Ergebnisse in Kapitel 4 war, dass sich die Dynamik der Impulse bei Abweichung von der stationären Impulsform in oszillierenden Impulsparametern äußert. Zur Messung dieser oszillierenden Parameter stehen die in Abschnitt 5.6 beschriebenen Verfahren zur Verfügung. Während bei Einzelimpulsen eine Messung der spektralen Breiten oder zeitlichen Autokorrelationen bereits einen aussagekräftigen Vergleich mit den Simulationsrechnungen zulässt, so ist die Situation im Falle von Doppelimpulsen komplexer. Hier ist nicht nur die Impulsform von Interesse, sondern auch die Phaseninformation. Die Bindung der Impulse im Molekül reagiert einerseits empfindlich auf deren relative Phase, andererseits kann aus dem Phasenanstieg im Zeitbereich die momentane Mittenfrequenz der beiden beteiligten Impulse und damit ihre Relativgeschwindigkeit berechnet werden. Das ermöglicht eine Vorhersage über den weiteren Verlauf der Ausbreitung in einer fiktiven längeren Faserstrecke.

Zunächst wird in Abschnitt 6.1 die Messung der Dynamik des einzelnen DM-Solitons vorgestellt. Weiterhin wird auf den Vergleich mit Simulationsrechnungen eingegangen. In Abschnitt 6.2 wird die Bildung des Solitonenmoleküls experimentell untersucht und anhand der experimentellen Daten auf das Verhalten im Verlaufe der Ausbreitung geschlossen. Es zeigt sich dabei, dass die Charakterisierung anhand bestimmter Impulsparameter Impulse und Impulsstrukturen trotz der im Experiment auftretenden Störeffekte weiterhin die wesentlichen Eigenschaften aufweisen, die bei idealisierter Ausbreitung gefunden wurden.

6.1 EXPERIMENTE ZUM DM-SOLITON

Das Schwingungsverhalten, insbesondere die Schwingungsperiode der DM-Solitonen, ist bei festen Faserparametern eine Funktion der Impulsenergie (vergl. Kapitel 4). Insbesondere verläuft die Phasenentwicklung im Impuls mit zunehmender Energie schneller. Darüberhinaus treten bei bestimmten Energieschwellen neue Ortsfrequenzen hinzu. Im Experiment wird vor allem die Ortsfrequenzkomponente mit der größten Amplitude sichtbar werden. Dieser Anteil wurde in Kapitel 4 als Schwebungssignal zwischen dem ersten und dem zweiten Solitonenast bei symmetrischer Anregung identifiziert.

Bei Glasfaserstrecken, in denen bei der Ausbreitung zusätzlich zur GVD und Kerr-Nichtlinearität weitere Effekte wie Dispersion höherer Ordnung, Dämpfung und Raman-Effekt auftreten, kann die bisherige Betrachtung aus Kapitel 4 nur qualitativ übernommen werden. Des Weiteren bestehen in solchen realen Systemen auch mitunter starke Abweichungen von der idealen Impulsform des stationären DM-Solitons. Es ist also stets eine Anregung der langsamen Oszillationen zu erwarten, entweder infolge der zusätzlichen Effekte während der Impulsausbreitung, oder aufgrund der Abweichung von der idealen Impulsform. Das experimentelle Ziel besteht deshalb in folgenden Punkten:

- Nachweis der Existenz der langsamen Oszillationen, genauer des dominanten Anteils des Ortsfrequenzspektrums,
- Messung der Periodendauer der langsamen Oszillationen als Funktion der Impulsenergie.

6.1.1 Messung der langsamen Oszillationen

Um die langsamen Oszillationen während der Ausbreitung durch die Faser indirekt am Faserende nach 10 Dispersionsperioden zu erfassen, werden dort die Veränderungen im Leistungsspektrum als Funktion der Impulsenergie aufgenommen.

Der Versuchsaufbau zur Messung der langsamen Oszillationen ist in Abbildung 42 skizziert. Die Impulse des Ti:Sa-OPO-Systems mit einer Mittenwellenlänge von $\lambda_0 = 1550$ nm und einer einstellbaren Impulsenergie bis ca. 30 pJ werden am sogenannten chirpfreien Punkt¹ (vergl. Abbildung 1, Seite 14) in die dispersionsmodulierte Glasfaserstrecke eingekoppelt. Für verschiedene Impulsenergien wird dann jeweils das Spektrum nach Durchlaufen der Faser, ebenfalls an einem chirpfreien Punkt, mit Hilfe eines optischen Spektrumanalysators vom Typ Anritsu MS9710B [113] aufgezeichnet.

DM-Soliton unter realen Bedingungen

¹ Die Bedeutung der chirpfreien Punkte folgt aus der idealisierten Situation mit stationären DM-Solitonen; nur dann ist die Impulsform an einem solchen Punkt auch tatsächlich chirpfrei.



Abbildung 42: Schematische Darstellung des Experiments zum Nachweis der langsamen Oszillationen. Zum Einsatz kommt die Faserstrecke wie in Kapitel
 5 beschrieben bestehend aus 10 Dispersionsperioden. Die Faserstrecke beginnt und endet mit je einem Halbsegment anomal dispersiver Faser.

6.1.2 Messergebnisse und Vergleich mit Simulationen

Das nach Durchlaufen der Faser gemessene Spektrum bei einer Eingangsenergie von $E_{ein} \approx 16 \text{ pJ}$ ist in Abbildung 43 gezeigt. Zum Vergleich ist auch das simulierte Spektrum angegeben. Im Rahmen der bekannten Unsicherheiten wur-



Abbildung 43: Gemessenes Spektrum eines DM-Solitons nach Durchlaufen der Faserstrecke mit 10 Dispersionsperioden (Punkte). Zum Vergleich ist die entsprechende Simulation bei $E_{ein} \approx 16 \text{ pJ}$ gezeigt. Eine detaillierte Übereinstimmung ist gegeben. Die für die Simulation verwendeten Werte können Tabelle 5 entnommen werden.

den die Simulationsparameter aus Abschnitt 5.1 angepasst; die nun verwendeten Werte sind in Tabelle 5 angegeben. Hiermit ergibt sich offensichtlich eine detaillierte Übereinstimmung von Messung und Simulation.

Bei kontinuierlicher Erhöhung der Impulsenergie am Eingang beobachtet man nun am Ende der Faserstrecke eine periodische Veränderung der Breite der gemessenen Spektren. Diese periodische Veränderung gibt indirekt die langsame Oszillationsperiode während der Ausbreitung wieder. In Abbildung 44 sind die gemessenen Spektren (a) zusammen mit Simulationsrechnungen (b) gezeigt. Variation der Eingangsenergie

Tabelle 5: In der Simulation verwendete Glasfaser- und Impulsparameter. Durch sie istdie experimentelle Situation gut wiedergegeben.

$\beta_2^- = -5,75 \text{ps}^2/\text{km}$	$\beta_2^{a\nu g} = -1.1 \text{ps}^2/\text{km}$	$\gamma = 1,50 \cdot 10^{-3} \ 1/(Wm)$
$\beta_2^+=$ 3,9 ps²/km	$T_{\rm R}=4.0{\rm fs}$	$\alpha = 0,078 dB/Spleiß$
$\beta_3^- = 0.07 \text{ps}^3/\text{km}$	$L^{-} = 24,0 \mathrm{m}$	$\tau = 255 \text{fs}$ (Gaußimpuls)
$\beta_3^+ = 0,065 ps^3/km$	$L^+ = 22,0 \mathrm{m}$	C = -0,30 (Chirp)
a) Messung	b) Sim	ulation



Abbildung 44: Spektren nach Ausbreitung durch die 10 Dispersionsperioden bei Variation der Eingangsenergie E_{ein}. a) Messung, b) Simulation. Die spektrale Leistungsdichte P̃ wurde auf das jeweilige Maximum normiert.

Mit den gleichen Simulationsparametern, die auch für Abbildung 43 verwendet wurden, findet man auch hier, sogar über einen ausgedehnten Energiebereich, eine detaillierte Übereinstimmung in charakteristischen Merkmalen: Es wird in der Simulation sowohl die oszillierende Struktur in den Flanken des Spektrums wiedergegeben als auch die Asymmetrie der einzelnen Spektren bei bestimmten Energiewerten. Die Einschnürungen und Verbreiterungen befinden sich in Messung und Simulation an ähnlichen Stellen. Des Weiteren stimmt auch die leichte Verschiebung der Spektren hin zu größeren Wellenlängen infolge des Ramaneffektes überein. Allerdings sind Leistung und Wellenlänge der vom Lasersystem erzeugten Impulse nicht völlig konstant; dies äußert sich in a) in leichten Fluktuationen der Mittenwellenlängen nach Durchlaufen der Faserstrecke.

Reduzieren der Messdaten auf den FWHE-Parameter Für einen umfassenderen Vergleich mit der Simulation wird an dieser Stelle der Parameter FWHE (engl. *full width at half energy*) verwendet. Er gibt die zeitliche oder spektrale Breite des Intervalls an, welches sich von ¹/4 bis ³/4 der Impulsenergie erstreckt. Diese integrale Breitendefinition ist weitgehend unempfindlich gegenüber der modulierten Struktur in den Flanken, die durch Effekte höherer Ordnung und Abstrahlung dispersiver Wellen hervorgerufen wird. Ein Vergleich zwischen gemessenen und berechneten spektralen FWHE-Breiten $\Delta \omega$ nach Durchlaufen der 10 Dispersionsperioden als Funktion der Energie ist in Abbildung 45 gezeigt.



Abbildung 45: Spektrale FWHE-Breiten $\Delta \omega$ nach Durchlaufen der 10 Dispersionsperioden. Die Messwerte wurden aus zwei aufeinanderfolgenden Messungen gemittelt; die Simulation entspricht Abbildung 44 b) ⁽²⁾.

Im Bereich geringer Energien zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung. Bei höheren Energien kommt es aber schließlich doch zu einer deutlichen Abweichung. Dies deutet darauf hin, dass im Experiment weitere Effekte wirksam sind, die bisher in der Simulation nicht berücksichtigt wurden.

Das vollständige Bild über die Oszillationen, wie sie im Experiment auftreten, erhält man aus der Gegenüberstellung mit numerischen Simulationen. Die Daten im Zeitbereich und im Spektralbereich sind in Abbildung 46 gezeigt.

In dieser Simulation kann die Entwicklung der Impulse im Zeitbereich und im Spektralbereich als Funktion des Ortes über 20 Dispersionsperioden verfolgt werden. Die experimentell zugängliche Information nach 10 Dispersionsperioden ist in dieser Abbildung durch die Linie ⁽²⁾ gekennzeichnet (vergl. Abbildung 45). Verfolgt man hingegen, wie jeweils in (ii) dargestellt, bei fester Energie die Entwicklung der Impulsparameter entlang der Linie ⁽²⁾, so stellt man eine Abnahme der Frequenz der langsamen Oszillationen fest. Dieser Effekt wird durch die Verluste an den Faserspleißen verursacht, welche die Impulsenergie schrittweise absenken. Diese Beobachtung ist konsistent mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen aus Abschnitt 4.2.3: bei geringer Energie waren auch dort die Ortsfrequenzen kleiner.

Trotz der Effekte höherer Ordnung, wie sie in diesem Experiment vorhanden sind, zeigt sich sehr gut das charakteristische Bild für die langsamen Oszillationen, deren Periode mit steigender Energie sowohl im Zeit- als auch im Spektralbereich kürzer wird. Eine stationäre Ausbreitung ist hier für keine der Simulationen gegeben, da bei jeder Impulsenergie eine gestörte Ausbreitung vorliegt. Die Abweichung von der stationären Impulsform ist dabei relativ groß. Diese Situation wurde auch in Abschnitt 4.2.4 anhand numerischer Simulationen diskutiert: Langsame Oszillationen mit großer Amplitude waren dort – allerdings bei Abwesenheit von Fasereffekten höherer Ordnung – über mehrere Hundert Dispersionsperioden stabil. vollständiges Bild der Ausbreitung



Abbildung 46: Simulation der Impulsausbreitung bei Energievariation als Funktion des Ortes in der Faser. a) Die Situation im Zeitbereich, b) im Spektralbereich. Die Werte entlang ① sind jeweils in (ii) wiederholt. Die Linien ② im Zeitbereich und im Spektrum entsprechen dem im Experiment zugänglichen Bereich nach 10 Dispersionsperioden; insbesondere gibt die Linie ② in b) die in Abbildung 45 gezeigte Simulation wieder.

6.2 EXPERIMENTE ZUM SOLITONENMOLEKÜL

Die im im Rahmen dieser Arbeit entworfene Faserstrecke erlaubt nicht nur eine gezielte Untersuchung der Eigenschaften des einzelnen DM-Solitons, sondern auch eine eingehendere Charakterisierung des Solitonenmoleküls. Es kann nicht wie bisher [11, 114] nur das anfängliche Verhalten, wie z.B. eine Reduzierung der Abstoßung der gegenphasigen Einzelimpulse studiert werden, sondern auch das Verhalten über längere Strecken. Die Ausbreitungslänge muss dabei immer in Relation zur charakteristischen Oszillationsperiode des Moleküls gesehen werden. Beim Einzelsoliton war die Relation zur langsamen Oszillationsperiode herzustellen; dort traten etwa zweieinhalb Perioden der Schwingung in der experimentell realisierten Ausbreitungsstrecke von 10 Dispersionsperioden auf. Die Oszillationsperiode ist im gegenphasigen Molekül im Vergleich dazu langsamer, wie auch Abbildungen 39 a) und b) (Seite 75) zeigen. Wie aus Abbildung 37 (Seite 72) hervorgeht, ist die Länge der vorhandenen DM-Faserstrecke etwas größer als die Periode einer Schwingung im Solitonenmolekül; eine experimentelle Beobachtung der charakteristischen Moleküleigenschaften sollte damit realisierbar sein.

Einordnung, charakteristische Oszillationsperioden

6.2.1 Parameter des Experimentes

Wie in Abschnitt 2.7.1 erläutert, sind DM-Solitonen in einer bestimmten DM-Faser als Funktion der Energie eindeutig festgelegt. Je nach Energie ergibt sich eine andere Impulsform und damit auch eine andere Impulsdauer. Die Impulsdauer hängt streng monoton von der Energie ab, deshalb ist auch sie eindeutig festgelegt. Für eine Messung des Wechselwirkungsverhaltens und der Bindung zum Molekül ist es daher günstig, die dafür erforderlichen Einzelimpulse gemäß dieses Zusammenhanges festzulegen. Die Impulsdauer ist im Experiment vorgegeben, daraus resultiert eine bestimmte Energie der stationären DM-Solitonen. Bei den Faserwerten, wie sie bei der jetzt verwendeten Mittenwellenlänge von $\lambda_0 \approx 1540$ nm herrschen, gehört zu der geforderten Halbwertsbreite von $\tau = 250$ fs eine Energie der stationären DM-Solitonenlösung von etwa 14 pJ.

Auch hier kann eine Messung der Impulsform nur am Ende der Faserstrecke erfolgen. Das Verhalten während der Ausbreitung kann wieder anhand der Gegenüberstellung mit numerischen Simulationen beurteilt werden. Dazu ist es hilfreich, die numerischen Simulationen auch abseits des Gleichgewichtsabstandes des Moleküls bzw. bei verschiedenen Energien durchzuführen und den Messergebnissen gegenüberzustellen. Eine Abweichung vom Gleichgewichtszustand kann beispielsweise durch eine Absenkung oder Erhöhung der Energie erfolgen. Dies wäre jedoch gleichzusetzen mit einer Abweichung von der stationären Impulsform der Einzelsolitonen; eine Anregung der langsamen Oszillationen in den beiden DM-Solitonen wäre die Folge. Daher wurde stattdessen der Eingangsabstand der gegenphasigen Einzelimpulse variiert. Die Einzelimpulse stellen dabei jeweils unter den gegebenen Bedingungen die optimale Impulsform dar.

Die erforderlichen Doppelimpulse wurden aus den Einzelimpulsen des OPO-Systems mit Hilfe eines Michelson-Interferometers erzeugt. Durch die Verstellung der Armlänge ist sowohl eine Anpassung des Abstandes als auch eine Justage der relativen Phase möglich. Dazu sind sowohl eine Mikrometerschraube als auch ein piezoelektrischer Aktor vorgesehen. Die eingestellte relative Phase kann mit Hilfe der Modulationen im Spektrum des erzeugten Doppelimpulses kontrolliert werden. Ist $\Delta \phi = \pi \operatorname{rad}$, so hat das Spektrum bei ω_0 eine Nullstelle, bei $\Delta \phi = 0$ rad beobachtet man dort ein Maximum.

Die gezeigten Autokorrelationen wurden aus den SHG-FROG-Spektrogrammen durch Aufsummieren entlang der spektralen Achse berechnet. Auf eine weitergehende Auswertung der FROG-Spektrogramme wurde an dieser Stelle verzichtet. Der aufgebaute SHG-FROG hat zusammen mit der Möglichkeit langer Belichtungszeiten von mehreren Sekunden auf der CCD-Kamera eine ausreichende Empfindlichkeit und wurde daher anstelle eines kommerziellen Autokorrelators verwendet. Dieser Weg erfordert die zeitliche (und spektrale) Kalibrierung des FROG-Spektrogramms. Details zur Kalibrierung sind in [115] beschrieben.

Messprinzip

Erzeugung der Doppelimpulse

Messung der Autokorrelation

6.2.2 Messergebnisse und Vergleich mit Simulationen

Die Experimente zur Charakterisierung der Moleküle erfolgten bei einer Mittenwellenlänge von $\lambda_0 \approx 1540$ nm. Zur Untersuchung des Wechselwirkungsverhaltens werden dazu gegenphasige Impulse mit bestimmtem Eingangsabstand σ_{in} in die Faserstrecke eingekoppelt. Die Messungen werden für unterschiedliche Eingangsabstände wiederholt. In Relation zur Einzelimpulsdauer τ wird dabei ein Bereich von $\sigma_{in} \approx \tau$ bis $\sigma_{in} \approx 6 \tau$ überstrichen. Nach Ausbreitung der gegenphasigen Doppelimpulse durch die Faserstrecke wird für jeden Eingangsabstand das FROG-Spektrogramm aufgezeichnet, um daraus die Autokorrelation zu berechnen. Die Gesamtenergie der Doppelimpulse beträgt etwa 28 pJ. Die bei kleinen Eingangsabständen auftretende interferenzbedingte Energieabsenkung wurde hier nicht kompensiert.

Messergebnisse, Simulationen In Abbildung 47 a) sind nun die auf diese Weise experimentell ermittelten Autokorrelationen zusammengestellt. b) zeigt zum Vergleich die aus numerischen Simulationen berechneten Autokorrelationen. τ_{AC} ist die Verzögerung in der Autokorrelation (siehe Gleichung (5.1)). Aus den Autokorrelationen kann jeweils der Abstand σ_{out} der Impulse nach Durchlaufen der Faserstrecke abgelesen werden. Dieser entspricht dem Abstand von der Mitte zu einem der Nebenmaxima. Für die Simulationsrechnungen wurden hier die Werte aus Tabelle 6 verwendet.

Tabelle 6: In der Simulation verwendete Glasfaser- und Impulsparameter. Durch sie istdie experimentelle Situation gut wiedergegeben.

$\beta_2^- = -5,15 ps^2/km$	$\beta_2^{a\nu g} = -0.65 \mathrm{ps^2/km}$	$\gamma = 1,88 \cdot 10^{-3} \ 1/(Wm)$
$\beta_2^+=4,\!26ps^2/km$	$T_{\rm R} = 4,0 {\rm fs}$	$\alpha = 0,078 dB/Spleiß$
$\beta_3^- = 0,078 ps^3/km$	$L^{-} = 24,0 \mathrm{m}$	$\lambda_0 = 1540\text{nm}$
$\beta_3^+ = 0,\!059ps^3/km$	$L^+ = 22,0 \mathrm{m}$	

Unterscheidung: drei Bereiche der Wechselwirkung Es zeigt sich hier eine gute Übereinstimmung der numerischen Simulationen mit den experimentellen Daten. Es können dabei drei Bereiche der Wechselwirkung unterschieden werden.

- 1. GROSSE EINGANGSABSTÄNDE: Bei großen Eingangsabständen erfolgt nur eine geringe gegenseitige Beeinflussung der Impulse. Dies wird sowohl im Experiment als auch in der Simulation beobachtet. Ein entsprechender Vergleich ist in Abbildung 47 c) gezeigt. Die Werte aus Simulation und Messung liegen in der Nähe, genauer gesagt leicht unterhalb der dort eingezeichneten gestrichelten Linie $\sigma_{out} = \sigma_{in}$. Hier ist bereits ein Unterschied zur Wechselwirkung in einer homogenen Faser zu verzeichnen: Während sich gegenphasige Solitonen dort gegenseitig abstoßen (vergl. Abschnitt 2.5.2, [30]), kommt es hier zu einer (leichten) Anziehung.
- II. MITTLERE EINGANGSABSTÄNDE: Mit kleiner werdendem Eingangsabstand schließt sich ein Bereich starker Wechselwirkung an, der auch den Fall des Solitonenmoleküls bei $\sigma_{in} \approx 0.45 \text{ ps}$ (Simulation) enthält. Auch hier ist die Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment in den wesentlichen Punkten gegeben. Fluktuationen der Eingangsparameter wie



Abbildung 47: a) Gemessene Autokorrelationen von gegenphasigen Doppelimpulsen mit unterschiedlichem Eingangsabstand σ_{in}, nach Durchlaufen der Faserstrecke [99]. b) aus Simulationen berechnete Autokorrelationen, c) Vergleich der abgelesenen Impulsabstände aus a) und b). Die Impulsausbreitung an den markierten Stellen ist in Abbildung 48 gezeigt.

Energie oder relative Phase während der Messzeit von einigen Sekunden führen hier jedoch zu einem etwas strukturierteren Verlauf als in der Simulation. Auch wird der Impulsabstand nach Durchlaufen der Faser in der Simulation etwas größer wiedergegeben als im Experiment.

III. KLEINE EINGANGSABSTÄNDE: Der dritte Bereich bei sehr kleinen Eingangsabständen zeigt sowohl im Experiment als auch in der Simulation, dass sich die Impulse nach Durchlaufen der Faserstrecke schließlich deutlich voneinander entfernt haben. Aufgrund der durch destruktive Interferenz abgesenkten Energie wird die Schwelle zur Molekülbildung (vergl. Abschnitt 4.6.3) unterschritten. Da die Impulse in Gegenphase sind, überwiegt schließlich, wie in einer homogenen Faser auch, deren repulsive Wechselwirkung. Für ausgewählte Eingangsabstände (1) bis (5) erfolgt nun in Abschnitt 6.2.3 eine ausführlichere Diskussion der Wechselwirkung anhand der simulierten Ausbreitung.

6.2.3 Typische Bereiche der Wechselwirkung

Im Vergleich mit den Messergebnissen zeigt die Simulation in Abbildung 47 eine gute Reproduktion der verschiedenen Bereiche der Wechselwirkung von DM-Solitonen, die auch bereits in Zusammenhang mit Abbildung 37 (Seite 72) diskutiert wurden.

Zur genaueren Erläuterung des Wechselwirkungsverhaltens sind für fünf verschiedene Eingangsabstände (~> Markierungen in Abbildung 47) die (simulierten) Impulsformen im Verlauf der Ausbreitung über die doppelte experimentell verfügbare Länge in Abbildung 48 gezeigt.



Abbildung 48: Simulierte Ausbreitung der Doppelimpulsstruktur für verschiedene Eingangsabstände. Die Länge der Faserstrecke beträgt hier 20 Dispersionsperioden, sie ist also doppelt so lang wie im Experiment. Die Autokorrelationen für Abbildung 47 b) entsprechen der Situation bei z =10 L_{Map}.

Die zuvor gezeigten Autokorrelationen entsprechen der Situation bei $z = 10 L_{Map}$. Der Fall ^② stellt dabei die in Abschnitt 5.2.2 numerisch vorhergesagte stabile Ausbreitung des Solitonenmoleküls dar. Es werden wieder folgende Bereiche der Wechselwirkung, beginnend bei großen Eingangsabständen, unterschieden:

- **I. GERINGE WECHSELWIRKUNG:** Bei großen Eingangsabständen (⁵) ist auf kurzen Strecken keine signifikante Anziehung zu erkennen und die Ausbreitung erfolgt nahezu wechselwirkungsfrei. In Abbildung 47 c) liegen daher für diesen Fall die Werte in der Nähe der Diagonalen.
- **II. STARKE WECHSELWIRKUNG UND MOLEKÜLBILDUNG**: Liegt der Eingangsabstand darunter, so kommt es zu einer anfänglichen Anziehung der Impulse, bis sie schließlich kollidieren und sich wieder voneinander entfernen (③ und ④). Bei $\sigma_{in} \approx 0.45$ ps wird der stabile Gleichgewichtsabstand des Moleküls erreicht (vergl. Abschnitt 2.7.4). In einem gewissen Bereich kann hier der Eingangsabstand variiert werden, ohne dass das Molekül zerfällt.

III. ABSTOSSUNC: Bei kleinen Eingangsabständen kommt es zu einer interferenzbedingten Absenkung der Energie im Doppelimpuls bis unter die Schwelle, die zur Bildung des Moleküls notwendig ist (vergl. Abschnitt 4.6). Wie Abbildung 48 ^① zeigt, haben die einzelnen Impulse jeweils noch Solitonencharakter, entfernen sich aber aufgrund der repulsiven Wechselwirkung voneinander (vergl. Abschnitt 2.5.2). Dieser Effekt könnte durch ein manuelles Angleichen der Energie unterdrückt werden. Die Verluste an den Faserspleißen führen im weiteren Verlauf der Ausbreitung zu einer Absenkung der Solitonenleistung.

Weiter ist zu erkennen, dass der Raman-Effekt zu einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung des Impulspaketes führt. Aufgrund der Dämpfung verlieren die Impulse Energie. Es erfolgt eine adiabatische Anpassung der Impulsformen. Die Einzelimpulse in z.B. ① haben daher am Ausgang eine größere Dauer als am Eingang. Analog gilt dies für den Bindungsabstand im Molekül; dieser ist in ② geringfügig größer als zu Beginn.

6.2.4 Messung mit VAMPIRE

Nach Durchlaufen der Faserstrecke wurde der Doppelimpuls für eine Situation, die sehr gut der Molekülausbreitung in Abbildung 48 ⁽²⁾ entspricht, mit Hilfe des VAMPIRE-Verfahrens phasensensitiv charakterisiert [110]. Aus der Rekonstruktion des gemessenen VAMPIRE-Spektrogramms gehen sowohl die Leistung als auch die Phase hervor; beide sind in Abbildung 49 gezeigt.



Abbildung 49: Mit dem VAMPIRE-Verfahren rekonstruiertes Solitonenmolekül nach Durchlaufen der Faserstrecke von 10 Dispersionsperioden. Das Molekül ist in seinem mitbewegten System, zentriert um T = 0, gezeigt.

Beide Teilimpulse haben, wie für die Molekülausbreitung im Gleichgewichtsabstand erwartet, eine annähernd konstante Phase und sind daher im mitbewegten System in Ruhe. Das Solitonenmolekül würde sich also auch in einer längeren Faserstrecke stabil, also mit näherungsweise konstantem Impulsabstand ausbreiten können. Der zu Beginn der Ausbreitung eingestellte Phasensprung von π rad ist auch nach Durchlaufen der Faserstrecke vorhanden. Der Abstand der Einzelimpulse am Ausgang liegt mit $\sigma_{out} \approx 0,54$ ps nur geringfügig oberhalb des Eingangsabstandes. Sowohl Ramaneffekt als auch Dispersion dritter Ordnung führen zu einer Asymmetrie während der Ausbreitung. Es kommt weiterhin zu einer deutlichen Abstrahlung von Energie aus dem DM-Soliton, was am strukturierten Sockel zu erkennen ist. Trotz dieser Effekte bleiben die wesentlichen Merkmale des Solitonenmoleküls über mindestens 10 Dispersionsperioden erhalten.

6.2.5 Das Solitonenmolekül in der Datenübertragung

Die Anwendung des Solitonenmoleküls (oder gleichphasiger Bisolitonen) in der Datenübertragung durch optische Glasfasern wurde vielfach in der Literatur diskutiert [10, 11, 45]. Das Interesse beruht auf den selbststabilisierenden Eigenschaften, wie sie auch vom DM-Soliton bekannt sind. Es könnte damit, neben dem DM-Soliton, als zusätzliches Informationsbit zum Einsatz kommen.

Bei der Ausnutzung eines Kanals in der Datenübertragung durch Glasfasern kommt es darauf an, mit möglichst hoher Taktfrequenz zu arbeiten. Für die einzelnen Bits, repräsentiert durch DM-Solitonen, wird aber bisher ein gewisser Mindestabstand nicht unterschritten, um eine gegenseitige Beeinflussung zu vermeiden.

Wie die hier durchgeführten Experimente – auch unterstützt durch numerische Simulationen - verdeutlichen, findet bei einem Impulsabstand von mehr als dem sechsfachen der Impulsdauer bei einer Ausbreitung über 10 Dispersionsperioden kaum eine Wechselwirkung zwischen den DM-Solitonen statt. Wird dieser Abstand unterschritten, treten Wechselwirkungen auf, bis jedoch bei etwas unterhalb der zweifachen Impulsdauer eine gegenseitige Stabilisierung der Impulse stattfindet. Es kommt zur Bildung des Solitonenmoleküls, für das ein bestimmter Gleichgewichtsabstand ausgezeichnet ist. Zu Beginn der Ausbreitung auftretende (geringe) Abweichungen von der Gleichgewichtslage führen zu einer Schwingung; es handelt sich also um ein stabiles Gleichgewicht. Dessen Existenz folgt auch aus der störungstheoretischen Betrachtung des Moleküls, siehe Abschnitt 2.7.4 sowie [2]. Es konnte hier im Experiment gezeigt werden, dass das Solitonenmolekül auch unter dem Einfluss von Störeffekten, die hier aufgrund der geringeren Impulsdauer stärker sind als in realen Übertragungsstrecken, seine wesentlichen Eigenschaften über mehrere Dispersionsperioden beibehält.

7 ZUSAMMENFASSUNG

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der Ausbreitung von Lichtimpulsen und Impulsstrukturen in Glasfasern mit alternierender Dispersion, sogenannten DM-Fasern (von engl. *Dispersion Management*, DM). Ein zentrales Thema war dabei die Dynamik bei der Ausbreitung von nichtstationären, d. h. leicht gestörten DM-Solitonen und Solitonenmolekülen. Die vorgestellten Ergebnisse gehen zunächst aus einer systematischen Charakterisierung mit Hilfe numerischer Methoden hervor. Dann wurden die Simulationsrechnungen mit Messungen an einem entsprechenden Experiment gegenübergestellt und geprüft. Die dabei erzielte Übereinstimmung ist sehr gut.

Das Auftreten von langsamen Oszillationen bei Störungen der stationären Lösung ist in der Literatur vielfach mit Hilfe von mathematischen Näherungsmethoden beschrieben worden. Ein tiefergehendes physikalisches Verständnis dieses Phänomens war bisher nicht gegeben, ist aber aus verschiedenen Gründen interessant. Zum einen interessieren die Auswirkungen der Störungen bei der Anwendung in der Datenübertragung. Zum anderen handelt es sich hier um ein Beispiel eines nichtintegrablen nichtlinearen Systems, wie es vielfach in der Physik anzutreffen ist, so dass viele Ergebnisse auch von allgemeinerem Interesse sein können. Diese Arbeit liefert mit Hilfe experimenteller Untersuchungen und unter Anwendung numerischer Verfahren (Split-Step-Fourier-Methode, soliton-radiation beat analysis, Mittelungsalgorithmus zum Auffinden stationärer Lösungen) einen Beitrag zum fundamentalen Verständnis der Lichtimpulse in einem solchen nichtintegrablen nichtlinearen System.

Für die numerischen Untersuchungen wurde ein Computerprogramm in C entwickelt, welches die Berechnung vielfältiger Faserkonfigurationen unter Berücksichtigung nichtlinearer, dispersiver und dissipativer Effekte ermöglicht. Da das aufgebaute Experiment eine skalierte Version einer realen Datenübertragungsstrecke darstellt, mussten in der Numerik die relevanten Effekte durch entsprechende Terme berücksichtigt werden. Es wurden effiziente Algorithmen zur Lösung der erweiterten nichtlinearen Schrödingergleichung implementiert, die eine schnelle Berechnung der Impulsausbreitung mit geringem globalen Fehler ermöglichen.

Für die experimentellen Untersuchungen wurde auf der Grundlage kommerziell erhältlicher Einmoden-Glasfasern mit Hilfe numerischer Simulationen eine Faserstrecke mit alternierender Dispersion, bestehend aus 10 Dispersionsperioden, entworfen. Diese DM-Faser sollte zum einen eine eingehendere Untersuchung der Eigenschaften von Solitonenmolekülen ermöglichen, als dies in [1, 11] aufgrund der dort begrenzten Länge möglich war. In dieser längeren DM-Faserstrecke konnte also erstmals nicht nur die Anfangsphase der Molekülbildung beobachtet werden, sondern gezielt auch die Untersuchung der Bindung im Molekül bei Abweichungen vom Gleichgewichtszustand experimentell erfolgen. Zum anderen weisen nicht nur Solitonenmoleküle, sondern bereits einzelne DM-Solitonen bemerkenswerte Eigenschaften auf. Untersuchungen zu den langsamen Oszillatonen von DM-Solitonen wurden in der Literatur zum gegenwärtigen Zeitpunkt nur auf theoretischer oder numerischer Basis vorgenommen; ein Experiment existierte dazu bisher nicht. Deswegen stand ein erster experimenteller Nachweis der langsamen Oszillationen von DM-Solitonen und deren Charakterisierung unter realen Bedingungen im Vordergrund.

Beim Entwurf der Faserstrecke war zu berücksichtigen, dass ein Parameterbereich zu wählen war, der trotz der auftretenden Störeffekte und der von der stationären Lösung abweichenden Impulsform eine Anregung von DM-Solitonen und Molekülen ermöglicht. Um die Solitonendynamik nicht durch eine zusätzliche Dynamik aufgrund von Verstärkung zu überdecken, wurde eine passive Faserstrecke aufgebaut. Daher wurde besonderer Wert darauf gelegt, Spleiße zwischen den unterschiedlichen Fasersorten mit geringer Dämpfung anzufertigen. Dies wurde bei der Auswahl der Faserpaare durch ähnliche Modenfelddurchmesser berücksichtigt. In dieser Form stellt das Experiment auch eine Abschätzung dar, welche Impulsdauern für eine Datenübertragung noch in Frage kommen.

Bei der Messung der Impulsform war folgendes zu berücksichtigen: Aufgrund der Skalierung der DM-Faserstrecke zu Impulsdauern von unterhalb einer Pikosekunde haben die DM-Solitonen nur eine geringe Energie im pJ-Bereich. Eine direkte Messung der Impulsform mit elektronischen Methoden scheidet aufgrund der geringen Impulsdauern aus. Daher wurde eine Charakterisierung der Impulsform nach Durchlaufen der Faser zunächst anhand des Leistungspektrums vorgenommen, wie es mit einem optischen Spektrometer gemessen werden kann. Eine vollständige Charakterisierung in Amplitude und Phase erfolgte dann für ausgewählte Fälle mit Hilfe der Messverfahren FROG und VAMPIRE.

Im Ergebnis konnte das Verhalten der DM-Solitonen und Bisolitonen bei verschiedenen Parametern charakterisiert werden. Es konnte ein inhärenter Mehrsolitonencharakter von DM-Solitonen aufgedeckt werden, der zur Erklärung der Schwingungsfähigkeit der DM-Solitonen herangezogen werden kann. Diese Interpretation der Dynamik von DM-Solitonen unter Benutzung der berechneten Ortsfrequenzspektren liefert ein vollständigeres Bild, als es mit Störungstheorie oder Variationsansätzen möglich ist. Die DM-Solitonendynamik kann somit auf bekannte Phänomene, wie sie in homogenen Fasern in Form von Solitonen höherer Ordnung auftreten, zurückgeführt werden. Für die Bildung der Solitonenmoleküle konnte eine energetische Grenze identifiziert werden, die etwa mit dem Einsetzen des Mehrsolitonencharakters im DM-Soliton zusammenfällt.

Es wurde weiterhin eine Skalierung aufgezeigt, bei der das Ortsfrequenzspektrum als Funktion der normierten Energie und der normierten Ortsfrequenz im untersuchten Bereich universell ist. Die vorgestellte Skalierung vermeidet Parameter, die nicht immer von vornherein bekannt sein können. Beispielsweise geht in die häufig verwendetete Größe zur Klassifizierung von DM-Systemen (Mapstärke S) die Impulsdauer des DM-Solitons ein. Doch dies berücksichtigt erstens nicht die Form des Impulses, setzt zweitens voraus, dass eine stationäre Lösung existiert, und berücksichtigt drittens auch nicht Abweichungen von der stationären Lösung, wie sie in realen Systemen auftreten.

Ausgehend von den hier vorgestellten Ergebnissen kann ein weiteres Vorgehen wie folgt aussehen: Im numerischen Verfahren wurde in dieser Arbeit zunächst nur die Lage der Fourierkomponenten im Ortsfrequenzspektrum zur Charakterisierung herangezogen. Weitere Informationen über das System können aus der Phase und der Amplitude der Fourierkomponenten gewonnen werden. Dazu ist zunächst jedoch ein genaueres Verständnis dieser Parameter im integrablen System nötig, um eine Interpretation vorzunehmen. Des Weiteren ist sowohl aus experimenteller als auch numerischer Sicht eine Untersuchung der Kollision von Solitonenmolekülen sowohl untereinander, als auch zwischen Molekül und DM-Soliton von Interesse.

Gerade diese Effekte müssen bei einer eventuellen Anwendung in WDM-Systemen, also Faserstrecken mit mehreren, gleichzeitig benutzten Wellenlängenkanälen, gut verstanden sein. Inwiefern dann tatsächlich mittelfristig unter Ausnutzung der hier charakterisierten Eigenschaften von DM-Solitonen und Bisolitonen eine Steigerung der Bandbreite bestehender Glasfaserstrecken erfolgen kann, muss sich zeigen. Auf langfristige Sicht ist eine gezielte Optimierung der Faserstrecken im Hinblick auf eine verstärkte Ausprägung der Bindungszustände denkbar. Schlüssige Konzepte erfordern dafür sowohl ein detailliertes Verständnis der weiteren Bindungszustände als auch eine Untersuchung des Wechselwirkungsverhaltens. Ein Beitrag dazu wurde in dieser Arbeit geleistet.

A DEFINITIONEN UND ABKÜRZUNGEN

A.1 FOURIERTRANSFORMATION

Die Fouriertransformation (FT) verknüpft die Darstellung der komplexwertigen Felder im Zeitbereich mit der Darstellung im Frequenzbereich. Sie ist ein zentrales Werkzeug bei der Berechnung der Impulsausbreitung, sowohl in analytischen Fällen als auch in diskretisierter Form bei der Split-Step-Fourier-Methode (SSFM, Abschnitt 3.1).

Die in Kapitel 2 und Kapitel 3 verwendete Fouriertransformation ist ([13] folgend) in der symmetrischen Darstellung durch

$$\tilde{A}(\omega) = \mathcal{F}\{A(t)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(t) e^{i(\omega - \omega_0)t} dt$$

und

$$A(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{A}(\omega)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) e^{-i(\omega - \omega_0)t} d\omega$$

gegeben; mit einem negativen Vorzeichen im Phasenfaktor bei der Rücktransformation in den Zeitbereich.

Die diskrete Fouriertransformation (DFT) ist eine spezielle Form der Fouriertransformation. Sie erwartet ein komplexes Signal, welches in diskreter Form an endlich vielen Stützstellen vorliegt. Ein solches Signal ensteht durch Abtasten einer kontinuierlichen Funktion. Für Hin- und Rücktransformation gelten dann analog zur Darstellung für kontinuierliche Funktionen [116]: Der Vektor N komplexer Zahlen $x_0, ..., x_{N-1}$ wird durch die DFT in einen Vektor N komplexer Zahlen $X_0, ..., X_{N-1}$ transformiert mittels

$$X_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{\frac{2\pi i}{N}kn}$$
, $k = 0, ..., N-1$.

Die inverse DFT ist gegeben durch

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{-\frac{2\pi i}{N}kn}$$
, $n = 0, ..., N-1$

Die erste Hälfte der Stützstellen im Frequenzraum entspricht dabei positiven Frequenzen (bzw. Frequenzen oberhalb der Mittenfrequenz des Signals), beginnend bei der Gleichanteilkomponente (bzw. Mittenfrequenz), die zweite Hälfte den negativen Frequenzen (bzw. Frequenzen oberhalb der Mittenfrequenz). diskrete FT

Fouriertransformation der Ableitung Mit obiger Definition der Fouriertransformation gilt für die Fouriertransformation der zeitlichen partiellen Ableitung

$$\begin{aligned} \mathscr{F}\left\{\frac{\partial^{n}A(t)}{\partial t^{n}}\right\} &= \mathscr{F}\left\{\frac{\partial^{n}}{\partial t^{n}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}A(\omega)e^{-i(\omega-\omega_{0})t}d\omega\right\} \\ &= \mathscr{F}\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}[-i(\omega-\omega_{0})]^{n}A(\omega)e^{-i(\omega-\omega_{0})t}d\omega\right\} \\ &= [-i(\omega-\omega_{0})]^{n}\tilde{A}(\omega) \quad . \end{aligned}$$

Dieser Zusammenhang wird in der numerischen Simulation benutzt, um die in der SSFM vorkommenden Ableitungen zu berechnen. Es gilt dann

$$\frac{\partial^{n} f(t)}{\partial t^{n}} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \left[-i(\omega - \omega_{0}) \right]^{n} \mathcal{F} \left\{ A(t) \right\} \right\}$$

Verschiebungssatz

Ein Verschieben der Funktion A(t) im Zeitbereich um τ ist gleichbedeutend mit einem Multiplizieren der Phase im Frequenzbereich mit der linearen Funktion $-(\omega\tau)$. Dies folgt aus der Darstellung

$$\tilde{A}_{\tau}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t-\tau) e^{-i\,\omega\tau} dt \quad .$$

Mit der Substitution T = t – τ gilt dann

$$= \int_{-\infty}^{\infty} A(T) e^{-i\omega (T+\tau)} dT$$
$$= \exp(-i\omega\tau) \int_{-\infty}^{\infty} A(T) e^{-i\omega\tau} dT$$
$$= \tilde{A}(\omega) e^{-i\omega\tau} .$$

Entsprechend lässt sich ein Ausdruck für eine spektrale Verschiebung um Ω durch Multiplizieren der zeitlichen Phase mit der linearen Funktion Ω t herleiten. Mit Hilfe des Verschiebungssatzes ist also in der numerischen Simulation eine kontinuierliche Verschiebung der auf dem diskreten Raster definierten Felder sowohl im Frequenzbereich als auch im Zeitbereich möglich.

Faltungstheorem

Für die Fouriertransformation der zweiseitigen Faltung gilt [116]

 $f(t)*A(t)=\mathcal{F}^{-1}\big\{\mathcal{F}\!\{f(t)\}\cdot\mathcal{F}\!\{A(t)\}\big\}\quad\text{,}\quad$

wobei die Faltung definiert ist über

$$(f * A)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t')A(t - t')dt'$$

Diese Beziehung wird in den numerischen Simulationen zur Berechnung des Integrals über die Raman-Responsefunktion verwendet, siehe Abschnitt 2.3.

A.2 IMPULSPARAMETER

Für die in dieser Arbeit verwendeten Impulsformen (Gaußimpuls, Hyperbelsekans) sind in den folgenden Abbildungen die Beziehungen zwischen der natürlichen Impulsdauer T₀ und der Halbwertsdauer τ sowohl für das Feld als auch für die Leistung (Quadrat des Feldes) angegeben.
GAUSSIMPULS: Das Feld eines Gaußimpulses ist gegeben durch

$$A_{\rm G}(t) = \hat{A}_{\rm G} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right] \exp\left[-i\frac{C}{2}\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right]$$

Darin sind T₀ die sogenannte natürliche Impulsdauer und C der lineare Chirpparameter. Die Leistung P, gemessen in Watt, ist dann gegeben durch $P(t) = |A_G(t)|^2$. In Abbildung 50 sind die jeweiligen Impulsdauerdefinitionen für das Feld und die Leistung verdeutlicht.



Abbildung 50: Gaußimpuls (mit $\hat{A}_G = 1$): a) Impulsdauerdefinitionen für das Feld, b) Impulsdauern für die Leistung.

Die darin auftretende Größe G ist definiert zu

 $\mathfrak{G} = \sqrt{\ln(2)}$.

Damit besteht für das überlicherweise gemessene Quadrat des Feldes der folgende Zusammenhang zwischen Halbwertsdauer τ und natürlicher Impulsdauer T₀:

 $\tau = 29 T_0 = 1,6651092223153955 T_0$

HYPERBELSEKANS: Das Feld eines Hyperbelsekans-Impulses ist gegeben durch

$$A_{\rm S}(t) = \hat{A}_{\rm S} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) \exp\left[-i\frac{C}{2}\left(\frac{t}{T_0}\right)^2\right]$$

Darin sind wieder T₀ die natürliche Impulsdauer und C der lineare Chirpparameter. In Abbildung 51 sind die jeweiligen Impulsdauerdefinitionen für das Feld und die Leistung verdeutlicht.

Die darin auftretende Größe 9 ist definiert zu

 $\mathcal{Z} = \operatorname{arcosh}(\sqrt{2})$

Damit besteht für das überlicherweise gemessene Quadrat des Feldes der folgende Zusammenhang zwischen Halbwertsdauer τ und natürlicher Impulsdauer T₀:

$$\tau = 2 \ensuremath{\mathbb Z} \, T_0 = 1,7627471740390861 \, T_0$$
 .



Abbildung 51: Hyperbelsekans-Impuls (mit $\hat{A}_S = 1$): a) Impulsdauerdefinitionen für das Feld, b) Impulsdauern für die Leistung.

A.3 ABKÜRZUNGEN

Abkürzungen und Akronyme, die in dieser Arbeit verwendet werden, sind in Tabelle 7 zusammengestellt.

Abkürzung	englischer Begriff	deutscher Begriff
AC	autocorrelation	Autokorrelation
CFP	chirp-free point	chirpfreier Punkt
DFT	discrete Fourier transform	diskrete Fouriertransformation
DM	dispersion management	Dispersionsmanagement
E-NLSG	generalized nonlinear Schrödinger equation	erweiterte nichtlineare Schrödingergleichung
FFT	fast Fourier transform	schnelle Fouriertransformation (Algorithmus)
FT	Fourier transform	Fouriertransformation
FROG	frequency-resolved optical gating	
FWHE	full width at half energy	volle Breite bei halber Energie
FWHM	full width at half maximum	volle Breite bei halber Maximalleistung
FWM	four-wave mixing	Vierwellenmischung
GVD	group-velocity dispersion	Dispersion der Gruppengeschwindigkeit
IAC	intensity autocorrelation	Intensitäts-Autokorrelation
IST	inverse scattering transform	Inverse Streutransformation
MFD	mode-field diameter	Modenfelddurchmesser
NLSG	nonlinear Schrödinger equation	Nichtlineare Schrödingergleichung
OPO	optical parametric oscillator	optisch parametrischer Oszillator
PMD	polarization mode dispersion	Polarisationsmoden- dispersion
RS	raman scattering	Ramanstreuung
SHG	second-harmonic generation	Frequenzverdoppelung
SPM	self-phase modulation	Selbstphasenmodulation
SRBA	soliton-radiation beat analysis	-
SRS	stimulated raman scattering	stimulierte Ramanstreuung
SS	self-steepening	0
SSFM	split-step Fourier method	
SVEA	slowly varying envelope approximation	
TOD	third-order dispersion	Dispersion dritter Ordnung
VAMPIRE	very advanced method for phase and intensity retrieval of e-fields	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,
WDM	wavelength-division multiplexing	Wellenlängen-Multiplex- Verfahren
XPM	cross-phase modulation	Kreuzphasenmodulation

Tabelle 7: Verwendete Abkürzungen und Akronyme

B ANMERKUNGEN ZUR NUMERISCHEN SIMULATION

In diesem Anhang werden Kriterien und Parameter behandelt, die bei der Durchführung der numerischen Simulationen zur Impulsausbreitung mit der Split-Step-Fourier-Methode (SSFM, Abschnitt 3.1) relevant sind.

Ein optischer Impuls ist durch die Angabe der reellen Amplitude A(t) sowie der Phase $\phi(t)$ als Funktion der Zeit vollständig beschrieben. Ebenso ist eine vollständige Darstellung im Frequenzbereich als Funktion der Frequenz ν (oder auch Kreisfrequenz ω) durch die spektrale Amplitude $\tilde{A}(\nu)$ und die spektrale Phase $\tilde{\phi}(\nu)$ möglich. Amplituden- und Phasenwerte sind in dieser analytischen Darstellung an beliebigen Stellen t bzw. ν auf einem Intervall bekannt. In der numerischen Simulation hingegen werden die Amplituden- und Phasenwerte nur noch an endlich vielen Stützstellen auf äquidistantem Raster angegeben; man spricht hier von diskreten Funktionen. Frequenz- und Zeitbereich sind durch die Fouriertransformation miteinander verknüpft. Im Falle numerischer Simulationen ist die diskrete Fouriertransformation (Abschnitt A.1) anzuwenden.

Das der Numerik zugrundeliegende äquidistante Raster ist schematisch in Abbildung 52 gezeigt. Das komplexwertige Feld ist zu Beginn der Ausbreitung bei z = 0 an n Punkten bekannt und wird an den darauffolgenden m Orten, die jeweils eine Schrittweite h voneinander entfernt sind, berechnet. Das Anfangs-



Abbildung 52: Schematische Darstellung des Simulationsrasters, mit exemplarisch jeweils 8 Stützstellen im Zeit- bzw. Frequenzbereich und für 8 zu berechnende Positionen entlang der Ausbreitungsrichtung. F_t und F_v bezeichnen die zeitliche und spektrale Breite des Simulationsfensters, Δt und Δv die jeweilige zeitliche und spektrale Auflösung. Die Ortsauflösung, also die Schrittweite in Faserrichtung in der SSFM, ist h.

kontinuierliche vs. diskrete Funktionen Beziehung zwischen Zeit- und Frequenzraum bei diskreter Fouriertransformation feld kann dabei entweder im Zeitbereich oder im Frequenzbereich vorliegen.

Die jeweils zwei Größen im Zeit- und Frequenzraum für Auflösung und Fensterbreite sind nicht unabhängig voneinander wählbar, sondern durch die Eigenschaften der diskreten Fouriertransformation miteinander verknüpft. Dabei gilt für die spektrale Breite des Rechenfensters F_{ν} und die zeitliche Auflösung Δt die Beziehung

$$F_{\nu} = \frac{1}{\Delta t} \quad , \tag{B.1}$$

und analog für die entsprechenden Größen im jeweils anderen Raum

$$F_{\rm T} = \frac{1}{\Delta \nu}$$

Bei der Wahl der Diskretisierungsparameter in der Simulation sind zwei Einschränkungen zu beachten, die nun erläutert werden.

I. MINIMALES ZEITFENSTER: Ein spektrales Fenster, welches breiter ist als die zweifache Mittenfrequenz, also $2v_0$, ist unphysikalisch, da negative Frequenzen dargestellt würden. Daraus erwächst eine Einschränkung für die Wahl des Zeitfensters.

Sei die Anzahl der Stützstellen n gegeben. Dann gilt für die Breite des zeitlichen Fensters die Beziehung $F_T = (n - 1)\Delta t$. Wegen Gleichung (B.1) gibt es bei gegebener Anzahl von Stützstellen n ein extremales Zeitfenster F_T^{extr} , für das die kleinste Frequenz des zugehörigen, um die Mittenfrequenz zentrierten spektralen Fensters gerade nicht negativ wird. Für die Breite des spektralen Fensters gilt nun

$$F_{\nu}^{extr} = 2\nu_0 \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Durch die Korrektur um 1/n wird die außermittige Lage von v_0 bezüglich des Rasters mit einer geraden Anzahl von Stützstellen (vergl. Abbildung 52) berücksichtigt. In diesem Extremalfall gilt für das Frequenzraster

$$\Delta v^{\text{extr.}} = \frac{F_v}{n-1} = 2\frac{v_0}{n}$$

Das zugehörige Zeitraster folgt daraus unmittelbar zu

$$\Delta t^{\text{extr.}} = \frac{1}{F_{\nu}^{\text{extr.}}} = \frac{n}{2(n-1)} \frac{1}{\nu_0}$$

und die Breite des Zeitfensters ist dann gegeben durch

$$F_{\rm T}^{\rm extr.} = (n-1)\,\Delta\,t^{\rm extr.} = \frac{n}{2}\frac{1}{\nu_0} = \frac{n}{2}\frac{\lambda_0}{c} \quad . \tag{B.2}$$

Dieses Zeitfenster ist bei gegebener Anzahl von Stützstellen n und gegebener Mittenfrequenz v_0 (bzw. Mittenwellenlänge λ_0) das kleinste physikalisch sinnvolle Zeitfenster. Wird das Zeitfenster bei unveränderter Anzahl von Stützstellen n weiter verringert, so dass $F_T < F_T^{extr.}$, treten im Spektrum schließlich unphysikalische negative Frequenzen auf. II. MAXIMALES ZEITFENSTER: Während diese Betrachtung die minimale zeitliche Fensterbreite festlegt (und das unabhängig von dem auszubreitenden Impuls), gibt es eine zweite Bedingung, die eine maximale Fensterbreite (jetzt abhängig vom Impuls) vorgibt. Die Fensterbreiten im Zeit- und Frequenzraum sollten korrekt für das zu berechnende Problem dimensioniert werden, um weder im Frequenzbereich noch im Zeitbereich den Impuls an den Flanken oberhalb des numerischen Rauschsockels abzuschneiden. Dabei wird von Impulsen ausgegangen, deren Flanken hinreichend schnell abklingen, wie es für die häufig betrachteten Gaußimpulse oder Hyperbelsekansimpulse der Fall ist. Da die diskrete Fouriertransformation periodische Randbedingungen impliziert, würde bei zu kleinen Fensterbreiten die Impulsform durch sich selbst gestört.

Die jeweiligen Breiten bis zum numerischen Rauschen können während der Ausbreitung stark variieren; dies muss bei der Festlegung der Simulationsparameter berücksichtigt werden. Einen Überblick über die zu erwartenden Breiten kann eine Ausbreitung des Feldes über die gesamte Strecke mit zunächst geringer Ortsauflösung bieten. Dies ist beispielhaft in Abbildung 53 gezeigt.



Abbildung 53: Zur Verdeutlichung der beteiligten spektralen und zeitlichen Breiten in einer numerischen Simulation am Beispiel eines N = 2-Solitons. Die Simulation zeigt die Ausbreitung über eine Solitonenperiode z_0 . Das numerische Rauschniveau ist über die Ausbreitung unverändert und liegt in beiden Bereichen etwa 23 Größenordnungen unterhalb des Maximums.

Das Rechenfenster im Zeitbereich sollte so groß gewählt werden, dass der Impuls während seiner gesamten Ausbreitung klar vor dem Rand des Fensters bis auf das numerische Rauschen abgeklungen ist; die größte dabei auftretende Breite wird mit B_T bzw. B_w bezeichnet. Zusammen mit den obigen Betrachtungen gelten im Zeitbereich die Forderungen

$$B_T \leqslant F_T$$
 sowie $F_T^{\text{extr.}} \leqslant F_T$. (B.3)

Eine Verbreiterung von B_T während der Ausbreitung ist zu erwarten, wenn dispersive Effekte überwiegen. Entsprechend gelten die Forderungen im Spektralbereich

$$B_{\nu} \leqslant F_{\nu} \leqslant F_{\nu}^{\text{extr.}} \quad . \tag{B.4}$$

Eine Verbreiterung von B_{ν} während der Ausbreitung ist zu erwarten, wenn nichtlineare Effekte überwiegen.

Festlegung der Diskretisierung Sind die Bedingungen (B.3) und (B.4) erfüllt, kann schrittweise die Ortsauflösung h verfeinert werden, bis keine signifikante Veränderung am Simulationsergebnis mehr stattfindet. Siehe dazu auch Abschnitt 3.4.2.

Die Zeit- und Frequenzdiskretisierung in der Simulation ist damit schließlich durch die Angabe dreier Parameter, die in Tabelle 8 angegeben sind, eindeutig bestimmt.

Tabelle 8: Parameter zur eindeutigen Festlegung der Diskretisierung in der Simulation.

$\lambda_0=c/\nu_0$	Mittenwellenlänge
$r_{ZF} = F_T / F_T^{\text{extr.}}$	Verhältnis Zeitfenster zu minimalem Zeitfenster
n	Anzahl der Stützstellen

C GLASFASERPARAMETER

In diesem Anhang werden zunächst die gemessenen Dispersionswerte der im Experiment verwendeten Glasfasertypen OFS TrueWave SRS und TrueWave RS in Tabelle 9 als Funktion der Wellenlänge angegeben. Die aus Datenblättern entnommenen Parameter kommerziell verfügbarer Einmodenglasfasern, die prinzipiell für ähnliche Experimente in Frage kommen, sind in Tabelle 10 und Tabelle 11 zusammengestellt. Es wurden dabei Glasfasern der Hersteller OFS [117], Corning [118], Nufern [119], Sterlite [120], Yangtze [121] sowie j-fiber (ehemals FiberCore Jena GmbH) [122] berücksichtigt. Die aufgeführten Daten entsprechen dem Zeitpunkt des Entwurfs der in dieser Arbeit aufgebauten Faserstrecke: etwa 3. Quartal 2007.

Herstellerseitig werden meist die Dispersionskoeffizienten D und S angegeben. Zu den in Kapitel 2 eingeführten Dispersionskoeffizienten besteht folgender Zusammenhang [123]:

$$\mathsf{D} = -\frac{\omega}{\lambda}\beta_2 \quad , \tag{C.1}$$

$$S = \frac{(2\pi c)^2}{\lambda^4} \beta_3 + \frac{4\pi c}{\lambda^3} \beta_2 \quad . \tag{C.2}$$

	RS	RS	SRS	SRS
λ (μm)	$ \begin{pmatrix} \beta_2 \\ \frac{ps}{nm^2km} \end{pmatrix} $	$ \begin{pmatrix} \beta_3 \\ \frac{ps}{nm^3km} \end{pmatrix} $	$ \begin{pmatrix} \beta_2 \\ \frac{ps}{nm^2km} \end{pmatrix} $	$ \begin{pmatrix} \beta_3 \\ \frac{ps}{nm^3km} \end{pmatrix} $
1,45	7,853	0,044	0,074	0,061
1,46	7,465	0,043	-0,475	0,063
1,47	7,088	0,043	-1,032	0,064
1,48	6,714	0,043	-1 <i>,</i> 597	0,066
1,49	6,339	0,045	-2,170	0,068
1,50	5,956	0,046	-2,752	0,070
1,51	5,562	0,049	-3,341	0,072
1,52	5,150	0,052	-3,939	0,074
1,53	4,717	0,055	-4,545	0,076
1,54	4,259	0,059	—5,159	0,078
1,55	3,771	0,064	-5,780	0,080
1,56	3,250	0,070	-6,410	0,082
1,57	2,693	0,075	-7,047	0,084
1,58	2,096	0,082	-7,692	0,086
1,59	1,457	0,089	-8,344	0,088
1,60	0,772	0,096	-9,003	0,090
1,61	0,039	0,104	-9,670	0,092
1,62	-0,743	0,113	-10,343	0,094

Tabelle 9: Mittels Weißlichtinterferometrie gemessenne Dispersionsparameter der im
Experiment verwendeten Glasfasern OFS TrueWave RS und TrueWave SRS.

Tabelle 10: Übersicht über Standard-Einmodenglasfasern.

		1310 nm	1550 nm	1310 nm	1550 nm
	λο	MFD	MFD	D	D
	(nm)	(μm)	(μm)	$\left(\frac{ps}{nmkm}\right)$	$\left(\frac{ps}{nmkm}\right)$
OFS AllWave ZWP		9,2	10,4	4	17
Nufern 1310M-HP		6,7			
Nufern 1310B-HP		8,6	9,7		
Nufern 1550B-HP			9,5		
Corning SMF-28e XB	1302 - 1322	8,6	9,8		< 18
j-fiber	1302 - 1322	9,2	10,4		< 18
j-fiber	1300 - 1324	9,2	10,5		< 18

	D	$\left(\underline{ps} \right)$	$\begin{pmatrix} \beta_2 \\ (\frac{ps^2}{2}) \end{pmatrix}$	$\left(\frac{\text{ps}^3}{\text{ps}^3}\right)$	A _{eff}	MFD
	(nm km)	$(nm^2 km)$	(km)	(km)	(()
Corning						
Vascade L1000	18,5	0,060	-23,6	0,136	101,0	11,3
Vascade LS+	-3,0	0,05	3,83	0,075	50	7,98
Vascade LEAF	—4	0,12	5,10	0,187	70	9,44
Vascade S1000	-37	-0,12	47,19	-0,273	27,0	5,86
Vascade EX1000	18,5	0,06	-23,6	0,136	76,0	9,84
MetroCor	-7,6	0,12	9,69	0,18		8,1
OFS						
TrueWave SRS	4,0	0,05	—5 <i>,</i> 1	0,09		8,4
TrueWave RS	-3,0	0,043	3,83	0,064		8,4
TrueWave Reach LWP	-6,22	0,036	7,93	0,045	55	8,6
UltraWave SLA Ocean	20	0,06	-25,51	0,14		11,9
UltraWave IDF Ocean	-44	-0,132	56,120	-0,307		6,4
TrueWave XL Ocean	-5,0	0,112	6,38	0,172	72	9,6
AllWave Flex 1)	0	0,092	0	0,076		8,9
AllWave ZWP ²⁾	0	0,090	0	0,075		9,2
Sterlite						
DOF-LITE LEA	4	0,09	—5 <i>,</i> 1	0,15	70	9,6
DOF-LITE Metro	7,9	0,06	-10,08	0,11	65	9
DOF-LITE RS	4,6	0,05	—5 ,8 7	0,09	50	8,4
OH-LITE	17,5	0,09	-22,32	0,18		10,5
Yangtze						
dispersion shifted	0	0,09	0	0,14		8,4

Tabelle 11: Übersicht über Spezial-Einmodenglasfasern. Die Werte sind für eine Wellenlänge von 1550 nm spezifiziert, außer 1): 1310 nm und 2): 1312 nm.

LITERATURVERZEICHNIS

- A. Hause, H. Hartwig, B. Seifert, H. Stolz, M.Böhm, and F. Mitschke. Phase structure of soliton molecules. *Phys. Rev. A*, 75:063836, 2007. (Zitiert auf Seiten v, 20, 63 und 93.)
- [2] A. Hause, H. Hartwig, M. Böhm, and F. Mitschke. Binding mechanism of temporal soliton molecules. *Phys. Rev. A*, 78:063817, 2008. (Zitiert auf Seiten v, 17, 20 und 92.)
- [3] H. Hartwig, M. Böhm, A. Hause, and F. Mitschke. Slow oscillations of dispersion-managed solitons. *Phys. Rev. A*, 81(3):033810, 2010. (Zitiert auf Seiten v und 39.)
- [4] G. A. Hockham K. C. Kao. Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies. *IEE Proceedings*, (113):1151–1158, 1966. (Zitiert auf Seite 1.)
- [5] Corning, 2010. http://www.corning.com/r_d/century_of_research_ development/low_loss_optical_fiber.aspx. (Zitiert auf Seite 1.)
- [6] S. Tomaru, M. Yasu, M. Kawachi, and T. Edahiro. Vad single mode fibre with 0.2 db/km loss. *Electron. Lett.*, 17(2):92 –93, 22 1981. (Zitiert auf Seite 1.)
- [7] A. Hasegawa and F. Tappert. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion. *Appl. Phys. Lett.*, 23:142, 1973. (Zitiert auf Seite 1.)
- [8] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon. Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 45:1095, 1980. (Zitiert auf Seite 1.)
- [9] C. Paré and P.-A. Bélanger. Antisymmetric soliton in a dispersionmanaged system. *Opt. Commun.*, 168:103–109, 1999. (Zitiert auf Seiten 1, 17, 57 und 59.)
- [10] A. Maruta, T. Inoue, Y. Nonaka, and Y. Yoshika. Bisoliton Propagating in Dispersion-Managed System and Its Application to High-Speed and Long-Haul Optical Transmission. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 8(3): 640–650, 2002. (Zitiert auf Seiten 1, 15, 16, 17, 20, 30, 74 und 92.)
- [11] M. Stratmann, T. Pagel, and F. Mitschke. Experimental Observation of Temporal Soliton Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 95:143902, 2005. (Zitiert auf Seiten 1, 17, 63, 86, 92 und 93.)
- [12] A. D. Yablon. Optical Fiber Fusion Splicing. Springer, 2005. (Zitiert auf Seite 4.)

- [13] G. P. Agrawal. Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 4th edition, 2007.
 (Zitiert auf Seiten 5, 7, 8, 13, 23, 24, 26, 27, 31, 40, 68 und 97.)
- [14] R. H. Stolen, J. P. Gordon, W. J. Tomlinson, and H. A. Haus. Raman response function of silica-core fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(6):1159, 1989. (Zitiert auf Seiten 6 und 10.)
- [15] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer. Discovery of the soliton selffrequency shift. Opt. Lett., 11(10):659–661, 1986. (Zitiert auf Seite 6.)
- [16] J. P. Gordon. Theory of the soliton self-frequency shift. *Opt. Lett.*, 11(10): 662–664, 1986. (Zitiert auf Seite 6.)
- [17] K. Tai, A. Hasegawa, and N. Bekki. Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect. *Opt. Lett.*, 13(5):392–394, 1988. (Zitiert auf Seite 6.)
- [18] L. F. Mollenauer, K. Smith, J. P. Gordon, and C. R. Menyuk. Resistance of solitons to the effects of polarization dispersion in optical fibers. *Opt. Lett.*, 14(21):1219–1221, 1989. (Zitiert auf Seite 7.)
- [19] Y. Chen and H. A. Haus. Solitons and polarization mode dispersion. Opt. Lett., 25(5):290–292, 2000. (Zitiert auf Seite 7.)
- [20] T. I. Lakoba. Enhanced robustness of dispersion-managed solitons with respect to polarization mode dispersion. *Opt. Lett.*, 25(24):1789–1791, 2000.
 (Zitiert auf Seite 7.)
- [21] M. Seefeldt. Pikosekunden-Weißlichterzeugung in mikrostrukturierten Glasfasern unter Ausnutzung nichtlinear optischer Effekte. Universitätsverlag Potsdam, 2008. (Zitiert auf Seite 9.)
- [22] K. J. Blow and D. Wood. Theretical Description of Transient Stimulated Raman Scattering in Optical Fibers. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 25 (12):2665–2673, 1989. (Zitiert auf Seite 10.)
- [23] Q. Lin and G. P. Agrawal. Raman respose function for silica fibers. Opt. Lett., 31(21):3086, 2006. (Zitiert auf Seite 10.)
- [24] A. K. Atieh, P. Myslinski, J. Chrostowski, and P. Galko. Measuring the Raman Time Constant for Soliton Pulses in Standard Single-Mode Fiber. *J. of. Lightwave Technol.*, 17:216, 1999. (Zitiert auf Seite 11.)
- [25] V. E. Zakharov and A. B. Shabat. Exact theory of two-dimensional selffocusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Sov. Phys. JETP*, 34(1):62–69, 1972. (Zitiert auf Seiten 12 und 31.)
- [26] M. Böhm. Einfluß der Dispersion auf die nichtlineare Ausbreitung von Lichtimpulsen. Dissertation, Universität Rostock, Deutschland, 2003. (Zitiert auf Seiten 12 und 66.)
- [27] J. Satsuma and N. Yajima. B. Initial Value Problems of One-Dimensional Self-Modulation of Nonlinear Waves in Dispersive Media. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 55:284–306, 1974. (Zitiert auf Seiten 12 und 32.)

- [28] M. Böhm. Analyse des Solitonengehaltes von optischen Impulsen in Glasfasern. Habilitation, Universität Rostock, Deutschland, 2009. (Zitiert auf Seiten 12, 31, 32, 34 und 45.)
- [29] C. Desem and P. L. Chu. Soliton-Soliton Interaction. In J. R. Taylor, editor, *Optical Solitons – Theory and Experiment*, number 10 in Cambridge Studies in Modern Optics, chapter 5, pages 107–151. Cambridge University Press, Cambridge, 1st edition, 1992. (Zitiert auf Seiten 13 und 58.)
- [30] F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer. Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers. *Opt. Lett.*, 12(5):355–357, 1987. (Zitiert auf Seiten 13, 20 und 88.)
- [31] J. P. Gordon and H. A. Haus. Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission. *Opt. Lett.*, 11(10):665–667, 1986. (Zitiert auf Seite 14.)
- [32] N. J. Smith, F. M. Knox, N. J. Doran, K. J. Blow, and I. Bennion. Enhanced power solitons in optical fibres with periodic dispersion management. *Electron. Lett.*, 32:54, 1996. (Zitiert auf Seiten 14, 16 und 56.)
- [33] L. F. Mollenauer and J. P. Gordon. *Solitons in Optical Fibers Fundamentals and Applications*. Academic Press, 2006. (Zitiert auf Seiten 14, 17 und 64.)
- [34] S. K. Turitsyn, J. H. B. Nijhof, V. K. Mezentsev, and N. J. Doran. Symmetries, chirp-free points, and bistability in dispersion-managed fiber lines. *Opt. Lett.*, 24(24):1871–1873, 1999. (Zitiert auf Seiten 15 und 40.)
- [35] P. M. Lushnikov. On the boundary of the dispersion-managed soliton existence. *JETP Lett.*, 72(3):111–114, 2000. (Zitiert auf Seite 15.)
- [36] A. H. Liang, H. Toda, and A. Hasegawa. High-speed soliton transmission in dense periodic fibers. *Opt. Lett.*, 24:799–801, 1999. (Zitiert auf Seite 15.)
- [37] A. Hasegawa and M. Matsumoto. *Optical Solitons in Fibers*. Springer, 2003. (Zitiert auf Seite 15.)
- [38] P. V. Mamyshev and N. A. Mamysheva. Pulse-overlapped dispersionmanageddata transmission and intrachannel four-wave mixing. *Opt. Lett.*, 24:1454–1456, 1999. (Zitiert auf Seite 16.)
- [39] T. I. Lakoba. Non-integrability of equations governing pulse propagation in dispersion-managed optical fibers. *Physics Letters A*, 260(1-2):68 – 77, 1999. (Zitiert auf Seite 16.)
- [40] C. Xu, C. Xie, and L. Mollenauer. Analysis of soliton collisions in a wavelength-division-multiplexed dispersion-managed soliton transmission system. *Opt. Lett.*, 27:1303, 2002. (Zitiert auf Seite 17.)
- [41] A. Hause, H. Hartwig, and F. Mitschke. Selbstähnliche Wechselwirkung von Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern. In *Verhandl. DPG* (VI) 45, Q 53.5, Hannover, Germany, 2010. (Zitiert auf Seiten 17 und 64.)

- [42] J. H. B. Nijhof, N. J. Doran, W. Forysiak, and F. M. Knox. Stable solitonlike propagation in dispersion managed systems with net anomalous, zero and normal dispersion. *Electron. Lett.*, 33:1726–1727, 1997. (Zitiert auf Seite 17.)
- [43] J. H. B. Nijhof, W. Forysiak, and N. J. Doran. Dispersion-managed solitons in the normal dispersion regime: a physical interpretation. *Opt. Lett.*, 23 (21):1674–1676, 1998. (Zitiert auf Seite 17.)
- [44] A. Maruta, Y. Nonaka, and T. Inoue. Symmetric bi-soliton solution in a dispersion-managed system. In *Topical Meeting on Nonlinear Guided Waves and Their Applications*, postdeadline poster PD4, Clearwater, FL, 2001. (Zitiert auf Seiten 17 und 20.)
- [45] A. Maruta, Y. Nonaka, and T. Inoue. Symmetric bi-soliton solution in dispersion-managed system. *Electron. Lett.*, 37(22):1357–1358, 2001. (Zitiert auf Seiten 17 und 92.)
- [46] A. Maruta. Parameter range of bi-soliton propagating in dispersionmanaged system. In *CLEO/Europe EQEC*, paper CJ1M, Munich, Germany, 2003. (Zitiert auf Seiten 17 und 20.)
- [47] Y. Nonaka, T. Inoue, and A. Maruta. Bi-soliton pulse in a dispersionmanaged optical transmission system and its application. *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*, 86(3):44–52, 2003. (Zitiert auf Seite 17.)
- [48] R. K. Jackson and Ch. K. R. T. Jones and V. Zharnitsky. Dispersionmanaged solitons via an averaged variational principle. *Physica D*, 190: 63–77, 2004. (Zitiert auf Seite 17.)
- [49] B.-F. Feng and B. A. Malomed. Antisymmetric solitons and their interactions in strongly dispersion-managed fiber-optic systems. *Opt. Commun.*, 229:173–185, 2004. (Zitiert auf Seite 17.)
- [50] X. Mao and A. Maruta. Bi-Soliton under the Influence of Third Order Dispersion in Dispersion-Managed Optical Transmission System. *IEICE Trans. Commun.*, E88-B(5):1955, 2005. (Zitiert auf Seiten 17 und 77.)
- [51] I. Gabitov, R. Indik, L. Mollenauer, M. Shkarayev, M. Stepanov, and P. M. Lushnikov. Twin families of bisolitons in dispersion-managed systems. *Opt. Lett.*, 32:605–607, 2007. (Zitiert auf Seiten 17 und 76.)
- [52] A. Maruta and Y. Yoshika. Family of multi-hump solitons propagating in disperison-managed optical fiber transmission system and their existent parameter ranges. *Eur. Phys. J. Special Top.*, 173:139–145, 2009. (Zitiert auf Seiten 17, 19 und 20.)
- [53] Dmitry E. Pelinovsky. Instabilities of dispersion-managed solitons in the normal dispersion regime. *Phys. Rev. E.*, 62(3):4283–4293, 2000. (Zitiert auf Seite 17.)

- [54] Tian-Shiang Yang and William L. Kath. Radiation loss of dispersionmanaged solitons in optical fibers. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 149 (1-2):80–94, 2001. (Zitiert auf Seite 17.)
- [55] Dmitry E. Pelinovsky and Vadim Zharnitsky. Averaging of Dispersion-Managed Solitons: Existence and Stability. SIAM Journal on Applied Mathematics, 63(3):745–776, 2003. (Zitiert auf Seite 17.)
- [56] Dmitry E. Pelinovsky and Jianke Yang. Parametric Resonance and Radiative Decay of Dispersion-Managed Solitons. SIAM Journal on Applied Mathematics, 64(4):1360–1382, 2004. (Zitiert auf Seite 17.)
- [57] Y. Asao and A. Maruta. Cutoff and Leakage Properties of Bi-Soliton and Its Existent Parameter Range. In *Nonlinear Guided Waves and Their Applications*, ThA4. Optical Society of America, 2005. (Zitiert auf Seiten 17, 57 und 59.)
- [58] C. M. Ngabireng and P. Tchofo Dinda. Radiating and nonradiating dispersion-managed solitons. *Opt. Lett.*, 30(6):595–597, 2005. (Zitiert auf Seite 17.)
- [59] D. Hundertmark and Y.-R. Lee. Decay Estimates and Smoothness for Solutions of the Dispersion Managed Non-linear Schrödinger Equation. *Communications in Mathematical Physics*, 286(3):851–873, 2008. (Zitiert auf Seite 17.)
- [60] J. H. B. Nijhof, W. Forysiak, and N. J. Doran. The Averaging Method for Finding Exactly Periodic Dispersion-Managed Solitons. *IE-EE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 5:330, 2000. (Zitiert auf Seiten 17, 28 und 30.)
- [61] T. I. Lakoba and D. J. Kaup. Shape of stationary pulse in strong dispersion management regime. *Electron. Lett.*, 34(11):1124–1126, 1998. (Zitiert auf Seite 17.)
- [62] Z. Xu, L. Li, Z. Li, G. Zhou, and K. Nakkeeran. Exact soliton solutions for the core of dispersion-managed solitons. *Phys. Rev. E.*, 68(4):046605, 2003. (Zitiert auf Seite 17.)
- [63] A. Gajadharsingh and P.-A. Bélanger. Dispersion management in the zero-average dispersion regime as the interference of complex-conjugate pulses. *Opt. Commun.*, 241(4-6):377 – 389, 2004. (Zitiert auf Seite 17.)
- [64] P. M. Lushnikov. Dispersion-managed soliton in optical fibers with zero average dispersion. Opt. Lett., 25(16):1144–1146, 2000. (Zitiert auf Seite 17.)
- [65] P. M. Lushnikov. Dispersion-managed soliton in a strong dispersion map limit. Opt. Lett., 26(20):1535–1537, 2001. (Zitiert auf Seite 17.)
- [66] P. M. Lushnikov. Oscillating tails of a dispersion-managed soliton. J. Opt. Soc. Am. B, 21(11):1913–1918, 2004. (Zitiert auf Seite 17.)

- [67] O. A. Sinkin, R. Holzlöhner, J. Zweck, and C. R. Menyuk. Optimization of the Split-Step Fourier Method in Modeling Optical-Fiber Communication Systems. J. of. Lightwave Technol., 21(1):61–68, 2003. (Zitiert auf Seiten 24 und 26.)
- [68] J. Hult. A Fourth-Order Runge–Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers. J. of. Lightwave Technol., 25(12):3770–3775, 2007. (Zitiert auf Seiten 24, 25 und 27.)
- [69] Q. Zhang and M. I. Hayee. Symmetrized Split-Step Scheme to Control Global Simulation Accuracy in Fiber-Optic Communication Systems. *J. of. Lightwave Technol.*, 26(2):302–316, 2008. (Zitiert auf Seite 24.)
- [70] B. M. Caradoc-Davies. Vortex Dynamics in Bose-Einstein Condensates. Dissertation, University of Otago, Dunedin, New Zealand, 2000. (Zitiert auf Seite 27.)
- [71] M. J. Davis. Dynamics of Bose-Einstein Condensation. Dissertation, St John's College, University of Oxford, 2001. (Zitiert auf Seite 27.)
- [72] M. H. Frosz. SC generation in PCF: Modelling and dispersion engineering for spectral shaping. Dissertation, COM-DTU Kongens Lyngby, Denmark, 2006. (Zitiert auf Seite 27.)
- [73] O. Y. Schwartz and S. K. Turitsyn. Multiple-period dispersion-managed solitons. *Phys. Rev. A*, 76(4):043819, 2007. (Zitiert auf Seite 31.)
- [74] M. Böhm and F. Mitschke. Soliton-radiation beat analysis. *Phys. Rev. E.*, 73:066615, 2006. (Zitiert auf Seiten 31, 32, 33, 34 und 55.)
- [75] M. Böhm and F. Mitschke. Soliton content of arbitrarily shaped light pulses in fibers analysed using a soliton-radiation beat pattern. *Appl. Phys. B*, 86:407, 2007. (Zitiert auf Seite 31.)
- [76] M. Böhm and F. Mitschke. Solitons in lossy fibers. *Phys. Rev. A*, 76:063822, 2007. (Zitiert auf Seite 31.)
- [77] M. Böhm, M. Tasche, B. Seifert, and F. Mitschke. Trim-to-Coherence Fourier Transform. J. Comput. Phys., 228(8):2906–2917, 2009. (Zitiert auf Seite 32.)
- [78] Monson H. Hayes. *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*. Wiley, 1996. (Zitiert auf Seite 32.)
- [79] M. Lindner. libconfig. A Library For Processing Structured Configuration Files, 2010. http://www.hyperrealm.com/main.php?s=libconfig. (Zitiert auf Seite 36.)
- [80] M. Frigo and S. G. Johnson. *fftw3. A collection of fast C routines for computing the discrete Fourier transform*, 2010. http://www.fftw.org/index.html. (Zitiert auf Seite 36.)

- [81] J. W. Cooley and J. W. Tukey. An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series. *Mathematics of Computation*, 19(90):297–301. (Zitiert auf Seite 36.)
- [82] I. Gabitov, E. G. Shapiro, and S. K. Turitsyn. Asymptotic breathing pulse in optical transmission systems with dispersion compensation. *Phys. Rev. E.*, 55(3):3624–3633, 1997. (Zitiert auf Seite 40.)
- [83] Y. S. Kivshar, D. E. Pelinovsky, T. Cretegny, and M. Peyrard. Internal Modes of Solitary Waves. *Phys. Rev. Lett.*, 80(23):5032–5035, 1998. (Zitiert auf Seiten 40 und 54.)
- [84] D. E. Pelinovsky, Y. S. Kivshar, and V. V. Afanasjev. Internal modes of envelope solitons. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 116(1-2):121 142, 1998. (Zitiert auf Seiten 40 und 54.)
- [85] J. N. Kutz, P. Holmes, S. G. Evangelides, Jr., and J. P. Gordon. Hamiltonian dynamics of dispersion-managed breathers. J. Opt. Soc. Am. B, 15:87–96, 1998. (Zitiert auf Seite 40.)
- [86] T. I. Lakoba and D. E. Pelinovsky. Persistent oscillations of scalar and vector dispersion-managed solitons. CHAOS, 10(3):539–550, 2000. (Zitiert auf Seite 40.)
- [87] A. Tonello. Slow dynamics of Gaussian pulses in fibre links with dispersion management. J. Opt. A: Pure Appl. Opt, 2(4):338, 2000. (Zitiert auf Seite 40.)
- [88] A.-D. Capobianco, G. Nalesso, A. Tonello, F. Consolandi, C. de Angelis, and F. Gringoli. Noise evolution and soliton internal modes in dispersionmanaged fiber systems. *Opt. Lett.*, 28:1754–1756, 2003. (Zitiert auf Seiten 40 und 54.)
- [89] A. Tonello, A.-D. Capobianco, G. Nalesso, F. Gringoli, and C. De Angelis. Perturbations, internal modes and noise in dispersion-managed soliton transmission. *Opt. Commun.*, 246(4-6):393 – 403, 2005. (Zitiert auf Seiten 40, 53, 54 und 59.)
- [90] Sh. Mookherjea. Dynamics of Nonstationary Return-to-Zero Pulses. *IE*-*EE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 12:497, 2006. (Zitiert auf Seite 40.)
- [91] T. Yu, E. A. Golovchenko, A. N. Pilipetskii, and C. R. Menyuk. Dispersionmanaged soliton interactions in optical fibers. *Opt. Lett.*, 22:793–795, 1997. (Zitiert auf Seite 61.)
- [92] M. Stratmann. Moleküle aus Solitonen in Glasfasern. Dissertation, Universität Rostock, Deutschland, 2005. (Zitiert auf Seiten 63 und 78.)
- [93] B. Seifert and H. Stolz. A method for unique phase retrieval of ultrafast optical fields. *Measurement Science and Technology*, 20(1):015303, 2009. (Zitiert auf Seiten 63 und 80.)

- [94] A. Hause, H. Hartwig, and F. Mitschke. Self-similar Interaction of Slowly Oscillating Dispersion-managed Solitons. In NP 2010, NME10, Karlsruhe, Germany, 2010. (Zitiert auf Seite 64.)
- [95] G. P. Agrawal. *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 2nd edition, 2008. (Zitiert auf Seite 64.)
- [96] H.-T. Shang. Chromatic dispersion measurement by white-light interferometry on metre-length single-mode optical fibres. *Electron. Lett.*, 17(17): 603–605, 1981. (Zitiert auf Seite 65.)
- [97] OFS. TrueWave SRS Ocean Fiber, data sheet, 2007. http://www. ofsoptics.com/fiber/. (Zitiert auf Seite 68.)
- [98] OFS. TrueWave RS Fiber low water peak, data sheet, 2007. http://www. ofsoptics.com/fiber/. (Zitiert auf Seite 68.)
- [99] Christoph Mahnke. Untersuchungen zur Ausbreitung von Solitonenmolekülen in einer Glasfaserstrecke. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2009. (Zitiert auf Seiten 74 und 89.)
- [100] Corning Cable Systems. www.corning.com/cablesystems/. (Zitiert auf Seite 74.)
- [101] T. I. Lakoba and G. P. Agrawal. Effects of third-order dispersion on dispersion-managed solitons. J. Opt. Soc. Am. B, 16(9):1332–1343, 1999.
 (Zitiert auf Seite 77.)
- [102] Y. Takushima, X. Wang, and K. Kikuchi. Transmission of 3 ps dispersionmanaged soliton pulses over 80 km distance under influence of thirdorder dispersion. *Electron. Lett.*, 35(9):739–740, 1999. (Zitiert auf Seite 77.)
- [103] T. I. Lakoba and D. J. Kaup. Influence of the Raman effect on dispersionmanaged solitons and their interchannel collisions. *Opt. Lett.*, 24:808–810, 1999. (Zitiert auf Seite 78.)
- [104] M. Böhm and F. Mitschke. Solitons in lossy fibers. Phys. Rev. A, 76(6): 063822, 2007. (Zitiert auf Seite 78.)
- [105] MIRA goo-F. Coherent Inc., Santa Clara, USA. http://www.coherent. com/. (Zitiert auf Seite 78.)
- [106] Mira OPO advanced linear CTA. APE GmbH., Berlin, Deutschland. http: //www.ape-berlin.de. (Zitiert auf Seite 78.)
- [107] R. Trebino. Frequency-Resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses. Springer Netherlands, 2002. (Zitiert auf Seiten 79 und 80.)
- [108] D.J. Kane. Real-time measurement of ultrashort laser pulses using principal component generalized projections. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 4(2):278–284, 1998. (Zitiert auf Seite 80.)

- [109] R. Trebino and D. J. Kane. Using phase-retrival to measure the intensity and phase of ultrashort pulses: frequency-resolved optical gating. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10:1101, 1993. (Zitiert auf Seite 80.)
- [110] Philipp Rohrmann. Experimentelle Untersuchung der Phasendynamik von Solitonenmolekülen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2010. (Zitiert auf Seiten 80 und 91.)
- [111] B. Seifert, H. Stolz, and M. Tasche. Nontrivial ambiguities for blind frequency-resolved optical gating and the problem of uniqueness. *J. Opt. Soc. Am. B*, 21:1089, 2004. (Zitiert auf Seite 80.)
- [112] D. Keusters, H.-S. Tan, P. O'Shea, E. Zeek, R. Trebino, and W. S. Warren. Relative-phase ambiguities in measurements of ultrashort pulses with well-separated multiple frequency components. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(10):2226–2237, 2003. (Zitiert auf Seite 80.)
- [113] Anritsu. http://www.anritsu.de/. (Zitiert auf Seite 82.)
- [114] Haldor Hartwig. Moleküle aus optischen Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2006. (Zitiert auf Seite 86.)
- [115] Alexander Hause. Phasensensitive Charakterisierung von Verbundzuständen optischer Solitonen in dispersionsalternierenden Glasfasern. Diplomarbeit, Universität Rostock, Deutschland, 2006. (Zitiert auf Seite 87.)
- [116] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, and H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 4. Auflage, 1999. (Zitiert auf Seiten 97 und 98.)
- [117] OFS. http://www.ofsoptics.com/fiber/. (Zitiert auf Seite 107.)
- [118] Corning Optical Fiber. http://www.corning.com/opticalfiber/. (Zitiert auf Seite 107.)
- [119] Nufern. http://www.nufern.com/fibers.php. (Zitiert auf Seite 107.)
- [120] Sterlite Technologies Ltd. http://www.sterlitetechnologies.com/ solutions/opticalfiber.aspx. (Zitiert auf Seite 107.)
- [121] Yangtze Optical Fiber and Cable Company Ltd. http://en.changfei. com.cn/. (Zitiert auf Seite 107.)
- [122] j-fiber GmbH. http://www.j-fiber.de/. (Zitiert auf Seite 107.)
- [123] F. Mitschke. *Glasfasern Physik und Technologie*. Elsevier GmbH, München,
 1. Auflage, 2005. (Zitiert auf Seite 107.)