

Aus dem Institut für Bauingenieurwesen
der Agrar- und Umweltwissenschaftlichen Fakultät

Untersuchungen zur Verformungsvorhersage von punktgestützten Stahlbetonplatten

Dissertation

zur

Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

an der Agrar- und Umweltwissenschaftlichen Fakultät

der Universität Rostock

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Steffen Koch

aus Rostock

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Harald Cramer

Korreferent: Dr.-Ing. habil. Olaf Mertzsch

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue

Die Promotionsverteidigung fand am 06.05.2011 in Rostock statt.

Die vorliegende Arbeit „Untersuchungen zur Verformungsvorhersage von punktgestützten Stahlbetonplatten“ ist eine von der Agrar- und Umweltwissenschaftlichen Fakultät der Universität Rostock genehmigte Promotion zur Erlangung des akademischen Grades „Dr.-Ing.“.

Elektronische Veröffentlichung:

Die vorliegende Dissertation ist auf dem Dokumentenserver der Digitalen Bibliothek der Universität Rostock (<http://rosdok.uni-rostock.de>) unter urn:nbn:de:gbv:28-diss2011-0085-4 veröffentlicht.

Copyright © Dr.-Ing. Steffen Koch, 2011

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Ohne schriftliche Genehmigung des Autors ist es nicht gestattet, diese Dissertation ganz oder teilweise auf fotomechanischem, elektronischem oder sonstigem Wege zu kommerziellen Zwecken zu vervielfältigen und zu verbreiten.

Gewidmet
meiner Tochter Johanna.

VORWORT

Die vorliegende Arbeit ging aus meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Strukturmechanik der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik der Universität Rostock hervor. Im Rahmen des Drittmittelprojektes „Simulationsmodelle für fertigungsbedingte Deformationen der hinteren Schiffskörperstruktur in Interaktion mit einem Trockendock“ unter der Leitung von Prof. Udo Röhr ergaben sich für die hier vorgestellten Untersuchungen viele interessante Anregungen. Für die ständige Unterstützung und die vertrauensvolle Zusammenarbeit – auch über den Bearbeitungszeitraum des Drittmittelthemas hinaus – möchte ich mich an dieser Stelle bei Prof. Dr.-Ing. Udo Röhr bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Dr.-Ing. habil. Olaf Mertzsch für die Anregung zu dieser Arbeit und für das mir entgegengebrachte Vertrauen. Durch die angenehme Zusammenarbeit, seine kritischen Anmerkungen und wertvollen Ratschläge wurde diese Arbeit erst möglich.

Ausdrücklich bedanken möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Krüger für seine tatkräftige Unterstützung und für das entgegengebrachte Interesse auch nach seiner Emiritierung.

Weiterhin danke ich Prof. Dr.-Ing. Harald Cramer für seine ständige Diskussionsbereitschaft, seinen konstruktiven Anregungen sowie für die Übernahme des Hauptreferates.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Nguyen Viet Tue möchte ich mich für die Übernahme des Korreferats und den damit verbundenen Mühen sowie sein Interesse an meiner Arbeit bedanken.

Darüber hinaus gilt mein Dank den verbliebenen und ehemaligen Mitarbeitern des Lehrstuhls für Strukturmechanik der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik mit deren sackkundigen Hilfestellungen und der zusätzlichen Bereitstellung von nicht unerheblichen Rechnerressourcen die Umsetzung der numerischen Untersuchungen erst möglich wurde. Auch den Mitarbeitern des Instituts für Bauingenieurwesen möchte ich meinen Dank aussprechen für die wertvollen Unterstützungen und ständige Hilfsbereitschaft.

Abschließend danke ich meiner Familie für ihre unermüdliche Unterstützung. Ganz besonders herzlich möchte ich mich an dieser Stelle bei meiner Frau Anja bedanken, dafür dass sie mir mit großer Geduld und mit noch größerem Verständnis – insbesondere in den entbehrungsreichen Stunden – stets zur Seite stand und mit unserer Tochter Johanna für den notwendigen Ausgleich sorgte.

Rostock, 19.03.2010

Steffen Koch

1	Einleitung	9
1.1	Motivation und Problemstellung	9
1.2	Zielsetzung und Abgrenzung der Arbeit	10
1.3	Definition und Tragverhalten punktgestützter Platten	10
1.4	Geschichtliche Entwicklungen zur Ausführung und Berechnung von punktgestützten Stahlbetondecken	12
2	Kritische Analyse bekannter Verfahren zur Verformungsbegrenzung	14
2.1	Allgemeines	14
2.2	Normative Regelungen zur Verformungsbegrenzung und -berechnung	15
2.2.1	Deutsche Normung – DIN 1045-1 (2008)	15
2.2.2	Europäische Normung – DIN EN 1992-1-1 (2006)	16
2.2.3	Schweizer Normung – SIA 260 (2003), SIA 262 (2003)	17
2.2.4	Britische Normung – BS 8110-1 (1997), BS 8110-2 (1985)	17
2.2.5	US-Amerikanische Normung – ACI 318 (2005)	18
2.3	Ausgewählte Ansätze zur Verformungsbegrenzung und -berechnung aus der Fachliteratur	20
2.4	Vergleichende Untersuchungen	23
2.5	Schlussfolgerung	25
3	Materialverhalten und angewandte Werkstoffmodelle	26
3.1	Allgemeines	26
3.2	Beton	26
3.2.1	Materialverhalten unter Kurzzeitbeanspruchung	27
3.2.1.1	Einaxiale Druckfestigkeit	27
3.2.1.2	Spannungs-Dehnungsbeziehung unter monotoner, einaxialer Druckbeanspruchung	27
3.2.1.3	Materialverhalten unter zyklischer Druckbeanspruchung	30
3.2.1.4	Einaxiale Zugfestigkeit	31
3.2.1.5	Spannungs-Dehnungsbeziehung unter monotoner, einaxialer Zugbeanspruchung	32
3.2.1.6	Materialverhalten unter zyklischer Zugbeanspruchung	37
3.2.1.7	Elastizitätsmodul	38
3.2.1.8	Querdehnzahl	39
3.2.1.9	Materialverhalten unter zweiaxialer Beanspruchung	39
3.2.1.10	Materialverhalten unter Temperatureinfluss	41
3.2.2	Zeitabhängiges Materialverhalten	42
3.2.2.1	Einaxiale Dauerstandsdruckfestigkeit	42
3.2.2.2	Einaxiale Dauerstandszugfestigkeit	43
3.2.2.3	Zweiaxiale Dauerstandsfestigkeit	45
3.2.2.4	Zeitabhängiger Elastizitätsmodul	46
3.2.2.5	Zeitliche Entwicklung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen unter kurzzeitiger Druckbeanspruchung	46
3.2.2.6	Zeitliche Entwicklung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen unter kurzzeitiger Zugbeanspruchung	46
3.2.2.7	Kriechen	47

3.2.2.8	Kriechen unter mehraxialer Beanspruchung	50
3.2.2.9	Schwinden	52
3.3	Betonstahl	52
3.4	Stahlbeton	54
3.4.1	Allgemeines	54
3.4.2	Verbundtragverhalten von Beton und Betonstahl	54
3.4.2.1	Verbundtragverhalten unter Einfluss der Betonzugversteifung zum Zeitpunkt $t = t_0$	55
3.4.2.2	Zeitabhängiges Verbundtragverhalten zum Zeitpunkt $t > t_0$	58
3.4.2.3	Verbundtragverhalten bei Abweichung der Rissrichtung von der Bewehrungsrichtung	62
3.4.2.4	Verbundtragverhalten unter zyklischer Beanspruchung	63
3.4.3	Materialverhalten unter Schubbeanspruchung	65
3.4.4	Zweiachiale Beanspruchung von Stahlbetonscheiben	66
3.4.5	Umschnürungswirkung	67
3.5	Zusammenfassung der implementierten Werkstoffmodelle	68
4	Numerische Umsetzung	69
4.1	Allgemeines	69
4.2	Grundlagen der Plattentheorie	69
4.3	Stoffgesetz	70
4.4	Diskretisierungen	71
4.5	Iterationsverfahren	72
5	Verifikation der Werkstoffmodelle	74
5.1	Allgemeines	74
5.2	Einachsig gespannte Platten – Versuche von <i>Jaccoud, Favre</i>	74
5.3	Einachsig gespannte Platten – Versuche von <i>Mertzsch, Hammer</i>	76
5.4	Zweiachsig gespannte Platten – Versuche von <i>Jaccoud, Favre</i>	78
5.5	Zweiachsig gespannte Platten – Versuche von <i>Tellenbach</i>	79
5.6	Punktgestützte Platte – Versuch von <i>Jofriet, McNeice</i>	81
5.7	Punktgestützte Platten – Versuche von <i>Gilbert, Guo</i>	83
5.8	Zusammenfassung	85
6	Grundlagen der numerischen Untersuchungen	86
6.1	Allgemeines	86
6.2	Geometrische Randbedingungen	86
6.3	Materialparameter	87
6.4	Lastannahmen	88
6.4.1	Einzellastfälle	88
6.4.2	Lastfallkombinationen	88
6.5	Modellierung der Systemeigenschaften	90

6.6	Untersuchungen zur Modellierung der Auflagerbedingungen	91
6.6.1	Stützen ohne Stützenkopfverstärkung	91
6.6.2	Stützen mit Stützenkopfverstärkung	94
6.6.3	Wandscheiben	96
7	Parameterstudie zum Verformungsverhalten punktgestützter Stahlbetonplatten	97
7.1	Allgemeines	97
7.2	Randbedingungen des Ausgangssystems	97
7.3	Grundlagen der Parameterstudie	98
7.4	Materialparameter	99
7.4.1	Einflüsse von Betoneigenschaften	99
7.4.2	Einflüsse von Stahleigenschaften	103
7.4.3	Einflüsse aus dem Verbundtragverhalten von Stahl und Beton	103
7.4.4	Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen	104
7.4.5	Parameterrelevanz	104
7.5	Einflüsse der Umweltbedingungen	104
7.5.1	Einfluss der relativen Luftfeuchtigkeit	104
7.5.2	Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen	105
7.5.3	Parameterrelevanz	105
7.6	Systemparameter	106
7.6.1	Allgemeines	106
7.6.2	Einflüsse der Bewehrungsanordnung	106
7.6.3	Einflüsse der Auflagerbedingungen	107
7.6.4	Einflüsse der geometrischen Randbedingungen	110
7.6.5	Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen	113
7.6.6	Parameterrelevanz	114
7.7	Lastparameter	114
7.7.1	Allgemeines	114
7.7.2	Einflüsse der äußeren Beanspruchung	115
7.7.3	Einflüsse der Laststellung	118
7.7.4	Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen	120
7.7.5	Parameterrelevanz	120
7.8	Rechen- und Modellunsicherheiten	120
7.8.1	Allgemeines	120
7.8.2	Einflüsse der Systemmodellierung	121
7.8.3	Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen	122
7.9	Zusammenfassung und Schlussfolgerung	122
8	Begrenzung der Durchbiegung von Flachdecken ohne direkte Berechnung	126
8.1	Systemvarianten	126
8.2	Allgemeine Vorgehensweise	126
8.3	Vorschlag eines Biegeschlankheitskriteriums	127
8.4	Vorschlag eines vereinfachten Biegeschlankheitskriteriums	134
8.5	Fehlerbetrachtungen	135
8.6	Vergleich mit Berechnungsansätzen aus Normung und Fachliteratur	137

8.7 Voraussetzungen und Abgrenzungen zur baupraktischen Anwendbarkeit	138
9 Direkte Berechnung der Langzeit-Biegeverformungen von punktgestützten Stahlbetonplatten	140
9.1 Allgemeines	140
9.2 Anwendung der Streifenmethode	140
9.3 Erweiterung der bestehenden Berechnungsansätze und Neuvorschläge	141
9.3.1 Verformungsvorhersage auf Systemebene	141
9.3.2 Neuvorschlag von Rissverteilungsfaktoren zur Verformungsberechnung punktgestützter Stahlbetondecken	143
9.3.3 Problemorientierte Schnittkraftermittlung	148
9.3.4 Erweiterung der Streifenmethode	150
9.3.5 Verformungsvorhersage auf Querschnittsebene	151
9.4 Vergleich mit den Ergebnissen der numerischen Systemanalyse	152
10 Zusammenfassung und Ausblick	154
Notationsverzeichnis	158
Tabellenverzeichnis	165
Abbildungsverzeichnis	166
Literaturverzeichnis	169
Angewandte Rechenprogramme	177
Zitierte Normen und Richtlinien	178
Wissenschaftlicher Lebenslauf	179
Anhang	180

1 Einleitung

1.1 Motivation und Problemstellung

Bereits 1959 beschäftigte sich *Leonhardt* mit der Frage, wie die anfänglichen und nachträglichen Durchbiegungen von Stahlbetonbauteilen nachweislich zu begrenzen sind (*Leonhardt*, 1959). In den darauf folgenden Jahren erfolgte in verschiedenen Ländern eine Vielzahl von Untersuchungen zur Beurteilung von Bauteildurchbiegungen und den daraus resultierenden Schäden. In Deutschland legten die Arbeiten von *Mayer/Rüsch* den Grundstein zur Verformungsbegrenzung von Stahlbetonbauteilen und beeinflussten nachhaltig die normativen Regelungen der DIN 1045 (*Mayer, et al.*, 1967). Auf Basis der Auswertung von zahlreichen Durchbiegungsschäden leiteten sie sogenannte Biegeschlankheitskriterien ab, welche den Zusammenhang zwischen der effektiven Stützweite ℓ und der Nutzhöhe d wiedergeben. Diese Schlankheitskriterien gewährleisteten nach Auffassung der Verfasser eine zuverlässige Einhaltung der zulässigen und damit schadensfreien Bauteilverformung. Jedoch weisen *Mayer/Rüsch* in ihren Arbeiten darauf hin, dass hierzu eine Bauteilüberhöhung von $\bar{u} = \ell/300$ zwingend erforderlich ist. Die damals getroffenen Aussagen zur Verformungsbegrenzung haben in der aktuellen Fassung der DIN 1045-1 (2008-08) immer noch Bestand. Die Forderung nach einer zwingenden Anordnung einer Bauteilüberhöhung wurde hingegen verwässert und ist lediglich als eine „*Kann-Bestimmung*“ wiederzufinden, siehe DIN 1045-1 (2008-08), Abschnitt 11.3.1. (9).

Daher verwundert es nicht, dass in der Vergangenheit immer wieder von Durchbiegungsschäden berichtet wurde, welche trotz der Einhaltung der normativen Regelungen der DIN 1045-1 auftraten (vgl. u. a. *Fricke*, 2004; *Mertzsch*, 2004). Diese Bauwerksschäden sind in der Regel nicht standsicherheitsgefährdend, doch die Schadensbehebung – sofern diese technisch überhaupt umsetzbar ist – gestaltet sich in den meisten Fällen als äußerst kostenintensiv. In diesem Zusammenhang tritt die Problemstellung der zuverlässigen Verformungsbegrenzung von Stahlbetonbauteilen in den letzten Jahren wieder vermehrt in den Vordergrund.

Mit dem Fortschreiten der Beton- und Bemessungstechnologie lassen sich Stahlbetonkonstruktionen immer besser ausnutzen, womit diese in der Baupraxis immer schlanker und damit auch verformungsanfälliger ausgeführt werden. Damit stellt sich die Frage, inwieweit die von *Mayer/Rüsch* untersuchten Konstruktionen – welche mitunter weit vor 1967 errichtet wurden – die heutige Konstruktions- und Bemessungspraxis widerspiegeln. Zum damaligen Zeitpunkt bildeten abweichende Bemessungsregeln und Materialeigenschaften die Bemessungsgrundlage und führten im Allgemeinen zu geringeren Stahl- und Betonspannungen. Eine allgemeingültige Übertragbarkeit der damaligen Untersuchungsergebnisse auf die heutzutage errichteten Stahlbetonkonstruktionen ist daher stark anzuzweifeln, zumal nur eine relativ geringe Anzahl schadhafter Stahlbetonkonstruktionen analysiert wurde. Numerische Untersuchungen in der jüngeren Vergangenheit untermauern diese Feststellungen (vgl. u. a. *Donaubauer*, 2002; *Hausmann*, 2007; *Mertzsch*, 2008; *Krüger, et al.*, 2009).

Vor diesen Hintergründen erscheint es notwendig und zweckmäßig, das Langzeitverformungsverhalten und somit eine zuverlässige Verformungsbegrenzung von Stahlbetontragwerken unter heutigen Bemessungskriterien neu zu bewerten. Insbesondere unterzuglose, punktgestützte Stahlbetondecken zeigen eine signifikante Verformungsintensität. Aufgrund ihrer Tragwirkung weisen sie unter gleichen Randbedingungen gegenüber liniengelagerten Deckenkonstruktionen eine deutlich höhere Deckenfelddurchbiegung auf. Dies macht es umso mehr erforderlich, die Langzeitverformungen von punktgestützten Stahlbetonplatten wirklichkeitsnahe vorherzusagen und zuverlässig begrenzen zu können. Darüber hinaus ist festzustellen, dass teilweise erhebliche Defizite in der Vorhersagegenauigkeit vorhandener Näherungsverfahren vorliegen. Womit zusätzlich die Motivation besteht eine deutliche Verbesserung der derzeitigen Näherungsansätze zu erzielen.

1.2 Zielsetzung und Abgrenzung der Arbeit

Mit dieser Arbeit wird das Ziel verfolgt, geeignete Verfahren zu liefern, um die Einhaltung der zulässigen Verformung für punktgestützte Stahlbetondecken nachweisen zu können. Im Wesentlichen wird dazu auf die zwei Möglichkeiten der Nachweisführung aufgebaut, welche sich in der Bemessungspraxis bewährt haben: a) Nachweis der zulässigen Biegeschlankheit ℓ/d und b) Nachweis der zulässigen Bauteilverformung.

Im Rahmen dieser Arbeit werden daher auf der Grundlage abgesicherter, numerischer Parameteranalysen mittels der Finite-Elemente-Methode Biegeschlankheitskriterien für Flach- und Pilzdecken entwickelt, welche sich an der heutigen Bemessungspraxis orientieren. Mit deren Anwendung lässt sich bereits im Vorfeld einer Bemessung diejenige Bauteilhöhe bzw. Nutzhöhe ermitteln, welche zur Einhaltung der zulässigen Verformung notwendig ist. Eine meist aufwendige direkte Berechnung der Deckenfeldverformung kann somit vermieden werden.

Da diese Verfahrensweise – aufgrund ihrer einfachen Handhabung – Grenzen in der Anwendbarkeit aufweist, wird zusätzlich ein Weg aufgezeigt, die Langzeitverformungen von punktgestützten Stahlbetonplatten mit einem vereinfachten Näherungsansatz direkt zu berechnen. Die ermittelten Verformungen lassen sich anschließend den zulässigen Verformungswerten gegenüberstellen und deren Einhaltung nachweisen. Hierzu werden bestehende Näherungsansätze aufgegriffen und derart verbessert, dass eine Berechnung von Flachdeckenverformungen in einfacher Art und Weise und mit hinreichender Genauigkeit möglich wird.

Nachfolgende Abgrenzungen werden im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen. Betrachtet werden lediglich ebene, schlaff bewehrte Deckensysteme, welche unterzugslos und punktuell – das heißt auf Stützen oder auf Stützenkopfverstärkungen – gelagert sind. Berücksichtigt werden dabei nur Deckenplatten aus Normalbeton unter vorwiegend ruhenden Gebrauchslasten. Zyklische sowie dynamische Beanspruchungen bleiben unberücksichtigt. Des Weiteren wird von Lasten des üblichen Hochbaus mit geringen Belastungs- und Dehngeschwindigkeiten ausgegangen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden lediglich Biegeverformungen eingehend untersucht, da diese sich für Deckenplatten des üblichen Hochbaus im Allgemeinen als maßgebend erweisen. Ausgeschlossen wird im Bereich der Gebrauchstauglichkeit das Auftreten von Traglastproblemen, wie beispielsweise das Durchstanzen und Ermüdungserscheinungen.

Die verwendeten Materialmodelle beschreiben die Komponenten Stahl und Beton als homogenes Material auf der Bauteil- bzw. Tragwerksebene. Grundsätzlich wird nachfolgend von mittleren Baustoffkennwerten ausgegangen, um eine reale Einschätzung der auftretenden Verformung sicherzustellen. Dies ist für nicht-lineare Systemanalysen zulässig, da somit im Gebrauchslastbereich die Bauteilsteifigkeiten unterschätzt und die Bauteilverformungen auf der sicheren Seite liegen (vgl. DAFStb, H. 525, 2003). Probabilistische Betrachtungen erfolgen lediglich im Rahmen einer Parameteranalyse.

Unter Annahme eines ebenen Spannungszustands wird zur Beschreibung des Werkstoffs Beton von zwei axialen Stoffgesetzen ausgegangen. Aufgrund der einaxialen Tragwirkung der Bewehrungsstäbe genügt es hingegen, die Stahleigenschaften anhand von einaxialen Werkstoffbeziehungen zu formulieren.

1.3 Definition und Tragverhalten punktgestützter Platten

Unter punktgestützte Decken versteht man Deckenplatten, welche unterzugslos unmittelbar auf Stützen aufgelagert sind. Dabei wird im Stahlbetonbau in zwei Formen unterschieden: a) Flachdecken, welche auf Stützen mit einem konstanten Stützenquerschnitt lagern und b) Pilzdecken, welche durch verbreiterte Stützenköpfe unterstützt werden, siehe Bild 1.1.

In der Regel sind die Stützen mit der Deckenplatte biegesteif verbunden. Die Stützenquerschnitte werden üblicherweise in rechteckiger oder kreisförmiger Form ausgeführt. Die gebräuchlichen Ausbildungen von Stützenkopfverstärkungen sind in Bild 1.1 zusammengestellt.

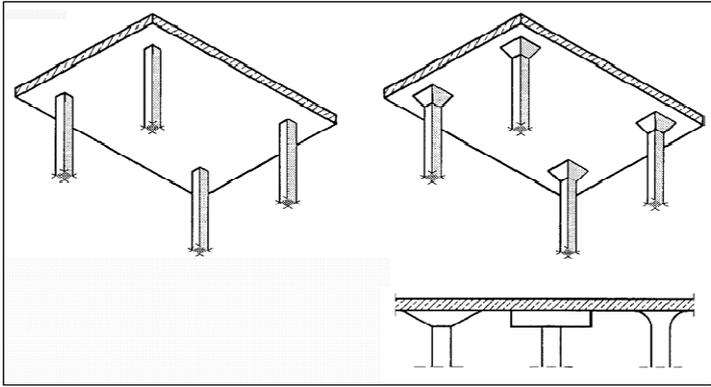


Bild 1.1: Flachdecke (links), Pilzdecke und Stützenkopfvarianten (rechts); Quelle: Leicher (2002)

Punktgestützte Stahlbetondecken stellen in der heutigen Baupraxis eine beliebte Konstruktionsform dar. Besonders vorteilhaft wirkt sich die ebene Deckenunterseite aus. Somit lässt sich die Installationsführung der Ausbaugewerke ohne störende Unterzüge individuell gestalten und planen, was bereits in der Planungsphase einen wertvollen Zeitvorteil darstellt. Darüber hinaus resultiert aus der ebenen Deckenschalung ein beschleunigter Bauablauf gegenüber unterzuggelagerten Decken. Vorteilhaft erweist sich ebenfalls die Flexibilität hinsichtlich der Nutzflächenaufteilung bzw. einer späteren Änderung der Raumaufteilung. Diesbezüglich stellt die Errichtung von Trennwänden in Trockenbauweise heutzutage eine schnelle, einfache und kostengünstige Möglichkeit zur Umstrukturierung dar. In Gebäuden mit Flachdeckenkonstruktionen wird dieser Bauweise größtmögliche Flexibilität geliefert, da weder tragende Wände noch störende Unterzüge das Raumnutzungskonzept negativ beeinflussen. Als nachteilige Einflussfaktoren sind hingegen die notwendigerweise größere statische Höhe des Plattenquerschnitts, das demzufolge höhere Eigengewicht und der höhere Baustoffbedarf zu nennen. Außerdem zeigen Flachdeckenkonstruktionen eine erhöhte Verformungsanfälligkeit aufgrund der relativ geringen, punktuellen Auflagerflächen.

In der heutigen Bauweise lassen sich akzeptable Stützweiten erreichen ohne störende Unterzüge oder kostenintensive Vorspannungen anordnen zu müssen. So werden Flachdeckenkonstruktionen aus Stahlbeton in der Fachliteratur eine Wirtschaftlichkeit attestiert, sofern Stützweiten von 4 m bis 8 m (9 m) eingehalten werden.

Das Tragverhalten punktgestützter Deckenplatten ist dahingehend gekennzeichnet, dass die einwirkenden Beanspruchungen ausschließlich über die punktuellen Stützungen abgetragen werden. Damit besitzen die Platten zwischen den Stützen die größte Steifigkeit, da sich entlang der Rasterlinien zwischen den Stützen ein „versteckter Unterzug“ ausbildet (vgl. Leicher, 2002).

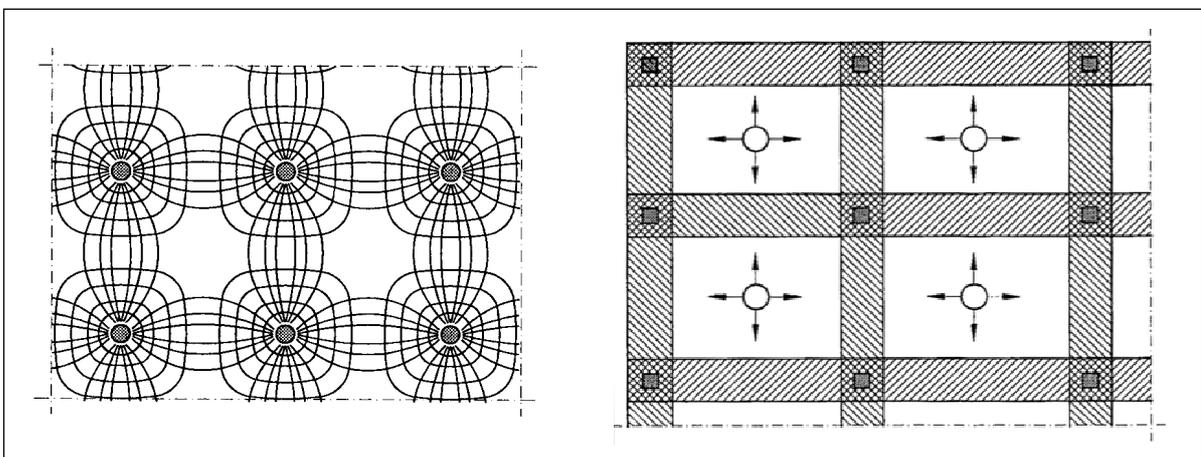


Bild 1.2: Verlauf der Hauptmomente unter Volllast im Innenfeld einer Flachdecke (links), Ausbildung von Tragstreifen und zweiachsig gespannten Deckenbereichen (rechts); Quelle: Leicher (2002)

Der zweiachsig gespannte innere Teil der Deckenfelder stützt sich auf diese Tragstreifen nachgiebig gebettet ab, siehe Bild 1.2 (rechts).

Der daraus resultierende Verlauf der Hauptmomente ist Bild 1.2 (links) zu entnehmen. Dabei wird deutlich, dass die Feldmomente in einem breiten Bereich zwischen den Stützen verlaufen und positiv sind. Die Stützmomente sind hingegen negativ und in den Stützenbereichen konzentriert. Sie verlaufen kreisförmig um die Stütze herum und nehmen radial zur Stütze hin zu.

Problematisch gestalten sich bei punktgestützten Stahlbetonplatten die hohen Auflagerlasten. Diese bewirken konzentrierte Schubspannungen in unmittelbarer Stützennähe und führen nach Überschreitung der Bauteilwiderstände zum Durchstanzversagen. Daher ist dem Durchstanznachweis bei der Flachdeckenbemessung besonderer Aufmerksamkeit zu widmen.

1.4 Geschichtliche Entwicklungen zur Ausführung und Berechnung von punktgestützten Stahlbetondecken

Die punktgestützte Lagerung von Bauteilen und Baugruppen findet bereits seit geraumer Zeit Anwendung in der Baupraxis. Dies wird insbesondere durch die bis heute erhaltenen Konstruktionen in zahlreichen Kirchen belegt. Dabei wurde sich in der Frühzeit auf die Stützung von Wandscheiben, Bögen und Unterzüge beschränkt.

Die erste punktgestützte Stahlbetondecke führt *C. A. P. Turner* in Mineapolis 1906 als unterzugslose Pilzdecke erfolgreich aus und gilt damit als Begründer der Flach- bzw. Pilzdeckenkonstruktionen. Aufgrund der Unkenntnis der genauen Tragwirkung wurde anfänglich eine eher unübersichtliche Bewehrungsführung gewählt. Diese wurde aus der Balkenstatik abgeleitet und bestanden damals mitunter aus 4 Bewehrungsbahnen in Form von ringförmigen und kreuzweise diagonal verlaufenden Bewehrungseisen, siehe Bild 1.3. Dies erschwerte die damalige Bauausführung erheblich.

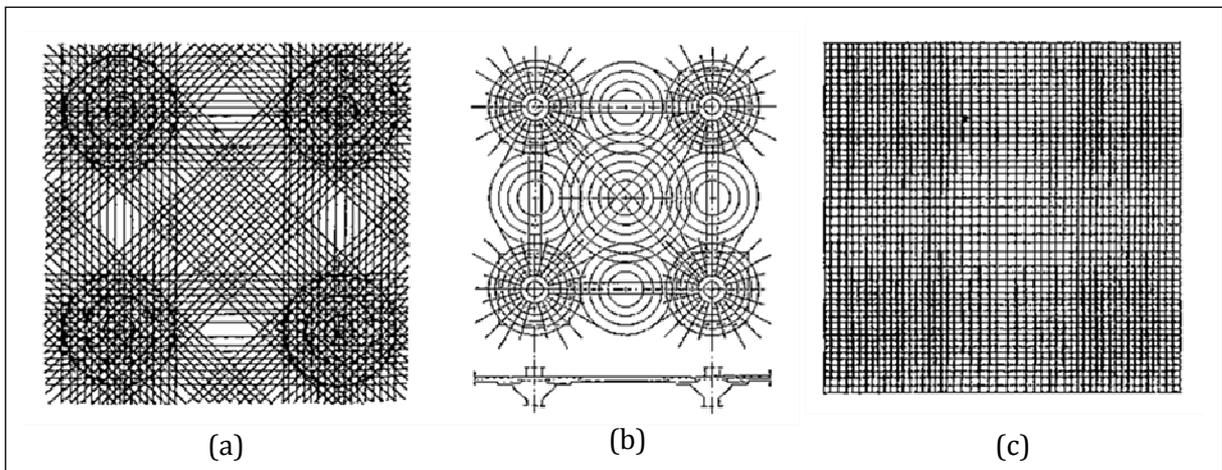


Bild 1.3: Bewehrungsführung für punktgestützte Platten: (a) Vierbahnenbewehrung nach *Turner*, (b) Ringbewehrung nach *Smulski*, (c) Zweibahnenbewehrung nach *Maillart*

Als Wegbereiter der punktgestützten Stahlbetondecken in Europa gilt *Maillart*. Er führte 1908 die noch heute gebräuchliche orthogonale Zweibahnbewehrung für punktgestützte Stahlbetondecken ein und bestätigte deren ausreichenden Tragwirkung anhand von großformatigen Belastungsversuchen (*Maillart*, 1926). Seine Konstruktionsmethode ließ er sich 1909 in der Schweiz patentieren und errichtete 1910 in Zürich die erste Pilzdecke in dieser Bauweise.

In Deutschland war die Ausführung von Pilz- und Flachdecken vorerst unzulässig, da die ingenieurmäßigen Berechnungen von den Bauaufsichtsbehörden nicht anerkannt wurden (vgl. *Mayer*, 1912). Erst 1925 wurden in den Deutschen Eisenbetonbestimmungen Anforderungen zur Konstruktion und Ausführung von punktgestützten Stahlbetondecken festgelegt. Diese ließen die Berechnungen der Biegemomente auf der Grundlage der vorangegangenen Arbeiten von *Lewe* (1920, 1922) und *Marcus* (1924) zu. In dieser Entwicklungsphase konzentrierten sich die

1 Einleitung

1.4 Geschichtliche Entwicklungen zur Ausführung und Berechnung von punktgestützten Stahlbetondecken

Forschungsarbeiten hauptsächlich auf die analytische Beschreibung des Biegetrag- und Verformungsverhaltens von Pilzdecken.

Da selbst für einfache Anwendungsfälle keine geschlossene Lösung der Plattendifferentialgleichung für punktgestützte Platten existiert, entstanden nachfolgend zahlreiche Arbeiten zur Beschreibung des Schnittgrößen- und Verformungsverlaufs durch Fourier-Reihenbildung. Dabei sind insbesondere die Arbeiten von Lewe (1926), Grein (1948), Timoshenko, et al. (1959) und Girkmann (1959) herauszustellen.

Mit der Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Bauwesen ließen sich die Schnittkräfte und Verformungen – vorerst im ungerissenen Zustand – für beliebige Formen und Belastungen punktgestützter Decken in einfacher Weise berechnen. Wobei in den Anfängen der Weg beschritten wurde, auf der Grundlage von Parameteranalysen Näherungsverfahren und Tabellen abzuleiten, um bemessungsrelevante Schnittkräfte zu ermitteln (vgl. u. a. Eisenbiegler, et al., 1979; Grasser, et al., 1991). Heutzutage hat sich in der Bemessungspraxis die Finite-Elemente-Methode zur Schnittkraftermittlung in Flachdecken durchgesetzt, wohingegen die Näherungsverfahren aufgrund ihrer einfachen Handhabung durchaus noch Anwendung finden.

Weitere Näherungsverfahren allerdings zur Berechnung der Langzeitverformungen von Flachdecken unter der Berücksichtigung von Rissbildungen und Langzeiteffekten werden beispielsweise in den Arbeiten von Regan (1981), Tellenbach (1985) und Kordina (1992) angegeben. Dabei erfolgt die Ermittlung der Biegeverformung auf der Grundlage der Streifenmethode, welche auf die Ausführungen von Marcus (1924) zurückgeht.

Die gestiegenen Rechnerleistungen sowie die Weiterentwicklung der nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen und Materialmodelle ermöglichen es heutzutage das komplexe, nicht-lineare Verformungsverhalten für beliebige Stahlbetonplatten abzubilden und in Variantenrechnungen näher zu untersuchen. Somit leitet Donaubauer (2002) auf der Basis numerischer Analysen ein Biegeschlankheitskriterium für ein- und zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten ab, wohingegen Hausmann (2007) ein Verfahren zur Verformungsbegrenzung von vorgespannten Flachdecken beschreibt. Eine Forschungslücke besteht weiterhin in der zuverlässigen Verformungsbegrenzung und Verformungsvorhersage von schlaff bewehrten Flachdecken und Pilzdecken. Diese soll im Rahmen dieser Arbeit geschlossen werden.

In jüngerer Vergangenheit bestehen in der Weiterentwicklung von Flachdecken ebenfalls die Bestrebungen darin, Flachdecken als Hohlkörper- bzw. Verdrängungskörperdecken auszuführen. Der wesentliche Vorteil liegt in der deutlichen Gewichts- und Baustoffreduzierung. Diese kann für diese Konstruktionsweisen bis zu 30 % betragen, so dass eine deutliche Querschnittsreduzierung bzw. Stützweitenerhöhung ermöglicht wird. Als nachteilig wirkt sich hingegen die Tatsache aus, dass die Anordnung von Verdrängungskörpern im Stützenbereich vermieden werden muss, um eine vollständige Querkrafttragfähigkeit zu gewährleisten. Weiterhin erweisen sich diese Deckenkonstruktionen als noch verformungsanfälliger, aufgrund des teilweise fehlenden Betonkerns. Bezüglich einer vergleichbaren Massivdecke stellen sich etwa 15 % höhere Deckenfelddurchbiegungen ein (vgl. Schnellenbach-Held, et al., 2005).

In der Ausführung von leichteren Flachdeckenkonstruktionen finden zusätzliche Bestrebungen darin statt, punktgestützte Stahlbetondecken aus Leichtbeton herzustellen. Trotz möglichen Gewichtsreduzierungen von bis zu 30 % lassen sich jedoch wirtschaftliche Vorteile aufgrund der Durchbiegung- und Durchstanzproblematik im Allgemeinen nicht feststellen. Dabei weisen Flachdecken aus Leichtbeton in etwa gleiche Deckenfeldverformungen auf wie identische Normalbetonkonstruktionen. Die höheren Langzeitverformungen aufgrund der erhöhten Kriech- und Schwindneigung von Leichtbeton lassen sich dabei bestenfalls durch die Gewichtersparnis kompensieren (vgl. Stracke, 2005). Demgegenüber stehen jedoch die deutlich höheren Materialkosten von Leichtbeton.

2 Kritische Analyse bekannter Verfahren zur Verformungsbegrenzung

2.1 Allgemeines

Übermäßige Verformungen von Stahl- und Spannbetonbauteilen beeinträchtigen die Gebrauchstauglichkeit und müssen daher begrenzt werden. Bauteilverformungen können in verschiedener Form auftreten. So sind neben den Biegeverformungen ebenso Querkraftverformungen, Verdrehungen, Zwangsverformungen aus Längenänderungen des betrachteten oder angrenzenden Bauteils sowie Schwingungen aus dynamischer Beanspruchung zu nennen. In den normativen Regelungen wird sich darauf beschränkt, Verfahren zur Begrenzung von Biegeverformungen aus vorwiegend ruhender Beanspruchung zur Verfügung zu stellen.

Zur Beschreibung der Biegeverformung wird unterschieden in die Durchbiegung w_z und in den Durchhang f , siehe Bild 2.1. Die **Durchbiegung** stellt die vertikale Bauteilverformung bezogen auf die Ausgangslage, genauer gesagt auf die unverformte Lage, dar. Dahingegen beschreibt der **Durchhang** die vertikale Bauteilverformung bezogen auf eine Referenzlage. Diese wird in der Regel als Verbindungslinie zwischen den Auflagern angenommen. Die Ermittlung des Durchhangs ist dann von besonderer Relevanz, wenn für ein Bauteil eine **Überhöhung** \ddot{u} nach Bild 2.1 angeordnet wird.

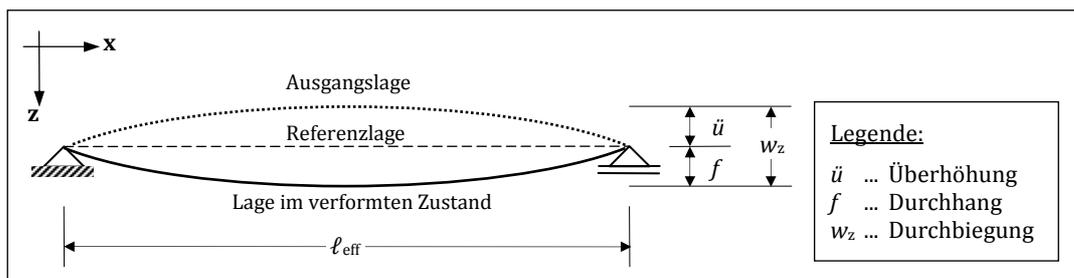


Bild 2.1: Definitionen zur Beschreibung der Biegeverformung im Stahlbetonbau

Durch übermäßige Verformungen wird im Allgemeinen die Standsicherheit eines Bauteils nicht gefährdet, jedoch wirken sich diese negativ auf die Bauteilnutzung – sprich auf die Gebrauchstauglichkeit – aus. Nach normativen Auffassungen wird die **Verformungsbegrenzung** aus folgenden Gründen als notwendig erachtet.

Zum Einen bewirken deutlich sichtbare Verformungen an tragenden Bauteilen bei den Nutzern ein subjektives Misempfinden, so dass neben den ästhetischen Motiven der *Erhalt des Erscheinungsbildes* erforderlich wird.

Zum Anderen gilt es, *Schäden an angrenzenden Bauteilen* zu vermeiden. So führen starke Durchbiegungen zu Zwangsbeanspruchungen in angrenzenden Bauteilen bzw. -elementen und in der Folge zu Schädigungen beispielsweise in der Form von Rissbildungen. In diesem Zusammenhang können ebenfalls Schäden an dem tragenden Bauteil selbst beobachtet werden, da aus den veränderten Lagerungsbedingungen Beanspruchungen resultieren können, welche in der Regel in der Bauteilbemessung nicht berücksichtigt sind. Neben einer ausreichenden Verformungsbegrenzung, lassen sich bereits durch einen zeitlich verzögerten Einbau bzw. durch die Anordnung von Bewegungsfugen solche Schäden vermeiden.

Ein weiteres Begrenzungskriterium stellt der *Erhalt der Funktionalität* dar. Dieser ist grundsätzlich von der geplanten Nutzung abhängig. So werden an den Erhalt einer funktionierenden Dach- bzw. Fahrbahntwässerung geringere Anforderungen gestellt als an den einwandfreien Betrieb von Maschinen oder technischen Anlagen. So können bereits geringe Relativbewegungen einzelner Anlagenteile deren Funktion stark beeinträchtigen. Daher ist diesbezüglich eine individuelle Festlegung der erforderlichen Verformungsgrenzen mit dem Bauherrn zweckmäßig.

Darüber hinaus können Verformungsbegrenzungen ebenfalls dazu genutzt werden, *übermäßige Schwingungen* zu vermeiden, da sowohl die Eigenfrequenz als auch die Verformung eines

Bauteils maßgeblich durch dessen Steifigkeit beeinflusst wird. Eine individuelle Festlegung der zulässigen Verformungsgrenzwerte ist auch hier sinnvoll.

Grundsätzlich sind in der Fachwelt – trotz kontroverser Diskussion – **zwei Nachweisstrategien** anerkannt: a) der vereinfachte Nachweis durch die Einhaltung einer zulässigen Bauteilbiegeschlankheit und b) die direkte Berechnung der Bauteilverformung und der anschließende Vergleich mit den zulässigen Grenzwerten.

Bei dem vereinfachten Nachweis über die Begrenzung der Bauteilbiegeschlankheit ℓ/d werden verformungsrelevante Einflussgrößen nur näherungsweise erfasst, wie beispielsweise das Trägheitsmoment des Querschnittes und die effektive Stützweite. Die Anwendung von Schlankheitskriterien ist von Vorteil, da einerseits die Verformungen nicht direkt berechnet werden müssen und andererseits ein Biegeschlankheitskriterium zur Vordimensionierung der Bauteilhöhe genutzt werden kann. Häufig folgt – insbesondere für Platten des üblichen Hochbaus – aus den Forderungen der Verformungsbegrenzung die bemessungsentscheidende Festlegung der Bauteilhöhe. Damit ist es folgerichtig, die Bauteilbiegeschlankheit als Entwurfparameter aufzufassen und zur Vordimensionierung heranzuziehen. Diese Vorgehensweise hat sich in der Bemessungspraxis etabliert. Jedoch ist die Genauigkeit und Anwendbarkeit begrenzt und kann nicht auf beliebige Systeme übertragen werden. So ist es u. a. für Spannbetonkonstruktionen weiterhin erforderlich die Verformungen direkt zu berechnen.

Heutzutage bestehen die Möglichkeiten die Langzeitverformungen von Stahlbetonbauteilen sowohl mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode als auch unter Anwendung von Momenten-Krümmungsbeziehungen und anschließender Integration der Krümmungen über die Bauteillänge zu berechnen. Dabei ist anzumerken, dass neben den steifigkeitsrelevanten geometrischen und zeitlich veränderlichen materialtechnologischen Randbedingungen ebenso die Rissbildung, das Mitwirken von Beton zwischen den Rissen sowie zeitvariante Kriech- und Schwindeffekte von Beton zwingend mit zu berücksichtigen sind.

Dem Entstehen übermäßiger Verformungen kann häufig durch **konstruktive Möglichkeiten** in einfacher Weise entgegengewirkt werden. Zum Einen lassen sich durch die Wahl eines günstigen statischen Systems Verformungen wirksam verringern. So weisen zweiachsig gespannte, umfanggelagerte Platten deutlich kleinere Verformungen auf als vergleichbare einachsig gespannte oder aber punktförmig gestützte Stahlbetonplatten. Zum Anderen gestaltet sich die Möglichkeit die Nutzhöhe d zu erhöhen zur Verformungsverringerung ebenso effektiv wie die Stützweite ℓ zu verringern. Darüber hinaus ist die Modifikation der verwendeten Baustoffe Beton und Zement ein probates Mittel zur Verformungsbegrenzung. Eine weitere Möglichkeit stellt die Erhöhung der Bewehrungsmenge dar. Diese ist jedoch unter Anbetracht eines Kosten-Nutzen-Vergleichs eher von untergeordneter Bedeutung. Letztendlich können übermäßige Verformungen auch durch das Vorspannen von Stahlbetonbauteilen effektiv verhindert werden.

Nachfolgend werden die derzeitigen Verfahren zur Verformungsbegrenzung aus unterschiedlichen normativen Regelungen sowie Veröffentlichungen aufgezeigt und diskutiert. Vergleichende Analysen und Diskussionsbeiträge hinsichtlich deren Anwendbarkeit sind in der Fachliteratur mehrfach zu finden. Als aktuelle Veröffentlichungen sind beispielsweise die Arbeiten von Zilch, et al. (2006), Hausmann (2007) und Krüger, et al. (2009) zu nennen. Im Rahmen dieser Arbeit erscheint es jedoch zweckmässig und angemessen, diese nochmals zusammen zu tragen und einen auszugsweisen Vergleich auf internationaler Ebene zu liefern.

2.2 Normative Regelungen zur Verformungsbegrenzung und -berechnung

2.2.1 Deutsche Normung – DIN 1045-1 (2008)

Die in der DIN 1045-1 (2008-08) festgelegten Grenzwerte der zulässigen Verformungen basieren auf den Ausführungen der ISO 4356 (1977-11). Nach DIN 1045-1 darf davon ausgegangen werden, dass die Gebrauchstauglichkeit und das Erscheinungsbild eines Tragwerks nicht beein-

trächtig werden, sofern unter quasi-ständiger Einwirkungskombination der Durchhang des betrachteten Bauteils $w_{z,zul} = \ell/250$ nicht überschreitet. Dabei wird eine Bauteilüberhöhung zugelassen, die jedoch auf $\ddot{u} \leq \ell/250$ zu begrenzen ist. Zur Vermeidung von Schäden an angrenzenden Bauteilen ist die zusätzliche Verformung von tragenden Bauteilen *nach dem Einbau* der Sekundärbauteile zu begrenzen, sofern nicht weitere konstruktive Maßnahmen getroffen werden. Dabei wird als Richtwert $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ angegeben.

Der Nachweis der Einhaltung der zulässigen Verformungen darf gemäß DIN 1045-1 auf der Grundlage der direkten Verformungsberechnung oder vereinfachend mit Hilfe von Biegeschlankheitskriterien erfolgen. Ein Verfahren zur direkten Verformungsberechnung ist in der Norm nicht enthalten. In den Erläuterungen zur DIN-Norm im Heft 525 des DAfStb (2003) wird diesbezüglich auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen.

Zur Einhaltung der Gebrauchstauglichkeit ($w_{z,zul} = \ell/250$) ist gemäß DIN 1045-1 für Deckenplatten des üblichen Hochbaus die Begrenzung der Biegeschlankheit auf $\ell_i/d \leq 35$ (ℓ_i in [m]) ausreichend. Die Begrenzung auf $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ wird entsprechend der Norm mit einer Bauteilschlankheit von $\ell_i/d \leq 150/\ell_i$ (ℓ_i in [m]) erzielt. Dabei gibt ℓ_i die Ersatzstützweite bzw. die Modifikation der effektiven Stützweite ℓ_{eff} mit $\ell_i = \alpha \cdot \ell_{eff}$ an. Mit dem Faktor α wird der Einfluss des statischen Systems berücksichtigt. Als effektive Stützweite ist bei linienförmig gelagerten Rechteckplatten die kleinere Stützweite maßgebend, bei Flachdecken ist stets die größere in Ansatz zu bringen. Die Anwendung von Leichtbeton kann durch die Abminderung des Faktors α um $\eta_E^{0,15}$ in Rechnung gestellt werden. Der Faktor η_E berücksichtigt die verminderte Rohdichte und Steifigkeit von Leichtbeton und kann der Norm entnommen werden.

2.2.2 Europäische Normung – DIN EN 1992-1-1 (2006)

Die Grenzwerte der zulässigen Verformungen in der DIN EN 1992-1-1 (2006-10) basieren ebenfalls auf den Festlegungen der ISO 4356 und werden mit $w_{z,zul} = \ell/250$ und $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ angegeben. Auf der Grundlage der DIN EN 1992-1-1 darf der Nachweis zur Einhaltung der zulässigen Verformungen über die direkten Verformungsberechnung oder vereinfacht mit Hilfe von Biegeschlankheitskriterien erfolgen. Dazu wird jeweils ein Nachweisverfahren angegeben.

Die direkte Berechnung basiert auf der getrennten Ermittlung der Bauteilverformung im ungerissenen (Zustand I) und im ungerissenen Zustand (Zustand II) mit Hilfe von Momenten-Krümmungsbeziehungen. Die Wichtung beider Verformungszustände erfolgt anhand eines beanspruchungsabhängigen Verteilungsfaktors, wobei sich die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen mit berücksichtigen lässt. Der Verteilungsfaktor ergibt sich aus dem Verhältnis der Stahlspannung infolge Risschnittgröße und der Stahlspannung infolge der einwirkenden Beanspruchungskombination.

Zur Berechnung der zulässigen Biegeschlankheit wird in DIN EN 1992-1-1 in gering und hoch beanspruchte Bauteile unterschieden, um die unterschiedlichen Ausdehnungen des gerissenen Bereiches näherungsweise zu erfassen. Die zulässige Biegeschlankheit ℓ/d ergeben sich gemäß der Norm aus den Gln. (2.1) und (2.2).

$$\frac{\ell}{d} = K \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{für } \rho \leq \rho_0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\ell}{d} = K \cdot \left[11 + 1,5 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{für } \rho > \rho_0 \quad (2.2)$$

Dabei ist f_{ck} in [N/mm²] einzusetzen. Der Faktor K berücksichtigt den Einfluss des statischen Systems und der Beanspruchungshöhe und ist der DIN EN 1992-1-1 zu entnehmen. Der Parameter ρ_0 wird als Referenzbewehrungsgrad bezeichnet mit $\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$ [-]. Ferner stellt ρ bzw. ρ' den erforderlichen Zugbewehrungsgrad bzw. Druckbewehrungsgrad in Feldmitte dar, der notwendig ist, um das Bemessungsmoment aufzunehmen. Die Herleitung der Gln. (2.1) und (2.2)

erfolgte unter Annahme einer Stahlspannung von $\sigma_s = 310 \text{ N/mm}^2$ in Feldmitte. Weicht das zu erwartende Spannungsniveau hiervon ab, so sind die ermittelten Schlankheitswerte entsprechend zu modifizieren. Bei Kragträgern ist anstatt des Querschnitts in Feldmitte der Bauteilquerschnitt an der Einspannstelle bemessungsrelevant. Gemäß den Ausführungen der DIN EN 1992-1-1 ist damit die Verformungsbegrenzung sowohl für $w_{z,zul} = \ell/250$ als auch für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ sichergestellt. Wobei zu berücksichtigen ist, dass zur Einhaltung des Grenzwertes $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ es erforderlich wird, die Biegeschlankheitswerte aus Gl. (2.1) bzw. Gl. (2.2) nach dem Überschreiten größerer Stützweiten zu erhöhen. Für Balken und Platten – außer Flachdecken – ist die Biegeschlankheit mit $7/\ell_{eff}$ (ℓ_{eff} in [m]) zu multiplizieren, sofern die Stützweite 7 m übersteigt. Für Flachdecken beträgt hingegen der Modifikationsfaktor $8,5/\ell_{eff}$ (ℓ_{eff} in [m]) für Stützweiten über 8,5 m. Die Definition der effektiven Stützweite sowie die Anwendung bei Leichtbetonkonstruktionen erfolgen analog zu den Ausführungen der DIN 1045-1.

2.2.3 Schweizer Normung – SIA 260 (2003), SIA 262 (2003)

Für die Schweiz werden die Grenzwerte der zulässigen Bauteilverformungen in der Norm SIA 260 (2003-01) festgelegt. Diese werden in Abhängigkeit der Einwirkungskombination angegeben. So ist unter einer quasi-ständigen Beanspruchung ein Durchhang von $w_{z,zul} \leq \ell/300$ zum Erhalt des Erscheinungsbildes ausreichend. Wohingegen die Funktionstüchtigkeit nach dem Einbau sekundärer Bauteile mit sprödem Verhalten unter einer seltenen Einwirkungskombination bei $\Delta w_{z,zul} \leq \ell/500$ gewährleistet wird. Für Einbauten mit duktilen Verhalten und zur Sicherstellung der Nutzung und des Betriebs sowie des Komforts unter häufiger Beanspruchung dürfen die zulässigen Verformungen mit $w_{z,zul} \leq \ell/350$ angenommen werden.

Der Nachweis zur Einhaltung der zulässigen Bauteilverformungen ist in der SIA 262 (2003-01) geregelt. Dort wird es jedoch vermieden ein Biegeschlankheitskriterium anzugeben, stattdessen ist der Nachweis über die direkte Berechnung der Biegeverformung zu erbringen. Hierzu wird ein Näherungsverfahren geliefert. Demnach sind die Bauteilverformungen für einen oberen und unteren Grenzwert, also im vollständig gerissenen und ungerissenen Zustand zu berechnen. Über eine Wichtung dieser beiden Verformungszustände werden keine Aussagen getätigt. Die Verformung im Zustand I darf auf der Grundlage der Elastizitätstheorie erfolgen. Die Verformungszunahme infolge Kriechen ist dabei – in Anlehnung an die Anwendung des effektiven Elastizitätsmoduls – als ein Vielfaches der elastischen Verformung $w_{c,ela}$ in Abhängigkeit der Kriechzahl φ zu ermitteln. Damit gilt für den Zustand I Gl. (2.3).

$$w_c^I = w_{c,ela} \cdot (1 + \varphi) \quad (2.3)$$

Zur Berechnung der Bauteilverformung im vollständig gerissenen Querschnitt wird mit Gl. (2.4) einen Näherungsansatz jedoch nur für rein biegebeanspruchte Bauteile angegeben.

$$w_c^{II} = \frac{1 - 20 \cdot \rho'}{10 \cdot \rho^{0,7}} \cdot (0,75 + 0,1 \cdot \varphi) \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot w_{c,ela} \quad (2.4)$$

Darin beschreibt ρ bzw. ρ' den Bewehrungsgrad der Biegezug- bzw. der Druckbewehrung. Der Parameter h gibt die Querschnittshöhe und d die Nutzhöhe an.

2.2.4 Britische Normung – BS 8110-1 (1997), BS 8110-2 (1985)

Die Grenzwerte der zulässigen Bauteilverformung sind für Großbritannien in der britischen Norm BS 8110-1 (1997-03) zu finden. Bei angrenzenden Bauteilen mit einem sprödem Versagensverhalten sind die Verformungsänderungen der tragenden Stahlbetonbauteile auf $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ zu begrenzen. Wohingegen eine Verformungsbegrenzung bei angrenzenden, duktilen Trennwänden und Beschichtungen auf $w_{z,zul} = \ell/250$ als ausreichend angesehen wird. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Ausführungen wird in der Norm BS 8110-1 ein zulässiger Absolutwert der Langzeitverformungen mit $w_{z,max} = 20 \text{ mm}$ vorgeschrieben. Dies stellt insbesondere für

große Spannweiten eine deutliche Restriktion dar. Ebenfalls wird in der britischen Normung die Nachweisführung sowohl über eine zulässige Biegeschlankheit als auch über die direkte Berechnung der Verformung zugelassen. Dazu wird jeweils ein Nachweisverfahren angegeben.

Die direkte Berechnung der Langzeitverformung basiert auf der Anwendung von Momenten-Krümmungsbeziehungen. So sind nach BS 8110-2 (1985-08) die momentane Krümmung sowohl für mögliche Gesamtlast (κ_{it}) als auch für eine permanent wirkende Last (κ_{ip}) sowie die langzeitliche Krümmung infolge permanenter Beanspruchung (κ_{lp}) und infolge Schwindens (κ_{cs}) zu berechnen. Die zu erwartende Bauteilkrümmung ergibt sich gemäß Gl. (2.5).

$$\kappa_x = \kappa_{ip} + (\kappa_{it} - \kappa_{ip}) + \kappa_{cs} \quad (2.5)$$

Die Krümmung ist sowohl für den gerissenen als auch für den ungerissenen Zustand zu berechnen. Dabei wird zugrunde gelegt, dass der Beton auch im gerissenen Zustand teilweise Zugspannungen aufnimmt. Für eine kurzzeitige Einwirkung ist dazu eine Betonzugfestigkeit von $1,0 \text{ N/mm}^2$ und für eine langzeitige Einwirkung von $0,55 \text{ N/mm}^2$ im Zustand II in Ansatz zu bringen. Die größere der beiden Krümmungen – in Zustand I bzw. II – ist als maßgebend anzusehen.

Zur Berechnung der Bauteilverformungen werden in BS 8110-2 zwei Möglichkeiten angegeben. Zum Einen die doppelte Integration der Krümmung über die Bauteillänge auf der Grundlage der Theorie der kleinen Verformungen und zum Anderen eine Näherungslösung basierend auf dem Prinzip der virtuellen Kräfte.

Die Berechnung der zulässigen Biegeschlankheit darf nach BS 8110-1 für Stahlbetonbauteile anhand von Grundwerten erfolgen, siehe Tabelle 2.1. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bei Balken mit $\ell_{eff} > 10 \text{ m}$ die Grundwerte mit dem Faktor $10/\ell_{eff}$ (ℓ_{eff} in [m]) zu multiplizieren sind.

Tabelle 2.1: Grundwerte der Biegeschlankheit $(\ell/d)_{basic}$ nach BS 8110-1

Auflagerbedingung	Rechteckquerschnitt	Plattenbalken mit $b_w/b < 0,3$
Kragarm	7,0	5,6
Einfeldträger	20,0	16,0
Durchlaufträger	26,0	20,8

Weiterhin lässt sich die Beanspruchungshöhe in Abhängigkeit der Biegezugbewehrung nach Gl. (2.6) erfassen. Wohingegen der positive Einfluss einer Druckbewehrung nach Gl. (2.7) in Rechnung gestellt werden darf.

$$F_1 = 0,55 + \frac{477 - f_s}{120 \cdot \left(0,9 + \frac{M}{b \cdot d^2}\right)} \leq 2,0 \quad (2.6)$$

$$F_2 = 1 + \frac{\rho'}{3 + \rho'} \leq 1,5 \quad (2.7)$$

Darin bezeichnet f_s die Stahlspannung der Biegezugbewehrung im Gebrauchszustand, M das Bemessungsmoment für den Grenzzustand der Tragfähigkeit, b die Querschnittsbreite, d die Nutzhöhe und ρ' den Druckbewehrungsgrad. Der zulässige Wert der Biegeschlankheit folgt dann aus der Multiplikation der Biegeschlankheitsgrundwerte mit den Faktoren F_1 und F_2 .

2.2.5 US-Amerikanische Normung – ACI 318 (2005)

In der amerikanischen Norm ACI 318 (2005) werden die Grenzwerte der zulässigen Bauteildurchbiegung differenzierter betrachtet. Einen Überblick hierzu gibt Tabelle 2.2.

Tabelle 2.2: Zulässige Grenzwerte der Verformung von Stahlbetonbauteil nach ACI 318

Bauteilkategorie	zu betrachtende Verformung	Verformungsbegrenzung
Flachdach ohne angrenzende Bauteile, welche durch übermäßige Verformung geschädigt werden könnten	sofortige Verformung nach Aufbringen der Nutzlast	$w_{z,zul} = \ell/180$
Geschossdecken ohne angrenzende Bauteile, welche durch übermäßige Verformung geschädigt werden könnten		$w_{z,zul} = \ell/360$
Dach- oder Deckenkonstruktionen, mit angrenzenden Bauteilen, welche durch übermäßige Verformung geschädigt werden könnten	auftretende Langzeitverformung nach der Installation der angrenzenden Bauteile	$\Delta w_{z,zul} = \ell/480$
Dach- oder Deckenkonstruktionen, ohne angrenzende Bauteile, welche durch übermäßige Verformung geschädigt werden könnten		$\Delta w_{z,zul} = \ell/240$

In der ACI 318 werden ebenfalls die beiden Wege der Nachweisführung – Biegeschlankheitskriterium und direkte Verformungsberechnung – zugelassen. Zur direkten Berechnung wird ein Näherungsverfahren angegeben, das auf dem Ansatz der effektiven Biegesteifigkeit ($E_c \cdot I$)_{eff} beruht. Demnach lässt sich für stabförmige, biegebeanspruchte Bauteile die sofortige Verformung auf Basis eines reduzierten Flächenträgheitsmoments I_e nach Gl. (2.8) berechnen.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \quad \left. \begin{array}{l} \geq I_{cr} \\ \leq I_g \end{array} \right\} \quad (2.8)$$

Dabei bezeichnet M_{cr} das Rissmoment, M_a das maximale Bemessungsmoment, I_g das Flächenträgheitsmoment 2. Ordnung im ungerissenen Zustand und I_{cr} dasselbige im gerissenen Zustand. Die Berechnung der Verformung darf mit bekannten Formeln oder Verfahren auf der Grundlage der Elastizitätstheorie erfolgen. Zur Berechnung der Langzeitverformung wird ein Näherungsansatz vorgeschlagen, in dem die berechnete sofortige Verformung vereinfachend mit dem Faktor λ_Δ aus Gl. (2.9) vervielfacht werden darf.

$$\lambda_\Delta = \frac{\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (2.9)$$

Darin berücksichtigt ξ näherungsweise den zeitlichen Verformungsverlauf unter Dauerbeanspruchung und wird unter anderem für ein Beanspruchungsdauer von 3 Monaten mit $\xi = 1,0$ und für ≥ 5 Jahre mit $\xi = 2,0$ angegeben.

Bei der Anwendung des Biegeschlankheitskriteriums ist zu beachten, dass in ACI 318 grundsätzlich die reale Bauteilhöhe h in Ansatz gebracht wird. Aus Gründen der Vergleichbarkeit werden an dieser Stelle die Angaben mit der überschläglichen Annahme $d \approx 0,9 \cdot h$ angepasst und in Abhängigkeit der Nutzhöhe d wiedergegeben. Zusätzlich wird in ACI 318 zur Verformungsbegrenzung von Deckenplatten in unterschiedliche Stahlgüten unterschieden. Die Auswertung wird hier jedoch auf die in Europa übliche Stahlgüte (mit $f_y \approx 500 \text{ N/mm}^2$) beschränkt.

Tabelle 2.3: Minimale Nutzhöhe d für einachsige gespannte Platten und Balken, welche nicht an verformungsempfindliche Bauteile angrenzen, nach ACI 318 (2005)

	Einfeldträger	Randfeld	Innenfeld	Kragträger
Platte, einachsige gespannt mit Rechteckquerschnitt	$\ell/22$	$\ell/27$	$\ell/31$	$\ell/11$
Balken oder Rippenplatte, einachsige gespannt	$\ell/18$	$\ell/20,5$	$\ell/23$	$\ell/9$

Für einachsige gespannte Platten und Balken, welche nicht an verformungsempfindliche Bauteile angrenzen, sind die zulässigen Biegeschlankheiten ℓ/d Tabelle 2.3 zu entnehmen. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die Verformungen von Stahlbetonbauteilen aus Leichtbeton zu begrenzen.

Die erforderlichen Biegeschlankheiten für Flachdecken sind entsprechend ACI 318 in Tabelle 2.4 zusammengefasst. Im Gegensatz zu den vorangegangenen Angaben wird hierbei die Einhaltung der erhöhten Anforderung gemäß Tabelle 2.2 unterstellt. Des Weiteren ist anzumerken, dass hier auch der positive Verformungseinfluss von Stützenkopfverstärkungen Berücksichtigung findet. Zugrunde gelegt wird dazu ein quaderförmiger Stützenkopf mit einer Breite von $b_{V,St} = \ell_{eff}/6$ und einer Stützenkopfhöhe, die ein Viertel der Plattenstärke entspricht.

Tabelle 2.4: Minimale Nutzhöhe d für Flach- und Pilzdecken, nach ACI 318 (2005)

	Randfeld ohne Randbalken	Randfeld mit Randbalken	Innenfeld
Flachdecken	$\ell/31$	$\ell/34$	$\ell/34$
Pilzdecken	$\ell/34$	$\ell/38$	$\ell/38$

2.3 Ausgewählte Ansätze zur Verformungsbegrenzung und –berechnung aus der Fachliteratur

Wie aus den vorangegangenen Ausführungen zu entnehmen ist, weisen die vorgestellten Normungen verschiedene Ansätze zur direkten Berechnung und Begrenzung der Langzeitverformung von Stahlbetonbauteilen auf. Dies spiegelt sich auch in der Vielzahl der vorhandenen Veröffentlichungen zu diesem Thema wider. Eine zusammenfassende, geschichtliche Einordnung ohne Anspruch auf Vollständigkeit konnte bereits in Abschnitt 1.4 gegeben werden. Nachfolgend wird sich daher auf die Erläuterung repräsentativer Ansätze beschränkt.

Ein Näherungsverfahren zur Berechnung der Langzeitverformungen von Stahlbetonbalken wurde bereits 1967 von *Rüsch* vorgeschlagen (vgl. *Rüsch*, 1967). Darin wird die Ermittlung der Krümmung im Zustand I und im Zustand II unter näherungsweise Berücksichtigung des Zugversteifungseffekts vorgestellt. Die Wichtung beider Verformungszustände erfolgt anhand eines sogenannten Rissfaktors, womit sich die Balkenverformungen unter Ansatz der mittleren Bauteilkrümmung berechnen lassen.

In der Arbeit von *Grasser, et al.* (1991) wird für stabförmige und biegebeanspruchte Bauteile ein Näherungsverfahren vorgestellt. Zur Berechnung der Langzeitverformung wird ebenso von einem oberen und unteren Grenzwert der Biegeverformung im Zustand I und im reinen Zustand II ausgegangen. Die Grundwerte der Durchbiegung dürfen in beiden Zuständen auf der Grundlage der Elastizitätstheorie ermittelt werden. Die Einflüsse aus Rissbildung, Kriechen und Schwinden lassen sich mittels Korrekturfaktoren berücksichtigen. Die Wichtung der beiden Verformungszustände erfolgt über das Verhältnis des Rissmoments zum maximalen Feldmoment.

Kordina (1992) gibt zwei Möglichkeiten zur Vorhersage der Langzeitverformungen von Flachdecken an. Zum Einen wird eine Näherungslösung basierend auf der Streifenmethode vorgestellt. Die Verformungsberechnung erfolgt dabei auf der Grundlage von Momenten-Krümmungsbeziehungen für ausgewählte Streifen eines Deckenfelds. Dazu wird in Zustand I und II unterschieden. Die Wichtung beider Zustände erfolgt aus dem Verhältniswert der Stahlspannung unter Risschnittgröße und derjenigen unter der einwirkenden Beanspruchung.

Zum Anderen formuliert *Kordina* (1992) eine stark vereinfachte Näherungslösung auf der Grundlage der Plattentheorie. Dazu werden analytische Formulierungen zur Berechnung der Deckenfeldverformung auf Basis der Elastizitätstheorie vorgestellt. Diese sind auf die Ausführungen von *Grein* (1948) und *Girkmann* (1959) zurückzuführen. Die Berücksichtigung der Steifigkeitsreduktion infolge Rissbildung, Kriechens und Schwindens erfolgt näherungsweise mit Hilfe von Abminderungsfaktoren. Das Näherungsverfahren zeigt einen einfachen, übersichtlichen Weg zur Vorhersage von Flachdecken-Langzeitverformungen, jedoch ist die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse stark abhängig von der richtigen Abschätzung der Korrekturfaktoren.

Ebenfalls liefert Tellenbach (1985) ein Verfahren zur näherungsweise Berechnung der Langzeitverformungen punktgestützter Stahlbetondecken. Dieses basiert ebenso auf der Streifenmethode und der Verformungsberechnung mittels Integration der Bauteilkrümmungen im Zustand I sowie II. Die Wichtung der beiden Verformungszustände erfolgt mit dem Verhältniswert aus Rissmoment und einwirkendem Moment in Abhängigkeit verschiedener Einflussgrößen. Berücksichtigt werden näherungsweise das Verbundverhalten sowie die Orientierung der Bewehrungslagen. In der Arbeit von Tellenbach (1985), wie auch in den zuvor beschriebenen Näherungsverfahren, wird der Einfluss der Plattendrillsteifigkeit und deren Reduktion infolge Rissbildung vernachlässigt.

Krüger, et al. (2006) stellen verschiedene Näherungsverfahren zur Verformungsvorhersage von längskraft- und biegebeanspruchten, stabförmigen Stahlbetonbauteilen vor. Im Wesentlichen gehen die Ausführungen auf die Arbeit von Krüger (1983) und Mertzsch (2003) zurück. Beschrieben werden darin die Anwendung der *Allgemeinen Verformungsgleichung*, der *Vereinfachten Verformungsgleichung* und des *effektiven Elastizitätsmoduls* für verschiedene Querschnittsformen und für beliebige Anordnungen von Beton- und Spannstählen. Grundsätzlich basieren die Näherungsansätze auf der Anwendung von Momenten-Krümmungsbeziehungen bei einer getrennten Berechnung der Bauteilkrümmungen im Zustand I und II. Mit der Hilfe neuentwickelter Rissverteilungsfaktoren erfolgt die Wichtung beider Verformungszustände. Ein zuvor entwickeltes, vereinfachtes Verfahren ist der Arbeit von Krüger, et al. (2002) zu entnehmen.

Krüger, et al. (2006) geben in ihrer Arbeit zusätzlich Biegeschlankheitskriterien an, die auf den Berechnungen des zuvor beschriebenen Näherungsverfahrens beruhen. Dazu wird von einer Durchbiegungsbeschränkung von $w_{z,zul} = \ell/250$ sowie $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ ausgegangen. Die erforderliche Nutzhöhe lässt sich demzufolge in Abhängigkeit einer ideellen Stützweite ℓ_i nach Gl. (2.10) bestimmen.

$$\text{erf } d = \frac{\ell_i}{\lambda_i} \cdot k_c \quad (2.10)$$

Die ideale Stützweite ℓ_i berücksichtigt den Einfluss des statischen Systems und des zweiaxialen Lastabtrags. Für Flachdecken wird eine Abminderung auf 85 % der effektiven Stützweite vorgeschlagen unter Ansatz der größeren Spannweite. Der Faktor λ_i kennzeichnet die Grenزشlankheit und ist Tabelle 2.5 zu entnehmen.

Tabelle 2.5: Grenزشlankheit λ_i nach (Krüger, et al., 2006)

Bauteil	Begrenzungskriterium	Grenزشlankheit λ_i
Platte	$w_{z,zul} = \ell/250$	$42,5 - 3,65 \cdot \ell_i + 0,15 \cdot \ell_i^2$
	$\Delta w_{z,zul} = \ell/500$	$35,2 - 3,65 \cdot \ell_i + 0,15 \cdot \ell_i^2$
Balken	$w_{z,zul} = \ell/250$	$36,3 - 2,46 \cdot \ell_i + 0,12 \cdot \ell_i^2$
	$\Delta w_{z,zul} = \ell/500$	$20,3 - 1,38 \cdot \ell_i + 0,07 \cdot \ell_i^2$

Der Parameter k_c beschreibt dahingegen den Verformungseinfluss unterschiedlicher Betongüten nach Gl. (2.11):

$$k_c \approx \left(\frac{20 \text{ N/mm}^2}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (2.11)$$

mit f_{ck} in N/mm^2

Donaubauer (2002) führte numerische Untersuchungen an ein- und zweiachsig gespannten Stahlbetonplatten auf der Grundlage nicht-linearer Finite-Elemente-Rechnungen durch. Daraus leitet er analytische Formulierungen zur Verformungsbegrenzung liniengelagerter Stahlbetonplatten in Form eines Biegeschlankheitskriteriums ab, siehe Gl. (2.12). Dabei fand jedoch lediglich eine zulässige Verformungsbegrenzung von $w_{z,zul} = \ell/250$ Berücksichtigung.

$$\frac{\ell}{d} = \lambda_0 \cdot \left(\frac{\ell_0}{\ell_i}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{f_{ck0}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.12)$$

In Gl. (2.12) bezeichnet λ_0 den Grundwert der Biegeschlankheit und wird mit $\lambda_0 = 25$ angegeben. Der Bezugswert der Stützweite beträgt $\ell_0 = 5,0$ m und der Bezugswert der Betongüte $f_{ck0} = 25$ N/mm². Wobei ℓ_i in [m] und f_{ck} in [N/mm²] in Gl. (2.12) einzusetzen sind. Die ideelle Stützweite ℓ_i berücksichtigt das statische System und den zweiaxialen Lastabtrag bei zweiachsig gespannten Deckenplatten. Für Stützweiten über 7 m ist der Grundwert der Biegeschlankheit mit dem Faktor $7/\ell_{\text{eff}}$ (ℓ_{eff} in [m]) zu multiplizieren.

Ergänzend wird in der Arbeit von Donaubaue (2002) ein Näherungsverfahren vorgestellt, das sich auf die vereinfachte Verformungsvorhersage ein- und zweiachsig gespannter Deckenplatten konzentriert. Dabei wird der Weg verfolgt die Verformungen auf der Grundlage der effektiven Biegesteifigkeit im Zustand I und II zu berechnen. Die Wichtung erfolgt beanspruchungsabhängig auf Basis der modifizierten Stahlarbeitslinie in Anlehnung an Model Code 1990. Für zweiachsig gespannte Platten wird das Näherungsverfahren erweitert und eine effektive Plattendrillsteifigkeit in Ansatz gebracht.

Ebenfalls auf der Grundlage nicht-linearer Finite-Elemente-Rechnungen aber unter dem Ansatz von probabilistischen Analysen entwickelte Hausmann (2007) ein Biegeschlankheitskriterium für vorgespannte Flachdecken. Dabei wurde ein Zuverlässigkeitsindex von $\beta = 1,5$ zugrunde gelegt. Demnach lässt sich die zulässige Biegeschlankheit in Abhängigkeit von der zentrischen Vorspannung ($\sigma_{cp,cen}$ in MN/m²) nach Gl. (2.13) berechnen.

$$\lambda_{i,zul} = \frac{\sigma_{cp,cen}}{m} + \lambda_{lim} \quad (2.13)$$

Im Umkehrschluss kann dieses Kriterium bei einer vorgegebenen Biegeschlankheit ebenso genutzt werden, um die Höhe der Vorspannung zu ermitteln, die zur Einhaltung der zulässigen Verformungen notwendig ist. Für unterschiedliche Verformungsbegrenzungen, Beanspruchungen und Betongüten werden die Parameter m und λ_{lim} angegeben, siehe Tabelle 2.6.

Tabelle 2.6: Parameter m und λ_{lim} für unterschiedliche Beanspruchungen, Betongüten und Verformungsgrenzwerte nach Hausmann (2007)

Nutzungsart	Betongüte	$w_{z,zul} = \ell/250$		$\Delta w_{z,zul} = \ell/500$	
		m	λ_{lim}	m	λ_{lim}
Büro	C35/45	0,05	55	0,06	45
	C45/55		60		50
Verkauf	C35/45	0,05	52,5	0,08	40
	C45/55		55		45

Die ideelle Biegeschlankheit λ_i folgt aus Gl. (2.14), wobei ℓ_{eff} und d in [m] einzusetzen sind.

$$\lambda_i = \frac{\ell_i^{\frac{4}{3}}}{d} = \frac{(\alpha_i \cdot \ell_{\text{eff}})^{\frac{4}{3}}}{d} \quad (2.14)$$

Der Parameter α_i wird von Hausmann für das Eckfeld mit $\alpha_i = 1,0$, für das Randfeld mit $\alpha_i = 0,9$ und für das Innenfeld mit $\alpha_i = 0,75$ festgelegt. Des Weiteren wird die Annahme getroffen, dass dieses Kriterium ebenfalls für schlaff bewehrte Flachdecken anwendbar ist, sofern $\sigma_{cp,cen} = 0$ in Gl. (2.13) angesetzt wird. Auf eine diesbezüglich ausstehende Nachweisführung wird in der Arbeit von Hausmann (2007) hingewiesen. Aufgrund der äußerst rechenintensiven, probabilistischen Analysen wurden nur vergleichsweise wenige Modellvarianten untersucht. So dass sich auf die Analysen seitengleicher Flachdecken mit einer Betongüte von C35/45 sowie C45/55 beschränkt wurde. Das Hauptaugenmerk der Arbeit lag auf der Erfassung der Vorspannwirkung.

2.4 Vergleichende Untersuchungen

Die vorangegangenen Ausführungen zeigen, dass international kein einheitliches Konzept zur Verformungsbegrenzung vorliegt. Grundsätzlich ist dies darauf zurückzuführen, dass die Biegeschlankheitskriterien nach DIN 1045-1 und ACI 318 auf empirischen Untersuchungen gegründet sind (Mayer, et al., 1967; ACI Committee 318, 2005), wohingegen die Regelungen der DIN EN 1992-1-1 sowie des BS 8110 auf numerischen Analysen basieren. Dies gestaltet es schwierig, die verschiedenen Auffassungen direkt miteinander zu vergleichen und zu bewerten. Für ausgesuchte Beispiele wird es dennoch versucht einen zweckmäßigen Vergleich der zulässigen Biegeschlankheiten zu liefern.

In Bild 2.2 ist für eine gelenkig gelagerte Einfeldplatte der Zusammenhang zwischen der Stützweite ℓ und der erforderlichen Nutzhöhe d für unterschiedliche Berechnungsansätze dargestellt. Betrachtet wird eine Platte ohne Druckbewehrung ($\rho' = 0$) mit einer Betongüte C20/25 bei einer Verformungsbegrenzung von $w_{z,zul} = \ell/250$ und $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$. Wie aus Bild 2.2 ersichtlich wird, ist der Bereich der zulässigen Biegeschlankheit nach DIN EN 1992-1-1 mit $\rho = 0,25\%$ und $\rho = 1,5\%$ für baupraktisch relevante Bereiche eingegrenzt. Gemäß BS 8110 ergeben sich ähnliche Grenzwerte. Auf eine diesbezügliche Darstellung wurde hier jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

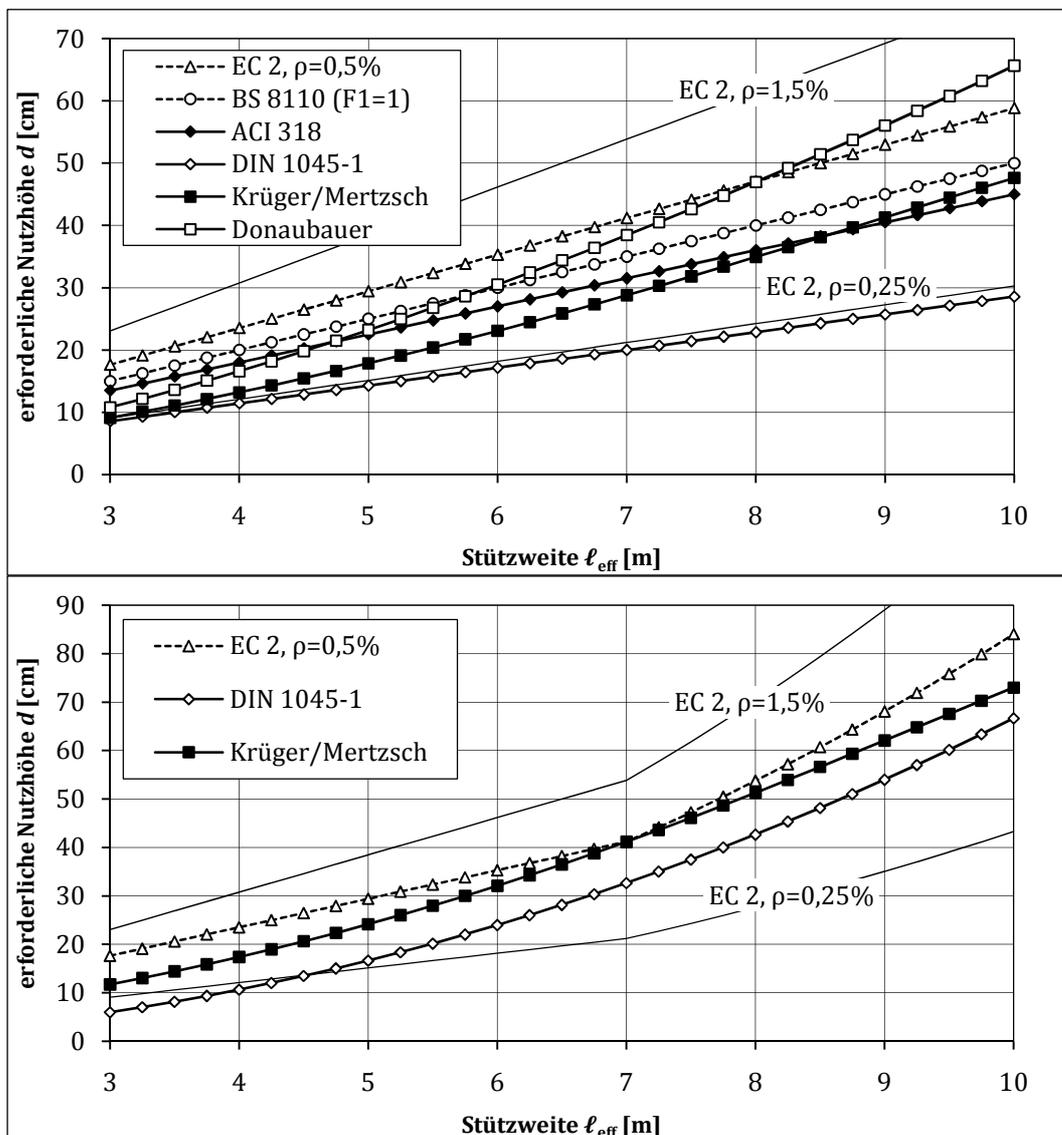


Bild 2.2: Zusammenhang zwischen der Stützweite ℓ_{eff} und der erforderlichen Nutzhöhe d für eine gelenkig gelagerte Einfeldplatte; für $w_{z,zul} = \ell/250$ (oben), für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ (unten)

Aus Bild 2.2 wird ersichtlich, dass die erforderlichen Nutzhöhen je nach Norm deutlich von einander abweichen. Insbesondere bei dem geringen Begrenzungskriterium $w_{z,zul} = \ell/250$ (Bild 2.2 – oben) sind für große Stützweiten die Unterschiede erheblich. So führen die Biegeschlankheitskriterien auf der Grundlage von empirischen Analysen (DIN 1045-1, ACI 318) zu wesentlich geringeren Bauteilhöhen als die numerisch begründeten Schlankheitskriterien.

Hierbei wird deutlich, wie eingangs beschrieben, dass die Anwendung von empirischen Biegeschlankheitskriterien in der heutigen Bemessungspraxis bzw. für heutzutage durchaus übliche, große Stützweiten anzuzweifeln ist. Zur Gewährleistung der Einhaltung der erhöhten Verformungsanforderungen (Bild 2.2 – unten) sind jedoch geringere Unterschiede zwischen den untersuchten Berechnungsansätzen erkennbar, obwohl auch hierbei die Anforderungen der DIN 1045-1 die geringsten Nutzhöhen liefern. An dieser Stelle werden ebenfalls Abweichungen zwischen den numerisch ermittelten Biegeschlankheiten ersichtlich. Dies ist auf die Anwendung unterschiedlicher Berechnungsverfahren und den Ansatz abweichender Eingangsparameter zurückzuführen.

In Bild 2.3 sind als weiteres Beispiel die erforderlichen Nutzhöhen für ein Randfeld einer punktgestützten Deckenplatte auf der Grundlage unterschiedlicher Berechnungsansätze sowohl für $w_{z,zul} = \ell/250$ als auch für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ dargestellt. Betrachtet wird dazu ein seitengleiches Deckenrandfeld mit einer Betongüte C30/37 ohne den Ansatz einer Druckbewehrung ($\rho' = 0$).

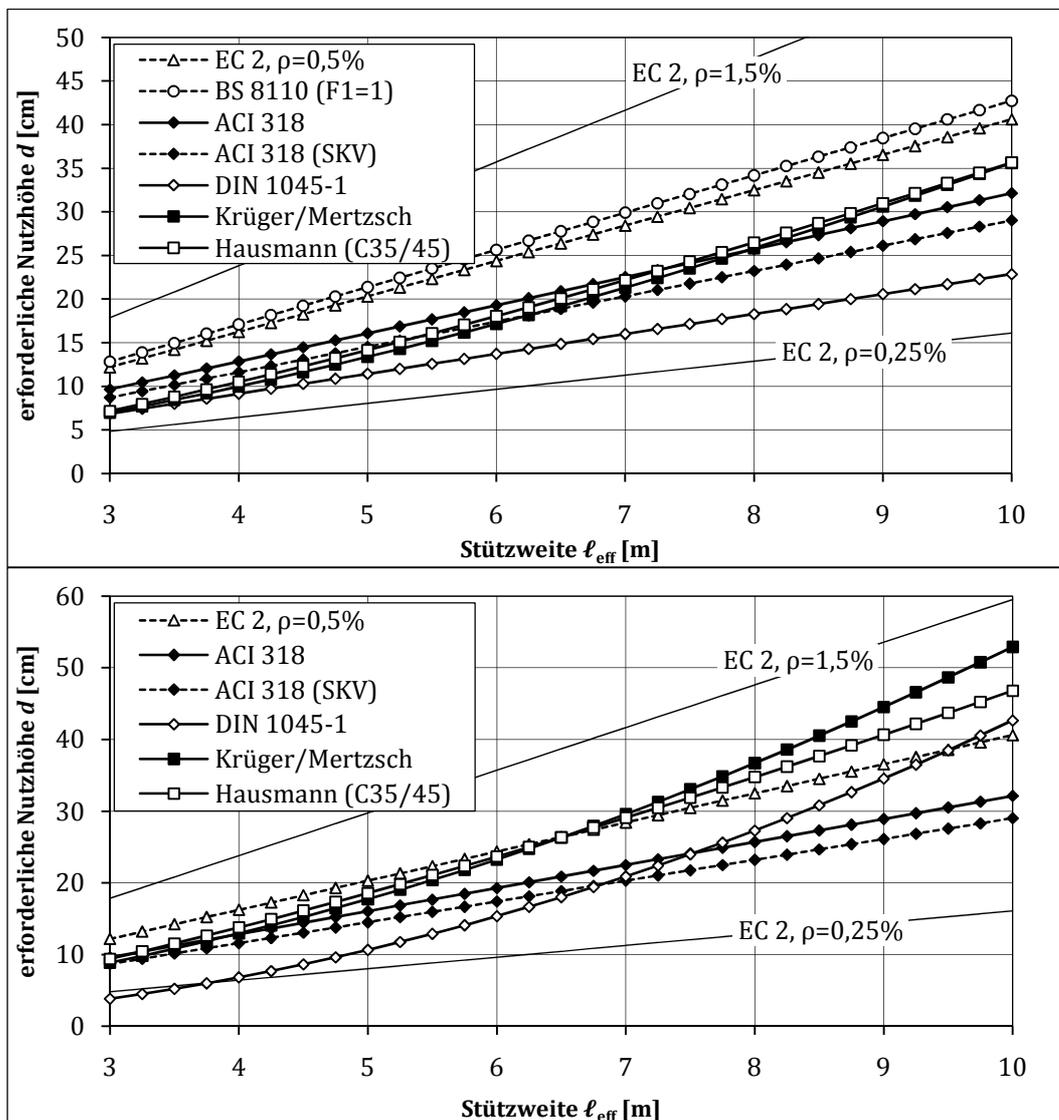


Bild 2.3: Zusammenhang zwischen der Stützweite ℓ_{eff} und der erforderlichen Nutzhöhe d für das Randfeld einer Flachdecke; für $w_{z,zul} = \ell/250$ (oben), für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ (unten)

Zu Vergleichszwecken werden die erforderlichen Nutzhöhen entsprechend ACI 318 bei Anordnung einer Stützenkopfverstärkung (SKV) mit angegeben. Zusätzlich dargestellt sind die Anforderungen aus den Ansätzen der Fachliteratur. Dabei ist anzumerken, dass Hausmann (2007) in seiner Arbeit lediglich Betone der Güte C35/45 und C45/55 betrachtete, so dass hier nur ein Beton der Klasse C35/45 vergleichend gegenübergestellt wird. Aus ingenieurtechnischer Sicht sind bezüglich der zugrunde gelegten Betongüte C30/37 höhere Nutzhöhen zu erwarten.

Wie aus Bild 2.3 ersichtlich wird, bestehen auch hier deutliche Diskrepanzen zwischen den einzelnen Berechnungsansätzen. Wiederum wird offensichtlich, dass die Anforderungen der DIN 1045-1 weit hinter denen der zusätzlich betrachteten Normenwerken bzw. Berechnungsansätzen zurückbleiben. Lediglich bei der Einhaltung der erhöhten Verformungsanforderung von $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ sind gemäß ACI 318 noch geringere Nutzhöhen erforderlich. Auf der Grundlage der empirisch entwickelten Biegeschlankheitskriterien werden somit auch für Flachdecken signifikant geringere Nutz- und Bauteilhöhen erforderlich. Fragwürdig ist an dieser Stelle die relativ geringe Ersparnis der Bauteilhöhe gemäß ACI 318 durch die Anordnung von Stützenkopfverstärkungen. Der Vergleich der numerischen Untersuchungen von *Krüger/Mertzsch* und *Hausmann* zeigt wider Erwarten erkennbare Übereinstimmungen – insbesondere für geringe Stützweiten – obwohl die Betongüte und die Vorgehensweise deutlich voneinander abweichen.

2.5 Schlussfolgerung

Die vorangegangenen Ausführungen und Vergleiche zeigen auf, dass weiterhin deutliche Diskrepanzen in der Beurteilung und Begrenzung der zu erwartenden Bauteilverformungen bestehen. Insbesondere sind hierbei die Abweichungen der zulässigen Biegeschlankheiten auf der Grundlage von empirischen bzw. numerischen Untersuchungen hervorzuheben. Die Anwendung der empirisch ermittelten Kriterien wird heute immer noch mit der „weitgehenden Schadensfreiheit“ von Bauteilen und der Nichtberücksichtigung verschiedener Einflussgrößen in den numerischen Untersuchungen begründet, vgl. z. B. DAfStb, H. 525 – Teil 1 (2003). Häufig werden in diesem Zusammenhang die Vernachlässigung von Überfestigkeiten, Randeinspannungen, des zweiaxialen Lastabtrags und die Abweichung von der tatsächlichen Beanspruchungshöhe bei Verformungsberechnungen genannt. Im Gegensatz dazu weisen u. a. Zilch, et al. (2006) darauf hin, dass eine Begrenzung der Durchbiegung mit den Anforderung der DIN 1045-1 für Bauteile generell nicht sichergestellt werden kann, *wenn* die zuvor genannten Einflüsse kaum verformungsrelevant sind oder fehlen. Hierbei werden insbesondere Deckenplatten ohne Randeinspannung aber auch Durchlaufsysteme mit stark unterschiedlichen Belastungen in benachbarten Feldern bzw. starken Abweichungen in deren Stützweiten betont. Diese Feststellungen werden mit den vorangestellten Vergleichsanalysen untermauert. Grundsätzlich kann somit nicht davon ausgegangen werden, dass es mit den empirisch getroffenen Regelungen möglich ist, Langzeitverformungen von Stahlbetonbauteilen zuverlässig zu begrenzen. Dies ist insbesondere für verformungsintensive, punktgestützte Deckenplatten herauszustellen.

Dabei ist festzustellen, dass für schlaff bewehrte Flachdecken aber auch für Pilzdecken in der Fachliteratur keine umfangreichen Verformungsanalysen existieren und die derzeitigen normativen Regelungen bestenfalls auf Näherungslösungen beruhen, welche relevante Einflussgrößen in der Regel vernachlässigen. Weiterhin wird sowohl in den Normenwerken als auch in der Fachliteratur weder der positive Einfluss möglicher Stützenkopfverstärkungen bzw. den Auflagerbedingungen noch der verformungsrelevante Einfluss unterschiedlicher Stützweitenverhältnisse erfasst. Lediglich im ACI 318 werden Schlankheitswerte für Platten mit Stützenkopfverstärkung angegeben, welche jedoch fragwürdig erscheinen.

Darüber hinaus ist festzuhalten, dass zahlreiche Ansätze zur näherungsweise, *direkten* Berechnung von einachsig gespannten Stahlbetonbauteilen vorliegen. Zur Verformungsberechnung zweiachsig gespannter Deckenplatten sind hingegen relativ wenige Näherungsverfahren vorhanden. Ebenso existieren nur wenige Näherungsansätze für punktgestützte Deckenplatten, welche zudem die verformungsrelevante Drillsteifigkeit von Stahlbetonplatten vernachlässigen und somit das zweiaxiale Trag- und Verformungsverhalten nur unzureichend wiedergeben. In der Folge liefern diese Verfahren Ergebnisse, die weit auf der sicheren Seite liegen.

3 Materialverhalten und angewandte Werkstoffmodelle

3.1 Allgemeines

Einleitend ist hervorzuheben, dass es bei der Berechnung von Stahlbeton-Langzeitverformungen erforderlich ist, die komplexen und zeitlich veränderlichen, mechanischen Zusammenhänge in einer ausreichenden Genauigkeit abzubilden. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Herangehensweise verfolgt zur Beschreibung der Werkstoffmodelle auf bereits bewährte Berechnungsansätze zurückzugreifen. Es besteht somit nicht die Motivation ein Materialgesetz für Stahlbeton-Flächentragwerke neu zu entwickeln bzw. so genau wie möglich und allumfassend zu beschreiben. Vor diesem Hintergrund soll ein praktikables Werkstoffmodell zur Anwendung kommen, welches stabil sowie rechenzeitarm ist und das Verformungsverhalten im Gebrauchslastbereich hinreichend genau wiedergibt. Hierzu werden plausible Vereinfachungen getroffen und teilweise auf detaillierte Beschreibungen einzelner Effekte verzichtet. Das angewandte Rechenmodell wird anhand von Nachrechnungen bekannter, experimenteller Bauteilversuche umfassend verifiziert und somit seine Richtigkeit und Anwendbarkeit zur Berechnung von Langzeitverformungen nachgewiesen.

3.2 Beton

Beton ist ein Baustoff, welcher aus Zement, Zuschlagstoff, Wasser und gegebenenfalls Betonzusätzen besteht. Dabei werden Gesteinskörnungen mit einem Größtkorn $d_{a,max} > 4$ mm verwendet, andernfalls spricht man von Mörtel. Das Gemisch aus Anmachwasser und Zement wird als Zementleim verstanden, welcher in erhärteter Form als Zementstein bezeichnet wird. Der Zementleim dient als Bindemittel zwischen den Zuschlagstoffen und soll die Herstellung eines geschlossenen, ausreichend dichten Gefüges gewährleisten. Die Betoneigenschaften sind maßgeblich auf die Beschaffenheit des Zementsteins und des Betonzuschlags sowie deren Verbundverhalten zurückzuführen. Entscheidend wirkt sich dabei die zeitliche Festigkeitsentwicklung bzw. der Hydratationsgrad des Zementsteins aus. Bei Normalbeton weisen jedoch die Zuschlagstoffe eine höhere Festigkeit, Steifigkeit und Dichtheit als der Zementstein auf, wodurch sie insbesondere den Elastizitätsmodul und die Rohdichte des Betons beeinflussen.

Die Formänderung eines Betonelements lässt sich sowohl auf der Material- als auch auf der Querschnittsebene betrachten. So bewirken auf Materialebene die Inhomogenitäten des Zweiphasensystems – Zuschlagstoff und Zementstein – stets einen inneren Spannungszustand, welcher sowohl auf äußere als auch auf innere Beanspruchungen zurückzuführen ist.

Auf Querschnittsebene wird in der Regel eine Materialhomogenität vorausgesetzt und die Formänderungen in lastunabhängige und lastabhängige unterteilt. Lastunabhängigen Verformungen resultieren sowohl aus dem chemischen Schwinden als auch aus dem Trocknungsschwinden bzw. Quellen des Betonkörpers. Als lastabhängige Formänderungen sind hingegen Deformationen aus Temperaturänderung, statischer und dynamischer Einwirkung sowie die Kriechverformungen unter Dauerbeanspruchung zu nennen.

Die Größe der Formänderung wird maßgeblich durch das Belastungsniveau, dem Betonalter bei Beanspruchungsbeginn sowie der Einwirkungsdauer bestimmt. Dabei ist zu festzustellen, dass die Langzeitverformung von Stahlbetonbauteilen ein Vielfaches der Kurzzeitverformung betragen kann, womit diese ebenso wie die zeitliche Entwicklung der mechanischen Einflussparameter stets bei Verformungsberechnungen mit zu berücksichtigen sind.

Zur Beschreibung des Beton-Materialverhaltens werden nachfolgend aus Versuchen abgeleitete mechanische Kenngrößen und Stoffgesetze in Form von phänomenologischen Beziehungen in Ansatz gebracht. Diese geben das makroskopische Verhalten der untersuchten Probekörper wieder und erlauben somit die modellhafte Formulierung des Betons als homogenen Werkstoff auf der Querschnittsebene.

3.2.1 Materialverhalten unter Kurzzeitbeanspruchung

3.2.1.1 Einaxiale Druckfestigkeit

Das Materialverhalten von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung wird durch die Druckfestigkeit sowie den Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung beschrieben. Die Betondruckfestigkeit stellt den Maximalwert f_c der normierten Spannungs-Dehnungskurve dar und erweist sich bei der Charakterisierung weiterer Betonkennwerte als eine der wichtigsten Materialkenngrößen. Aufgrund der starken Korrelation mit unterschiedlichen Werkstoffparametern wird häufig auf eine mathematische Formulierung in Abhängigkeit der Druckfestigkeit zurückgegriffen, z. B. zur Definition des Elastizitätsmoduls und der Betonzugfestigkeit.

Die Betondruckfestigkeit wird im Allgemeinen durch einaxiale Druckversuche bestimmt. Die Form der Probekörper variiert je nach angewandter Norm, vgl. DIN 1045-2, DIN 1048-4, DIN EN 206-1, DIN EN 1992-1-1. Entsprechend der Euronorm DIN EN 206-1 sind als Normversuchskörper Zylinder mit den Abmessungen $d/h = 15 \text{ cm}/30 \text{ cm}$ bzw. Würfel mit 15 cm Kantenlänge zu verwenden. Die Zylinder- und die Würfeldruckfestigkeit stehen näherungsweise in folgendem Zusammenhang.

$$f_{ck,cyl} = 0,81 \cdot f_{ck,cube15} \quad (3.1)$$

Als bemessungsrelevante, charakteristische Betondruckfestigkeit f_{ck} wird in DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1 der 5%-Quantilwert der Zylinderdruckfestigkeit bei einem Betonalter von 28 Tagen angegeben. Dieser Wert dient als Leitgröße zur Klassifizierung von Beton. So werden normalfeste Betone nach DIN EN 206-1 in die Festigkeitsklassen C12/15 bis C50/60 eingeteilt, wobei Betone der Festigkeitsklassen C55/67 bis C100/115 als hochfeste Betone gelten. Betone, welche die Festigkeitsklasse C100/115 übersteigen, sind als ultrahochfeste Betone einzustufen.

Bauteilbemessungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nach DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1 sind mit mittleren Materialkennwerten durchzuführen. Der Mittelwert der Betondruckfestigkeit f_{cm} ergibt sich gemäß Gl. (3.2).

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2 \quad (3.2)$$

Die Betondruckfestigkeit wird durch zahlreiche Faktoren beeinflusst. Diese lassen sich in betontechnologische Parameter, Umwelt- bzw. Erhärtingsbedingungen sowie Beanspruchungsparameter unterteilen. Als betontechnologisch relevante Einflussgrößen sind der Wasser-Zementwert (w/z -Wert), die Zementfestigkeit, die Form, Art, Festigkeit und Sieblinie der Zuschlagstoffe, die Qualität der Verbundzone zwischen Zementmatrix und Zuschlagstoffen sowie die Verwendung von Betonzusatzmitteln und/oder Betonzusatzstoffen zu nennen. Signifikante Umwelt- bzw. Erhärtingsbedingungen ergeben sich aus der Temperatur, der Feuchtigkeit und der Hydratationsdauer sowie der Verdichtung des Frischbetons. Unter die Beanspruchungsparameter fallen die Belastungsgeschwindigkeit, -dauer, -geschichte und -exzentrizität aber auch die Form und Schlankheit des Probekörpers sowie der Versuchsaufbau.

3.2.1.2 Spannungs-Dehnungsbeziehung unter monotoner, einaxialer Druckbeanspruchung

Die Spannungs-Dehnungslinie des Werkstoffs Beton wird in starkem Maße durch seine inhomogene Struktur aus Zuschlagsstoffen und Zementsteinmatrix beeinflusst. Bild 3.1 zeigt einen typischen Spannungs-Dehnungsverlauf eines normalfesten Betons unter der Verdeutlichung der zugehörigen Phasen der Rissentstehung und -entwicklung. Bereits im lastfreien Zustand existieren Mikrorisse zwischen Zuschlagsstoffen und Zementmatrix. Diese resultieren aus Eigenspannungszuständen im Probekörper infolge der Schwindbehinderung des Zementsteins durch die Zuschläge, dem Abfließen der Hydratationswärme und den Steifigkeitsunterschieden zwischen der Zementmatrix und den Zuschlagsstoffen (vgl. Mehlhorn, 1995; Smadi, et al., 1989).

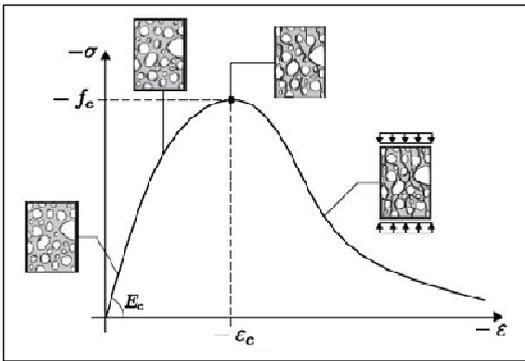


Bild 3.1: Idealisierte Spannungs-Dehnungslinie des Betons unter einaxialer Druckbeanspruchung;
 Quelle: Bockhold (2005)

Unter einaxialer Druckbeanspruchung ist das Materialverhalten von normalfestem Beton bis zum Erreichen von 30 % bis 40 % der einaxialen Druckfestigkeit durch eine nahezu linear verlaufende Arbeitslinie gekennzeichnet. Unter Druckbelastung bewirken die zuvor genannten Steifigkeitsunterschiede Kraftumlenkungen zwischen den Zuschlagsstoffen, welche wiederum Querkzugbeanspruchungen zur Folge haben, siehe Bild 3.2.

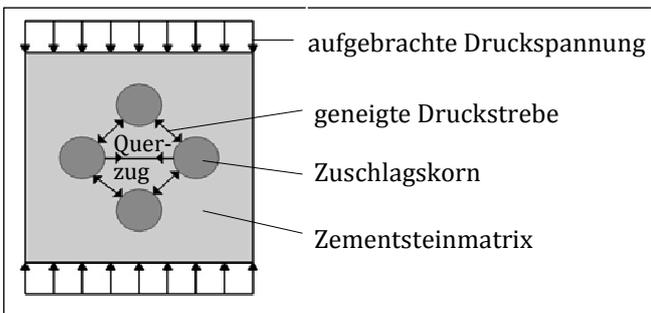


Bild 3.2: Kraftumlenkung im Betongefüge bei Druckbeanspruchung

Die daraus resultierenden lokalen, dreiaxialen Spannungszustände führen bei der Überschreitung der lokalen Haftzugfestigkeit zwischen Zuschlagsstoffen und Zementsteinmatrix zum Anwachsen der Mikrorisse und leiten den nicht-linearen Bereich der Spannungs-Dehnungslinie ab $\sigma_c \approx 0,4 \cdot f_c$ ein.

Übersteigt die Beanspruchung 80 % der Druckfestigkeit, vereinigen sich mit dem Überschreiten der Zementstein-Zugfestigkeit diese Mikrorisse. Die Arbeitslinie ist anschließend durch einen stark nicht-linearen Verlauf gekennzeichnet. Mit dem Erreichen der Betondruckfestigkeit bilden sich, nahezu parallel zur Belastungsrichtung verlaufende Bruchflächen aus, welche den gesamten Querschnitt des Probekörpers durchsetzen (vgl. van Mier, 1986). Weitere Beanspruchungen führen zu zusätzlichen Gefügezerstörungen, die bei zunehmender Stauchung eine gleichzeitige Abnahme der Druckfestigkeit zur Folge haben.

Lastgesteuerte Druckversuche zeigen nach dem Überschreiten der Betondruckfestigkeit ein schlagartiges Versagen, wohingegen mit weggesteuerten Versuchen unter der Einhaltung einer konstanten Dehngeschwindigkeit der abfallende Ast der Spannungs-Dehnungslinie, also die Betontentfestigung, nachvollzogen werden kann.

Das Materialverhalten im Entfestigungsbereich wird stark durch die Form des Probekörpers beeinflusst – insbesondere durch seine Schlankheit. In der Arbeit von van Mier, et al. (1987) wird gezeigt, dass bei einer geringeren Probenkörperhöhe ein duktileres Entfestigungsverhalten in der Spannungs-Dehnungslinie zu beobachten ist, siehe Bild 3.3. Im Gegensatz dazu weist die Spannungs-Verformungs-Beziehung keine signifikanten Unterschiede auf. Hieraus schlussfolgerte van Mier auf einen lokal begrenzten Bereich der Entfestigung bei gleichzeitiger Entlastung der Probekörperanteile außerhalb dieser Schadenszone.

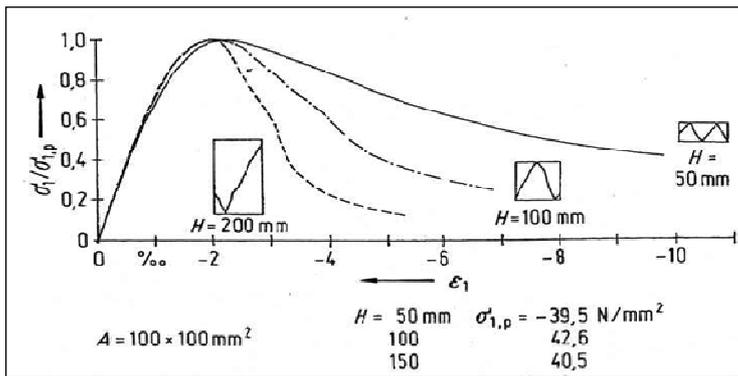


Bild 3.3: Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung für verschiedene Probekörperschlankheiten; Quelle: van Mier, et al. (1987)

Dies bedeutet, dass der experimentell ermittelte Verlauf der Entfestigung nicht das reine Werkstoffverhalten widerspiegelt, da aufgrund der Lokalisierung eine Maßstabsabhängigkeit vorliegt. Hinsichtlich dieses Maßstabeffektes existiert in der Fachliteratur eine Vielzahl an experimentellen und numerischen Untersuchungen, welche im Wesentlichen auf die Modellvorstellungen von Hillerborg, et al. (1976) und Bažant (1984) zurückzuführen sind. Weiterführende Betrachtungen führten unter anderem Markeset (1993), van Vliet, et al. (1996), Meyer, et al. (1998) durch.

Des Weiteren beeinflusst die Größe der Belastungsgeschwindigkeit $\dot{\sigma}_c$ bzw. Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon}_c$ die Form der Betonarbeitslinie. Rasch (1962) untersuchte experimentell den Einfluss verschiedener, konstanter Dehngeschwindigkeiten auf den Verlauf der Spannungs-Dehnungsline normalfester Betone unter einaxialer Druckbeanspruchung, siehe Bild 3.4 (a).

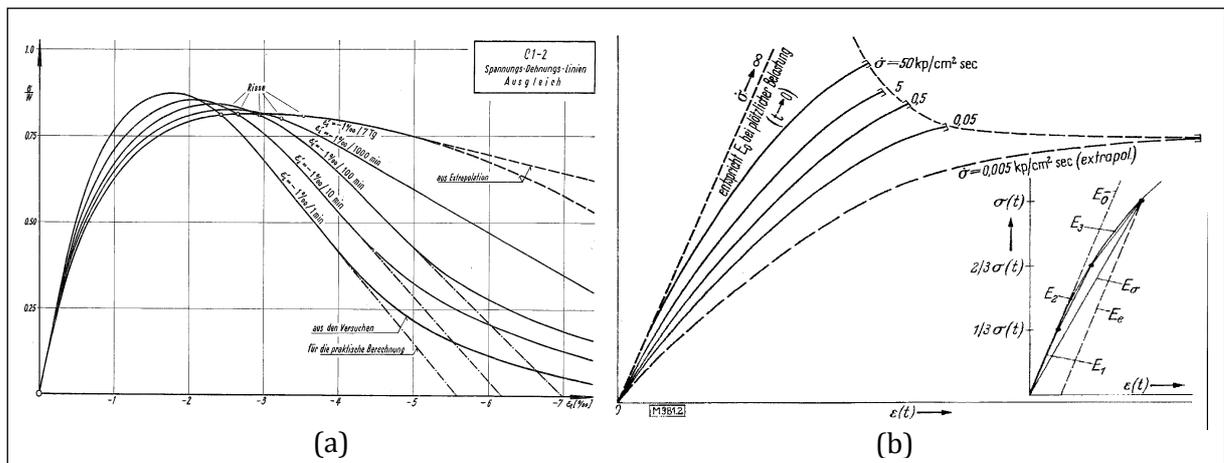


Bild 3.4: Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung für (a) verschiedene, konstante Dehnraten; Quelle: Rasch (1962) (b) unterschiedliche, konstante Belastungsgeschwindigkeiten; Quelle: Wesche, et al. (1972)

Dabei war festzustellen, dass mit zunehmender Dehnrates die Druckfestigkeit bei gleichzeitiger Abnahme der Bruchdehnung und der Duktilität zunimmt.

Wesche, et al. (1972) führten im Gegensatz dazu Versuche mit konstanten Belastungsgeschwindigkeiten durch. Bild 3.4 (b) zeigt, dass die vorangestellten Tendenzen ebenfalls für zunehmende Belastungsgeschwindigkeiten gelten. Ferner ist zu erkennen, dass mit zunehmender Beanspruchungsgeschwindigkeit die Krümmung der Spannungs-Dehnungskurve abnimmt und gleichzeitig der Elastizitätsmodul ansteigt.

Die analytische Formulierung von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung wird in der Fachliteratur in zahlreicher Form vorgeschlagen. Eine Übersicht über bestehende Ansätze sind beispielsweise in den Arbeiten von Graubner (1989) und Mehlhorn (1998) zu finden. Die dort aufgeführten Ansätze weisen kaum Abweichungen in der Beschreibung des ansteigenden Astes der Spannungs-Dehnungslinie auf, wohingegen große Unterschiede in der Formulierung des

Entfestigungsbereiches deutlich werden. Die Abweichungen resultieren im Wesentlichen aus den zuvor beschriebenen Einflüssen der Versuchsdurchführung.

Nach derzeitiger Normenregelung (vgl. DIN 1045-1, DIN EN 1992-1-1) darf das Spannungs-Dehnungsverhalten von Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung nach Gl. (3.3) beschrieben werden.

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \quad (3.3)$$

mit $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$
 und $k = -E_{c0} \cdot \varepsilon_{c1} / f_c$

Diese Formulierung geht auf die Arbeit von Grasser (1968) zurück und beschreibt realitätsnah das Verhalten normalfester Betone unter einaxialem Druck bis zu einer Entfestigung von $\sigma_c / f_{cm} \geq 0,5$. Die Entfestigungsfunktion darf aufgrund der zuvor genannten Maßstabsabhängigkeit dennoch nur als erste Näherung betrachtet werden. Ist eine wirklichkeitsnahe Beschreibung der Betonentfestigung unter Druckbeanspruchung erforderlich, so sollte auf erweiterte Modellvorstellungen zum Beispiel nach Meyer, et al. (1998) zurückgegriffen werden. In den Arbeiten von Feenstra (1993), Winkler (2001) und Thomée (2005) wird hingegen der Ansatz der Bruchenergie zur Beschreibung des Entfestigungsbereiches verfolgt, um in FE-Rechnungen eine Netzunabhängigkeit zu gewährleisten.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die vorgestellte Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung nach Gl. (3.3) verwendet. Streng genommen gilt diese nur für monoton wachsende Dehnungen und einer konstanten Dehngeschwindigkeit von $\dot{\varepsilon}_c \leq -2,0 \text{ ‰/min}$. Die hier untersuchten Beanspruchungskombinationen beschränken sich auf übliche statische Lasten sowie Verkehrslasten. Infolgedessen darf auf die Berücksichtigung des Einflusses unterschiedlicher Dehnraten auf die Spannungs-Dehnungsbeziehungen verzichtet werden (vgl. DAfStb, H. 525, 2003). Der Entfestigungsbereich wird nach dem zuvor genannten Normenbezug implementiert. Eine Betonentfestigung infolge Druckbeanspruchung ist auf Gebrauchslastniveau nicht zu erwarten, daher wird die genauere Abbildung durch ein maßstabsgereutes Entfestigungsmodell der Modellübersichtlichkeit untergeordnet.

3.2.1.3 Materialverhalten unter zyklischer Druckbeanspruchung

Grundlegende, experimentelle Untersuchungen des Betonverhaltens unter zyklischer Druckbeanspruchung führten unter anderem Sinha, et al. (1964) und Karsan, et al. (1969) durch. Als neuere Untersuchung sind beispielhaft die Arbeit von Bahn, et al. (1998) und Lee, et al. (1997) zu erwähnen. Diese zeigen übereinstimmend, dass die Einhüllende der zyklischen Spannungs-Dehnungslinie die Betonarbeitslinie aus monotoner Druckbeanspruchung nur geringfügig unterschreitet, siehe Bild 3.5.

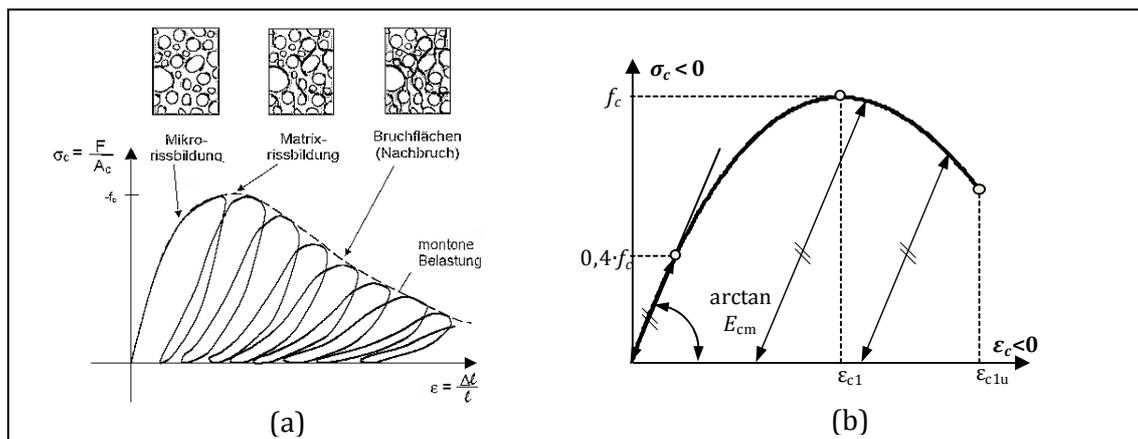


Bild 3.5: Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter zyklischer Druckbeanspruchung: (a) experimentell ermittelt; Quelle: Pölling (2001), (b) verwendetes elasto-plastisches Materialmodell

Dabei ist festzuhalten, dass die Entlastungskurven nicht durch den Koordinatenursprung der Arbeitslinie verlaufen, (Bild 3.5 (a)). Das lässt die Schlussfolgerung zu, dass Verzerrungen auch bei völliger Entlastung infolge einer nicht vollständigen Riss-schließung aufgrund der Kornver-zahnung im Querschnitt verbleiben. Das Materialverhalten von Beton unter zyklischer Druckbe-anspruchung ist im Bereich des linear ansteigenden Astes der Betonarbeitslinie durch ein nahe-zu ideal elastisches Verhalten gekennzeichnet. Im Entfestigungsbereich ist hingegen eine Ab-nahme der Betonsteifigkeit und -festigkeit bei zunehmender Wiederbelastung zu verzeichnen.

Zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter monotoner Druckbe-anspruchung wird ein elasto-plastisches Materialgesetz zugrunde gelegt. Eine zyklische Beanspru-chung hat demnach eine Be- und Entlastung auf dem Pfad des Anfangs-Elastizitätsmoduls zur Folge, siehe Bild 3.5 (b). Dieser Näherungsansatz wird für Lasten im Grenzzustand der Ge-brauchstauglichkeit als ausreichend genau angesehen.

3.2.1.4 Einaxiale Zugfestigkeit

Die einaxiale Zugfestigkeit von normalfestem Beton beträgt in etwa 10 % der einaxialen Druck-festigkeit. Hochfeste Betone hingegen erreichen Zugfestigkeiten bis ca. 20 % ihrer Druckfestig-keit. Die relativ geringe Betonzugfestigkeit wird bereits im Grenzzustand der Gebrauchstaug-lichkeit in biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen häufig überschritten und führt so zu signifi-kanten Steifigkeits- und Verformungsänderungen. Daher ist die Zugfestigkeit ein maßgeblicher Materialparameter zur Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit von Stahlbetonbauteilen.

Experimentell lässt sich die einaxiale Betonzugfestigkeit als zentrische Zugfestigkeit f_{ctm} , Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ oder Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ ermitteln. Nach Model Code 1990 besteht zwischen den verschiedenen Arten der Betonzugfestigkeit folgender, analytischer Zusammenhang:

$$f_{ctm} = 0,9 \cdot f_{ct,sp} = f_{ct,fl} \cdot \frac{1,5 \cdot (h/h_0)^{0,7}}{1 + 1,5 \cdot (h/h_0)^{0,7}} \quad (3.4)$$

mit $h_0 = 100 \text{ mm}$
 $h \dots$ Bauteilhöhe in mm

Lediglich die **zentrische Zugfestigkeit** kann als Materialkenngröße angesehen werden. Sowohl die Spaltzugfestigkeit als auch die Biegezugfestigkeit sind hingegen stark geprägt durch den Ver-suchsaufbau bzw. durch die Probekörperform. Die Versuchsdurchführung zur Ermittlung der zentrischen Zugfestigkeit gestaltet sich jedoch schwierig, da sowohl Inhomogenitäten im Bereich der aufgeklebten Lasteinleitungsplatten als auch ungewollte Lastexzentrizitäten die Versuchser-gebnisse stark beeinflussen können. Diese Einflüsse haben unterschiedliche Versagensformen zur Folge (vgl. van Mier, 1996).

Ausgehend von der charakteristischen Druckfestigkeit werden in der Fachliteratur verschie-dene Ansätze zur mathematischen Formulierung der zentrischen Zugfestigkeit wiedergeben. Ein Überblick wird unter anderem in den Arbeiten von Pardey (1994), Rimmel (1994) und Mertzsch (2003) aufgezeigt. Nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1 darf die mittlere, zentrische Betonzugfestigkeit für normalfesten Beton nach Gl. (3.5) und für hochfesten Beton entsprechend Gl. (3.6) bestimmt werden.

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (3.5)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + f_{cm}/10) \quad (3.6)$$

Es ist festzustellen, dass die Zunahme der Zugfestigkeit gegenüber der charakteristischen Druck-festigkeit unterproportional verläuft. Weiterhin weist die experimentell ermittelte Betonzugfes-tigkeit gegenüber der Druckfestigkeit starke Streuungen auf. Gemäß Model Code 1990 können diese Streuungen entsprechend den 5 %- und 95 %-Quantils nach den Gln. (3.7) und (3.8) be-rücksichtigt werden.

$$f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (3.7)$$

$$f_{ctk;0,95} = 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (3.8)$$

Im Wesentlichen entsprechen die Einflussgrößen der Betonzugfestigkeit denen der Betondruckfestigkeit, siehe Abschnitt 3.2.1.1. Festzuhalten ist, dass gebrochene Zuschläge eine Zugfestigkeitssteigerung von etwa 10 % bis 20 % gegenüber Rundkornzuschlag bewirken (Bonzel, 1967).

Bei identischen Probekörpern übersteigt die **Biegezugfestigkeit** von Beton die zentrische Zugfestigkeit. Die Biegezugfestigkeit ist stark abhängig von der Bauteilgeometrie, insbesondere aber von der Querschnittshöhe. In der Arbeit von Günther (1988) konnte gezeigt werden, dass ebenfalls eine Abhängigkeit von der Probenkörperbreite besteht. Diese ist jedoch gering und im Allgemeinen vernachlässigbar. Im ungerissenen Zustand besteht bei identischer Beanspruchung zwischen der Lastexzentrizität bzw. der Bauteilhöhe eine direkt Proportionalität zu der Spannungsgradienten. Bauteile mit einer geringen Querschnittshöhe und somit mit einer hohen Spannungsgradienten weisen in der Phase der Entfestigung eine stark nicht-lineare Verteilung der Spannungen über den Gesamtquerschnitt auf. Wohingegen bei großen Querschnittshöhen die Spannungsverteilung als linear betrachtet werden kann, siehe Bild 3.6. Somit nähert sich mit einer größer werdenden Bauteilhöhe die Biegezugfestigkeit der zentrischen Zugfestigkeit an (vgl. Grimm, 1997).

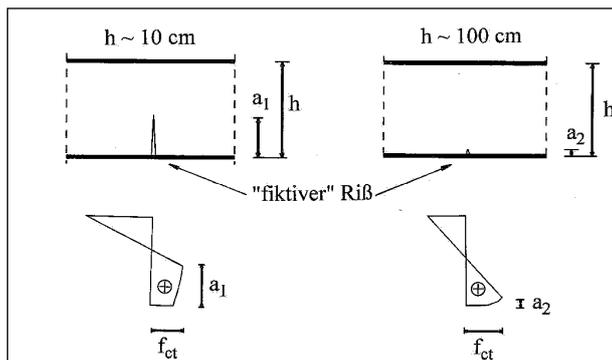


Bild 3.6: Spannungsverteilung in biegebeanspruchten Bauteilen unterschiedlicher Bauteilhöhe; Quelle: Remmel (1994)

3.2.1.5 Spannungs-Dehnungsbeziehung unter monotoner, einaxialer Zugbeanspruchung

Die experimentelle Ermittlung der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung erfolgt in der Regel durch verformungsgesteuerte Zugversuche. Gegenüber zahlreichen Druckversuchen ist in der Fachliteratur nur eine relativ geringere Bandbreite von Zugversuchen verzeichnet. Dies liegt in der anspruchsvollen Versuchsdurchführung und der ausgeprägten Streuung der Versuchsergebnisse begründet. Es kann jedoch festgestellt werden, dass das allgemeine Bruchverhalten von Beton unter Zugbeanspruchung weitgehend erforscht ist und wie folgt wiedergegeben werden kann.

Beton weist unter Zugbeanspruchung bis zu einem Beanspruchungsgrad von etwa 90 % der Zugfestigkeit ein linear-elastisches Verformungsverhalten auf, siehe Bild 3.7 (a). Je nach Literaturquelle wird dieser Wert zwischen 0,7 bis 1,0 f_{ct} angegeben. Im Anschluss daran verläuft die Spannungs-Dehnungslinie bis zum Erreichen der Zugfestigkeit geringfügig nicht-linear. Dabei bildet sich ein stark lokal begrenzter Rissbereich – die sogenannte Rissprozesszone – aus, in der sich die bereits vorhandenen Mikrorisse vereinigen, siehe Bild 3.7 (b).

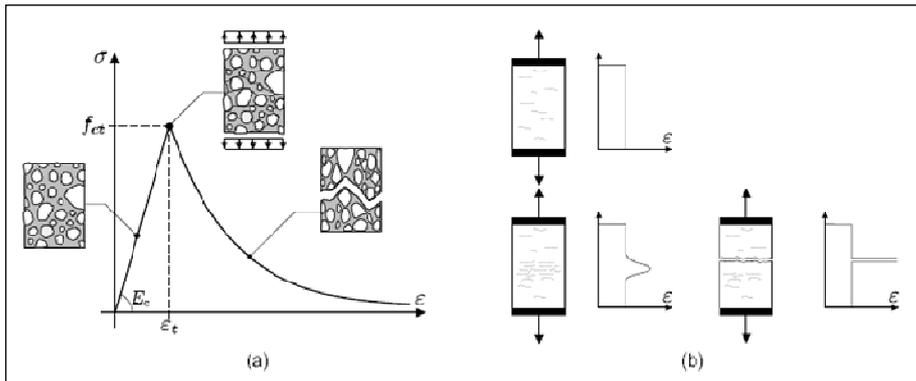


Bild 3.7: (a) Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung
 (b) Lokalisierungseffekt der Schädigung; Quelle: Bockhold (2005)

Die Vergrößerung der Mikrorisse wird durch die Kerbwirkung existierender Risse und Poren begünstigt. Die Ausbildung der Rissprozesszone erfolgt in etwa senkrecht zur Beanspruchungsrichtung in dem späteren Bruchquerschnitt. Nach Überschreiten der Betonzugfestigkeit ist mit zunehmender Rissöffnung eine Abnahme der aufnehmbaren Zugspannungen (*tension softening*) zu verzeichnen. Daraus resultiert eine gleichzeitige, nahezu elastische Entspannung außerhalb der Rissprozesszone. Im Entfestigungsbereich erfolgt die Übertragung der Zugspannungen durch die Reibung und die Kornverzahnung an den Rissufern. Somit bestimmt die Rauigkeit der Rissufer direkt die Duktilität des Betons unter Zugbeanspruchung. Die Zugentfestigung von Beton stellt ebenfalls ein Lokalisierungsproblem dar, welches bei der wirklichkeitsnahen Modellierung mitberücksichtigt werden muss. Streng genommen ist der Bereich der Entfestigung als Spannungs-Rissöffnungsbeziehung zu bezeichnen.

Unter diesem Gesichtspunkt leitet Hillerborg (1983) das *fiktive Rissmodell* (Fictitious Crack Model) ab, das auf die nicht-linearen Energiebetrachtungen plastifizierender, metallischer Werkstoffe zurückgeht (vgl. Hillerborg, et al., 1976). Es setzt sich zusammen aus dem ansteigenden Ast der Betonarbeitslinie, der durch die lineare Spannungs-Dehnungsline (σ - ε -Beziehung) beschrieben wird und dem abfallenden Ast – die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung (σ - w_c -Beziehung). Letzteres berücksichtigt anstelle einer Rissprozesszone einen fiktiven Einzelriss, siehe Bild 3.8. Zur Beschreibung der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung existieren eine Reihe von Vorschlägen, siehe beispielsweise Duda (1991), Gutsch (1998), Spitra (2008).

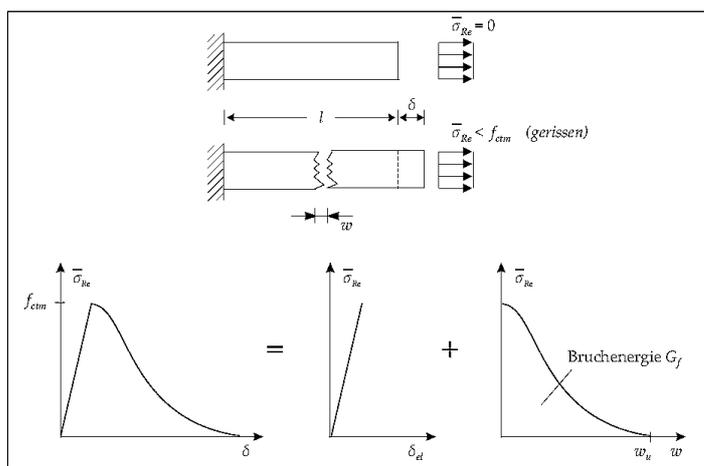


Bild 3.8: Spannungs-Verformungsbeziehung für Beton unter Zugbeanspruchung; Quelle: Thomée (2005)

In ähnlicher Weise beschreiben Bažant, et al. (1983) mit dem *Rissbandmodell* (Crack Band Model) die Entfestigung von Beton unter Zugbeanspruchung durch eine Spannungs-Dehnungsbeziehung. Anstelle des fiktiven Einzelrisses wird ein Rissband mit fester, endlicher Breite definiert. Damit lassen sich die versuchstechnisch ermittelten Verformungen in der Rissprozesszone

als äquivalente Dehnungen ausdrücken. Die Rissbandbreite wird als materialabhängiger Längenparameter für normalfesten Beton mit dem dreifachen Größtkorndurchmesser angegeben.

In der vorliegenden Arbeit wurde das fiktive Rissmodell nach Hillerborg (1983) zugrunde gelegt. Im Rahmen der Finite-Elemente-Implementierung wird es notwendig die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung in eine äquivalente Spannungs-Dehnungsbeziehung zu überführen. Dazu wird der Weg der verschmierten Rissmodellierung gewählt, dass heißt ein Riss wird nicht diskret im FE-Modell abgebildet, sondern über die Elementlänge als äquivalente Rissdehnung „verschmiert“. Einen Überblick über die Möglichkeiten der Rissmodellierung geben unter anderem Winkler (2001) und Hofstetter (2006). Zur Herleitung einer äquivalenten Spannungs-Dehnungsbeziehung werden folgende Betrachtungen vorangestellt.

Die Längenänderung $\Delta\ell$ einer Zugprobe mit der Länge ℓ setzt sich in der Nachbruchphase aus der elastischen Verformung des ungerissenen Probenbereiches und der Vergrößerung der Rissöffnungsweite w_c zusammen. Bezogen auf die Probenlänge ℓ lässt sich die mittlere Betonzugdehnung ε_{ctm} als Summe der elastischen Betondehnung ε_{ela} und einer fiktiven Rissdehnung ε_{cr} ausdrücken, siehe Gln. (3.9) bis (3.11).

$$\varepsilon_{ctm} = \varepsilon_{ela} + \varepsilon_{cr} \quad (3.9)$$

mit
$$\varepsilon_{ela} = \frac{\sigma_{ct}}{E_c} \quad (3.10)$$

und
$$\varepsilon_{cr} = \frac{w_c}{\ell} \quad (3.11)$$

Daraus ist erkennbar, dass die Spannungs-Dehnungsbeziehung abhängig von der Probenlänge ℓ ist. Um netzunabhängige Berechnungsergebnisse im Rahmen der FE-Analysen zu erzielen, ist es erforderlich, die Spannungs-Dehnungsbeziehung unter Beachtung der spezifischen Bruchenergie G_F zu modifizieren und somit der jeweiligen Elementlänge ℓ_{eq} (äquivalente Länge) anzupassen (vgl. Dahlblom, et al., 1990).

Die **spezifische Bruchenergie** ist definiert als diejenige Energie, welche in der Einheitsfläche der Bruchzone notwendig ist, um einen einzigen Riss vollständig zu öffnen. Sie ist experimentell mittels einen zentrischen Zugversuch bzw. Biegeversuch am gekerbten Balken zu ermitteln, siehe auch RILEM TC50-FMC (1985). Im weiteren Sinne kann die spezifische Bruchenergie G_F als bruchmechanische Materialkonstante interpretiert werden, da sie mit zunehmender Probekörpergröße konvergiert (Hofstetter, 2006). Eine relevante Abhängigkeit der Betonbruchenergie besteht hinsichtlich des Wasser-Zementwertes (w/z-Wert), der Zementfestigkeit und der Art, Form und Sieblinie der Zuschlagstoffe (vgl. Rimmel, 1994; Grimm, 1997; Hordijk, 1992). Die bekannten Versuchsergebnisse bestätigen diese Einflüsse und weisen zum Teil erhebliche Streuungen auf (vgl. Duda, 1991). Analytische Beschreibungen zur rechnerischen Erfassung der Bruchenergie sind neben dem Model Code 1990 auch in den Veröffentlichungen von Bažant (1984), Rimmel (1994), Kessler-Kramer (2002) enthalten. Entsprechend Model Code 1990 darf alternativ zum Zugversuch die spezifische Bruchenergie für Normalbeton vereinfachend nach Gl. (3.12) bestimmt werden. Der Grundwert der Bruchenergie G_{F0} ist Tabelle 3.1 zu entnehmen.

$$G_F = G_{F0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \text{ N/mm}^2} \right)^{0,7} \quad \text{für } f_{cm} \leq 80 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (3.12)$$

Tabelle 3.1: Grundwert der Bruchenergie G_{F0} nach Model Code 1990

$d_{a,max}$ [mm]	G_{F0} [Nmm/mm ²]
8	0,025
16	0,030
32	0,038

Seitens der Bruchmechanik lässt sich die spezifische Bruchenergie G_F als die von den Koordinatenachsen eingeschlossene Fläche unter der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung veranschaulichen und folgt somit ebenfalls aus Gl. (3.13).

$$G_F = \int_{w_c=0}^{w_u} \sigma_{ct} dw_c \quad (3.13)$$

Die Entfestigungsfunktion von normalfestem Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung kann abschließend formuliert werden. Ein realitätsnaher Ansatz stellt dabei eine exponentielle Form dar. Hierzu kann die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung nach Gl. (3.14) bzw. die Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Gl. (3.15) in Ansatz gebracht werden (vgl. Lackner, 1999; Winkler, 2001; Hofstetter, 2006). Dabei definiert w_u den Anstieg der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung an der Stelle $w_c = 0$ nach Gl. (3.16).

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \cdot e^{\left(-\frac{w_c}{w_u}\right)} \quad (3.14)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \cdot e^{\left(-\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_u}\right)} \quad (3.15)$$

$$w_u = \frac{G_F}{f_{ct}} \quad (3.16)$$

Eine Gegenüberstellung der Entfestigungsfunktion auf der Grundlage des bilinearen Ansatzes nach Model Code 1990 und dem in dieser Arbeit angewandten, exponentiellen Ansatz entsprechend Gl. (3.14) ist Bild 3.9 zu entnehmen.

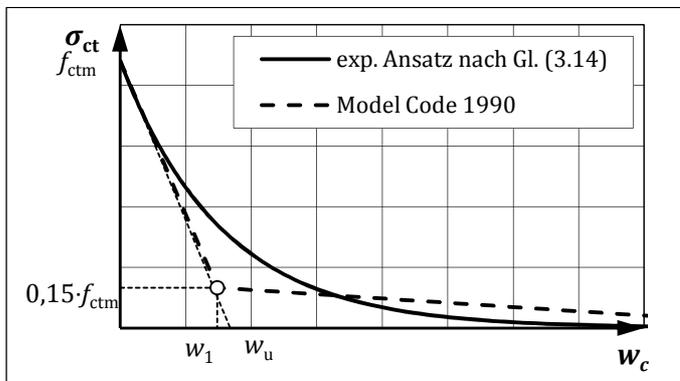


Bild 3.9: Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung, Model Code 1990 bzw. Gl. (3.14) (idealisiert)

Bezogen auf die **äquivalente Länge** ℓ_{eq} lässt sich die volumenspezifische Bruchenergie g_t^* anhand von Gl. (3.17) angeben. Womit die fiktive Rissdehnung ε_u entsprechend Gl. (3.18) beschrieben und den jeweiligen Elementabmessungen angepasst werden kann.

$$g_t^* = \frac{G_F}{\ell_{eq}} \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_u = \frac{w_u}{\ell_{eq}} = \frac{g_t^*}{f_{ct}} \quad (3.18)$$

Die äquivalente Länge ℓ_{eq} ist wiederum neben Geometrie, Größe, Typ und numerischer Integrationsordnung des finiten Elements auch von der Rissorientierung abhängig (vgl. Oliver, 1989; Dahlblom, et al., 1990; Stempniewski, et al., 1996). In Bild 3.10 wird die äquivalente Länge (hier: $h_1; h_2$) verschiedener Elementtypen angegeben.

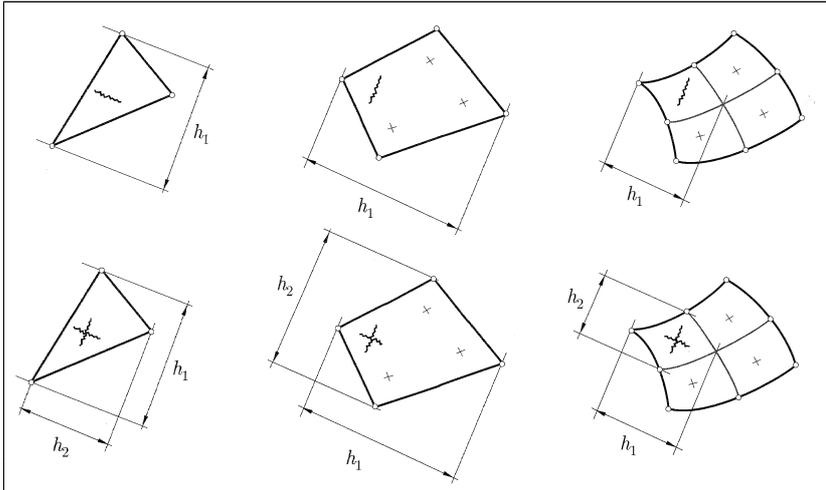


Bild 3.10: Äquivalente Länge ebener, zweidimensionaler finite Elemente; Quelle: Dahlblom, et al. (1990)

Bei mehraxialen Spannungszuständen kann die äquivalente Länge ℓ_{eq} unter Berücksichtigung der Rissorientierung nach Dahlblom, et al. (1990) bzw. Cervenka, et al. (1995) ermittelt werden. Verlaufen die Risse nahezu parallel zu den Elementkanten, so ergibt sich die äquivalente Länge in erster Näherung nach Gl. (3.19) (Rots, 1988). Darin bezeichnet A_e die Fläche eines ebenen, finiten Elements.

$$\ell_{eq} = \alpha \cdot \sqrt{A_e} \quad (3.19)$$

mit $\alpha = 1,0$ für quadratische Elemente
 $\alpha = \sqrt{2}$ für lineare Elemente

Dabei ist zu beachten, dass die Elementlängen die kritische Länge ℓ_{cr} nicht überschreiten, um ein numerisch stabiles Materialverhalten sicherzustellen. Die kritische Länge beschreibt diejenige Länge eines Probekörpers bzw. Elements, unter welcher die eingetragene elastische Energie nach Überschreiten der Zugfestigkeit vollständig als Bruchenergie G_F dissipiert wird. Ein Überschreiten der kritischen Länge ($\ell > \ell_{cr}$) führt zu einem instabilen Entfestigungsvorgang infolge des plötzlichen Abfalls der Zugspannungen. Dieser Vorgang wird in der Literatur auch als *snap-back*-Phänomen bezeichnet. In kombiniert gesteuerten Zugversuchen konnte dieses Verhalten experimentell bestätigt werden (Jansen, et al., 1997). Aus der Arbeitslinie unter Zugbeanspruchung lässt sich die kritische Länge ℓ_{cr} nach Gl. (3.20) ableiten. Weitere Ausführungen sind dazu unter anderem in der Arbeit von Sigrist (1995), Pölling (2001), Donaubaue (2002) zu finden.

$$\ell_{cr} = \frac{2 \cdot G_F \cdot E_c}{f_{ct}^2} \quad (3.20)$$

Die kritische Länge kann ebenfalls als Materialkenngröße interpretiert werden, da sie allein durch Materialparameter beschrieben wird. In diesem Zusammenhang wird sie häufig als charakteristische Länge des Materials auf Zugversagen bezeichnet. Brameshuber (1988) gibt charakteristische Längen für verschiedene zementgebundene Werkstoffe an, siehe Tabelle 3.2. Ottosen (1986) konnte für normalfesten Beton ähnliche Werte feststellen.

Tabelle 3.2: Charakteristische Längen unterschiedlicher Materialien, Quelle: Brameshuber (1988)

Material	char. Länge ℓ_{cr} [cm]
Zementstein	0,5 – 1,0
Mörtel	2,0 – 25,0
normalfester Beton	20,0 – 60,0

Ist das Zugfestigungsverhalten von bewehrtem Beton zu implementieren, so ist die äquivalente Länge ℓ_{eq} dem mittleren Rissabstand s_{rm} gleichzusetzen.

$$\ell_{\text{eq}} = s_{\text{rm}} \quad (3.21)$$

Dies folgt aus der Tatsache, dass nur ein Riss im gezogenen, unbewehrten Stab nach Überschreiten der Zugfestigkeit auftritt, jedoch bei bewehrten Versuchskörpern sich mehrere Risse entlang der Bauteilachse gleichmäßig verteilen. Ausgehend von einer abgeschlossenen Rissbildung entspricht die äquivalente Länge somit dem mittleren Rissabstand nach Abschnitt 3.4.2.3. Dabei ist sicherzustellen, dass die Bewehrung die aufgebrachten Zugspannungen aufnehmen kann. Auf der Grundlage des minimalen Bewehrungsprozentsatzes nach Model Code 1990 kann folgendes Abgrenzkriterium zur Unterscheidung zwischen unbewehrten und bewehrten Bauteilen nach Gl. (3.22) genutzt werden (vgl. Winkler, 2001; Hofstetter, 2006).

$$(E_s \cdot \rho_{\text{eff}})_{\text{min}} = \frac{E_s \cdot A_{s,\text{min}}}{A_{c,\text{eff}}} \quad (3.22)$$

Den Einfluss **unterschiedlicher Dehnraten** auf die Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter Zugbeanspruchung zeigen experimentelle Untersuchungen von Heilmann (1976), Körmeling, et al. (1980) und Zielinski (1982). Dabei ist festzustellen, dass mit zunehmender Dehn- und Belastungsgeschwindigkeit eine Zugfestigkeitssteigerung bei gleichzeitiger Abnahme der Bruchdehnungen in Analogie zum Betonverhalten unter Druckbeanspruchung zu verzeichnen ist.

Dehnratenabhängige experimentelle Untersuchungen zur Beschreibung der Bruchenergie führten unter anderem Körmeling (1986), Ulfkjaer, et al. (1996) und Kessler-Kramer (2002) durch. Dabei konnte eine Steigerung der Bruchenergie mit zunehmender Dehnrates festgestellt werden. In der Arbeit von Ulfkjaer, et al. (1996) wird darauf verwiesen, dass die Bruchenergie im Bereich niedriger Dehnrates nahezu unabhängig von der Dehngeschwindigkeit ist. Wie bereits in Abschnitt 3.2.1.2 wird auch hier auf die zu erwartenden, geringen Dehnrates bei statischen Lasten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit verwiesen und ein dehnratenunabhängiges Materialgesetz für zugbeanspruchten Beton implementiert.

3.2.1.6 *Materialverhalten unter zyklischer Zugbeanspruchung*

Das Materialverhalten von Beton unter zyklischer Zugbeanspruchung wurde unter anderem von Reinhardt, et al. (1984, 1986) und Yankelevsky, et al. (1989) experimentell untersucht. Dabei ließ sich feststellen, dass eine Analogie zur zyklischen Druckbelastung besteht. Diese Schlussfolgerung resultiert einerseits aus der Verringerung der Betonsteifigkeit und -festigkeit mit zunehmender Wiederbelastung nach dem Überschreiten der Betonzugfestigkeit. Andererseits ließen sich bei völliger Entlastung ebenfalls irreversible Verzerrungen beobachten, welche auf die Kornverzerrungen im Rissquerschnitt zurückzuführen sind. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die Einhüllende der zyklischen Spannungs-Dehnungsbeziehung nahezu exakt die Entfestigungskurve von Beton unter monotoner Zugbeanspruchung beschreibt, siehe Bild 3.11. Die Versuchsergebnisse von Reinhardt, et al. (1986) zeigten außerdem, dass nach einer Rissbildung die Steifigkeit im Druckbereich in derselben Beanspruchungsrichtung wieder erzielt werden konnte.

Verschiedene Ansätze zur Modellierung des zyklischen Zugtragverhaltens von Beton sind beispielsweise in den Arbeit von Mazars (1981), Menrath (1999) bzw. Meiswinkel, et al. (1999) angegeben. Vereinfachend wird in dieser Arbeit ein Schädigungsmodell ohne Berücksichtigung von verbleibenden Verzerrungen verwendet, entsprechend Bild 3.11 (b). Dies wird zur Beurteilung des Gesamtverformungsverhaltens großflächiger Strukturen als ausreichend genau angesehen. Die Erfassung des Materialverhaltens unter zyklischer Beanspruchung wird als notwendig erachtet, da Spannungsumlagerungen in der Gesamtstruktur insbesondere durch Rissbildung in Teilbereichen lokale Entlastungszustände zur Folge haben.

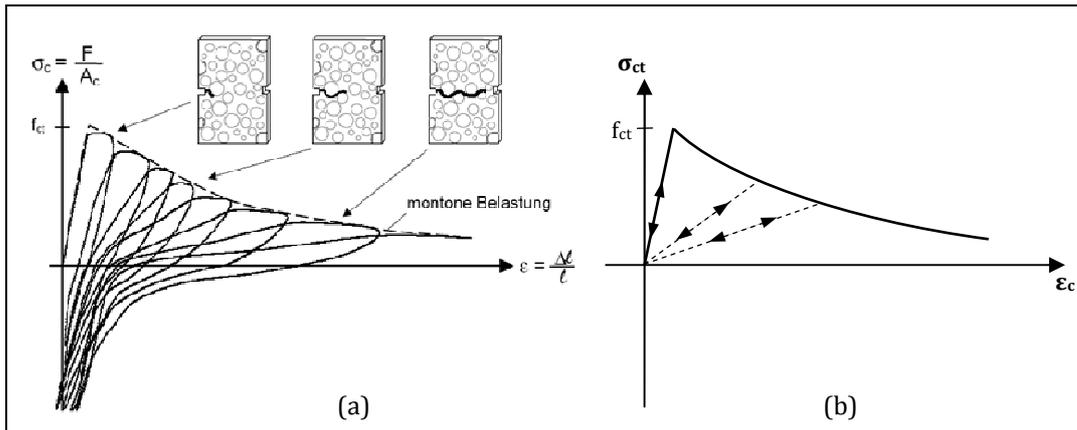


Bild 3.11: Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter zyklischer Zugbeanspruchung:
 (a) aus experimentellen Untersuchungen; Quelle: Pölling (2001)
 (b) verwendetes Materialmodell

3.2.1.7 Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul von Beton wird maßgeblich beeinflusst durch die Elastizitätsmodule des Zementsteins und der Zuschlagstoffe sowie deren Volumenanteile und Verbundeigenschaften. Dabei ist der Elastizitätsmodul des Zementsteins stark abhängig vom Wasser-Zement-Wert und Hydratationsgrad. Der Elastizitätsmodul der Zuschlagstoffe wird hingegen hauptsächlich durch die mineralogischen Eigenschaften des Gesteins beeinflusst und weist dementsprechend eine große Bandbreite zwischen etwa 10.000 N/mm² (Sandstein) bis etwa 90.000 N/mm² (Basalt) auf, vgl. (Reinhardt, et al., 1999). Aus einaxialen Druck- oder Zugversuchen lässt sich der Elastizitätsmodul von Beton durch die Bewertung des Anstieges der Spannungs-Dehnungsbeziehung als Tangenten-, Sekanten- oder Sehnenmodul bestimmen, siehe Bild 3.12.

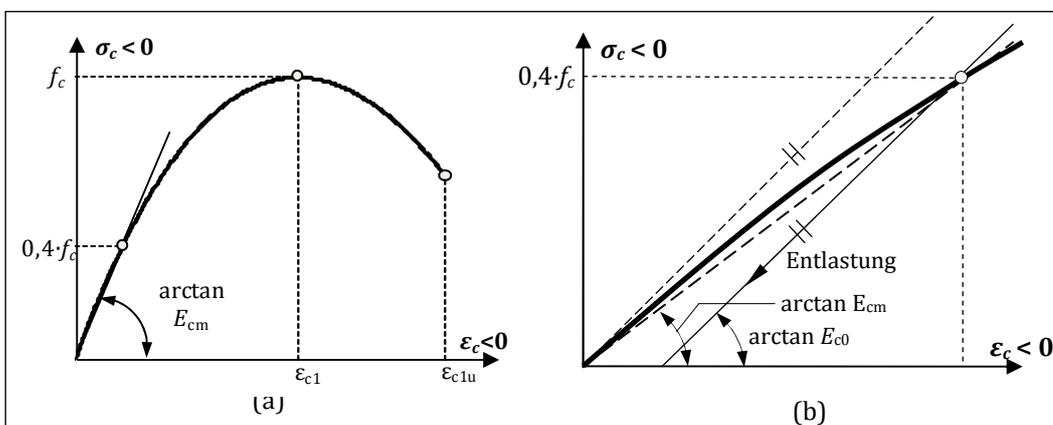


Bild 3.12: (a) Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung
 (b) Darstellung des Sekantenmoduls E_{cm} und Tangentenmoduls E_{c0}

Der Tangentenmodul E_{c0} beschreibt den Anstieg der Betonarbeitslinie im Ursprung und entspricht dem Entlastungsmodul ab etwa 40 % der mittleren Druckfestigkeit f_{cm} ohne Berücksichtigung plastischer Verzerrungsanteile (vgl. DAfStb, H. 525, 2003). Nach DIN 1045-1, DIN EN 1992-1-1 bzw. Model Code 1990 lässt sich der Tangentenmodul in Abhängigkeit der charakteristischen Betondruckfestigkeit nach Gl. (3.23) beschreiben und darf sowohl für statische Druckbelastungen als auch näherungsweise für Zugbeanspruchungen angesetzt werden.

$$E_{com} = 9.500 \cdot \sqrt[3]{f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2} \quad (3.23)$$

mit f_{ck} in N/mm²

Der Sekantenmodul E_{cm} wird definiert über den Anstieg der Sekante, welche die Spannungs-Dehnungslinie zwischen $\sigma_c = 0$ und $\sigma_c = 0,4 \cdot f_{cm}$ schneidet, siehe Bild 3.12. Dieser Elastizitätsmodul stellt die Betonsteifigkeit im ungerissenen Zustand unter Kurzzeitbeanspruchung bei Berücksichtigung von plastischen Anfangsdehnungen dar (vgl. DAFStb, H. 525, 2003). Der Sekantenmodul E_{cm} kann aus dem Tangentenmodul E_{c0} nach Gl. (3.24) abgeleitet werden (vgl. König, et al., 2001).

$$E_{cm} = \alpha_i \cdot E_{c0} \quad (3.24)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \quad (3.25)$$

mit f_{cm} in N/mm^2

Alternativ können beide Werte – den Gln. (3.23) und (3.24) entsprechend – aus den Normenwerken entnommen werden. Dabei ist zu beachten, dass diese Werte nur für Beton mit quarzitäen Zuschlagstoffe gelten. Die Streubreite von experimentell bestimmten Beton-Elastizitätsmodulen ist mitunter erheblich und kann nach Model Code 1990 in Abhängigkeit der Gesteinskörnung auf +20 % bis -30 % beziffert werden (vgl. Müller, et al. 1990). Eine Berücksichtigung der Zuschlagstoffart darf nach DAFStb, Heft 525 (2003) unter Anwendung von Gl. (3.26) erfolgen.

$$E_{c0,mod} = \alpha_E \cdot E_{c0} \quad (3.26)$$

Hierzu ist der Beiwert α_E aus verschiedenen Richtlinien in Tabelle 3.3 zusammengestellt.

Tabelle 3.3: Beiwert α_E in Abhängigkeit der Gesteinskörnung nach unterschiedlichen Richtlinien

Art der Gesteinskörnung	α_E [-]	α_E [-]
	Model Code 1990	DAFStb H. 525
Basalt, dichter Kalkstein	1,2	1,05 bis 1,45
Quarz, Quarzite	1,0	0,80 bis 1,20
Kalkstein	0,9	0,70 bis 1,10
Sandstein	0,7	0,55 bis 0,85

3.2.1.8 Querdehnzahl

Die Querdehnzahl ν_c von Beton weist erkennbare Abhängigkeiten bezüglich der Betonzusammensetzung, -festigkeit, -feuchtegrad, -alter aber auch der Belastungshöhe auf. In Gebrauchtlastbereichen ist für Beton eine Querdehnzahl zwischen 0,15 und 0,25 zu erwarten. Tendenziell nimmt die Querdehnzahl mit steigender Druckfestigkeit zu. Ab einer Beanspruchung von 80 % der Druckfestigkeit wächst sie durch die Vergrößerung und Vereinigung der Mikrorisse auf $\nu_c = 0,4 - 0,5$ an. Nach dem Überschreiten der Betondruckfestigkeit ist infolge der Zerrüttung des Betons eine Volumenzunahme zu verzeichnen, das heißt die Querdehnzahl steigt dann über den Wert von $\nu_c = 0,5$ an (vgl. Ghosh, 1965; Chen, et al., 1982). Unter Zugbeanspruchung fällt die Querdehnzahl mit beginnender Rissbildung auf $\nu_c = 0$ ab, da eine relevante Kraftübertragung parallel zu einem Riss nicht mehr gegeben ist.

Die nachfolgenden Berechnungen berücksichtigen eine konstante Querdehnzahl von $\nu_c = 0,2$ entsprechend den Angaben von DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1. Im Bereich der Gebrauchslasten wird eine wesentlich geringe Beanspruchung als $\sigma_c = 0,8 \cdot f_{cm}$ erwartet, so dass diese vereinfachte Annahme als gerechtfertigt angesehen wird.

3.2.1.9 Materialverhalten unter zweiaxialer Beanspruchung

Das Materialverhalten von Beton unter zweiaxialer Beanspruchung untersuchte Kupfer, Hilsdorf und Rüsck in den einschlägig bekannten Bauteilversuchen (vgl. Kupfer, et al., 1969; Kupfer, 1973). Dabei wurden Betonscheiben mit Hauptspannungen unterschiedlicher Verhältnisse

σ_1/σ_2 beaufschlagt und die zugehörigen Spannungs-Dehnungsbeziehungen sowie die Versagenskurve unter zweiaxialer Beanspruchung (Bild 3.13) ermittelt. Dabei konnte festgehalten werden, dass unter dem Verhältnis der Hauptdruckspannungen $\sigma_1/\sigma_2 = 1,0$ sich eine Festigkeitssteigerung von ca. 18 % einstellt. Die maximale Festigkeitssteigerung von ca. 25 % gegenüber der einaxialen Druckfestigkeit wird hingegen für ein Spannungsverhältnis von $\sigma_1/\sigma_2 \approx 1,9$ erreicht. Eine gleichzeitige Wirkung von Zug- und Druckspannungen (Druck-Zugbereich) hat ein verstärktes Mikrorisswachstum senkrecht zur Zugbeanspruchung zur Folge und verursacht damit eine Minderung der Druckfestigkeit. Im Gegensatz dazu sind im Zug-Zugbereich keine gegenseitigen Beeinflussungen festzustellen. Die Rissbildung erfolgt stets senkrecht zur größeren Zugspannung entsprechend dem *Rankine-Kriterium*.

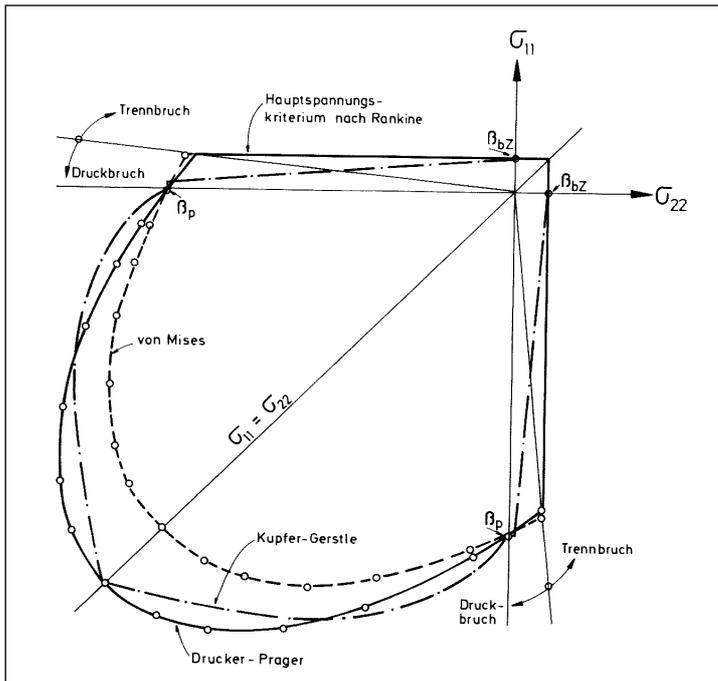


Bild 3.13: Versagenskurve der zweiaxialen Betonfestigkeit aus der *Drucker-Prager-Fließbedingung*, der *von Mises-Fließbedingung* und der Formulierung von *Kupfer-Gerstle*; Quelle: Mehlhorn (1995)

Zur Beschreibung des zweiaxialen Materialverhaltens von Beton im Druck-Druckbereich wird hier die *Drucker-Prager-Fließbedingung* in Ansatz gebracht. Sowohl der Zug-Zugbereich als auch der Druck-Zugbereich wird durch das *Versagenskriterium nach Rankine* beschrieben.

Die Drucker-Prager-Fließbedingung stellt eine Erweiterung der *von Mises-Fließbedingung* durch die Berücksichtigung des Einflusses der Normalspannungen auf die Fließfläche dar und kann mittels der Spannungsinvarianten I_1 und J_2 nach Gl. (3.27) beschrieben werden (vgl. Mehlhorn, 1995).

$$f(I_1, J_2) = \alpha \cdot I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (3.27)$$

Auf eine ausführliche Beschreibung der Spannungsinvarianten wird hier verzichtet. Eine Herleitung der mathematischen Formulierungen gibt Chen (1982) an, einen kurzen Überblick hingegen Mehlhorn (1995). Die Parameter α und k in Gl. (3.27) stellen Skalierungsfaktoren dar und dienen zur Anpassung der einaxialen Druckfestigkeit an die biaxialen Festigkeitswerte. Diese Werte sind im Allgemeinen aus ein- und zweiaxialen Druckversuchen zu bestimmen. Mehlhorn (1995) quantifiziert diese Parameter für normalfesten Beton mit $\alpha = 0,7035$ und $k = 0,507 \cdot f_c$.

Das *Hauptspannungskriterium nach Rankine* kann in einfacher Form für den ebenen, zweiaxialen Beanspruchungszustand nach Gl. (3.28) berücksichtigt werden.

$$\sigma_{11} = f_{ct}; \quad \sigma_{22} = f_{ct} \quad (3.28)$$

Eine Erweiterung der *Versagenstheorie nach Rankine* besteht in der Abminderung der Zugfestigkeit im Druck-Zugbereich der Fließfläche. Numerische Ansätze hierzu liefern unter anderem Menrath (1999) und Winkler (2001). Die Implementierung der Versagenstheorie nach Gl. (3.28) wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch als ausreichend genau angesehen.

Das zyklische Betonverhalten unter zweiachsialer Druckbeanspruchung untersuchten Stegbauer, et al. (1976) an Betonscheiben unter Dauerschwellbelastung und Variation der Lastintensität und Schwellbreite. Signifikante Unterschiede zu dem Betonverhalten unter einachsialer zyklischer Belastung konnte dabei nicht festgestellt werden.

3.2.1.10 Materialverhalten unter Temperatureinfluss

Zur Beurteilung des Materialverhaltens unter Temperatureinfluss ist die **Wärmedehnzahl** α_T als entscheidende Größe anzusehen. Die Wärmedehnzahl für Beton darf vereinfachend nach DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1 mit $\alpha_T = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ angenommen werden. Sie ist abhängig von den Volumenanteilen und der Qualität des Zementsteins, der Gesteinskörnung sowie dem Feuchtigkeitsgehalt, dem Betonalter und der Bauteiltemperatur. Sind detailliertere Untersuchungen des Wärmedehnverhaltens von Beton erforderlich, sollten diese in Abhängigkeit der Wärmedehnzahl der Zuschlagstoffe erfolgen. Mehlhorn (1998) gibt dazu folgende Werte an.

Tabelle 3.4: Wärmedehnzahlen verschiedener Zuschlagstoffe

Art der Gesteinskörnung	α_T [10^{-5} K^{-1}]
Quarz, Quarzit, Sandstein	1,1 bis 1,3
Granit	0,8 bis 1,0
Basalt	0,7 bis 0,9
dichter Kalkstein	0,6 bis 0,8

Das Wärmedehnverhalten von Beton entspricht näherungsweise dem des Betonstahls. Daher sind die zu erwartenden Zwangsbeanspruchungen unter Normaltemperatur gering und können vernachlässigt werden (vgl. DAfStb, H. 525, 2003). Lediglich bei sehr hohen Temperaturbelastungen (z. B. Brandfall) können sich relevante Abweichungen in den Wärmedehnzahlen ergeben.

Ferner beeinflusst die Temperatur den **Hydratationsgrad** des Betons. So steigt mit zunehmender Temperatur die Hydratationsgeschwindigkeit an. Diese Beobachtung schlägt sich im Verlauf der Festigkeits- und Elastizitätsmodul-Entwicklung nieder. In der Fachliteratur werden zur Beschreibung eines temperaturabhängigen Hydratationsgrad mehrere Modelle angegeben unter anderem in der Arbeit von Reinhardt, et al. (1999). Im Model Code 1990 wird hierzu die Definition eines wirksamen Betonalter t_T vorgeschlagen, welches eine temperaturvariante Korrektur des tatsächlichen Betonalters vorsieht, siehe Gl. (3.29).

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot e^{\left(13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)/T_0}\right)} \quad (3.29)$$

Sieht man von dem Einfluss des temperaturabhängigen Hydratationsgrads ab, so weisen sowohl die **Betonfestigkeit** als auch der **Elastizitätsmodul** eine „eigenständige“ Temperaturabhängigkeit auf. Tendenziell ist mit steigender Temperatur eine Abnahme der Betonfestigkeit und des Elastizitätsmoduls zu beobachten, wohingegen die Bruchdehnung ansteigt.

Mit steigender Temperatur ist ebenfalls eine zunehmende Austrocknung des Betons zu verzeichnen. Dies hat eine Beschleunigung des **Kriechens und Schwindens** zur Folge. Damit bewirken höhere Temperaturen eine Zunahme der Schwind- und Kriechzahl.

Das Betonverhalten unter **erhöhten Temperaturen** ($T \leq 100 \text{ °C}$) wird durch Gefügespannungen beeinflusst, welche aus Abweichungen der Wärmedehnzahl des Zementsteins und der Zuschlagstoffe resultieren. Infolgedessen kann die Mikrorissbildung erheblich voranschreiten und einen relevanten Festigkeitsabfall bewirken. In der Regel sind Temperatur-

einwirkungen ungleichmäßig über den Bauteilquerschnitt verteilt, was einen zusätzlichen Eigenspannungszustand zur Folge hat. Das Materialverhalten von Beton unter dem Einfluss von **höheren Temperaturen** ($T > 100\text{ °C}$) ist durch strukturelle Änderungen geprägt und soll in diesem Zusammenhang hier nicht weiterbetrachtet werden. Weiterführende Untersuchungen hierzu liefern beispielsweise Schneider (1982) und Seeberger, et al. (1985). **Tiefe Temperaturen** ($T < 0\text{ °C}$) bewirken hingegen eine Festigkeits- und Elastizitätsmodulzunahme. Das Wasser in den Zementsteinporen gefriert und beteiligt sich somit als Festkörper an der Spannungsaufnahme. Einen Überblick über diesbezügliche Forschungsarbeiten und Modellvorstellungen gibt u. a. Guo (2001). Für den Temperaturbereich $0\text{ °C} < T \leq 80\text{ °C}$ ist in Model Code 1990 eine analytische Beschreibung der temperaturabhängigen, mechanischen Betoneigenschaften enthalten.

In dieser Arbeit wird eine konstante Bauteiltemperatur von $T = 20\text{ °C}$ über den gesamten Betrachtungszeitraum vorausgesetzt. Tiefere Temperaturen wirken sich positiv auf die Materialkenngrößen von Beton aus, höhere Temperatur bewirken erst ab $T > 100\text{ °C}$ eine signifikante Abnahme der *mechanischen* Materialparameter. Diese Temperaturen sind für Gebrauchszustände nicht zu erwarten, daher wird hier auf eine Berücksichtigung von temperaturabhängigen Werkstoffkenngrößen verzichtet. Im Gegensatz dazu können Abweichungen von der Normtemperatur im Verlauf der Kriech- und Schwindprozesse relevante Verformungsänderungen bewirken. Die Nachrechnungen von Verformungsversuchen an Stahlbetonplatten unter Innenraumklima zeigen jedoch, dass unter Annahme einer konstanten, mittleren Temperatur von $T = 20\text{ °C}$ die Verformungen zum Endzeitpunkt hinreichend genau berechnet werden können, siehe Abschnitt 5.3.

3.2.2 Zeitabhängiges Materialverhalten

3.2.2.1 Einaxiale Dauerstandsdruckfestigkeit

Die Betondruckfestigkeit ist sowohl von dem Betonalter zum Zeitpunkt der Lastaufbringung als auch von der Belastungsdauer abhängig. Die größte ertragbare Spannung zum Zeitpunkt $t = \infty$ wird als **Dauerstandsfestigkeit** bezeichnet. Konstante Druckspannungen über einen längeren Zeitraum bewirken das Fortschreiten der Mikrorissentwicklung. Dies hat mit steigender Belastungsdauer eine kontinuierliche Festigkeitsminderung zur Folge. Diese Abnahme der Druckfestigkeit kann in Abhängigkeit des Betonalters bei Belastungsbeginn t_0 [d] und dem Betrachtungszeitpunkt t [d] gemäß Model Code 1990 durch Gl. (3.30) beschrieben werden.

$$\beta_{c,sus} = 0,96 - 0,12 \cdot \sqrt[4]{\ln \left[72 \cdot \left(\frac{t - t_0}{1d} \right) \right]} \quad (3.30)$$

Neben der Abnahme der Festigkeit unter konstanter Spannung, steigt jedoch gleichzeitig die Betondeckung infolge zunehmender Hydratation an. Dieses ist bei jungem Beton ($t < 28\text{ d}$) umso ausgeprägter. Laube (1990) beschreibt unter diesen Gesichtspunkten die Festigkeitsentwicklung in Abhängigkeit des Hydratationsgrades. Im Model Code 1990 wird hingegen die zeitabhängige Festigkeitssteigerung in Abhängigkeit von der Zementfestigkeit s sowie dem wirksamen Betonalter t_T formuliert, siehe Gl. (3.31).

$$\beta_{cc}(t) = e^{\left[s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28d}{t_T}} \right) \right]} \quad (3.31)$$

Tabelle 3.5: Beiwert s zur Berücksichtigung der Zementfestigkeit; Quelle: (Reinhardt, et al., 1999)

Festigkeitsklasse des Zementes	s [-]
32,5	0,38
32,5 R / 42,5	0,25
42,5 R / 52,5	0,20

Der Einfluss der Temperatur auf den Hydratationsgrad des Betons kann durch Korrektur des tatsächlichen Betonalters erfolgen. Eine Möglichkeit zur mathematischen Beschreibung wurde bereits mit Gl. (3.29) gegeben. Die Dauerstandsdruckfestigkeit kann somit für beliebige Betrachtungszeitpunkte zusammenhängend nach Gl. (3.32) beschrieben werden.

$$f_{cm}(t, t_0) = \beta_{c,sus}(t, t_0) \cdot \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (3.32)$$

Aus Dauerstandsdruckversuchen von Rasch (1962), Rüschi, et al. (1968), Nechvatal, et al. (1994) und anderen ließen sich Beton-Dauerstandsdruckfestigkeiten für unterschiedliche Belastungshöhen und Lastexzentrizitäten ermitteln. Aufgrund der großen Streuungen der Versuchsergebnisse sind in der Literatur jedoch unterschiedliche Angaben zu der Größe der Dauerstandsfestigkeit zu finden. Sie wird im Bereich von 75 % bis 85 % der Kurzzeitdruckfestigkeit angegeben.

Im Gebrauchslastniveau ist die Höhe der Betondruckfestigkeit von untergeordneter Bedeutung und wird daher für die weiteren numerischen Untersuchungen mit einer zeitlich konstanten Abminderung der Kurzzeitdruckfestigkeit mit dem Faktor $\alpha = 0,85$ nach DIN 1045-1 erfasst.

3.2.2.2 Einaxiale Dauerstandszugfestigkeit

Die Dauerstandszugfestigkeit ist für Verformungsberechnungen unter Langzeitbeanspruchung von besonderem Interesse, da sie die Steifigkeit von Stahlbetonbauteilen bereits im Gebrauchslastbereich deutlich beeinflussen kann. Jedoch liegen hierzu aufgrund der aufwendigen und anspruchsvollen Versuchsdurchführung vergleichsweise wenige, experimentelle Untersuchungen vor. Neben Reinhardt, et al. (1984) untersuchten unter anderem Shkoukani, et al. (1991), Al-Kubaisy, et al. (1975) und Kordina, et al. (2000) das Dauerstandszugversagen von Beton.

Reinhardt, et al. (1984) führten Versuche an 140 Einzelproben unter der Modifikation der Betongüte, der Zementart, des Belastungsgrades und der Probertemperatur durch. Dabei ließ sich feststellen, dass die Dauerstandszugfestigkeit innerhalb eines Tages auf ca. 60 % der Kurzzeitzugfestigkeit abfällt. Dabei ist anzumerken, dass die Versuchsergebnisse erhebliche Streuungen aufweisen, welche jedoch denen aus Kurzzeitbelastungsversuchen entsprechen. Ein signifikanter Einfluss der Betonzusammensetzung sowie unterschiedlicher Temperaturen (von 4 °C bzw. 21 °C) war nicht festzustellen. Der zeitliche Verlauf der Dauerstandszugfestigkeit wird entsprechend Gl. (3.33) und Bild 3.14 angegeben. Die Bandbreite des 90 %-Vertrauensbereich ließ sich mit $\log(t) \pm 1,70$ festlegen.

$$\frac{\sigma(t)}{f_{ctm}} = \frac{13,63 - \log(t)}{14,46} \quad (3.33)$$

mit t in Sekunden

Shkoukani, et al. (1991) untersuchten das Dauerstandszugverhalten von Beton unter Berücksichtigung des Einflusses zentrischer und exzentrischer Beanspruchung. Als Lastexzentrizitäten wurden dabei $e/d = 0,167$ und $e/d = 0,5$ erfasst. Generell konnte gezeigt werden, dass mit wachsender Exzentrizität die Dauerstandszugfestigkeit bei gleicher Belastungsdauer ansteigt. Dieses Verhalten wird auf Spannungsumlagerungen im entfestigenden Probenquerschnitt in der Phase der Rissentstehung zurückgeführt. Zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufes der Dauerstandszugfestigkeit werden die Regressionskurven mit den Gln. (3.34) bis (3.36) angegeben.

$$\frac{e}{d} = 0 \quad \beta_{ct,sus}^{e/d=0}(t) = \frac{\sigma(t)}{f_{ctm}} = -0,06 \cdot \log(t) + 1,03 \quad (3.34)$$

$$\frac{e}{d} = 0,167 \quad \beta_{ct,sus}^{e/d=0,167}(t) = \frac{\sigma(t)}{f_{ctm}} = -0,05 \cdot \log(t) + 1,02 \quad (3.35)$$

$$\frac{e}{d} = 0,5 \quad \beta_{ct,sus}^{e/d=0,5}(t) = \frac{\sigma(t)}{f_{ctm}} = -0,02 \cdot \log(t) + 0,98 \quad (3.36)$$

mit t in Sekunden

Bild 3.14 zeigt sowohl die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen als auch die der Regressionsanalysen der zuvor genannten Versuchsdurchführungen. Die Ergebnisse sind jedoch nicht direkt miteinander vergleichbar, da verschiedene Definitionen der Kurzzeitzugfestigkeit in Ansatz gebracht wurden. In (Shkoukani, et al., 1991) wird auf die Notwendigkeit einer klaren Beschreibung der Kurzzeitfestigkeit verwiesen und gezeigt, dass hierbei unterschiedliche Ansätze zur Ermittlung von Dauerstandszugfestigkeiten von 70 % bis 85 % der Kurzzeitfestigkeit führen können.

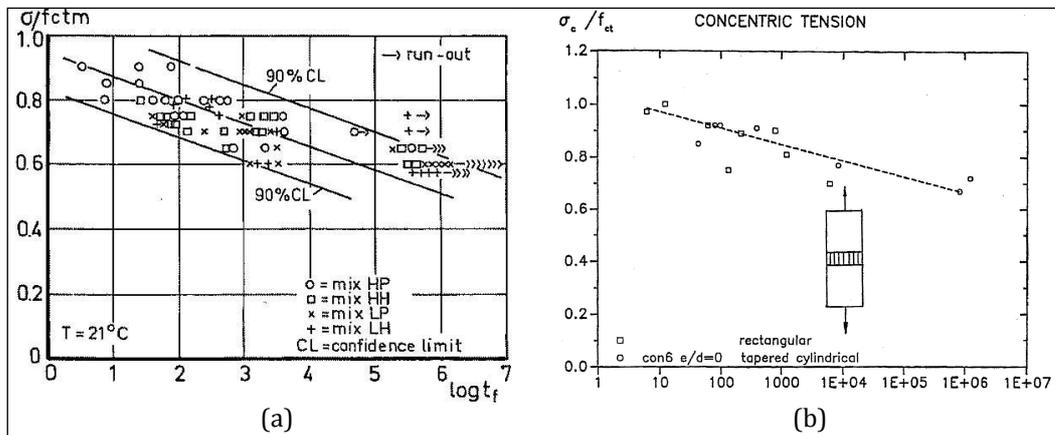


Bild 3.14: Zeitlicher Verlauf der zentrischen Dauerstandszugfestigkeit nach (a) Reinhardt, et al. (1984) und (b) Shkoukani, et al. (1991)

Al-Kubaisy, et al. (1975) untersuchten zylindrische, ungekerbte Normalbetonproben unter zentrischer Dauerzugbeanspruchung. Dabei wurde während der Versuchsdurchführung die voranschreitende Mikrorissbildung mittels Ultraschallmessungen aufgezeichnet. Bereits vor Belastungsbeginn waren Risse in der Kontaktzone zwischen Zementstein und Zuschlagstoff zu verzeichnen. Das Anwachsen und die Vereinigung dieser Mikrorisse innerhalb der Zementsteinmatrix führt unter Zugbelastung zum Versagen des Probekörpers, vgl. Abschnitt 3.2.1.5. Die Festlegung des Dauerstandsversagens infolge zentrischen Zugs erfolgte für Beanspruchungen von $\sigma_{ct}(t) \geq 0,7 \cdot f_{ctm}$. Dabei betrug die Standzeit 55 Stunden. Eine Dauerstandszugfestigkeit von 20 Jahren wurde mit 55 % der Kurzzeitzugfestigkeit abgeschätzt.

Neben den zuvor genannten Versuchsdurchführungen geben Kordina, et al. (2000) in ihren Untersuchungen zum Zugkriechen eine zentrische Dauerstandszugfestigkeit von etwa 75 % der Kurzzeitzugfestigkeit an ohne jedoch einen zeitlichen Verlauf zu quantifizieren.

Die zeitliche Entwicklung der Dauerstandszugfestigkeit ist im starken Maße abhängig von den Erhärtungs- bzw. Umweltbedingungen. Ein hohes Feuchteangebot begünstigt die Hydratation und die damit verbundene Festigkeitssteigerung. Gleichfalls wird die Schwindneigung des Zementsteins und somit die Mikrorissbildung zwischen Zementstein und Zuschlagstoff gemindert. Dieser Effekt wirkt sich unter moderater Dauerzugbeanspruchung umso signifikanter aus, da geöffnete Mikrorisse den Feuchtetransport im Beton begünstigen (vgl. Wittmann, et al., 1974).

Die zeitliche Zugfestigkeitszunahme infolge voranschreitender Hydratation darf nach Model Code 1990 näherungsweise der Zunahme der Betondruckfestigkeit gleichgesetzt werden (vgl. auch Laube, 1990):

$$\beta_{cct}(t) = \beta_{cc}(t) \quad (3.37)$$

Ausgehend von den Schlussfolgerungen von Shkoukani, et al. (1991) kann der effektive Wert der zentrischen Betonzugfestigkeit nach Gl. (3.38) und der der Biegezugfestigkeit nach Gl. (3.39) angegeben werden.

$$f_{ct,eff}(t) = \beta_{ct,sus}^{e/d=0}(t) \cdot \beta_{cct}(t) \cdot f_{ctm} \quad (3.38)$$

$$f_{ct,eff,\Pi}(t) = \beta_{ct,sus}^{e/d=0,5}(t) \cdot \beta_{cct}(t) \cdot f_{ct,\Pi} \quad (3.39)$$

In dieser Arbeit wird der zeitliche Verlauf der Dauerstandszugfestigkeit nach den Formulierungen von Shkoukani, et al. (1991) berücksichtigt, um insbesondere einen direkten Vergleich der Berechnungsergebnisse aus Abschnitt 8 (Finite-Elemente-Rechnung) und Abschnitt 9 (Näherungslösung) zu ermöglichen. Die Finite-Elemente-Rechnungen erfolgen unter Ansatz der zentrischen Dauerstandsfestigkeit nach Gl. (3.34). Dies beruht auf der Betrachtungsweise, dass unter Verwendung von Schichtenmodellen für jede einzelne Schicht ein ebener Spannungszustand vorliegt und somit auch bei biegebeanspruchten Strukturen jede einzelne Querschnittsschicht als zentrisch gezogene Faser betrachtet wird. Die Spannungsumlagerungen über die Querschnittshöhe, welche bei biegebeanspruchten Bauteilen infolge von Rissbildungen resultieren, lassen sich mit Schichtenmodellen erfassen und brauchen nicht gesondert berücksichtigt werden. Das in Abschnitt 9 beschriebene Näherungsverfahren wird hingegen unter Betrachtung des Gesamtquerschnitts angewandt. Die zuvor genannten Spannungsumlagerungen können hierbei nicht abgebildet werden und müssen indirekt über die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Dauerstandszugfestigkeit nach Gl. (3.36) berücksichtigt werden.

3.2.2.3 Zweiaxiale Dauerstandsfestigkeit

Experimentelle Untersuchungen zur Beurteilung der Dauerstandsdruckfestigkeit von Beton unter zweiaxialer, statischer Beanspruchung führten Stegbauer, et al. (1976) durch. Die Versuchsreihe umfasste 100 Prüfkörper unter der Variation des Belastungsgrades, des Verhältnisses der Hauptspannungsrichtungen sowie des Belastungsalters. Die Versuchsergebnisse ließen die Schlußfolgerung zu, dass das Betonverhalten unter zweiaxialer Belastung dem unter einaxialer ähnelt. Die zweiaxiale Dauerstandsfestigkeit wurde mit einer konstanten Abminderung von 88 % der Kurzzeitfestigkeit angegeben, siehe Bild 3.15. Diese kann in Bezug auf die einaxiale Dauerstandsdruckfestigkeit (85 % der einaxialen Kurzzeitfestigkeit) als gleichwertig angenommen werden. Die geringen Abweichungen werden durch die unterschiedlichen Betonzusammensetzungen und den bekannten Versuchsstreuungen begründet. Ein unterschiedliches Bruchverhalten im Hinblick auf die Beanspruchungsdauer und -art wurde nicht festgestellt.

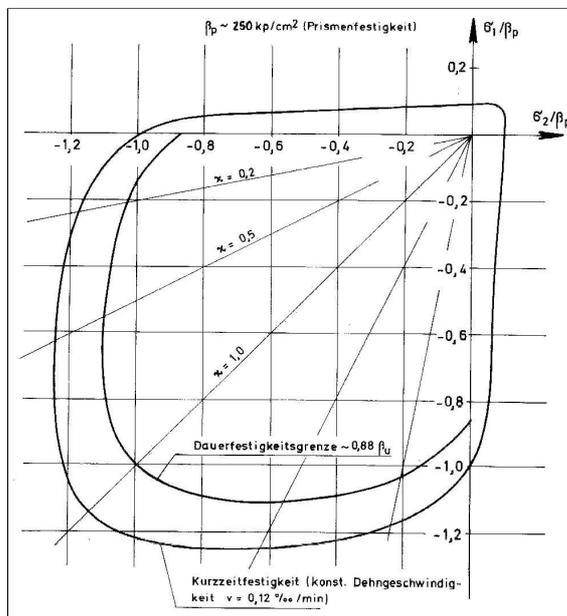


Bild 3.15: Versagenskurve unter zweiaxialer Dauerbeanspruchung; Quelle: Stegbauer, et al. (1976)

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Gültigkeit der konstanten Druckfestigkeitsabminderung von $\alpha_c = 0,85$ auf zweiaxiale Beanspruchungszustände übertragen und für die weiteren Untersuchungen in Ansatz gebracht. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass im Druck-Zug-Bereich und im Zug-Zug-Bereich sich die zweiaxialen Dauerstandsfestigkeiten aus den zweiaxialen Kurzzeitfestigkeiten ableiten lassen. Daher werden im Weiteren die beschriebenen Abminderungen der einaxialen Dauerstandsfestigkeiten, siehe Abschnitt 3.2.2.1 und 3.2.2.2, zugrunde gelegt.

3.2.2.4 Zeitabhängiger Elastizitätsmodul

Die zeitliche Zunahme des Elastizitätsmoduls von Beton infolge des ansteigenden Hydratationsgrads verläuft gegenüber der Druckfestigkeitserhöhung unterproportional, da der Beton-Elastizitätsmodul stark abhängig ist von den relativ hohen Elastizitätsmodulen der Zuschlagstoffe. Diese sind wiederum zeitinvariant. Die zeitliche Entwicklung des Beton-Elastizitätsmoduls lässt sich nach Model Code 1990 mit den Gln. (3.40) und (3.41) beschreiben.

$$E_c(t) = \beta_E(t) \cdot E_c \quad (3.40)$$

mit
$$\beta_E(t) = \sqrt{\beta_{cc}(t)} \quad (3.41)$$

Im Rahmen der Arbeit erfolgte der Ansatz des zeitinvarianten Elastizitätsmoduls E_{cm} . Damit wird eine Vorschädigung des Betons unter Beachtung einer plastischen Anfangsdehnung näherungsweise berücksichtigt (vgl. Donaubaer, 2002). Im Gegensatz zum höheren Tangentenmodul E_{c0} kann außerdem die starke Streuung der Elastizitätsmodule der unterschiedlichen Beton-zuschlagstoffe etwas sicherer erfasst werden.

3.2.2.5 Zeitliche Entwicklung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen unter kurzzeitiger Druckbeanspruchung

Die zeitliche Entwicklung der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton wird neben den zeitlich veränderlichen Materialparametern Druckfestigkeit, Elastizitätsmodul und Bruchdehnung maßgeblich durch das Kriechverhalten von Beton beeinflusst. Unter Zuhilfenahme der Kriechzahl φ wird in der Arbeit von Tue (1997) ein vereinfachter Ansatz der Spannungs-Dehnungsbeziehung unter konstanter Langzeit-Druckbeanspruchung angegeben. Mertzsch (2003) schlägt hingegen einen modifizierten Näherungsansatz vor, welcher die zeitvarianten Materialparameter erfasst, siehe Bild 3.16.

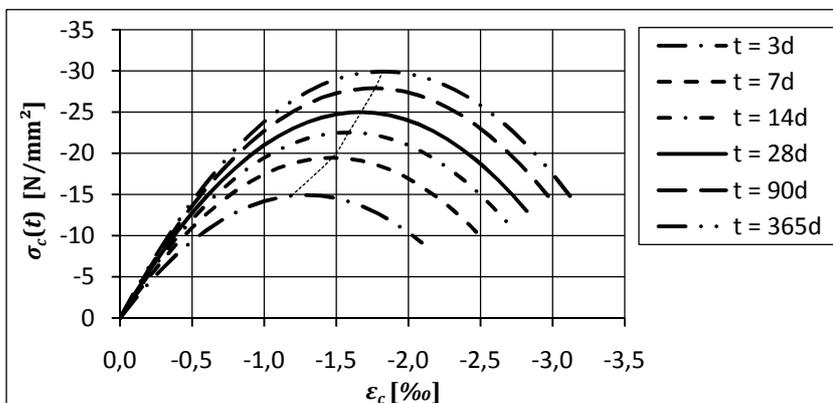


Bild 3.16: Zeitliche Entwicklung der Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton der Güte C 25/30 unter einaxialer Druckbeanspruchung

Im Rahmen dieser Arbeit wird vereinfachend auf die Anwendung zeitlich veränderlicher Spannungs-Dehnungslinien für Druckbeanspruchungen verzichtet.

3.2.2.6 Zeitliche Entwicklung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen unter kurzzeitiger Zugbeanspruchung

Der zeitabhängige Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung unter Zugbeanspruchung ist abhängig von der zeitlichen Entwicklung der Betonkenngrößen. Als maßgebliche Einflussgrößen sind der Elastizitätsmodul, die Bruchenergie, die Zugfestigkeit sowie die zugehörige Bruchdehnung zu nennen.

Die zeitliche Entwicklung des Beton-Elastizitätsmoduls wurde bereits in Abschnitt 3.2.2.4 beschrieben. Zur Erfassung der zeitlichen Veränderlichkeit der Bruchenergie sind keine direkten

Versuchsdurchführungen bekannt, jedoch kann davon ausgegangen werden, dass die Bruchenergie mit steigendem Hydratationsgrad und darausfolgend mit steigender Festigkeit zunimmt. Unter dieser Annahme kann der zeitliche Verlauf der Bruchenergie ausgehend von Gl. (3.12) mit Gl. (3.42) beschrieben werden.

$$G_F(t) = G_{F0} \cdot \left(\frac{\beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}}{10 \text{ N/mm}^2} \right)^{0,7} \quad (3.42)$$

Unter Berücksichtigung der zeitlichen Veränderlichkeit des Elastizitätsmoduls, der Bruchenergie und der Zugfestigkeit des Betons lässt sich die zeitliche Abhängigkeit der Spannungs-Dehnungsbeziehung unter kurzzeitiger Zugbeanspruchungen nach Bild 3.17 (links) darstellen. Hierin zeigt sich, dass infolge der unterproportionalen Zunahme des Elastizitätsmoduls bei gleichzeitigem Anstieg der Zugfestigkeit eine Verringerung der Bruchdehnung $\varepsilon_{ct1}(t)$ resultiert. Die Spannungs-Dehnungslinien konvergieren hingegen für die betrachteten Betonalter im Bereich der Betonentfestigung gegen den gleichen Wert der fiktiven Rissdehnung.

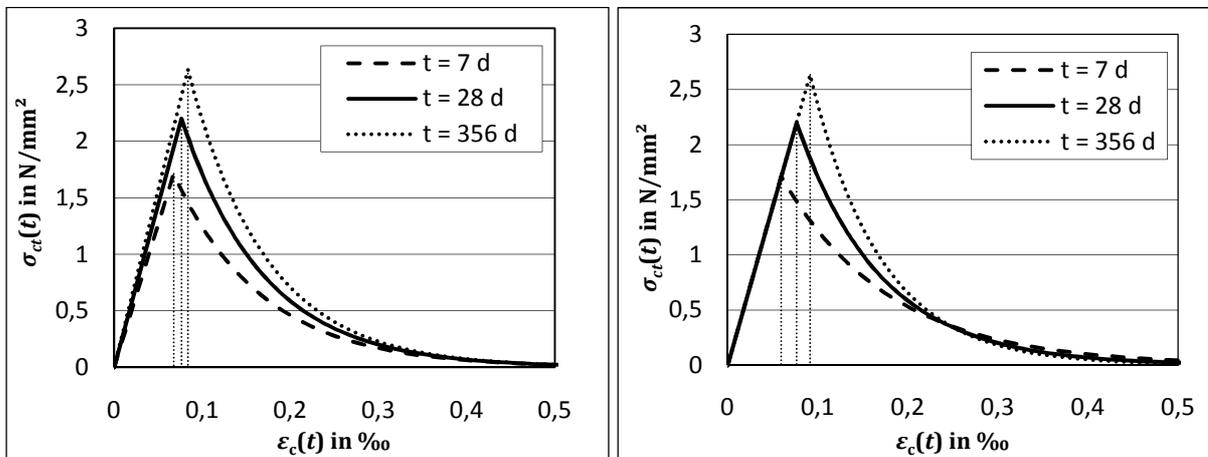


Bild 3.17: Zeitvariante Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter kurzzeitiger Zugbeanspruchung links: unter Berücksichtigung von $f_{ctm}(t)$, $E_c(t)$, $G_F(t)$; rechts: gewählter Ansatz in dieser Arbeit mit $f_{ctm}(t)$ (hier dargestellt für: C20/25; $G_{F0} = 0,030 \text{ Nmm/mm}^2$, $\ell_{eq} = 300 \text{ mm}$, $t = t_0$)

Da die Zeitinvarianz der Betonbruchenergie nicht ausreichend genau experimentell nachgewiesen ist, wird im Rahmen dieser Arbeit lediglich die Zeitabhängigkeit der Betonzugfestigkeit zur Formulierung der Zugentfestigung in Ansatz gebracht, siehe Bild 3.17 (rechts).

3.2.2.7 Kriechen

Der Effekt des Betonkriechens ist bereits seit mehreren Jahrzehnten Gegenstand von zahlreichen, experimentellen und analytischen Untersuchungen. Detaillierte Ausführungen zum Kriechverhalten und zu den Kriechursachen von Beton als auch mögliche Vorhersageverfahren geben unter anderem Krüger (1973, 1983), Müller (1986), Binder (1990), Bažant, et al. (1991, 1992), Reinhardt, et al. (1999) und Diener (1998) an.

Das Kriechen von Beton ist hinsichtlich der Formänderung als wesentliches, zeitlich veränderliches Materialverhalten anzusehen. Unter dem Begriff *Kriechen* wird die zeitliche Formänderung unter Dauerbeanspruchung verstanden. Demnach ergeben sich diejenigen Dehnungen als Kriechdehnungen $\varepsilon_{c,cr}(t, \tau)$, welche zum Zeitpunkt $t > \tau$ (τ ... Zeitpunkt des Belastungsbeginns) infolge einer Belastung im Zeitraum $\Delta t = t - \tau$ auftreten. Somit lässt sich die zeitliche Entwicklung der Betonkriechdehnungen durch Gl. (3.43) beschreiben.

$$\varepsilon_{c,cr}(t, \tau) = \varepsilon_c(t, \tau) - \varepsilon_{c,el}(t) \quad (3.43)$$

Grundsätzlich wird für Beton zwischen dem linearen und nicht-linearen Kriechen unterschieden. Von einem linearen Kriechen wird gemäß Model Code 1990 bis zu einem Spannungsniveau von $\sigma_c = 0,4 \cdot f_{cm}(\tau)$ (Linearitätsgrenze) zum Zeitpunkt des Aufbringens der kriecherzeugenden Spannung ausgegangen. In der DIN 1045-1 sowie der DIN EN 1992-1-1 wird hingegen ein Spannungsniveau von 45 % der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit des Betons definiert. Ungeachtet dessen ist der lineare Kriechbereich stets gekennzeichnet durch den proportionalen Zusammenhang zwischen Kriechdehnung und kriecherzeugender Spannung. Oberhalb der Linearitätsgrenze – im nicht-linearen Kriechbereich – zeigen Versuche einen nicht vernachlässigbaren überproportionalen Anstieg der Kriechdehnung. Dies ist auf das fortschreitende Wachstum der Mikrorisse zurückzuführen, vgl. Abschnitt 3.2.1.1. Bei Beanspruchungen von $\sigma_c \gtrsim 0,8 \cdot f_{cm}(\tau)$ ist gemäß Abschnitt 3.2.2.1 von einem Dauerstandsversagen auszugehen.

In den weiteren Ausführungen wird aufgrund der zu untersuchenden Gebrauchslastzustände von einem Betonkriechen im linearen Bereich ausgegangen. Berechnungsansätze zur Berücksichtigung des nicht-linearen Kriechens finden sich unter anderem in den Arbeiten von Shen (1992), Diener (1998), Rottler (1998), Schmidt (2001) und Mertzsch (2003).

Das **Kriechmaß** wird gewöhnlich als Kriechkoeffizient oder Kriechzahl bezeichnet. Es ist im linearen Kriechbereich spannungsunabhängig und beschreibt das Verhältnis der Kriechverformungen $\varepsilon_{c,cr}$ zum Zeitpunkt t für ein Betonalter bei Beanspruchungsbeginn τ zu den elastischen Verformungen ε_{el} des Betons im Alter von 28 Tagen bei einer identischen Belastungshöhe. Relevant beeinflusst wird die Kriechzahl φ einerseits durch werkstoffabhängige Parameter, wie dem Wasser-Zement-Wert, dem Volumen und die Steifigkeit der Gesteinskörnung sowie die Zementart und andererseits durch werkstoffunabhängige Größen. Hierzu zählen die relative Luftfeuchte, die Bauteiltemperatur, das Betonalter zum Betrachtungszeitpunkt als auch zum Belastungsbeginn sowie die Bauteilabmessungen. Die Kriechzahl lässt sich bezogen auf den 28-Tage-Elastizitätsmodul $E_{c,28}$ durch Gl. (3.44) beschreiben.

$$\varphi(t, \tau) = \frac{\varepsilon_{c,cr}(t, \tau)}{\varepsilon_{c,el}(\tau)} \cdot \frac{E_{c,28}}{E_c(\tau)} \quad (3.44)$$

Das **Betonkriechen unter Zugbeanspruchung** wurde in relativ wenigen Versuchen untersucht, für normalfeste Betone unter anderem von Illston (1965), Domone (1974), Brooks (1976), Ward, et al. (1989) sowie Kordina, et al. (2000). Übereinstimmend konnte ein linearer Zusammenhang zwischen kriecherzeugender Spannung und Kriechverformung bis zu einer Beanspruchung von etwa 75 % der Zugfestigkeit verzeichnet werden. Höhere Beanspruchungszustände führen zu einer überproportionalen Zunahme der Kriechdehnungen und einem Dauerstandsversagen. Nach Kordina, et al. (2000) lassen sich für normalfesten Beton keine signifikanten Unterschiede zwischen Druck- und Zugkriechen feststellen, so dass in den numerischen Untersuchungen dieser Arbeit für Druck- sowie für Zugbeanspruchungen in gleicher Weise von einem linearen Betonkriechen ausgegangen wird.

Die **analytische Beschreibung des Kriechverhaltens** von Beton unter konstanter Dauerlast erfolgt in der Regel unter Anwendung eines Summations- oder Produktansatzes. Mit Hilfe des Summationsansatzes werden die Kriechverformungen durch Addition des reversiblen Kriechanteils der elastisch verzögerten Verformung (zugehörig: φ_v) und des irreversiblen Kriechanteils der Fließverformung (zugehörig: φ_f) ermittelt. Die Kriechzahl $\varphi(t, \tau)$ ist demnach gemäß Gl. (3.45) definiert.

$$\varphi(t, \tau) = \varphi_v(t - \tau) + \varphi_f(t) - \varphi_f(\tau) \quad (3.45)$$

Unter Anwendung des Summationsansatzes wirkt sich jedoch die Verwendung der gleichen Zeitfunktion zur Erfassung der Betonalterung und der Fließverformung nachteilig aus. Das Betonalter bei Belastungsbeginn wird damit fehlerhaft eingeschätzt, wohingegen das Kriechverhalten unter Entlastung (Rückkriechen) gut erfasst werden kann. Darüber hinaus bewirken kurzzeitige Beanspruchungen eine Überschätzung der Verformungen.

Die Beschreibung des Betonkriechens mittels eines Produktansatzes erfolgt durch die Produktbildung aus der zeitlichen Verlaufsfunktion $\beta_c(t, \tau)$ und den kriechbeschreibenden Einflussgrößen. Sowohl in Model Code 1990, DIN EN 1992-1-1 als auch in DAfStb, Heft 525 (2003) werden Produktansätze angegeben. Die Kriechzahl $\varphi(t, \tau)$ lässt sich unter Ansatz einer Grundkriechzahl φ_0 nach Gl. (3.46) beschreiben.

$$\varphi(t, \tau) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, \tau) \quad (3.46)$$

Der Vorteil der Produktansätze liegt in der deutlich besseren Erfassung der Betonalterung. Hingegen zeigen sich Schwächen bei der Berücksichtigung von großen Spannungsänderungen innerhalb eines Betrachtungszeitraums. So wird bei einer Entlastung die verbleibende Verzerrung bzw. bei einer betrachteten Relaxation die Spannungsabnahme überschätzt. Aufgrund der einfachen Handhabung wird für die weiteren Untersuchungen der Produktansatz gemäß DAfStb, Heft 525 (2003) bzw. DIN EN 1992-1-1 nach Gl. (3.46) angewandt.

Die analytische Beschreibung der Grundkriechzahl φ_0 sowie der Zeitfunktion $\beta_c(t, \tau)$ gehen auf die Ausführungen von Müller, et al. (2002) zurück und sind in Anhang A.1 zusammengestellt. Die Kriechdehnung $\varepsilon_{c,cr}(t, \tau)$ lässt sich mit bekannter Kriechzahl $\varphi(t, \tau)$ zum beliebigen Zeitpunkt τ mit $t_0 \leq \tau \leq t$ nach Gl. (3.47) bestimmen.

$$\varepsilon_{c,cr}(t, \tau) = \varphi(t, \tau) \cdot \varepsilon_{c,el}(\tau) \cdot \frac{E_c(\tau)}{E_{c,28}} \quad (3.47)$$

Unter konstanter Dauerlast ergibt sich die zeit- und lastabhängige Betondehnung $\varepsilon_{c\sigma}(t, \tau)$ entsprechend Gl. (3.48).

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c\sigma}(t, \tau) &= \varepsilon_{c,el}(\tau) + \varepsilon_{c,cr}(t, \tau) \\ &= \varepsilon_{c,el}(\tau) + \varphi(t, \tau) \cdot \varepsilon_{c,el}(\tau) \cdot \frac{E_c(\tau)}{E_{c,28}} \\ &= \varepsilon_{c,el}(\tau) \cdot E_c(\tau) \cdot \left(\frac{1}{E_c(\tau)} + \frac{\varphi(t, \tau)}{E_{c,28}} \right) \\ &= \sigma_c(\tau) \cdot J(t, \tau) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Die Kriechfunktion $J(t, \tau)$ kann als Materialparameter aufgefasst werden, der die Summe aus elastischer Dehnung und Kriechdehnung unter Wirkung einer konstanten Einheitslast beschreibt (vgl. DAfStb, H. 525, 2003). Die Kriechfunktion wird in Abhängigkeit der Kriechzahl φ definiert, die nach den unterschiedlichen Berechnungsansätzen aus den Gln. (3.45) und (3.46) angenommen werden darf. Analog gilt Gl. (3.49) für den Zeitpunkt $t_0 = \tau$.

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E_c(\tau)} + \frac{\varphi(t, \tau)}{E_{c,28}} \quad (3.49)$$

Zusätzlich zu einer Dauerbeanspruchung können kriecherzeugende Spannungen aus zeitlich veränderlichen Einwirkungen in den Berechnungsansätzen berücksichtigt werden, da unter Betrachtung des linearen Kriechansatzes das Superpositionsgesetz seine Gültigkeit behält, siehe Bild 3.18. Dies gilt sowohl für den Summations- als auch für den Produktansatz. Die gesamte zeitvariante, rein lastabhängige Betondehnung $\varepsilon_{c\sigma}(t, \tau)$ zum Zeitpunkt t wird dann häufig in erweiterter Form durch Gl. (3.50) beschrieben (vgl. Reinhardt, et al., 2001). Wobei von einem Spannungsverlauf $\sigma_c(t)$ mit einer Ausgangsspannung $\sigma_c(t_0)$ zum Zeitpunkt t_0 ausgegangen wird und τ den Zeitpunkt des aufgetragenen Spannungsincrements $\partial\sigma_c(\tau)$ mit $t_0 \leq \tau < t$ beschreibt.

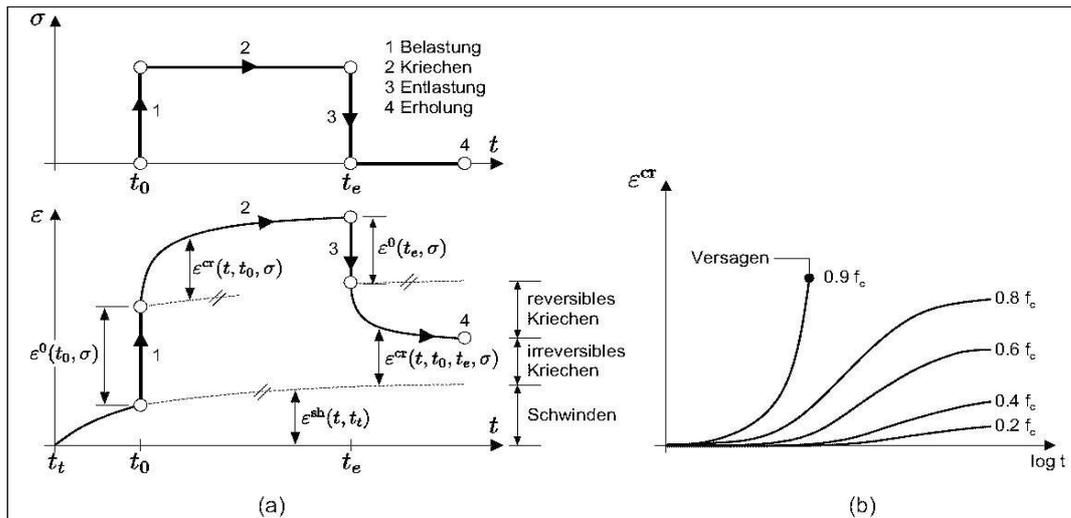


Bild 3.18: Langzeitverformung von Beton und Kriechen unter verschiedenen Lastniveaus; Quelle: Bockhold (2005)

$$\epsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} J(t, \tau) \cdot \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \cdot d\tau \quad (3.50)$$

Für numerische Untersuchungen ist jedoch zu beachten, dass für jeden einzelnen Integrationspunkt die gesamte Belastungsgeschichte zwischengespeichert werden muss. Dies führt bei Berechnungen von komplexen Modellen im Allgemeinen zu einem hohen, zusätzlichen Speicherbedarf. Da in den weiteren numerischen Langzeituntersuchungen zeitlich konstante Dauerbeanspruchungen betrachtet werden, wird nachfolgend von dem vereinfachten Berechnungsansatz gemäß Gl. (3.48) ausgegangen.

3.2.2.8 Kriechen unter mehraxialer Beanspruchung

Experimentelle Untersuchungen zum mehraxialen Kriechverhalten von Beton werden unter anderem in den Arbeiten von Meyer (1967), Gopalakrishnan, et al. (1969), Hannant (1969), Illston, et al. (1972), Berndt, et al. (1978), Lanig, et al. (1991) und Kim, et al. (2005) beschrieben. Die Ausführungen beschränken sich im Wesentlichen auf untersuchte Druckbeanspruchungen unter Ausschluss von Schwindverformungen. In den Versuchen von Meyer (1967) und Hannant (1969) ließen sich nahezu zeitunabhängige Querkriechzahlen $\nu_{c,cr}$ bestimmen, welche in etwa der elastischen Querdehnzahl ν_c entsprachen.

Gopalakrishnan, et al. (1969) ermittelten für einaxiale Druckbeanspruchungen bei weitgehend ausgeschlossenen Schwindverformungen Querkriechzahlen von $\nu_{c,cr} = 0,17 - 0,20$, die ebenfalls nahezu identisch mit der elastischen Querdehnzahl von Beton waren. Weiterhin ließ sich ein linearer Zusammenhang zwischen der einaxialen Kriechdehnung und der kriecherzeugenden Spannung bis zu einem Beanspruchungsniveau von $\sigma_c \approx 0,4 \cdot f_{cm}$ feststellen. Die Zulässigkeit der Spannungsüberlagerung ist somit auch für die linearen, zwei axialen Kriechbereiche gegeben.

In den Arbeiten von Berndt, et al. (1978) und Berndt (1979) wird mit der Auswertung von Bauteilversuchen hingegen gezeigt, dass die Querkriechzahl den Endwert von 35 % bis 55 % ihres Anfangwertes anstrebt. In den darauffolgenden Veröffentlichungen von Berndt (1981, 1982) werden u. a. theoretische Betrachtungen zu den analytischen Zusammenhängen des zeitlichen Verlaufs der Querkriechzahl dargelegt.

Lanig, et al. (1991) führte zwei- und drei axiale Kurz- und Langzeit-Druckversuche unter Variation der Spannungsverhältnisse und des Beanspruchungsgrades durch. Für die Zwei axial-Versuche wurden mittlere Querkriechzahlen angegeben, welche im zeitlichen Verlauf von $\nu_{c,cr} = 0,30$ auf $\nu_{c,cr} = 0,18$ ebenfalls absanken.

Kim, et al. (2005) untersuchten das Betonkriechen für ein- und mehraxiale Spannungszustände. Hierzu wurde an Probewürfeln mit Kantenlängen von 200 mm und unterschiedlichen Betonfestigkeiten bei ein-, zwei- und dreiaxialer Beanspruchung sowohl die Querdehn- als auch die Querkriechzahl bestimmt. Bild 3.19 gibt auszugsweise die Versuchsergebnisse wieder. Dabei lässt sich festhalten, dass trotz der großen Streubreite die Mittelwerte in etwa übereinstimmen und die Querkriechzahl nahezu unabhängig vom Beanspruchungszustand ist.

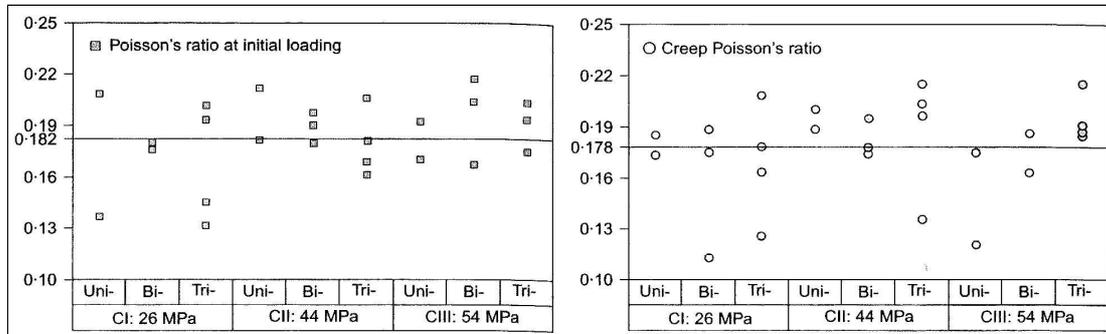


Bild 3.19: Querdehnraten und Querkriechraten aus Uni-, Bi- und Triaxialversuchen im Vergleich; Quelle: Kim, et al. (2005)

Die beschriebenen Versuche wurden in der Regel an Probekörpern mit behindertem Feuchte-austausch durchgeführt, um eine gleichmäßige Feuchtigkeitsverteilung über die Probenquer-schnitte zu erhalten und trocknungsbedingte Eigenspannungen zu minimieren. Das damit zu-grunde gelegte isotrope Materialverhalten von Beton ist in vielerlei Hinsicht (Rissbildung, un-gleichmäßige Austrocknung) in der Praxis nicht gegeben, vgl. Abschnitt 3.2. Die Unterstellung eines isotropen Materialverhaltens bezüglich des mehraxialen Kriechens stellt damit eine ver-einfachte Modelldarstellung dar. Dabei ist festzuhalten, dass die Versuche, wie bereits aus den einaxialen Kriechversuchen ersichtlich, beträchtliche Streuungen aufweisen. Der vorgestellte Auszug der experimentellen Untersuchungen zur Erfassung des Querkriechens lässt erkennen, dass keine einheitliche Auffassung zu dieser Problemstellung existiert. Illston, et al. (1972) zeigten jedoch an Nachrechnungen eigener Versuche, dass unter Verwendung einer konstanten Querkriechzahl entsprechend der elastischen Querdehnraten eine befriedigende Vorhersagege-nauigkeit zu erzielen ist. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit dieser Ansatz gemäß Gl. (3.51) aufgegriffen.

$$\nu_{c,cr} = \nu_c = \text{konst.} \quad (3.51)$$

Wird des Weiteren davon ausgegangen, dass im linearen Kriechbereich die Kriechzahl $\varphi(t, \tau)$ auch im mehraxialen Beanspruchungszustand spannungs- und richtungsinvariant ist, kann die Kriechdehnung unter mehraxialer Beanspruchung, wie folgt definiert werden (vgl. Gopalakrishnan, et al., 1969):

$$\varepsilon_{c,cr,i} = \frac{\varphi(t, \tau)}{E_c} \cdot (\sigma_i - \nu_{c,cr,i} \cdot (\sigma_j + \sigma_k)) \quad (3.52)$$

mit Index i, j, k ... Richtung der Hauptspannungen

Der zweiachsige Spannungszustand umfasst neben den beiden Hauptspannungen auch die Schubbeanspruchung in der Scheibenebene. In Anlehnung an ein isotropes Materialgesetz kann die Kriech-Schubverzerrung $\gamma_{cc,ij}$ nach Gl. (3.53) ermittelt werden (vgl. Arutjunjan, 1952).

$$\gamma_{c,cr,ij} = \frac{\varphi(t, \tau)}{E_c} \cdot 2 \cdot (1 + \nu_{c,cr}) \cdot \sigma_{ij} \quad (3.53)$$

Die Betonverzerrungen unter Dauerbeanspruchung infolge Kriechens lassen sich für den zwei-axialen Beanspruchungszustand wie folgt zusammenfassend darstellen.

$$\varepsilon_{c,cr,ij} = \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} J(t, \tau) \cdot \mathbf{D} \cdot d\sigma_{ij}(\tau) \quad (3.54)$$

$$\text{mit } \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -\nu_{c,cr} & 0 \\ -\nu_{c,cr} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot (1 + \nu_{c,cr}) \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

3.2.2.9 Schwinden

Das Schwinden von Beton bewirkt zeitabhängige Verformungen ohne das Einwirken äußerer Lasten. Die Ursachen des Schwindens sind insbesondere auf den Wasserverlust infolge Austrocknung des Betonbauteils (Trocknungsschwinden) zurückzuführen, aber auch auf die Volumenabnahme durch den fortschreitenden Hydratationsprozess (autogenes bzw. chemisches Schwinden). Als weitere Formen des Schwindens sind das Carbonatisierungsschwinden und das plastische Schwinden des jungen Betons in der Erstarrungsphase zu nennen, welche jedoch für Verformungsvorhersagen eine untergeordnete Rolle spielen. Detaillierte Ausführungen sind unter anderem den Arbeiten von Grube (1991), Reinhardt, et al. (1999) und Müller, et al. (2002) zu entnehmen.

Zur rechnerischen Erfassung der mittleren Schwindverformungen beschreiben Model Code 1990, DIN EN 1992-1-1, und DAfStb, Heft 525 (2003) einander ähnelnde Verfahren. Im Rahmen dieser Arbeit wird auf die Berechnungsansätze aus DAfStb, Heft 525 (2003) zurückgegriffen. Dabei wird die mittlere Schwindverformung $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ durch die Verformungskomponenten des autogenen sowie des Trocknungsschwindens erfasst, siehe Gl. (3.56).

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad (3.56)$$

Das autogene Schwinden $\varepsilon_{cas}(t)$ wird beschrieben durch den Grundwert des chemischen Schwindens ε_{cas0} und der Verlaufsfunktion $\beta_{as}(t)$ in Abhängigkeit des Betonalters zum betrachteten Zeitpunkt t , siehe Gl. (3.57).

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad (3.57)$$

Die Schwindverformung infolge Austrocknung $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$ lässt sich durch den zugehörigen Grundwert ε_{cds0} , dem Beiwert β_{RH} zur Berücksichtigung der relativen Luftfeuchte und der zeitlichen Verlaufsfunktion $\beta_{ds}(t, t_s)$ beschreiben, siehe Gl. (3.58). Die Verlaufsfunktion des Trocknungsschwindens $\beta_{ds}(t, t_s)$ berücksichtigt sowohl das Betonalter des betrachteten Zeitpunktes t als auch den Austrocknungsbeginn t_s .

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t, t_s) \quad (3.58)$$

Die analytische Beschreibung der einzelnen Parameter ist in Anhang A.2 zusammengefasst. Der Anwendungsbereich beschränkt sich auf eine relative Luftfeuchte von 40 % bis 100 %.

Das Schwinden ist ein volumetrischer Prozess und richtungsinvariant. Bezogen auf den zwei-axialen Spannungszustand ist die Schwindbeanspruchung somit in den Hauptspannungsrichtungen identisch und unabhängig voneinander. Es gilt Gl. (3.59).

$$\varepsilon_{cs,11} = \varepsilon_{cs,22} = \varepsilon_{cs}(t, t_s) \quad (3.59)$$

3.3 Betonstahl

Unter Stahl versteht man im weitesten Sinne eine Legierung aus Eisen und Kohlenstoff (Rohstahl), der zum Erreichen gewünschter Materialeigenschaften weitere Legierungselemente (z. B. Mangan, Silizium, Kupfer) sowie Eisenbegleiter beigemischt wird. Stahl ist ein homogener Werk-

stoff. Er ist alterungsunabhängig und weist ein zeitinvariantes Verformungsverhalten auf. Als baupraktische Eigenschaften sind das Spannungs-Dehnungsverhalten, die Streckgrenze, die Schweißbarkeit, die Verbundeigenschaften sowie die Dauerschwingfestigkeit zu nennen. Der typische **Spannungs-Dehnungsverlauf** eines warm- sowie eines kaltverformten Betonstahls ist in Bild 3.20 dargestellt. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wird in der Regel aus verformungsgesteuerten, zentrischen Zugversuchen gewonnen. Dabei zeigt sich, dass alle Stahlsorten bis zum Erreichen der Streckgrenze f_y sich nahezu linear-elastisch verhalten mit einem **Elastizitätsmodul** E_s von 195.000 N/mm² bis 210.000 N/mm².

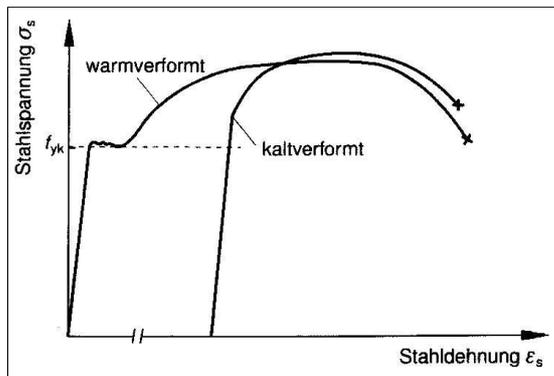


Bild 3.20: Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Betonstahl; Quelle: Rußwurm (1993)

Der charakteristische Wert (5 %-Fraktile) der **Streckgrenze** f_{yk} ist für Betonstahl auf 500 N/mm² beschränkt. Die Streckgrenze bezeichnet das Spannungsniveau bei einer plastischen Dehnung von 0,2 %. Nach dem Überschreiten der Streckgrenze ist der Spannungs-Dehnungsverlauf stark von der Herstellungsart geprägt. Kaltverformte Stähle lassen einen stetigen Übergang in den plastischen Verfestigungsbereich erkennen. Dagegen bildet sich bei warmverformten Stählen ein ausgeprägtes Fließplateau aus, woran sich ein ausgedehnter Verfestigungsbereich anschließt, siehe Bild 3.20. In der Phase der Verfestigung ist eine weitere Spannungsaufnahme bis zum Erreichen der Zugfestigkeit f_t möglich. Nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit beginnt sich der Querschnitt einzuzuschnüren. Die Verzerrungen nehmen überproportional zu und führen zum endgültigen Versagen des Stahlquerschnittes. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung unter Zugbeanspruchung kann auf den Druckbereich übertragen werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass ein seitliches Ausweichen unterbunden wird.

Betonstahl weist gegenüber Beton eine wesentlich höhere **Duktilität** auf. Die Unterscheidung in normal- und hochduktilen Betonstählen erfolgt anhand der Dehnung ϵ_{uk} beim Erreichen der Zugfestigkeit. Sie ist nach DIN 1045-1 für normalduktilen Betonstahl mit $\epsilon_{uk} > 2,5 \%$ und für hochduktilen mit $\epsilon_{uk} > 5,0 \%$ festgelegt. Das Verhältnis der charakteristischen Zugfestigkeit zu der charakteristischen Streckgrenze wird mit $f_{tk}/f_{yk} > 1,05$ bzw. $f_{tk}/f_{yk} > 1,08$ determiniert.

Betonstähle zeigen im Normaltemperaturbereich keine signifikanten Verformungszunahmen bzw. Festigkeitsabnahmen unter statisch langandauernder Belastung. Die **Dauerstandsfestigkeit** entspricht der Kurzzeitfestigkeit. Sowohl die Kriech- als auch die Relaxationserscheinungen sind im Gebrauchslastniveau vernachlässigbar gering.

Unter **zyklischer Beanspruchung** ist bei Stahlproben der *Bauschinger*-Effekt zu beobachten. Dieser beschreibt das betragsmäßige Absinken der Fließgrenze nach einer Verfestigung des Stahls bei Belastungsumkehr. Im Spannungs-Dehnungsdiagramm sind in der Folge Hystereseschleifen zu erkennen, welche analog zum Betonverhalten durch die Arbeitslinie einer monotonen Beanspruchung nahezu eingehüllt werden.

In den nachfolgenden, numerischen Untersuchungen wird gemäß Model Code 1990 und DIN 1045-1 für den Betonstahl ein linear-elastisches Verhalten mit einem Elastizitätsmodul von $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ in Ansatz gebracht. Auf die Abbildung des Fließbereiches darf verzichtet werden, da die Stahlspannungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit entsprechend den technischen Regelwerken deutlich unterhalb der Streckgrenze verbleiben.

umgebenen Betons. Daraus folgt, dass sich das Verhältnis von Stahl- und Betonspannungen durch das Verhältnis der Elastizitätsmodule beschreiben lässt. Ein Anstieg der Betonzugspannung über das Maß der geringsten Zugfestigkeit hinaus führt zu der Entstehung des Erstrisses. Im gerissenen Zustand (Zustand II) wird der Beton nicht mehr vollständig zur Kraftübertragung herangezogen. Die Aufnahme der zuvor im Betonquerschnitt wirkenden Zugspannungen erfolgt bei vollständiger Rissöffnung durch den Bewehrungsstab. Infolge der Rissbildung resultiert somit einen Anstieg der Stahlspannung σ_s und -dehnung ε_{s2} im Rissquerschnitt. Die zusätzliche Stahldehnung wird durch die Rissöffnungsweite w_c ersichtlich. Es resultieren Relativbewegungen zwischen dem Bewehrungsstab und dem ihm umgebenden Beton in den unmittelbar an den Riss angrenzenden Bereichen. Dadurch werden Verbundspannungen aktiviert, welche die Stahlspannung mit zunehmender Entfernung vom Riss entlang einer Risseinleitungslänge l_t in den Beton einleiten. Am Ende der Risseinleitungslänge sind die Dehnungen von Beton und Stahl identisch und der Betonquerschnitt wird wieder vollständig zur Spannungsaufnahme herangezogen (Zustand I). Erst ab diesem Punkt kann die Betonzugfestigkeit wieder erreicht werden und ein neuer Riss entstehen. Anderenfalls liegt ein stabiles, abgeschlossenes Rissbild vor. Weitere Lasterhöhungen bewirken dann lediglich die Aufweitung bereits bestehender Risse. Der maximale Rissabstand kann somit aus der 2-fachen Einleitungslänge abgeleitet werden.

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_t \quad (3.60)$$

Die Implementierung des Stahlbeton-Verbundverhaltens in FE-Modellen kann über verschiedenartige Kopplungen der einzelnen Komponenten Stahl und Beton anhand von Verbundspannung-Schlupf-Beziehung erfolgen. Einen Überblick dazu geben u. a. Keuser (1985) und Mehlhorn (1995). Die Modellierung einzelner Kopplungselemente erscheint nur für Detailbetrachtungen sinnvoll. Für numerische Berechnungen komplexer Stahlbetonsysteme wird aufgrund des enorm ansteigenden Rechen- und Modellierungsaufwands meist ein alternativer Weg gewählt und das Verbundverhalten in den Werkstoffkennlinien berücksichtigt. Diese Vorgehensweise wird im Folgenden näher erläutert, da sie Grundlage des hier angewandten Verbundmodells ist.

3.4.2.1 Verbundtragverhalten unter Einfluss der Betonzugversteifung zum Zeitpunkt $t = t_0$

Die Steifigkeit von Stahlbetonbauteilen wird im gerissenen Zustand durch die Tragwirkung von Beton zwischen zwei Rissen beeinflusst. Dies ist darauf zurückzuführen, dass auch bei abgeschlossener Rissbildung Teile der Zugzone infolge eingeleiteter Verbundspannungen im ungerissenen Zustand verbleiben, siehe Bild 3.22. Die daraus resultierende mittlere, effektive Bauteilsteifigkeit übersteigt die Steifigkeit auf der Grundlage eines reinen Zustands II.

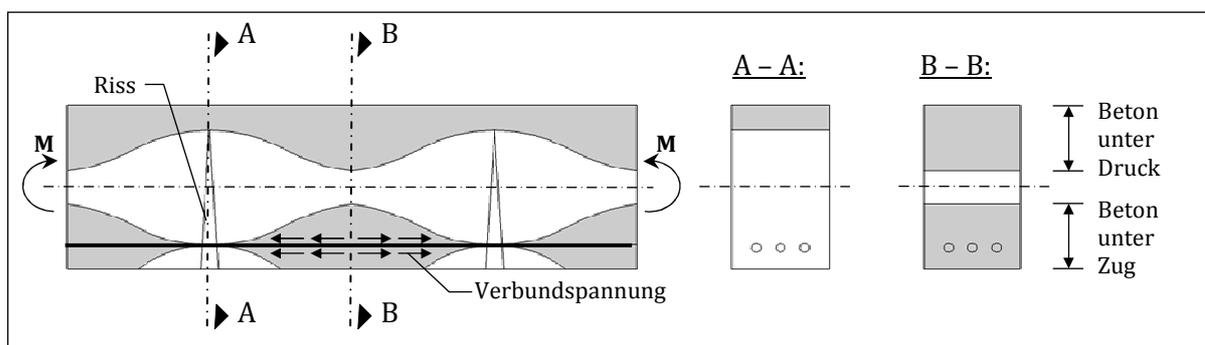


Bild 3.22: Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen am biegebeanspruchten Stabelement

Das Mittragen von Beton auf Zug zwischen den Rissen wird häufig als *Zugversteifung des Betons* oder aber als *tension stiffening* bezeichnet. Hierzu liegen in der Fachliteratur zahlreiche experimentelle Untersuchungen und empirisch abgeleitete Berechnungsansätze vor. Häufig zitiert werden in diesem Zusammenhang die Arbeiten von Rao (1966), Rabich (1969), Leonhardt (1977) sowie Günther, et al. (1991). Auf eine Gegenüberstellung der einzelnen Ansätze wird an

dieser Stelle verzichtet und auf die Ausführungen von Pardey (1994) und Mertzsch (2003) verwiesen. Generell ist bei dem Vergleich der Untersuchungsergebnisse festzustellen, dass erkennbare Abweichungen insbesondere bei geringbewehrten Bauteilen zu verzeichnen sind. Die Einflussfaktoren auf die Zugversteifung sind vielfältig und werden als Hauptursache der großen Streubreite angesehen. Als signifikante Einflüsse sind der Bewehrungsgrad, die Bauteilgeometrie, die Betonzusammensetzung, die Größe und Verteilung der Betonzugfestigkeit, die Verbundeigenschaften sowie die Lage und Größe der Bewehrungsstabdurchmesser zu nennen. Entsprechend den Normenwerken ist die Betonzugversteifung bei nicht-linearen Berechnungen mit zu berücksichtigen. Zur einfachen, numerischen Implementierung besteht die Möglichkeit diesen Effekt durch die Reduzierung der mittleren Stahldehnungen in der **Stahlarbeitslinie** oder aber durch die Erhöhung der aufnehmbaren Betonspannungen nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit in der **Betonarbeitslinie** zu erfassen, siehe Bild 3.23.

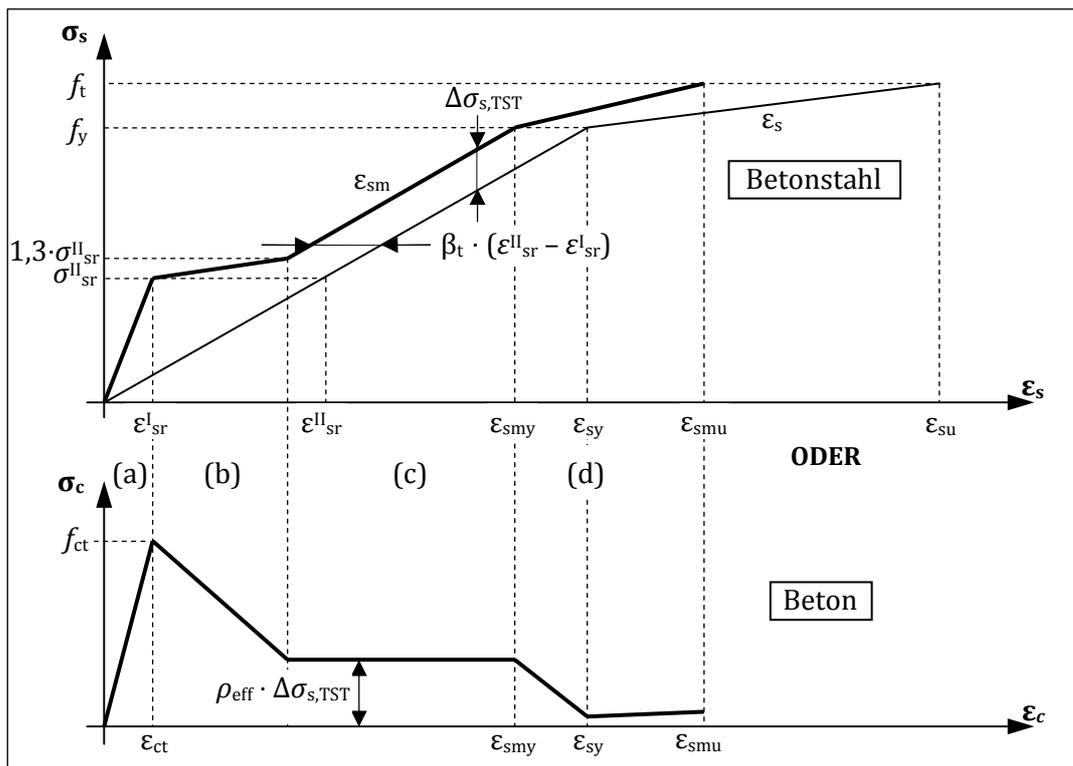


Bild 3.23: Modifizierte Spannungs-Dehnungsbeziehung für Betonstahl (oben) und für Beton (unten) zur Berücksichtigung des Mitwirkens von Beton zwischen den Rissen

Die technischen Regelwerke DIN 1045-1 (verweist auf DAfStb, Heft 525 (2003)), DIN EN 1992-1-1 und Model Code 1990 beinhalten hierzu weitestgehend identische Ansätze. Die folgenden Berechnungsansätze sind dem Heft 525 (2003) des DAfStb entnommen, wobei der Zugversteifungseffekt durch die Modifikation der *Stahlarbeitslinie* berücksichtigt wird. Demnach ist die modifizierte Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betonstahls in vier linearisierte Bereiche zu gliedern, siehe Bild 3.23:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| (a) den ungerissenen Zustand | $(0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr}^{II}),$ |
| (b) der Phase der Erstrissbildung | $(\sigma_{sr} < \sigma_s \leq 1,3 \cdot \sigma_{sr}^{II}),$ |
| (c) der abgeschlossener Rissbildung | $(1,3 \cdot \sigma_{sr}^{II} < \sigma_s \leq f_y)$ und |
| (d) dem Fließen des Betonstahls | $(f_y < \sigma_s \leq f_t).$ |

Die mittlere Stahldehnung ϵ_{sm} kann für die einzelnen Bereiche durch die Gln. (3.61) bis (3.64) wiedergegeben werden. Dabei wird zugrunde gelegt, dass die Stahlspannung im Zustand der ab-

geschlossenen Rissbildung der 1,3-fachen Stahlspannung im Riss unter Risschnittgröße σ_{sr}^{II} (Erstrissbildung) entspricht.

$$(a) \quad \varepsilon_{sm} = \varepsilon_s^I \quad (3.61)$$

$$(b) \quad \varepsilon_{sm} = \varepsilon_s^{II} - \frac{\beta_t \cdot (\sigma_s - \sigma_{sr}^{II}) + (1,3 \cdot \sigma_{sr}^{II} - \sigma_s)}{0,3 \cdot \sigma_{sr}^{II}} \cdot (\varepsilon_{sr}^{II} - \varepsilon_{sr}^I) \quad (3.62)$$

$$(c) \quad \varepsilon_{sm} = \varepsilon_s^{II} - \beta_t \cdot (\varepsilon_{sr}^{II} - \varepsilon_{sr}^I) \quad (3.63)$$

$$(d) \quad \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sy} - \beta_t \cdot (\varepsilon_s^{II} - \varepsilon_{sr}^I) + \delta_d \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{sr}^{II}}{f_y}\right) \cdot (\varepsilon_s^{II} - \varepsilon_{sy}) \quad (3.64)$$

Der Beiwert β_t berücksichtigt die Art der Beanspruchung auf der Grundlage einer abgeschlossenen Rissbildung mit $\beta_t = 0,40$ für eine einzelne, kurzzeitige Belastung und mit $\beta_t = 0,25$ für andauernde und wiederholte Beanspruchungen. Die Duktilität der Bewehrung lässt sich im Bereich des Betonstahlfließens mit dem Beiwert δ_d erfassen. Hier gilt für normalduktilen Stahl $\delta_d = 0,60$ und für hochduktilen $\delta_d = 0,80$.

Die Verwendung der modifizierten *Stahlarbeitslinie* nach Bild 3.23 eignet sich insbesondere für Querschnittsuntersuchungen, bei denen Verformungsvorhersagen auf der Grundlage von Momenten-Krümmungsbeziehung getroffen werden. Für FE-Berechnungen ist deren *alleinige* Anwendung nur bedingt geeignet, da bereits im Zustand I die Steifigkeit der Betonzugzone den betrachteten Bewehrungslagen zugeordnet werden muss. Im Rahmen dieser Modellvorstellung steigt infolge einer Zugbeanspruchung die „effektive Stahlsteifigkeit“ sprunghaft an, wobei die „effektive Betonsteifigkeit“ gleichzeitig schlagartig abnimmt. Dieser Effekt ist umso ausgeprägter je geringer das Bauteil bewehrt ist. Bei nicht-linearen FE-Rechnungen führt eine plötzliche Änderung der Elementsteifigkeit zwangsläufig zu Konvergenzschwierigkeiten, so dass die Gleichgewichtsfindung erheblich erschwert wird.

Im Gegensatz dazu schlagen Kollegger (1988), Pardey (1994), Meiswinkel, et al. (1995) und andere die Berücksichtigung des Zugversteifungseffekts in der *Betonarbeitslinie* vor. Daraus folgt jedoch bei einem einheitlichen Ansatz über alle Elementschichten die Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Bewehrung über die Querschnittshöhe. Bauteile mit großen Querschnittshöhen werden demnach zu steif abgebildet und deren Verformungen unterschätzt (Stempniewski, et al., 1996).

Darüber hinaus wird es unter biaxialer Beanspruchung notwendig den Winkel zwischen der Normalen zu einem Riss und der Richtung des Bewehrungsstabes zu erfassen. Da die *modifizierte Betonarbeitslinie* nach Bild 3.23 (unten) auf einer Rissentwicklung orthogonal zur Bewehrungsrichtung basiert, ergibt sich bei einer Winkelabweichung eine geringere, effektive Dehnsteifigkeit des Bewehrungsstabes. Mit Anwendung der *modifizierten Stahlarbeitslinie* wird aufgrund der einaxialen Definition der Stahlschichten der Zugversteifungseffekt hingegen stets automatisch in die Bewehrungsstabrichtung abgebildet. Eine Winkelabhängigkeit ist an dieser Stelle somit nicht gesondert zu berücksichtigen.

Zur Vermeidung der zuvor genannten Unzulänglichkeiten wird im Rahmen in dieser Arbeit ein kombiniertes Modell zur Erfassung der Rissbildung von Stahlbeton unter Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes angewandt. Die Modellvorstellung der Betonentfestigung unbewehrter Betonbauteile unter Zugbeanspruchung (*tension softening*) wird dabei übernommen und den einzelnen Betonschichten gemäß Gl. (3.15) zugewiesen. An dieser Stelle ist jedoch, wie zuvor beschrieben, der mittlere Rissabstand in Abhängigkeit des Bewehrungsgrads mit zu berücksichtigen, siehe hierzu auch Abschnitt 3.4.2.3. Demgegenüber wird die *Stahlarbeitslinie* so modifiziert, dass der Zugversteifungseffekt des Betons ohne die Berücksichtigung des Steifigkeitsanteils der

Betonzugzone erfasst wird. Dieser Anteil wird materialkonform betonseitig berücksichtigt, siehe Bild 3.24.

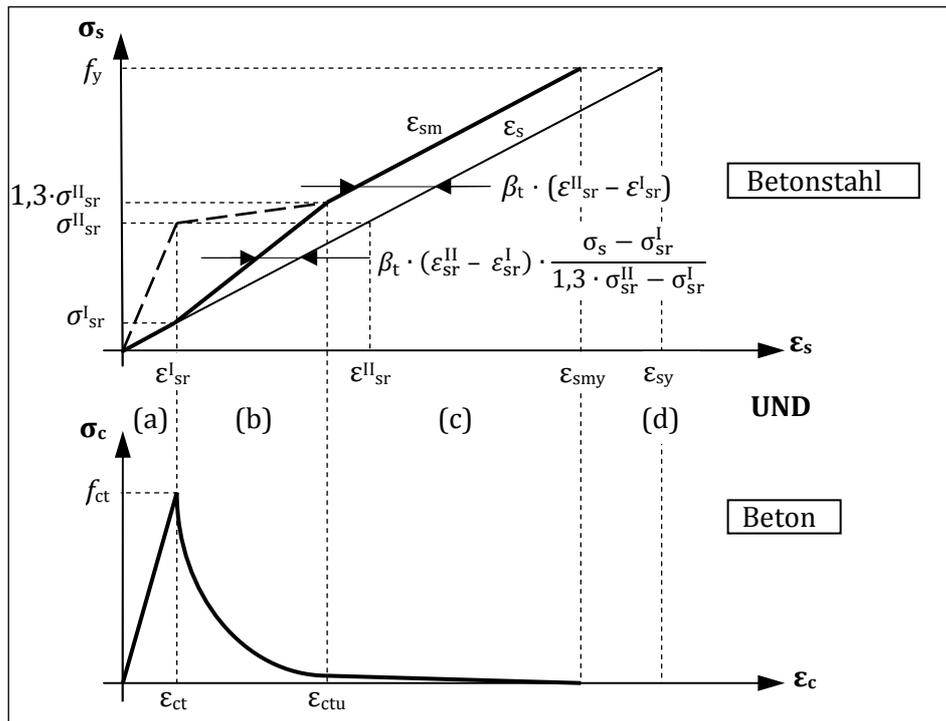


Bild 3.24: Verwendete Kombination der Werkstoffkennlinie von Betonstahl (oben) und Beton (unten) zur Erfassung des Zugversteifungseffektes zum Zeitpunkt $t = t_0$

Im ungerissenen Zustand wird somit das Stahl- und Betonmaterialverhalten basierend auf einem kraft- und formschlüssigen Verbund durch den jeweiligen Elastizitätsmodul erfasst – Bereich (a). Überschreiten die Spannungen innerhalb eines Betonelements die Betonzugfestigkeit erfolgt die Anwendung der Entfestigungsfunktion entsprechend Gl. (3.15) bzw. Bild 3.24 – Bereich (b). Ebenfalls wird mit zunehmender Betonentfestigung die Mitwirkung des Betons auf zwischen den Rissen der Stahlarbeitslinie zugewiesen. Innerhalb der hier vorgestellten, *kombinierten Verfahrensweise* gilt unter Annahme eines linearen Verlaufs anstatt Gl. (3.62) dann Gl. (3.65).

$$(b) \quad \epsilon_{sm} = \epsilon_s^{II} - \beta_t \cdot (\epsilon_{sr}^{II} - \epsilon_{sr}^I) \cdot \frac{\sigma_s - \sigma_{sr}^{II}}{1,3 \cdot \sigma_{sr}^{II} - \sigma_{sr}^I} \quad (3.65)$$

Liegt eine abgeschlossene Rissbildung vor – Bereich (c) – so ist die Aufnahme von Zugspannungen im Betonelement infolge der vorangeschrittenen Betonentfestigung nicht mehr möglich. Die modifizierte Stahlarbeitslinie wird in diesem Bereich bekanntermaßen gemäß Gl. (3.63) definiert.

3.4.2.2 Zeitabhängiges Verbundtragverhalten zum Zeitpunkt $t \geq t_0$

Das zeitabhängige Materialverhalten von Beton wirkt sich ebenfalls erkennbar auf das Verbundtragverhalten aus. So ist sowohl unter andauernder als auch unter wiederholter Beanspruchung eine Verringerung der Verbundtragwirkung zu verzeichnen. Das sogenannte *Verbundkriechen* bezeichnet die Zunahme der Relativbewegung (Schlupf) unter konstanter Verbundspannung. Das Maß des Verbundkriechens wird durch die Verbundkriechzahl φ_V beschrieben.

Untersuchungen hierzu führten beispielsweise Franke (1976), Rohling (1987), Sippel (2003) und Scott, et al. (2005) durch und leiteten Modellvorstellungen zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Verbundspannung-Schlupf-Beziehung ab. Rohling (1987) stellte unter anderem fest, dass unterschiedliche Beanspruchungshöhen sowie die Variation der bezogene Rippenflächen und der exzentrischen Anordnung der Bewehrungsstäbe relevante Abweichungen im Ver-

lauf der Verbundkriechfunktion bewirken. Dahingegen zeigten Änderungen der Betongüte, der Zementart und des Zeitpunkt der Erstbelastung, ab einem Betonalter von 28 Tagen nur geringfügige Auswirkungen. Auf der Basis dieser Versuche lässt sich folgende Formulierung der Zeitabhängigkeit des Verbundkriechens in Ansatz bringen [vgl. auch Fritsche (2001)].

$$\beta_t(\varphi_V) = \frac{\beta_t}{1 + \varphi_V(t)} = \frac{0,4}{1 + 0,124 \cdot t^{0,169}} \quad (3.66)$$

mit t in Stunden

Dieser Berechnungsansatz wird im Rahmen dieser Arbeit zur Erfassung des Verbundkriechens aufgegriffen und unter Annahme einer abgeschlossenen Rissbildung in die Materialmodelle implementiert.

Neben der Berücksichtigung des Verbundkriechens wird es in dieser Arbeit zusätzlich angestrebt, den Zugversteifungseffekt hinsichtlich einer *Rissbildung im späten Betonalter* – also zum Zeitpunkt $t \geq t_0$ – detaillierter zu erfassen. Diese Herangehensweise ist daher von Bedeutung, da in den bestehenden Ansätzen davon ausgegangen wird, dass der Stahlquerschnitt unmittelbar vor der Rissbildung einer Zugbeanspruchung unterliegt. Dieses ist bei biege- und dauerbeanspruchten Stahlbetonbauteilen nicht zwangsläufig der Fall, da relevante Druckspannungen im Bewehrungsquerschnitt in der Betonzugzone auch zum Zeitpunkt der Rissentstehung durch zeitabhängige Einflüsse vorherrschen können – beispielsweise infolge Schwindens. In der Regel wird vereinfachend auf die Berechnung der effektiven Zugzone bzw. des effektiven Bewehrungsgrads zurückgegriffen, um damit näherungsweise *zeitinvariante* Stahlspannungen und -dehnungen unter Risschnittgröße abzuschätzen und somit die Kennpunkte der modifizierten Arbeitslinien determinieren zu können. Unter anderem liefert Model Code 1990 hierzu Berechnungsansätze. Ausgangspunkt ist dabei immer eine Erfassung der Rissbildung bei $\varepsilon_{Sr}^I > 0$.

Im Rahmen dieser Arbeit wird es im Gegensatz dazu beabsichtigt, die Stahlspannungen und -dehnungen unter Risschnittgröße zum betrachteten Zeitpunkt $t \geq t_0$ an detaillierten Querschnittsuntersuchungen zu berechnen und damit die modifizierte Stahlarbeitslinie aus Abschnitt 3.4.2.1 bezüglich ihrer Zeitabhängigkeit zu erweitern. Dabei wird es insbesondere im Zustand I erforderlich die Langzeiteffekte aus Kriechen und Schwinden in der Berechnung der Stahlspannungen und -dehnungen mit zu berücksichtigen. Hingegen kann nachfolgend gezeigt werden, dass auf eine diesbezügliche Erfassung im Zustand II verzichtet werden darf. Dieser neu entwickelte Modellierungsansatz beschränkt sich in dieser Arbeit auf die Modifikation der *Stahlarbeitslinie*.

In den folgenden Untersuchungen werden zwei Wege zur detaillierten Berechnung der Stahlspannungen und -dehnungen auf der Grundlage der Arbeit von Krüger, et al. (2006) aufgezeigt. Die Berechnungen im Zustand I basieren auf den Modellvorstellungen des *effektiven Elastizitätsmoduls* und jene im Zustand II auf dem genaueren Verfahren der *Vereinfachten Verformungsgleichung*. Generell sind beide Verfahren unabhängig von einander zur detaillierten Berechnung der Spannungen und Dehnungen geeignet. Weiterführende Erläuterungen diesbezüglich sind der Arbeit von Krüger, et al. (2006) zu entnehmen.

Die allgemeingültigen Ansätze von Krüger, et al. (2006) werden nachfolgend für einen doppelt bewehrten Stahlbetonquerschnitt nach Bild 3.25 spezifiziert und auf Flächentragwerke übertragen. Die weiteren, numerischen Untersuchungen beziehen sich lediglich auf biegebeanspruchte Bauteile, so dass der Einfluss einer Längskraft – als äußere Last – in diesen Querschnittsbetrachtungen unberücksichtigt bleiben kann. Die Berechnungen der Stahlspannungen bzw. -dehnungen werden zur Erläuterung an dieser Stelle in verkürzter Form wiedergeben. Eine umfassendere Herleitung der analytischen Zusammenhänge ist in Anhang A.3 zusammengestellt.

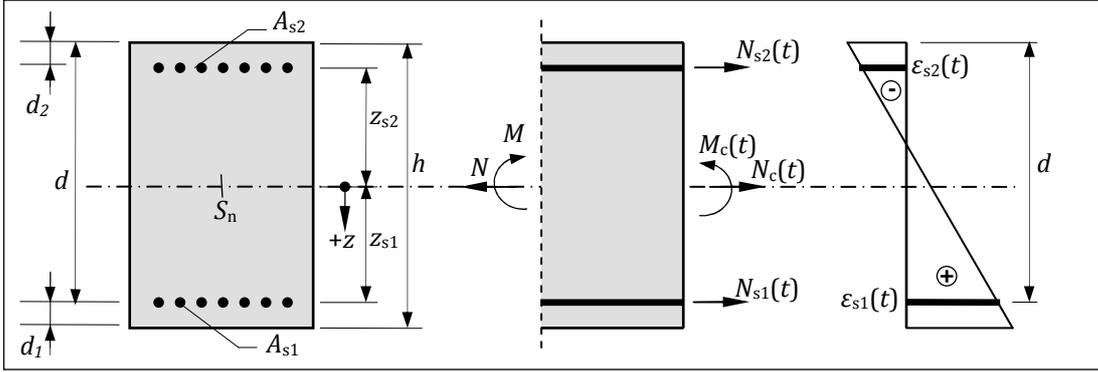


Bild 3.25: Schnittgrößen und Dehnungsverteilung eines doppelt bewehrten Betonquerschnittes

▪ **Berechnungen im Zustand I (effektiver Elastizitätsmodul):**

Grundsätzlich wird zur Berechnung der Stahlspannung zum Zeitpunkt $t \geq t_0$ für schlaff bewehrte Querschnitte mit 1 bis n Bewehrungslagen vom folgenden Zusammenhang ausgegangen.

$$\begin{bmatrix} 1 + \rho_{s1,s1} & \cdots & \rho_{s1,sn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{sn,s1} & \cdots & 1 + \rho_{sn,sn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{s1,k} \\ \vdots \\ \sigma_{sn,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{s1,k} \\ \vdots \\ D_{sn,k} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

In (3.67) bedeutet:

$$D_{si,k} = \sigma_{si,k} + \left(\alpha_s \cdot \sum_{v=1}^n r_{csi,sv} \cdot \sigma_{sv,k} \right) \cdot (\psi_0 + k_{\varphi,I} \cdot \varphi_{k0}) \quad (3.68)$$

$$\rho_{si,sj} = \alpha_s \cdot \frac{A_{sj}}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{si} \cdot z_{sj} \right) \cdot (\psi_0 + k_{\varphi,I} \cdot \varphi_{k0}) \quad (3.69)$$

Dabei gilt:

$$r_{csi,sv} = \frac{A_{sv}}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{csi} \cdot z_{sv} \right) \quad (3.70)$$

Der Index i stellt die Laufvariable zur Kennzeichnung der betrachteten Stahllage und der Index j die Laufvariable zur Kennzeichnung der Stahllage i beeinflussende Stahllage j dar. Dabei kennzeichnet der Index c der Parametern r und z die Betonfaser in Höhe der betrachteten Stahllage i . Der Index v beschreibt mit $v = 1 \dots n$ alle weiteren, vorhandenen Stahllagen, welche die Stahllage i beeinflussen. Die Betonspannung in Höhe der Bewehrungslage „ i “ lässt sich unter den getroffenen Annahmen nach Gl. (3.71) bestimmen.

$$\sigma_{csi}^* = \frac{M}{I_c} \cdot z_{si} \quad (3.71)$$

Der Parameter z_{si} beschreibt den Abstand der Bewehrungslage vom Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts, siehe auch Bild 3.25. Zusätzlich ist für Flächentragwerke im Zustand I das Flächenträgheitsmoment des Betonquerschnittes I_c nach Gl. (3.72) anzupassen. In Anhang A.3 wird darüber hinaus eine Möglichkeit vorgestellt, die Steifigkeit der Bewehrungslagen bei der Berechnung der Querschnittskennwerte mit zu berücksichtigen.

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot \frac{1}{1 - \nu_c^2} \quad (3.72)$$

Das einwirkende Moment M ist zur Ermittlung der Spannungen unter Rissschnittgröße dem zeitvarianten Rissmoment $M_{cr}(t)$ gleichzusetzen. Das Rissmoment darf unter Berücksichtigung der in Abschnitt 3.2 getroffenen Annahmen nach Gl. (3.73) berechnet werden.

$$M_{cr}(t) = W \cdot f_{ct,eff}(t) \quad (3.73)$$

Für einen doppelt bewehrten Stahlbetonquerschnitt folgt die Stahlspannung unter Rissschnittgröße (Index „r“) für die Stahllage „s1“ zum Zeitpunkt k mit $t_k \geq t_0$ im Zustand I nach Gl. (3.74).

$$\sigma_{s1,r,k}^I = \frac{\sigma_{cs1,r}^* \cdot (1 + \alpha_{s,eff} \cdot r_{cs2,s2}) - \alpha_{s,eff} \cdot \sigma_{cs2,r}^* \cdot r_{cs1,s2} + E_s \cdot \varepsilon_{cs,k0} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_{s,eff}} - r_{cs1,s2} + r_{cs2,s2} \right)}{\frac{1}{\alpha_{s,eff}} + r_{cs1,s1} + \alpha_{s,eff} \cdot (r_{cs1,s1} \cdot r_{cs2,s2} - r_{cs1,s2} \cdot r_{cs2,s1}) + r_{cs2,s2}} \quad (3.74)$$

Dabei bezeichnet der Index „s1“ die Stahllage auf der Seite des stärker gezogenen Bauteilrandes. Die Stahldehnung unter Rissschnittgröße $\varepsilon_{s1,r,k}^I$ zum Zeitpunkt k im Zustand I folgt unter Anwendung des *Hook'schen* Gesetzes nach Gl. (3.75).

$$\varepsilon_{s1,r,k}^I = \frac{\sigma_{s1,r,k}^I}{E_s} \quad (3.75)$$

▪ **Berechnungen im Zustand II (Vereinfachte Verformungsgleichung):**

Bei der Berechnung der Stahlspannungen und -dehnungen im Riss – also im reinen Zustand II – sind die Einflüsse von Kriechen und Schwinden weitestgehend vernachlässigbar. Dies zeigen sowohl Vergleichsrechnungen auf Basis der *vereinfachten Verformungsgleichung* nach Krüger, et al. (2006), siehe Bild 3.26, als auch Auswertungen von Bauteilversuche von Rohling (1987).

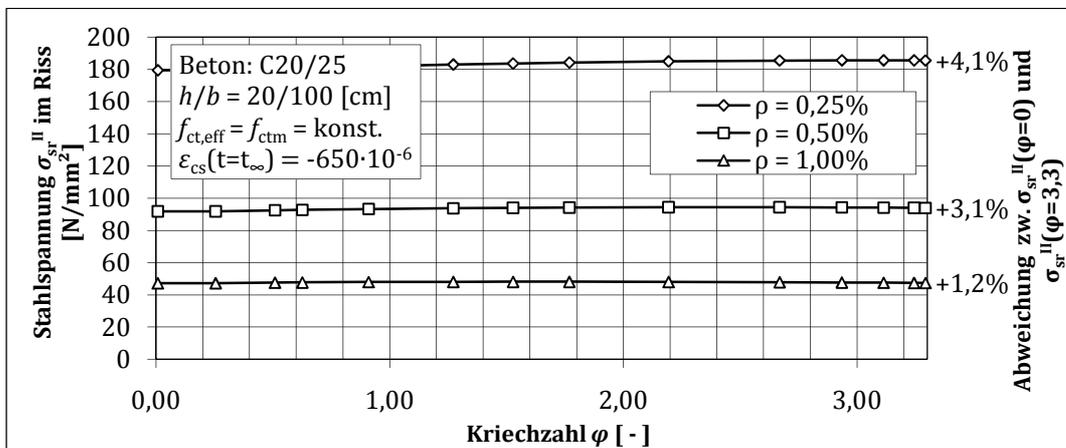


Bild 3.26: Stahlspannung im Riss in Abhängigkeit der Kriechzahl φ

Demnach kann näherungsweise die Stahlspannung unter Rissschnittgröße im Riss zum Zeitpunkt $t = t_0$ zugrunde gelegt werden. Diese ergibt sich nach Gl. (3.76).

$$\sigma_{s1,r0}^{II} = \alpha_{s,0} \cdot \psi_0 \cdot \left(1 - \frac{\vartheta_{s1}}{\xi_{\sigma,0}} \right) \cdot \sigma_{co,0r}^{II} \quad (3.76)$$

Aus dem linearen Zusammenhang zwischen Stahlspannung und -dehnung folgt für den gerissenen Zustand zum Zeitpunkt $t = t_0$:

$$\varepsilon_{s1,r0}^{II} = \frac{\sigma_{s1,r0}^{II}}{E_s} \quad (3.77)$$

Unter Vernachlässigung von Langzeiteffekten im reinen Zustand II ergeben sich unter den zuvor getroffenen Annahmen die Stahlspannung und -dehnung zum Zeitpunkt k mit $t_k \geq t_0$ wie folgt:

$$\varepsilon_{s1,rk}^{\text{II}} = \varepsilon_{s1,r0}^{\text{II}} \quad (3.78)$$

$$\sigma_{s1,rk}^{\text{II}} = \sigma_{s1,r0}^{\text{II}} \quad (3.79)$$

▪ **Zeitabhängige, modifizierte Stahlarbeitslinie:**

Die zeitliche Abhängigkeit der modifizierten Stahlarbeitslinie hinsichtlich einer Erfassung des Zugversteifungseffektes unter Berücksichtigung von Kriech- und Schwindeinflüsse auf die Stahlspannungen und -dehnung unter Risschnittgröße zeigt zusammenfassend Bild 3.27.

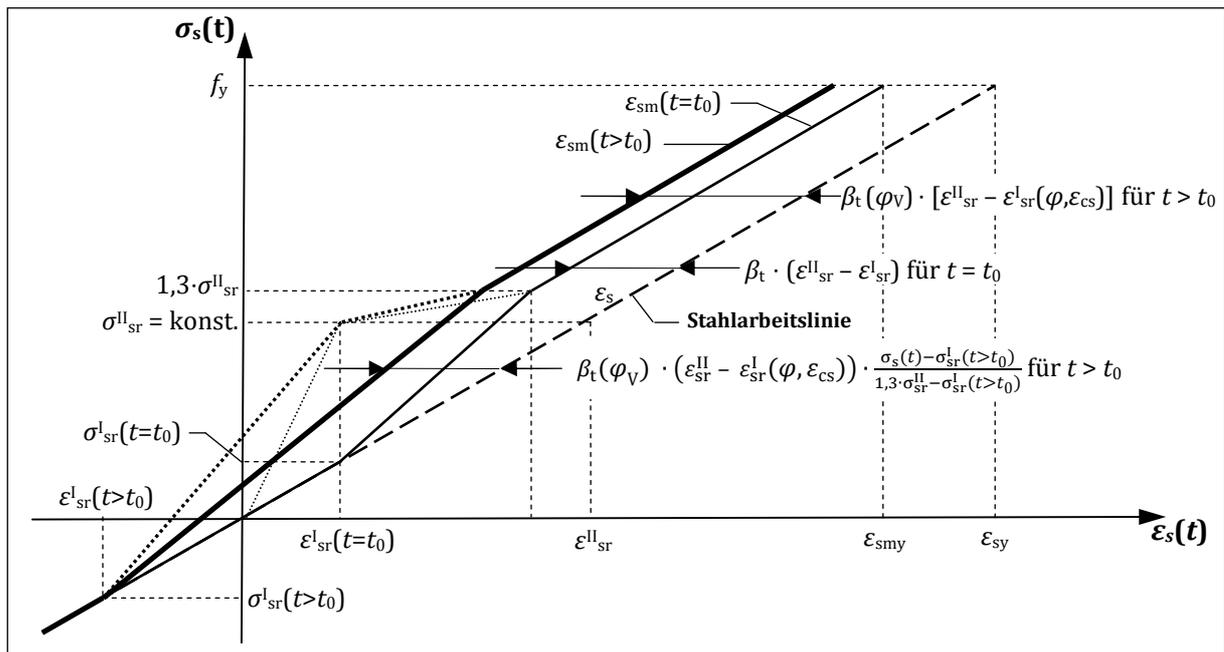


Bild 3.27: Zeitabhängige, modifizierte Stahlarbeitslinie zur Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes

An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, dass diese Modifikation dazu dient die Rissbildung im späten Betonalter detaillierter zu beschreiben. Die Berücksichtigung des Verbundkriechens erfolgt unter Modifikation des Formbeiwerts β_t . Ferner ist anzumerken, dass zur Untersuchung des Zugversteifungseffektes bei Rissbildung im späten Betonalter unter Dauerbeanspruchung keine experimentellen Untersuchungen bekannt sind, um dieses Materialverhalten zu verifizieren. Die Annahmen wurden auf Basis von numerischen Querschnittsbetrachtungen und Plausibilitäten getroffen und haben somit vorerst theoretischen Charakter. Die Anwendbarkeit dieser Modellvorstellung wird durch Verifikation des ganzheitlichen Materialgesetzes in Abschnitt 5 nachgewiesen.

3.4.2.3 Verbundtragverhalten bei Abweichung der Rissrichtung von der Bewehrungsrichtung

Der Einfluss der Richtungsabweichung zwischen Bewehrungsstab und Rissnormalen auf die Mitwirkung des Betons wurde an scheibenförmigen Versuchskörpern unter anderem von Röder (1974), Vecchio, et al. (1982) und Bhide, et al. (1987) experimentell untersucht. Kollegger (1988) schlussfolgerte aus Versuchsauswertungen, dass der Zugversteifungseffekt weitestgehend unabhängig von der Winkelabweichung ist, wenn die Dehnungserfassung auf der Grundlage der Bewehrungsrichtung anstelle der Hauptspannungsrichtung erfolgt. Dies ist bei Berücksichtigung der Zugversteifung in der Stahlarbeitslinie, wie zuvor beschrieben, automatisch der

Fall. Stolze (1993) kommt auf der Grundlage von theoretischen Betrachtungen zu dem gleichen Ergebnis.

Das angewandte, kombinierte Modell zur Erfassung des Verbundtragverhaltens berücksichtigt die Betonzugentfestigung (*tension softening*) auf Basis des mittleren Rissabstandes s_{rm} , vgl. Abschnitt 3.2.1.5. Dieser darf näherungsweise mit Gl. (3.80) in Ansatz gebracht werden, siehe hierzu beispielsweise Model Code 1990.

$$s_{rm}(\theta) = \frac{2}{3} \cdot s_{r,max}(\theta) \quad (3.80)$$

Die Abhängigkeit des maximalen Rissabstandes vom Winkels θ (Winkel zwischen Bewehrungs- und Hauptzugspannungsrichtung) lässt sich gemäß DIN 1045-1 mit Gl. (3.81) beschreiben.

$$s_{r,max}(\theta) = \frac{1}{\frac{\cos \theta}{s_{r,max,x}} + \frac{\sin \theta}{s_{r,max,y}}} \quad (3.81)$$

Daraus folgt, dass der mittlere Rissabstand sowie die angewandte Entfestigungsgesetzmäßigkeit ebenfalls winkelabhängig sind. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Winkel θ in Analogie zum *Mohr'schen* Dehnungskreis bezüglich der betrachteten Bewehrungsrichtung ermittelt und in den Verformungsberechnungen in Ansatz gebracht.

Der maximale Rissabstand lässt sich unter Annahme von Gl. (3.60) am zentrisch gezogenen Stahlbetonstab nach Gl. (3.82) ableiten.

$$s_{r,max} = \frac{f_{ct} \cdot A_{ct,eff} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot A_s} \quad (3.82)$$

Unter Voraussetzung einer mittlere Verbundspannung τ_{sm} von der 1,8-fachen Zugfestigkeit vereinfacht sich Gl. (3.82) wie folgt, vgl. auch DIN 1045-1.

$$s_{r,max} \approx \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \quad (3.83)$$

mit $\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{ct,eff}}$

Dabei stellt $A_{ct,eff}$ die effektive Zugzone dar. Diese beschreibt den in Bewehrungsnähe liegenden Betonquerschnitt auf den sich der Zugversteifungseffekt beschränkt, (Fischer, 1993). In Model Code 1990 wird zur Ermittlung der Höhe der effektiven Zugzone folgende Näherungsansatz angegeben.

$$h_{eff} \approx 2,5 \cdot (h - d) \quad (3.84)$$

mit $h_{eff} \leq 300 \text{ mm}$
 und $h_{eff} \leq \frac{h - x}{3}$

Darin bezeichnet x die Druckzonenhöhe im Zustand II. Auf Basis der effektiven Zugzonenhöhe wird in den nachfolgenden Untersuchungen der mittlere Rissabstand $s_{rm}(\theta)$ nach Gl. (3.80) für die obere sowie für die unter Bewehrungslage separat abgeschätzt. Damit lässt sich die Betonentfestigung infolge einer Zugbeanspruchung unter Berücksichtigung der Winkelabweichung zwischen Bewehrungs- und Hauptzugspannungsrichtung anhand der Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Gl. (3.15) implementieren.

3.4.2.4 Verbundtragverhalten unter zyklischer Beanspruchung

Das Materialverhalten des Verbundwerkstoffes Stahlbeton unter zyklischer Belastung wurde in relativ wenigen Versuchen genauer untersucht. Günther (1989) führte Versuche an Stahlbeton-

proben unter monoton steigender, schwellender Beanspruchung und Dauerzugbelastung durch. Dabei war festzustellen, dass bei vollständiger Entlastung bleibende Verzerrungen zu beobachten sind, siehe Bild 3.28, welche auf die Schädigung und der darauffolgenden Kornverzahnung des Betons in den Kontaktflächen zurückzuführen sind.

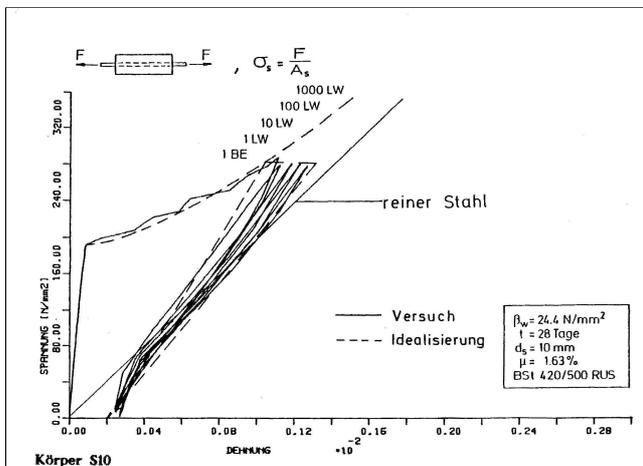


Bild 3.28: Spannungs-Dehnungsbeziehung eines Stahlbetonzugstabes unter zyklischer Belastung; Quelle: Günther (1989)

Morita, et al. (1979) untersuchten Stahlbetonprobekörper unter zyklischer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung und beobachtete, dass entstandene Risse unter Druckbeanspruchung wieder vollständig geschlossen werden können. Die dazu notwendige Druckspannung nimmt mit zunehmender Rissöffnung nur geringfügig zu.

Berechnungsansätze zur Erfassung von Be- und Entlastungszuständen von Stahlbeton geben unter anderem Kreller (1990), Keysberg (1997) und Model Code 1990 an, siehe Bild 3.29.

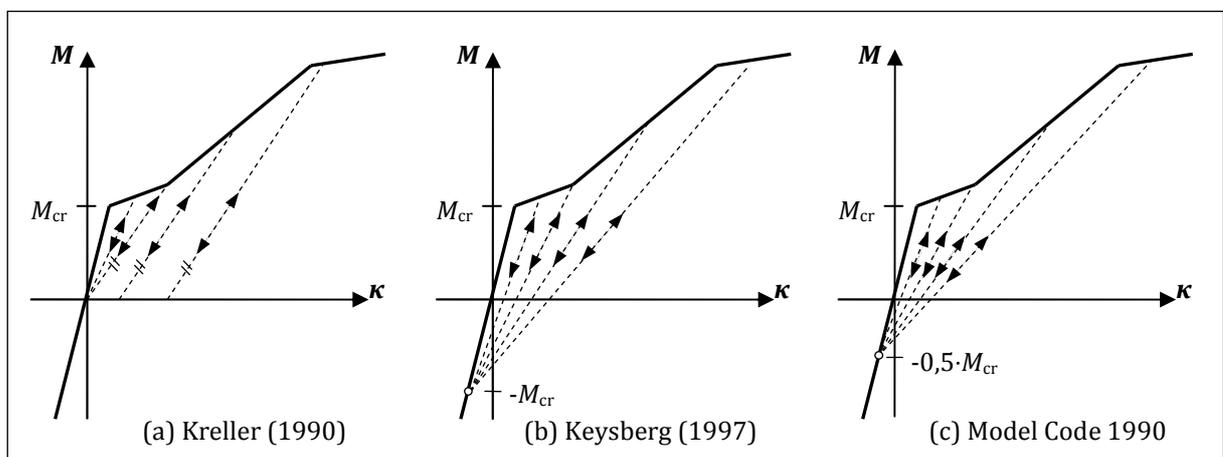


Bild 3.29: Momenten-Krümmungsbeziehung von Stahlbeton zur Berücksichtigung von Be- und Entlastungszuständen nach verschiedenen Ansätzen

Kreller (1990) geht dabei von einer Abnahme der Querschnittssteifigkeit bis zu dem Punkt der abgeschlossenen Rissbildung aus. Bis dahin verlaufen Be- und Entlastungsvorgänge linear durch den Koordinatenursprung. Darüber hinaus wird die Steifigkeit beim Eintreten der abgeschlossenen Rissbildung in Ansatz gebracht. Somit können bleibenden Verzerrungen bei vollständiger Entlastung berücksichtigt werden. Keysberg (1997) führt einen Schnittpunkt im Druckbereich bei $-M_{cr}$ in die Momenten-Krümmungsbeziehung ein. Auf diesen Punkt hin streben – ebenfalls linear – alle Entlastungs- und Wiederbelastungspfade. Daraus folgt mit zunehmender Rissöffnung eine größer werdende, plastische Verzerrung. In Model Code 1990 wird ein ähnlicher Ansatz vorgeschlagen, der Schnittpunkt wird dabei bei $-0,5 \cdot M_{cr}$ definiert.

Die in dieser Arbeit verwendeten Materialdefinitionen für Stahlbeton unter zyklischer Zugbeanspruchung lassen sich durch eine getrennte Betrachtung des kombinierten Werkstoffgesetzes darstellen. Das Entfestigungsverhalten von unbewehrtem Beton gemäß Abschnitt 3.2.1.6 lässt eine Erfassung der geringen Materialsteifigkeit bei zunehmender Betonentfestigung im Zuge einer Be- und Entlastung zu. Die Stahlarbeitslinie wird multilinear, elastisch ausgebildet, siehe Bild 3.30. Plastische Verzerrungen bleiben an dieser Stelle vereinfachend unberücksichtigt. Die resultierende Momenten-Krümmungsbeziehung ist Bild 3.30 zu entnehmen.

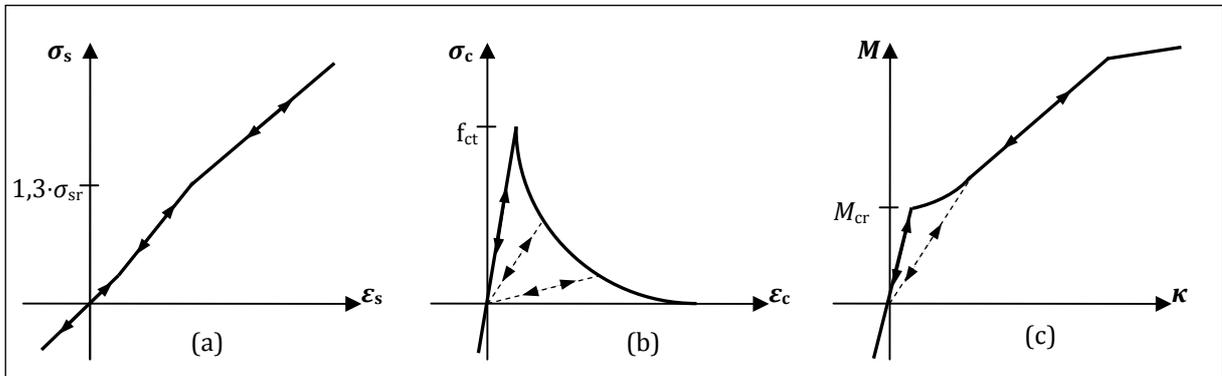


Bild 3.30: Verwendete (a) Stahl- und (b) Betonarbeitslinie unter zyklischer Zugbeanspruchung; (c) resultierende Momenten-Krümmungsbeziehung unter Kurzzeitbelastung

3.4.3 Materialverhalten unter Schubbeanspruchung

Bereits unbewehrter Beton ist im gerissenen Zustand in der Lage Schubbeanspruchungen über Kornverzahnungen zu übertragen. Dabei hängt die noch vorhandene Schubsteifigkeit deutlich von der Rissöffnungsweite, der Korngröße des Zuschlags sowie der Betongüte ab. Versuche zum Schubtragverhalten von Beton und Stahlbeton im gerissenen Zustand führten unter anderem Fenwick, et al. (1968), Paulay, et al. (1974) und Walraven (1980) durch. Dabei ließ sich feststellen, dass Stahlbetonbauteile zuzügliche Schubsteifigkeitsanteile im gerissenen Zustand infolge der vorhandenen Bewehrung aufweisen. Diese resultieren aus der Dübelwirkung und aus der Rissgleitung entgegenwirkenden Komponente der Bewehrungslängskraft. Zusätzlich beteiligt sich die ungerissene Druckzone weiterhin an der Schubkraftübertragung. Diese Mechanismen unterliegen gegenseitigen Wechselwirkungen. So ist die Rissgleitung und die damit verbundene Aktivierung der Dübelwirkung nicht ohne Rissöffnung möglich. Dieser wirkt jedoch die Längskraftkomponente der Bewehrung entgegen.

Walraven (1980) und Fréney (1990) untersuchten an gerissenen Stahlbetonproben insbesondere die Einflussfaktoren auf die reduzierte Schubsteifigkeit G_{red} . Als entscheidende Größen ließen sich der Bewehrungsgrad sowie die Zunahme der Rissöffnung bestimmen. Die Betongüte, der Bewehrungsdurchmesser und die Zuschlagskorngröße zeigten hingegen keine signifikanten Abhängigkeiten.

Kolmar (1985) führte zur analytischen Beschreibung der mechanischen Zusammenhänge umfangreiche Parameteruntersuchungen durch und leitete daraus einen Abminderungsfaktor α_{red} ab. Dieser Faktor wird häufig als *shear retention factor* bezeichnet und beschreibt die Abnahme der Schubsteifigkeit G in Abhängigkeit der mittleren Stahldehnung ε_{sm} wie folgt:

$$G_{red} = \alpha_{red} \cdot G \quad (3.85)$$

mit
$$\alpha_{red} = -\frac{1}{c_2} \cdot \ln\left(\frac{\varepsilon_{sm}}{c_1}\right) \quad (3.86)$$

und ε_{sm} in [‰]

$$c_1 = 7,0 + 5,0 \cdot \frac{\rho_s - 0,005}{0,015} \quad (3.87)$$

$$c_2 = 10,0 + 2,5 \cdot \frac{\rho_s - 0,005}{0,015} \quad (3.88)$$

Liegt eine Rissbildung in zwei Richtungen vor, so darf der Faktor α_{red} nährungsweise nach Gl. (3.89) erfasst werden. Dabei sind die Faktoren α_1 und α_2 für die jeweilige Rissrichtung nach Gl. (3.86) zu bestimmen.

$$\alpha_{\text{red}} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (3.89)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Berechnungsansatz gemäß Gl. (3.85) bis Gl. (3.89) in Ansatz gebracht, da das in *MARC* implementierte Rissmodell mit unveränderlichen, orthogonalen Rissebenen angewandt wurde.

3.4.4 Zweiachiale Beanspruchung von Stahlbetonscheiben

Versuche an Stahlbetonscheiben unter kombinierter Druck-Querzugbelastung zeigen eine verminderte, einaxiale Druckfestigkeit in Abhängigkeit der Querzugbeanspruchung, siehe Bild 3.31. Dies wird mit der Aufnahme der Spannungen aus Querzug durch die Bewehrungsstäbe bei Rissbildung begründet. Infolge der Verbundwirkung wird dem Beton senkrecht zur Druckbeanspruchung eine Verformung aufgezwungen, welche zur Druckfestigkeitsminderung führt.

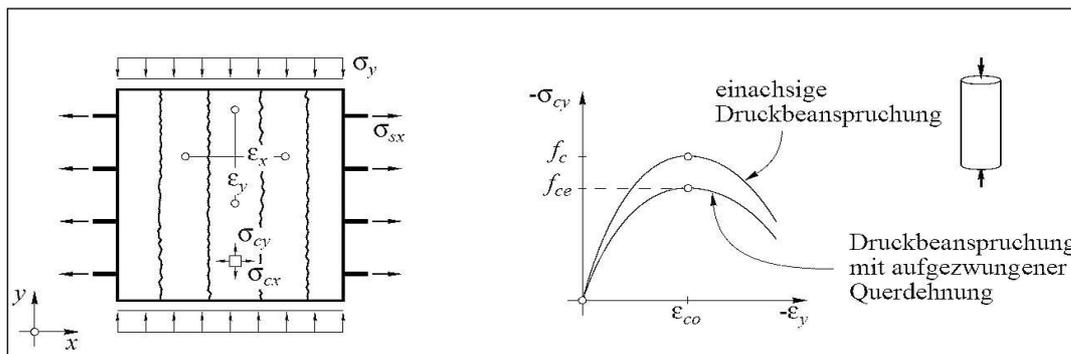


Bild 3.31: Betonscheibe mit Querbewehrung unter kombinierter Druck-Querzugbeanspruchung; Quelle: Sigrist (1995)

Dieses Verhalten wurde unter anderem von Vecchio, et al. (1982, 1986), Schlaich, et al. (1983) und Kollegger, et al. (1990) experimentell näher untersucht. Vecchio, et al. (1986) schlagen eine Abminderung der Zylinderdruckfestigkeit gemäß Gl. (3.90) vor. Unter Berücksichtigung der Winkelabweichen zwischen der Bewehrungsrichtung und der Rissnormalen lässt sich hiermit die Druckfestigkeitsabminderung in Abhängigkeit vom aktuellen Verzerrungszustand angeben.

$$\frac{f_{c,\text{red}}}{f_c} = \frac{1}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1} \leq 1,0 \quad (3.90)$$

mit
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cdot \cot^2 \theta \quad (3.91)$$

Dabei beschreibt ε_2 die Dehnung in der Richtung der Hauptzugspannung und ε_1 die in Richtung der Hauptdruckspannung. Die Dehnung in Bewehrungsrichtung x gibt ε_x an, wobei der Winkel θ entsprechend Abschnitt 3.4.2.3 definiert ist.

Schlaich, et al. (1983) und Kollegger, et al. (1990) gehen auf der Grundlage eigener Versuche von einer maximalen Abminderung auf 80 % der einaxialen Druckfestigkeit aus. Die Abminderung der Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons in Abhängigkeit der Querzugspannungen nach den Modellvorstellungen von Kollegger, et al. (1990) ist in Bild 3.32 dargestellt.

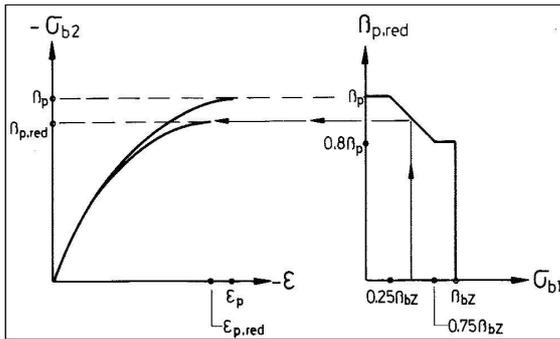


Bild 3.32: Berechnungsansatz zur Berücksichtigung der Druckfestigkeitsabminderung bei kombinierter Druck-Querzugbeanspruchung; Quelle: Mehlhorn (1995)

In den hier betrachteten Untersuchungen wird von Gebrauchslastzuständen ausgegangen, womit Betonspannungen unterhalb 80 % der einaxialen Druckfestigkeit zu erwarten sind. Des Weiteren verweist Pardey (1994) darauf, dass sich infolge vornehmlich auftretenden „äußeren“ Querzugs ausreichend große Rissabstände in Abhängigkeit der vorhandenen Stababstände entwickeln. Daher stehen genügend große, ungerissene Betonprismen zwischen den Rissen zur Verfügung, deren Festigkeit nicht abgemindert werden braucht. Somit kann auf die rechnerische Abminderung der Stahlbetondruckfestigkeit an dieser Stelle verzichtet werden.

3.4.5 Umschnürungswirkung

Das Umschnüren von Beton durch das Einlegen einer Bewehrung bewirkt eine deutliche Steigerung der Betonfestigkeit und -duktilität, ohne dass eine relevante Steifigkeitszunahme vor Erreichen der Betondruckfestigkeit zu verzeichnen ist. Aus der Verbügelung quer zur Beanspruchungsrichtung resultieren Behinderungen der Querdehnung mit der Folge der Ausbildung eines dreiaxialen Spannungszustandes im innenliegenden Betonkern. Der Versagensmechanismus des unbewehrten Betons, welcher durch eine hohe Zunahme der Querdehnungen gekennzeichnet ist, wird somit unterbunden und eine Festigkeitssteigerung herbeigeführt. In Bild 3.33 sind die Spannungs-Dehnungsbeziehung eines unbewehrten und eines verbügelten Betons gegenübergestellt. Die Größe der Umschnürungswirkung ist signifikant abhängig von dem Bewehrungsgehalt, dem Abstand und der Lage der Bewehrungsstäbe (sowohl in Längs- als auch in Querrichtung) sowie der Querschnittsgeometrie und -größe.

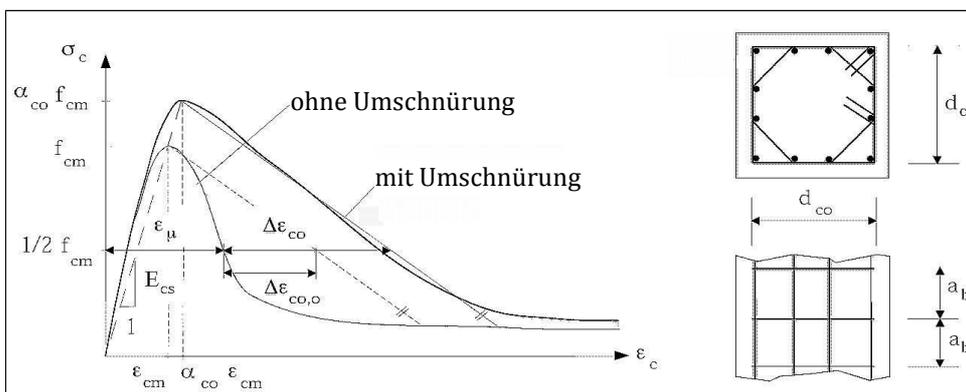


Bild 3.33: Einfluss der Umschnürungswirkung der Bewehrung auf das Spannungs-Dehnungsverhalten von Beton; Quelle: Neujahr (1999) (leicht modifiziert)

Wie aus Bild 3.33 ersichtlich wird, beeinflusst die Umschnürungswirkung hauptsächlich den Nachbruchbereich der Spannungs-Dehnungsbeziehung von Stahlbeton. Aufgrund der untersuchten Gebrauchslasten wird das Überschreiten der Betondruckfestigkeit nicht erwartet und somit der Einfluss der Umschnürungswirkung auf das Spannungs-Dehnungsverhalten von Stahlbeton im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt.

3.5 Zusammenfassung der implementierten Werkstoffmodelle

Betonmodell:

Zustand I (ungerissen):	isotrop, linear elastisch für $0,4 \cdot f_{c,red} \leq \sigma_c \leq 1,0 \cdot f_{ct,eff}$ Sekantenmodul E_{cm} ; Querdehnzahl $\nu_c = 0,20 = \text{konst.}$	
Einaxiale Druckfestigkeit:	$f_{cm,red} = 0,85 \cdot f_{cm}$	(aus Abschnitt 3.2.2.1)
Einaxiale Zugfestigkeit:	$f_{ct,eff}(t) = \beta_{ct,sus}^{e/d=0}(t) \cdot \beta_{cct}(t) \cdot f_{ctm}$	(aus Abschnitt 3.2.2.2)
einaxiale Arbeitslinie unter Druckbeanspruchung:	nach Bild 3.5 und Gl. (3.3)	
Einaxiale Arbeitslinie unter Zugbeanspruchung:	nach Bild 3.11 und Gl. (3.15) unter Beachtung der spezifischen Bruchenergie nach Gl. (3.12) und dem mittleren Rissabstand nach Gl. (3.80)	
Zweiaxiales Verhalten:	Drucker-Prager-Fließbedingung Rankine-Versagenstheorie	(Druck-Druck) (Druck-Zug / Zug-Zug)
Kriechen:	lineares Kriechen; Produktansatz nach DAfStb, Heft 525 (2003) Querkriechzahl $\nu_{cc} = \nu_c = 0,20 = \text{konst.}$ Temperatur $T = 20 \text{ °C} = \text{konst.}$	
Schwinden:	Berechnungsansätze für autogenes und Trocknungsschwinden nach DAfStb, Heft 525 (2003) mit $T = 20 \text{ °C} = \text{konst.}$	

Stahlmodell:

Einaxiale Arbeitslinie:	linear-elastisch in Richtung des Bewehrungsstabes mit Elastizitätsmodul $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$
-------------------------	---

Verbundmodell:

Zugversteifung des Betons:	kombiniertes Model aus Stahl- und Betonarbeitslinie, Bild 3.24; Stahlarbeitslinie unabhängig vom Winkel zwischen der Rissnormalen und der Bewehrungsrichtung; Betonarbeitslinie in Abhängigkeit des winkelabhängigen, mittleren Rissabstand $s_{rm}(\theta)$	
Schubtragverhalten:	reduzierter Schubmodul G_{red} im Zustand II nach Gl. (3.85)	
Zeitabhängiges Verhalten:	Verbundkriechen nach Gl. (3.66) Rissbildung im späten Betonalter durch: Berechnung der Stahlspannung und -dehnung bei Rissbildung unter Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens gemäß Bild 3.27 sowie eines doppelt bewehrten Betonquerschnittes	

4 Numerische Umsetzung

4.1 Allgemeines

Die hier vorgestellten Verformungsberechnungen basieren auf der Finite-Elemente-Methode (FEM). Auf eine detaillierte Beschreibung der FE-Methode wird an dieser Stelle verzichtet und auf die zahlreichen Veröffentlichungen in der Fachliteratur verwiesen, siehe z. B. Zienkiewicz (1967), Bathe (2002), Knothe, et al. (2008). In den nachfolgenden Abschnitten werden lediglich die maßgebenden Berechnungsgrundlagen dargelegt und erörtert.

Die vorgestellten FE-Berechnungen wurden mit dem Programmsystem *MSC.Marc/Mentat* (Version 2005r3) durchgeführt. MSC.Marc ist ein universal einsetzbares Finite-Elemente-Berechnungsprogramm und unter anderem zur Lösung von linearen sowie physikalisch und geometrisch nicht-linearen Probleme der Strukturmechanik geeignet. Neben einer Reihe von Standardfunktionen kann auf sogenannte Subroutinen zurückgegriffen werden, die es dem Anwender ermöglichen individuelle Lösungsalgorithmen bzw. Gesetzmäßigkeiten problemorientiert zu implementieren. Im Rahmen dieser Arbeit wurden in *FORTTRAN 90* Subroutinen programmiert, um unterschiedliche Materialgesetzmäßigkeiten in den nichtlinearen Finite-Elemente-Rechnungen mit erfassen zu können. Neben der Abbildung des Rissverhaltens von Beton und des Zugversteifungseffektes wurde es ebenfalls notwendig das zeitvariante Betonverhalten nach Abschnitt 3.2.2 separat zu erfassen.

4.2 Grundlagen der Plattentheorie

Zur Strukturanalyse von Flächentragwerken stehen verschiedene Elementtypen zur Verfügung. Diese lassen sich im Rahmen der Plattentheorie nach Tabelle 4.1 klassifizieren (Altenbach, et al. 1998). Als Abgrenzungskriterium werden Richtwerte zu dem Verhältnis aus Durchbiegung und Plattendicke w/h bzw. dem Verhältnis aus Plattendicke und kleinerer Stützweite $h/\min(\ell_x, \ell_y)$ angegeben. Eine ausführliche Beschreibung der einzelnen Modeltypen ist beispielsweise den Ausführungen von Altenbach, et al. (1998) zu entnehmen.

Tabelle 4.1: Abgrenzung der Modelbildung von Platten

Plattenmodell	w/h	$h/\min(\ell_x, \ell_y)$
Membran	≥ 5	$\ll 1$
dünne Platte mit großer Durchbiegung (Kármán-Modell)	< 5 $> 0,2$	$\ll 1$
dünne Platte mit kleiner Durchbiegung, schubstarr (Kirchhoff-Modell)	$< 0,2$	$< 0,1$
Platte mittlerer Dicke; schubelastisch (Reissner-Mindlin-Model)	$\ll 1$	$< 0,2$
dicke Platte	$\ll 1$	$> 0,2$

Die Modellierung der untersuchten Stahlbetonplatten erfolgte mittels dünnen, schubstarrten Schalenelementen auf Basis der *Kirchhoff*'schen Plattentheorie. Dabei werden neben den oben genannten Abgrenzungen folgende Annahmen zugrunde gelegt: Der Plattenquerschnitt bleibt im verformten sowie im unverformten Zustand eben (Bernoulli-Hypothese). Die Platte wird in Dickenrichtung als dehnstarr mit $\varepsilon_{33} = 0$ angenommen, die zugehörigen Gleitungen ergeben sich zu $\gamma_{13} = \gamma_{23} = 0$. In Plattendickenrichtung ist die Normalspannung σ_{33} sehr klein, womit gilt $\sigma_{33} \approx 0$. Aus Gleichgewichtsgründen resultiert für die Schubspannungen $\sigma_{13} \neq 0$ und $\sigma_{23} \neq 0$. Damit $\gamma_{13} = \gamma_{23} = 0$ weiterhin gilt, ist der Schubmodul in Plattendickenrichtung mit $G \rightarrow \infty$ anzusetzen. Beschrieben wird somit ein ebener Spannungszustand durch $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$. Die Spannungen $\sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{33}$ hingegen liefern keinen Anteil zur Formänderungsenergie.

Der Einfluss der Querkraftverformung bei Stahlbetonbauteilen wurde unter anderem von Mayer (1967) näher untersucht. Relevante Verformungen infolge Querkraft lassen sich demnach ab einem Verhältnis von $d/l_i = 0,167$ für ungerissenen Stahlbetonbalken verzeichnen. Für gerissene Stahlbetonbauteile gibt Mayer ein Abgrenzkriterium in Abhängigkeit der einwirkenden Schubspannungen an. Es wird jedoch darauf hingewiesen, dass die Querkraftverformung lediglich bei gedrungenen Körpern einen signifikanten Einfluss auf die Gesamtverformung besitzt. In den weiteren Betrachtungen ist aufgrund der untersuchten schlanken Stahlbetonplatten die Verformung infolge Querkraftbeanspruchung vernachlässigbar.

Die Durchbiegung von Stahlbetonplatten kann im Zustand II – insbesondere bei schwach bewehrten Querschnitten – nicht zwangsläufig als kleine Verformung angesehen werden. Die Auswertung der Berechnungsergebnisse aus Abschnitt 6 und 8 zeigt dennoch, dass die hier analysierten Stahlbetonplatten die Bedingungen für dünne Platten nach Tabelle 4.1 erfüllen. Das maximale Verhältnis aus Plattendurchbiegung und Plattendicke lässt sich hier mit $w/h = 0,21 \approx 0,2$ bestimmen. Damit dürfen die Gleichgewichtsbetrachtungen geometrisch linear am unverformten System erfolgen.

4.3 Stoffgesetz

Zur Berechnung komplexer Stahlbetonstrukturen haben sich bei Anwendung der FE-Methode geschichtete Elementtypen bewährt, da damit ein zufriedenstellender Kompromiss zwischen Rechenaufwand und Ergebnisgenauigkeit erzielt werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit werden geschichtete 4-Knoten-Schalenelemente mit bilinearer Ansatzfunktion verwendet. Dieser Elementtyp ist standardmäßig im Programm *MSC.Marc* enthalten und ermöglicht die separate Erfassung von Beton- und Stahlschichten.

Die Idealisierung des Betonquerschnitts erfolgt durch dünne Einzelschichten mit denen ein zweiaxialer Spannungszustand abgebildet werden kann. Die Bewehrungslagen werden hingegen separat und flächenäquivalent über die Bauteilbreite verteilt, siehe Bild 4.1. Dabei entspricht der Schwerpunkt der Stahllamelle dem der realen, abzubildenden Bewehrungslage. Mit den modellierten Stahlschichten wird lediglich der einaxiale Spannungszustand in Längsrichtung der Bewehrungsstäbe erfasst.

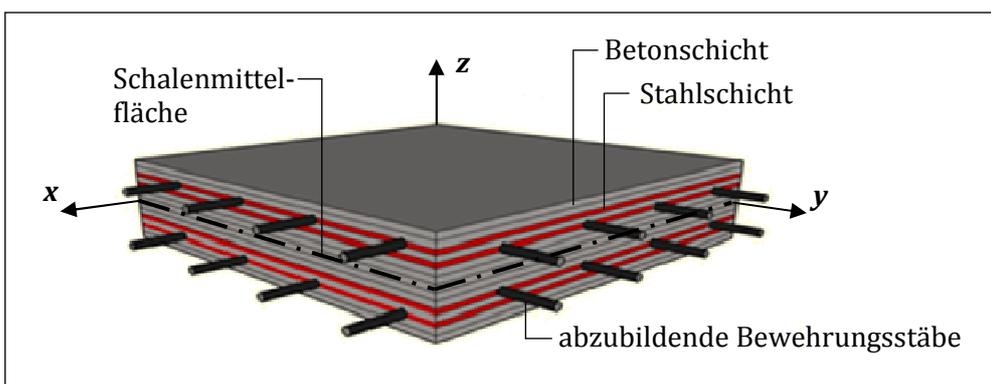


Bild 4.1: Schichtenmodell (schematisch)

Die durchgeführten Finite-Elemente-Rechnungen basieren auf der Schichtverbundanalyse bzw. der klassischen Laminattheorie. Folgende Annahmen liegen ihr zugrunde: Sowohl die Dicke jeder Einzelschicht als auch die Summe aller Schichtdicken (Verbundhöhe) sind sehr klein gegenüber den Stützweiten. Die Einzelschichten besitzen eine konstante Steifigkeit sowie eine konstante Laminatdicke und weisen einen ebenen Spannungszustand auf. Alle Schichten sind fest miteinander verbunden, das heißt die Verschiebungen und Verzerrungen haben einen stetigen Verlauf über die Querschnittshöhe. Zudem gelten für jede Einzelschicht die Annahmen der Kirchhoffschen Plattentheorie.

Zur Berechnung von Verbundmodellen sind die Steifigkeitsmatrizen der Einzelschichten zu definieren. Damit sind im Einzelnen die Materialgesetzmäßigkeiten der Schichten, die Schichtwinkel, -dicken, -anzahl und deren Abfolge festzulegen.

Der allgemeingültige Berechnungsablauf einer Schichtverbundanalyse ergibt sich wie folgt:

- Transformation der Steifigkeitsmatrizen der Einzelschichten in das globale Koordinatensystem $\mathbf{Q}_k \rightarrow \tilde{\mathbf{Q}}_k$
- Berechnung der Scheibensteifigkeitsmatrix \mathbf{A} , Plattensteifigkeitsmatrix \mathbf{D} und Koppelsteifigkeitsmatrix \mathbf{B} des Schichtverbundes
- Erstellen und Invertieren der Gesamtsteifigkeitsmatrix des Verbundquerschnittes
- Berechnung der globalen Krümmungen $\boldsymbol{\kappa}$ und Dehnungen $\boldsymbol{\epsilon}$
- Transformation der Verzerrungen in das lokale Koordinatensystem der Einzelschichten
- Berechnung der Spannungen in jeder Einzelschicht.

Auf eine Wiedergabe der einzelnen Zusammenhänge wird an dieser Stelle verzichtet und diesbezüglich auf die detaillierten Ausführungen von Altenbach, et al. (1996), Mälmeisters, et al. (1977) und Reddy (2004) verwiesen. Mit dem verwendeten Elementtyp der geschichteten Schale ist die Erfassung der Platten- und der Scheibentragwirkung sowie der Koppelbedingungen gegeben.

4.4 Diskretisierungen

Sind im Rahmen einer FE-Analyse nicht-lineare Berechnungen erforderlich, verliert das Superpositions-gesetz an Gültigkeit, da die Berechnungsergebnisse abhängig vom Belastungspfad werden. Schäfer, et al. (1983) zeigten anhand ihrer Versuche an Stahlbetonplatten einen nicht vernachlässigbaren Einfluss der Belastungsgeschichte auf. Grundsätzlich konnte jedoch festgestellt werden, dass sich die Plattensteifigkeiten bei Änderung der Beanspruchungskombination der Steifigkeit unter ständig ungünstig wirkender Beanspruchungskombination annähert.

In den hier vorgestellten Berechnungen erfolgt somit das Aufbringen der maximalen Last zum Belastungszeitpunkt $t = t_0$ mit anschließender Dauerbeanspruchung auf Gebrauchslastniveau, siehe auch Abschnitt 6.4. Auf Grundlage dessen darf näherungsweise von dem Ansatz der ungünstigen Plattensteifigkeit ausgegangen werden.

Die Durchführung nicht-linearer FE-Analysen erfordert zur Gleichgewichtsfindung in der Regel die Inkrementierung der aufzubringenden Belastung. Mit dieser **zeitliche Diskretisierung** wird der Verlauf der Last-Zeitfunktion abschnittsweise in diskrete Zeitpunkte unterteilt und linearisiert aufgebracht. Die anzusetzende Lastschrittweite Δt orientiert sich dabei an der Steifigkeitsänderung des Gesamtssystems. Eine zu groß gewählte Schrittweite führt zu Konvergenzschwierigkeiten. Diese sind insbesondere bei der Berechnung von schwach bewehrten Stahlbetonbauteilen zu beobachten, da mit der numerischen Simulation der Rissbildung schlagartige sowie hohe Steifigkeitsänderungen einhergehen.

In den durchgeführten Untersuchungen erfolgte das stufenweise Aufbringen der äußeren Last in Lastschrittweiten von $< 2\%$ der Gesamtlast. Für diese und geringere Laststufenhöhen gab Pardey (1994) auf der Grundlage von Vergleichsrechnungen eine Ergebnisunabhängigkeit für die Berechnung von Stahlbetonplatten mit einem Bewehrungsgrad $\rho < 0,3\%$ an.

Der zeitliche Kriech- und Schwindverlauf wurde hingegen unter Anwendung einer adaptiven Lastschrittweite diskretisiert. Dass heißt, die Diskretisierung erfolgte hier unter Ansatz einer konstanten Kriechdehnung, um die Abbildung des zeitlichen Verlaufes problembezogen anzupassen. Die Verwendung eines konstanten Zeitschrittes ist an dieser Stelle eher unzweckmäßig. Die Linearisierung der abgebildeten Zeitfunktion ist in Bild 4.2 idealisiert dargestellt. Mit Angabe einer unteren Toleranzschranke für eine inkrementelle Änderung der Kriechdehnung $\Delta \varepsilon_{c,cr}^{(k)}$ erfolgt die transiente Kriechanalyse auf Basis des größtmöglichen Zeitschrittes. Die Toleranzschranke wird mit $\Delta \varepsilon_{c,cr} = 5 \cdot 10^{-6}$ festgelegt. Das entspricht in etwa 1% der elastischen Dehnung bei einer Spannung von $\sigma_c = 0,4 \cdot f_{ck}$.

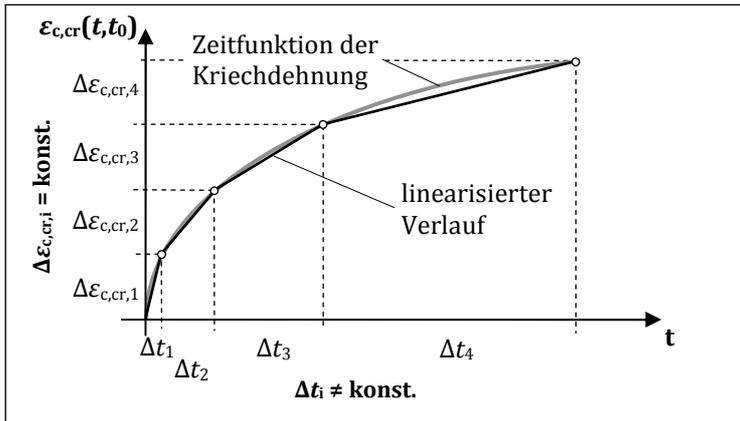


Bild 4.2: Linearisierte Abbildung der Zeitfunktion von Krieeffekten, idealisiert

Die Netzadaption – **räumliche Diskretisierung** – ist in erster Linie auf die elementabhängige Erfassung der Spannungs-Dehnungslinie von Beton unter Zugbeanspruchung ausgerichtet, siehe Abschnitt 3.2.1.5. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Modellierung bewehrter Stahlbetonkonstruktionen die Anpassung der Elementlänge an den mittleren Rissabstand zur Folge haben muss. Nur so kann sichergestellt werden, dass sich lediglich ein *einzig*er Riss pro Element und Hauptbeanspruchungsrichtung abgebildet wird. Anderenfalls wird ein zu steifes Bauteilverhalten unterstellt, da jedem *weiteren* Riss ebenfalls die spezifische Bruchenergie zugewiesen wird, (De Borst, 1986). Die Einhaltung dieses Kriteriums ist hinsichtlich der Modellierung komplexer Stahlbetonkonstruktionen insbesondere von Flächentragwerken mit unterschiedlichen Bewehrungslagen und -querschnitten kaum zu realisieren und erscheint bezüglich des hohen Modellierungsaufwandes als nicht zielführend. In den durchgeführten Systemanalysen erfolgte die Berechnung der Spannungs-Dehnungsbeziehung unter Zugbeanspruchung auf der Grundlage des zu erwartenden, mittleren Rissabstandes separat für jeden Bewehrungsquerschnitt und -lage. Die Elementabmessungen ließen sich den zu erwartenden mittleren Rissabständen lediglich annähern, wobei eine weitgehend gleichmäßige Netzdiskretisierung angestrebt wurde. Diese Vorgehensweise wird – unter Verweis auf den Näherungscharakter des Konzepts der verschmierten Rissbildung – als ausreichend genau angesehen.

4.5 Iterationsverfahren

Die Strukturanalyse im Rahmen der Finite-Elemente-Methode basiert auf der Lösung des Kräftegleichgewichtes in inkrementellen Zeitschritten, siehe Gl. (4.1). Hierzu wird das *Prinzip der virtuellen Verrückung* zugrunde gelegt. Der Index i bezeichnet den i -ten Iterationsschritt innerhalb des betrachteten Inkrement k zum Zeitpunkt $t + \Delta t$.

$$\mathbf{K}^{(i-1,k)} \cdot \Delta \mathbf{u}^{(i,k)} = \mathbf{p}^{(k)} - \mathbf{f}^{(i-1,k)} \quad (4.1)$$

Die nicht-lineare Problemstellung bei der Berechnung von Stahlbetonstrukturen ist jedoch nur noch iterativ lösbar. Hierzu stehen verschiedene Lösungsalgorithmen zur Verfügung, welche unter anderem in der Arbeit von Bathe (2002) umfangreich diskutiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Anwendung des *Full-Newton-Raphson-Verfahrens*. Hierbei wird die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} in jedem Iterationsschritt als aktualisierte Tangentensteifigkeit in Ansatz gebracht, vgl. Bild 4.3.

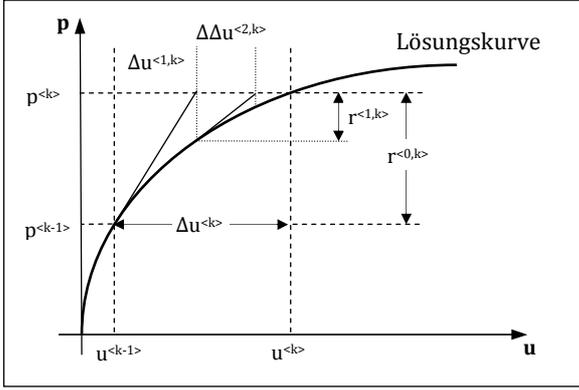


Bild 4.3: Inkrementelle Iteration, schrittweise Aktualisierung der Tangentensteifigkeit (Full-Newton-Raphson); Quelle: Knothe, et al. (2008)

Die Steifigkeitsmatrix wird aus den zuvor beschriebenen Stoffgesetzmäßigkeiten gebildet und gilt als Eingangsgröße. Ferner ist der Vektor $\mathbf{p}^{(k)}$, welcher die äußeren Lasten im betrachteten Inkrement beschreibt, am unverformten System gegeben. Der Vektor $\mathbf{f}^{(i-1,k)}$ beinhaltet die inneren Knotenkräfte des vorangegangenen Iterationsschritts. Die Gl. (4.1) stellt das lineare Gleichungssystem mit den inkrementellen Knotenverschiebungen $\Delta \mathbf{u}^{(i,k)}$ als Unbekannte dar. Im iterativen Lösungsprozess folgt $\Delta \mathbf{u}^{(i,k)}$ aus Gl. (4.2), siehe auch Bild 4.3.

$$\Delta \mathbf{u}^{(i,k)} = \Delta \mathbf{u}^{(i-1,k)} + \Delta \Delta \mathbf{u}^{(i,k)} \quad (4.2)$$

Dabei bezeichnet das erste Δ die inkrementelle und das zweite Δ die iterative Verschiebungsänderung. Die Gesamtknotenverschiebung $\mathbf{u}^{(i,k)}$ zum betrachteten Inkrement k ergibt sich abschließend gemäß Gl. (4.3).

$$\mathbf{u}^{(i,k)} = \mathbf{u}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{u}^{(i,k)} \quad (4.3)$$

Da ein Iterationsverfahren keine „exakten“ Ergebnisse liefert, verbleiben nach jedem Iterationsschritt Rest- bzw. Fehlerkräfte, sogenannte Residuen. Diese gilt es im Laufe des Iterationsprozesses zu minimieren. Zur Beurteilung der Güte der Iterationsergebnisse dienen Konvergenzkriterien. Häufig verwendet werden Kräfte-, Verschiebungs- und Energiekriterien. Eine Bewertung dieser Kriterien ist beispielsweise in der Arbeit von Stempniewski, et al. (1996) zu finden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein kräftebasierendes Konvergenzkriterium zugrunde gelegt, welches sowohl auf den Vektor der Normalkräfte \mathbf{F} als auch auf den Momentenvektor \mathbf{M} Anwendung fand. Dabei erfolgte der Abbruch der Iteration bei Erfüllung der Gln. (4.4) und (4.5).

$$\frac{\|\mathbf{F}_{\text{residual}}\|_{\infty}}{\|\mathbf{F}_{\text{reaction}}\|_{\infty}} < \varepsilon_{\text{F}} \quad (4.4)$$

$$\frac{\|\mathbf{M}_{\text{residual}}\|_{\infty}}{\|\mathbf{M}_{\text{reaction}}\|_{\infty}} < \varepsilon_{\text{M}} \quad (4.5)$$

Die Toleranzschranke ε beschreibt darin jeweils das Verhältnis von den maximalen, absoluten Wert der Restkräfte bzw. -Momente (Index: residual) zu dem maximalen, absoluten Wert der Auflagerreaktion (Index: reaction). Stempniewski, et al. (1996) gibt für ein kräftebasierendes Konvergenzkriterium ein Grenzwert von $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$ an. In der Arbeit von Mehlhorn (1995) wird bei dieser Größenordnung hingegen auf eine sehr hohe Ergebnisgenauigkeit verwiesen. In Rahmen dieser Arbeit werden die oben genannten Toleranzschranken mit $\varepsilon_{\text{F}} = \varepsilon_{\text{M}} = 2 \cdot 10^{-2}$ festgelegt. In Abschnitt 7.8.2 wird gezeigt werden, dass damit eine ausreichende Genauigkeit der Lösung erreichbar ist. Vorteilhaft wirkt sich dieser Ansatz insbesondere auf die Reduzierung der Rechenzeiten der analysierten, komplexen Modelle aus.

5 Verifikation der Werkstoffmodelle

5.1 Allgemeines

Die Anwendbarkeit der entwickelten und implementierten Materialmodelle sowie die Lösungsalgorithmen des angewandten Programmsystems werden anhand von Verifikationsrechnungen nachgewiesen. Die Verifikationen basieren auf den numerischen Simulationen von experimentellen Untersuchungen von Stahlbetonbauteilen. Für die hier vorgestellten Vergleichsrechnungen werden die Bauteilversuche an Stahlbetonplatten unter Dauerbeanspruchung von Jaccoud, et al. (1982), Tellenbach (1985) und Mertzsch, et al. (2008) herangezogen. Zur Verifikation des simulierten Trag- und Verformungsverhaltens von Flachdecken wird besonderes Augenmerk auf die Nachrechnung der Bauteilversuche an punktgestützten Stahlbetonplatten von Guo, et al. (2002), Jofriet, et al. (1971) und Tellenbach (1985) gelegt. Darüber hinaus dienen die Verifikationsrechnungen der Beurteilung von Modellunsicherheiten, welche in der Fehleranalyse in Abschnitt 7 Berücksichtigung finden.

5.2 Einachsrig gespannte Platten – Versuche von Jaccoud, Favre

Jaccoud, et al. (1982) führten unter anderem Versuche an einachsrig gespannten Plattenstreifen (Versuchsreihe C) zur Beurteilung der Langzeitverformung durch. Diese Versuchreihe wird von RILEM als Benchmark-Test Nr. 1 zur Verifizierung von Material- und Rechenmodelle für Stahlbetonbauteile unter Berücksichtigung von Langzeiteffekten vorgeschlagen (vgl. Epsion, 1993). Die Versuchsdurchführung umfasste fünf Stahlbeton-Plattenstreifen, welche in Geometrie, Bewehrungsmenge und -lage identisch waren. Die Plattenquerschnitte wiesen eine einheitliche Breite von $b = 75$ cm und Höhe von $h = 16$ cm auf, siehe Bild 5.1.

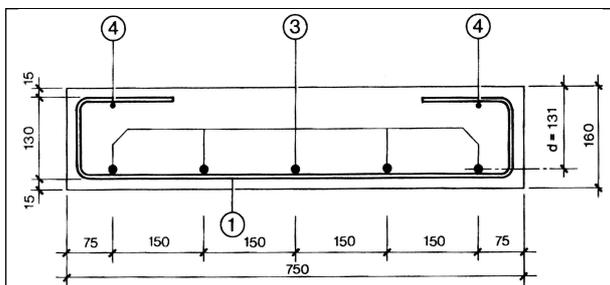


Bild 5.1: Plattenquerschnitt der Versuchsreihe C (Maße in [mm]); Quelle: Jaccoud, et al. (1982)

Die Biegezugbewehrung (Pos. ③) bestand aus fünf gleichmäßig verteilten Bewehrungsstäben mit einem Stabdurchmesser von $d_s = 12$ mm. Als obere Bewehrung (Pos. ④) wurden zwei Stabstähle mit $d_s = 6$ mm angeordnet. Die Nutzhöhe der oberen, als auch der unteren Bewehrung betrug $d = 13,1$ cm. Die Bügelbewehrung (Pos. ①) blieb in den Rechenmodellen unberücksichtigt, da sie die Verformungen einachsrig gespannter Platten nicht relevant beeinflusst.

Die Materialkennwerte des verwendeten Betons wurden aus Messungen in Nebenversuchen bei einem Betonalter von 28 bzw. 500 Tagen ermittelt und sind Tabelle 5.1 zu entnehmen.

Tabelle 5.1: Gemessene, mittlere Betonkennwerte der Versuchsreihe C; Quelle: Jaccoud, et al. (1982)

Versuchsplatte	$f_{cm}(28d)$ [N/mm ²]	$f_{ctm}(28d)$ [N/mm ²]	$E_{cm}(28d)$ [N/mm ²]	$\epsilon_{cs}(28d, 538d)$ [‰]	$\varphi(28d, 538d)$ [-]
C11	34,4	2,56	29.000	k. A.	k. A.
C12 und C14	32,6	3,06	28.300	0,497	2,50
C13	36,9	2,82	29.200	k. A.	k. A.
C15	33,9	2,90	28.700	0,339	2,21

Die Umweltbedingungen werden als konstant angegeben mit einer relativen Luftfeuchte von $RH = 60 \%$ und einer Umgebungstemperatur von $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

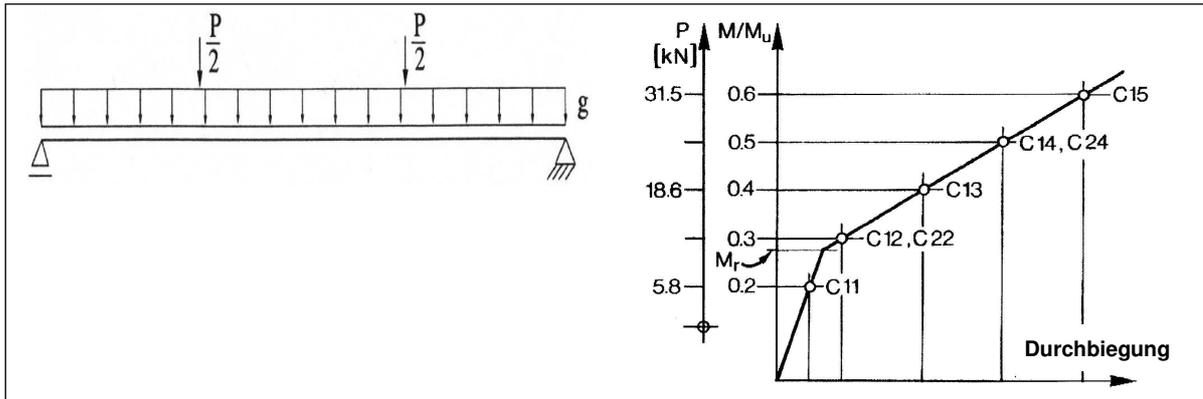


Bild 5.2: Statisches System (Maße in [m]) (links), bezogene Lasthöhen der Versuchskörper C (rechts); Quelle: Jaccoud, et al. (1982)

Das statische System und die Form der Belastung sind Bild 5.2 zu entnehmen. Die Beanspruchungen resultierten aus dem Eigengewicht der Versuchsplatten und der variierten Einzellast $P/2$. Die einzelnen Belastungsparameter der Versuchsreihe sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Der Belastungsbeginn erfolgte bei einem Betonalter von 28 Tagen. Die aufgebrachte Dauerlast wurde für die Versuchsplatte C11 über 365 Tage konstant gehalten. Alle weiteren Platten der Serie wurden 500 Tage belastet.

Die modellhafte Erfassung der Platten erfolgte als Gesamtsystem unter Abbildung der Querschnittshöhe mit 18 Einzelschichten.

Tabelle 5.2: Belastungsparameter der Versuchsreihe C; Quelle: Jaccoud, et al. (1982)

Versuchsplatte	g [kN/m ²]	P [kN]	M [kNm]	$\frac{M}{M_u}$
C11	↑	5,77	6,42	0,2
C12		12,19	9,63	0,3
C13	3,92	18,61	12,84	0,4
C14		25,04	16,05	0,5
C15	↓	31,45	19,26	0,6

Die Messergebnisse der Plattendurchbiegung in Feldmitte sind aus Bild 5.3 ersichtlich. Im Vergleich dazu ist der berechnete Zeit-Verformungsverlauf der einzelnen Versuchsplatten gegenübergestellt. Die Versuchsergebnisse zeigen, dass die Platten C12 bis C15 unmittelbar nach dem Aufbringen der Belastung ($t = t_0$) bereits gerissen sind, siehe auch Bild 5.2. Entsprechend der Beanspruchungshöhe ist die Rissbildung gering bis ausgeprägt. Lediglich die Platte C11 ist zu dem Zeitpunkt $t = t_0$ ungerissen, jedoch ist im zeitlichen Verlauf rechnerisch eine beginnende Entfestigung der unteren Betonschichten festzustellen. Grundsätzlich lassen sich sehr gute Übereinstimmungen zwischen Berechnungs- und Messergebnissen verzeichnen. Die maximale Abweichung zum Zeitpunkt der Beanspruchung $t = 0,1 \text{ d}$ beträgt 16,7 % für den Plattenstreifen C13. Für den Endzeitpunkt $t = 500 \text{ d}$ ergibt sich eine maximale Abweichung von 4,9 % für den Versuchskörper C 15. Auf der Grundlage der Summe der Fehlerquadrate lässt sich der Fehler über die gesamte Beanspruchungsdauer zwischen dem berechneten und gemessenen Zeit-Verformungsverlauf bestimmen. Für die Versuchskörper C11 bis C15 ergibt sich dieser zu 8,9 %; 5,6 %; 5,9 %; 4,0 % und 3,3 %.

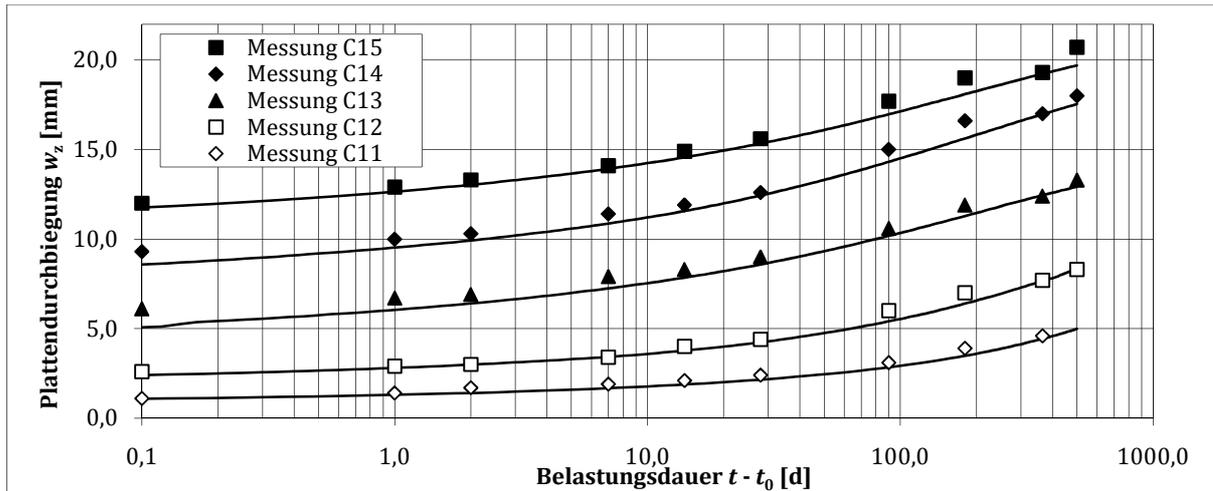


Bild 5.3: Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuchsreihe C

5.3 Einachsig gespannte Platten – Versuche von Mertzsch, Hammer

Mertzsch, et al. (2008) führten experimentelle Untersuchungen zum Langzeitverformungsverhalten von einachsig gespannter Stahlbetonplatten sowie bewehrten Stahlfaserbetonplatten über einen Gesamtzeitraum von 41 Monaten durch. Die hier vorgestellte Nachrechnung dieses Bauteilversuchs beschränkt sich problembezogen auf die untersuchten Stahlbetonplatten.

Die Versuchsdurchführung fand an vier identischen Stahlbetonplatten statt. Diese wiesen eine Länge von $\ell = 3,20$ m sowie einen Querschnitt von $b = 50$ cm und $h = 14$ cm auf. Eine Mattenbewehrung R 378 wurde auf der unteren Plattenseite bei einer Betondeckung von $d_1 = 2,5$ cm angeordnet. Damit ergab sich in Plattenlängsrichtung ein Bewehrungsquerschnitt von $A_{s1,1} = 2,27$ cm² aus vier Bewehrungsstäben mit einem Durchmesser von $d_s = 8,5$ mm und in Plattenquerrichtung eine Querschnittsfläche $a_{sq,1} = 0,79$ cm²/m bei einem Stabdurchmesser von $d_s = 5$ mm und einem gleichmäßigen Stababständen von $s = 25$ cm, siehe Bild 5.4.

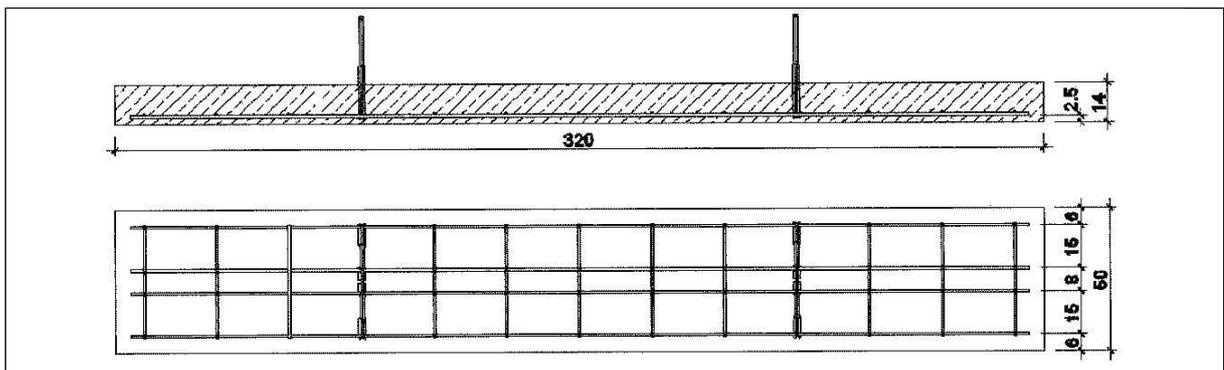


Bild 5.4: Versuchsplatte, Bewehrungsanordnung (Maße in [cm]); Quelle: Mertzsch, et al. (2008)

Die maßgebenden Materialkenngrößen wurden in Nebenversuchen bei einem Betonalter von 7 und 28 Tagen ermittelt und sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Ermittelte Betonkennwerte; Quelle: Mertzsch, et al. (2008)

Materialkennwerte	nach 7 Tagen	nach 28 Tagen
Elastizitätsmodul E_{c0}	22.681 N/mm ²	29.033 N/mm ²
Druckfestigkeit $f_{c,cube}$	17,33 N/mm ²	31,30 N/mm ²
Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$	2,93 N/mm ²	3,44 N/mm ²

Die Betonrezeptur setzte sich aus 300 kg/m^3 Zement (CEM II/B-S 32,5 R-NA), 918 kg/m^3 Sand (0/2), 371 kg/m^3 Kies (2/8), 557 kg/m^3 Kies (8/16) und $0,9 \text{ kg/m}^3$ Betonverflüssiger (ISOLA BV 1) zusammen. Der Wasser-Zementwert betrug $w/z = 0,60$. Der mittlere Wärmeausdehnungskoeffizient von Beton wurde mit $\alpha_{T,c} = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ und der des Betonstahls mit $\alpha_{T,s} = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ermittelt. Weiterhin wurden die Klimadaten Luftdruck, relative Luftfeuchtigkeit, Platten- und Umgebungstemperatur über dem Versuchszeitraum kontinuierlich aufgezeichnet. Der zeitliche Verlauf der Bauteiltemperatur wird in Bild 5.6 mit angegeben.

In den hier vorgestellten FE-Simulationen wurde von einer konstanten, mittleren relativen Luftfeuchtigkeit von $RH = 42 \%$ und einer konstanten, mittleren Bauteiltemperatur von $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ausgegangen. Eine Berücksichtigung der unterschiedlichen Wärmedehnzahlen von Beton und Betonstahl erfolgte hier nicht.

Die Belastungen der Platten waren identisch und ergaben sich aus dem Platteneigengewicht und zwei äquivalenten Einzellasten von $F = 3,3 \text{ kN}$. Die Belastungen wurden bei einem Betonalter von 8 Tagen aufgebracht und über einen Zeitraum von 756 d konstant gehalten. Anschließend erfolgte eine Reduzierung der Einzellasten auf $F_{\text{red}} = 2,4 \text{ kN}$, welche bis zum Zeitpunkt der vollständigen Entlastung bei $t_i = 1183 \text{ d}$ weiterhin kontinuierlich einwirkte.

Sowohl das statische System als auch die Punkte der Lasteinleitung sind in Bild 5.5 ersichtlich. An dieser Stelle ergab es sich als zweckmässig, die Platten als Gesamtsystem modellhaft zu erfassen und die Querschnittshöhe mit 18 Einzelschichten abzubilden. Die Berechnung der Plattenverformung erfolgte bis zum Zeitpunkt der Lastreduzierung bei $t_i = 756 \text{ d}$.

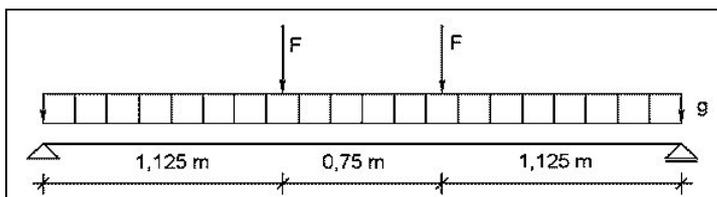


Bild 5.5: Statisches System und Belastung der Versuchsreihe von Mertzsch, et al. (2008)

Die zeitlichen Verläufe der gemessenen und berechneten Plattenmittendurchbiegung sind in Bild 5.6 gegenübergestellt. Die dargestellten Messergebnisse resultieren aus der Mittelwertbildung der an den vier identischen Stahlbetonplatten gemessenen Durchbiegungen.

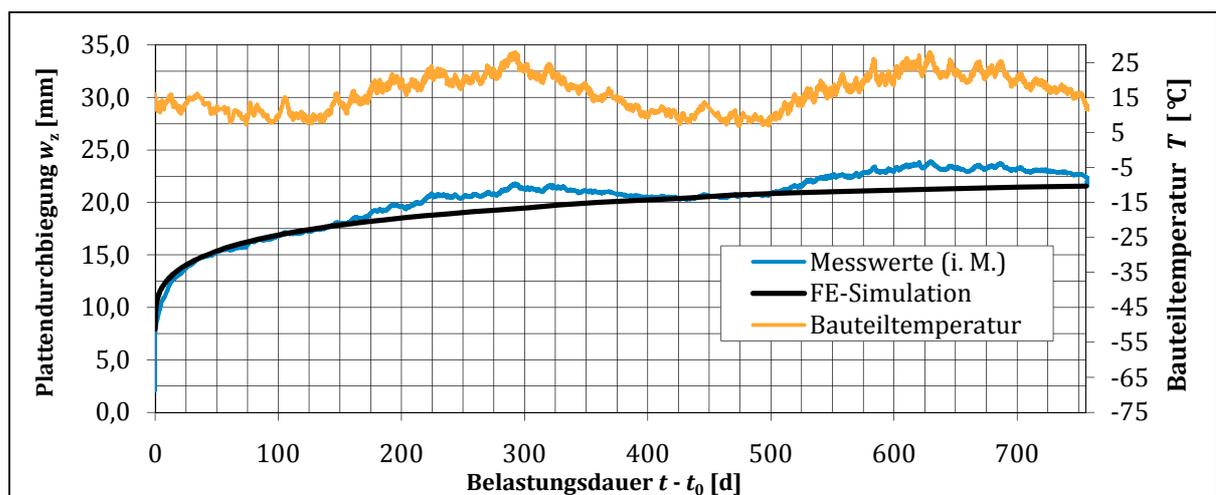


Bild 5.6: Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuche von Mertzsch, et al. (2008)

Im Allgemeinen werden die Verformungen numerisch geringfügig unterschätzt. Zum Zeitpunkt der Lastreduzierung beträgt die Abweichung zu den Mittelwerten der Messergebnisse 3,2 %. Über den betrachteten Zeitraum ($t - t_0 = 0,1 \text{ d} \dots 756 \text{ d}$) lässt sich ein Gesamtfehler von 7,7 % ermitteln. Die mittlere Temperatur des betrachteten Versuchszeitraums betrug $\bar{T} = 16,3 \text{ }^\circ\text{C}$ bei

einer maximalen Abweichung von $\max \Delta T = 11,7^\circ\text{C}$. Zu Belastungsbeginn und zum Zeitpunkt der Entlastung konnte die Bauteiltemperatur mit $T(t = t_0) = 15,3^\circ\text{C}$ und $T(t = 756 \text{ d}) = 12,8^\circ\text{C}$ bestimmt werden.

Wie zuvor erwähnt wurde in dieser Verifikationsrechnung die Temperaturänderung nicht berücksichtigt. Es erscheint jedoch, dass diese unter Betrachtung des Verformungsverlaufs nicht unerhebliche, temporäre Verformungsänderungen zur Folge haben. Im Gegensatz dazu kann festgestellt werden, dass sich bei einer Bauteiltemperatur zum betrachteten Zeitpunkt nahe der Bauteiltemperatur zum Belastungsbeginn im Rahmen üblicher Temperaturschwankungen gute Berechnungsergebnisse ohne die Berücksichtigung von Temperatureffekten erzielen lassen.

5.4 Zweiachsig gespannte Platten – Versuche von Jaccoud, Favre

Mit der Versuchsreihe B untersuchten Jaccoud, et al. (1982) das Langzeitverformungsverhalten von zweiachsig gespannten Stahlbetonplatten. Die Plattenabmessungen betragen dabei $\ell_x = \ell_y = 4,0 \text{ m}$ bei einer Querschnittshöhe von $h = 12 \text{ cm}$. Die Platten waren allseitig gelenkig gelagert, wobei die Ecken mittels Anker gegen Abheben gesichert wurden. Das statische System ist in Bild 5.7 dargestellt. Die Modellierung der Stahlbetonplatten erfolgte unter der Berücksichtigung der Symmetrieeigenschaften. So wurde unter Ansatz der Symmetrierandbedingungen ein Viertel der Platte numerisch erfasst. Aufgrund der mehrlagigen Bewehrung wurde eine feinere Unterteilung der Querschnittshöhe von insgesamt 28 Einzelschichten gewählt.

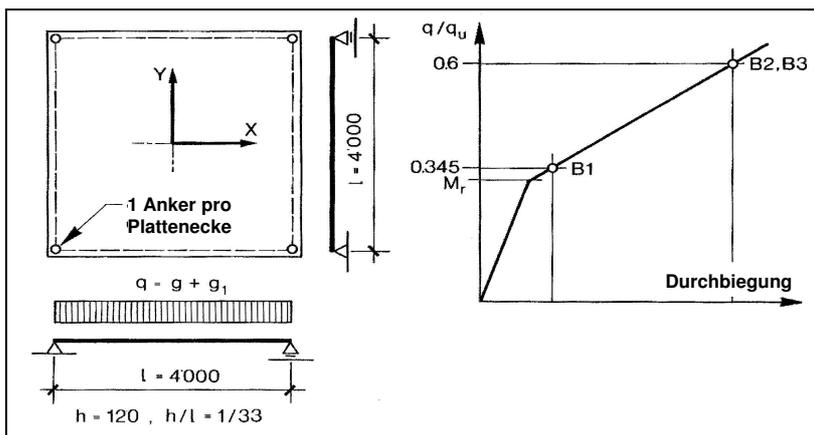


Bild 5.7: Statisches System und Belastungshöhen der Versuchsreihe B (Maße in [mm]); Quelle: Jaccoud, et al. (1982), leicht modifiziert

Die Platten B1 und B2 wiesen eine isotrope Anordnung der unteren Bewehrungslagen auf, wohingegen die Versuchsplatte B3 orthotrop bewehrt war. Der Stababstand der unteren Bewehrung betrug in allen Platten 15 cm. Die drei Versuchsplatten wurden zusätzlich in den Ecken mit einer oberen Drillbewehrung versehen, welche aus neun Stäben mit einem Stabdurchmesser von $d_s = 10 \text{ mm}$ und einem Stababstand von $s = 15 \text{ cm}$ bestand. Die Drillbewehrung wurde jeweils parallel zu den Plattenaußenkanten eingelegt. Eine Zusammenfassung der Bewehrungsparameter zeigt Tabelle 5.4.

Tabelle 5.4: Bewehrungsparameter der Versuchsreihe B; Quelle: Jaccoud, et al. (1982)

Versuchsplatte	d_s [mm]	d [mm]	ρ [%]	in x-Richtung		
				d_s [mm]	d [mm]	ρ [%]
B1	10	100	0,52	10	90	0,58
B2	10	100	0,52	10	90	0,58
B3	12	99	0,58	8	89	0,38

Die Belastungen resultierten aus dem Platteneigengewicht von $g = 2,94 \text{ kN/m}^2$ und der zusätzlich aufgetragenen, gleichmäßig verteilten Last p , welche mit $p = 7,907 \text{ kN/m}^2$ bei der Platte B1 und mit $p = 15,814 \text{ kN/m}^2$ bei den Versuchsplatten B2 und B3 angeordnet wurden. Die Lasten wurden bei einem Betonalter von $t_0 = 14 \text{ d}$ aufgebracht und über einen Zeitraum von einem Jahr konstant gehalten.

Die Betonkennwerte dieser Versuchsreihe zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns sind aus Tabelle 5.5 ersichtlich.

Tabelle 5.5: Ermittelte Betonkennwerte für die Versuchsreihe B; Quelle: Jaccoud, et al. (1982)

Versuchsplatte	$f_{cm}(14d)$ [N/mm ²]	$f_{ctm}(14d)$ [N/mm ²]	$E_{cm}(14d)$ [N/mm ²]	$\varepsilon_{cs}(14d, 379d)$ [‰]	$\varphi(13d, 379d)$ [-]
B1	35,8	3,16	28.390	0,457	2,65
B2	39,9	3,16	29.720	0,388	2,56
B3	35,1	2,84	25.930	0,456	2,43

Die Messergebnisse der Langzeitverformungen in Plattenmitte sind in Bild 5.8 den berechneten Plattendurchbiegungen gegenübergestellt. Die Platte B1 weist nur eine geringe Rissbildung auf. Der Fehler des berechneten Verformungs-Zeitverlaufes ergibt sich hier zu 11,2 % bei niedrigen, absoluten Abweichungen von wenigen Millimetern. Der Verformungsverlauf der gleichartig belasteten, jedoch unterschiedlich bewehrten Platten B2 und B3 ist hingegen durch eine ausgeprägte Rissbildung gekennzeichnet. Die isotrop bewehrte Platte B2 kann mit einem Fehler der gesamten Verformungskurve von 2,8 % numerisch sehr gut erfasst werden. Die berechnete Durchbiegung der orthotrop bewehrten Platte B3 wird im Gegensatz dazu überschätzt. Der Fehler des berechneten Durchbiegungsverlaufes lässt sich mit 14,1 % bestimmen, wobei zum Endzeitpunkt $t = 365 \text{ d}$ die Abweichung 9,6 % beträgt.

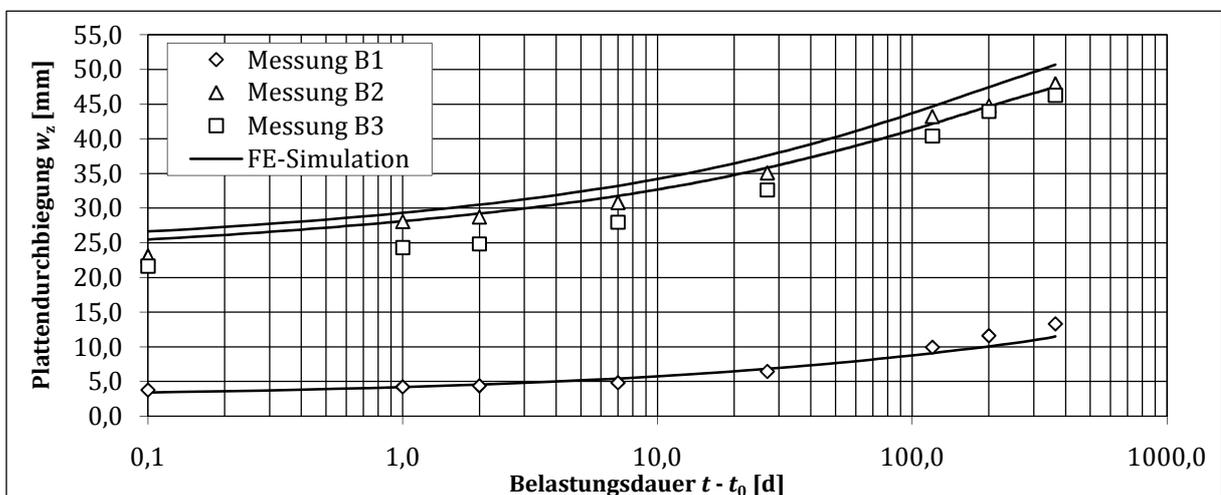


Bild 5.8: Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuchsreihe B

Grundsätzlich lässt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der numerischen Untersuchungen sowie den Messergebnissen für zweiachsig gespannte Stahlbetonplatten unter einer konstanten Dauerlast festhalten.

5.5 Zweiachsig gespannte Platten – Versuche von Tellenbach

Tellenbach (1985) untersuchte ebenfalls experimentell das Trag- und Verformungsverhalten zweiachsig gespannter Stahlbetonplatten unter konstanter Dauerbeanspruchung (Versuchsreihe D). Diese Versuchsreihe wurde als Benchmark-Test Nr. 5 vorgeschlagen, vgl. (Epsilon, 1993).

Die Versuchsdurchführung umfasste zwei allseitig gelenkig gelagerte Platten sowie eine punktgestützte Einfeldplatte. Der Versuchsaufbau ist sowohl in der Arbeit von Tellenbach (1985) als auch von Jaccoud, et al. (1982) dargestellt. Untersucht wurden quadratische Stahlbetonplatten mit einer Seitenlänge von 3,00 m und einer Stützweite von 2,70 m. Die Querschnittshöhe betrug jeweils $h = 11,0$ cm. Die unteren Bewehrungslagen bestanden in allen drei Platten aus einer orthogonalen Bewehrung. In den Platten D1 und D3 wurde die Bewehrung parallel zu den Plattenaußenkanten, in der Platte D2 diagonal verlaufend angeordnet, siehe Bild 5.9.

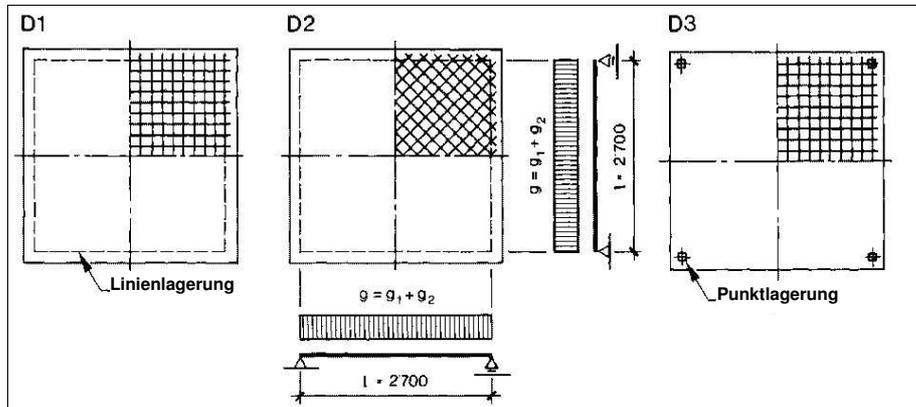


Bild 5.9: Statisches System, Geometrie und Lage der unteren Bewehrung der Versuchsreihe D (Maße in [mm]); Quelle: Tellenbach (1985)

Zusätzlich wurde in den liniengelagerten Platten D1 und D2 eine obere Drillbewehrung eingebracht. Diese ergab sich für die Platte D1 aus sieben Bewehrungsstäben mit einer Länge von 1,15 m je Bewehrungsrichtung und Plattenecke. Die Drillbewehrung der Platte D2 bestand lediglich aus sechs Stäben je Ecke. Die Stablänge betrug hierbei für zwei Stäbe 1,40 m. Die weiteren vier Bewehrungsstäbe wiesen eine Länge von 1,10 m auf. Alle Stäbe der Drillbewehrung verliefen in Platte D2 aus der Plattenecke in Richtung Plattenmitte. Der Stababstand wurde in allen Lagen mit $s = 15$ cm festgelegt. Ebenfalls einheitlich wurde der Stabdurchmesser mit $d_s = 10$ mm gewählt. Die Nutzhöhe der äußeren Bewehrungslagen wurde mit $d_x = 9,5$ cm und die der inneren Bewehrungslagen mit $d_y = 8,5$ cm festgelegt.

Die Belastung resultiert aus der Platteneigenlast von $g = 2,70$ kN/m² sowie einer gleichmäßig verteilten Zusatzlast. Diese wurde durch 16 symmetrisch angeordneten Einzellasten realisiert und wird als Flächenlast von $q_1 = 23,93$ kN/m² für die Platte D1 und D2 und von $q_2 = 6,18$ kN/m² für die Platte D3 angegeben. Daraus folgte eine Gesamlast je Platte von ungefähr 40 % der rechnerischen Bruchlast ($g + q_i = 0,4 \cdot p_u$) auf Basis der Bruchlinientheorie.

Nach einer Aushärtezeit von 14 Tagen erfolgte das Ausschalen der Versuchsplatten. Zu diesem Zeitpunkt wurden die Platten bereits durch ihr Eigengewicht belastet. Nach einer weiteren Woche wurde die oben genannte Zusatzlast aufgebracht. Das Betonalter beim Aufbringen der Gesamlast betrug $t_0 = 21$ d für die Platten D1 und D3 sowie $t_0 = 22$ d für die Platte D2. Über einen Zeitraum von zwei Jahren wurde die Belastung für die Platten D1 und D3 konstant gehalten. Der Versuch an der Platte D2 wurde hingegen nach einer Belastungsdauer von 469 Tagen abgebrochen. Die gemessenen, mittleren Betonkennwerte sind Tabelle 5.6 zu entnehmen.

Tabelle 5.6: Ermittelte Betonkennwerte für die Versuchsreihe D; Quelle: Tellenbach (1985)

Versuchsplatte	$f_{cm}(28d)$ [N/mm ²]	$f_{ctm}(21d)$ [N/mm ²]	$E_c(21d)$ [N/mm ²]	$\varepsilon_{cs}(21d, 751d)$ [‰]	$\varphi(21d, 751d)$ [-]
D1	30,7	2,55	31.500	0,424	2,44
D2	24,1	2,17	26.230	0,422*)	2,65*)
D3	29,5	2,92	30.970	0,406	2,58

*) gilt für $\varepsilon_{cs}(21d, 490d)$ bzw. $\varphi(21d, 490d)$

Die Versuchsdurchführung erfolgte unter klimatisierten Laborbedingungen, wobei die relative Luftfeuchtigkeit $RH = 65 \% \pm 10 \%$ und die Raumtemperatur $T = 19 \text{ °C} \pm 1 \text{ °C}$ betrug.

Bei der Modellierung der Versuchsplatten wurde die zweifache Plattensymmetrie ausgenutzt. Eine Querschnittseinteilung in 25 Einzelschichten erwies sich hier als zweckmäßig.

In Bild 5.10 sind die im Versuch gemessenen sowie die berechneten Plattendurchbiegungen vergleichend gegenübergestellt. Alle drei Platten weisen zum Endzeitpunkt eine ausgeprägte Rissbildung auf. Aufgrund des statischen Systems zeigt die punktgestützte Platte D3 erwartungsgemäß höhere Verformungswerte bei gleicher, bezogener Beanspruchungshöhe. Des Weiteren lässt sich feststellen, dass die Platte D2 mit schiefwinklig verlegter Bewehrung gegenüber der identisch belasteten Platte D1 geringere Verformungen aufweist. Anzumerken ist hier, dass die Betonkennwerte der Platte D2 deutlich unter denen der Platte D1 liegen.

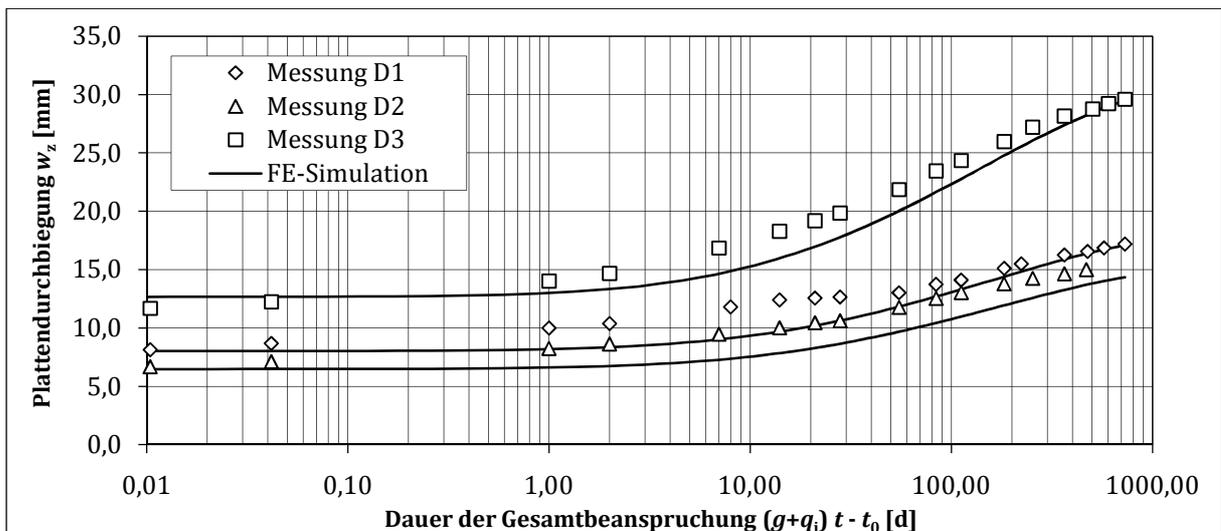


Bild 5.10: Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuchsreihe D

Die Abweichungen des berechneten Verformungsverlaufes gegenüber den Messergebnissen lässt sich für die Platten D1 bis D3 mit 10,7 %, 15,7 % und 6,6 % beziffern. Der Fehler zum Endzeitpunkt beträgt für die Platten D1 und D3 weniger als 1 %, wohingegen die Verformungen der Platte D2 um ca. 9 % unterschätzt werden. Die punktgestützte Platte D3 kann über den gesamten Betrachtungszeitraum numerisch sehr gut erfasst werden, lediglich die liniengelagerten Platten D1 und D2 weisen im zeitlichen Verlauf größere Abweichungen auf. Jedoch ist an dieser Stelle festzuhalten, dass mit dem verwendeten Rechen- und Materialmodell das Trag- und Verformungsverhalten unterschiedlicher Bewehrungsrichtungen tendenziell richtig erfasst wird. Im Allgemeinen weisen die numerisch ermittelten Plattendurchbiegungen bei dieser Versuchsnachrechnung zu geringe Werte auf. Die auftretenden Abweichungen liegen jedoch in den üblichen Fehlerbereichen für Versuchsnachrechnungen von Stahlbetonstrukturen.

5.6 Punktgestützte Platte – Versuch von Jofriet, McNeice

Jofriet/McNeice führten bereits 1967 experimentelle und numerische Untersuchungen an einer punktförmig gelagerten Stahlbeton-Quadratplatte unter zentrischer Einzellast durch (vgl. Jofriet, et al., 1971; McNeice, 1968). Die relevanten System- und Materialparameter lassen sich wie folgt wiedergeben, siehe auch Bild 5.11: Die Stützweite betrug 91,44 cm bei einer Querschnittshöhe von 4,45 cm. Die Bewehrung wurde parallel zu den Plattenaußenkanten verlegt und wies in beiden Richtungen einen Querschnitt von $a_{sx} = a_{sy} = 3,78 \text{ cm}^2/\text{m}$ auf, woraus ein Bewehrungsgrad von $\rho = 0,85 \%$ resultierte. Die Nutzhöhe der unteren Bewehrungslage betrug 3,33 cm.

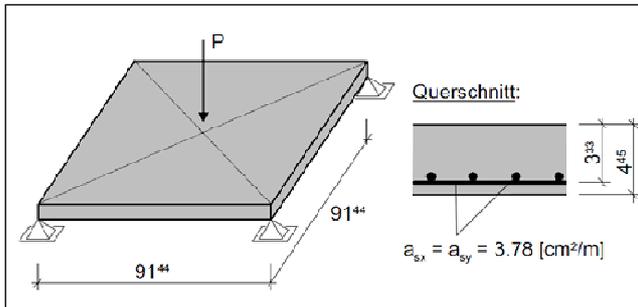


Bild 5.11: System und Bewehrung der punktgestützten Platten (Maße in [cm]) - Versuch von Jofriet, et al. (1971); Quelle: Bockhold (2005)

Aus Tabelle 5.7 sind die Materialparameter zu entnehmen. Den Berechnungen wurde ein Größtkorndurchmesser des Zuschlagstoffes von $d_{a,max} = 8$ mm zugrunde gelegt.

Tabelle 5.7: Ermittelte Materialkennwerte; Quelle: Jofriet, et al. (1971)

Beton	Stahl
$f_c = 37,9 \text{ N/mm}^2$	$f_y = 345,4 \text{ N/mm}^2$
$f_{ct} = 2,9 \text{ N/mm}^2$	$E_s = 199.946 \text{ N/mm}^2$
$E_c = 28.613 \text{ N/mm}^2$	$\varepsilon_u = 11,7 \text{ ‰}$

Zur numerischen Untersuchung wurde ein Viertel der Stahlbetonplatte unter Berücksichtigung der Symmetrierandbedingungen ausmodelliert, wobei sich die Unterteilung der Querschnittshöhe mittels 10 Schichten realisieren ließ. Die Diskretisierung des FE-Modells erfolgte mit 14×14 Elementen in Anlehnung an den zu erwartenden, mittleren Rissabstand.

Bild 5.12 zeigt die Last-Verschiebungskurve der experimentellen Messung im Vergleich zu den numerischen Berechnungsergebnissen. Die Messungen der Plattendurchbiegung erfolgten ca. 76 mm von der Plattenmitte entfernt.

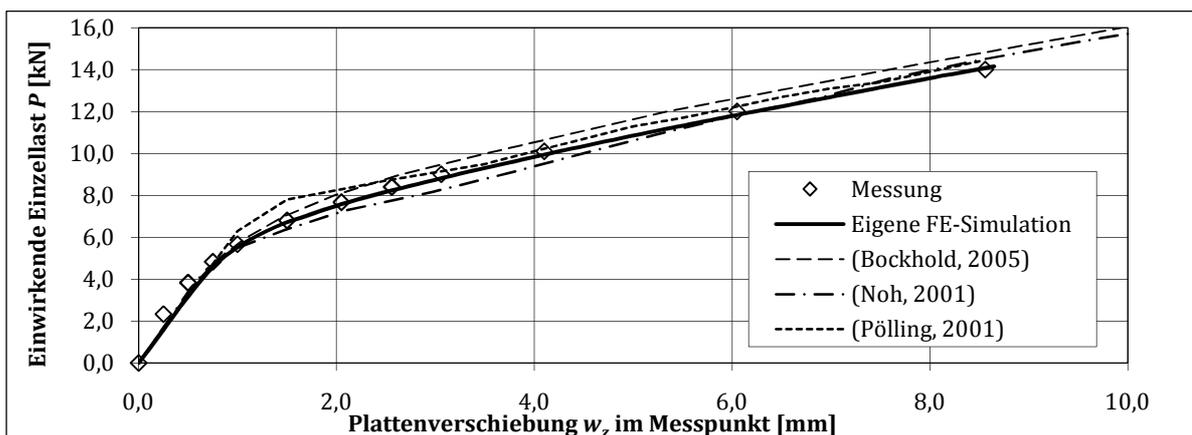


Bild 5.12: Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuch von Jofriet, et al. (1971)

Generell lässt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse des eigenen Modellierungsansatzes mit den Versuchsergebnissen erkennen. Exemplarisch sind Ergebnisse jüngerer, numerischer Untersuchungen von (Noh, 2001), (Pölling, 2001) und (Bockhold, 2005) in Bild 5.12. vergleichend gegenübergestellt. Dabei ist anzumerken, dass in den Untersuchungen die verwendeten Materialparameter sowie die Netzdiskretisierung teilweise variieren. Es ist zu erkennen, dass für jede Lasthöhe die Ergebnisse der eigenen FE-Simulation sehr gute Übereinstimmungen mit den Messergebnissen des Plattenversuchs liefern. Der Fehler des berechneten Last-Verformungsverlaufes gegenüber den experimentellen Messungen beträgt lediglich 4,9 %.

5.7 Punktgestützte Platten – Versuche von Gilbert, Guo

Umfangreiche experimentelle Untersuchungen zum Langzeitverformungsverhalten von punktgestützten Stahlbetonplatten beschreiben *Gilbert/Guo* in ihren Arbeiten (vgl. Guo, et al., 2002; Gilbert, et al., 2005). Die dargelegten Versuche beinhalten Untersuchungen an insgesamt sieben punktgestützte Plattensysteme (S1 bis S7) bestehend aus 2×2 Plattenfeldern. Dabei wurden die Betondruckfestigkeit, die Plattendicke, der Bewehrungsgrad, die Lagerungs- und Umweltbedingungen, der Belastungsgrad und -verlauf und die Beanspruchungsdauer variiert. Die Geometrie und die Bewehrungsparameter der untersuchten Stahlbetonplatten zeigt Bild 5.13.

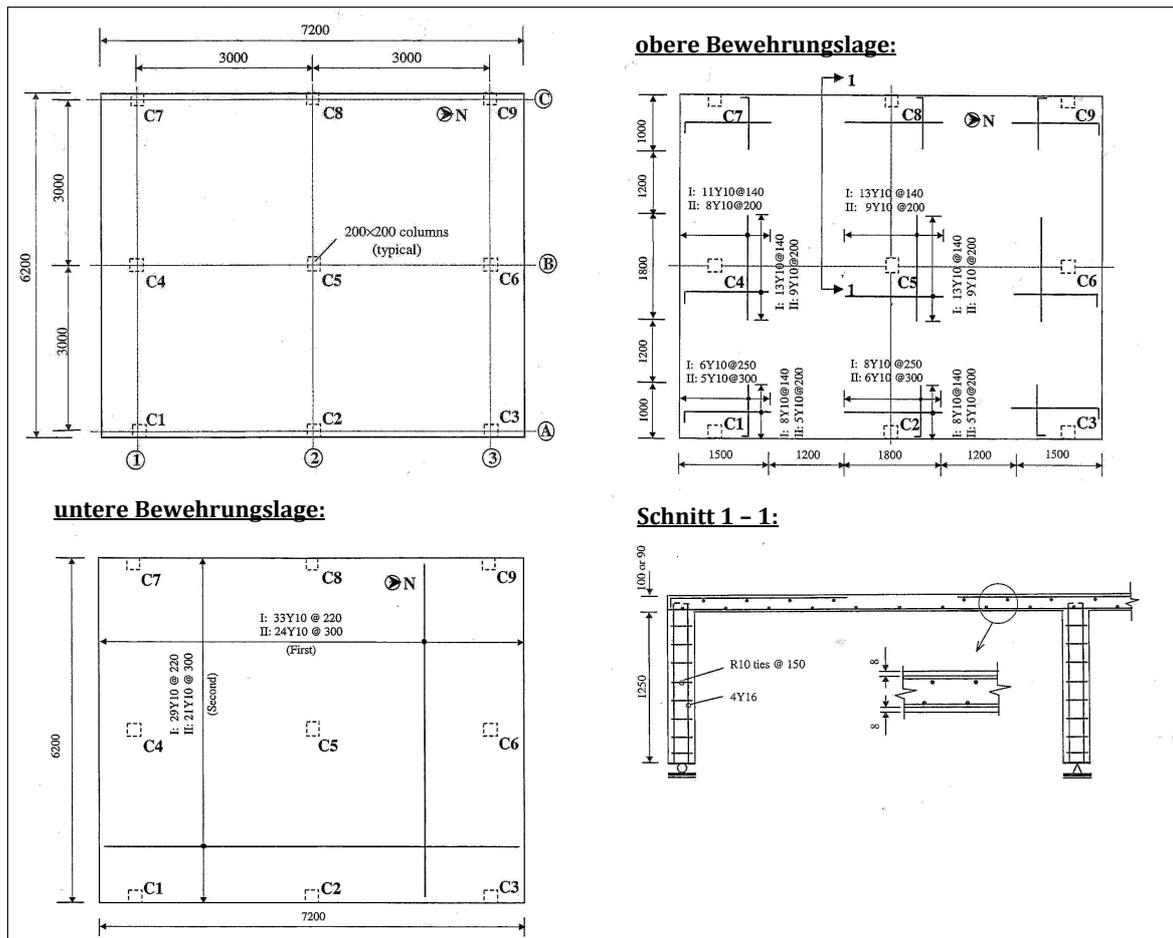


Bild 5.13: Geometrie, Bewehrung der Versuchsplatten (Maße in [mm]); Quelle: Guo, et al. (2002)

Die Abmessungen des Plattensystems wurden mit $\ell_x \times \ell_y = 7,20 \text{ m} \times 6,20 \text{ m}$ gewählt, wobei die Spannweite jedes einzelnen Plattenfelds jeweils 3,00 m betrug. An zwei gegenüberliegenden Plattenseiten wurde eine Auskragung mit 60,0 cm Länge angeordnet. Die verbleibenden zwei Plattenseiten schlossen mit der Außenkante der Stahlbetonstützen ab. Gelagert wurden die Platten auf 1,25 m lange Stahlbetonstützen, welche einen Querschnitt von 20,0 cm \times 20,0 cm aufwiesen. Der Deckenanschluss der Stützen wurde biegesteif hergestellt, wobei die Lagerung am Stützenfuss zwischen gelenkig gelagert und biegesteif eingespannt variierte. Die Deckenplatten wiesen eine Querschnittshöhe von 90 mm bzw. 100 mm auf. Die Betondeckung betrug auf der unteren und auf der oberen Plattenseite 8 mm. In dieser Versuchsreihe wurden zwei Bewehrungsanordnungen näher untersucht: reinforcement layout I und II.

In den hier durchgeführten Versuchsnachrechnungen wurde sich auf vier Plattensysteme (S4 bis S7) beschränkt. Die Modellierung der Flachdecken erfolgte unter Ausnutzung der Doppelsymmetrie der Versuchsplatten. Die Stützenlagerung wurde als linear-elastische Flächenbettung auf der Grundlage der in Abschnitt 6.6.1 getroffenen Modellannahmen idealisiert. Die Höhe der Versuchsplatten wurde mit 36 Einzelschichten erfasst.

Die Belastung der Platten resultierten aus der Platteneigenlast g sowie einer gleichmäßig verteilten, zusätzlichen Auflast q . Der Belastungsbeginn erfolgte bei einem Betonalter von 14 bzw. 15 Tagen, wobei die Platten S6 und S7 einer konstanten Dauerlast bis zu einem Alter von 508 Tagen unterlagen. Die Beanspruchungen der Platten S4 und S5 endet bei einem Betonalter von 776 bzw. 747 Tagen. Die Belastungshöhe sowie die Last-Zeitfunktion der einzelnen Plattensysteme zeigt Bild 5.14. Dabei ist erkennbar, dass die Platte S5 durch eine hohe kurzzeitige Last zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns belastet wurde. Diese wurde bereits 12 Stunden nach der Erstbelastung wieder reduziert. Die relevanten Versuchsparameter sind in Tabelle 5.8 zusammengefasst.

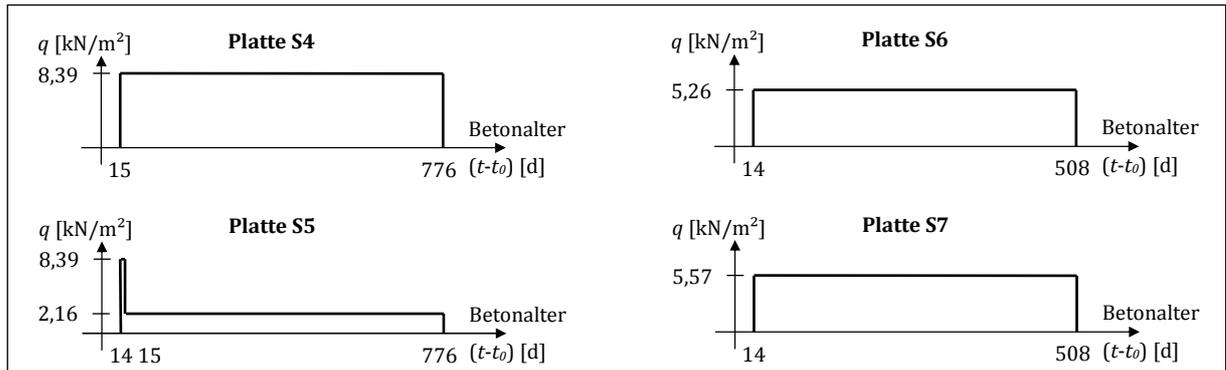


Bild 5.14: Belastungsgeschichte der untersuchten Platten

Tabelle 5.8: Eingangsparameter der untersuchten Plattensysteme; Quelle: Guo, et al. (2002)

Versuchsplatte	Plattendicke h [mm]	Bewehrungsanordnung	Stützenfußlagerung	Maximale Dauerlast $g + q$ [N/mm ²]	Betonalter bei Belastungsbeginn t_0 [d]	Betonalter bei Belastungsende t_∞ [d]
S4	90	I	eingespannt	8,39	15	776
S5	90	I	eingespannt	2,16	14	747
S6	90	II	gelenkig	5,26	14	508
S7	90	II	eingespannt	5,55	14	508

Die Materialkennwerte für die verwendeten Beton- und Stahlsorten wurde in Nebenversuchen messtechnisch ermittelt. Für den Betonstahl ließen sich ein Elastizitätsmodul von $E_s = 219.000 \text{ N/mm}^2$, eine Fließspannung von $f_y = 650 \text{ N/mm}^2$ und eine Bruchspannung von $f_u = 730 \text{ N/mm}^2$ bestimmen. Die Betonkennwerte gibt Tabelle 5.9 wieder, dabei wurde für die S4 und S5 einerseits sowie für die Platten S6 und S7 andererseits jeweils eine identische Betonmischung verwendet. Als Zuschlagstoffe wurden Fein- und Grobsand sowie Kies bis 10 mm Größtkorn bestehend aus gebrochenen Flusskies bzw. Basalt mit angegeben. Infolgedessen erfolgten die Verifikationsrechnungen mit ein Grundwert der Bruchenergie von $G_{F0} = 0,030 \text{ Nmm/mm}^2$. Die angesetzten, zentrischen Zugfestigkeiten basieren in Abhängigkeit der jeweiligen Betondruckfestigkeit auf Gl. (3.5).

Tabelle 5.9: Gemessene Betonkennwerte der Versuchsreihe; Quelle: Guo, et al. (2002)

Materialparameter	Platte S4 und S5		Platte S6 und S7	
	14-Tage-Wert	60-Tage-Wert	14-Tage-Wert	28-Tage-Wert
$f_{c,cyl}$ [N/mm ²]	19,94	28,78	15,37	20,85
E_c [N/mm ²]	22.000	23,15	19.030	21.670
$f_{ct,fl}$ [N/mm ²]	k. A.	k. A.	2,37	2,68

Die Schwinddehnung des Betons der Versuchsplatten S4 und S5 betrug $\varepsilon_{cs}(14d, 776d) = 0,780 ‰$ und die der Platten S6 und S7 $\varepsilon_{cs}(14d, 405d) = 0,565 ‰$ bzw. $\varepsilon_{cs}(14d, 508d) = 0,512 ‰$. Die Kriechzahlen der Platten S4, S5 ergaben sich zu $\varphi(14d, 776d) = 3,60$ und die der Versuchsplatten S6, S7 zu $\varphi(14d, 405d) = 2,59$.

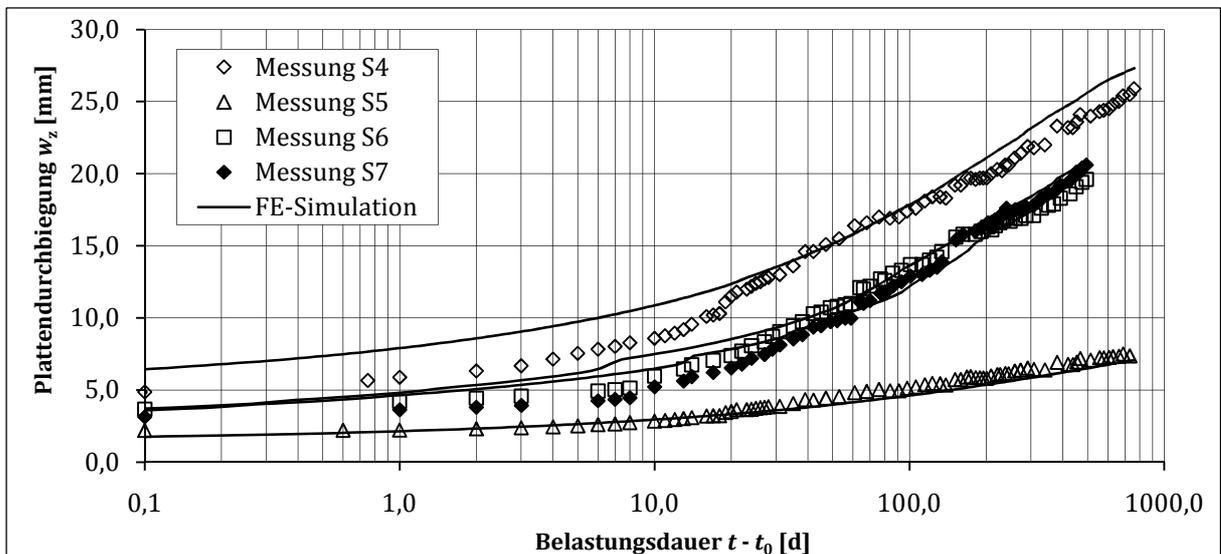


Bild 5.15: Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuche von Guo, et al. (2002)

Die Messergebnisse der experimentell ermittelten Plattendurchbiegungen in Feldmitte sind den Berechnungsergebnissen in Bild 5.15 gegenübergestellt. Alle Platten wiesen zum Endzeitpunkt eine erkennbare Rissbildung auf, welche entsprechend der Beanspruchungshöhe gering bis ausgeprägt war. Mit der Gegenüberstellung der Ergebnisse sind im frühen Betonalter mäßige Abweichungen zwischen den Versuchen und den Berechnungen erkennbar. Dies kann einerseits mit Abweichungen im zeitlichen Verlauf der Betonzugfestigkeit begründet werden. Andererseits ist anzumerken, dass die gemessenen Schwind- und Kriechgrößen in (Guo, et al., 2002) teilweise erhebliche Streuungen aufweisen und temporär von den Werten des gewählten Berechnungsansatzes abweichen. Zum Endzeitpunkt ließ sich jedoch für alle untersuchten Platten eine sehr gute Übereinstimmung feststellen. Die Abweichungen betrugen hierbei 0,2 % (Platte S7) bis 7,4 % (Platte S4). Die Fehler des berechneten Zeit-Verformungsverlaufes bezüglich der gemessenen Werte ergaben sich für die Platte S4 bis S7 mit 9,4 %; 8,1 %; 5,6 %; 9,0 %.

5.8 Zusammenfassung

Zur Überprüfung der Richtigkeit der angewendeten Lösungsmethode wurden Verifikationsrechnungen durchgeführt, die auf numerische Simulationen von Bauteilversuchen basieren. Problembezogen wurden hier Langzeit- und Kurzzeit-Deformationsversuche an ein- und zweiachsig gespannten Stahlbetonplatten sowie punktgestützten Stahlbetonplatten herangezogen. Generell zeigen die Berechnungsergebnisse eine sehr gute bis gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Versuchsergebnissen. Dabei ist festzuhalten, dass die hier erzielten, maximalen Abweichungen von bis zu 15,7 % (Platte D2) in den üblichen Bereichen wirklichkeitsnaher Verformungsvorhersagen von Stahlbetonbauteilen liegen.

Damit lässt sich feststellen, dass mit den verwendeten Stoffgesetzen das Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen im Gebrauchslastbereich bei Kurzzeit- und Dauerbeanspruchung realitätsnah beschrieben werden kann. Das in Abschnitt 3 abgeleitete Materialmodell und dessen numerische Umsetzung kann demzufolge zur Lösung der hier gestellten Problemstellung als geeignet angesehen werden. Es ist jedoch anzumerken, dass die hier erzielten Genauigkeiten nur möglich sind, wenn sowohl die relevanten Materialkenngrößen als auch die Umweltbedingungen im Untersuchungszeitraum bekannt sind. In der Baupraxis ist dies in der Regel nicht der Fall, was wiederum eine höhere Streuung der berechneten Verformungswerte erwarten lässt.

6 Grundlagen der numerischen Untersuchungen

6.1 Allgemeines

Die nachfolgenden Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von punktgestützten Stahlbetondecken basieren auf nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen. Dazu werden in diesem Kapitel die getroffenen Berechnungs- und Modellierungsannahmen näher erläutert und abgegrenzt. Grundsätzlich beziehen sich die weiteren numerischen Analysen auf schlaff bewehrte Flachdecken mit gleichmäßig angeordneten Plattenfeldern. Wobei zugrunde gelegt wird, dass sämtliche Horizontallasten durch gebäudeaussteifende Bauteile aufgenommen werden. Die Berechnungen erfolgen somit ausschließlich mit lotrechten Lasten. Eine in der Praxis notwendige Gebäudeaussteifung bleibt in den Berechnungsmodellen unberücksichtigt. Darüber hinaus werden nur Flachdecken ohne Deckenüberhöhungen und ohne Plattenüberstände betrachtet. Im Abschnitt 7.6.4 wird der vernachlässigbare Einfluss von Plattenüberständen auf die Deckenfelddurchbiegung verdeutlicht.

6.2 Geometrische Randbedingungen

Das Ausgangssystem der numerischen Analysen besteht aus 3×3 Deckenfeldern und weist somit ein Innenfeld sowie Rand- und Eckfelder auf, siehe Bild 6.1. Darin gekennzeichnet sind die geometrischen Randbedingungen der einzelnen Deckenfelder, die Achsmaße ℓ_x und ℓ_y sowie die Plattenquerschnittshöhe h . Im Folgenden wird stets ein biegesteifer Stützenanschluss an die Deckenplatte angenommen, so dass das Achsmaß ℓ_x sowie ℓ_y der effektiven Länge, also der Systemstützweite nach DIN 1045-1, Abs. 7.3.1, entspricht.

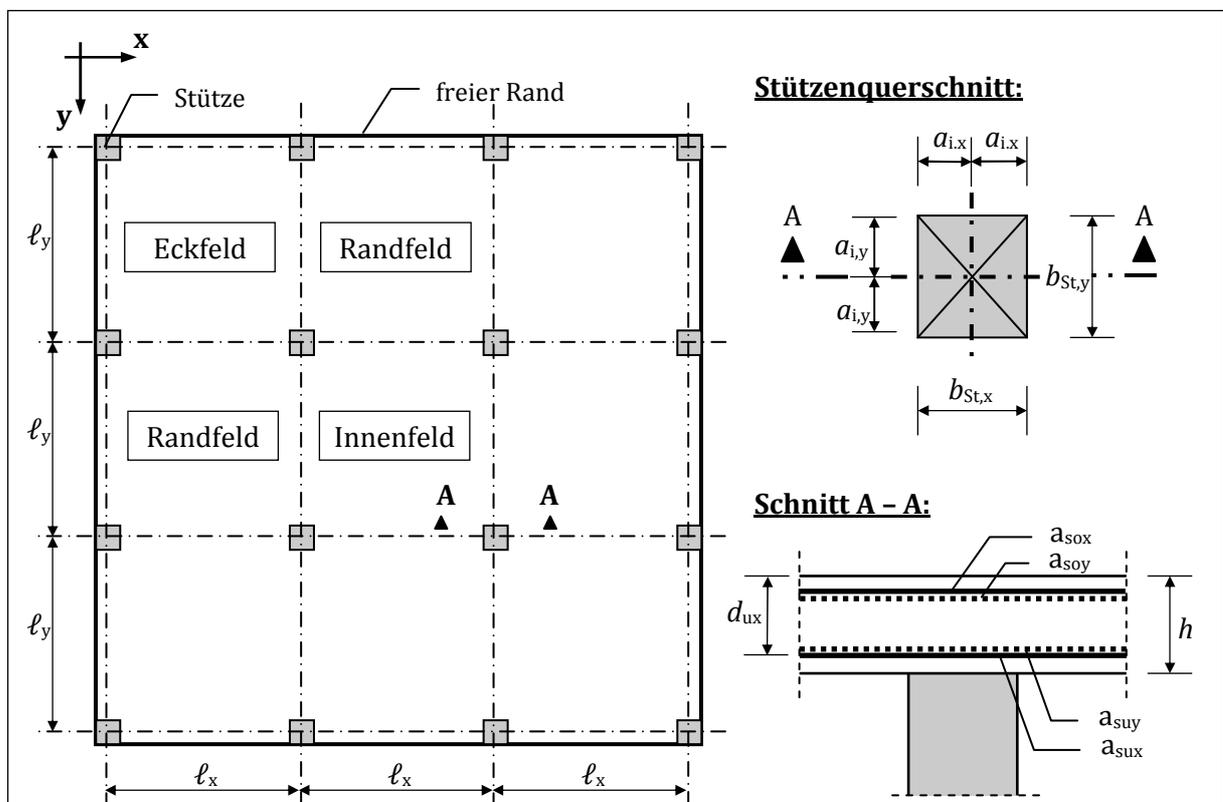


Bild 6.1: Systemskizze der analysierten Flachdecken mit 3×3 Deckenfeldern

6.3 Materialparameter

Zur realitätsnahen Verformungsberechnung von punktgestützten Stahlbetondecken gilt es, die Materialparameter des Betons und der anzuordnenden Bewehrung möglichst praxisnah zu erfassen. Demnach werden entsprechend den Ausführungen der DIN 1045-1 bzw. den vorangegangenen Erläuterungen des Abschnitts 3.2 die Betonkenngrößen als Mittelwerte in Ansatz gebracht. Die anzuordnende Bewehrungsmenge wird auf der Grundlage von Stahlbetonbemessungen sowie erforderlichen, konstruktiven Durchbildungen im Vorfeld der nicht-linearen Systemanalysen festgelegt.

Punktgestützte Stahlbetondecken weisen in der Regel auf der oberen und unteren Plattenseite kreuzweise verlaufende Bewehrungslagen auf, wobei Bewehrungsrichtungen parallel zum Plattenrand angestrebt werden. Entsprechend der DIN 1045-1 sind neben der rechnerisch erforderlichen Feld- und Stützbewehrung, ebenfalls eine Stützbewehrung zur Aufnahme der Mindestmomente sowie eine Abreißbewehrung auf der unteren Plattenseite über den Lasteinleitungsquerschnitt zwingend anzusetzen. Außerdem ist es erforderlich, die hohen Drillbeanspruchungen im Stützenbereich mit der angeordneten Bewehrung aufzunehmen. Ferner ist konstruktiv der Ansatz von einer mindestens 20-prozentigen Querbewehrung in Bezug auf die Bewehrung in Haupttragrichtung und die Anordnung einer Mindestbewehrung in der Zugzone zur Sicherstellung eines duktilen Bauteilverhaltens zu berücksichtigen. Freie Plattenränder sind darüber hinaus mittels Steckbügel zu bewehren und im Stützenbereich ist eine teilweise nicht unerhebliche Querkraft- bzw. Durchstanzbewehrung anzuordnen. Weiterhin sind die Angaben der DIN 4102-4 zum konstruktiven Bewehren der Stützstreifen von Flachdecken zu berücksichtigen, um den Anforderungen des Brandschutzes zu genügen. Ausführliche und praxisnahe Bemessungsbeispiele hierzu geben unter anderem Avak (2002) und Litzner (2003) an.

Die vorangegangenen Ausführungen lassen erkennen, dass die Bewehrungsführung bei Flachdeckenkonstruktionen komplex ist und eine Vielzahl von Anforderungen Berücksichtigung finden müssen. Im Rahmen dieser Arbeit wird es jedoch angestrebt, eine möglichst einheitliche und einfache Bewehrungsanordnung in den Finite-Elemente-Modellen zu implementieren, um umfassende Variantenrechnungen durchführen zu können. Dahingegen soll dennoch den Anforderungen der technischen Regelwerke entsprochen werden, um einen möglichst nahen Praxisbezug zu gewährleisten. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden daher die Bewehrungsparameter anhand von ca. 400 normkonformen Stahlbetonbemessungen (gemäß DIN 1045-1) abgeleitet. Dabei wurden die rechnerisch notwendigen Bewehrungsmengen im Grenzzustand der Tragfähigkeit mittels des Finite-Elemente-Programms *InfoCAD* ermittelt und auf Grundlage dessen und unter Berücksichtigung der konstruktiven Durchbildung die Stabdurchmesser, -abstände und -lagen festgelegt. Die gewählte Bewehrungsführung ist in allgemeiner Form als Bewehrungsplan in Anhang B dargestellt. Weiterhin wird dort auf den jeweiligen Normenbezug verwiesen.

Unberücksichtigt blieben in den Bemessungen sowohl eine Beschränkung der Rissbreiten als auch eine Erfassung einer Brandbeanspruchung nach DIN 4102-22. Ebenfalls fand die modellhafte Implementierung einer Durchstanz- bzw. Querkraftbewehrung als auch die Untersuchung deren technischer Ausführbarkeit im Rahmen dieser Arbeit keine Berücksichtigung. Querkraftbewehrungen, beispielsweise in Bügelform, wirken sich mit Hinblick auf eine Umschnürungswirkung positiv auf das Verformungsverhalten von Betonbauteilen aus. Im Bereich von Gebrauchslasten ist ihr Einfluss auf die Bauteildurchbiegung jedoch als vernachlässigbar gering zu bewerten.

Des Weiteren wird der Einfluss der Übergreifungslängen der Biegezugbewehrung hier nicht explizit erfasst. Es wird unterstellt, dass im Bereich eines Übergreifungsstoßes der höhere Bewehrungsquerschnitt sich positiv auf das Verformungsverhalten auswirkt und eine Vernachlässigung jeweils zu den ungünstigeren Verformungswerten führt.

6.4 Lastannahmen

6.4.1 Einzellastfälle

Die durchgeführten numerischen Untersuchungen beschränken sich auf Flachdeckensysteme des üblichen Hochbaus. Dementsprechend werden die Lastannahmen nach DIN 1055 zugrunde gelegt. Berücksichtigt werden dabei sowohl die ständigen Einwirkungen aus Eigenlast nach DIN 1055-1 (2002-06) als auch die veränderlichen Einwirkungen aus vorwiegend ruhenden Nutzlasten gemäß DIN 1055-3 (2006-03).

Der Lastfall **Eigenlast** $g_{k,1}$ berücksichtigt die Eigenlast der Stahlbetonplatte. Vereinfacht wird hierbei die Wichte von Stahlbeton mit $\gamma = 25,0 \text{ kN/m}^3$ gemäß DIN 1055-1 zugrunde gelegt.

Der Lastfall **Ausbaulast** $g_{k,2}$ beinhaltet die ständigen Lasten aus Fussböden, abgehängten Decken sowie Gebäudeausrüstungen. Die Beanspruchungshöhe wurde als obere Grenze und damit auf der sicheren Seite liegend mit $g_{k,2} = 2,0 \text{ kN/m}^2$ angesetzt.

Die Höhe der anzusetzenden **Verkehrslast** q_k folgt entsprechend DIN 1055-3 aus der Art der Nutzung, siehe Tabelle 6.1. Im Rahmen der vergleichenden Untersuchungen wird sowohl eine Nutzlast der Kategorie B mit $2,0 \text{ kN/m}^2$ als unterer Wert der Beanspruchungsgröße als auch eine Nutzlast der Kategorien C-D mit $5,0 \text{ kN/m}^2$ als oberer Wert der Verkehrslast im üblichen Hochbau in Ansatz gebracht. Dabei ist bei Nutzlasten kleiner als $5,0 \text{ kN/m}^2$ ein Trennwandzuschlag von mindestens $0,8 \text{ kN/m}^2$ mit in Rechnung zu stellen.

Tabelle 6.1: Zusammenfassung möglicher Verkehrslasten auf Deckenplatten nach DIN 1055-3

Kategorie	Nutzungsart	Flächenlast q_k [kN/m^2]
A	Spitzböden, Wohn- und Aufenthaltsräume	1,0 – 2,0
B	Büro- und Arbeitsflächen	2,0 – 5,0
C	Versammlungsräume	3,0 – 5,0
D	Verkaufsräume	2,0 – 5,0
E	Fabriken, Werkstätten, Lagerräume, Flächen mit erheblich Menschenan- sammlungen	5,0 – 7,5 ^{*)}

^{*)} anzusetzende Mindestwerte

Die betrachteten Lastfälle der Nutzlasten ergeben sich damit zu:

- 1.) Lastfall *Geringe Nutzlast*: $\min q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2 + 0,8 \text{ kN/m}^2 = 2,8 \text{ kN/m}^2$
- 2.) Lastfall *Hohe Nutzlast*: $\max q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$

Der Ansatz einer Verkehrslast der Kategorie E mit Belastungen größer als $5,0 \text{ kN/m}^2$ erscheint zur Erreichung der abschließenden Zielstellung dieser Arbeit – die Ableitung eines Biegeschlankheitskriteriums für Flachdecken – als nicht zweckmäßig. Die in Tabelle 6.1. dargestellten Werte der Kategorie E stellen lediglich Mindestwerte dar und können in der Baupraxis durchaus höhere Beanspruchungen annehmen. Daher ist es in diesem Fall vorzuziehen die zulässigen Verformungen durch eine direkte Berechnung nachzuweisen.

6.4.2 Lastfallkombinationen

Die anzusetzenden Einwirkungskombinationen ergeben sich aus der Kombination der Einzellastfälle, wobei die oben genannten Verkehrslasten getrennt betrachtet werden. Die maßgeblichen Lastfallkombinationen lauten somit:

- 1.) Lastfallkombination 1: Eigenlast $g_{k,1} \oplus$ Ausbaulast $g_{k,2} \oplus$ Geringe Nutzlast $\min q_k$
2.) Lastfallkombination 2: Eigenlast $g_{k,1} \oplus$ Ausbaulast $g_{k,2} \oplus$ Hohe Nutzlast $\max q_k$

Die Kombination der Einzellastfälle regelt die DIN 1055-100 (2001-03), wobei in den Grenzzustand der Tragfähigkeit und in den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zu unterscheiden ist. Die Bemessung der Stahlbetonplatten erfolgt im *Grenzzustand der Tragfähigkeit* unter Berücksichtigung feldweise aufgebrachtener Verkehrslasten und der Einwirkungskombination einer ständigen und vorübergehenden Bemessungssituation nach Gl. (6.1).

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot g_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot q_{k,i} \right\} \quad (6.1)$$

Die zugehörigen Werte der Teilsicherheitsfaktoren γ sowie der Kombinationsfaktoren ψ sind der DIN 1055-100 zu entnehmen.

Nach DIN 1045-1 und DIN 1055-100 ist die Berechnung und Begrenzung von Bauteilverformungen im *Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit* durchzuführen. Dabei werden die Beanspruchungskombinationen nach Gl. (6.2) und Gl. (6.3) maßgeblich. Entsprechend DIN 1055-100 ergibt sich unter Vernachlässigung der Einwirkungen aus Vorspannung der Bemessungswert der Beanspruchung E_d für die quasi-ständige Kombination mit:

$$E_{d,perm} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} g_{k,j} \oplus \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot q_{k,i} \right\} \quad (6.2)$$

Der Bemessungswert der seltenen Einwirkungskombination folgt aus:

$$E_{d,rare} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} g_{k,j} \oplus q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot q_{k,i} \right\} \quad (6.3)$$

Bezüglich Gl. (6.2) ist zur Berücksichtigung von quasi-ständig wirkenden Verkehrslasten der Anteil der veränderlichen Last q_k stets mit dem Kombinationsbeiwert $\psi_{2,i}$ nach DIN 1055-100, Tabelle A.2 abzumindern. Demnach ist für Nutzlasten der Kategorie A und B der Beiwert $\psi_{2,i} = 0,3$ anzusetzen, für die Kategorie C und D gilt $\psi_{2,i} = 0,6$. Für eine seltene Beanspruchung entfällt die Anwendung des Kombinationsbeiwertes, da nachfolgend lediglich *eine* veränderliche Größe in Ansatz – die Nutzlast – gebracht wird.

Besonders schwierig gestaltet sich bei der realitätsnahen Vorhersage der Langzeitverformungen von Stahlbetonbauteilen die wirklichkeitsnahe Beschreibung des zu erwartenden Last-Zeitverlaufs. Vereinfachend dürfen – gemäß DIN 1045-1 und DIN-EN-1992-1-1 – Verformungsberechnungen auf der Grundlage einer quasi-ständigen Beanspruchungskombination erfolgen. Dabei gibt der quasi-ständige Wert der veränderlichen Einwirkung den zeitlichen Mittelwert an, welcher mit einer Häufigkeit von 50 % unter- bzw. überschritten wird (vgl. DIN 1055-100). Somit ist zu beachten, dass durch den Ansatz eines zeitlichen Mittelwertes das Auftreten von Extremwerten (seltene Einwirkungen) nicht ausgeschlossen werden kann. Eine seltene Einwirkungskombination ist dagegen definiert als diejenige Einwirkung, welche mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % innerhalb eines Jahres nicht überschritten wird bzw. nicht mehr als einmal in 50 Jahren überschritten bzw. erreicht wird. Aufgrund der Beanspruchungshöhen bewirken seltene Beanspruchungen in der Regel eine deutliche Abnahme der Bauteilsteifigkeit infolge Riss-

bildung und können sich somit nachhaltig auf die Langzeitverformung von Stahlbetonbauteilen auswirken.

Zum Ansatz der unterschiedlichen Einwirkungskombinationen existieren in der Fachliteratur verschiedene Auffassungen. Mertzsch (2003) führte Überlegungen zum Ansatz einwirkender Beanspruchungskombinationen bezüglich der Höhe und der zeitlichen Entwicklung der Betonzugfestigkeiten durch und leitete daraus zwei unterschiedliche Berechnungsansätze ab. Demnach dürfen die Langzeitverformungen unter Ansatz einer quasi-ständigen Beanspruchungskombination berechnet werden, wenn entweder eine reduzierte Querschnittssteifigkeit auf der Grundlage der seltenen Beanspruchungskombination und der 28-Tage-Zugfestigkeit in Ansatz gebracht oder aber eine abgeminderte Betonzugfestigkeit zugrunde gelegt wird.

Im Probabilistic Model Code (JCSS; 2003) werden hingegen probabilistische Verfahren und Modelle vorgestellt, die Angaben zur Lastwechselrate, ständig und intermittierend wirkende Lastanteile sowie Parameterstreuungen enthalten. Eine Implementierung dieser Lastmodelle führt in der Regel zu einem enormen Anstieg der Berechnungsdurchgänge, da zahlreiche Lastkombinationen zu berücksichtigen sind. Daher sind diese eher für numerische Untersuchungen von Einzelbauteilen geeignet.

Hausmann (2007) führte auf der Grundlage des JCSS (2003) probabilistische Verformungsuntersuchungen an einfeldrigen Spannbetontträger durch und analysierte verschiedene Last-Zeit-Verläufe unter Berücksichtigung der Streuung von Materialkennwerten und unter Ansatz einer abgeminderten, zeitlich konstanten Betonzugfestigkeit. Daraus ließen sich vereinfachend Äquivalenzlasten ableiten, welche zu identischen Kriechverformungen bzw. zu identischen Extrem- und Momentanwerten der Bauteilverformung führten. Dabei wird es dennoch notwendig wiederholte Berechnungen an einzelnen Systemen durchzuführen, um die maximale bzw. relevante Plattenverformung zu ermitteln.

Im Rahmen dieser Untersuchungen werden daher auf der Grundlage deterministischer Analysen folgende Berechnungsannahmen zugrunde gelegt: Über den gesamten Betrachtungszeitraum wird eine konstant wirkende, quasi-ständige Beanspruchung gemäß DIN 1055-100 in Ansatz gebracht. In diesem Zusammenhang wird näherungsweise angenommen, dass die zeitliche Verteilung der Nutzlast auf das räumliche System übertragen werden kann. So dass von einer gleichmäßigen, über alle Deckenfelder verteilten, veränderlichen Einwirkung ausgegangen wird. Eine Berücksichtigung der seltenen Beanspruchung erfolgt zum Zeitpunkt der Lastaufbringung bei $t = t_0 = 28$ d. Zusätzlich wird in den Berechnungen eine zeitlich veränderlichen Betonzugfestigkeit nach Abschnitt 3.2.2.2 berücksichtigt. Damit gilt zum Zeitpunkt der seltenen Einwirkung $f_{ct,eff} = f_{ctm}$. Es wird zusätzlich angenommen, dass die seltenen Beanspruchungen kurzzeitig einwirken und somit keinen signifikanten Anteil an den Kriechverformungen liefern.

6.5 Modellierung der Systemeigenschaften

Die numerische Umsetzung und Diskretisierung der betrachteten Flachdecken wurde bereits in Abschnitt 4 beschrieben, daher soll an dieser Stelle lediglich auf die zu erfassenden Randbedingungen der Parameteruntersuchung hinsichtlich ihrer Systemeigenschaften eingegangen werden. Wie bereits erwähnt, ließen sich die Stahlbetonplatten durch geschichtete Schalelemente in den Finite-Elemente-Modellen idealisieren. Dazu wurde es notwendig, die zuvor ermittelten Bewehrungsparameter zu implementieren. Diesbezüglich wurden die Finite-Elemente-Modelle in 16 Bereiche unterschiedlicher Bewehrungsquerschnitte aufgeteilt und die individuelle Bewehrungslage und -querschnittsfläche mit angepasster Schichtenfolge erfasst. Dies erfolgte aufgrund der Vielzahl der zu untersuchenden Modelle mittels eines selbst entwickelten Implementierungsalgorithmus mit dessen Hilfe sich die Schichtenmodelle aus den Bemessungsvorgaben interaktiv erstellen ließen.

Die Größe der analysierten Systeme variiert vor allem in Abhängigkeit der Stützweiten. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Modelle mit 24.000 bis 170.000 Freiheitsgraden berechnet. Aufgrund

der komplexen Materialmodellierung und den hohen Anforderungen an die Netzfeinheit sowie den Konvergenzkriterien waren zur Berechnung von Einzelmodellen mehrere Tage Rechenzeit notwendig. Um die angestrebten Variantenrechnungen trotz zur Verfügung stehender Mehrprozessoren-Rechner im vertretbaren zeitlichen Rahmen realisieren zu können, wurde es notwendig die Doppelsymmetrie der untersuchten Flachdeckensysteme auszunutzen und lediglich ein Deckenviertel zu berechnen. Bild 6.2 zeigt beispielhaft ein Finite-Element-Modell unter Ausnutzung der zweiachsigen Symmetrie mit den Bereichen unterschiedlich geschichteter Schalenelemente in Analogie zu den Bewehrungsplänen in Anhang B.

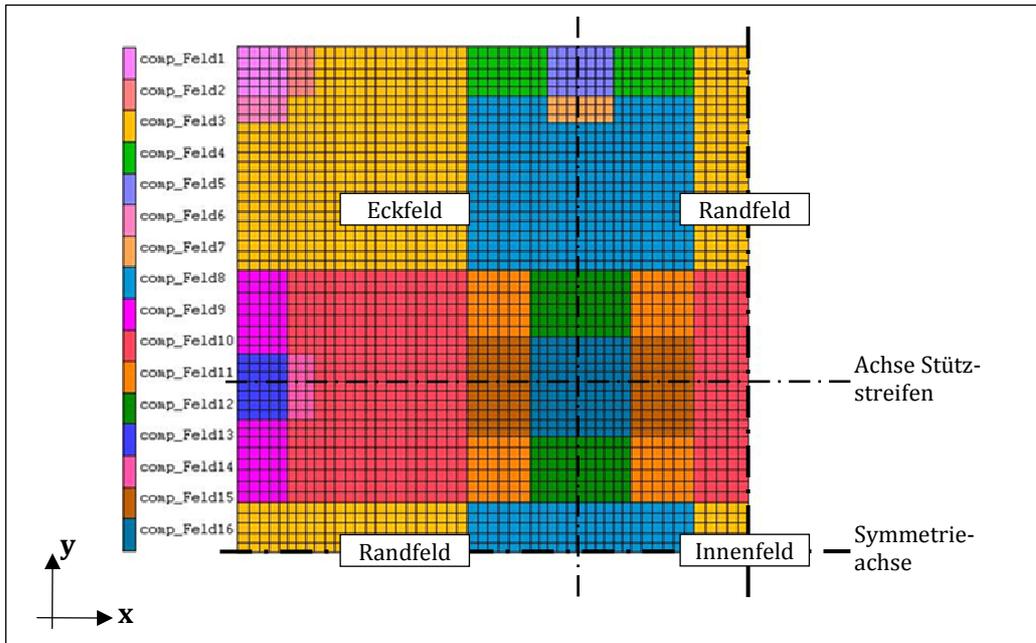


Bild 6.2: Prinzipielle FE-Modellierung der analysierten Stahlbeton-Flachdecken unter Ansatz von Symmetrie-Randbedingungen

6.6 Untersuchungen zur Modellierung der Auflagerungsbedingungen

6.6.1 Stützen ohne Stützenkopfverstärkung

Zur Idealisierung der Plattenlagerung auf Stützen ohne Stützenkopfverstärkung stehen verschiedene Möglichkeiten der Finite-Elemente-Modellierung zur Verfügung, siehe unter anderem Wegner (1978), Ramm, et al. (1985), Meleka (1995), Cramer (1999), Rombach (2000), Werkle (2000, 2008). Nachfolgend werden signifikante Modellierungskonzepte herausgestellt und mit Blick auf die sich hier ergebende Problemstellung kurz erörtert. Vorab ist jedoch anzumerken, dass die Schnittgrößen auf der Grundlage der Plattentheorie im Stützenbereich nicht exakt bestimmt werden können, da im Auflagerbereich ein ausgeprägter dreidimensionaler Spannungszustand vorherrscht. Dies zeigte unter anderem Rombach (2000) anhand von Vergleichsrechnungen an dreidimensionalen Volumenmodellen. In der Bemessungspraxis haben sich jedoch Stützenidealisationen im Zuge der Plattentheorie als ausreichend genau bewährt, so dass insbesondere im Hinblick auf den Rechenaufwand hierauf zurückgegriffen wird. Eine Übersicht über mögliche Modellierungsvarianten gibt Bild 6.3.

Die einfachste Form der Stützenmodellierung besteht in der **Punktlagerung**. Diese kann unverschieblich oder elastisch gebettet umgesetzt werden, siehe Bild 6.3 a). Hinreichend bekannt ist dabei das Problem der singulären Schnittgrößen im Auflagerpunkt im Rahmen der Plattentheorie nach *Kirchoff* bzw. *Reissner*. Infolge der Singularität ist zur Berücksichtigung der Stützenbiegesteifigkeit die Anordnung einer einzelnen Drehfeder nicht zulässig. Die Stützenmodellierung als Punktlager findet in der Praxis aufgrund der einfachen Handhabung jedoch häufig Anwendung und ist unter bestimmten Voraussetzungen durchaus als geeignet anzusehen.

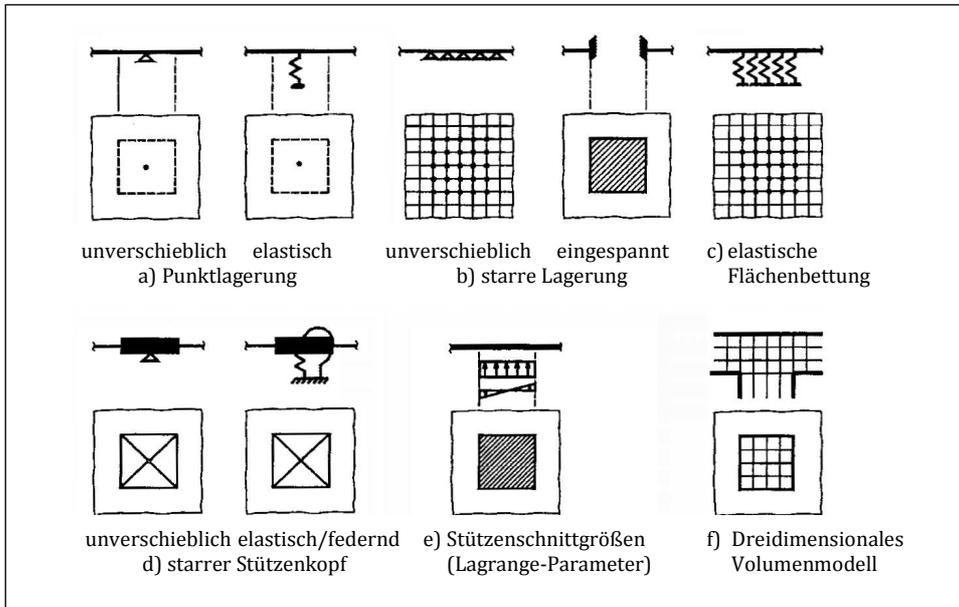


Bild 6.3: Modellierungsansätze zur Beschreibung punktförmiger Lagerungen; Quelle: (Werkle, 2008), leicht modifiziert

Erfolgt die Ermittlung des Anschnittsmomentes am Ort des Stützenrandes, so lassen sich für schlanke Stützen $b_{St}/\ell \leq 0,10$ sinnvolle Bemessungsmomente ermitteln. Dies zeigen unter anderem Vergleichsrechnungen von Ramm, et al. (1985) und Rombach (2000). Eine Integration der Momentenfläche über der Stütze liefert hier ebenfalls bemessungsrelevante Stützmomente. Im Allgemeinen sollte dabei die Netzdiskretisierung aufgrund des singulären Verhaltens nicht zu klein gewählt werden. Eine elementtypenabhängige Netzdiskretisierung von einem Element je Stützenquerschnittsviertel ist für linear-elastische Schnittgrößenermittlungen meist zielführend. Bei genaueren numerischen Untersuchungen von Deckenfeldverformungen – insbesondere bei der Berücksichtigung physikalischer Nichtlinearitäten – ist eine punktförmige Lagerung in nur einem Knoten jedoch als ungeeignet anzusehen. Es können weder die Bettungsbreiten noch die notwendigerweise zu berücksichtigende Biegesteifigkeit der anschließenden Stütze erfasst werden. Darüber hinaus führen die auftretenden Singularitäten mitunter zu erheblichen Konvergenzschwierigkeiten.

Das Auftreten singulärer Größen kann unter Ansatz einer **elastischen Flächenbettung** im Stützenkopfbereich der Platte [Bild 6.3 c)] vermieden werden. Eine Verfeinerung des Finite-Elemente-Netzes im Bereich der Bettung ist hier sinnvoll. In Abhängigkeit des Elementtyps sollten wenigstens vier Elemente zur Beschreibung der Bettungsfläche verwendet werden. Die Bettungsziffer c kann sowohl aus der Stützenlängssteifigkeit als auch aus der Stützenbiegesteifigkeit bestimmt werden. Die Bettungsziffer c_z infolge der Vertikalsteifigkeit der Stütze resultiert aus Gl. (6.4).

$$c_z = \frac{E_{c,St}}{\ell_{St}} \quad (6.4)$$

Unter Berücksichtigung der Stützenbiegesteifigkeit ergibt sich die Bettungsziffer c_φ für eine gelenkige Lagerung der Stütze aus Gl. (6.5) und für eine Einspannung am Stützenfußpunkt aus Gl. (6.6) (vgl. Rombach, 2000; Werkle, 2000, 2008).

$$c_\varphi = 3 \cdot \frac{E_{c,St}}{\ell_{St}} \quad (6.5)$$

$$c_\varphi = 4 \cdot \frac{E_{c,St}}{\ell_{St}} \quad (6.6)$$

Für den allgemeinen Fall kann die Bettungsziffer c_φ mit Gl. (6.7) beschrieben werden, worin Φ den Einspanngrad am Stützenfuß definiert. Dabei gilt $0 \leq \Phi \leq 1$.

$$c_\varphi = (3 + \Phi) \cdot \frac{E_{c,St}}{\ell_{St}} \quad (6.7)$$

Schließen zwei Stützen – aus dem Unter- und Obergeschoss – in einem Punkt an die Deckenplatte an, so kann die höhere Bettungssteifigkeit durch die Addition der Bettungsmodule der Einzelstützen erfasst werden.

Die Schnittkraftermittlung erfolgt in der Finite-Elemente-Rechnung im Allgemeinen bezogen auf die Plattenmittelfläche, womit die Bettungsziffern ebenfalls hierauf zu beziehen sind. Nach Bild 6.4 ergibt sich die Einwirkungsfläche der Stützenbettung in Höhe der Plattenmittelfläche aus dem Ansatz eines Lastausbreitungswinkels von 45° .

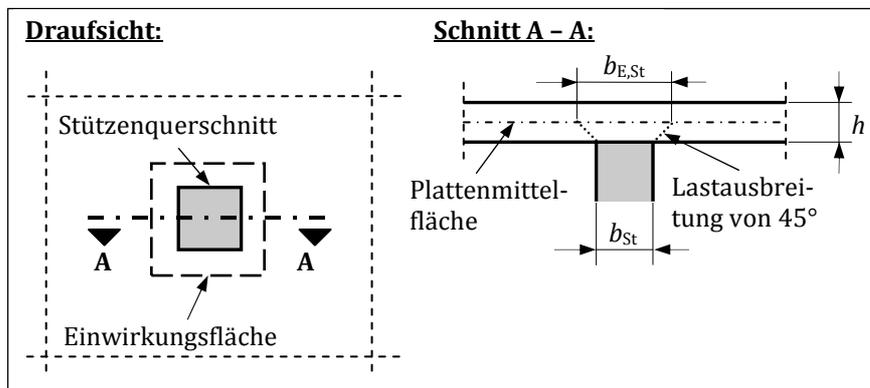


Bild 6.4: Einwirkungsfläche der Auflagerung punktgestützter Platten

Die Gleichungen (6.4) und (6.7) sind somit mit dem Verhältnis der zugehörigen Querschnittskennwerten zu erweitern. Unter Ansatz der Stützen-Vertikalsteifigkeit folgt mit dem Verhältnis der Stützenquerschnittsfläche und der Einwirkungsfläche Gl. (6.8). Unter Berücksichtigung der Stützen-Biegesteifigkeit ist das Verhältnis der Flächenmomente 2. Grades der Stützflächen in Ansatz zu bringen, siehe Gl. (6.9).

$$c_z = \frac{E_{c,St}}{\ell_{St}} \cdot \frac{A_{St}}{A_B} \quad (6.8)$$

$$c_\varphi = (3 + \Phi) \cdot \frac{E_{c,St}}{\ell_{St}} \cdot \frac{I_{i,St}}{I_{i,B}} \quad (6.9)$$

Der Index i gibt dabei das Trägheitsmoment in den Hauptspannungsrichtungen der Platte im Bereich des Stützenquerschnittes an. Die Richtungen der Hauptspannungen können im Rahmen nicht-linearer Finite-Elemente-Rechnungen jedoch variieren. Da nicht-rotationssymmetrische Stützenquerschnitte richtungsabhängige Querschnittskennwerte aufweisen, müssen streng genommen die Hauptspannungen im Stützenbereich der Platte im Vorfeld einer Rechnung bekannt sein oder aber die Bettungszahl ist im Laufe einer Rechnung iterativ anzupassen. Eine weitere Schwäche dieses Modellierungsansatzes liegt in der Inkonsistenz bei der Ermittlung der Bettungsziffer. Diese lässt sich lediglich getrennt bestimmen entweder für die Stützenvertikalsteifigkeit oder für die Stützenbiegesteifigkeit. Problembezogen wird an dieser Stelle häufig der Ansatz der Stützenbiegesteifigkeit dem Vorrang gewährt.

Vorteilhaft wirkt sich hingegen die einfache Erfassung der realen Stützweite durch die flächige Stützenidealisation aus. Dieser Modellierungsansatz ist generell als robust anzusehen und in den Finite-Elemente-Modellen leicht zu implementieren, wodurch er sich insbesondere für nicht-lineare Analysen eignet.

Die Modellierung einer **starrten Lagerung** nach Bild 6.3 b) wird von Ramm, et al. (1985) für Stützen mit einer Abmessung von $b_{St}/\ell > 0,2$ vorgeschlagen. In Bezug auf die angeschlossene Platte handelt es sich hierbei um sehr steife und dicke Stützen. Eine Auswertung der Schnittkräfte ist lediglich am Stützenrand gegeben. Für Verformungsberechnungen ist die mögliche Erfassung der Bettungsbreite hier als positiv zu bewerten.

Ebenfalls besteht die Möglichkeit der Auflageridealisation in der Modellierung einer **punktförmigen Lagerung eines starren Stützenkopfes**, siehe Bild 6.3 d). Diese kann unverschieblich oder elastisch gebettet im Starrkörperschwerpunkt erfolgen. Bei diesem Modellierungskonzept ist neben der Ausbildung der Bettungsfläche die Abbildung der Stützenbiegesteifigkeit durch Ansatz einer Drehfeder gegeben. Anzumerken ist jedoch, dass die Biegemomente im Bereich des Starrkörpers konstant verlaufen und im Anschlussbereich der Deckenplatte erhebliche Störungen der Schnittgrößen infolge der stark unterschiedlichen Elementsteifigkeiten auftreten können. Dies beeinflusst das Konvergenzverhalten bei nicht-linearen Strukturanalysen negativ.

Cramer (1999) schlägt zur Modellierung der Stützung die Berücksichtigung der **Stützenschnittgrößen als Nebenbedingung** bei der Formulierung der Finiten-Plattenelemente vor, siehe Bild 6.3 e). Dabei gilt es den quadratischen Fehler zwischen dem linearen Verschiebungsverlauf in der Stütze und den Verschiebungsansatzfunktionen der Plattenelemente zu minimieren. Eine konsistente Modellierung der Stützen ist damit für zweidimensionale Deckenmodelle möglich. Im Bereich der physikalisch nicht-linearen Berechnung bleiben allerdings Fragen zur korrekten Erfassung der Lagrange-Parameter hinsichtlich Rissbildung und Betonkriechen offen.

Eine exakte Modellierung des Stützenanschlusses stellt ein **dreidimensionales Volumenmodell** [Bild 6.3 f)] dar. Dabei werden Deckenplatte und Stütze räumlich und bezüglich ihrer Steifigkeiten korrekt erfassen. Außerdem ist die Abbildung eines dreidimensionalen Spannungszustandes möglich. Im Gegensatz dazu ist die Modellierung sowie die Berechnung dieser Modelle äußerst zeitintensiv und es bedarf der Formulierung eines dreidimensionalen Stoffgesetzes. Hinsichtlich nicht-linearer Strukturanalysen ist diese Modellierungsform aufgrund des enormen Rechenaufwandes eher für Detailbetrachtung und für überschaubare Tragsysteme geeignet.

Zur konsistenten Modellierung von Stützen stellt Werkle (2000) ein **Koppelfedermodell** vor. Dabei wird die Stütze durch einen eindimensionalen Stab idealisiert, an dessen Endknoten die Elementknoten der Bettungsfläche (Einwirkungsfläche) der Platte arbeitsäquivalent gekoppelt sind. Damit kann sowohl die Stützenlängssteifigkeit als auch die Biegesteifigkeit der Stütze unter Vermeidung von Singularitäten berücksichtigt werden. Die von Werkle (2000) getätigten Vergleichsrechnungen zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen des Koppelfedermodells und der Stützenmodellierung mittels elastischer Flächenbettung. Dabei wird darauf hingewiesen, dass dies für Eck- und Randstützen nur zutrifft, wenn die Ermittlung der Bettungszahl auf der Grundlage der Stützenbiegesteifigkeit erfolgt. Nachteilig ist die etwas aufwendigere Implementierung des Koppelfedermodells zu bewerten, da die Steifigkeiten der Koppelfedern für jeden Elementknoten angepasst werden müssen.

In dieser Arbeit wird zur Idealisierung der Plattenlagerung auf Stützen ohne Stützenkopfverstärkung dem Modellierungskonzept der elastisch, flächig gebetteten Platte dem Vorrang gegeben. Ausgegangen wird dabei von einer zeitlich konstanten Stützensteifigkeit.

6.6.2 Stützen mit Stützenkopfverstärkung

Zur Modellierung von Stützen mit Stützenkopfverstärkung sind auf der Grundlage der vorangegangenen Modellierungskonzepte weitere Betrachtungen notwendig. Häufig werden zur linear-elastischen Schnittkraftermittlung im Rahmen der Finite-Elemente-Analyse Stützenkopfverstärkungen durch exzentrisch angeordnete **Elemente mit erhöhter Dicke** abgebildet. Die punktförmige Plattenlagerung kann nach den vorangegangenen Ausführungen als starre oder gebettete Punktlagerung oder mittels elastischer Flächenbettung im Bereich des Stützenquerschnittes

erfolgen. Für nicht-lineare Verformungsanalysen erscheint dieser Näherungsansatz jedoch als zu grob, da insbesondere hohe Stützenköpfe durch die Modellierung mit Plattenelementen nicht korrekt abgebildet werden können, vgl. Abschnitt 4.2.

Im Gegensatz dazu besteht bei der Abbildung einer konstanten Deckenplattenhöhe die Möglichkeit der **elastischen Bettung der Einwirkungsfläche der Stützenkopfverstärkung**. Der Ansatz einer über die Stützbreite konstanten Flächenbettung ist hingegen hier nicht mehr zielführend, da dann auf der Grundlage von Gl. (6.9) unter Berücksichtigung der Stützenbiegesteifigkeit eine realitätsferne Abminderung der Bettungszahl c_φ resultiert. Weiterhin wird der Bettungsmodul außerhalb des Stützenquerschnitts insbesondere durch die Ausbildung des Stützenkopfes und dem daraus resultierenden Lastabtrag bestimmt. Ein variabler Bettungsmodul in Bezug auf den Abstand des Schwerpunkts des Stützenquerschnitts ermöglicht das näherungsweise Erfassen dieser Tragwirkung. Jedoch ist die Größe als auch der Verlauf der Bettungsziffer insbesondere bei nicht-linearen Analysen kaum realitätsnah abzuschätzen.

In exakter Form kann mit einem **dreidimensionalen Volumenmodell** der Anschluss einer Stützenkopfverstärkung beschrieben werden. Wie in Abschnitt 6.6.1 ausgeführt, ist die räumliche Ausmodellierung sowie die Erfassung der einzelnen Bauteilsteifigkeiten in korrekter Weise möglich. Die Nachteile liegen auch hier in dem erhöhten Modellierungs- und Rechenaufwand.

Da die vorgestellten Modellierungsansätze zur Beschreibung eines verstärkten Stützenkopfan schlusses bezüglich nicht-linearer Strukturanalysen in verschiedener Hinsicht unbefriedigend sind, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein eigenes, **gemischtes Modellierungskonzept** entwickelt. Dieses weist dieselbe Qualität der angewandten Stützenmodellierung *ohne* Stützenkopfverstärkung auf und gewährleistet somit die *direkte Vergleichbarkeit* der Berechnungsergebnisse. Das Modellierungskonzept besteht aus der Beschreibung der Deckenplatte mittels zweidimensionalen geschichteten Schalenelementen und der Idealisierung der Stützenkopfverstärkung durch dreidimensionale Volumenelemente. Dabei wird der Stützenanschluss an die modellierte Stützenkopfverstärkung durch eine elastische Flächenbettung erzielt. Die Koppelung zwischen den Platten- und Volumenelementen erfolgt mittels Verträglichkeitsbedingungen, siehe Bild 6.5. Der Vorteil dieser Modellierungsvariante liegt in der Beibehaltung der Modellierungsform der Deckenplatte und der elastischen Lagerung bei einer realitätsnahen Abbildung der Stützenkopfsteifigkeit. Darüber hinaus kann mit Blick auf die Minimierung der Rechenzeit auf eine dreidimensionale Abbildung der gesamten Stütze verzichtet werden.

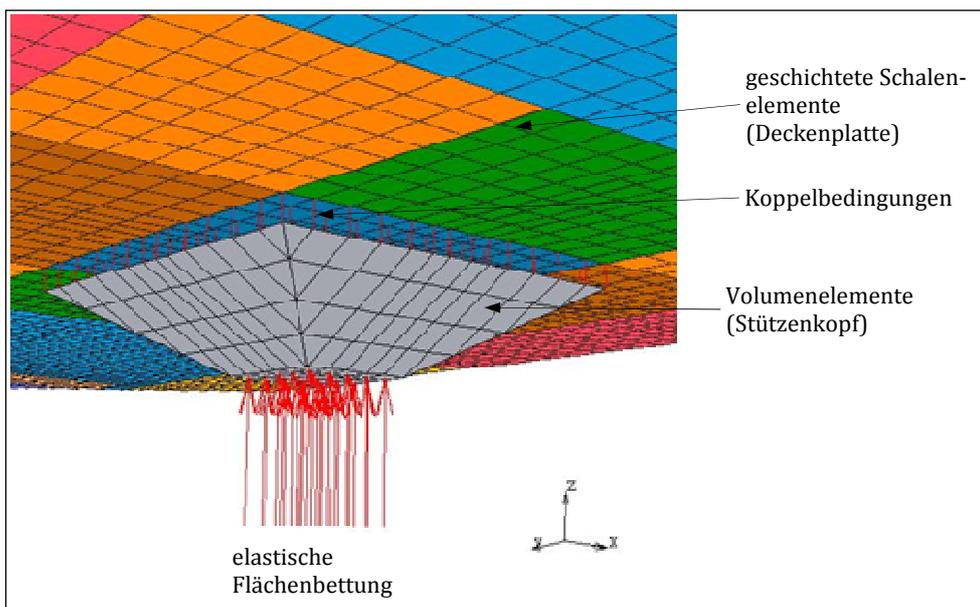


Bild 6.5: Eigener Modellierungsansatz zur Beschreibung stützenkopfverstärkter, punktförmiger Plattenlagerung

Die Koppelung der Systemkomponenten Platte und Stützenkopfverstärkung erfolgt unter Berücksichtigung der Plattendicke h und der Annahme, dass die Plattenmittelfläche die Querschnittshöhe halbiert $z = \pm h/2$. Die Kopplungsbedingungen ergeben sich auf der Grundlage eines linearen Verschiebungsansatzes über die Plattenhöhe (*Bernoulli-Hypothese*), siehe Bild 6.6, nach den Gln. (6.10) bis (6.12).

$$u_x^V = u_x^{Pl} + \frac{h}{2} \cdot \varphi_x \quad (6.10)$$

$$u_y^V = u_y^{Pl} - \frac{h}{2} \cdot \varphi_y \quad (6.11)$$

$$u_z^V = u_z^{Pl} \quad (6.12)$$

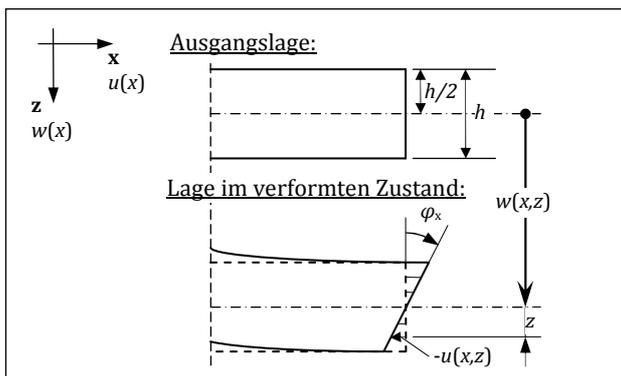


Bild 6.6: Linearer Verschiebungsansatz über die Querschnittshöhe

Die Auflagerung der Stützenkopfverstärkung mittels einer elastischen Flächenbettung wurde unter Berücksichtigung des reinen Stützenquerschnittes und der Einwirkungsfläche einer Stütze ohne Stützenkopfverstärkung nach Bild 6.4 gewählt. Somit ist die angesetzte elastische Bettung bei Systemen mit und ohne Stützenkopfverstärkung unter ansonsten gleichen Randbedingungen identisch, siehe Bild 6.7.

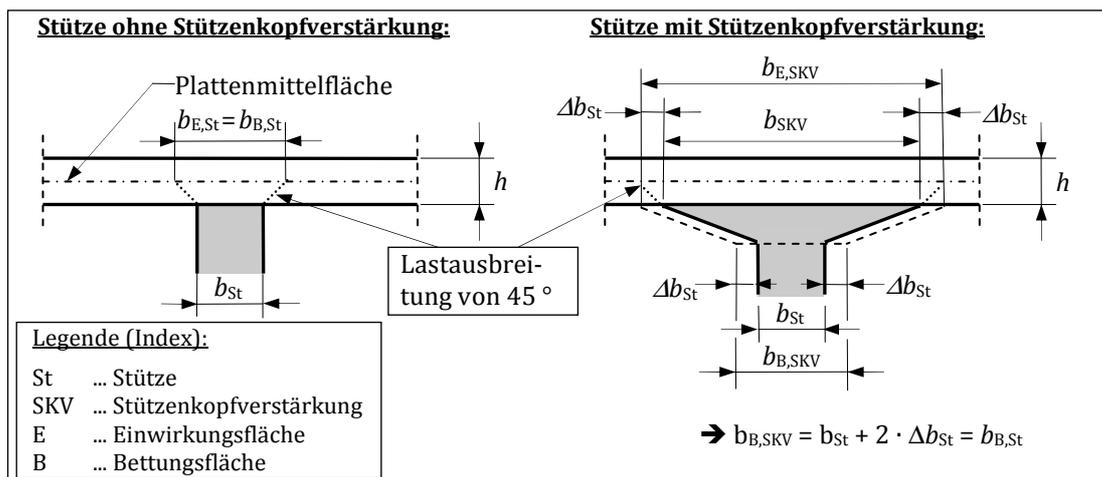


Bild 6.7: Idealisierung der Stützenbettung für Stützen mit und ohne Stützenkopfverstärkung

6.6.3 Wandscheiben

Zur Abbildung einer Plattenlagerung auf Wandscheiben kann auf die Modellierungsvarianten nach Abschnitt 6.6.1 zurückgegriffen werden. Die dort genannten Modellierungshinweise behalten auch hierbei ihre Gültigkeit. In den nachfolgenden Untersuchungen wird eine linear elastische Flächenbettung nach Gl. (6.9) zur Beschreibung der Deckenlagerung auf Wänden angesetzt. Dabei wird die Biegesteifigkeit der Wandscheibe um die Achse des Linienlagers zugrunde gelegt.

7 Parameterstudie zum Verformungsverhalten punktgestützter Stahlbetonplatten

7.1 Allgemeines

Die vorgestellte Parameterstudie basiert auf den zuvor beschriebenen Material- und Systemmodellen. Auf deren Grundlage wurde das Trag- und Langzeitverformungsverhalten von punktgestützten Stahlbetondecken mittels nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen analysiert und der Einfluss verschiedener Parameter spezifiziert. Im Wesentlichen werden mit dieser Parameteruntersuchung zwei Ziele verfolgt: Zum Einen die Relevanz einzelner Einflussfaktoren auf das Langzeitverformungsverhalten von Stahlbeton-Flachdecken hinsichtlich der Ableitung eines Biegeschlankheitskriteriums zu untersuchen und zum Anderen für ausgewählte Kenngrößen eine Fehleranalyse der Parameterstreuung durchzuführen. Die probabilistischen Kennwerte wurden den Normenwerken bzw. dem Model Code 1990 sowie dem Probabilistic Model Code 2003 (JCSS, 2003) entnommen.

Im Allgemeinen erfolgen Verformungsberechnungen für Stahlbetonbauteile auf der Grundlage von Mittelwerten, woraus sich lediglich ein mittlerer Verformungswert berechnen lässt. Wie hoch die Qualität einer solchen Verformungsvorhersage ist, lässt sich dann kaum feststellen. Die vorgestellte Parameterstudie berücksichtigt sowohl mittlere Eingangsgrößen als auch die Streuung der einzelnen Parameter. Hierauf aufbauend erfolgt eine Fehleranalyse auf Basis des *Gauß'schen* Fehlerfortpflanzungsgesetzes womit Aussagen zur Ergebnisqualität getroffen werden können.

7.2 Randbedingungen des Ausgangssystems

Als Ausgangssystem dient das zuvor beschriebene Flachdeckensystem mit 3×3 Deckenfeldern (Bild 6.1.). In den weiteren Untersuchungen wird lediglich *eine* Stütze je Auflagerpunkt in Ansatz gebracht, deren Länge dem Faktor $(3 + \Phi)$ entspricht. Damit werden sowohl Stützen mit gelenkiger Lagerung am Fußpunkt und einer Stützenlänge von $\ell_{St} = 3,0$ m als auch eingespannte Stützen mit $\ell_{St} = 4,0$ m sowie alle Stützen, deren Einspanngrad $\Phi = \ell_{St} - 3$ (mit ℓ_{St} in [m] und $0 \leq \Phi \leq 1$) entspricht, erfasst. Die Stützensteifigkeit wird als zeitlich konstant angenommen. Steifigkeitsbeeinflussende Effekte aus Kriechen oder aber möglicher Rissbildung bleiben an dieser Stelle unberücksichtigt. Die Berechnungsparameter des Ausgangssystems lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Geometrie:

- Achsmaß, Stützweite: $\ell_x = \ell_y = 5,0$ m
- Stützweitenverhältnis: $\ell_x/\ell_y = 1,0$
- Querschnittshöhe: siehe Abschnitt 7.3

Auflagerbedingungen:

- Stützen ohne Stützenkopfverstärkung
- Anschluss von nur einer Stütze in den Auflagerpunkten
- Stützenbreite: $b_{St,i}/\ell_i = 0,05$ mit $i = x$ bzw. y
- Stützenlänge: $\ell_{St} = (3,0 + \Phi)$ [m]
- Elastizitätsmodul des Stützenbetons: $E_{c,St} = 28.800$ N/mm²
- Bettungsziffer: nach Gl. (6.9)

Bewehrungsparameter:

- Stahl-Elastizitätsmodul: $E_s = 200.000$ N/mm²
- Stahlgüte: BSt 500 S(A)
- Bewehrungsanordnung und -grad: gemäß Bewehrungsplan, siehe Anhang B

Materialparameter – Beton:

- Betongüte: C20/25
- Elastizitätsmodul Beton: $E_{cm} = 24.873 \text{ N/mm}^2$
- Betondruckfestigkeit: $f_{ck} = 20,0 \text{ N/mm}^2$
- zentrische Betonzugfestigkeit: $f_{ctm} = 2,2 \text{ N/mm}^2$
- Größtkorndurchmesser: $d_{a,max} = 16 \text{ mm}$
- Zementfestigkeitsklasse und -art: 32,5; normal oder schnell erhärtend

Umweltbedingungen:

- rel. Luftfeuchte; Expositionsklasse: $RH = 50 \%$; XC 1

Lastparameter:

- Stahlbetonwichte (Eigenlast): $\gamma_{Stb} = 25,0 \text{ kN/m}^3$
- Ausbaulast: $g_{k2} = 2,0 \text{ kN/m}^2$
- Nutzlast: $\max q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$
- Kombinationsbeiwert: $\psi_{2,i} = 0,6$
- Belastungsbeginn, -ende: $t_0 = 28 \text{ d}, t_\infty = 50 \text{ a}$
- Zeitpunkt der seltenen Einwirkung: $t_{rare} = t_0$

7.3 Grundlagen der Parameterstudie

In dieser Parameterstudie werden sowohl Material-, Last- als auch Systemparameter analysiert sowie die Einflüsse der Systemmodellierung untersucht. Dabei ist anzumerken, dass lediglich *ein* Parameter je Rechendurchgang variiert wird, um dessen expliziten Einfluss auf die Deckenfeldverformung bestimmen zu können. Die Berechnungsergebnisse der gesamten Parameteruntersuchung sind im Einzelnen Anhang C zu entnehmen.

Im Folgenden werden ausschließlich Flachdeckensysteme betrachtet, die rechnerisch eine Langzeitverformung von $w_{z,zul} = \ell/250$ aufweisen. Im Vorfeld ließen sich diesbezüglich die erforderliche Querschnittshöhe für das Eck-, das Rand- und das Innenfeld mit $h_{EF} \cong 25 \text{ cm}$, $h_{RF} \cong 22 \text{ cm}$ und $h_{IF} \cong 18 \text{ cm}$ rechnerisch ermitteln. In den weiteren Vergleichsrechnungen wird jedoch stets eine konstante Querschnittshöhe in Ansatz gebracht, so dass jeweils drei separate Systeme analysiert werden. Unter Berücksichtigung des Rechenaufwandes wird – soweit nicht anders angegeben – die Doppelsymmetrie des Flachdeckensystems ausgenutzt.

Die Auswertung der Systemanalysen wird im Folgenden auf die Plattenmittendurchbiegung des Eck- und Innenfelds beschränkt. Diese stellen bezüglich den Deckenfeldverformungen den oberen sowie unteren Grenzwert dar. In ausgewiesenen Fällen wird hingegen eine zusätzliche detailliertere Betrachtung der Randfeldverformung notwendig. Generell erfolgt die Auswertung der rechnerisch ermittelten Deckenfeldverformungen zum festgelegten Endzeitpunkt von 50 Jahren. Dazu wird nachfolgend in den grafischen und tabellarischen Darstellungen die Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ des betrachteten Systems (Index: $\langle i \rangle$) zum Ausgangssystem (Index: $\langle 0 \rangle$) nach Gl. (7.1) angegeben.

$$\omega_{z\infty} = \frac{w_{z\langle i \rangle}(t - t_0 = 50 \text{ a})}{w_{z\langle 0 \rangle}(t - t_0 = 50 \text{ a})} \quad (7.1)$$

Für die untersuchten Deckenfelder sind in Tabelle 7.1 das Rissmoment $m_{cr}(t = t_0)$ und die Ausdehnung des gerissenen Bereiches $A_{cr,F}(t)/A_F$ auf der Plattenunterseite zum Zeitpunkt der Lastaufbringung $t = t_0$ und zum Endzeitpunkt $t - t_0 = 50 \text{ a}$ zusammengestellt. Zusätzlich wird darin das maximale Feldmoment $m_{Ed,F}^I$ im Zustand I infolge äußerer Beanspruchung ($g_k + \psi \cdot \max q_k$) für eine quasi-ständige und seltene Beanspruchungskombination angegeben.

Tabelle 7.1: Maximales Feldmoment, Rissmoment und Größe des Rissbereiches auf der Plattenunterseite der betrachteten Deckenfelder

	Innenfeld mit $h_{IF} = 18 \text{ cm}$	Randfeld mit $h_{RF} = 22 \text{ cm}$	Eckfeld mit $h_{EF} = 25 \text{ cm}$
$\max m_{Ed,F,perm}^I$	10,6 kNm/m	17,1 kNm/m	25,1 kNm/m
$\max m_{Ed,F,rare}^I$	12,7 kNm/m	20,4 kNm/m	29,5 kNm/m
$m_{cr}(t = t_0)$	11,9 kNm/m	17,8 kNm/m	22,9 kNm/m
$A_{cr,F}(t = t_0)/A$	11 %	46 %	49 %
$A_{cr,F}(t - t_0 = 50 \text{ a})/A$	73 %	76 %	77 %

Generell lässt sich feststellen, dass Flachdeckenfelder mit einer Deckenfeldverformung von $w_{z,zul} = \ell/250$ eine ausgeprägte Rissbildung zum Endzeitpunkt von 50 Jahren aufweisen. Diese Tatsache wirkt sich relevant auf die anschließend zu untersuchenden Einflussfaktoren aus. Des Weiteren ist für Rand- und Eckfelder bereits zum Belastungsbeginn eine fortgeschrittene Rissbildung erkennbar, wohingegen Innenfelder nur eine einsetzende Rissbildung aufweisen. In diesem Zusammenhang ist festzuhalten, dass das Rissmoment im Innenfeld sowie im Randfeld erst unter einer seltenen Beanspruchung zum Zeitpunkt $t = t_0$ überschritten wird.

Deutlichere Abweichungen in der Rissentwicklung der einzelnen Plattenfelder sind bei Betrachtung des Rissbildes auf der Plattenoberseite zu erkennen. Hierzu gibt Tabelle 7.2 unter anderem die maximalen Stützmente über der Innenstütze für die quasi-ständige und seltene Lastkombination bezüglich des Rissmomentes wieder.

Tabelle 7.2: Maximales Stützmoment über der Innenstütze und Größe des Rissbereiches auf der Plattenoberseite der betrachteten Deckenfelder

	Innenfeld mit $h_{IF} = 18 \text{ cm}$	Randfeld mit $h_{RF} = 22 \text{ cm}$	Eckfeld mit $h_{EF} = 25 \text{ cm}$
$\max m_{Ed,S,perm}^I$	60,4 kNm/m	65,0 kNm/m	67,5 kNm/m
$\max m_{Ed,S,rare}^I$	73,1 kNm/m	77,4 kNm/m	79,5 kNm/m
$m_{cr}(t = t_0)$	11,9 kNm/m	17,8 kNm/m	22,9 kNm/m
$A_{cr,S}(t = t_0)/A$	65 %	22 %	9 %
$A_{cr,S}(t - t_0 = 50 \text{ a})/A$	90 %	67 %	42 %

Dabei wird deutlich, dass die Stützmente der verschiedenen Systeme nur geringfügig von einander abweichen. Dies ist auf die Zunahme der effektiven Bettungsbreite infolge der größeren Querschnittshöhe zurückzuführen, siehe Bild 6.4. Weiterhin wird ersichtlich, dass die Ausdehnung des Rissbereiches auf der Plattenoberseite im Eckfeld wesentlich geringer ist als im Innenfeld. Zum Einen weisen die Deckensysteme unterschiedliche Rissmomente auf. Zum Anderen sind die allseitig umgebenden Stützstreifen des Innenfelds deutlich gerissenen, wohingegen die freien Ränder der Eck- und Randfelder nahezu ungerissenen bleiben.

7.4 Materialparameter

7.4.1 Einflüsse von Betoneigenschaften

Bekanntermaßen wirkt sich die **Betongüte** signifikant auf die Langzeitverformung von Stahlbetonbauteilen aus. Um den Einfluss auf Stahlbeton-Flachdecken zu konkretisieren, werden im Folgenden die Betongüten C20/25, C25/30 sowie C30/37 näher untersucht. In Bild 7.1 sind die berechneten, zeitlichen Entwicklungen der Plattendurchbiegung der zulässigen Durchbiegung von $w_{z,zul} = \ell/250$ gegenübergestellt. Dabei ist mit höherer Betongüte eine deutliche Verringe-

rung der Deckenfeldverformungen zu erkennen. Dies ist insbesondere auf die Zunahme der Materialkenngrößen Elastizitätsmodul, Zugfestigkeit und Druckfestigkeit zurückzuführen, welche im Weiteren separat analysiert und bewertet werden.

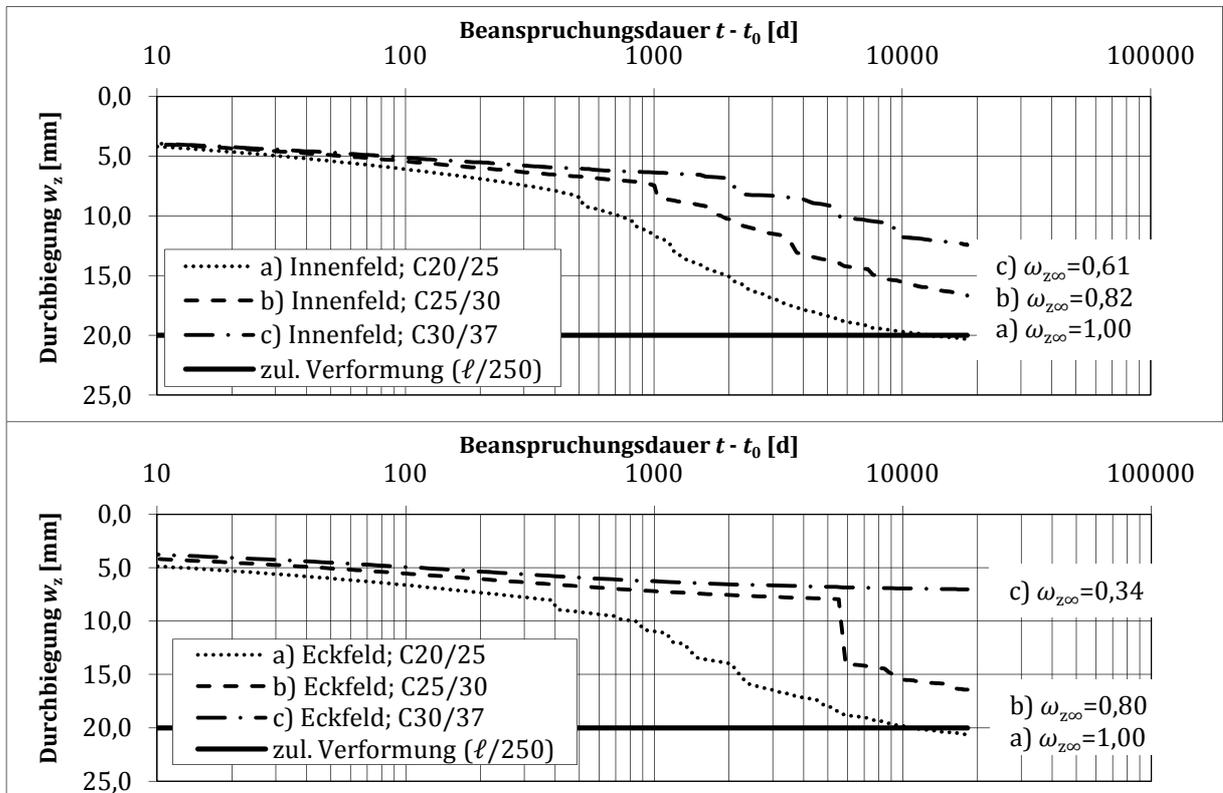


Bild 7.1: Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung für unterschiedliche Betongüten

Weitere Berechnungen zeigen, dass der Einfluss unterschiedlicher **Elastizitätsmodule** sich nur geringfügig auf die Plattenverformung zum Endzeitpunkt von 50 Jahren auswirkt, siehe Anhang C.1. Generell ist festzustellen, dass mit abnehmendem Elastizitätsmodul die Plattenverformungen von Flachdecken zunehmen. In JCSS (2003) wird der Variationskoeffizient des Beton-Elastizitätsmoduls mit 15 % angegeben. Den Verformungsberechnungen wird hingegen Modifikationen von ± 25 % zugrunde gelegt, die sich an den Streuungen des Elastizitätsmoduls infolge unterschiedlicher Zuschlagstoffarten, siehe Tabelle 3.3, orientieren. Die Verformungsabweichungen lassen sich in diesen betrachteten Fällen auf weniger als 6 % beziffern und verlaufen somit deutlich unterproportional zu der Elastizitätsmoduländerung. Dies liegt darin begründet, dass der Einfluss des Beton-Elastizitätsmoduls aufgrund der ausgeprägten Rissbildung auf die Druckzone sowie auf den geringen Anteil des ungerissenen Flachdeckenbereiches begrenzt ist.

Relevant wirkt sich hingegen der Ansatz der **Betondruckfestigkeit** auf die Plattendurchbiegung aus. Dies ist jedoch nicht nur auf die Druckfestigkeit des Betons an sich zurückzuführen, sondern eher auf die Definition der druckfestigkeitsabhängigen Kriech- und Schwindparameter. Womit streng genommen die Kriech- und Schwindneigung unterschiedlicher Betongüte untersucht wird. Darüber hinaus dient die Betondruckfestigkeit zur Beschreibung der spezifischen Bruchenergie G_F und wirkt sich daher auf das Nachrissverhalten von Beton aus. Im Folgenden wird der Einfluss der Betondruckfestigkeiten hinsichtlich der Wahl der Betongüte analysiert. Dazu wurden Flachdeckensysteme mit den Betondruckfestigkeiten von $f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2$, $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ und $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ berechnet. Die zugehörigen Schwind- und Kriechmaße sowie die Verformungsänderung ω_{zoo} sind in Tabelle 7.3 zusammenfassend dargestellt.

Tabelle 7.3: Schwindmaß ε_{cs} , Kriechzahl φ und Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Betondruckfestigkeiten

Deckenfeld	Betondruckfestigkeit f_{ck}	$\varepsilon_{cs}(t - t_0 = 50 \text{ a})$	$\varphi(t - t_0 = 50 \text{ a})$	$\omega_{z\infty}$
Innenfeld, $h_{IF} = 18 \text{ cm}$	20 N/mm ²	$-661 \cdot 10^{-6}$	3,28	100 %
	25 N/mm ²	$-637 \cdot 10^{-6}$	2,76	89 %
	30 N/mm ²	$-616 \cdot 10^{-6}$	2,39	79 %
Eckfeld, $h_{EF} = 25 \text{ cm}$	20 N/mm ²	$-645 \cdot 10^{-6}$	3,10	100 %
	25 N/mm ²	$-622 \cdot 10^{-6}$	2,62	92 %
	30 N/mm ²	$-602 \cdot 10^{-6}$	2,27	83 %

Grundsätzlich ist mit steigender Betondruckfestigkeit eine unterproportionale Abnahme der Langzeitverformung zu beobachten. Einerseits fällt die Kriechzahl mit zunehmender Betongüte weniger stark ab. Andererseits ist der Einfluss des Betonkriechens aufgrund der fortgeschrittenen Rissbildung auf die Druckzone sowie auf den geringen, ungerissenen Bereich begrenzt.

Als signifikant ist die Streuung der **Betonzugfestigkeit** auf das Verformungsverhalten von Flachdecken zu beurteilen. In den Normenwerken wird hierzu übereinstimmend ein Variationskoeffizient von 30 % angegeben. In einer weiteren Untersuchungsreihe wird diesbezüglich neben der mittleren Zugfestigkeit der 5 %- bzw. 95 %-Quantilwert entsprechend den Gleichungen (3.7) und (3.8) in Ansatz gebracht. Die daraus folgenden Berechnungsergebnisse zeigt Bild 7.2.

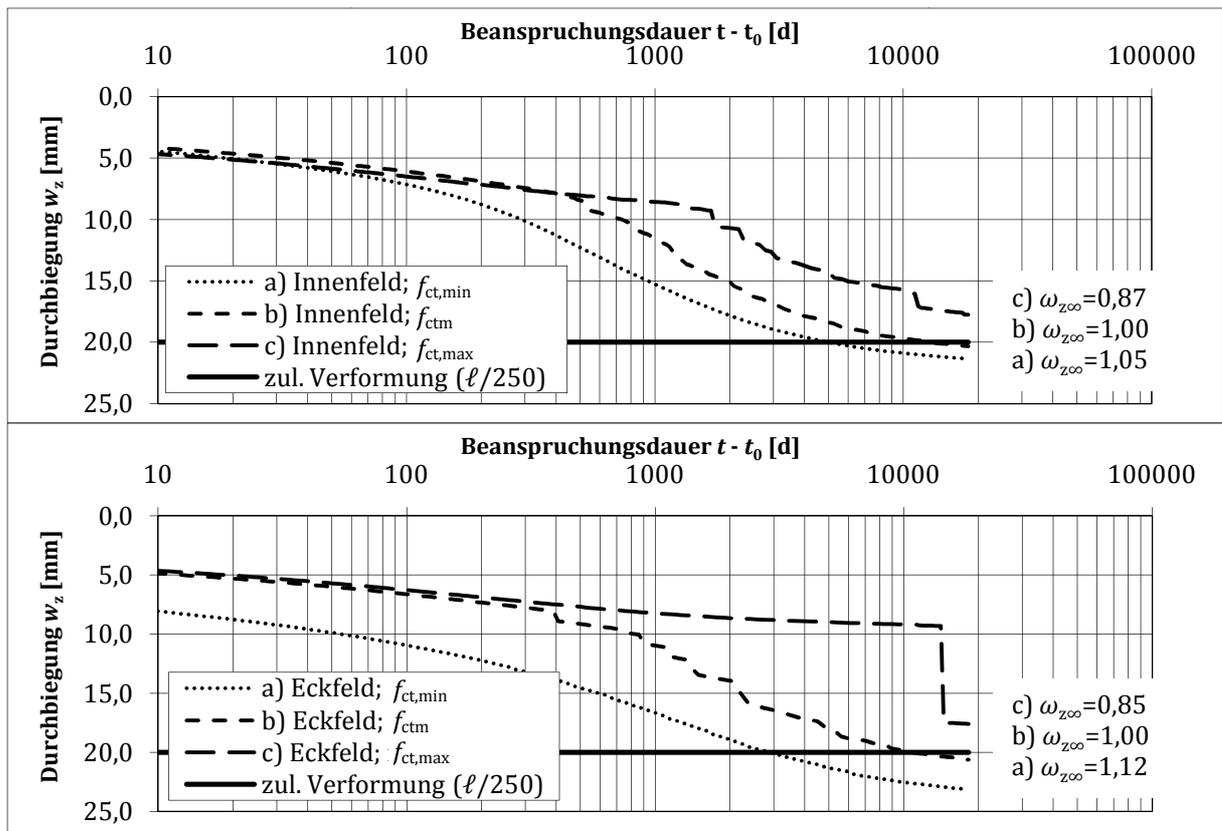


Bild 7.2: Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung für unterschiedliche Betonzugfestigkeiten

Dem ist zu entnehmen, dass die Langzeitverformungen von Stahlbeton-Flachdecken geringer ausfallen umso höherer Betonzugfestigkeit ist. Dies ist jedoch nur der Fall, sofern sich eine Rissbildung im Betrachtungszeitraum einstellt, was im Allgemeinen für nicht-vorgespannte Flachdecken zu erwarten ist, vgl. Abschnitt 7.3.

Die Berechnungsergebnisse verdeutlichen einen unterproportionalen Zusammenhang zwischen der Änderung der Betonzugfestigkeit und Änderung der Flachdeckenverformung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass beim Erreichen der zulässigen Verformung bereits eine ausgeprägte Rissbildung vorliegt. Damit sind die Bauteilverformungen insbesondere von der Bauteilkrümmung in den gerissenen Bereichen abhängig. Das bedeutet, sie werden vorwiegend durch die Dehnung der Biegezugbewehrung bestimmt. Daraus resultiert jedoch eine höhere Verformungsabhängigkeit von den Bewehrungsparametern anstelle von der effektiven Zugfestigkeit. Im Gegensatz dazu folgt aus einer höheren Betonzugfestigkeit ein höheres Rissmoment. Dies hat wiederum unter Dauerbeanspruchung ein späteres Einsetzen der Rissbildung und eine geringere Ausdehnung des gerissenen Bereiches – also geringere Langzeitverformungen – zur Folge.

Interessant ist bei Betrachtung der Berechnungsergebnisse, dass die Verformungszunahme bei langandauernder Beanspruchung wesentlich schlagartiger erfolgt. Dies ist darin begründet, dass bei voranschreitender Dauerbeanspruchung die Zwangsbeanspruchung infolge Schwindens zunimmt. Diese ist nahezu gleichmäßig über die gesamte Deckplatte verteilt und bewirkt im noch ungerissenen Zustand einen Anstieg der Spannungsgradienten. So dass bei der einsetzenden Rissbildung die Spannungen über weitaus größere Bereiche der Deckenplatte umlagert werden müssen, um einen stabilen Gleichgewichtszustand zu erreichen. Dieses ist wiederum mit einer plötzlich einsetzenden, zusätzlichen Rissbildung in angrenzenden Plattenbereichen verbunden. Dies Verhalten ist umso ausgeprägter je mehr sich der vorhandene Bewehrungsgrad dem Mindestbewehrungsgrad annähert.

Der Einfluss des **Nachrissverhaltens** lässt sich durch die Variation der Betonbruchenergie näher analysieren. Dazu werden sowohl unterschiedliche Größtkorndurchmesser als auch verschiedene Betondruckfestigkeiten in Ansatz gebracht, siehe Tabelle 7.4. Die Bruchenergien sind Tabelle 3.1 entnommen bzw. resultieren aus Gl. (3.12). In Model Code 1990 wird eine Streuung des Grundwerts der Bruchenergie von $\pm 30\%$ angegeben. Dieser Bereich mit den getroffenen Berechnungsannahmen nahezu abgedeckt.

Tabelle 7.4: Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für verschiedene Bruchenergien G_F

Größtkorn- durchmesser $d_{a,max}$	Betondruck- festigkeit f_{ck}	Bruchenergie G_F	Änderung der Bruchenergie	Innenfeld $\omega_{z\infty}$	Eckfeld $\omega_{z\infty}$
8 mm	20 N/mm ²	51,4 N/m	83,3 %	103,8 %	110,2 %
16 mm	20 N/mm ²	61,7 N/m	100,0 %	100,0 %	100,0 %
16 mm	25 N/mm ²	69,2 N/m	112,2 %	96,3 %	96,1 %
16 mm	30 N/mm ²	76,4 N/m	123,8 %	93,3 %	90,3 %
32 mm	20 N/mm ²	78,1 N/m	126,7 %	92,3 %	87,9 %

Anmerkung: Kursiv dargestellt sind die Kennwerte des Ausgangssystems

Aus Tabelle 7.4 ist ein unterproportionaler, degressiver Verlauf der Plattenverformung bezüglich der untersuchten Bruchenergien ersichtlich. Somit ist grundsätzlich festzustellen, dass mit höherer Bruchenergie die Langzeitverformungen von punktgestützten Stahlbetonplatten – bei einer Verformungsbegrenzung des Deckenfeldes auf $w_{z,zul} = \ell/250$ – geringer ausfallen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mit steigender Bruchenergie mehr Energie im Rissquerschnitt dissipiert wird. In der Folge ist die Ausdehnung des gerissenen Bereiches – also auch die Plattendurchbiegung – unter ansonsten identischen Randbedingungen geringer.

Ebenfalls wirken sich die verwendete **Zementfestigkeit und Zementart** auf die Verformungsentwicklung von Stahlbetonbauteilen aus. Dabei resultieren insbesondere Verformungsänderungen aus den unterschiedlichen Schwindneigungen und Festigkeitsentwicklungen. Diese Parameter wurden bereits in den vorangegangenen Untersuchungen analysiert und erläutert.

7.4.2 Einflüsse von Stahleigenschaften

Bewehrungsstähle besitzen aufgrund der industriellen Herstellung nur sehr geringe Streubreiten in ihrer Materialeigenschaften. In JCSS (2003) werden die Variations- und Korrelationskoeffizienten für relevante Stahlkenngrößen angegeben. Für Verformungsberechnungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sind in diesem Zusammenhang lediglich Angaben zur Streubreite des **Stahl-Elastizitätsmoduls** von Interesse. Hierzu darf nach JCSS (2003) ein konstanter Elastizitätsmodul von $E_s = 205.000 \text{ N/mm}^2$ angenommen werden, dessen Streuungen vernachlässigbar gering ist. Wie zuvor ausgeführt, wird den nicht-linearen Verformungsberechnungen ein Stahl-Elastizitätsmodul von $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ gemäß den Angaben der Normen DIN 1045-1, DIN EN 1992-1-1 sowie DIN 488-1 zugrunde gelegt. Da offensichtlich unterschiedliche Auffassungen zwischen den Regelwerken bestehen, wird trotz vernachlässigbarer Streuung des Elastizitätsmoduls eine Vergleichsrechnung mit variiertem Stahl-Elastizitätsmodul vorgenommen. Hierzu wird ein Variationskoeffizient von 3 % und somit ein Variationsbereich von $E_s = 194.000 \text{ N/mm}^2 \dots 205.000 \text{ N/mm}^2$ in Ansatz gebracht.

Erwartungsgemäß lassen sich diesbezüglich nur sehr geringe Verformungsänderungen verzeichnen, die 2 % der Verformung des Ausgangssystems nicht überschreiten, siehe Anhang C.1. Generell sind mit höherem Stahl-Elastizitätsmodul geringere Langzeitverformungen von punktgestützte Stahlbetonplatten festzustellen. Aufgrund der geringen Bewehrungsgrade im Hochbau ist der Einfluss des Stahl-Elastizitätsmoduls in der Regel jedoch vernachlässigbar.

Weiterhin wird in JCSS (2003) auf die **Streuung der Bewehrungsstab-Querschnittsfläche** mit einem Variationskoeffizienten von 2 % verwiesen. Hinsichtlich der Tatsache, dass zwischen der rechnerisch erforderlichen Bewehrungsmenge und der tatsächlich verlegten Bewehrungsmenge eine deutliche Diskrepanz besteht, wird eine Parameteruntersuchung diesbezüglich an dieser Stelle nicht angestrebt, siehe hierzu Abschnitt 7.6.2.

7.4.3 Einflüsse aus dem Verbundtragverhalten von Stahl und Beton

Das Verformungsverhalten von Stahlbeton wird, wie bereits ausgeführt, durch das Verbundtragverhalten von Bewehrungsstahl und Beton maßgeblich beeinflusst. Dementsprechend ist es von Interesse den Einfluss der Streuungen des **Zugversteifungseffektes** von Beton auf die Langzeitverformungen von Flachdecken zu untersuchen. Es konnte zuvor gezeigt werden, dass Flachdecken für die untersuchte Verformungsbegrenzung weitestgehend gerissenen sind, daher ist eine Parameteruntersuchung diesbezüglich zweckmäßig.

In den bekannten Regelwerken sind keine Angaben hinsichtlich eines Variationskoeffizienten enthalten. Eine Streuung der Zugversteifung von $\pm 30\%$ wird hingegen von Hausmann (2007) vorgeschlagen. Diese soll die relativ großen Streuungen bei Rissbreitenberechnungen infolge der stark streuenden Betonzugfestigkeit berücksichtigen. Aufgrund dessen wird in dieser Untersuchungsreihe die Modifikation des Parameters β_t mit $\beta_{t,\min} = 0,7 \cdot \beta_t$ sowie $\beta_{t,\max} = 1,3 \cdot \beta_t$ in Ansatz gebracht. Die daraus ermittelten Verformungsänderungen $\omega_{z\infty}$ sind in Tabelle 7.5 zusammengefasst.

Tabelle 7.5: Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Beiwerte β_t

Änderung des Beiwert β_t	Innenfeld $\omega_{z\infty}$	Eckfeld $\omega_{z\infty}$
70 %	103 %	108 %
100 %	100 %	100 %
130 %	96 %	96 %

Grundsätzlich zeigt sich, dass infolge des Steifigkeitsanstiegs eine erhöhte Mitwirkung von Beton zwischen den Rissen zu einer Verringerung der Langzeitverformungen von Stahlbeton-Flachdecken führt. Dieser Zusammenhang weist jedoch eine deutliche Unterproportionalität auf.

7.4.4 Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen

Auf der Grundlage der vorangegangenen Untersuchungen lässt sich der mittlere Fehler der berechneten Flachdeckenverformungen bezüglich der *Streuungen materialtechnologischer Kenngrößen* ermitteln. Dazu wird das Fehlerfortpflanzungsgesetz nach *Gauß* zugrunde gelegt und vereinfachend angenommen, dass die einzelnen Parameter statistisch unabhängig sind. Die Fehleranalyse erfolgt hier unter Betrachtung der Streuung des Beton- und Stahl-Elastizitätsmoduls, der Betonzugfestigkeit, der Betonbruchenergie sowie des Zugversteifungseffekts. Infolgedessen resultiert der mittlere Fehler der berechneten Flachdeckenverformungen hinsichtlich der Streuung von Materialeigenschaften für das Innenfeld mit $\pm 12\%$ und für das Eckfeld mit $\pm 19\%$.

7.4.5 Parameterrelevanz

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die einzelnen Materialparameter der verschiedenen Betongütern durch ihr Zusammenwirken das Verformungsverhalten von Stahlbeton-Flachdecken relevant beeinflussen. Die direkten Wechselbeziehungen können und sollen an dieser Stelle nicht abschließend geklärt werden. Jedoch sind die beobachteten Einflüsse der Betongüter auf die Flachdeckenverformung insbesondere auf die unterschiedliche Kriech- und Schwindneigung sowie auf die abweichende Betonzugfestigkeit und Betonbruchenergie unterschiedlicher Betonqualitäten zurückzuführen. Der Einfluss abweichender Beton-Elastizitätsmodule kann in diesem Zusammenhang als geringfügig bewertet werden. Weiterhin zeigen Streuungen im Verbundtragverhalten Auswirkungen auf die Langzeitverformungen von Flachdecken. Zusammenfassend erscheint daher die Berücksichtigung der Betongüte zur Herleitung von Biegeschlankheitskriterien als zweckmäßig. Damit besteht eine geeignete Möglichkeit die wesentlichen Einflussfaktoren von Beton sinnvoll zu berücksichtigen. Der Einfluss der Streuung des Bewehrungsstahl-Elastizitätsmoduls ist als gering und vernachlässigbar zu bewerten.

7.5 Einflüsse der Umweltbedingungen

7.5.1 Einfluss der relativen Luftfeuchtigkeit

Einen wesentlichen Einfluss auf die Langzeitverformung von Stahlbeton-Flachdecken stellen die vorherrschenden Umweltbedingungen und dabei insbesondere die **relative Luftfeuchtigkeit** dar. Normativ wird für Berechnungen unter Berücksichtigung von Kriech- und Schwindeffekten ein Mittelwert der relativen Luftfeuchtigkeit von $RH = 50\%$ für ein trockenes Innenraumklima vorgeschlagen. Flederer (2002) bestimmte anhand von klimatischen Daten deutscher Städte eine Standardabweichung von $\sigma_{RH} = 10\%$ für die Verteilung der relativen Luftfeuchtigkeit unabhängig vom betrachteten Mittelwert. In diesem Zusammenhang ist zu berücksichtigen, dass die Berechnungsmethoden zur Vorhersage der Kriech- und Schwindmaße durchaus relevante Streuungen aufweisen. Die DIN 1045-1 nennt diesbezüglich einen mittleren Variationskoeffizient von ca. $\pm 30\%$. Flederer (2002) führte zu dieser Problemstellung umfangreiche Untersuchungen durch und leitet daraus einen zeitabhängigen Modellfehler für die Vorhersagegenauigkeit von Kriech- und Schwindverformungen ab. Den Variationskoeffizienten gibt er für die Vorhersage der Kriechverformung mit $15,3\%$ und für die der Schwindverformung mit $16,4\%$ an.

Hausmann (2007) untersuchte mit probabilistischen, numerischen Analysen ebenfalls die Vorhersagegenauigkeit der Kriech- und Schwindverformungen und schlägt dabei einen Variationskoeffizient von 20% zur Vorhersage der Kriechzahlen und einen Variationskoeffizient von $17,5\%$ zur Berechnung des Schwindmaßes auf der Grundlage einer mittleren relativen Luftfeuchtigkeit von $RH = 50\%$ vor.

In der Veröffentlichung von Krüger, et al. (2009) wird hingegen für vergleichende Untersuchungen zur Langzeitverformung von vorgespannten und nicht vorgespannten Bauteilen generell von einer Streubreite von $\pm 25\%$ hinsichtlich der Berücksichtigung von Kriech- und Schwindverformungen ausgegangen.

Vor diesem Hintergrund erscheint die Angabe in der DIN 1045-1 zu weitreichend. In der nachfolgend vorgestellten Untersuchung wird daher einerseits eine Modifikation der relativen

Luftfeuchte um $\pm 10\%$ zur Berücksichtigung der Verteilung der relativen Luftfeuchtigkeit angesetzt. Andererseits werden zur Erfassung des Fehlers der Vorhersagemodelle die daraus resultierenden Kriech- und Schwindmaße um $\pm 20\%$ variiert. Dabei erfolgt lediglich eine Abminderung der minimalen und eine Erhöhung der maximalen Kriech- und Schwindwerte. Zu Vergleichszwecken wird eine relative Luftfeuchte von $RH = 80\%$ für eine feuchte Umgebungsbedingung in die Untersuchungen miteinbezogen. Die berechneten Schwindmaße und Kriechzahlen sowie die berechneten Verformungsänderungen $\omega_{z\infty}$ sind in Tabelle 7.6 gegenübergestellt.

Tabelle 7.6: Schwindmaß ε_{cs} , Kriechzahl φ und Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für verschiedene Luftfeuchten

Deckenfeld	rel. Luftfeuchte RH	$\varepsilon_{cs}(t - t_0 = 50a)$	$\varphi(t - t_0 = 50a)$	$\omega_{z\infty}$
Innenfeld, $h_{IF} = 18\text{ cm}$	(abs. Werte +20 %)	$-845 \cdot 10^{-6}$	4,33	132,0 %
	$RH = 40\%$	$-704 \cdot 10^{-6}$	3,61	108,6 %
	$RH = 50\%$	$-661 \cdot 10^{-6}$	3,28	100,0 %
	$RH = 60\%$	$-596 \cdot 10^{-6}$	2,94	87,2 %
	(abs. Werte -20 %)	$-477 \cdot 10^{-6}$	2,35	64,1 %
	$RH = 80\%$	$-386 \cdot 10^{-6}$	2,27	43,4 %
Eckfeld, $h_{EF} = 25\text{ cm}$	(abs. Werte +20 %)	$-824 \cdot 10^{-6}$	4,08	130,0 %
	$RH = 40\%$	$-687 \cdot 10^{-6}$	3,40	108,3 %
	$RH = 50\%$	$-645 \cdot 10^{-6}$	3,10	100,0 %
	$RH = 60\%$	$-582 \cdot 10^{-6}$	2,80	91,1 %
	(abs. Werte -20 %)	$-466 \cdot 10^{-6}$	2,24	71,9 %
	$RH = 80\%$	$-377 \cdot 10^{-6}$	2,20	58,9 %

Die Berechnungsergebnisse zeigen erwartungsgemäß, dass aus einer höheren, relativen Luftfeuchtigkeit geringere Langzeitverformungen resultieren, welches insbesondere auf die luftfeuchteabhängigen Kriech- und Schwindeigenschaften von Beton zurückzuführen ist, siehe hierzu auch Abschnitt 3.2.2.7 und 3.2.2.9. Dabei lässt sich festhalten, dass in den untersuchten, praxisrelevanten Feuchtebereichen sich deutliche Verformungsänderungen ergeben können. Aufgrund dessen wird die genaue Verformungsvorhersage von Stahlbetonbauteilen ohne Kenntnis der vorherrschenden Umweltbedingungen deutlich erschwert.

7.5.2 Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen

Unter Einbeziehung der zuvor beschriebenen Ergebnisse lässt sich für Flachdecken ein mittlerer Fehler der Deckenverformung infolge von *streuenden Umwelteinflüssen* ableiten. Auf der Grundlage des *Gauß'schen* Fehlerfortpflanzungsgesetzes ergibt sich ein mittlerer Fehler der Deckenverformung für das Innenfeld von $\pm 34\%$ und für das Eckfeld von $\pm 29\%$.

7.5.3 Parameterrelevanz

Die Ergebnisse der Vergleichsrechnungen zeigen, dass Änderungen in den vorherrschenden Umgebungsbedingungen sich signifikant auf das Langzeitverformungsverhalten von Flachdecken aus Stahlbeton auswirken können. Infolgedessen wäre eine Berücksichtigung der relativen Luftfeuchte in einem Biegeschlankheitskriterium als sinnvoll zu betrachten. Hingegen ist es bekanntermaßen nicht möglich den Verlauf der Kriech- und Schwindverformung im Vorfeld einer Bemessung für den gesamten Nutzungszeitraum wirklichkeitsnahe vorherzusagen. Somit wird vereinfachend den weiteren Berechnungen zur Ableitung eines Biegeschlankheitskriteriums eine mittlere, relative Luftfeuchtigkeit von $RH = 50\%$ zugrunde gelegt. Dies erfolgt unter der ebenfalls vereinfachten Annahme, dass alle kriecherzeugenden Spannungen sowie das Schwinden zum Zeitpunkt der Erstbelastung t_0 gleichzeitig einwirken.

7.6 Systemparameter

7.6.1 Allgemeines

Die Untersuchung der Systemparameter beinhaltet neben der Modifikation des Bewehrungsgrades und der Variation der Auflagerbedingungen ebenso die Analyse des Einflusses variiertes geometrischer Randbedingungen. Systemeigenschaften unterliegen herstellungsbedingt ebenfalls Unsicherheiten. Für Stahlbetonbauteile sind diese nach JCSS (2003) in die Abweichung von der ideellen Bauteilabmessung, der geplanten oberen und unteren Betondeckung sowie der vorgesehenen Nutzhöhe zu unterteilen. Nach JCSS (2003) weisen Streuungen bezüglich der Bauteilabmessung lediglich für Abmessungen $X_{nom} \leq 1,0$ m eine Signifikanz auf, so dass im Rahmen dieser Arbeit auf eine Fehleranalyse für die betrachteten Deckenfelder mit Längen von $\ell_{eff} \geq 4,0$ m verzichtet werden darf. Die Berücksichtigung streuender Stützenbreiten ist in dieser Hinsicht ebenfalls als vernachlässigbar zu bewerten.

Die Standardabweichung der Betondeckung wird für Stahlbetonplatten in JCSS (2003) für die untere Stahllage mit $\sigma_Y = 5 - 10$ mm und für die obere Bewehrungslage mit $\sigma_Y = 10 - 15$ mm angegeben. Die Standardabweichung der Nutzhöhe wird mit $\sigma_Y \cong 10$ mm beziffert. Die vorgegebenen Lageabweichungen der Bewehrung befinden sich im Millimeterbereich und sind für die hier untersuchten Querschnittshöhen von $h_{IF} \geq 18$ cm als vernachlässigbar gering zu bewerten.

Weiterhin sind gemäß JCSS (2003) Abweichungen hinsichtlich einer möglichen Stützenimperfection zu berücksichtigen. Dabei werden auf der Grundlage einer ideellen Stütze Standardabweichungen von $\sigma_{St,e} = \ell_{St}/1000$ bezüglich der Stützenausmitte und der Stützenkrümmung sowie $\sigma_{St,\varphi} = 0,0015$ rad hinsichtlich der Stützenschiefstellung angegeben. Für übliche Stützenabmessungen ergibt sich somit eine Änderung der effektiven Stützweite im Millimeterbereich, die hier ebenfalls als vernachlässigbar anzusehen sind.

7.6.2 Einflüsse der Bewehrungsanordnung

Als relevante Streuung der Systemeigenschaften wird hingegen die Abweichung der angeordneten Bewehrung bezüglich der rechnerisch ermittelten Bewehrung betrachtet. Diesbezüglich werden nachfolgend verschiedene Bewehrungsgrade analysiert und der mittlere Fehler hinsichtlich der mittleren Bauteilverformung berechnet. Der Einfluss des Bewehrungsgrads auf die Langzeitverformung von Flachdecken wurde auf der Grundlage der im Grenzzustand der Tragfähigkeit erforderlichen Bewehrung des Ausgangssystems analysiert. Dieser Bewehrungsgrad wird nachfolgend mit „100 %“ bezeichnet. Darauf aufbauend werden sowohl die Anordnung der 1,5-fachen, der doppelten sowie der vierfachen, rechnerisch erforderlichen Bewehrungsmenge als auch eine auf 85 % verminderte Bewehrungsmenge untersucht. Hierzu wird sowohl die Feldbewehrung, die Stützbewehrung über den Stützen als auch die Druckbewehrung separat betrachtet. Die berechneten Abweichungen der Plattendurchbiegungen zum Endzeitpunkt infolge verschiedener Bewehrungsgrade der **Feldbewehrung** sind in Tabelle 7.7 zusammengefasst.

Tabelle 7.7: Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche, mittlere Bewehrungsgrade der Feldbewehrung $\rho_{1,m}$

Innenfeld, $h_{IF} = 18$ cm		Eckfeld, $h_{EF} = 25$ cm	
Bewehrungsgrad $\rho_{1,m}$	$\omega_{z\infty}$	Bewehrungsgrad $\rho_{1,m}$	$\omega_{z\infty}$
0,8 % (85 %)	101 %	0,16 % (85 %)	111 %
0,9 % (100 %)	100 %	0,19 % (100 %)	100 %
1,4 % (150 %)	94 %	0,29 % (150 %)	85 %
1,9 % (200 %)	92 %	0,38 % (200 %)	76 %
3,8 % (400 %)	91 %	0,76 % (400 %)	78 %

Generell ist festzustellen, dass eine Erhöhung der Feldbewehrung eine geringere Bauteilverformung zum Endzeitpunkt erkennen lässt. Dabei besteht ein unterproportionaler Zusammenhang zwischen der Änderung der Bewehrung und den resultierenden Flachdeckenverformungen. Dies ist einerseits zurückzuführen auf die Zunahme des Flächenträgheitsmomentes im gerissenen Zustand infolge des Anstiegs des Bewehrungsgrades. Im Gegensatz dazu bewirkt eine Erhöhung der Feldbewehrung einen Anstieg der Schwindverkrümmung und somit eine Zunahme der Plattendurchbiegung sowohl im Zustand I als auch im Zustand II. Des Weiteren bestimmt der Bewehrungsgrad den mittleren Rissabstand, welcher wiederum zur Definition des Nachrissverhaltens herangezogen wird, siehe Gl. (3.83). Somit ist mit dem Anstieg des Bewehrungsgrades ein duktileres Nachrissverhalten zu verzeichnen. Weiterhin ist anzumerken, dass das Rissmoment mit zunehmendem Bewehrungsgrad ebenfalls ansteigt. Aufgrund dieser gegenläufigen Effekte ist für die hier betrachteten Fälle keine weitere Abnahme der Langzeitverformungen für Bewehrungsgrade über 200 % der erforderlichen Feldbewehrung zu erkennen.

Aus den Ergebnissen der Verformungsberechnungen wird zusätzlich ersichtlich, dass der Einfluss des Feldbewehrungsgrads im Eckfeld wesentlich ausgeprägter ist als im Innenfeld. Dies ist darauf zurückzuführen, dass vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend die erforderliche Feldbewehrung des Eckfelds ebenfalls in den Rand- und Innenfeldern angeordnet wurde, siehe Anhang B. In diesem Zusammenhang ist im Innenfeld bereits im Ausgangssystem eine etwas höhere als die rechnerisch erforderliche Feldbewehrung vorhanden. Damit fallen die Verformungsänderungen infolge weiterer Erhöhungen des Bewehrungsgrades geringfügiger aus. Nachfolgend wird die Parameterstreuung aufgrund dessen nur für das Eckfeld analysiert und auf die weiteren Deckenfelder übertragen.

Einen geringen Einfluss zeigt hingegen die Variation der **Stützbewehrung** über den Stützen. So ergab eine Verdoppelung der Bewehrung eine Verformungsabnahme von ca. 10 %. Wohingegen der Ansatz einer auf 85 % verringerten Stützbewehrung lediglich eine Zunahme der Plattendurchbiegung zum Endzeitpunkt von 3 % bewirkte.

Der Ansatz einer **Druckbewehrung** von der Größe der doppelten Mindestbewehrung verursacht an dieser Stelle eine Abnahme der Plattendurchbiegung um ca. 5 %. Grundsätzlich wirkt sich eine Druckbewehrung positiv auf Plattenverformungen aus, da sowohl die Schwindverkrümmung reduziert aber auch die Querschnittssteifigkeit erhöht wird. Da eine Druckbewehrung sich sowohl im Zustand I als auch im Zustand II in der Druckzone befindet, liefert deren Erhöhung in beiden Beanspruchungszuständen nur einen geringen Steifigkeitszuwachs. Mit der Änderung der Druckbewehrung in den untersuchten Grenzen resultieren daher deutlich unterproportionale Verformungsänderungen.

7.6.3 Einflüsse der Auflagerbedingungen

Punktgestützte Stahlbetonplatten sind auf vergleichsweise geringen Flächen aufgelagert, wodurch deren Trag- und Verformungsverhalten maßgeblich bestimmt wird. Daher wird im Folgenden der Einfluss verschiedener Auflagerbedingungen auf die Langzeitverformungen von Stahlbeton-Flachdecken näher untersucht. Dazu erfolgten Systemanalysen unter Variation der Stützenbreite, der Stützensteifigkeit und der Anordnung von Stützenkopfverstärkungen sowie von tragenden Außenwänden.

Zur Beurteilung des Einflusses der **Stützenbreite** wurde eine Parameteranalyse auf der Grundlage der bezogenen Stützenbreiten $b_{St} = 0,05 \cdot \ell_{eff}$, $b_{St} = 0,075 \cdot \ell_{eff}$ und $b_{St} = 0,10 \cdot \ell_{eff}$ durchgeführt. Die resultierenden Berechnungsergebnisse zeigt zusammenfassend Bild 7.3.

Grundsätzlich ist dabei festzuhalten, dass die Plattendurchbiegungen des Eckfelds mit größerer Stützenbreite geringer ausfallen. Das ist einerseits mit der Abnahme der effektiven Stützweite und andererseits mit dem überproportionalen Ansteigen der angesetzten Stützenbiegesteifigkeit zu begründen. Dieser Sachverhalt wirkt sich insbesondere auf die Verformung von Rand- und Eckfelder günstig aus, da Rand- und Eckstützen vorwiegend exzentrisch beansprucht werden.

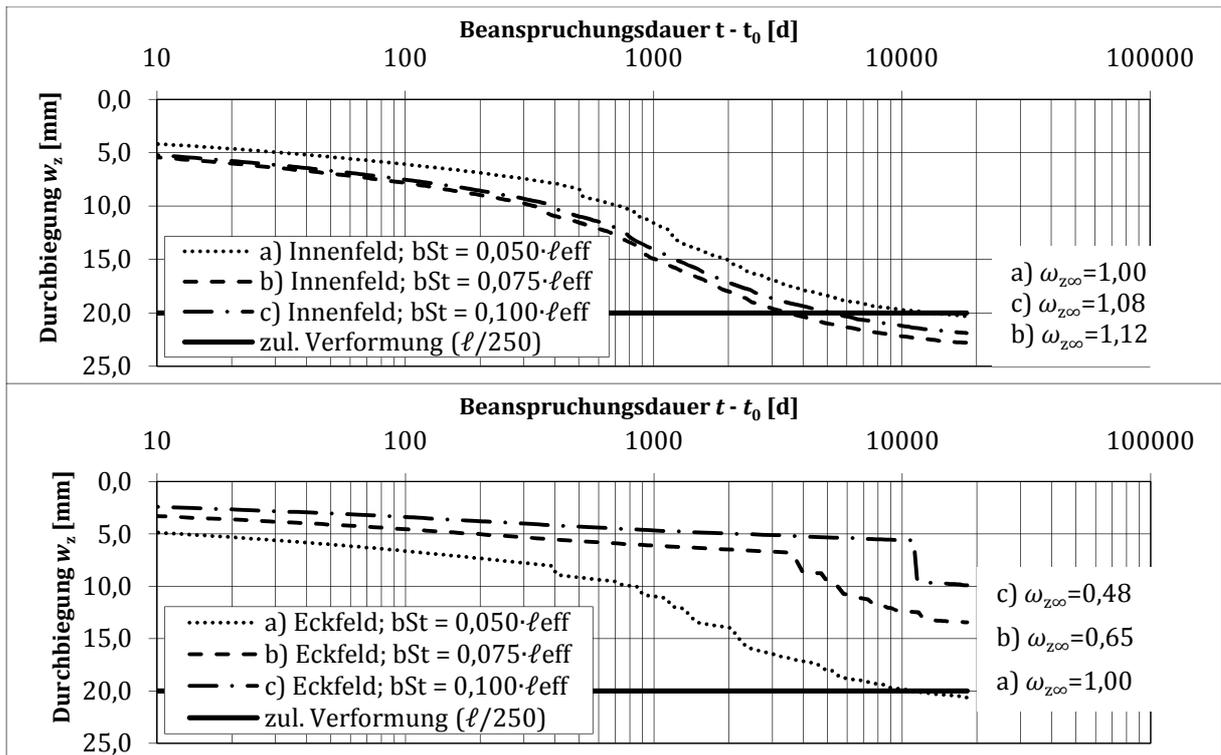


Bild 7.3: Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung für unterschiedliche Stützenbreiten

In den vorgestellten Untersuchungen lassen sich somit die Verformungen des Eckfelds mit einer Verdoppelung der Stützenbreite nahezu halbieren. Die Zunahme der Stützensteifigkeit von Innenstützen ist für das Innenfeld hingegen von untergeordneter Bedeutung. So sind hier mit steigender Stützenbreite gegenläufige Tendenzen in der Verformungsänderung zu beobachten, welche sich mit der unterschiedlichen Rissentwicklungen im Stützenbereich begründen lassen.

Der Einfluss der **Stützensteifigkeit** auf die Deckenfelddurchbiegung wurde anhand von weiteren Variationsrechnungen untersucht. Durch die Variation der Bettungszahl, siehe Tabelle 7.8, lässt sich bei gleichbleibender Stützenbreite unter anderem die Anordnung einer weiteren Stütze, verschiedene Stützenlängen sowie die Abnahme der Stützensteifigkeit infolge Kriechen bzw. einer eventuellen Rissbildung im Stützenquerschnitt simulieren.

Tabelle 7.8: Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Stützensteifigkeiten

Änderung der Stützensteifigkeit des Ausgangssystems	Innenfeld $\omega_{z\infty}$	Eckfeld $\omega_{z\infty}$
50 %	86 %	117 %
100 %	100 %	100 %
200 %	108 %	87 %
400 %	111 %	80 %
$\rightarrow\infty$	101 %	54 %

Durch die Verdoppelung der Stützensteifigkeit – beispielsweise infolge der Anordnung einer zweiten Stütze im Obergeschoss – kann die Eckfeldverformung bereits auf 87 % reduziert werden. Im Gegensatz dazu steigt die Durchbiegung des Innenfelds um ca. 8 % an. Generell ist mit steigender Stützensteifigkeit eine Reduzierung der Deckenfeldverformung festzustellen, wohingegen die Verformung des Innenfelds tendenziell ansteigt. Interessant ist dabei, dass infolge ei-

ner nahezu unendlich großen Stützensteifigkeit sich die Innenfeldverformung gegenüber den Stützen mit 200 % und 400 % der Stützensteifigkeit des Ausgangssystems wieder verringert. Aufgrund der deutlich geringen Eckfeldverformungen ändert sich in diesem Fall der Beanspruchungszustand im Innenfeld relevant und damit auch die Rissbildung und -entwicklung. Dies spiegelt sich im zeitlichen Verlauf der Deckenfeldverformungen wider, siehe Anhang C.3.

Einen beachtlichen und durchaus bekannten, positiven Einfluss auf die Flachdeckenverformungen zeigen **Stützenkopferverstärkungen**. Im Rahmen dieser numerischen Untersuchungen werden die bezogene Stützenbreite von $b_{St} = 0,050 \cdot \ell_{eff}$ beibehalten und der Einfluss von Stützenkopferverstärkung mit $b_{V,St} = 0,15 \cdot \ell$ sowie $b_{V,St} = 0,25 \cdot \ell$ näher untersucht. Dabei werden lediglich Stützenköpfe in Form von Pyramidenstümpfen in die Untersuchungen miteinbezogen. Deren Höhe ist so angepasst, dass das Verhältnis zwischen einseitiger Verstärkungslänge ℓ_H und Stützenkopferhöhe h_H stets $\ell_H/h_H = 1,5$ beträgt. Dies wurde gewählt in Anlehnung an die Ausführungen der DIN 1045-1 zur Abgrenzung der nachzuweisenden kritischen Rundschnitte bei punktgestützten Platten mit Stützenkopferverstärkung im Zuge eines Durchstanznachweises (vgl. DIN 1045-1, 10.5.2). Die berechneten Verformungsänderungen bei Anordnung einer Stützenkopferverstärkung sind in Tabelle 7.9 gegenübergestellt.

Tabelle 7.9: Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Breiten der Stützenkopferverstärkung

Breite der Stützenkopferverstärkung	Innenfeld $\omega_{z\infty}$	Eckfeld $\omega_{z\infty}$
$b_{V,St} = 0,15 \cdot \ell$	60 %	68 %
$b_{V,St} = 0,25 \cdot \ell$	37 %	54 %

Mit der Anordnung von Stützenkopferverstärkungen stellen sich sowohl im Innen- als auch im Eckfeld deutliche Verformungsabnahmen ein. Dies ist insbesondere auf die signifikante Verringerung der effektiven Stützweite zurückzuführen. Damit verringern sich die Feld- und Stützmomente deutlich, wodurch wiederum die Rissbildung maßgeblich abnimmt und das Verformungsverhalten so positiv beeinflusst wird. Die Verformungsänderung fällt im Eckfeld etwas geringfügiger aus, aufgrund der bereits erwähnten, höheren Biegebeanspruchung der Eck- und Randstützen.

Ebenfalls relevant beeinflussen **tragende Wände** das Verformungsverhalten von Flachdecken. Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich der Einfluss von tragenden Außenwänden näher untersucht, da diese in der Baupraxis häufig zur Lastableitung herangezogen werden. Zur Idealisierung der Wände wird entsprechend Abschnitt 6.6.3 eine elastische Bettung entlang eines freien Randes bzw. beider freien Ränder des berechneten Plattenviertels angeordnet. Die Wandbreite wurde mit $b_W = 0,025 \cdot \ell_{eff}$ gewählt.

Die zugehörigen Berechnungsergebnisse sind in Bild 7.4 dargestellt. Daraus lässt sich ableiten, dass punktförmig gestützte *Eckfelder* mit nur *einem* kontinuierlich gestützten, freien Rand geringere Verformungen aufweisen als *punktgestützte Randfelder* unter gleichen Randbedingungen. Ferner zeigen punktförmig gestützte *Randfelder mit einem* kontinuierlich gestützten, freien Plattenrand sowie punktgstützte *Eckfelder mit zwei* kontinuierlich gestützten, freien Rändern geringe Plattendurchbiegungen als ein *punktgestütztes Innenfeld*. Durch die Anordnung von Wandscheiben wird einerseits die Durchbiegung des freien Plattenrandes unterbunden. Andererseits wird die Plattenverdrehung durch die Wandlagerung – in Form der elastischen Bettung – behindert, was wiederum zu einer Verringerung der Plattenmittenverformung führt.

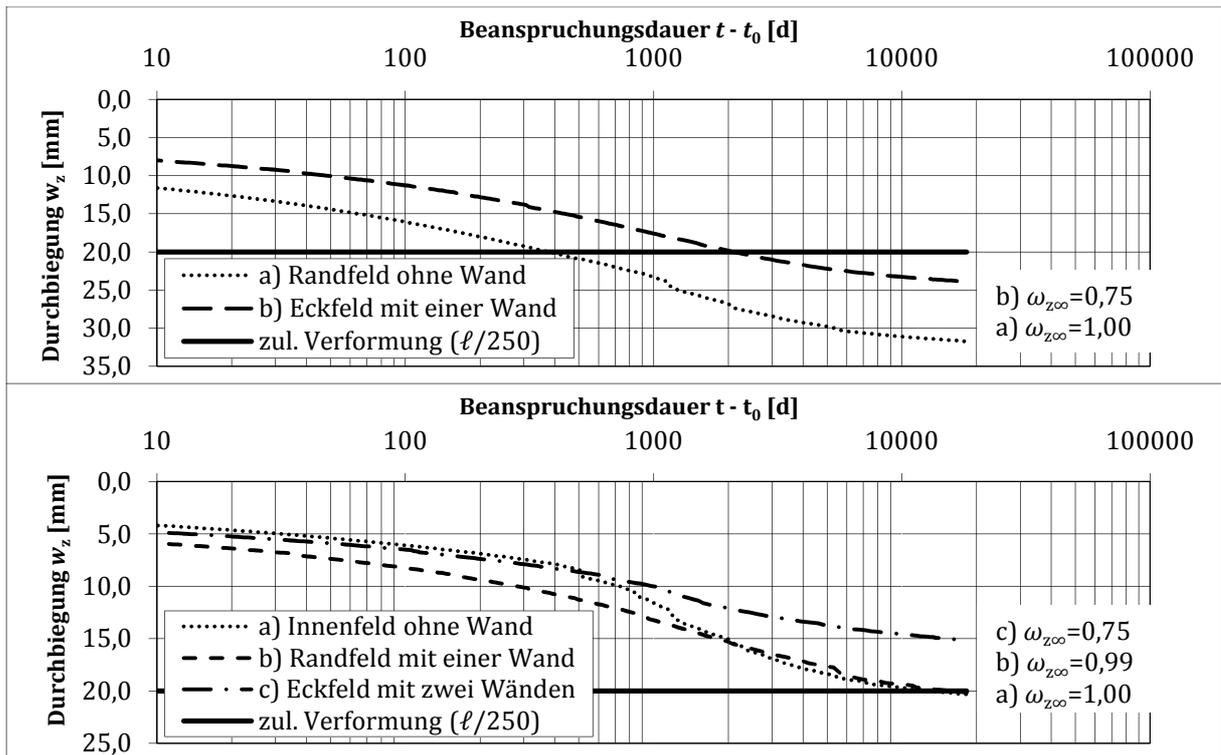


Bild 7.4: Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung bei Stützung der freien Plattenränder durch tragende Wände bei $h_{IF} = 18$ cm

7.6.4 Einflüsse der geometrischen Randbedingungen

Einen wesentlichen Einfluss auf die Deckenfeldverformung ist den **Stützweiten der Deckenfelder** zuzuschreiben. In einer weiteren Vergleichsrechnung erfolgte die Verformungsberechnung des seitengleichen Flachdeckensystems mit einer Querschnittshöhe von $h_{EF} = 25$ cm. Dabei wurden die Stützenweite mit $\ell_{eff} = 4,0$ m, $\ell_{eff} = 5,0$ m und $\ell_{eff} = 6,0$ m variiert und die jeweilige im Grenzzustand der Tragfähigkeit erforderliche Bewehrungsmenge zugrunde gelegt. In Bild 7.5 sind hierzu die berechneten Verformungen des Eckfeldes herausgestellt.

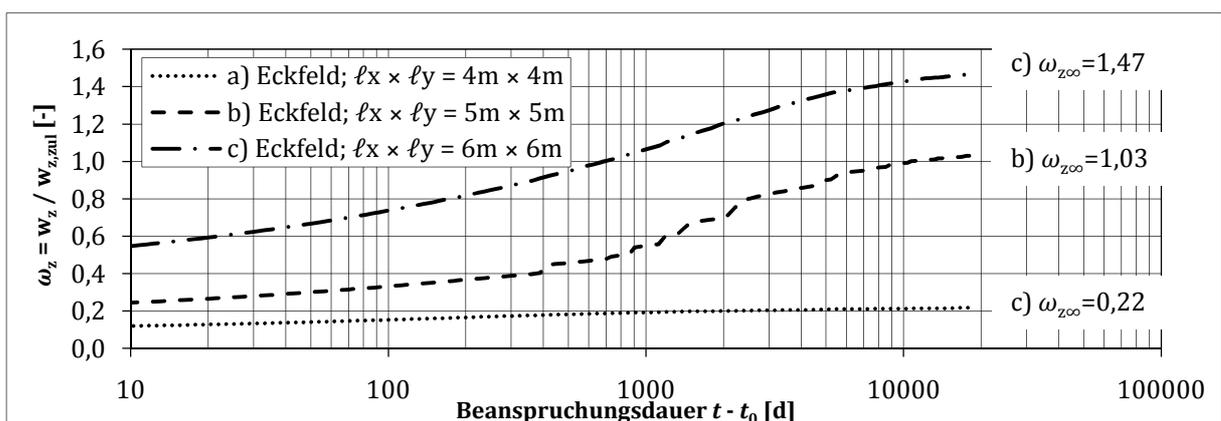


Bild 7.5: Zeitlicher Verlauf der bezogenen Plattendurchbiegung für variierte Stützweiten und $h_{EF} = 25$ cm

Eine Änderung der Stützweite wirkt sich demzufolge überproportional auf die Langzeitverformungen von Flachdecken aus. Die Verformungsänderungen sind insbesondere auf die Stützweitenabhängigkeit der einwirkenden Momente zurückzuführen. Das zugehörige Feldmoment nimmt mit ansteigender Spannweite nahezu quadratisch zu, wodurch bei gleichbleibender Querschnittshöhe das Beanspruchungsniveau deutlich ansteigt. Dahingegen bleibt das Rissmoment – trotz zunehmendem Bewehrungsgrad – in etwa konstant. Des Weiteren wirkt sich der

einhergehende Anstieg des Bewehrungsgrads – insbesondere im Zustand II – verformungsmin-
 dernd aus, siehe Abschnitt 7.6.2. Zusätzlich ist anzumerken, dass die zulässigen Bauteilverfor-
 mungen selbst abhängig von der Stützweite sind. Daher ist in Bild 7.5 die Verformungsänderung
 bezogen auf die jeweilige, zulässige Deckenfeldverformung angegeben. Dennoch ist hierbei ein
 überproportionaler Zusammenhang zwischen der bezogenen Verformungsänderung und der
 Änderung der Stützweite erkennbar.

Neben dem Einfluss der Stützweite seitengleicher Deckenfelder wird der Einfluss des
Stützweitenverhältnisses auf das Verformungsverhalten analysiert. Hierzu wird die minimale
 Stützweite mit $\ell_{\min} = 5,0 \text{ m} = \text{konst.}$ zugrunde gelegt und das Seitenverhältnis ℓ_{\max}/ℓ_{\min} mit
 1,0; 1,2; 1,4 und 1,6 für das Flachdeckensystem mit einer Querschnittshöhe von $h_{\text{EF}} = 25 \text{ cm}$ va-
 riiert. Unter Ansatz der zulässigen Verformung von $w_{z,\text{zul}} = \ell_{\text{geo}}/250$ sind die bezogenen Plat-
 tenverformungen für unterschiedliche Stützweitenverhältnisse in Bild 7.6 gegenübergestellt.

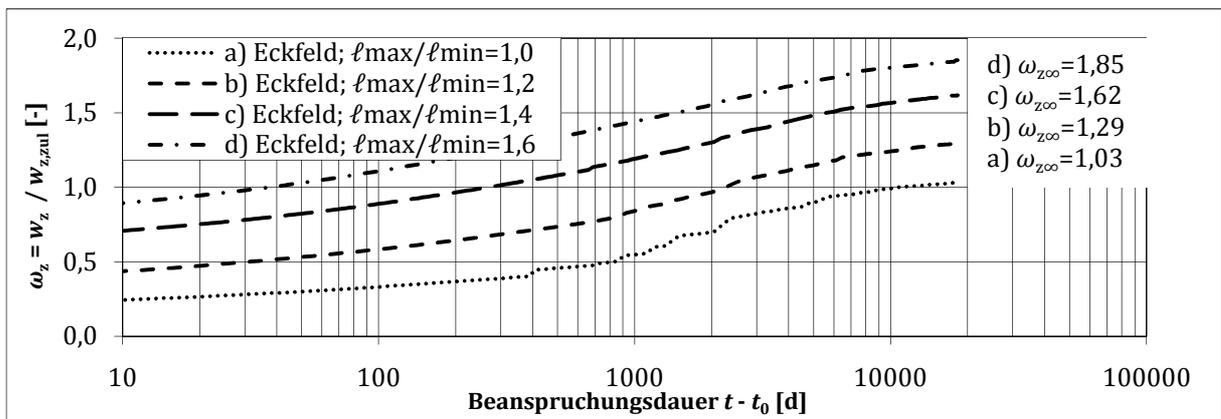


Bild 7.6: Zeitlicher Verlauf der bezogenen Plattendurchbiegung für unterschiedliche Stützweitenverhältnisse für $h_{\text{EF}} = 25 \text{ cm}$

In den Normenwerken DIN 1045-1 sowie DIN EN 1992-1-1 werden keine Angaben darüber ge-
 tätigt auf welche Stützweite die zulässige Verformung von $w_{z,\text{zul}} = \ell/250$ bei Seitenverhältnis-
 sen von $\ell_{\max}/\ell_{\min} > 1,0$ zu beziehen ist. Da die Tragwirkung von punktgestützten Platte in die-
 sen Fällen nicht eindeutig einer Stützweite zugeordnet werden kann, wird im Rahmen dieser
 Arbeit der Ansatz der geometrisch gemittelten Stützweite ℓ_{geo} nach Gl. (7.2) zur Beschreibung
 der zulässigen Verformungswerte vorgeschlagen.

$$\ell_{\text{geo}} = \sqrt{\ell_{\max} \cdot \ell_{\min}} \quad (7.2)$$

Dieser Ansatz erscheint geeignet, da das geometrische Mittel die Seitenlänge eines flächenäqui-
 valenten Quadrats bezüglich eines Rechteckes mit den Seitenlängen ℓ_{\max} und ℓ_{\min} liefert.

Aus Bild 7.6 wird damit ein leicht überproportionaler Zusammenhang zwischen dem anstei-
 genden Stützweitenverhältnis und der Verformungszunahme deutlich. Dies ist, wie zuvor ausge-
 führt, insbesondere auf die überproportionale Zunahme der einwirkenden Momente mit zu-
 nehmender Stützweite zurückzuführen. Mit dem Anstieg der Stützweite in x-Richtung resultiert
 in Feldmitte jedoch nur ein Anstieg des Moments m_x . Infolge der Querkontraktion ist in
 y-Richtung hingegen im Zustand I eine Abnahme des Feldmoments m_y zu verzeichnen. Somit
 wird mit zunehmendem Stützweitenverhältnis das Verformungsverhalten punktgestützter
 Stahlbetonplatten umso mehr durch die längere Stützweite bestimmt. Flachdecken mit großen
 Stützweitenverhältnissen nähern sich demzufolge dem Verformungsverhalten einachsig ge-
 spannter Stahlbetonplatten an.

In einer weiteren Berechnungsreihe werden die Langzeitverformungen verschiedener **Decken-
 feldtypen** näher untersucht. Dabei wird sowohl in Eck-, Rand- als auch in Innenfelder unter-
 schieden. In Bild 7.7 sind die Ergebnisse dieser Analyse gegenübergestellt.

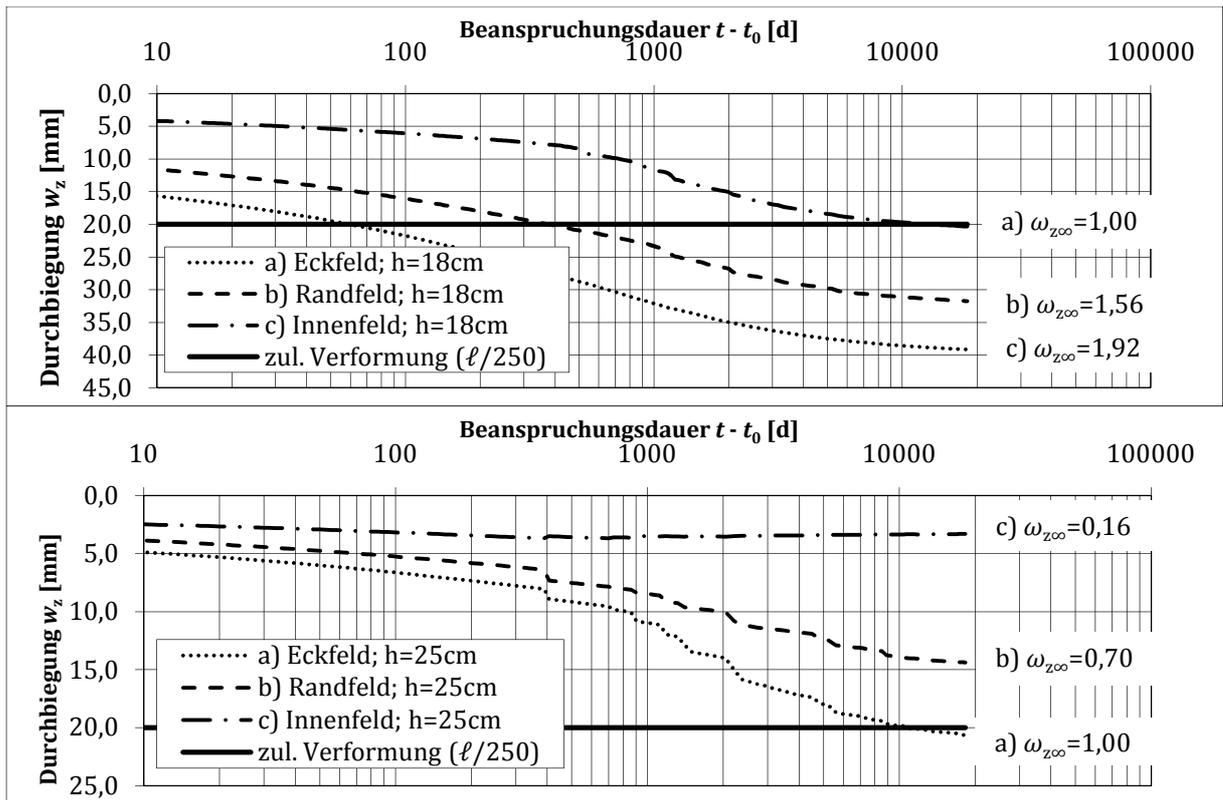


Bild 7.7: Zeitlicher Verlauf der Plattendurchbiegung für Eck-, Rand- und Innenfeld für verschiedene Querschnittshöhen

Hierbei ist festzuhalten, dass die Durchbiegungen von Eck-, Rand- und Innenfelder eines gleichmässig belasteten Flachdeckensystems deutlich voneinander abweichen. Erfolgt hierbei die Begrenzung der Verformung lediglich für ein Innenfeld, so werden die zulässigen Verformungen für die Rand- und Eckfelder deutlich überschritten. Im Gegensatz dazu liegen die Durchbiegungen der Innen- und Randfelder deutlich unterhalb des zulässigen Wertes, sofern die Verformungsbegrenzung für ein Eckfeld erfolgt. Dies ist einerseits auf die unterschiedliche Beanspruchung von Eck- Rand- und Innenstützen zurückzuführen, wie bereits in Abschnitt 7.6.3 dargelegt. Anzumerken ist dabei, dass mit zunehmender Stützensteifigkeit bzw. Stützenbreite eine Verringerung der Verformungsunterschiede zwischen den einzelnen Deckenfeldern zu verzeichnen ist. Andererseits ist der allseitige Lastabtrag für Eck- und Randfelder aufgrund ihrer freien Plattenränder nicht gegeben. Somit weisen Eck- und Randfelder gegenüber Innenfelder auch bei einer starren Lagerung deutlich größere Verformungen auf.

Ebenso lässt sich an dieser Vergleichsrechnung der Einfluss der **Querschnittshöhe** näher spezifizieren. Auf der Grundlage der Querschnittsbemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist mit steigender Querschnittshöhe – genau genommen mit zunehmender Nutzhöhe – eine Abnahme der erforderlichen Biegezugbewehrung zu verzeichnen – trotz zunehmender Eigenlasten. Unter Ansatz der jeweils notwendigen Bewehrungsmenge werden für drei unterschiedliche Querschnittshöhen die Plattenverformungen zum Endzeitpunkt in Tabelle 7.10 gegenübergestellt. Dabei werden die jeweiligen Plattenverformungen auf die zugehörigen Verformungswerte des Deckenfelds bezogen, welches für die betrachtete Querschnittshöhe die Verformungsbegrenzung von $w_{z,zul} = \ell/250$ aufweist.

Aus den dargestellten Berechnungsergebnissen lässt sich der entscheidende Einfluss der Bauteilhöhe bzw. der Nutzhöhe erkennen. Die Flachdeckenverformungen nehmen überproportional ab, sofern die Querschnittshöhe und damit die Nutzhöhe ansteigt.

Tabelle 7.10: Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Querschnittshöhen h bzw. Nutzhöhen d_{ux} bezogen auf das verformungsbegrenzte Deckenfeld

Querschnittshöhe h	Nutzhöhe d_{ux}	Änderung der Nutzhöhe	Eckfeld $\omega_{z\infty}$	Randfeld $\omega_{z\infty}$	Innenfeld $\omega_{z\infty}$
18,0 cm	14,9 cm	100,0 %	192 %	156 %	100 %
22,0 cm	18,9 cm	126,8 %	132 %	100 %	50 %
25,0 cm	21,9 cm	147,0 %	100 %	70 %	16 %

Anmerkung: Das jeweilige Bezugssystem ist kursiv dargestellt.

Zum Einen ist dieser Zusammenhang auf den quadratischen Anstieg des Rissmoments bei zunehmender Bauteilhöhe zurückzuführen. Somit verringert sich die Ausdehnung des gerissenen Bereiches und infolgedessen nehmen die Bauteilverformungen ab. Andererseits werden die Verformungen im Zustand I definiert durch die Biegesteifigkeit EI , welche wiederum in kubischer Form – also ebenfalls überproportional – von der Bauteilhöhe abhängt. Im reinen Zustand II hingegen lässt sich – unter Annahme eines linearen Spannungs-Dehnungsverhaltens von Beton – ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Nutzhöhe und Bauteilverformung feststellen. In diesem Fall wird die Bauteilsteifigkeit durch den Hebelarm der inneren Kräfte z bestimmt, welcher im Allgemeinen mit ca. 90 % der Nutzhöhe angenommen werden darf. Somit stellt die Wahl der Nutzhöhe ein geeignetes Mittel dar, um die Langzeitverformungen von Flachdecken in einfacher Weise signifikant zu beeinflussen und zu begrenzen. Vor diesem Hintergrund ist die Berücksichtigung der Nutzhöhe in einem Biegeschlankheitskriterium unerlässlich.

Abschließend wird in diesem Abschnitt der Einfluss des **Plattenüberstandes** untersucht. Hierbei wird die Länge des Überstandes mit $\ell_{\ddot{u}} = 0,05 \cdot \ell_{\text{eff}}$ und $\ell_{\ddot{u}} = 0,10 \cdot \ell_{\text{eff}}$ so gewählt, dass sich übliche Abmessungen zur Bewehrungsverankerung ergeben. Auf eine Untersuchung von auskragenden Deckenplatten über dieses Maß hinaus wird im Rahmen dieser Untersuchungen verzichtet. Die Berechnungsergebnisse sind im Einzelnen Anhang C.3 zu entnehmen und zeigen erwartungsgemäß sehr geringe Verformungsänderungen. Die Innenfeldverformung unter Berücksichtigung von Plattenüberständen lassen sich auf weniger als 2 % der Verformungen des Ausgangssystems beziffern. Das Eckfeld weist hingegen durch die Anordnung eines Plattenüberstands Verformungsabnahmen bis zu 10 % auf. Generell ist in diesem Zusammenhang festzustellen, dass sich die Eckfeldverformungen mit zunehmendem Plattenüberstand verkleinern.

7.6.5 Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen

In den vorangegangenen Betrachtungen konnte herausgestellt werden, dass die Streuung der Bauteilabmessungen vernachlässigbar gering ist oder diese hinsichtlich Verformungsberechnungen nicht relevant werden. Wie nachfolgend ausgeführt, werden von den untersuchten *Systemparametern* lediglich der Bewehrungsgrad und der Plattenüberstand *nicht* in den weiterführenden Berechnungen berücksichtigt. Daher ist hierzu eine Fehleranalyse erforderlich.

Bei der Berücksichtigung von Plattenüberständen bis zu einer Länge von $\ell_{\ddot{u}} = 0,10 \cdot \ell_{\text{eff}}$ ließ sich der mittlere Fehler der berechneten Flachdeckenverformungen für das Innenfeld zu ± 1 % und für das Eckfeld zu ± 5 % ermitteln. Bei der Ermittlung des mittleren Fehlers infolge unterschiedlicher Bewehrungsgrade werden folgende Anwendungsgrenzen zugrunde gelegt: Der Feld- und Stützbewehrung wird eine baupraktische Streuung von 85 % bis 150 % der rechnerisch und konstruktiv erforderlichen Bewehrung unterstellt. Wohingegen für die Anordnung einer möglichen Druckbewehrung ein Streubereich von 85 % bis 200 % der rechnerisch und konstruktiv erforderlichen bzw. der Mindestbewehrung eingeräumt wurde. Wie bereits in Abschnitt 7.6.2 erläutert, erfolgte die Fehleranalyse für das Eckfeld und wurde auf die weiteren Felder übertragen. Diesbezüglich ergibt sich der mittlere Fehler der berechneten Flachdeckenverformungen infolge der Streuung der Feldbewehrung zu ca. ± 13 %, der Stützbewehrung zu ± 2 % und einer möglichen Druckbewehrung zu ± 4 %. Der mittlere Fehler infolge der Nichtberücksichtigung von Abweichungen in der Bewehrungsanordnung und von Plattenüberständen lässt sich somit in der Summe für das Innen- bzw. Eckfeld mit ± 14 % bzw. ± 15 % angeben.

7.6.6 Parameterrelevanz

Die Feldbewehrung zeigt für verschiedene Bewehrungsgrade hinsichtlich des Verformungseinflusses relevante Änderungen im Langzeitverformungsverhalten punktgestützter Stahlbetondecken. Der Einfluss der Stütz- bzw. der Druckbewehrung ist dagegen als gering zu bewerten. Auf die Formulierung eines Biegeschlankheitskriteriums in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades, wie es in DIN EN 1992-1-1 der Fall ist, wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Den Berechnungen zur Herleitung eines Biegeschlankheitskriteriums wird grundsätzlich die in Abschnitt 6.2 beschriebene Bewehrungsführung und -menge zugrunde gelegt und auf den ermittelten, mittleren Fehler des Einflusses von Systemparametern verwiesen. Hauptsächlich wird diese Vorgehensweise damit begründet, dass in der Praxis ein Biegeschlankheitskriterium im Vorfeld der Bemessung zur Ermittlung der erforderlichen Bauteilhöhe genutzt wird. Zu diesem Zeitpunkt ist dagegen der notwendige Bewehrungsgrad nicht bekannt, so dass der Ansatz eines bewehrungsgradabhängigen Schlankheitskriteriums ein iteratives Vorgehen zur Festlegung der Querschnittshöhe zur Folge hat. Demgegenüber wird die Auffassung vertreten, dass zur Bemessung von Stahlbetondecken ein Biegeschlankheitskriterium einfach zu handhaben sein sollte.

Bei Betrachtung der untersuchten Systemparameter lässt sich feststellen, dass Änderungen der Stützweite und der Nutzhöhe sich auf die Flachdeckenverformungen gravierend auswirken. Infolgedessen ist es zwingend notwendig, diese Parameter in die Beschreibung eines Biegeschlankheitskriteriums mit einzubeziehen. Weiterhin lässt sich ein relevanter Einfluss des Stützweitenverhältnisses auf die Verformungen von Flachdecken erkennen. Ebenso konnte gezeigt werden, dass es zweckmäßig ist zur Begrenzung der Deckenfeldverformung in Eck-, Rand- und Innenfelder zu unterscheiden. Somit wird das Stützweitenverhältnis als auch der Typ des betrachteten Deckenfeldes in der Herleitung des Schlankheitskriteriums mitberücksichtigt. Die Anordnung eines Plattenüberstandes mit baupraktischen Abmessungen wirkt sich – wenn auch nur geringfügig – positiv auf die Flachdeckenverformungen auf. Dieser wird jedoch auf der sicheren Seite liegend in den weiteren Berechnungen vernachlässigt.

Außerdem zeigen die Analysen der Auflagerbedingungen signifikante Einflüsse auf das Verformungsverhalten von Flachdecken auf. In diesem Zusammenhang wird sowohl die Stützenbreite und -steifigkeit als auch die Anordnung von Stützenkopfverstärkungen zur Ableitung eines Biegeschlankheitskriteriums in Ansatz gebracht. Dabei ist anzumerken, dass sich Stützenkopfverstärkungen in Finite-Elemente-Rechnungen und insbesondere bei vereinfachten Berechnungsmethoden nur schwierig wirklichkeitsnahe erfassen lassen, siehe Abschnitt 6.6.2. Dadurch wird die Handhabung solcher Systeme in der Bemessungspraxis häufig erschwert. Ein Biegeschlankheitskriterium, welches den Einfluss von Stützenkopfverstärkungen wiedergibt, stellt hingegen ein einfaches und geeignetes Hilfsmittel dar, um Verformungen von stützenkopfgelagerten Stahlbetondecken sinnvoll begrenzen zu können.

Die Berücksichtigung von tragenden Außenwänden wird hingegen in vereinfachter Form angestrebt.

7.7 Lastparameter

7.7.1 Allgemeines

Die wirklichkeitsnahe Erfassung von Lastparametern stellt bei Vorhersagen von Langzeitverformungen die größte Schwierigkeit dar, da sie neben einer zeitlichen Fluktuation auch in ihrer räumlichen Verteilung stark streuen können und zu dem einen relevanten Einfluss auf die Bauteilverformungen besitzen.

Die produktionsbedingten Streuungen der Eigenlasten lassen sich unter Berücksichtigung des Variationskoeffizienten der Betonwichte von 4 % gemäß JCSS (2003) erfassen, wohingegen die Streuung der Stahlwichte mit < 1 % als vernachlässigbar angesehen werden darf. Graubner, et al. (2005) geben den Variationskoeffizienten der Festbetonwichte mit 2,5 % bei einer mittleren Wichte von $\gamma_c = 23 \text{ kN/m}^3$ an. Werden ergänzend die zuvor genannten Streuungen der Bauteilab-

messung und das Eigengewicht der Stahleinlagen sowie deren Streuung mitberücksichtigt, so darf ein Variationskoeffizient von 6 % näherungsweise angenommen werden (vgl. Graubner, et al., 2005). Der Mittelwert der Stahlbetonwichte ist dabei mit $\gamma_{\text{Stb}} = 25 \text{ kN/m}^3$ anzusetzen. Eine Unterscheidung in Konstruktion- und Ausbauast wird in JCSS (2003) nicht vorgenommen. Daher wird für die ständig wirkende Ausbaulast ebenfalls ein Variationskoeffizient von 6 % angenommen.

Wie bereits in Abschnitt 6.4.2 ausgeführt unterliegen insbesondere veränderliche Verkehrslasten zeitlichen sowie auch räumlichen Fluktuationen, welche bekanntermaßen nicht exakt vorhergesagt werden können. In JCSS (2003) werden diesbezüglich verschiedene Modelle für probabilistische Analysen vorgestellt. Demnach lässt sich die Nutzlast in zwei Lastanteile aufteilen: Einerseits in einen ständig wirkenden Lastanteil, der sich nur geringfügig ändert, und andererseits in einen intermittierenden Lastanteil, welcher durch eine hohe Lastintensität und einem kurzzeitigen und seltenen Einwirken gekennzeichnet ist. Damit können verschiedene zeitliche Lastverläufe simuliert werden. Die räumliche Fluktuation lässt sich durch ein stochastisches Feld beschreiben, da eine zufällige Verteilung stets unterstellt wird. Dazu werden neben dem Mittelwert der Last – im Allgemeinen der quasi-ständige Lastanteil – auch Streuungen zwischen unabhängigen Lastflächen und räumliche Fluktuationen innerhalb eines Lastfeldes berücksichtigt. In der Regel werden hierzu Bezugsflächen von 20 m^2 bzw. 100 m^2 zugrunde gelegt, die sich durch Äquivalenzlasten auf die betrachteten Bauteilabschnitte (z. B. Deckenfelder) übertragen lassen. Dabei wird es jedoch notwendig Lastkonzentrationsfaktoren mit Hilfe von Einflussflächenfunktionen zu ermitteln und in Ansatz zu bringen. Für die einzelnen Eingangsgrößen sind in JCSS (2003) statistische Parameter enthalten.

Diese grob umrissene Vorgehensweise soll verdeutlichen, dass sich eine parameterabhängige Systemstudie auf der Grundlage von nicht-linearen Materialgesetzmäßigkeiten als enorm rechenintensiv gestaltet, da zahlreiche Einflussfaktoren und Kombinationsmöglichkeiten zu berücksichtigen sind. Daher wird nachfolgend lediglich eine Fehlerabschätzung vorgenommen.

Aufgrund der zahlreichen Streuungsmöglichkeiten der veränderlichen Last wird auf Basis der mittleren, quasi-ständigen Beanspruchungshöhe hinsichtlich der zeitlichen Fluktuation der Nutzlast ein Variationskoeffizient von $\pm 25 \%$ angesetzt. Die räumliche Verteilung und das Auftreten einer seltenen Einwirkungskombination werden in zusätzlichen Vergleichsrechnungen gesondert betrachtet.

7.7.2 Einflüsse der äußeren Beanspruchung

Neben den Einflüssen aus Material- und Systemeigenschaften beeinflussen die Intensität und der zeitlich Verlauf der Beanspruchung die Langzeitverformungen von Flachdecken. Um deren Einfluss im Einzelnen zu spezifizieren, werden nachfolgende, numerische Untersuchungen vorgestellt. Zur Untersuchung der Beanspruchungshöhe wird neben der ständig wirkenden Ausbaulast g_{k2} auch die veränderliche Verkehrslast q_k näher untersucht.

Die **ständig wirkende Ausbaulast** g_{k2} wird mit $g_{k2} = 0,0 \text{ kN/m}^2$, $g_{k2} = 1,0 \text{ kN/m}^2$ sowie $g_{k2} = 2,0 \text{ kN/m}^2$ variiert. Die notwendige Bewehrungsmenge des Ausgangssystems wird an dieser Stelle explizit beibehalten. Die resultierenden Berechnungsergebnisse auf der Grundlage der Gesamtlaständerung sind in Tabelle 7.11 gegenübergestellt.

Tabelle 7.11: Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ bezüglich der Gesamtlast des Ausgangssystems für unterschiedliche Belastungshöhen der Ausbaulast g_{k2}

Höhe der Ausbaulast g_{k2}	$\frac{(g_k + q_k)_{(t)}}{(g_k + q_k)_{(0)}}$	Innenfeld $\omega_{z\infty}$	$\frac{(g_k + q_k)_{(t)}}{(g_k + q_k)_{(0)}}$	Eckfeld $\omega_{z\infty}$
2,0 kN/m ²	100,0 %	100,0 %	100,0 %	100,0 %
1,0 kN/m ²	87,5 %	92,4 %	89,7 %	89,1 %
0,0 kN/m ²	75,0 %	83,3 %	79,5 %	73,2 %

Grundsätzlich ist festzustellen, dass mit höherer Ausbaulast höhere Langzeitverformungen auftreten. Dabei ist ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen der Gesamtlaststeigerung und der Verformungszunahme zu erkennen. Die Verformung im Zustand II wird maßgeblich durch die Steifigkeit des gerissenen Querschnitts und durch die Ausdehnung des gerissenen Bereiches bestimmt. Aufgrund der identischen Bewehrungsanordnung ergeben sich hier keine relevanten Änderungen der Plattensteifigkeit im gerissenen Querschnitt. Ferner ließen sich zum Endzeitpunkt für die untersuchten Fälle – bis auf die Plattenoberseite des Eckfelds – keine signifikanten Änderungen der Größe des gerissenen Bereiches feststellen. Somit lag diesbezüglich für alle Beanspruchungsniveaus eine abgeschlossene Rissbildung vor, so dass eine Laststeigerung lediglich die Zunahme der Rissöffnungsbreite bewirkt.

Die Berechnungen der Plattenverformung für verschiedene, **veränderliche Verkehrslasten** q_k erfolgte für eine geringe Nutzlast von $\min q_k = 2,8 \text{ kN/m}^2$ und für eine höhere Nutzlast von $\max q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$ unter Berücksichtigung der entsprechenden Kombinationsfaktoren, siehe Abschnitt 6.4. Eine kurzzeitig wirkende, seltene Beanspruchungskombination wurde jeweils zum Zeitpunkt $t = t_0 = 28 \text{ d}$ in Ansatz gebracht. Die erforderliche Bewehrungsmenge im Grenzzustand der Tragfähigkeit wurde im Gegensatz zur vorangegangenen Systemanalyse separat ermittelt und in die Berechnungen miteinbezogen. Die Berechnungsergebnisse diesbezüglich sind Bild 7.8 zu entnehmen.

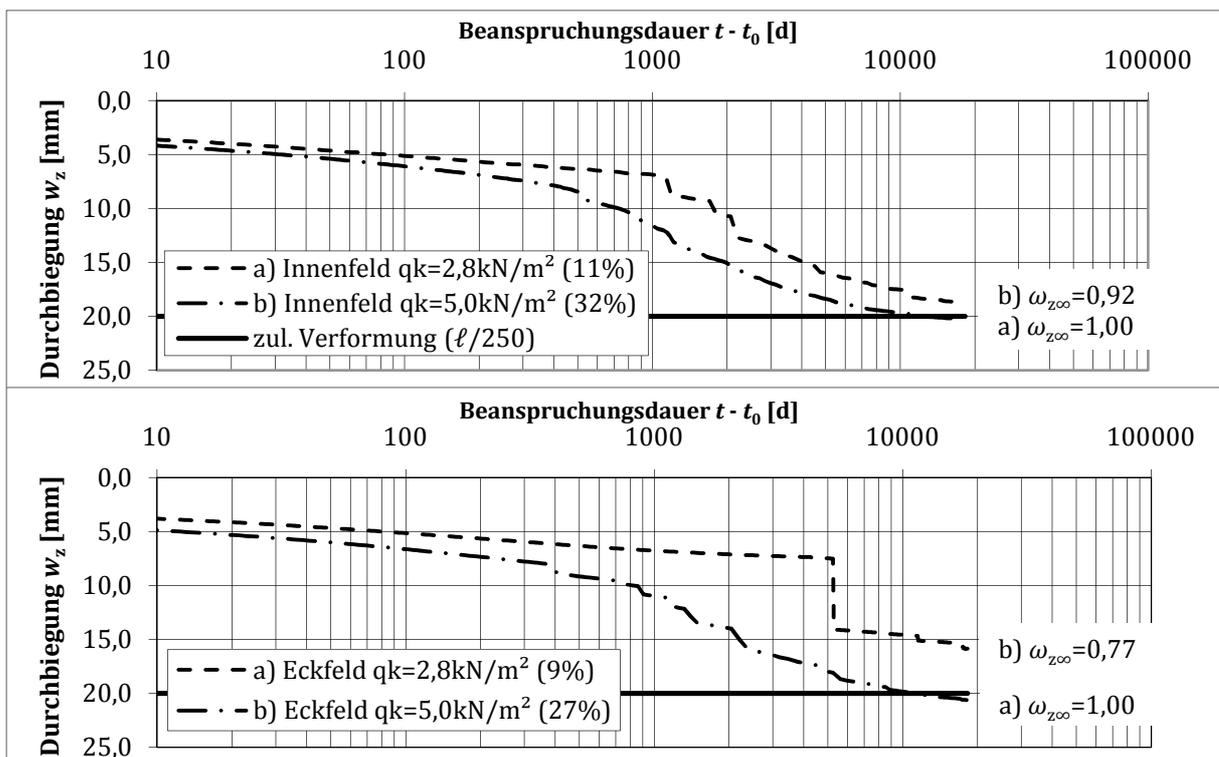


Bild 7.8: Zeitlicher Verlauf der Plattendurchbiegung für verschiedene Belastungshöhen der Nutzlast q_k ; in Klammern: Anteil der Nutzlast an der Gesamtlast

Aus höheren Beanspruchungen resultieren demzufolge – trotz des angepassten Bewehrungsgrads – größere Flachdeckenverformungen. Für das Eckfeld sind in dieser Vergleichsrechnung deutliche Verformungsunterschiede zu erkennen. Im Innenfeld fallen diese aufgrund der abweichenden Rissentwicklungen etwas geringfügiger aus. Darüber hinaus ist anzumerken, dass mit zunehmender Stützweite der Einfluss der veränderlichen Last – aber auch der Ausbaulast – auf die Plattenverformung abnimmt, siehe Bild 7.9.

Hierbei wurde diejenige Querschnittshöhe zugrunde gelegt, welche zur Begrenzung auf $w_{z,zul} = l/250$ für die jeweilige Stützweite rechnerisch notwendig ist. Das Bild 7.9 verdeutlicht, dass das Verformungsverhalten von Flachdecken insbesondere durch deren Eigenlastanteil be-

stimmt wird. Die Verkehrslast $min q_k$ weist bei einer Stützweite von 5,0 m lediglich einen Gesamtlastanteil von ca. 10 % auf.

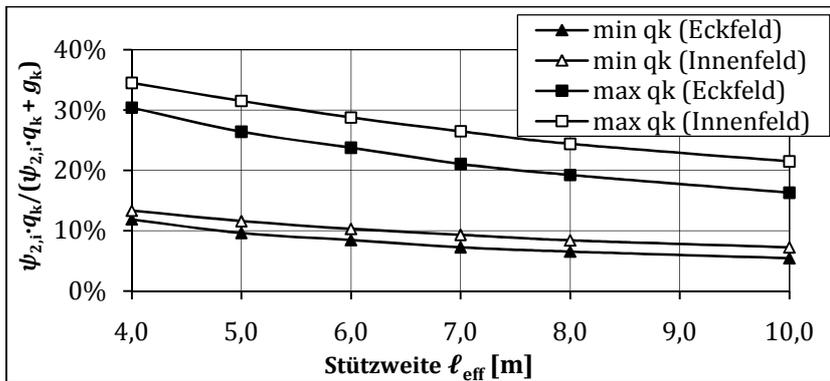


Bild 7.9: Anteil der Nutzlast an der Gesamtlast von punktgestützten Stahlbetondecken bei einer Verformungsbegrenzung auf $w_{z,zul} = \ell/250$

Die erhöhte Verkehrslast $max q_k$ zeigt bei geringen Stützweiten einen deutlich höheren Lastanteil, der jedoch mit zunehmender Stützweite umso schneller abnimmt. Abschließend ist festzustellen, dass die Höhe der veränderlichen Nutzlast im Innenfeld einer Flachdecke einen geringeren Verformungseinfluss besitzt als im Eckfeld. Dieser ist im Eckfeld aufgrund der fortschreitenden Rissentwicklung etwas ausgeprägter.

Der Einfluss des **Zeitpunkts der einwirkenden, seltenen Last** auf den zeitlichen Verlauf der Deckenfelddurchbiegung wird durch weitere Vergleichsrechnung herausgestellt. Dazu werden die Plattenverformungen für die Einwirkung der seltenen Beanspruchungskombination nach einer Belastungsdauer $t - t_0$ von 56 Tagen, 365 Tagen und 3650 Tagen analysiert, siehe Bild 7.10.

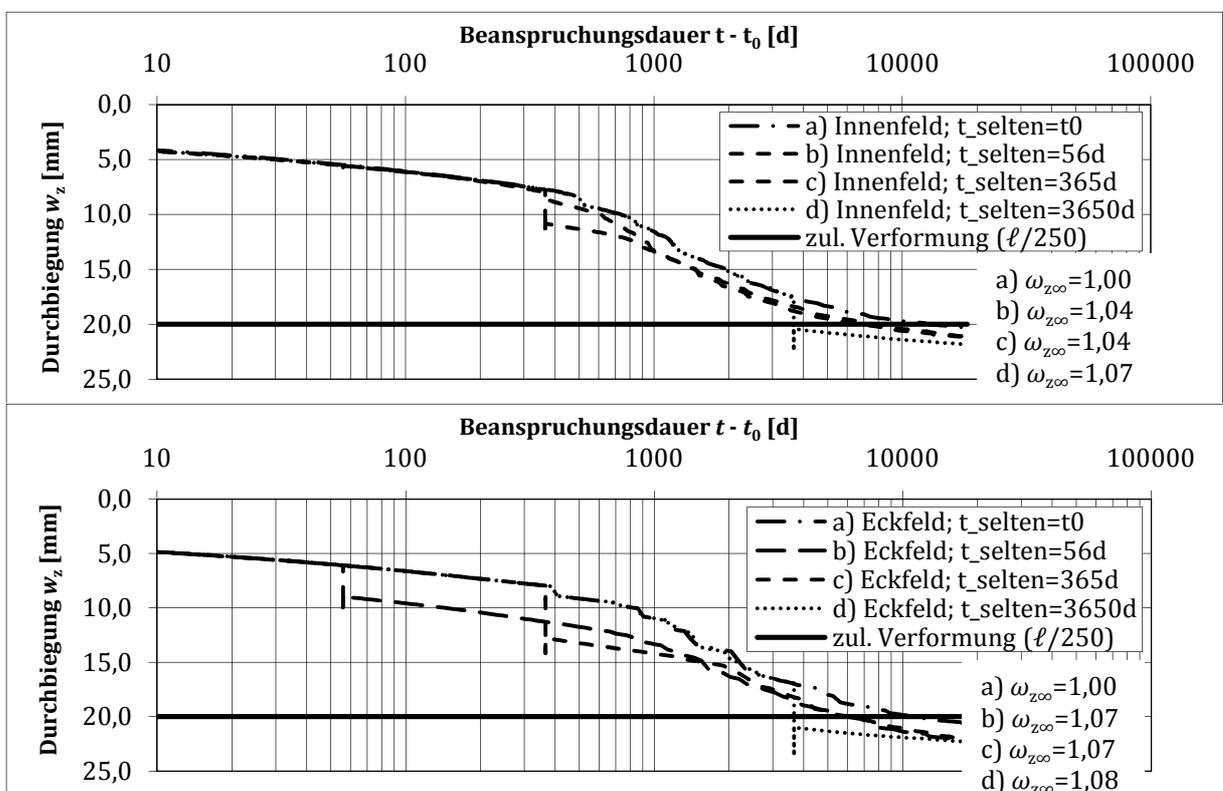


Bild 7.10: Zeitlicher Verlauf der Plattendurchbiegung für verschiedene Zeitpunkte der seltenen Einwirkungskombination

Demnach nimmt die Deckenfelddurchbiegung zum Endzeitpunkt umso stärker zu, umso später die seltene Last einwirkt. Eine seltene Einwirkung hat aufgrund ihrer Beanspruchungsintensität im Allgemeinen eine einsetzende bzw. maßgeblich voranschreitende Rissbildung zur Folge. Dabei ist eine Abnahme der effektiven Bauteilsteifigkeit infolge der zunehmenden Ausdehnung des gerissenen Bereiches zu verzeichnen. Daraus resultiert – neben der erhöhten Beanspruchung – eine deutliche Verformungszunahme. Das Einsetzen einer seltenen Last zu einem späteren Zeitpunkt fällt umso relevanter aus, da infolge der Lasterhöhung eine zusätzliche Schädigung der bereits – infolge Schwindens und quasi-ständiger Dauerbeanspruchung – gerissenen Deckenfelder erfolgt. Wirkt die seltene Beanspruchung hingegen frühzeitig, so erfährt der gerissene Querschnitt – infolge der Zunahme der Schwinddehnungen – keine weitere Querschnittsschwächung bis der Grad der Beanspruchung zum Zeitpunkt des Einwirkens der seltenen Last wieder erreicht ist.

Zur Beurteilung des Einflusses des **Betonalters bei Erstbelastung** wird das Betonalter zu Belastungsbeginn mit 7 Tagen, 14 Tagen, 28 Tagen bzw. 56 Tagen in einer weiteren Systemanalyse variiert. Die hieraus resultierenden Berechnungsergebnisse sowie die zugehörigen Kriech- und Schwindmaße sind in Tabelle 7.12 zusammengefasst.

Tabelle 7.12: Schwindmaß ε_{cs} , Kriechzahl φ und Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Betonalter zum Belastungsbeginn

Deckenfeld	Betonalter t bei Erstbelastung	$\varepsilon_{cs}(t - t_0 = 50 \text{ a})$	$\varphi(t - t_0 = 50 \text{ a})$	$\omega_{z\infty}$
Innenfeld, $h_{IF} = 18 \text{ cm}$	$t_0 = 7 \text{ d}$	$-661 \cdot 10^{-6}$	4,26	102,0 %
	$t_0 = 14 \text{ d}$		3,74	101,0 %
	$t_0 = 28 \text{ d}$		3,28	100,0 %
	$t_0 = 56 \text{ d}$		2,87	98,3 %
Eckfeld, $h_{EF} = 25 \text{ cm}$	$t_0 = 7 \text{ d}$	$-645 \cdot 10^{-6}$	4,03	106,7 %
	$t_0 = 14 \text{ d}$		3,54	103,4 %
	$t_0 = 28 \text{ d}$		3,10	100,0 %
	$t_0 = 56 \text{ d}$		2,72	100,4 %

Daraus lassen sich generell geringere Flachdeckenverformungen verzeichnen, je älter der Beton bei Erstbelastung ist, da die Kriechverformung geringer und die Betonzugfestigkeit infolge fortschreitender Hydratation höher ausfallen, je später ein Beton belastet wird. Aufgrund der vorhandenen Rissbildung wird hier das Verformungsverhalten durch das Betonalter bei Erstbelastung nur noch geringfügig beeinflusst. Im Eckfeld sind dabei etwas deutlichere Verformungsunterschiede erkennbar, welche auf die zunehmende Ausdehnung des Rissbereiches zurückzuführen sind, vgl. Abschnitt 7.3.

7.7.3 Einflüsse der Laststellung

Gegliederte Deckensysteme zeigen unter Ansatz eines linear elastischen Materialverhaltens im Allgemeinen eine ausgeprägte Durchlaufwirkung, so dass bei ihrer Analyse bzw. Schnittkraftermittlung die **Laststellung**, also die Anzahl und Reihenfolge der belasteten Felder eine entscheidende Rolle zu kommt. Vor diesem Hintergrund wird das Verformungsverhalten von Flachdecken in einer weiteren Untersuchung näher betrachtet. Dazu wird sowohl das Eckfeld, das Randfeld als auch das Innenfeld des Ausgangssystems analysiert. Die untersuchten Beanspruchungsvarianten sind in Bild 7.11 zusammengefasst.

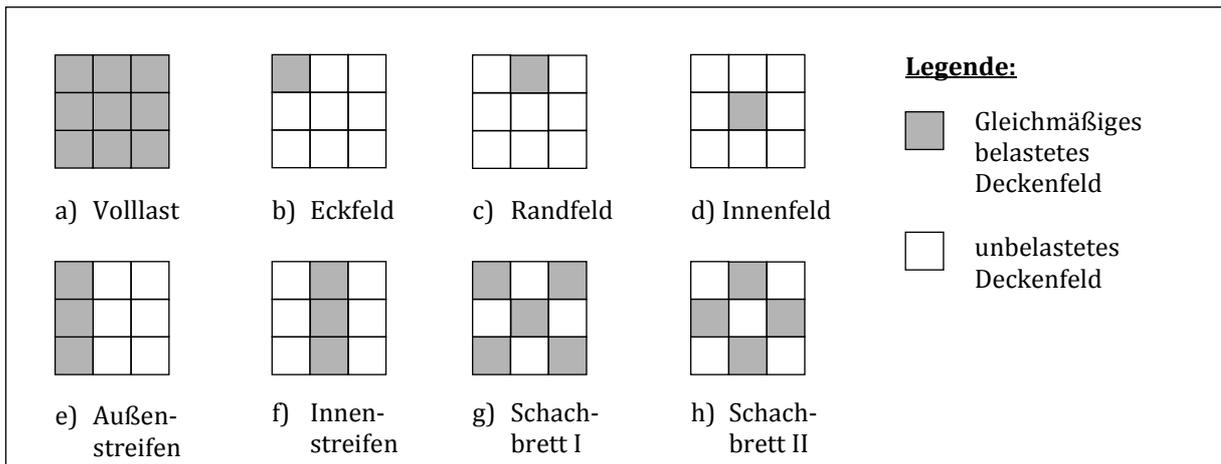


Bild 7.11: Untersuchte Systemvarianten mit unterschiedlichen Laststellungen

In Tabelle 7.13 sind die bezogenen Deckenfeldverformungen $\omega_{z\infty,a} = w_{z,i}/w_{z,a}$ infolge der Laststellung i im Verhältnis zu der Deckenfeldverformung unter Volllast a) zum Endzeitpunkt zusammengestellt. Dabei wurden lediglich die Laststellungen ausgewertet, die eine unmittelbare Belastung des betrachteten Deckenfeldes beinhalteten. Zur Verdeutlichung der einzelnen Einflüsse wird in elastische, gebettete sowie starr gelagerte Flachdeckensysteme unterschieden.

Tabelle 7.13: Verformungsänderung $\omega_{z\infty,a}$ zum Endzeitpunkt für unterschiedliche Laststellungen

Deckenfeld	Lastmuster	$\omega_{z\infty,a}$	$\omega_{z\infty,a}$	$\omega_{z\infty,a}$
Bettung:		elastisch	elastisch	starr
Materialdefinition		nicht-linear	linear-elastisch	linear-elastisch
Deckenplatte:				
Innenfeld, $h_{IF} = 18 \text{ cm}$	d)	121,4 %	123,4 %	100,5 %
	f)	119,6 %	125,3 %	101,7 %
	g)	103,3 %	95,8 %	97,4 %
Randfeld, $h_{RF} = 22 \text{ cm}$	c)	111,7 %	102,2 %	97,5 %
	e)	104,8 %	104,9 %	98,1 %
	f)	111,1 %	103 %	97,9 %
	h)	98,2 %	96,9 %	96,5 %
Eckfeld, $h_{EF} = 25 \text{ cm}$	b)	93,4 %	99,6 %	100,1 %
	e)	101,9 %	100,5 %	100,3 %
	g)	93,1 %	97,9 %	99,7 %

Generell ist festzustellen, dass unter Ansatz einer starren Lagerung und eines linear-elastischen Materialverhaltens der Deckenplatte (Sp. 5) eine Durchlaufwirkung im Flachdeckensystem kaum zu erkennen ist. Die ermittelten Verformungsunterschiede betragen hier für die untersuchten Laststellungen weniger als 5 %. Bezieht man in die Betrachtungen den Einfluss einer elastischen Bettung bzw. der Stützenbiegesteifigkeit (Sp. 4) mit ein, so sind insbesondere Verformungszunahmen im *Innenfeld* unter den Laststellungen d) und f) zu beobachten. Dies ist jedoch weniger einer gestiegenen Durchlaufwirkung geschuldet, sondern der Tatsache, dass unter diesen Laststellungen infolge der elastischen Bettung Verdrehungen am Stützenkopf eingetragen werden, welche zu zusätzlichen Verformungen im Deckenfeld führen. Erweitert man die Betrachtungen auf die Berücksichtigung des nicht-linearen Materialverhaltens von Stahlbeton (Sp. 3) so sind nur noch geringe Änderungen in dem Verformungsverhältnis $\omega_{z\infty,a}$ erkennbar. Die Form der Stützenbelastung sowie die Stützensteifigkeit haben an dieser Stelle einen vorran-

gigen Einfluss. Der mittlere Fehler aus den betrachteten Laststellungen ergibt sich für das Innenfeld zu $\pm 11\%$ und für das Eckfeld zu $\pm 4\%$. Eine ausschließliche Belastung einzelner Feldstreifen bzw. eines Deckenfeldes unter quasi-ständiger Beanspruchung ist für einen Betrachtungszeitraum von 50 Jahren im Allgemeinen nicht zu erwarten. Die durchgeführte Untersuchung zeigt somit Extremwerte infolge unterschiedlicher Langzeit-Laststellungen auf, welche in einer Fehleranalyse separat bewertet werden. Bezüglich der Ermittlung von temporären Extremwerten von Plattenverformungen erscheint aber eine differenzierte Betrachtung zweckmäßig zu sein. Dieser Ansatz wird, wie bereits erläutert, im Folgenden jedoch nicht weiter verfolgt.

7.7.4 Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen

Wie zuvor dargelegt, unterliegen die Eigen- und Ausbaulast produktionsbedingt unvermeidbaren Streuungen. Diese wurden neben der zeitlichen und räumlichen Fluktuation der Nutzlast sowie der variierenden Zeitpunkte der Erstbelastung bzw. einer seltenen Beanspruchung in eine Fehleranalyse miteinbezogen. Aufgrund der stark vereinfachten Ansätze bezüglich der Idealisierung der zeitlichen und räumlichen Verteilung der veränderlichen Verkehrslast kann an dieser Stelle der mittlere Fehler der Flachdeckenverformung infolge der *Streuung von Lastparametern* lediglich abgeschätzt werden. Dieser lässt sich somit mit ca. $\pm 32\%$ für das Eckfeld und mit ca. $\pm 19\%$ für das Innenfeld angeben.

7.7.5 Parameterrelevanz

In den numerischen Untersuchungen zur Formulierung eines Biegeschlankheitskriteriums wird ein vollständig und gleichmäßig belastetes Flachdeckensystem – Lastmuster a) – zugrunde gelegt. Unter Ansatz einer quasi-ständig einwirkenden Nutzlast wird davon ausgegangen, dass die Beanspruchung innerhalb des gesamten Nutzungszeitraums über alle Deckenfelder – zeitlich und räumlich – gleichmäßig verteilt ist.

Es ist festzuhalten, dass die Höhe der ständig wirkenden Ausbaulast und der veränderlichen Nutzlast sich relevant auf die Flachdeckenverformung auswirken kann. Dies ist insbesondere auf die Ausbildung der einzelnen Rissbereiche zurückzuführen. Da diese im Vorfeld schwierig abzuschätzen sind, wird die Höhe der veränderlichen Last zur Ermittlung der Schlankheitsgrade miteinbezogen und – wie in Abschnitt 6.4.1 beschriebenen – für die Anwendungsfälle des üblichen Hochbaus ($\min q_k$; $\max q_k$) in Ansatz gebracht. Die Verkehrslast ist normalerweise im Vorfeld der Bemessung aufgrund der vorgesehenen Gebäudenutzung bekannt, so dass ein weiterer Einflussfaktor auf die Flachdeckendurchbiegung sinnvoll erfasst werden kann. Die tatsächlich wirkende Ausbaulast wird hingegen in der Planungsphase häufig modifiziert, so dass auf der sicheren Seite liegend eine obere, jedoch realistische Beanspruchungshöhe von $g_{k2} = 2,0 \text{ kN/m}^2$ in Ansatz gebracht wird. Der Einfluss des Betonalters bei Erstbelastung ist im Rahmen üblicher Belastungszeiten für die Langzeitverformungen von Flachdecken als geringfügig zu bewerten und wird, wie zuvor beschrieben, in den weiteren Berechnungen mit $t = t_0 = 28 \text{ d}$ zugrunde gelegt. Der Zeitpunkt einer seltenen Last ist hingegen schwer abzuschätzen, so dass dieser im Folgenden stets dem Zeitpunkt der Erstbelastung gleichgesetzt wird. Damit gilt $t_{\text{rare}} = t_0 = 28 \text{ d}$. Aufgrund der auftretenden, relevanten Parameterstreuungen werden im Zuge der Fehleranalyse die mittleren Fehler der einzelnen Einflussgrößen mit ausgewiesen.

7.8 Rechen- und Modellunsicherheiten

7.8.1 Allgemeines

Modellunsicherheiten resultieren aus notwendigen Tragwerksvereinfachungen sowie aus der Implementierung vereinfachter mechanischer Zusammenhänge. Weiterhin treten Ungenauigkeiten in der Modellierung auf, da im Allgemeinen Unkenntnis über die tatsächlich vorherrschenden Randbedingungen besteht. Hierzu zählen beispielsweise unplanmäßige Deckeneinspannungen, nicht berücksichtigte Beanspruchungen aus äußeren Horizontallasten, vernachlässigte Lasten aus Fassadenverankerungen oder auch die hier untersuchten Plattenüberstände. Des Weiteren werden im Rahmen dieser Arbeit ebenso Abweichungen in der Deckenfeldanzahl bzw.

–anordnung sowie Abweichungen infolge unterschiedlicher Stützweiten benachbarter Deckenfelder als Modellunsicherheit aufgefasst. Der mittlere Fehler aus Modellunsicherheiten kann unter Verwendung hinreichend genauer Berechnungsmodelle in der Regel mit 10 – 15 % angenommen werden (vgl. Hausmann, 2007). Im Rahmen dieser Untersuchung wird diesbezüglich ein mittlerer Fehler von $\pm 15\%$ zugrunde gelegt.

Darüber hinaus können Rechenfehler des angewandten Näherungsverfahrens zu Ergebnisabweichungen führen. Neben dem Konvergenzverhalten und dem Einfluss der Schichtenanzahl wird nachfolgend ebenfalls die Anwendung von Symmetrierandbedingungen näher untersucht.

7.8.2 Einflüsse der Systemmodellierung

Zur Analyse des Einflusses des Konvergenzkriteriums wurden **Konvergenzschranken** von $\varepsilon_F = \varepsilon_M = 1 \cdot 10^{-3}$ bis $\varepsilon_F = \varepsilon_M = 2,5 \cdot 10^{-1}$ entsprechend den Gl. (4.4) und (4.5) berücksichtigt. Bekanntermaßen nimmt mit der Verringerung der geforderten Toleranzschranke der Iterationsfehler einer Finite-Elemente-Rechnung ab, jedoch steigt die Anzahl der notwendigen Iterationsschritte bzw. die notwendige Rechenzeit exponentiell an. Für die beiden untersuchten Flachdeckensysteme sind die Abweichungen der rechnerisch ermittelten Verformungen und die erforderlichen Rechenzeiten für unterschiedliche Konvergenzkriterien in Tabelle 7.14 dargestellt.

Tabelle 7.14: Relativer Rechenfehler und Rechenzeit in Abhängigkeit der Konvergenzschranke ε

Konvergenz- schranke ε	rel. Fehler $R_{\varepsilon=5 \cdot 10^{-3}}$	Iterations- schritte	$\frac{t_{\text{CPU}}(\varepsilon)}{t_{\text{CPU}}(\varepsilon=5 \cdot 10^{-3})}$	Konvergenz- schranke ε	rel. Fehler $R_{\varepsilon=5 \cdot 10^{-3}}$	Iterations- schritte	$\frac{t_{\text{CPU}}(\varepsilon)}{t_{\text{CPU}}(\varepsilon=5 \cdot 10^{-3})}$
Innenfeld mit $h_{\text{IF}} = 18 \text{ cm}$				Eckfeld mit $h_{\text{EF}} = 25 \text{ cm}$			
$5 \cdot 10^{-3}$	0,00 %	6950	100,0 %	$5 \cdot 10^{-3}$	0,00 %	12280	100,0 %
$2 \cdot 10^{-2}$	0,24 %	3345	48,1 %	$2 \cdot 10^{-2}$	1,80 %	6148	50,1 %
$1 \cdot 10^{-1}$	0,17 %	848	12,2 %	$1 \cdot 10^{-1}$	1,13 %	2348	19,1 %
$2,5 \cdot 10^{-1}$	0,37 %	530	7,6 %	$2,5 \cdot 10^{-1}$	0,77 %	1002	8,2 %

Relevante Abweichungen der Verformungswerte konnten in den durchgeführten Vergleichsrechnungen nicht verzeichnet werden. Somit wird das Konvergenzkriterium für die Finite-Elemente-Rechnungen dieser Arbeit mit $\varepsilon_F = \varepsilon_M = 2 \cdot 10^{-2}$ gewählt, siehe auch Abschnitt 4.5. Damit lässt sich für die hier gestellte Problemstellung ein befriedigender Kompromiss bezüglich der Einhaltung der erforderlichen Ergebnisgenauigkeit, der Gewährleistung eines stabiles Konvergenzverhaltens für die gesamte Bandbreite der numerischen Untersuchungen sowie der Minimierung der Rechenzeit für die Vielzahl der zu berücksichtigenden Modelle erzielen.

Einen weiteren Einfluss auf die Ergebnisgenauigkeit stellt die **Anzahl der Einzelschichten** zur Abbildung der Querschnittshöhe dar. Mit zunehmender Schichtenanzahl ist in etwa ein linearer Anstieg der Rechenzeit bei Abnahme des Iterationsfehlers zu beobachten, siehe Tabelle 7.15. Der ermittelte, relative Fehler $R_{N=42}$ der Verformung des betrachteten Systems wurde dabei auf die Verformungen des mit 42 Schichten abgebildeten Flachdeckensystems bezogen.

Tabelle 7.15: Relativer Rechenfehler und Rechenzeit in Abhängigkeit der Schichtenanzahl

Schichten- anzahl N	rel. Fehler $R_{N=42}$	Rechenzeit t_{CPU}	$\frac{t_{\text{CPU}}(N)}{t_{\text{CPU}}(N=42)}$	Schichten- anzahl N	rel. Fehler $R_{N=42}$	Rechenzeit t_{CPU}	$\frac{t_{\text{CPU}}(N)}{t_{\text{CPU}}(N=42)}$
Innenfeld mit $h_{\text{IF}} = 18 \text{ cm}$				Eckfeld mit $h_{\text{EF}} = 25 \text{ cm}$			
42	0,00 %	51,4 h	100,0 %	42	0,00 %	89,1 h	100,0 %
36	0,91 %	45,5 h	88,5 %	36	0,71 %	73,7 h	82,7 %
30	0,87 %	38,0 h	74,0 %	30	1,91 %	74,1 h	83,1 %
24	0,95 %	32,2 h	62,8 %	24	1,03 %	69,9 h	78,4 %

Vor diesem Hintergrund lassen sich zwei gegenläufige Effekte beobachten: Einerseits steigt der Rechenaufwand mit zunehmender Schichtenanzahl an, andererseits kann eine feinere Querschnittsunterteilung zu einem verbesserten Konvergenzverhalten führen und eine geringere Anzahl notwendiger Iterationsschritte nach sich ziehen. Grundsätzlich ist dabei festzuhalten, dass bereits Finite-Elemente-Modelle mit 24 Einzelschichten – bei einer Berücksichtigung von vier Bewehrungslagen je Plattenquerschnitt – befriedigende Ergebnisse für die untersuchten Querschnittshöhen liefern. Damit lässt sich auf eine ausreichend genaue Abbildung der Querschnittshöhe mit $N \approx h$ [cm] Schichten schließen. Um eine wiederholte Anpassung der Schichtanzahl bei der Vielzahl der Systemmodellierungen zu vermeiden, wurde im Rahmen dieser Arbeit die Abbildung der Querschnittshöhe mit stets 36 Einzelschichten zugrunde gelegt.

Darüber hinaus stellt die Verwendung von **Symmetrierandbedingungen** eine Näherung dar. Dieser Näherungscharakter wurde anhand einer zusätzlichen Untersuchung analysiert, wobei die betrachteten Flachdeckensysteme als Komplettsysteme abgebildet und berechnet wurden. Der Vergleich der ermittelten Plattenverformungen des Komplettsystems und des Plattenviertels des Ausgangssystems zeigt zum Endzeitpunkt vernachlässigbar geringe Abweichungen von weniger als 0,5 %. Daher kann der Ansatz von Symmetrierandbedingungen für nicht-lineare Systemanalysen von Flachdecken bei vorliegender Doppelsymmetrie als geeignet bewertet werden.

7.8.3 Parameterabhängige Streuung von Flachdeckenverformungen

Der Analyse des mittleren Fehlers hinsichtlich Modellunsicherheiten und Rechengenauigkeiten erfolgte auf Basis der vorangegangenen Betrachtungen. An dieser Stelle ist anzumerken, dass die hier erzielten Rechengenauigkeiten sowie die getroffenen Modellvereinfachungen (Schichtenanzahl, Symmetrierandbedingungen) keinen signifikanten Fehler erkennen lassen. Somit lässt sich der mittlere Fehler sowohl für das Innenfeld als für das Eckfeld auf der Grundlage der angenommenen Modellunsicherheiten mit ± 15 % bestimmen.

7.9 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

In diesem Kapitel wurden verschiedenartige Einflüsse auf das Verformungsverhalten von punktgestützten Stahlbetondecken detailliert untersucht, um signifikante Einflussfaktoren zur Beschreibung eines Biegeschlankheitskriteriums für Stahlbetonflachdecken zu spezifizieren. Die weiterführenden nicht-linearen Berechnungen zur Herleitung eines Biegeschlankheitskriteriums basieren auf mittlere Kenn- und Beanspruchungsgrößen sowie teilweise vereinfachten Berechnungsannahmen. Daher wurde es zusätzlich notwendig, den mittleren Fehler der berechneten, mittleren Flachdeckenverformungen zu quantifizieren.

Die Grundlage der durchgeführten Fehleranalyse bildeten Modellrechnungen, in denen unvermeidbar auftretende Streuungen von verformungsrelevanten Materialkenngrößen, Umweltbedingungen und äußeren Beanspruchungen sowie variable, geometrische Randbedingungen – also System- bzw. Planungsparameter – berücksichtigt wurden. Des Weiteren erfolgte eine kritische Betrachtung der in dieser Arbeit zugrunde gelegten Annahmen zur Berechnung und Auswertung von Flachdeckenmodellen und deren Modellunsicherheiten. Die Ergebnisse der Parameterstudie sind in Bild 7.12 in einer Übersicht zusammengefasst.

Grundsätzlich ist festzuhalten, dass trotz detaillierter Abbildung der komplexen, mechanischen Zusammenhänge von Stahlbeton es nicht gelingt, die Langzeitverformungen von Stahlbetondecken exakt vorherzusagen. Besondere Schwierigkeiten bereiten dabei die Tatsachen, dass es weder möglich ist die zeitliche und räumliche Verteilung der veränderlichen Nutzlast für den gesamten Betrachtungszeitraum exakt vorherzusagen, noch können auf der Grundlage der bestehenden Modellvorstellungen die zu erwartenden Kriech- und Schwindverformungen genau bestimmt werden. Allein diese beiden Parametergruppen liefern jeweils einen mittleren Fehler von ca. ± 30 % bezüglich der Verformungsvorhersage, siehe Bild 7.12. Darüber hinaus wird ersichtlich, inwieweit sich unvermeidbaren Streuungen der einzelnen Materialkenngrößen relevant auf die Ergebnisgenauigkeit auswirken können. Hierbei sind die Abweichungen in der Betonzugfestigkeit sowie in der Betonbruchenergie besonders hervorzuheben.

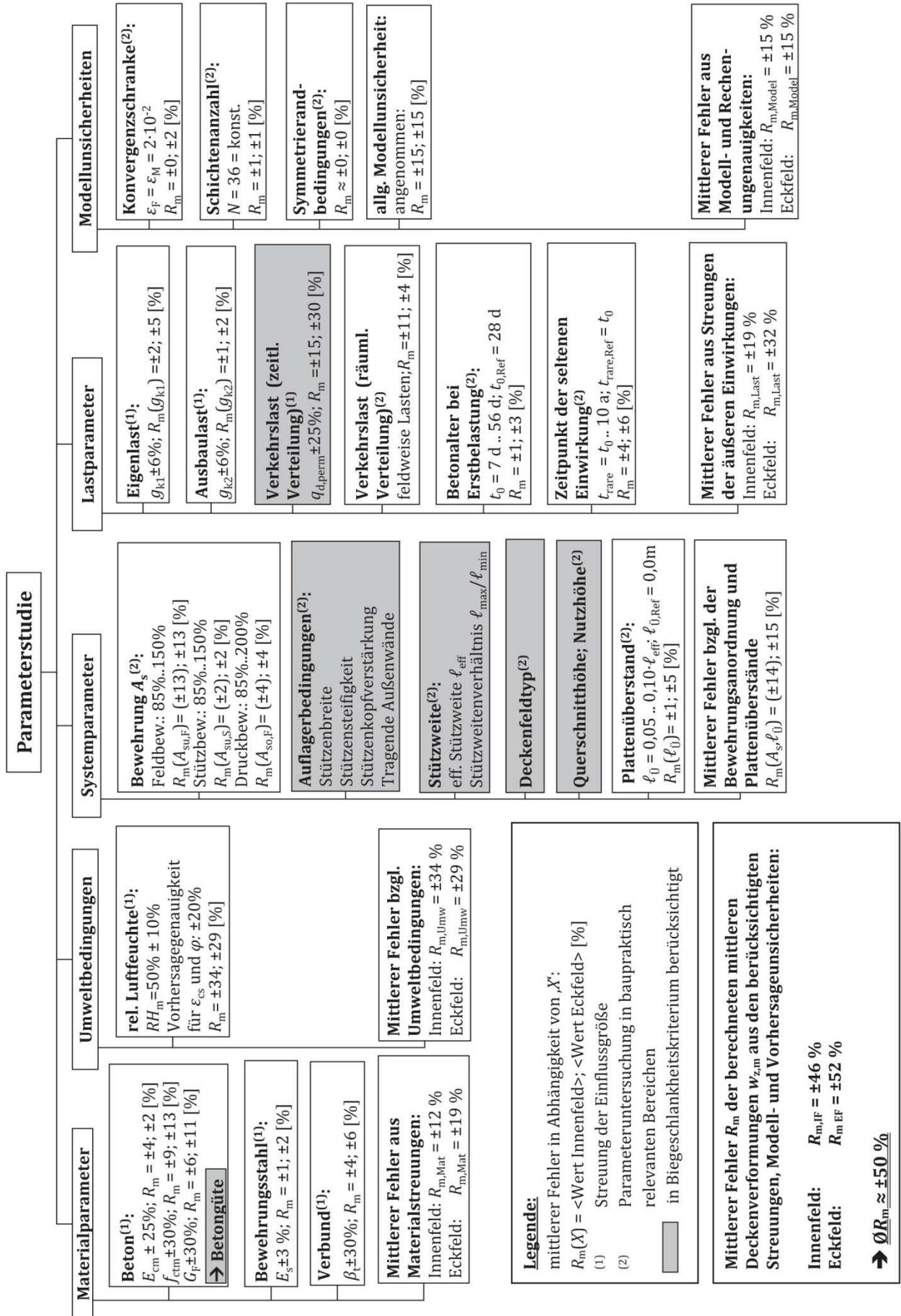


Bild 7.12: Zusammenfassung der Berechnungsergebnisse der Parameterstudie

Anhand der Parameterstudie lässt sich der Gesamtfehler zur Vorhersagen der mittleren Flachdeckenverformungen somit auf ca. $\pm 50\%$ beziffern. Dies verdeutlicht den Einfluss unbekannter und streuender Parameter auf die Verformungsberechnung von Flachdecken sowie die Vorhersagegenauigkeit deterministischer Verfahren auf der Grundlage von Mittelwerten. Zu ähnlichen Ergebnissen kam Hausmann (2007). Auf der Basis probabilistischer Untersuchungen ließ sich dabei ein Variationskoeffizient der berechneten, mittleren Durchbiegungen vorgespannter Flachdecken von 27 % bis 61 % ermitteln.

Im Gegensatz dazu stellen die zulässigen Verformungsgrenzwerte der normativen Regelung, siehe Abschnitt 2.2, lediglich Richtwerte dar. Es darf also nicht streng davon ausgegangen werden, dass nach deren Überschreiten ein plötzliches Schadensereignis auftritt. Hossain, et al. (2001) entwickelten auf der Basis umfassender Auswertung internationaler Schadensfälle stochastische Modelle zur Beschreibung der zulässigen Verformungsgrenzwerte. Den Variationskoeffizienten der zulässigen Verformungen geben sie für geringe Anforderungen an die Verformungsbegrenzung mit 42 % und für höhere mit 57 % an. Damit ergeben sich zwei Grenzzustände: Der Grenzzustand der zu erwartenden Verformung und der der zulässigen Verformung. Diese gilt es im Zuge einer Zuverlässigkeitsanalyse zu bewerten.

Im Rahmen einer Zuverlässigkeitsanalyse wird nach DIN 1055-100 die Einhaltung eines Zuverlässigkeitsindex von $\beta = 1,5$ für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit gefordert. Dieser Nachweis ist nur mittels aufwendiger, probabilistischer Analysen zu erbringen. Hausmann (2007) konnte hingegen für ausgewählte Beispiele vorgespannter Flachdecken zeigen, dass der Zuverlässigkeitsindex von $\beta = 1,5$ stets eingehalten ist, sofern die deterministisch berechnete Verformungen – auf der Grundlage von Mittelwerten – unterhalb der zulässigen Verformungen von $w_{z,zul} = \ell/250$ und $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ lagen. An dieser Stelle wird eine Übertragbarkeit der Untersuchungsergebnisse auf schlaff bewehrte Flachdecken unterstellt. Hierbei ist jedoch vorauszusetzen, dass die verwendeten Vorhersageverfahren entsprechende Rechengenauigkeiten aufweisen. Da sowohl in der Arbeit von Hausmann (2007) als auch im Rahmen dieser Arbeit die Verformungen mit Hilfe von nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen ermittelt wurden, darf dies angenommen werden.

Infolgedessen werden in dieser Arbeit die Verformungen von punktgestützte Stahlbetondecken deterministisch auf der Grundlage von Mittelwerten ermittelt und daraus ein Biegeschlankheitskriterium abgeleitet. Es darf somit weiterhin angenommen werden, dass mit diesem Schlankheitskriterium die Verformungen von punktgestützter Stahlbetondecken zuverlässig begrenzt werden. Ein rechnerischer Nachweis auf die Einhaltung des Zuverlässigkeitsindex wird im Rahmen dieser Arbeit nicht erbracht und liefert somit weiteren Forschungsbedarf. Die Gültigkeit und Übertragbarkeit der oben genannten Annahmen erfolgen aufgrund von Plausibilitätsprüfungen.

Ein weiterer Untersuchungsschwerpunkt dieser Parameterstudie liegt in der Analyse der Relevanz der verschiedenen Einflussgrößen. So sind in Bild 7.12 die Parameter grau unterlegt, welche in die Entwicklung des Biegeschlankheitskriteriums nachfolgend miteinbezogen werden. Für baupraktisch bedeutsame Bereiche ist deren Relevanz nachgewiesen, siehe Tabelle 7.16.

Tabelle 7.16: Zusammenfassung baupraktisch relevanter Verformungsparameter bei Flachdeckensystemen

Parameter	Parameterbereich der Analysen	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ bei einer Verformungsbegrenzung des	
		Innenfelds	Eckfelds
<i>Materialparameter:</i>			
Betongüte	C20/25 → C30/37	100 % → 61 %	100 % → 34 %
<i>Systemparameter:</i>			
Stützenbreite b_{St}	$0,05 \cdot \ell_{eff} \rightarrow 0,10 \cdot \ell_{eff}$	100 % \rightsquigarrow 108 %	100 % → 48 %
Stützensteifigkeit $(E \cdot I)_{St}$	50 % → ∞	86 % \rightsquigarrow 101 %	117 % → 54 %

Parameter	Parameterbereich der Analysen	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ bei einer Verformungsbegrenzung des	
		Innenfelds	Eckfelds
Stützenkopfverstärkg. $b_{V,St}$	$0 \cdot \ell_{eff} \rightarrow 0,25 \cdot \ell_{eff}$	100 % \rightarrow 37 %	100 % \rightarrow 54 %
Tragende Außenwände	1 bzw. 2 Ränder gestützt	110 %, 117 %	48 %, 22 %
Stützweite ℓ_{eff}	4,0 m \rightarrow 6,0 m	---	$0,21 \rightarrow 1,47 \cdot w_{z,zul}$
Stützweitenverh. ℓ_{min}/ℓ_{max}	1,0 \rightarrow 1,6	---	$1,03 \rightarrow 1,85 \cdot w_{z,zul}$
Deckenfeldtyp	Eck-, Rand-, Innenfeld	16%, 68%, 100%	100%, 156%, 192%
Nutzhöhe d	14,9 cm \rightarrow 21,9 cm	192 % \rightarrow 100 %	100 % \rightarrow 16 %
<i>Lastparameter:</i>			
Verkehrslast $q_{d,perm}$	2,8 kN/m ² \rightarrow 5,0 kN/m ²	92 % \rightarrow 100 %	77 % \rightarrow 100 %

Generell ist herauszustellen, dass im Weiteren lediglich Verformungseinflüsse erfasst werden, die Abweichungen der Deckenfeldverformung von über 50 % bewirken und somit außerhalb des ermittelten Fehlerbereiches liegen. Aufgrund der Variabilität der einzelnen Kenngrößen innerhalb des Biegeschlankheitskriteriums kann auf eine gesonderte Fehleranalyse ihrerseits verzichtet werden.

8 Begrenzung der Durchbiegung von Flachdecken ohne direkte Berechnung

8.1 Systemvarianten

Zur Beschreibung der Biegeschlankheitskriterien von punktgestützten Stahlbetondecken erfolgten weitere nicht-lineare Systemanalysen. Auf der Basis der vorangegangenen Parameteruntersuchungen (Abschnitt 7) wurden die maßgeblichen Einflussgrößen herausgestellt und in Bezug auf das Ausgangssystem (Abschnitt 6) wie folgt variiert:

Stützweite $\ell_x; \ell_y$:	4 m; 5 m; 6 m; 7 m; 8 m; 10 m
Querschnittshöhe bzw. Nutzhöhe:	Variationsparameter, Schrittweite: $\Delta h = \ell_{\max}/500$
Verhältnis der Stützweiten $\ell_{\max} / \ell_{\min}$ bei $\ell_{\min} = 5,0$ m:	1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 2,0
Stützensteifigkeit K_{St} :	0,5; 1,0; 2,0; $\rightarrow \infty$
Stützenbreite b_{St}/ℓ :	0,050; 0,075; 0,100
Breite der Stützenkopferverstärkung b_{St}^V/ℓ :	0,150; 0,250
Betongüte:	C20/25; C25/30; C30/37
Bewehrungsgrad:	entsprechend Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit und Bewehrungsplänen in Anhang B
Nutzlast q_k :	2,8 kN/m ² ; 5,0 kN/m ²
gelagerte Plattenränder:	ohne tragende Wände; eine bzw. zwei tragende Außenwände
Kriterium der Verformungsbegrenzung:	$w_{z,zul} = \ell/250$; $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$

Gemäß den Ausführungen des Abschnitts 6 wurden die jeweiligen Flachdeckenmodelle separat abgebildet und deren Langzeitverformungen berechnet. Damit wurde es notwendig über 1.000 separate, nicht-lineare Systemanalysen durchzuführen, um die vorgestellten Parameter in der Entwicklung der Schlankheitskriterien hinreichend genau erfassen zu können.

Die Auswertung der nicht-linearen Berechnungen erfolgte separat für beide Begrenzungskriterien: $w_{z,zul} = \ell/250$ und $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$. Dabei wurde für seitengleiche Deckenfelder stets die effektive Stützweite $\ell = \ell_{\text{eff}}$ zugrunde gelegt. Die maßgebliche Stützweite für Deckenfelder mit einem Seitenverhältnis $\ell_{\max}/\ell_{\min} > 1,0$ wurde gemäß Gl. (7.2) in Ansatz gebracht. Zur Erfüllung der Forderung $w_{z,zul} = \ell/250$ wurden die Verformungsabsolutwerte zum Endzeitpunkt von 50 Jahren herangezogen. Hinsichtlich des schärferen Begrenzungskriteriums von $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ erfolgte die Ergebnisauswertung auf der Basis des Verformungsunterschieds zwischen der Langzeitverformung bei $t - t_0 = 50$ Jahre und der sofortigen Durchbiegung bei $t = t_0$. Unter dem Ansatz einer seltenen Beanspruchung zum Belastungsbeginn liegt diese Annahme weitestgehend auf der sicheren Seite. Ein späterer Einbau von Sekundärbauteilen bei $t > t_0$ wirkt sich stets günstiger aus.

8.2 Allgemeine Vorgehensweise

Die Berechnungen zur Herleitung der Biegeschlankheitskriterien für Stahlbeton-Flachdecken basieren auf den zuvor dargestellten System- und Modellvorstellungen. Für die zuvor genannten Einflussfaktoren wurde die Querschnittshöhe h und somit die Nutzhöhe d der Platte soweit variiert, dass im betrachteten Deckenfeld sich die berechnete Plattendurchbiegung der zulässigen

Verformung von $w_{z,zul} = \ell/250$ bzw. $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ annähert. Die Schrittweite dieses iterativen Vorgehens wurde dabei auf $\Delta h = \ell_{max} / 500$ begrenzt. Die erforderliche Nutzhöhe d zur Begrenzung der zulässigen Bauteilverformung konnte im Anschluss durch die lineare Interpolation der Berechnungsergebnisse hinreichend genau bestimmt werden. Die Auswertung der numerisch ermittelten Plattenverformungen erfolgte für Systeme gleicher Stützweiten $\ell_x = \ell_y$ vereinfachend in Plattenmitte. Dies entsprach in etwa dem Punkt der maximalen Plattendurchbiegung. Systeme mit einem Stützweitenverhältnis von $\ell_{max} / \ell_{min} > 1,0$ zeigten diesbezüglich nicht mehr vernachlässigbare Abweichungen auf, so dass die Auswertung der Plattenverformungen hier stets an der Stelle der maximalen Deckenfelddurchbiegung erfolgte.

Die erforderliche Nutzhöhe d der Stahlbetonplatten wird als der Achsabstand der untersten Bewehrungslage a_{sux} zum oberen Bauteilrand definiert ($d = d_{ux}$), siehe Bild 6.1. Die Anforderungen bezüglich einer Mindestdicke von Vollplatten aus Ortbeton gemäß DIN 1045-1, Abschn. 13.3.1 sowie DIN 4102-4, Abschn. 3.4 bleiben in den weiteren Untersuchungen unberücksichtigt.

8.3 Vorschlag eines Biegeschlankheitskriteriums

Auf der Grundlage der zuvor genannten Systemanalysen konnte die zulässige Biegeschlankheit punktgestützter Stahlbetondecken wie folgt ermittelt werden:

$$\frac{\ell_{eff}^k}{d} = \frac{j^k}{\prod \alpha} \quad (8.1)$$

Darin beschreiben die Parameter j und k den Einfluss der betrachteten Nutzlast in Abhängigkeit des zugrunde gelegten Kriteriums der Verformungsbegrenzung und sind Tabelle 8.1 zu entnehmen. Die Ermittlung dieser Parameter erfolgte auf der Grundlage von Regressionsanalysen (Minimierung der Fehlerquadratsumme) der berechneten Flachdeckenverformungen.

Tabelle 8.1: Parameter j und k in Abhängigkeit der Nutzlast und der zulässigen Verformung

Nutzlasten im üblichen Hochbau	$w_{z,zul} = \ell/250$		$w_{z,zul} = \ell/500$	
	j [-]	k [-]	j [-]	k [-]
$q_k = 2,8 \text{ kN/m}^2$	50	1,30	50	1,35
$q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$	34	1,15	34	1,20

Im Gegensatz zu den häufig verwendeten linearen bzw. bilinearen Verlaufsfunktionen der Biegeschlankheit wird in dieser Arbeit ein potentieller Verlauf vorgeschlagen, der den überproportionalen Einfluss der Stützweite auf die Flachdeckenverformung widerspiegelt.

Die Produktkette $\prod \alpha$ berücksichtigt die Einflüsse aus Material- und Systemeigenschaften und wird durch Gl. (8.2) beschrieben.

$$\prod \alpha = \alpha_{f_c} \cdot \alpha_{\lambda} \cdot \alpha_i \cdot \alpha_{E,St} \cdot \alpha_{V,St} \quad (8.2)$$

Darin bedeuten:

- α_{f_c} Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses der Betongüte
- α_{λ} Parameter zur Berücksichtigung des Stützweitenverhältnisses: $\lambda = \ell_{max} / \ell_{min}$
- α_i Parameter zur Berücksichtigung des Deckenfeldtyps
- $\alpha_{E,St}$ Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses der Stützensteifigkeit
- $\alpha_{V,St}$ Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses einer Stützenkopfverstärkung

Die Ermittlung der einzelnen Parameter α erfolgte durch Regressionsanalysen. Die Minimierung der Summe der Fehlerquadrate stellt hierbei ein geeignetes Optimierungsverfahren da. Die allgemeine Vorgehensweise bestand darin die Kenngrößen des Ausgangssystems, siehe Abschnitt 6, als Grundwerte zu definieren und die untersuchten Einflussfaktoren darauf zu beziehen. Die systembezogenen Relationswerte ließen sich unter Zuhilfenahme von weiteren Regressionsanalysen analytisch beschreiben.

Der **Einfluss der Betongüte** auf die zulässigen Verformungen von Flachdecken ergibt sich unter Berücksichtigung der bezogenen Betondruckfestigkeit demzufolge gemäß Gl. (8.3).

$$\alpha_{fc} = \left(\frac{f_{ck}^0}{f_{ck}} \right)^{\frac{4}{9}} \quad (8.3)$$

mit $f_{ck}^0 = 20 \text{ N/mm}^2$

Die mittels nicht-linearen Systemanalysen numerisch ermittelten Parameterwerte sind denen auf der Grundlage der vorgeschlagenen, analytischen Lösung in Bild 8.1 gegenübergestellt.

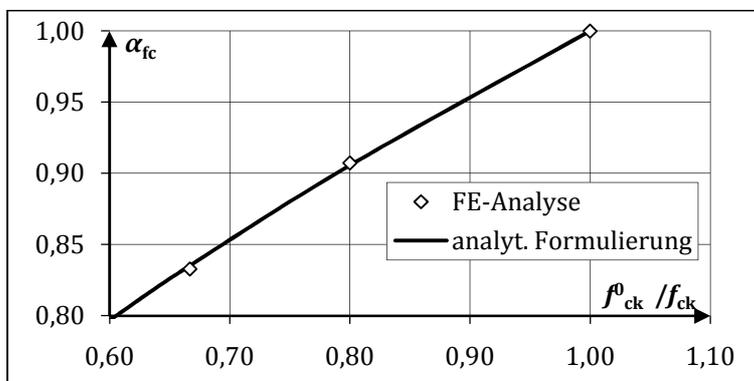


Bild 8.1: Zusammenhang zwischen Parameter α_{fc} und der bezogenen Betondruckfestigkeit f_{ck}^0/f_{ck}

Die weiteren Parameter der Gl. (8.2) α_i , $\alpha_{E,St}$ und $\alpha_{V,St}$ korrelieren mit verschiedenen Kenngrößen der Plattenlagerung. Zur Veranschaulichung der analytischen Beschreibungen werden folgende Betrachtungen vorangestellt.

In den nicht-linearen Strukturanalysen wurde von einer Plattenlagerung auf **einer** Stütze je Anschlusspunkt ausgegangen, siehe Bild 8.2 (a).

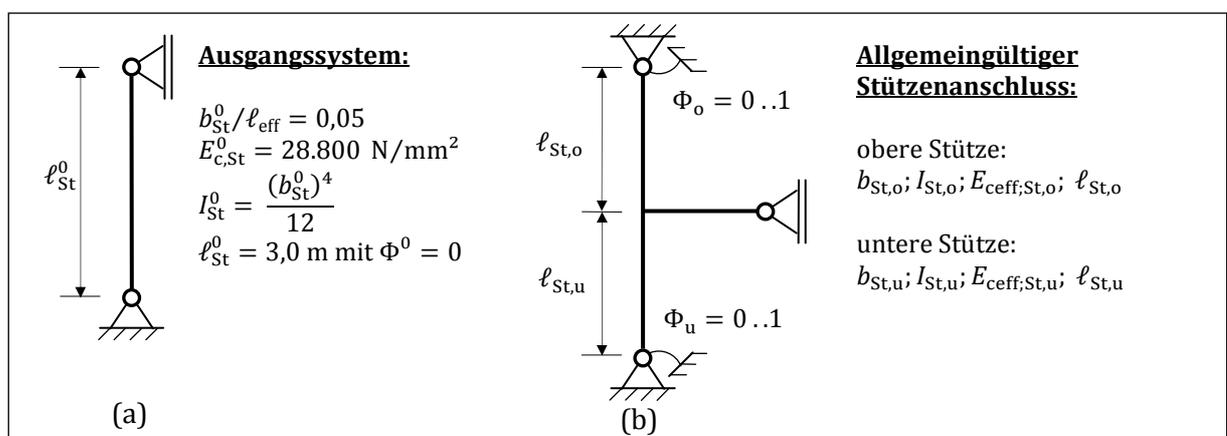


Bild 8.2: Idealisierung des Stützenanschlusspunktes (a) des Ausgangssystems; (b) eines allgemeingültigen Stützenanschlusses

Um die untersuchten Bettungsparameter des betrachteten Ausgangssystems in eine allgemeine Form zu überführen, stellt sich die Frage: Wie groß muss die Stützenbreite b_{St}^0 im Ausgangssystem sein, damit die Stützebiegesteifigkeit des Ausgangssystems K^0 der Gesamtbiegesteifigkeit des betrachteten Stützenanschlusses K_{ges} entspricht? Im Umkehrschluss bedeutet dies: Es kann für jedes beliebige System eine äquivalente Stützenbreite b_{St}^* ermittelt werden, auf deren Grundlage die Biegesteifigkeit beider Systeme (Bild 8.2) – dann mit $b_{St}^0 = b_{St}^*$ – übereinstimmt. Die nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich diesbezüglich ausschließlich auf den „reinen“ **Stützenquerschnitt**. Die versteifende Wirkung einer Stützenkopferverstärkung wird mit dem Parameter $\alpha_{V,St}$ anschließend gesondert erfasst.

Die Stützenbiegesteifigkeit des Ausgangssystems ergibt sich unter Ansatz einer gelenkigen Stützenfußlagerung ($\Phi = 0$) bei einer Stützenlänge von $\ell_{St}^0 = 3,0$ m nach Gl. (8.4).

$$K^0 = \frac{3 \cdot E_{c,St}^0 \cdot I_{St}^0}{\ell_{St}^0} \quad (8.4)$$

Mit der Einführung der bezogenen Stützenbreite $\beta = b_{St}/\ell_{eff}$ folgt auf der Basis des zugrunde gelegten, quadratischen Stützenquerschnitts:

$$K^0 = \frac{3 \cdot E_{c,St}^0 \cdot (\beta^0 \cdot \ell_{eff})^4}{12 \cdot \ell_{St}^0} \quad (8.5)$$

Die Gesamtbiegesteifigkeit K_{ges} des allgemeingültigen Stützenanschlusses [Bild 8.2 (b)] resultiert hingegen aus der Summe der Biegesteifigkeiten der Einzelstützen K_o und K_u , siehe Gl. (8.6).

$$K_{ges} = \frac{(3 + \Phi_o) \cdot E_{ceff;St,o} \cdot I_{St,o}}{\ell_{St,o}} + \frac{(3 + \Phi_u) \cdot E_{ceff;St,u} \cdot I_{St,u}}{\ell_{St,u}} \quad (8.6)$$

Diese lässt sich in allgemeingültiger Form für punktgestützte Deckenplatten gleicher sowie unterschiedlicher Stützweiten mit rechteckigen Stützenquerschnitten nach Gl. (8.7) und mit elliptischen bzw. kreisrunden Stützenquerschnitten entsprechend Gl. (8.8) ausdrücken.

$$K_{ges,\square} = \frac{1}{12} \cdot \ell_{eff,min}^3 \cdot \ell_{eff,max} \cdot \sum_{i=1}^2 \frac{(3 + \Phi_i) \cdot E_{ceff;St,i} \cdot \beta_{min,i}^3 \cdot \beta_{max,i}}{\ell_{St,i}} \quad (8.7)$$

mit $\beta_i = b_{St,i}/\ell_{eff}$

$$K_{ges,\odot} = \frac{\pi}{64} \cdot \ell_{eff,min}^3 \cdot \ell_{eff,max} \cdot \sum_{i=1}^2 \frac{(3 + \Phi_i) \cdot E_{ceff;St,i} \cdot \beta_{d,min,i}^3 \cdot \beta_{d,max,i}}{\ell_{St,i}} \quad (8.8)$$

mit $\beta_{d,i} = d_{St,i}/\ell_{eff}$

Der Index i weist mit dem Wert „1“ auf die untere Stütze und dem Wert „2“ auf die obere Stütze hin. Beiden Gleichungen wurde – auf der sicheren Seite liegend – eine maßgebliche Biegung um die kleinere, bezogene Stützenbreite $\beta_{min} = b_{St,min}/\ell_{eff,min}$ bzw. den kleineren, bezogenen Stützendurchmesser $\beta_{d,min} = d_{St,min}/\ell_{eff,min}$ zugrunde gelegt. Dabei entspricht $\ell_{eff,min}$ der zugehörigen Plattenstützweite in Richtung von $b_{St,min}$ bzw. $d_{St,min}$, siehe Bild 8.3.

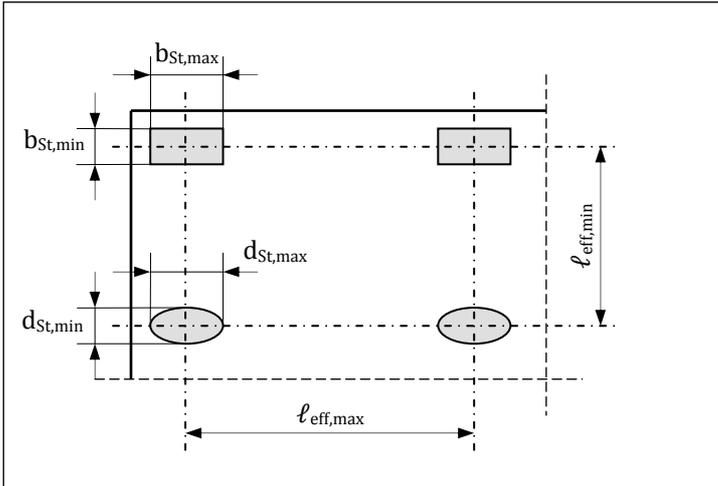


Bild 8.3: Definition der minimalen und maximalen Stützenbreite bzw. -durchmesser und der zugehörigen Stützweiten des Flachdeckenfelds

Die gesuchte, äquivalente Stützenbreite in bezogener Form mit $\beta^0 = \beta^* = b_{St}^*/l_{eff}$ ergibt sich durch Gleichsetzen der Biegesteifigkeiten $K^0 = K_{ges}$ für einen rechteckigen Stützenquerschnitt nach Gl. (8.9) und für einen elliptischen bzw. kreisrunden Stützenquerschnitt nach Gl. (8.10).

$$\beta_{\square}^* = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot \frac{\ell_{St}^0}{E_{c,St}^0} \cdot \frac{\rho_{min}^3}{\rho_{max}^3} \cdot \sum_{i=1}^2 \frac{(3 + \Phi_i) \cdot E_{ceff;St,i} \cdot \beta_{min,i}^3 \cdot \beta_{max,i}}{\ell_{St,i}}} \quad (8.9)$$

$$\beta_{\circ}^* = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{\pi \cdot \frac{\rho_{St}^0}{E_{c,St}^0} \cdot \frac{\rho_{min}^3}{\rho_{max}^3} \cdot \sum_{i=1}^2 \frac{(3 + \Phi_i) \cdot E_{ceff;St,i} \cdot \beta_{d,min,i}^3 \cdot \beta_{d,max,i}}{\ell_{St,i}}} \quad (8.10)$$

mit $\ell_{St}^0 = 3.000 \text{ mm}$
 und $E_{c,St}^0 = 28.800 \text{ N/mm}^2$

Die Eingangsgrößen sind einheitenäquivalent auf der Basis der zugrunde liegenden Systemkennwerte des Ausgangssystems ℓ_{St}^0 und $E_{c,St}^0$ einzusetzen, siehe Bild 8.2.

Aus den Gleichungen (8.9) und (8.10) wird ersichtlich, dass neben den frei wählbaren Systemparametern sich gleichfalls eine Verminderung der Stützensteifigkeit durch Kriechen sowie Rissbildung in der Berechnung der äquivalenten, bezogenen Stützenbreite β^* berücksichtigen lässt. Die Abnahme der Stützensteifigkeit infolge Betonkriechens darf im linearen Kriechbereich näherungsweise unter Ansatz des effektiven Elastizitätsmoduls mit Gl. (8.11) erfasst werden.

$$E_{c,eff;St}(t = \tau) = \frac{E_{c,St}(t = t_0)}{1 + \varphi(t_0, \tau)} \quad (8.11)$$

Insbesondere Rand- und Eckstützen können aufgrund ihrer Lastexzentrizitäten bei geringen Auflasten Rissbildungen aufweisen. In erster Näherung lässt sich eine daraus folgende, verminderte Querschnittsteifigkeit mit $I_{St,red} = \alpha \cdot I_{St}$ in Gl. (8.6) berücksichtigen und somit ebenfalls der Einfluss der Rissbildung in den Stützen auf die zulässige Biegeschlankheit von Flachdecken erfassen. Der Reduktionsfaktor α lässt sich jedoch im Vorfeld nur schwierig wirklichkeitsnahe bestimmen, da dieser von einer Vielzahl von Einflussparametern abhängig ist. Ist eine Rissbildung zu berücksichtigen, kann die Querschnittsteifigkeit beispielsweise in Anlehnung an die Arbeit von Krüger, et al. (2001) ermittelt werden. Im Allgemeinen ist jedoch für Stützen im üblichen Hochbau ein vollständig überdrückter Querschnitt zu erwarten, woraus $\alpha = 1,0$ folgt.

Der **Einfluss der Stützensteifigkeit bzw. der Stützenbreite** auf die zulässige Biegeschlankheit wird mit Gl. (8.12) berücksichtigt. Dabei ist gemäß Gl. (8.9) bzw. Gl. (8.10) die Stützenbreite sowie der Stützendurchmesser in bezogener Form in Ansatz zu bringen. Auf der Grundlage des Verhältnisses der bezogenen Stützenbreiten β^0/β^* konnte mittels Regressionsanalyse folgender Zusammenhang abgeleitet werden:

$$\alpha_{E,St} = \left(\frac{\beta^0}{\beta^*} \right)^{0,3} \geq \alpha_{E,St,min} \quad (8.12)$$

mit
$$\alpha_{E,St,min} = \frac{9}{10} - \frac{5}{3} \cdot \frac{b_{St}}{\ell_{eff}} \quad (8.13)$$

und $\beta^0 = 0,05$

Berücksichtigt wurden an dieser Stelle Stützensteifigkeiten im Bereich von $0 \leq \beta^0/\beta^* \leq 1,2$. Dabei stellt $\beta^0/\beta^* = 0$ eine unendlich steife Stützung und $\beta^0/\beta^* = 1,0$ die Stützensteifigkeit des Ausgangssystems dar. Der minimale Grenzwert $\alpha_{E,St,min}$ basiert auf einer nahezu unendlich steifen Stütze in Abhängigkeit der Stützenbreite nach Gl. (8.13). In Bild 8.4 sind die Ergebnisse der FE-Analyse und die der analytischen Formulierung nach Gl. (8.12) gegenübergestellt. Des Weiteren sind die stützenbreitenabhängigen, unteren Grenzwerte des Parameters $\alpha_{E,St}$ dort verdeutlicht. Bezüglich der Anwendung des Biegeschlankheitskriteriums ist der Einflussparameter $\alpha_{E,St}$ für $\alpha_{E,St} \leq 1,05$ numerisch abgesichert.

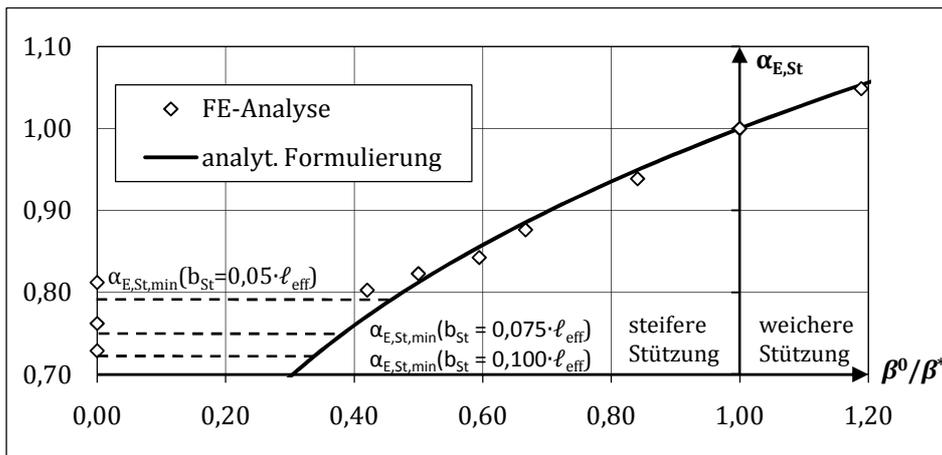


Bild 8.4: Zusammenhang zwischen dem Parameter $\alpha_{E,St}$ und dem Verhältnis der bezogenen Stützenbreite β^0/β^*

Die Auswertung der numerischen Untersuchungen lässt erkennen, dass die berechneten, zulässigen Biegeschlankheiten **verschiedener Deckenfeldtypen** im großen Maße von der Stützenbreite b_{St} abhängig sind. Mit Hilfe von Regressionsanalysen ließen sich wiederum auf der Basis des Verhältnisses der bezogenen Stützenbreiten β^0/β^* folgende Zusammenhänge ableiten:

$$\alpha_{i,EF} = 1,0 \quad (8.14)$$

$$\alpha_{i,RF} = 1,02 - 0,14 \cdot \frac{\beta^0}{\beta^*} \leq 0,95 \quad (8.15)$$

$$\alpha_{i,IF} = 1,13 - 0,43 \cdot \frac{\beta^0}{\beta^*} \leq 0,90 \quad (8.16)$$

mit $\beta^0 = 0,05$

Dabei wurden die Berechnungswerte des Eckfeldes zugrunde gelegt. Für unendlich steife Stützen lieferte die Auswertung der Finite-Elemente-Rechnungen den Feldfaktor $\alpha_{i,RF\infty} = 0,95$ für

das Randfeld und $\alpha_{i,IF\infty} = 0,90$ für das Innenfeld, so dass diese Werte als Anwendungsgrenzen definiert werden. Der abgeleitete Zusammenhang zwischen dem Parameter α_i und dem Verhältnis der bezogenen Stützenbreite β^0/β^* ist für die Ergebnisse der nicht-linearen FE-Analyse sowie für die vorgeschlagenen, analytischen Formulierungen in Bild 8.5 dargestellt.

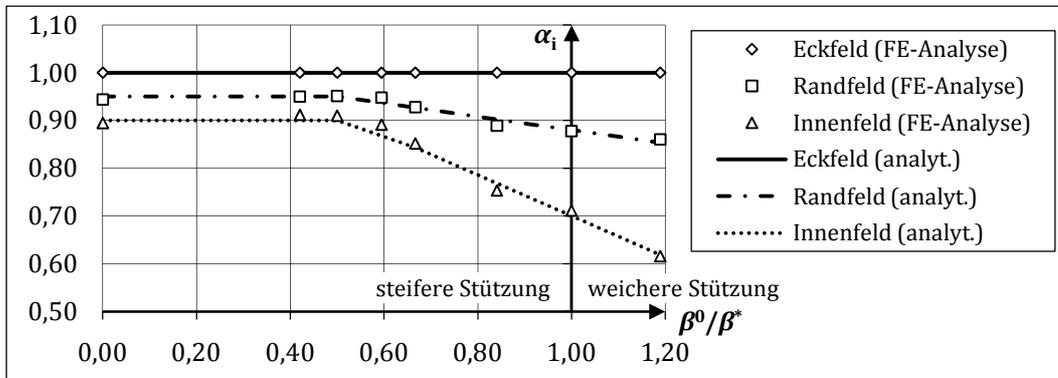


Bild 8.5: Zusammenhang zwischen dem Parameter α_i und dem Verhältnis der bezogenen Stützenbreite β^0/β^* basierend auf der erforderlichen Nutzhöhe des Eckfeldes

Die Berücksichtigung des **Einflusses einer Stützenkopferstärkung** erfolgte auf der Grundlage des Verhältnisses der maßgebenden, bezogenen Breite β^V der Stützenkopferstärkung und der bezogenen Stützenbreite β^0 des Ausgangssystems. Darauf aufbauend ließ sich der analytische Zusammenhang nach Gl. (8.17) herleiten.

$$\alpha_{v,St} = 1,06 - \frac{0,06}{\beta^0/\beta^V} \left. \begin{array}{l} \geq 0,70 \\ \leq 1,00 \end{array} \right\} \quad (8.17)$$

mit $\beta^0 = 0,05$
 und $\beta^V = b_{v,St}/\ell_{eff}$

Bild 8.6 zeigt diesbezüglich den Vergleich mit den Ergebnissen der nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen. In den numerischen Untersuchungen wurde sich auf die Breiten der Stützenkopferstärkung von $b_{v,St} = 0,15 \cdot \ell_{eff}$ und $b_{v,St} = 0,25 \cdot \ell_{eff}$ beschränkt, daher wird hier der Einflussparameter auf $\alpha_{v,St} \geq 0,70$ begrenzt.

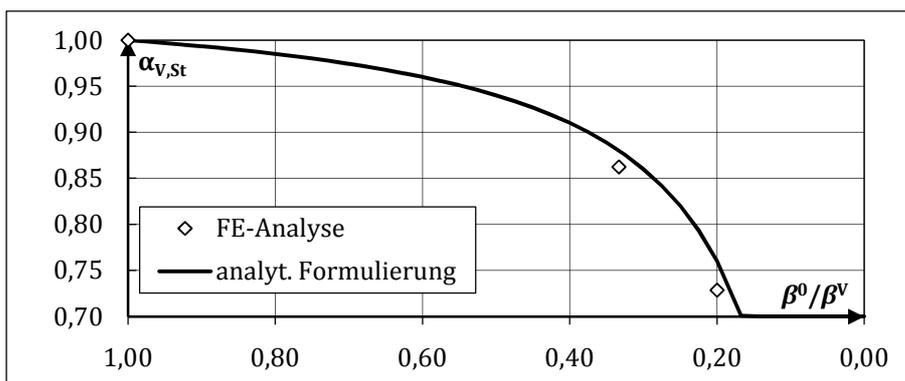


Bild 8.6: Zusammenhang zwischen dem Parameter $\alpha_{v,St}$ und dem Verhältnis der bezogenen Stützenbreite β^0/β^V

Der **Einfluss des Stützweitenverhältnisses** von annähernd rechteckigen Deckenfeldern lässt sich mittels des Faktors α_λ berücksichtigen. Dabei wird in Eck- und Innenfelder sowie in Randfeld „I“ und „II“ unterschieden. Die Bezeichnung „I“ kennzeichnet das Randfeld, welches als freien Rand die kürzere Stützweite aufweist. Für „Randfeld II“ ist der freie Rand hingegen mit der längeren Stützweite identisch. Aufgrund der einfachen Handhabung erfolgt die analytische

Formulierung des Parameters α_λ mittels eines bilinearen Ansatzes. Dazu sind die Berechnungswerte Tabelle 8.2 zu entnehmen, wobei die Zwischenwerte linear interpoliert werden dürfen.

Tabelle 8.2: Parameter α_λ in Abhängigkeit des Stützweitenverhältnisses λ für annähernd rechteckige Deckenfelder

$\lambda = \ell_{\max}/\ell_{\min}$	$\alpha_\lambda(\lambda)$			
	Eckfeld	Randfeld I	Randfeld II	Innenfeld
1,0	1,00	1,00	1,00	1,00
$\geq 1,4$	0,90	0,80	1,00	0,95

Die Ergebnisse und Auswertungen der Finite-Elemente-Analysen für unterschiedliche Verkehrslasten und Begrenzungskriterien sind in Anhang D.1 zusammengestellt. Eine Gegenüberstellung der Ergebnisse der nicht-linearen Strukturanalysen mit denen des vorgeschlagenen Näherungsansatzes zeigt hier exemplarisch Bild 8.7.

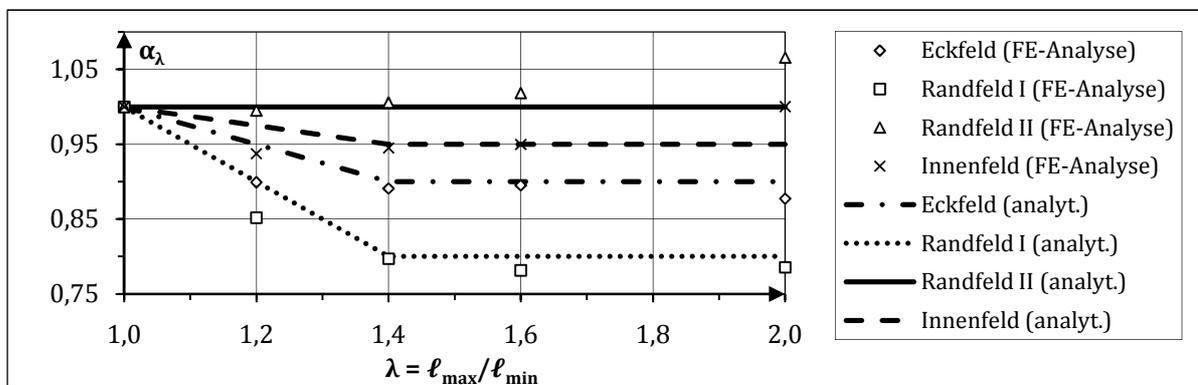


Bild 8.7: Zusammenhang zwischen dem Parameter α_λ und dem Verhältnis der Stützweiten λ bei einer Verkehrslast von $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$ und $\Delta w_{z,\text{zul}} = \ell/500$; Vergleich der Ergebnisse der Finite-Elemente-Analyse und der des vorgeschlagenen Näherungsansatzes

Daraus wird erkennbar, dass die gewählte Ansatzfunktion die numerisch ermittelten Ergebnisse für große Stützweitenverhältnisse etwas unterschätzt. Vor dem Hintergrund der einfachen Handhabung wird jedoch eine maximale Abweichung von ca. 7 % als vertretbar angesehen.

Der **Einfluss tragender Außenwände** auf die zulässige Biegeschlankheit von Flachdecken wird im Rahmen dieser Arbeit in vereinfachter Form vorgeschlagen. Die zugrunde gelegten Ergebnisse der nicht-linearen Systemanalysen sind zusammenfassend in Anhang D.2 aufgeführt. Aus den numerischen Untersuchungen ließen sich folgende Zusammenhänge herleiten:

- Eckfelder mit **einem** gestützten äußeren Plattenrand dürfen als Randfelder ohne Randlagerung betrachtet werden
- Eckfelder mit **zwei** gestützten äußeren Plattenränder dürfen als Innenfelder ohne Randlagerung betrachtet werden
- Randfelder mit **einem** gestützten äußeren Plattenrand dürfen als Innenfelder ohne Randlagerung betrachtet werden
- Eine Abminderung der erforderlichen Nutzhöhe d bei Innenfelder im Falle randgestützter Eck- bzw. Randfeldern ist hingegen nicht zulässig

Die **erforderliche Nutzhöhe** zur Begrenzung der Bauteilverformungen von Flachdecken kann folglich für das betrachtete Deckenfeld unter Berücksichtigung der zuvor genannten Einflussfaktoren nach Gl. (8.18) ermittelt werden.

$$\text{erf } d = \left(\frac{\ell_{\text{eff}}}{j} \right)^k \cdot \alpha_{f_c} \cdot \alpha_{\lambda} \cdot \alpha_i \cdot \alpha_{E,St} \cdot \alpha_{V,St} \quad (8.18)$$

mit $\ell_{\text{eff}} = \ell_{\text{eff,max}}$ in [cm]

8.4 Vorschlag eines vereinfachten Biegeschlankheitskriteriums

Zur einfacheren Handhabung lässt sich unter Verringerung der Ergebnisgenauigkeit das Biegeschlankheitskriterium aus Abschnitt 8.3 auch in vereinfachter Form darstellen. Dazu wird von einem linearen Zusammenhang zwischen der Stützweite ℓ und der Nutzhöhe d ausgegangen. Des Weiteren werden dieser Näherung – auf der sicheren Seite liegend – folgende Annahmen zugrunde gelegt: Jeweils zwei Stützen schließen in einem Auflagerpunkt an die Decke an. Die Stützenbreite beträgt $b_{St} = 0,05 \cdot \ell_{\text{eff}}$. Die Verkehrslast wird auf $q_k \leq 5,0 \text{ kN/m}^2$ begrenzt. Zur Berücksichtigung der Steifigkeitsreduktion in den Stützen wird von einer Kriechzahl von $\varphi_{St} = 3,0$ ausgegangen. Ein weiterer Steifigkeitsverlust in den Stützen infolge Rissbildung wird ausgeschlossen, da ein völlig überdrückt Stützenquerschnitt unterstellt wird. Vereinfachend und in erster Näherung lässt sich infolgedessen die zulässige Biegeschlankheit für Flachdecken wie folgt bestimmen:

$$\left(\frac{\ell_i}{d} \right)_{\text{zul}} = 20 \quad \text{für } w_{z,\text{zul}} = \ell/250 \quad (8.19)$$

$$\left(\frac{\ell_i}{d} \right)_{\text{zul}} = 17 \quad \text{für } \Delta w_{z,\text{zul}} = \ell/500 \quad (8.20)$$

mit
$$\ell_i = \alpha_i \cdot \alpha_{f_{ck}} \cdot \ell_{\text{eff}} \quad (8.21)$$

Der Faktor $\alpha_{f_{ck}}$ darf entsprechend Gl. (8.3) bestimmt werden. Zur Berücksichtigung der Deckenfeldart ergibt sich für diesen Näherungsansatz der Faktor α_i für ein Eckfeld mit $\alpha_{i,EF} = 1,0$ für ein Randfeld mit $\alpha_{i,RF} = 0,85$ und für ein Innenfeld mit $\alpha_{i,EF} = 0,60$. Vereinfachend darf die effektive Stützweite (ℓ_{eff} in [cm]) in den Gln. (8.19) und (8.20) als die längere Stützweite des betrachteten Deckenfeldes angenommen werden. Aufgrund des modularen Aufbaus des komplexeren Biegeschlankheitskriteriums lässt sich das vereinfachte Kriterium unter Berücksichtigung der einzelnen Parameter α schrittweise ergänzen und somit die Ergebnisgenauigkeit sukzessiv erhöhen.

8.5 Fehlerbetrachtungen

Die nachfolgenden Fehlerbetrachtungen geben die relativen Abweichungen der analytischen Beziehungen zur Beschreibung des Biegeschlankheitskriteriums nach Abschnitt 8.3 zu den Berechnungsergebnissen der nicht-linearen Strukturanalysen an. Dabei werden im Weiteren sowohl die einzelnen Einflussparameter α als auch deren Zusammenwirken betrachtet. Aus Gründe der Übersichtlichkeit erfolgt die Auswertung für die Verformungskriterien $w_{z,zul} = \ell/250$ und $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$ getrennt voneinander. Im Folgenden wird sich auf die Ausgabe der Anzahl der Auswertepunkte N , des Maximums aller betrachteten, relativen Einzelfehler R_{max} sowie der Angabe des relativen Fehlers R , basierend auf der *Euklid'schen* Norm bzw. 2-Norm gemäß Gl. (8.22) beschränkt.

$$R = \frac{\|y_i - f(x_i)\|_2}{\|y_i\|_2} \quad (8.22)$$

Darin beschreibt y_i die abgeleitete erforderliche Nutzhöhe zur Verformungsbeschränkung aus den nicht-linearen Strukturanalysen und $f(x_i)$ die rechnerisch notwendigen Nutzhöhen gemäß Gl. (8.18) bzw. Gln. (8.19), (8.20).

Die Ergebnisse der Fehleranalyse von Flachdeckensystemen mit identischer und abweichender Stützweite sind in Tabelle 8.3 zusammengestellt und werden in Bild 8.8 verdeutlicht. Zugrunde liegen eine Stützenbreite von $b_{St}/\ell_{eff} = 0,05$ und eine Betongüte C20/25. Die mittleren Abweichungen erstrecken sich diesbezüglich über einem Bereich von 4 % bis 10 %, wohingegen die maximale Einzelabweichung 14,2 % beträgt.

Tabelle 8.3: Fehlerbetrachtung an Flachdeckensystemen identischer und unterschiedlicher Stützweiten

	$w_{z,zul} = \ell/250 \quad \Delta w_{z,zul} = \ell/500$		$w_{z,zul} = \ell/250 \quad \Delta w_{z,zul} = \ell/500$	
	seitengleiche Flachdeckensysteme		Flachdeckensysteme unterschiedlicher Stützweiten	
Anzahl der Auswertungen N	36	36	40	40
Maximum des Einzelfehlers R_{max}	12,4 %	8,1 %	14,2 %	10,4 %
relativer Fehler R	4,8 %	4,1 %	9,7 %	5,2 %

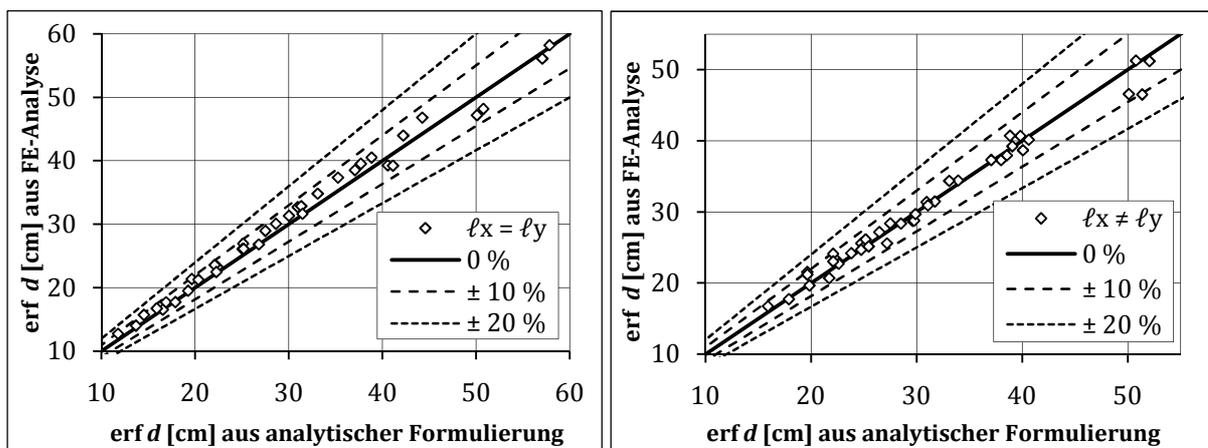


Bild 8.8: Abweichungen zwischen analytischer Beschreibung und FE-Ergebnissen für seitengleiche Flachdeckensysteme (links) und Flachdecken mit unterschiedlichen Stützweiten (rechts) für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$

Die Auswertung der Fehleranalyse von Flachdeckensystemen unterschiedlicher Stützensteifigkeiten und Deckensystemen mit Stützenkopfverstärkungen zeigt sowohl Tabelle 8.4 als auch

Bild 8.9. Der relative Fehler konnte für diese Systemvarianten auf < 6 % begrenzt werden. Eine maximale Einzelabweichung ist hier mit 13,4 % zu verzeichnen.

Tabelle 8.4: Fehlerbetrachtung an Flachdeckensystemen unterschiedlicher Stützsteifigkeiten und mit Stützenkopfverstärkungen

	$w_{z,zul} = \ell/250 \quad \Delta w_{z,zul} = \ell/500$		$w_{z,zul} = \ell/250 \quad \Delta w_{z,zul} = \ell/500$	
	Flachdeckensysteme unterschiedlicher Stützensteifigkeiten		Flachdeckensysteme mit Stützenkopfverstärkungen	
Anzahl der Auswertungen N	66	66	40	40
Maximum des Einzelfehlers R_{max}	9,0 %	9,3 %	13,4 %	12,4 %
relativer Fehler R	3,7 %	4,9 %	5,4 %	5,8 %

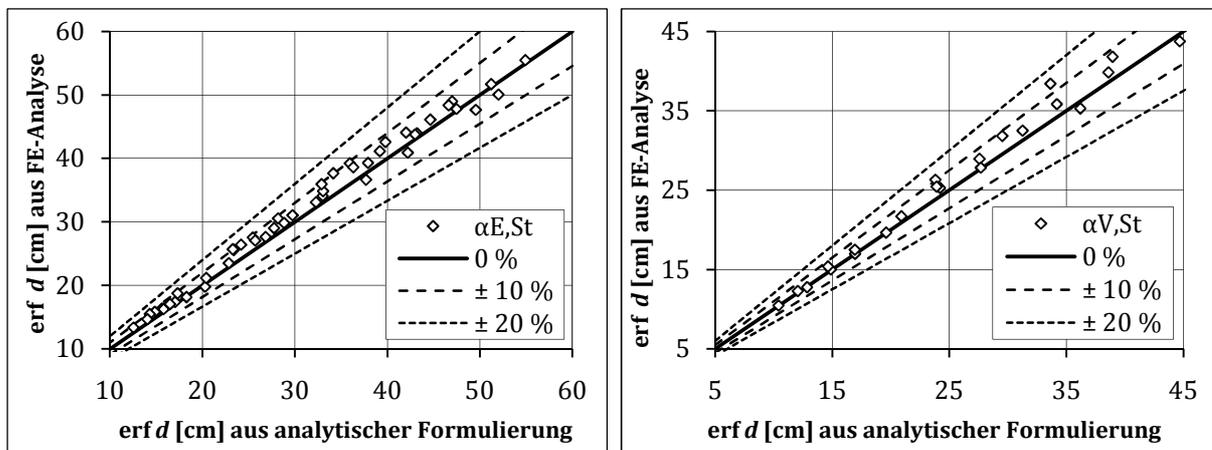


Bild 8.9: Abweichungen zwischen analytischer Beschreibung und FE-Ergebnissen für Flachdeckensysteme unterschiedlicher Stützensteifigkeiten (links) und mit Stützenkopfverstärkungen (rechts) für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$

Unter Einbeziehung aller variierten Systemkomponenten konnte für die Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums gemäß Gl. (8.18) gegenüber den nicht-linearen Finite-Elemente-Analysen die Abweichungen aus dem Zusammenwirken aller berücksichtigten Einflussparameter ermittelt werden. Bei einer Anzahl von $N = 440$ Auswertepunkte ergibt sich der relative Fehler der Gesamtanalyse zu $R = 4,5 \%$, wobei die maximal auftretende Einzelabweichung $R_{max} = 14,2 \%$ beträgt. Damit kann festgestellt werden, dass die entwickelten, analytischen Formulierungen zur Beschreibung der zulässigen Biegeschlankheiten von Flachdecken die Ergebnisse der nicht-linearen Systemanalysen sehr gut widerspiegeln und somit für die Anwendung in baupraktischen Bereichen geeignet sind.

Bezüglich des vereinfachten Biegeschlankheitskriteriums wurden die Parameter Betongüte, Stützenbreite und -steifigkeit, Stützweiten sowie Belastungshöhe einer gesonderten Fehleranalyse unterzogen. Diese erfolgte auf der Grundlage von 312 Auswertepunkte. Der relative Fehler konnte hier mit $R = 12 \%$ ermittelt werden. Die maximal auftretende Einzelabweichung ist hingegen auf $R_{max} = 60 \%$ zu beziffern. Damit ist grundsätzlich festzustellen, dass die Streubreite des vereinfachten Verfahrens erheblich größer ist. Nichtsdestotrotz lassen sich im Mittel gute Ergebnisgenauigkeiten erzielen. Tendenziell treten die größten Abweichungen bei Flachdeckensystemen mit geringen Stützweiten auf. Dass heißt, mit zunehmender Stützweite ist für das vereinfachte Biegeschlankheitskriterium eine Erhöhung der Ergebnisgenauigkeit zu verzeichnen.

8.6 Vergleich mit Berechnungsansätzen aus Normung und Fachliteratur

In Bild 8.10 sind die Ergebnisse der in den Abschnitten 8.3 und 8.4 vorgeschlagenen Biegeschlankheitskriterien den Werten verschiedener normativer Regelungen für exemplarische Randbedingungen gegenübergestellt. Dabei ist der Bereich der neu vorgeschlagenen, erforderlichen Nutzhöhen in Abhängigkeit der Stützensteifigkeit grau unterlegt.

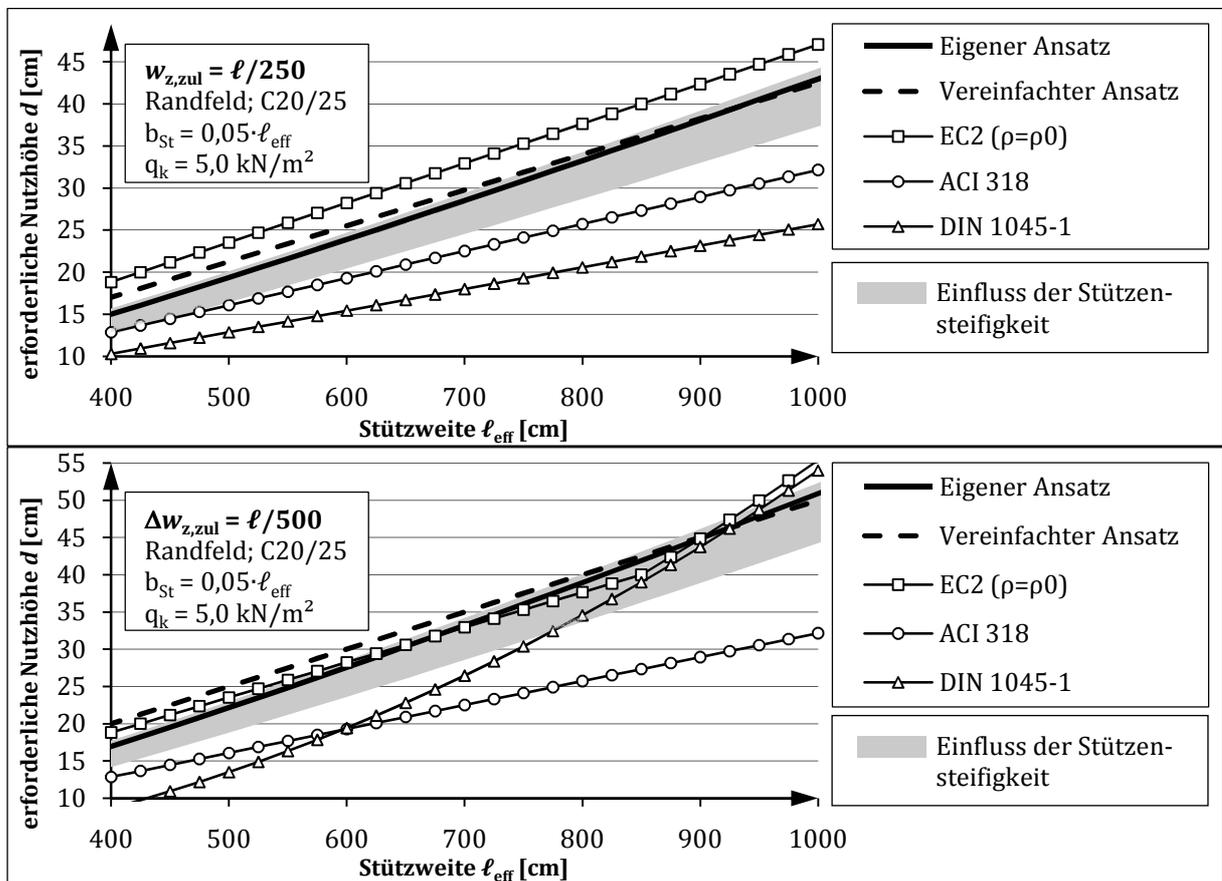


Bild 8.10: Vergleich des vorgeschlagenen Biegeschlankheitskriteriums mit normativen Regelungen

Aus Bild 8.10 wird ersichtlich, dass die Werte des neu entwickelten Biegeschlankheitskriteriums für Stahlbeton-Flachdecken zwischen den restriktiven Regelungen der DIN EN 1992-1-1 und denen der DIN 1045-1 bzw. des ACI 318 liegen. Der Vergleich der Begrenzungskriterien lässt erkennen, dass das hier vorgeschlagene Biegeschlankheitskriterium die Verformungsbegrenzungen von Flachdecken genauer spezifiziert. Mit dem Neuvorschlag lassen sich hingegen für große Stützweiten ($l_{eff} \geq 9 \text{ m}$) und einer Verformungsbegrenzung auf $\Delta w_{z,zul} = l/500$ etwas geringere erforderliche Nutzhöhen ermitteln als mit den Biegeschlankheitskriterien gemäß DIN EN 1992-1-1 bzw. DIN 1045-1.

Wie bereits in Abschnitt 2.3 ausgeführt, geben sowohl Krüger, et al. (2006) als auch Hausmann (2007) Biegeschlankheitskriterien für punktgestützte Platten an. Wohingegen Krüger, et al. (2006) das Trag- und Verformungsverhalten von Flachdecken durch Momenten-Krümmungsbeziehungen näherungsweise erfassen, leitet Hausmann (2007) ein Verformungsbegrenzungskriterium für vorgespannte Flachdecken ab und weist auf die Möglichkeit der Übertragbarkeit auf Stahlbeton-Flachdecken hin – ohne dies jedoch konkret nachzuweisen. Ein Vergleich dieser Kriterien mit dem neu vorgeschlagenen Biegeschlankheitskriterium dieser Arbeit zeigt Bild 8.11.

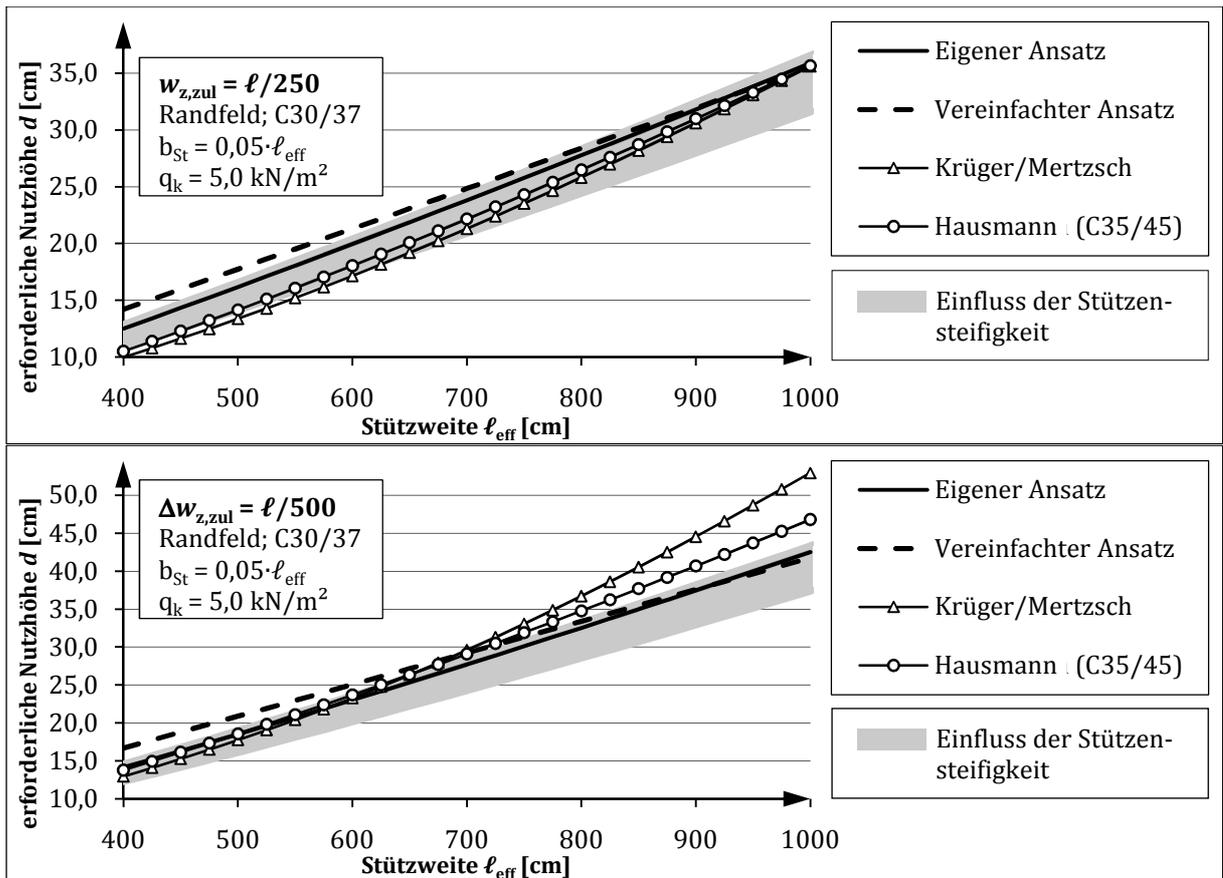


Bild 8.11: Vergleich des vorgeschlagenen Biegeschlankheitskriteriums mit Berechnungsansätzen aus der Fachliteratur

Grundsätzlich lassen sich für eine Verformungsbegrenzung von Flachdecken auf $w_{z,\text{zul}} = \ell/250$ trotz unterschiedlicher Berechnungsverfahren und -annahmen gute Übereinstimmungen erkennen. Dagegen werden für Stahlbeton-Flachdecken mit großen Spannweiten bei einer Verformungsbegrenzung auf $\Delta w_{z,\text{zul}} = \ell/500$ geringere Nutzhöhen mit dem hier vorgeschlagenen Kriterium erforderlich. An dieser Stelle ist anzumerken, dass dem Biegeschlankheitskriterium nach Hausmann (2007) aufgrund der Ausrichtung auf Spannbeton-Flachdecken lediglich Betongüten von C35/45 und größer in Ansatz gebracht werden können. So dass im direkten Vergleich in beiden Begrenzungsfällen noch größere Nutzhöhen zu erwarten wären. Zusätzlich wird der signifikante Einfluss der Auflagerbedingungen aus dem vorgeschlagenen Berechnungsansatz deutlich, welcher in den bestehenden Schlankheitskriterien stets vernachlässigt wurde.

Darüber hinaus lässt sich feststellen, dass unter Ansatz der vereinfachten, vorgeschlagenen Biegeschlankheitskriterien sich gute Näherungen erzielen lassen. Im Allgemeinen und insbesondere für geringe Stützweiten unter $\ell_{\text{eff}} = 7,0 \text{ m}$ darf angenommen werden, dass die zulässigen Biegeschlankheiten auf der Grundlage des vereinfachten Verfahrens gegenüber dem komplexen Biegeschlankheitskriterium auf der sicheren Seite liegen.

8.7 Voraussetzungen und Abgrenzungen zur baupraktischen Anwendbarkeit

Die Herleitung der zuvor dargelegten Biegeschlankheitskriterien erfolgte auf einer breiten Basis von untersuchten, baupraxisrelevanten Einflussfaktoren. Deren Abgrenzungen zeigen den Anwendungsbereich des vorgeschlagenen Bemessungskriteriums auf, welche nachfolgend zusammenfassend nochmals dargestellt werden. Es wird an dieser Stelle abermals darauf hingewiesen, dass die erforderliche Nutzhöhe d der Stahlbetonplatten stets als der Achsabstand der untersten Bewehrungslage hier a_{sux} zum oberen Bauteilrand ($d = d_{\text{ux}}$) nach Bild 6.1 festgelegt wurde.

Untersucht wurden **Stützweiten** im Bereich von $\ell_{\text{eff}} = 4,0$ m bis $\ell_{\text{eff}} = 10,0$ m. Die Querschnittshöhe von Flachdecken mit kleineren Stützweiten ergibt sich im Allgemeinen durch die konstruktiv erforderlichen Mindestdicken. Hingegen werden Flachdecken mit einer Stützweite über 10,0 m in der Regel aus wirtschaftlichen Gründen als Spannbetondecken ausgeführt. Berücksichtigt wurden ausschließlich Systeme mit **rechteckigem Stützenraster**. Geringe Abweichungen von dieser Grundrissform erscheinen unter Ansatz der maximalen Stützweiten als vertretbar. Untersucht wurden weiterhin **Stützweitenverhältnisse** von $\ell_{\text{max}}/\ell_{\text{min}} = 1,0 \dots 2,0$. Dabei wurde der zulässige Wert der Plattendurchbiegung in Abhängigkeit des geometrischen Mittels definiert, siehe Gl. (7.2). Der Einfluss **unterschiedlicher Stützweiten benachbarter Deckenfelder** wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht näher ergründet. Grasser, et al. (1991) geben zur näherungsweisen Ermittlung von Schrittgrößen punktgestützter Platten eine Begrenzung benachbarten Stützweiten in gleicher Richtung von $\ell_{\text{max}}/\ell_{\text{min}} \leq 1,5$ an. Diese Abgrenzung erscheint auch für die Anwendung der hier genannten Biegeschlankheitskriterien aus ingenieurtechnischer Sicht als zweckmäßig.

Analysiert wurden drei unterschiedliche **Betonklassen**: C20/25, C25/30 und C30/37. Eine geringe Betongüte wird in der Regel nicht verwendet. Höhere Betonklasse können unter Anwendung von Gl. (8.3) Berücksichtigung finden. Den Berechnungen wurde ein normal bis schnell erhärtender **Zement** der Festigkeitsklasse 32,5 zugrunde gelegt.

Der Ansatz **veränderlicher Lasten** beschränkt sich in dieser Arbeit auf Verkehrslasten des üblichen Hochbaus mit $\min q_k = 2,8$ kN/m² (inklusive Trennwandzuschlag) und $\max q_k = 5,0$ kN/m². Geringere veränderliche Einwirkungen lassen sich sicher erfassen. Bei wesentlich größeren Abweichungen ist jedoch eine direkte Berechnung der Langzeitverformung unumgänglich. Als **Ausbaulast** wurde eine ständig wirkende Last von $g_k = 2,0$ kN/m² angenommen, welche als obere Grenze eingeschätzt werden kann. Das **Betonalter bei Erstbelastung** beträgt $t_0 = 28$ d. Der **Endzeitpunkt des Betrachtungszeitraums** wurde mit $t_\infty = 50$ a festgelegt.

Zur Ermittlung der Kriech- und Schwindparameter wurde eine **mittlere, relative Luftfeuchtigkeit** von $RH = 50$ % bei einer **mittleren Umgebungstemperatur** von $T_m = 20$ °C zugrunde gelegt. Das Einwirken von Schwinden und aller kriecheerzeugenden Spannungen wurde vereinfachend zum Zeitpunkt der Erstbelastung angenommen.

Die getroffenen Festlegungen erfassen **Stützenbreiten** im Bereich von $b_{\text{St}} = 0,05 \dots 0,10 \cdot \ell_{\text{eff}}$ und **Stützenkopfverstärkungen** bis $b_{\text{V,St}} = 0,25 \cdot \ell_{\text{eff}}$. Deren Höhe wurde so angepasst, dass das Verhältnis zwischen einseitiger Verstärkungslänge ℓ_H und Stützenkopfhöhe h_H stets $\ell_H/h_H = 1,5$ beträgt. Darüber hinaus ist eine Berücksichtigung der **Steifigkeitsabminderung von Betonstützen** infolge Kriechen und Rissbildung durch den Ansatz einer äquivalenten, bezogenen Stützenbreite möglich. Die Untersuchung von **tragenden Außenwänden** ließ die Schlussfolgerung zu, dass ein Randfeld mit einem aufgelagerten Außenrand bzw. ein Eckfeld mit zwei aufgelagerten Außenrändern näherungsweise als Innenfeld betrachtet werden darf. Dagegen kann ein Eckfeld mit einem aufgelagerten Außenrand als Randfeld angesehen werden.

Eine **Schalungsüberhöhung** wurde in den numerischen Untersuchungen nicht berücksichtigt. Deren Ansatz wirkt sich positiv auf das Verformungsverhalten von Flachdecken aus, so dass die hier getroffenen Festlegungen bei einer Vernachlässigung einer Deckenüberhöhung auf der sicheren Seite liegen. **Plattenüberstände** wurden in den Berechnungen zur zulässigen Biegeschlankheit ebenfalls vernachlässigt. Vergleichsrechnungen zeigten jedoch, dass die zu erwartenden Langzeitverformungen von Flachdecken im Mittel um weniger als 5 % abweichen, sofern die Abmessungen der Plattenüberstände von $\ell_{\text{Ü}} \leq 0,10 \cdot \ell_{\text{eff}}$ eingehalten werden.

9 Direkte Berechnung der Langzeit-Biegeverformungen von punktgestützten Stahlbetonplatten

9.1 Allgemeines

Wie zuvor beschriebenen, sind die entwickelten Biegeschlankheitskriterien an mehrere Randbedingungen geknüpft. Wird hiervon signifikant abgewichen, so wird es notwendig, die Langzeitverformungen direkt zu berechnen, um die Einhaltung der zulässigen Verformungen nachweisen zu können. Inwieweit sich ein Einflussfaktor signifikant auf die Langzeitdurchbiegung von Stahlbeton-Flachdecken auswirkt, zeigt die Zusammenfassung der Ergebnisse der Parameterstudie in Bild 7.12 und Tabelle 7.16.

Die Durchführung nicht-linearer Systemanalysen zur direkten Verformungsberechnung auf der Grundlage der vorgestellten Materialmodelle und Systemrandbedingungen ist äußerst aufwendig und rechenzeitintensiv. In der Praxis stehen in der Regel weder geeignete Programme noch ausreichende Rechenkapazitäten zur Verfügung. Daher wird sich im Allgemeinen mit Näherungsverfahren zur direkten Berechnung von Bauteilverformungen begnügt.

Kordina (1992) stellte beispielsweise zur Abschätzung der Langzeitverformungen von punktgestützten Stahlbetondecken das Näherungsverfahren der Streifenmethode basierend auf Momenten-Krümmungsbeziehungen vor, welches auf den Überlegungen von Marcus (1924) bzw. Hillerborg (1975) aufbaut. Aus Vergleichsrechnungen wird jedoch schnell deutlich, dass die dort getroffenen Berechnungsannahmen mitunter weit auf der sicheren Seite liegen und die ermittelten Verformungen teilweise deutlich überschätzt werden. Dies ist einerseits auf die vereinfachte Schnittkraftermittlung zurückzuführen. Andererseits wird eine vereinfachte und für Flachdecken eher unzutreffende Definition des Rissverteilungsfaktors zur Berechnung der mittleren Bauteilkrümmung in Ansatz gebracht. Ein weiterer Grund liegt in den angewandten Querschnittsbetrachtungen, welche das Kriech- und Schwindverhalten getrennt voneinander wiedergeben. Im Einzelnen werden nachfolgend diese Unzulänglichkeiten aufgegriffen, um das bereits bestehende Verfahren der Streifenmethode zur Berechnung von Langzeitverformungen von punktgestützten Stahlbetonplatten entscheidend zu verbessern.

9.2 Anwendung der Streifenmethode

Die Herleitung vereinfachter Ansätze zur Bemessung und Verformungsberechnung punktgestützter Stahlbetondecken ist bereits seit mehreren Jahrzehnten Gegenstand der Forschung, vgl. Abschnitt 1.4. Im Allgemeinen gehen die theoretischen Untersuchungen auf die Überlegungen von Marcus zurück. Bereits 1924 wurde die näherungsweise Erfassung des Tragverhaltens von Platten anhand von zueinander orthogonal verlaufenden Balkenscharen beschrieben (vgl. Marcus, 1924). Hillerborg (1975) konnte darüber hinausgehend zeigen, dass diese Vorgehensweise die Anwendung des unteren Grenzwertsatzes der Plastizitätstheorie darstellt. Die theoretischen und numerischen Untersuchungen der letzten Jahre zur näherungsweisen Berechnung von Flachdeckenverformungen basieren in der Regel auf diesen Betrachtungsweisen (vgl. Rangan, 1975; Tellenbach, 1985; Kordina, 1992).

Der prinzipielle Berechnungsablauf der Verformungsberechnung mittels der Streifenmethode ist in Bild 9.1 dargestellt. Das betrachtete Deckenfeld wird dabei in zwei orthogonale Streifensysteme aufgeteilt und deren Durchbiegung anhand der Stabstatik separat ermittelt. Die Durchbiegung in Deckenfeldmitte kann anschließend aus der Mittelung der Verformungen der einzelnen Streifensysteme – w_{Ex} und w_{Ey} in Bild 9.1 – erfolgen. Um die Langzeitverformungen wirklichkeitsnah vorhersagen zu können, sind auch hier alle steifigkeits- und verformungsrelevanten Einflüsse zu berücksichtigen. Dazu hat sich im Allgemeinen die Implementierung von Momenten-Krümmungsbeziehungen bewährt.

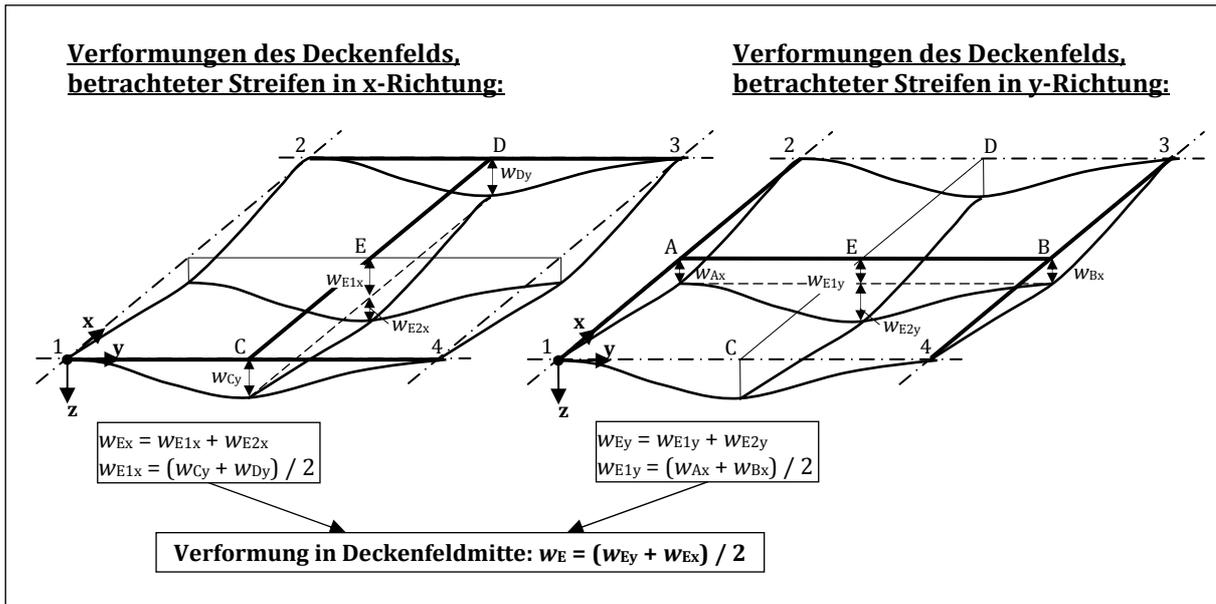


Bild 9.1: Verformungen eines Deckenfeldes, Berechnungsansatz unter Anwendung der Streifenmethode

Mit der Anwendung der Streifenmethode wird unterstellt, dass die Drillmomente vernachlässigbar sind und die Gleichgewichtsbedingungen am Plattenelement allein durch die Anteile der Biegemomente erfüllt werden. Es wird also grundsätzlich von einer drillweichen Platte ausgegangen. Diese Annahme erscheint für punktgestützte Stahlbetonplatten, welche sich im Allgemeinen im Zustand II befinden, vorerst gerechtfertigt zu sein.

9.3 Erweiterung der bestehenden Berechnungsansätze und Neuvorschläge

9.3.1 Verformungsvorhersage auf Systemebene

Aus den Ansätzen der Balkenstatik lässt sich unter Vernachlässigung der Querkraftverformung bekanntermaßen folgender Zusammenhang zwischen Balkendurchbiegung w_z , Krümmungsradius r bzw. Bauteilkrümmung κ herstellen:

$$\frac{1}{r} = \kappa = \frac{w_z''}{[1 + (v')^2]^{3/2}} \quad (9.1)$$

Hinsichtlich der Bauteillänge dürfen die auftretenden Verformungen als klein betrachtet werden, vgl. Abschnitt 4.2. Damit darf vereinfachend angenommen werden, dass gilt:

$$\frac{1}{r} = \kappa = \frac{M}{E \cdot I} \approx w_z'' \quad (9.2)$$

Unter Ansatz einer konstanten Bauteilsteifigkeit ist die vorhandene Durchbiegung durch die Lösung der Differentialgleichung bestimmbar. Im Gegensatz dazu besteht die Möglichkeit die Bauteildurchbiegung lediglich in einem diskreten Punkt unter Anwendung des *Prinzips der virtuellen Arbeit* mit Gl. (9.3) zu ermitteln.

$$w_z = \int_0^x \frac{M(x)}{E \cdot I} \cdot \bar{M} dx = \int_0^x \frac{1}{r} \cdot \bar{M} dx = \int_0^x \kappa \cdot \bar{M} dx \quad (9.3)$$

Somit lässt sich die Durchbiegung eines stabförmigen Bauteils – ebenfalls unter Annahme einer konstanten Biegesteifigkeit $E \cdot I$ – durch die Integration der Verkrümmung über die gesamte Bauteillänge berechnen. Für Stahlbetonbauteile ist diese Annahme in der Regel unzulässig, da bereits durch das Auftreten von Rissen die Biegesteifigkeit entlang der Bauteillänge deutlich variiert. Die Bauteilbiegesteifigkeit ist dann eine lastabhängige Größe, wodurch kein linearer Zusammenhang mehr zwischen dem einwirkenden Moment und der Bauteilverkrümmung besteht. Zusätzlich ist hierbei zu beachten, dass Kriechen und Schwinden des Betons die Bauteilverformungen zusätzlich erheblich beeinflussen können.

Vor diesem Hintergrund stehen zwei Lösungsmöglichkeiten zur Verfügung. Zum Einen lässt sich unter Annahme einer abschnittswisen, konstanten Biegesteifigkeit die Bauteilkrümmung mit Hilfe von Momenten-Krümmungs-Beziehungen für mehrere, diskrete Querschnitte ermitteln. Die Verformungsberechnung erfolgt dann durch abschnittsweise Integration der einzelnen Krümmungen entlang der Bauteilachse – beispielsweise durch die Anwendung der Simpson'schen Regel. Zum Erreichen einer befriedigenden Ergebnisgenauigkeit sind häufig mehrere Unterteilungen der Bauteilachse notwendig, wodurch diese Vorgehensweise aufwendig wird und sich für eine Handrechnung wenig eignet. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit die zweite Lösungsmöglichkeit weiter verfolgt. Diese besteht in der Ermittlung einer mittleren Bauteilsteifigkeit bzw. einer mittleren Bauteilkrümmung, die nur an einem Punkt – in der Regel an der Stelle des größten Moments – zu berechnen ist. Dabei ist vorauszusetzen, dass der Momentenverlauf entlang der Bauteilachse affin zu dem Verlauf der Krümmungen ist. Die Berechnung der Bauteildurchbiegung kann dann nach Gl. (9.4) erfolgen.

$$w_z = k \cdot \ell^2 \cdot \kappa_m \quad (9.4)$$

Darin beschreibt der Parameter k die Form der äußeren Belastung und des statischen Systems. Der Beiwert kann auf der Grundlage des Prinzips der virtuellen Kräfte bestimmen werden oder ist für häufige Anwendungsfälle beispielsweise der Arbeit von Kordina (1992) zu entnehmen. Für die Berechnung von Flachdeckenverformungen unter der Annahme einer gleichmäßig verteilten Last, siehe Bild 9.2, folgt der Parameter k aus Gl. (9.5).

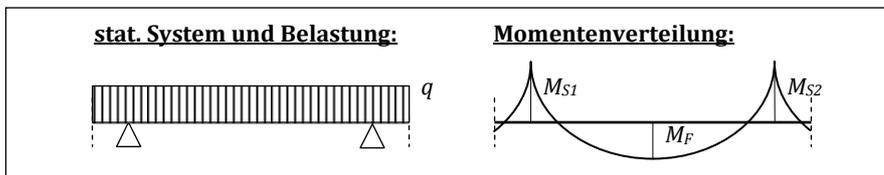


Bild 9.2: Momentenverteilung für Durchlaufträger unter Gleichlast

$$k = 0,104 \cdot \left(1 - \frac{1}{10} \cdot \frac{M_{S1} + M_{S2}}{M_F} \right) \quad (9.5)$$

Bei der Berechnung der mittleren Krümmung von Stahlbetonbauteilen wird im Allgemeinen davon ausgegangen, dass die zu erwartende, mittlere Verformung zwischen der Bauteilverformung im Zustand I und der im reinen Zustand II liegt. Rüsç (1967) gibt hierzu folgenden Zusammenhang an:

$$\kappa = \omega_r \cdot \kappa^{II} + (1 - \omega_r) \cdot \kappa^I \quad (9.6)$$

Dabei dient ω_r als Wichtungsfaktor und wird als Rissverteilungsbeiwert bezeichnet. Dieser Berechnungsansatz wird von Mertzsch (2003) aufgegriffen und um die Berücksichtigung der Zugversteifung von Beton im Zustand II erweitert. Bei Betrachtung der Bauteilverformung lässt sich der Rissverteilungsfaktor ω_r dann durch Gl. (9.7) beschreiben.

$$\omega_r = \frac{w_z - w_z^I}{w_{z,m}^{II} - w_z^I} \quad (9.7)$$

Rüsch (1967) und Mertzsch (2003) geben für verschiedene statische Systeme und Belastungen Rissverteilungsfaktoren an, jedoch nicht für die in Bild 9.2 dargestellten und für die Berechnung punktgestützter Stahlbetonplatten notwendigen Randbedingungen. Somit wird die Entwicklung dieser Rissverteilungsfaktoren im Weiteren notwendig.

9.3.2 Neuvorschlag von Rissverteilungsfaktoren zur Verformungsberechnung punktgestützter Stahlbetondecken

Die direkte Berechnung des Rissverteilungsfaktors ω_r nach Gl. (9.7) ist prinzipiell nicht gegeben, da sowohl der Verteilungsfaktor ω_r als auch die „wahre“ Bauteilverformung w_z nicht bekannt sind. Daher basiert die Neuentwicklung der Rissverteilungsfaktoren auf weiteren ca. 700 nicht-linearen Systemanalysen von Stahlbetonbalken auf Grundlage der vorangegangenen Materialbeschreibungen. Unter der Berücksichtigung des Rissmomentes und des Bewehrungsgrades zur Aufnahme des maximalen Feld- bzw. Stützmomentes ließen sich für verschiedene Randbedingungen sowohl die Verformungen im Zustand I und im Zustand II – unter Ansatz der Zugversteifung – als auch die „wahren“ Bauteilverformungen w_z ermitteln. Daraus folgend konnten die Rissverteilungsfaktoren für unterschiedliche Beanspruchungshöhen nach Gl. (9.7) abgeleitet werden.

Untersucht wurden neben gelenkig gelagerten Einfeldsystemen auch Einfeldträger mit elastischen Einspannungen, siehe Bild 9.3. Aufgrund der Einspannwirkung an Stützen und Stützstreifen wurden verschiedene Einspanngrade und Einspannverhältnisse näher untersucht.

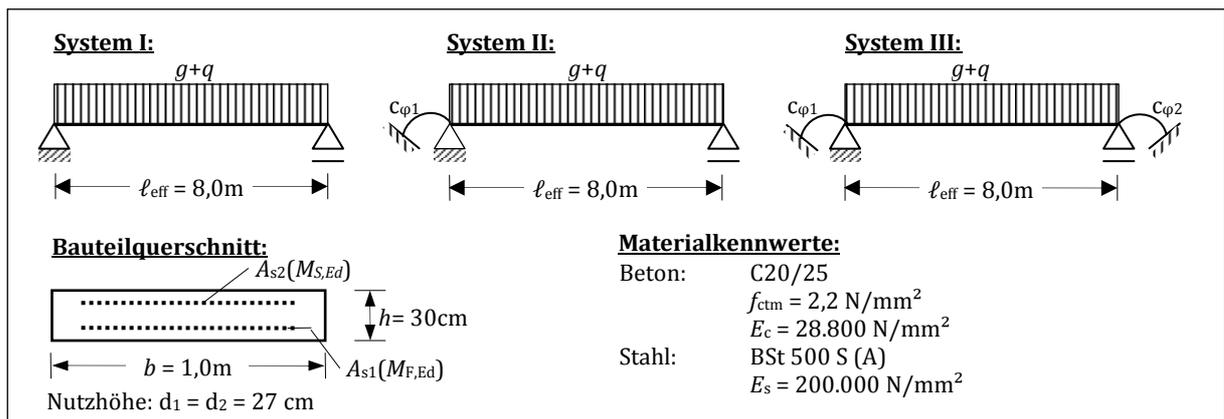


Bild 9.3: Erfasste statische Systeme zur Berechnung von Rissverteilungsfaktoren, verwendete Querschnitt- und Materialkennwerte

Die Allgemeingültigkeit der nachfolgend vorgestellten Berechnungsergebnisse konnte durch weitere Vergleichsrechnungen an Stahlbetonbalken mit einer Querschnittshöhe von $h = 18\text{ cm}$ und $h = 50\text{ cm}$ belegt werden.

Nachfolgende Zusammenhänge ließen sich aus den numerischen Untersuchungen ableiten. Für den gelenkig gelagerten Einfeldträger ergibt sich der Rissverteilungsfaktor $\omega_{r,F}$ aus dem Verhältnis der Momentenfläche im gerissenen Bereich mit $M(x) \geq M_{cr}$ und der Gesamtmomentenfläche, siehe Bild 9.4 und Gl. (9.8).

$$\omega_{r,F} = \frac{\int_{x=x_1}^{x=x_2} M(x) dx}{\int_{x=0}^{x=\ell} M(x) dx} \quad (9.8)$$

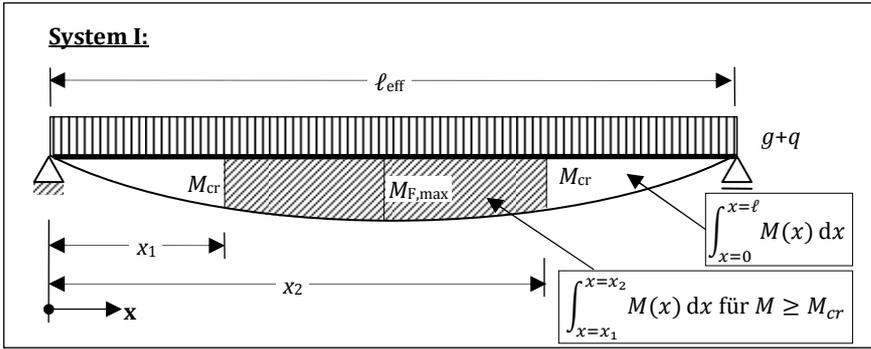


Bild 9.4: Berechnungsansatz zur Beschreibung des Rissverteilungsfaktors für Einfeldträger

Die Anwendung der Gl. (9.8) liegt der Ansatz der zentrischen, effektiven Zugfestigkeit zur Ermittlung des Rissmomentes nach Gl. (9.9) zugrunde.

$$M_{cr}(t) = f_{ct,eff}(t) \cdot W_{ela} \quad (9.9)$$

In diesem Zusammenhang ist zu erwähnen, dass biegebeanspruchte Bauteile erst eine ausgeprägte Rissbildung nach dem Überschreiten der bauteilkörperabhängigen Biegezugfestigkeit aufzeigen. In den Finite-Elemente-Rechnungen wurde dazu von einer ausgeprägten Rissbildung bei dem Erreichen von $M = 1,3 \cdot M_{cr}(f_{ct,eff})$ ausgegangen, siehe Abschnitt 3.4.2.1. Wie aus den nicht-linearen Verformungsberechnungen hervorgeht, zeigen Stahlbetonbalken unter einer Beanspruchung von $M_{cr}(f_{ct,eff}) \leq M < 1,3 \cdot M_{cr}(f_{ct,eff})$ lediglich erste Entfestigungen einzelner Betonschichten, welche keine signifikanten Steifigkeitsänderungen nach sich ziehen. Somit kann näherungsweise der Rissverteilungsfaktor in diesem Beanspruchungsbereich mit $\omega_r = 0$ angesetzt werden.

Unter Beachtung der Randbedingung eines Einfeldträgers lässt sich das Integral aus Gl. (9.8) auflösen, womit der Rissverteilungsfaktor für das System I aus Gl. (9.10) resultiert.

Rissverteilungsfaktor für System I – für $M_{F,max} \geq 1,3 \cdot M_{cr}$:

$$\omega_r = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_{cr}}{M_{F,max}} \right) \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_{F,max}}} \quad (9.10)$$

Weiterhin konnte nachgewiesen werden, dass der Rissverteilungsfaktor eines gelenkig gelagerten Einfeldsystems [Gl. (9.10)] sich direkt auf den Bereich des wirkenden Feldmomentes eines Durchlaufträgersystems übertragen lässt. Für Systeme mit elastischen Einspannungen und somit mit vorhandenem Stützmoment M_{S1} bzw. M_{S2} kann demnach die Gl. (9.10) auf die Gln. (9.11) und (9.12) erweitert werden. An dieser Stelle wird jedoch vorausgesetzt, dass das Deckfeld bereits gerissen ist.

Rissverteilungsfaktor für System II – für $M_{F,max} \geq 1,3 \cdot M_{cr}$:

$$\omega_r = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_{cr}}{M_{F,max}} + C_1(M_{S1}) \right) \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_{F,max}} + C_1(M_{S1})} \quad (9.11)$$

Rissverteilungsfaktor für System III – für $M_{F,max} \geq 1,3 \cdot M_{cr}$:

$$\omega_r = \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_{cr}}{M_{F,max}} + C_1(M_{S1}) + C_2(M_{S2}) \right) \cdot \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_{F,max}} + C_1(M_{S1}) + C_2(M_{S2})} \quad (9.12)$$

Darin beschreiben die Parameter C_1 und C_2 den Einfluss der Rissbildung über den Stützen auf die mittlere Bauteilsteifigkeit. Diese Zusammenhänge ließen sich auf Basis umfangreicher Regressionsanalysen bestimmen. Die Parameter C_1 und C_2 ergeben sich aus der Gl. (9.13) mit $i = 1; 2$. Dabei sind die Momente vorzeichenkonform einzusetzen.

$$C_i(M_{Si}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{M_{Si}}{M_{F,\max}} + \frac{1}{5} \quad (9.13)$$

Schwieriger gestaltet sich die vereinfachte, analytische Formulierung des Rissverteilungsfaktors für Beanspruchungen unter denen der Feldbereich im Zustand I verbleibt. Für den häufig auftretenden Fall, dass die Bereiche über den Stützen bereits gerissen sind, aber das Deckenfeld an sich keine Rissbildung aufweist, wurden vereinfachte Annahmen getroffen und der Verlauf des Rissverteilungsfaktors bis zum Einsetzen der Rissbildung im Feld linearisiert, siehe auch Bild 9.5. Damit folgt:

Rissverteilungsfaktor für System II – für $M_{F,\max} < 1,3 \cdot M_{cr}$ sowie $M_{S1} \geq 1,3 \cdot M_{cr}$:

$$\omega_r = \omega_r(M_{F,\max} = 1,3 \cdot M_{cr}) \cdot \left[\frac{1 - \frac{1,3 \cdot M_{cr}}{M_{F,\max}}}{F_1 - 1} + 1 \right] \quad (9.14)$$

Rissverteilungsfaktor für System III – für $M_{F,\max} < 1,3 \cdot M_{cr}$ sowie M_{S1} und $M_{S2} \geq 1,3 \cdot M_{cr}$:

$$\omega_r = \omega_r(M_{F,\max} = 1,3 \cdot M_{cr}) \cdot \left[\frac{1 - \frac{1,3 \cdot M_{cr}}{M_{F,\max}}}{F_1 \cdot F_2 - 1} + 1 \right] \geq 0 \quad (9.15)$$

Dabei ist $\omega_r(M_{F,\max} = 1,3 \cdot M_{cr})$ entsprechend Gl. (9.11) bzw. Gl. (9.12) mit $M_{F,\max} = 1,3 \cdot M_{cr}$ einzusetzen. Die Formfaktoren F_1 und F_2 folgen aus Gl. (9.16) mit $i = 1; 2$.

$$F_i = -0,4 \cdot \frac{M_{Si}}{M_{F,\max}} + 0,6 \geq 1,0 \quad (9.16)$$

Die Rissverteilungsfaktoren für ausgewählte Randbedingungen werden in Bild 9.5 veranschaulicht. Die Ergebnisse der gesamten Analyse sind in Anhang E.1 zusammengestellt. Bild 9.5 (a) gibt für einen gelenkig gelagerten Einfeldträger (System I) den Verlauf des Rissverteilungsfaktors wieder. Zum Vergleich sind zusätzlich verschiedene Ansätze aus der Literatur mit aufgeführt. Dabei ist erkennbar, dass der Ansatz gemäß DIN EN 1992-1-1 – wie er auch von Kordina (1992) vorgeschlagen wird – gute Übereinstimmungen mit den Ergebnissen der Finite-Elemente-Rechnungen zeigt, sofern eine ausgeprägte Rissbildung vorliegt. In der Arbeit von Mertzsch (2003) wird dagegen ein etwas größerer Rissverteilungsfaktor angegeben, wobei der Ansatz von König, et al. (2003) die Steifigkeitsabnahme deutlich unterschätzt. Für den hier vorgeschlagenen, analytischen Berechnungsansatz ist generell eine sehr gute Übereinstimmung mit der Finite-Elemente-Lösung festzustellen.

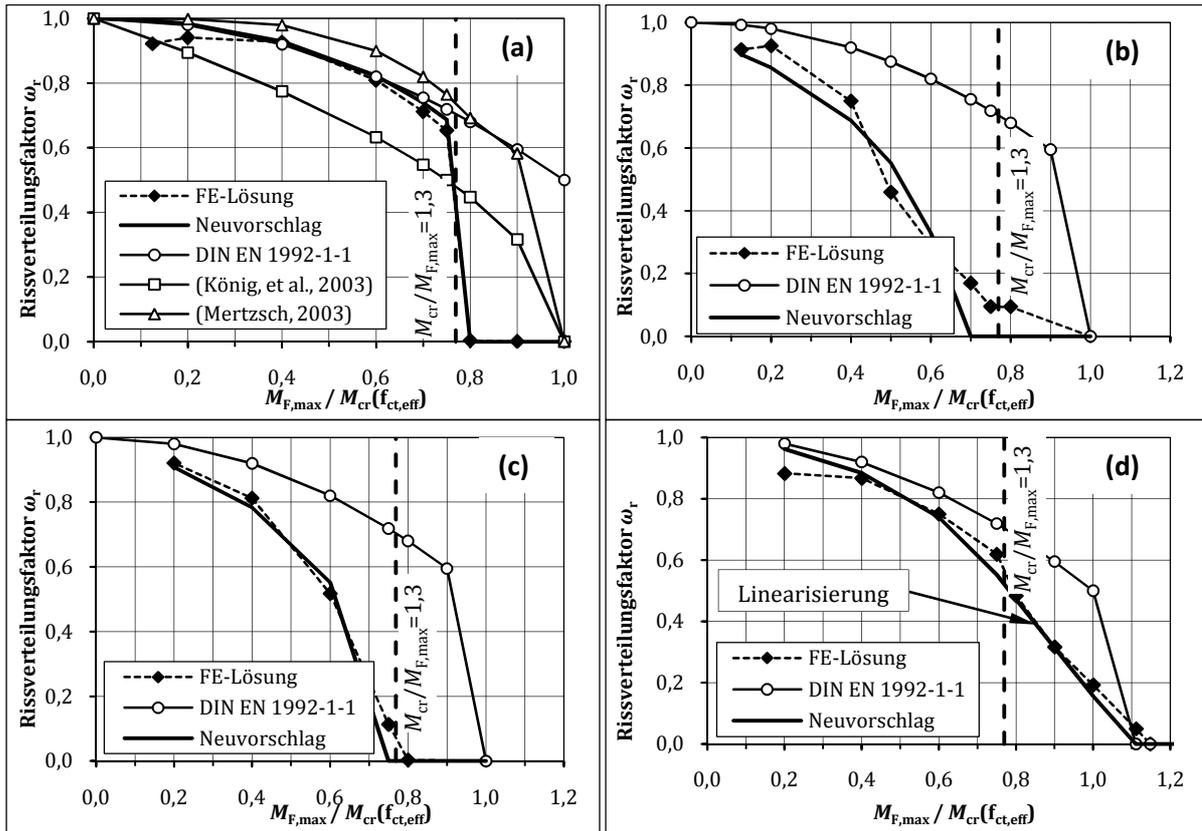


Bild 9.5: Verschiedene Ansätze des Rissverteilungsfaktors im Vergleich: (a) gelenkig gelagerter Einfeldträger; (b) elastisch eingespannt, $|M_{S1}|/M_{F,max} = |M_{S2}|/M_{F,max} = 0,25$; (c) elastisch eingespannt, $|M_{S1}|/M_{F,max} = 0,5$, $|M_{S2}|/M_{F,max} = 1,0$; (d) elastisch eingespannt, $|M_{S1}|/M_{F,max} = |M_{S2}|/M_{F,max} = 1,5$

Die weiteren Abbildungen [Bild 9.5 (b) – (d)] verdeutlichen den Einfluss der Steifigkeitsabnahme durch die zusätzlichen Rissbildungen auf der oberen Bauteilseite in den Bereichen der Einspannungen. Für unterschiedliche Einspanngrade und -verhältnisse sind hier die Rissverteilungsfaktoren exemplarisch denen nach DIN EN 1992-1-1 – welchen eine Allgemeingültigkeit unterstellt wird – gegenübergestellt. Dabei wird deutlich, dass unter Ansatz des Rissverteilungsfaktors nach DIN EN 1992-1-1 die Verformungen für eingespannte Bauteile – wie eingangs herausgestellt – relevant überschätzt werden. Insbesondere ist dies für geringe Einspanngrade und durchschnittliche Beanspruchungshöhen von $M_{F,max} = 1,0 \dots 2,0 M_{cr}$ zu erkennen.

Darüber hinaus wird häufig bei der Ermittlung von Rissverteilungsfaktoren der tatsächlich vorhandene **Bewehrungsgrad** vernachlässigt. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Berechnungsansatz vorgeschlagen, der den verformungsrelevanten Einfluss des tatsächlichen Bewehrungsgrads auf die Rissverteilung und somit auf die mittlere Bauteilkrümmung berücksichtigt. Die nicht-linearen Systemanalysen wurden diesbezüglich dahingehend erweitert, dass der erforderliche Bewehrungsgrad der Feldbewehrung variiert wurde. Dazu erfolgte eine schrittweise Bewehrungserhöhung um 50 % bis auf 300 % der rechnerisch erforderlichen Feldbewehrung. Für einen gelenkig gelagerten Stahlbetonbalken (System I) mit den Querschnitt- und Materialkennwerten nach Bild 9.3 ließ sich der bewehrungsgradabhängige Rissverteilungsfaktor damit zusätzlich ermitteln. Der daraus resultierende Faktor δ_{As} folgt aus weiteren Regressionsanalysen und beschreibt die Bewehrungsgradabhängigkeit, siehe Gl. (9.17).

$$\delta_{As} = \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}} \cdot \left(1,4 - 0,9 \cdot \frac{f_{yk}}{\sigma_s^{II}} \right) + 0,9 \quad \begin{matrix} \geq 0 \\ \leq 1 \end{matrix} \quad (9.17)$$

Der bewehrungsgradabhängige Rissverteilungsfaktor $\tilde{\omega}_r$ lässt sich mit Gl. (9.18) beschreiben.

$$\tilde{\omega}_r = \delta_{A_s} \cdot \omega_r \quad (9.18)$$

Der Einfluss des Bewehrungsgrads auf den Rissverteilungsfaktor ist in Bild 9.6 dargestellt. Ferner sind darin die Ergebnisse der Finite-Elemente-Rechnungen denen der analytischen Lösung gegenübergestellt. Dabei ist eine sehr gute Übereinstimmung der neu vorgeschlagenen Näherungsansätze mit den Ergebnissen aus den Finite-Elemente-Rechnungen zu verzeichnen.

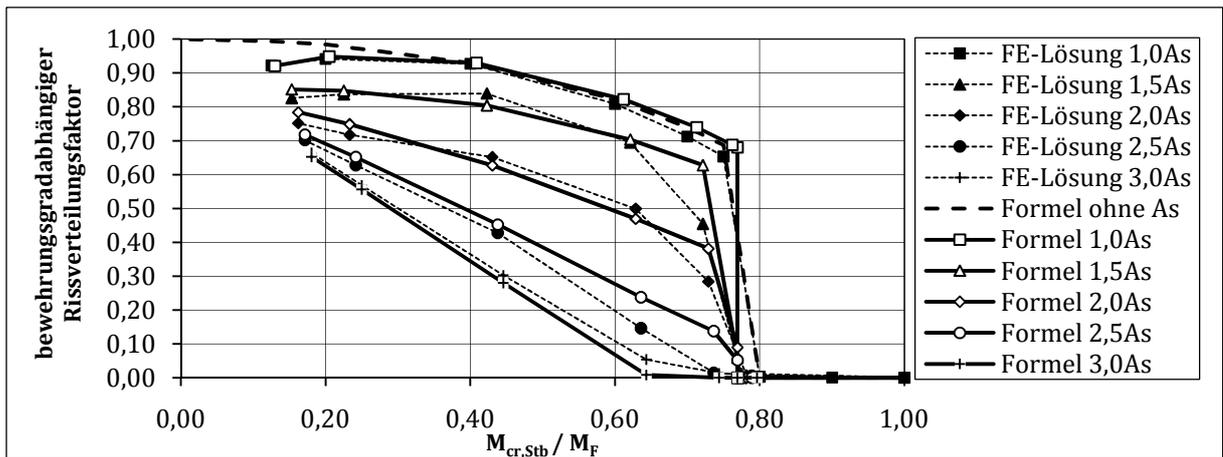


Bild 9.6: Rissverteilungsfaktor in Abhängigkeit des Bewehrungsgrads

In weiteren Untersuchungsreihen erfolgte die **Analyse des Kriecheinflusses** auf den Rissverteilungsfaktor. Dazu wurde aufbauend auf den zuvor genannten Berechnungsmodellen mit unterschiedlichen Bewehrungsgraden, zusätzlich die Kriechzahl φ variiert. Dabei ließen sich lediglich für höhere Beanspruchungsgrade ($M > 2,0 \cdot M_{cr}$) und für größere Bewehrungsgrade ($a_s \geq 3,0 \cdot erf a_s$) relevante Abnahmen des Rissverteilungsfaktors bei zunehmender Kriechzahl verzeichnen. Die Auswertung der Berechnungsergebnisse ist in Anhang E.1 zusammengefasst. Bild 9.7 zeigt exemplarisch die Ergebnisse von zwei unterschiedlichen Untersuchungsreihen.

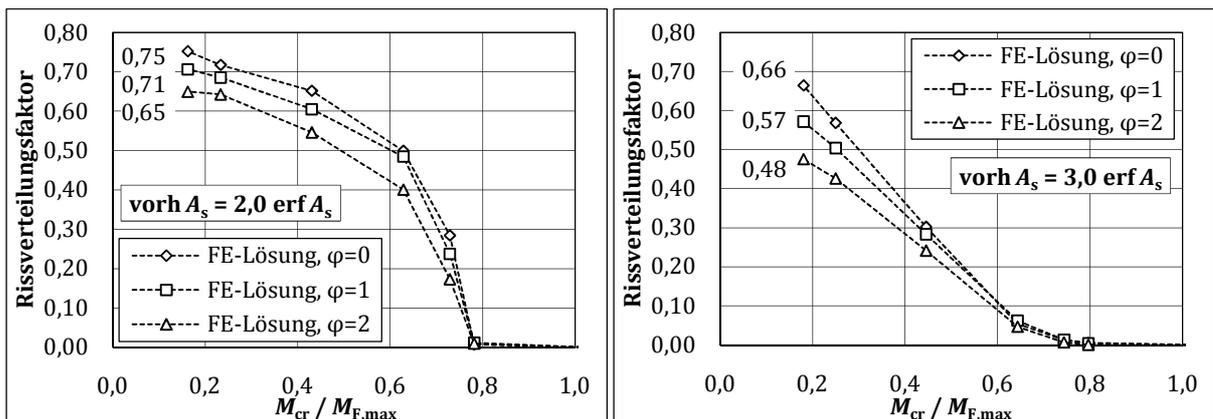


Bild 9.7: Rissverteilungsfaktor in Abhängigkeit der Kriechzahl φ

Demzufolge ist der Einfluss des Kriechens auf den Rissverteilungsfaktor für baupraktisch relevante Bereiche als nahezu vernachlässigbar anzusehen, da erst signifikante Abweichungen für Bewehrungsgrade über der dreifachen, rechnerisch erforderlichen Bewehrungsmenge erkennbar werden. Aufgrund der einfachen Handhabung wird in den weiteren Untersuchungen der Kriecheinfluss im Rissverteilungsfaktor – auf der sicheren Seite liegend – nicht mit berücksichtigt. Es ist jedoch anzumerken, dass für höhere Bewehrungsgrade an dieser Stelle deutlich geringere Verformungswerte resultieren können.

9.3.3 Problemorientierte Schnittkraftermittlung

Die Anwendung der Streifenmethode erfordert es, die Biegemomente in den maßgebenden Punkten des betrachteten Deckenfelds zu kennen. Zu deren Ermittlung stehen für Flach- und Piltdecken mehrere Möglichkeiten zur Verfügung. So werden von Grasser, et al. (1991) zwei Näherungsverfahren vorgestellt. Die Berechnung der Biegemomente von Flachdecken kann dabei entweder mit Hilfe von Ersatzrahmen- bzw. Ersatzdurchlaufträgern oder auf der Grundlage der Plattentheorie erfolgen. Dabei finden neben den Stützensteifigkeiten und dem Deckenfeldtyp auch die maßgeblichen Laststellungen der veränderlichen Nutzlast Berücksichtigung. Jedoch ist die Anwendung dieser Verfahren auf Deckenfelder mit einem Seitenverhältnis bzw. mit einem Verhältnis benachbarter Stützweiten von $\ell_{\max}/\ell_{\min} \leq 1,33$ bzw. $\ell_{\max}/\ell_{\min} \leq 1,5$ begrenzt.

Die Schnittgrößen beliebiger Flachdeckensysteme lassen sich hingegen mit der Hilfe der Finite-Elemente-Methode berechnen. Dabei sind die Ausführungen nach Abschnitt 6.6 zur Idealisierung der Stützenauflagerung zu berücksichtigen. Im Zuge von Verformungsanalysen sollte jedoch generell eine elastische Flächenbettung in Ansatz gebracht werden.

Die Schnittkraftermittlung auf der Basis der Finite-Elemente-Methode hat sich in den vergangenen Jahren in der Praxis durchgesetzt und soll daher nachfolgend weiter betrachtet werden. Vergleichsrechnungen von Rombach (2000) zeigen aber auch, dass sich befriedigende Übereinstimmungen in der Schnittkraftermittlung mittels beider Verfahren – Näherungslösung nach Grasser, et al. (1991) und Finite-Elemente-Methode – verzeichnen lassen. Dies ist darin begründet, dass das Verfahren von Grasser, et al. (1991) auf den Auswertungen von FE-Rechnungen beruht.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass neben den zuvor genannten Berechnungsmöglichkeiten weitere Konzepte zur Schnittkraftermittlung existieren. Im Zuge von Flachdeckenbemessungen werden auch häufig Schnittkraftermittlungen auf der Basis der Plastizitätstheorie bzw. Bruchlinientheorie herangezogen. Diese Verfahren berücksichtigen das nicht-lineare Last-Verformungsverhalten auf der Tragwerksebene und sind daher insbesondere zur Traglastermittlung geeignet.

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine angepasste Schnittkraftermittlung basierend auf der Finite-Elemente-Rechnung vorgeschlagen mit dem Ziel die Rechengenauigkeit weiter zu erhöhen, bestehende Unsicherheiten weitgehend zu vermeiden und die Konformität mit den zuvor vorgeschlagenen Berechnungsansätzen herzustellen. Unter Anwendung der Gl. (9.5) und der zuvor beschriebenen Rissverteilungsfaktoren [Gln. (9.10) bis (9.15)] wird streng genommen unterstellt, dass im betrachteten Plattenstreifen ein Momentenverlauf in der Form einer $q\ell^2/8$ -Parabel vorliegt. Dies ist infolge des zweiaxialen Lastabtrags bei Flachdecken nicht zwangsläufig der Fall, wie Bild 9.8 verdeutlicht. Die Ergebnisse der Finite-Elemente-Rechnung in Bild 9.8 veranschaulichen, dass typischerweise die Stützmomente bei Flachdecken relativ groß sind und lediglich in dem Deckenfeld ein $q\ell^2$ -Momentenverlauf vorhanden ist.

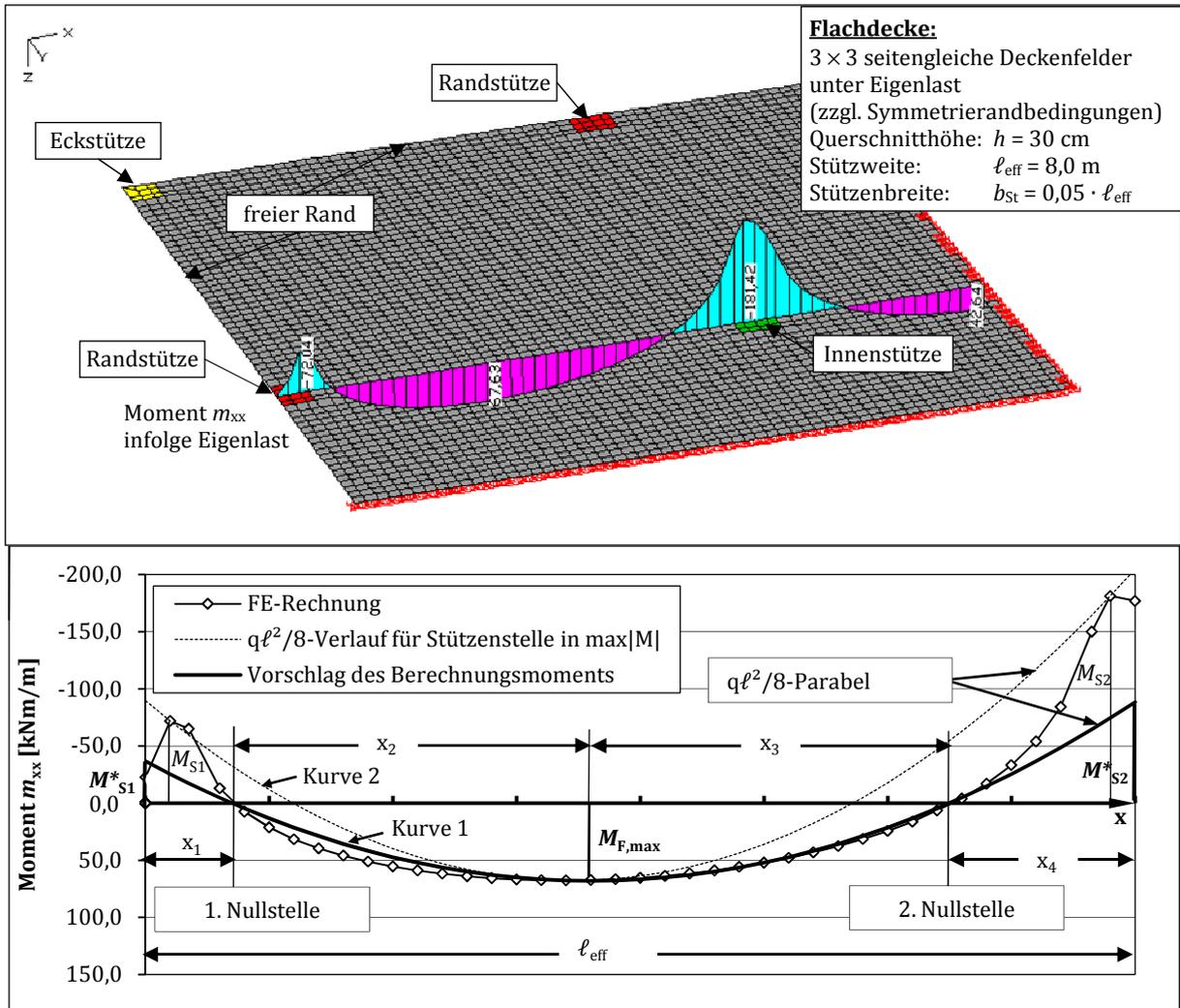


Bild 9.8: FE-Modell und Berechnungsergebnisse (oben), Momentenverlauf m_{xx} im Stützstreifen eines Flachdeckenfeldes und Modifikation der Berechnungsmomente (unten)

Daher wird hier bei Anwendung der Finite-Elemente-Methode zur Schnittkraftermittlung für die näherungsweise Verformungsberechnung vorgeschlagen, den gesamten Momentenverlauf anhand von drei Stützstellen einer $q\ell^2/8$ -Parabel anzupassen (Kurve 1 in Bild 9.8). Als Stützstellen sind die erste und zweite Nullstelle sowie die Lage und Größe des maximalen Feldmoments geeignet, siehe Bild 9.8. In der Folge werden dadurch zwar geringere Stützmomente M_{S1}^* und M_{S2}^* ermittelt, dies wirkt sich jedoch hinsichtlich der Verformungsberechnung nur geringfügig aus. Weiterhin wird aus Bild 9.8 ersichtlich, dass sich mit dieser Vorgehensweise der weitaus verformungsrelevanterer Verlauf des Feldmoments verfahrenskonform – bezüglich Bild 9.2 sowie Gl. (9.5) – und hinreichend genau bestimmen lässt. Wird eine Anpassung der Momentenlinie hingegen vernachlässigt (Kurve 2 in Bild 9.8), so wird unter Anwendung der Gl. (9.5) unterstellt, dass eine $q\ell^2/8$ -Parabel in den Stützstellen M_{S1} , M_{S1} und $M_{F,\text{max}}$ vorliegt, siehe Bild 9.8. Diese Annahme gibt den Momentenverlauf aus der Finite-Elemente-Rechnung und damit auch den verformungsrelevanten Bereich der Rissbildung im Deckenfeld nur unzureichend wieder und führt zu signifikanten Abweichungen in der Verformungsvorhersage von Flachdecken.

An dieser Stelle wird explizit darauf hingewiesen, dass die hier vorgestellte Vorgehensweise nicht dazu dient bzw. geeignet ist, die Schnittgrößen zur Flachdeckenbemessung im Stützenbereichen zu ermitteln.

9.3.4 Erweiterung der Streifenmethode

Versuche an Stahlbetonplatten von Schäfer, et al. (1983) zeigen, dass die Drillsteifigkeit von Platten infolge Rissbildung deutlich abnimmt. Dabei konnte jedoch festgestellt werden, dass auch im vollständig gerissenen Zustand eine gewisse Drillsteifigkeit vorhanden ist und dass die Steifigkeitsabnahme von der Art der Beanspruchung abhängig ist. Vor diesem Hintergrund kann bei Verformungsberechnungen weder von einer drillsteifen Platte – wie es im Allgemeinen bei der Schnittkraftermittlung der Fall unterstellt wird – noch von einer drillweichen Platte – wie es unter Anwendung des Streifenverfahrens angenommen wird – ausgegangen werden. Den Versuchsauswertungen von Schäfer, et al. (1983) kann vereinfachend entnommen werden, dass die Drillsteifigkeit von Stahlbetonplatten nach dem Einsetzen einer Rissbildung ($M \geq M_{cr}$) unter einachsiger Biegung auf etwa 55 % und unter zweiachsiger Biegebeanspruchung auf ca. 10 % abfällt. Nach dem Erreichen einer ausgeprägten Rissbildung ($M \geq 1,3 \cdot M_{cr}$) sind keine signifikanten Abnahmen der Drillsteifigkeit bei gleichbleibender Belastungsweise zu verzeichnen. Unter Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen der Drillsteifigkeitsreduktion und des Momentenanstiegs kann zur Erfassung der abgeminderten Drillsteifigkeit im gerissenen Zustand vereinfachend von einem Drillsteifigkeitsbeiwert ρ_{DS} nach Bild 9.9 ausgegangen werden. Der in Bild 9.9 dargestellte Zusammenhang ist in analytischer Form mit Gl. (9.19) angegeben.

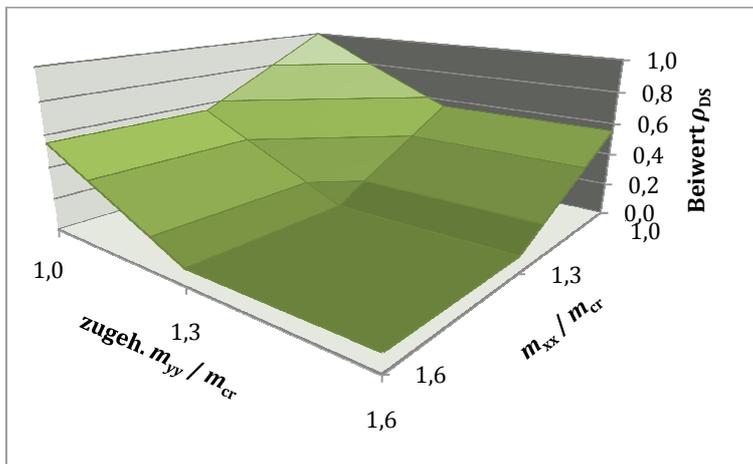


Bild 9.9: Beiwert ρ_{DS} zur Berücksichtigung der Plattendrillsteifigkeitsreduzierung infolge Rissbildung

$$\rho_{DS} = -1,5 \cdot \left(\frac{|m_{F,xx}|}{m_{cr}} + \frac{|\text{zugeh. } m_{yy}|}{m_{cr}} \right) + 4,0 \left. \begin{array}{l} \geq 0,1 \\ \leq 1,0 \end{array} \right\} \quad (9.19)$$

Dabei bezeichnet $m_{F,xx}$ das im betrachteten Streifen wirkende maximale Feldmoment und zugeh. m_{yy} das an derselben Stelle, aber senkrecht dazu wirkende Moment.

Um den positiven Einfluss der tatsächlich vorhandenen Drillsteifigkeit punktgestützter Platten zu berücksichtigen wird gegenüber den bestehenden Verfahren die Streifenmethode erweitert. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher vorgeschlagen, die Biegemomente (M_{S1} , M_{S2} , $M_{F,max}$) in den betrachteten Plattenstreifen sowohl für eine drillsteife als auch für eine drillweiche Platte separat zu ermitteln. Die zur Verformungsberechnung anzusetzenden Momente ergeben sich dann nach Gl. (9.20).

$$\tilde{m} = \rho_{DS} \cdot m_{ds} + (1 - \rho_{DS}) \cdot m_{dw} \quad (9.20)$$

Vergleichsrechnungen zeigen jedoch, dass unter Ansatz der Biegemomente nach Gl. (9.20) die Verformungen der freien Ränder teilweise deutlich überschätzt werden. Daher wird empfohlen, für die Verformungsberechnung der Plattenstreifen an den freien Plattenrändern den Beiwert stets mit $\rho_{DS} = 1,0$ in Ansatz zu bringen.

9.3.5 Verformungsvorhersage auf Querschnittsebene

Die nachfolgend vorgestellten Verformungsberechnungen auf der Querschnittsebene basieren auf den Ausführungen von Krüger, et al. (2006), welche bereits zur Beschreibung des zeitvarianten Verbundverhaltens in Abschnitt 3.4.2.2 bei nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen herangezogen wurden. Die weiteren Betrachtungen erfolgen auf Basis der *Vereinfachten Verformungsgleichung*. Damit wird der Einfluss der Lastgeschichte auf die Langzeitverformungen vernachlässigt, was im Rahmen dieses Näherungsverfahrens als ausreichend genau angesehen werden darf. Wird es erforderlich die Lastgeschichte mit zu berücksichtigen, so kann das hier vorgestellte Verfahren auf die *Allgemeine Verformungsgleichung*, welche ebenfalls in der Arbeit von Krüger, et al. (2006) dargelegt wird, erweitert werden.

Die entnommenen, allgemeingültigen Ansätze zur Berechnung der Spannungen und Dehnungen an einem Stahlbetonquerschnitt werden hier für doppelt bewehrte Stahlbetonquerschnitte spezifiziert und hinsichtlich des zweiaxialen Lastabtrags erweitert. Die nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich lediglich auf biegebeanspruchte Bauteile, so dass der Einfluss einer Längskraft – als äußere Last – in den Querschnittsbetrachtungen unberücksichtigt bleibt. Dieses Näherungsverfahren lässt sich anhand der Ausführung von Krüger, et al. (2006) dennoch auf die allgemeingültige Problemstellung der Kombination aus Biegung und Längskraft erweitern, so dass damit auch die Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken näherungsweise erfolgen kann. Dies ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Generell ist es notwendig die Bauteilkrümmung im betrachteten Querschnitt sowohl für den Zustand I als auch für den reinen Zustand II zu ermitteln. Die Berechnung der zu erwartenden Verformungen erfolgt, wie bereits ausgeführt, durch die Wichtung der beiden Verformungszustände anhand des Rissverteilungsfaktors nach Abschnitt 9.3.2 und unter Berücksichtigung des Zugversteifungseffekts. An dieser Stelle erweist es sich als zweckmäßig, die weiterentwickelten Betrachtungen des zeitabhängigen Verbund- und Rissverhalten aus Abschnitt 3.4.2.2 auch in den vereinfachten Berechnungen mit zu berücksichtigen. Dazu wird es jedoch insbesondere erforderlich, das effektive Rissmoment $M_{cr}(t)$ zum Betrachtungszeitpunkt $t = t_k$ zu bestimmen. Daher wird der Berechnungsansatz zur Ermittlung des Rissmoments an dieser Stelle herausgestellt.

Ausgegangen wird von dem Ansatz der zentrischen, effektiven Zugfestigkeit $f_{ct,eff}$ und des elastischen Widerstands W_{ela} , siehe Gl. (9.9). Auf den steifigkeitserhöhenden Einfluss der vorhandenen Bewehrung darf für die im Hochbau üblichen Bewehrungsgrade im Allgemeinen verzichtet werden. Mit dem Ansatz der effektiven, zentrischen Zugfestigkeit lassen sich die verschiedenen Einflüsse auf die Betonzugfestigkeit erfassen. Somit kann sowohl die Festigkeitszunahme infolge fortschreitender Hydratation nach Gln. (3.31) und (3.37) als auch die Zugfestigkeitsabnahme infolge Dauerbeanspruchung gemäß Abschnitt 2.3.3 berücksichtigt werden. Wie dort bereits ausgeführt, erfolgt für Berechnungen auf der Querschnittsebene die Abnahme der Betonzugfestigkeit unter Biegedauerbeanspruchung gemäß Gl. (3.36) infolge der Berücksichtigung der Lastexzentrizität.

Ebenfalls erweist es sich als günstig, die auftretenden Betonzugspannungen, die aus Schwindbehinderung infolge der vorhandenen Bewehrung resultieren, auf der Seite der effektiven Betonzugfestigkeit zu berücksichtigen. Mertzsch (2003) gibt dazu folgende Zusammenhänge an:

$$\beta_{rt}(t) = 1 - \left(k_{cs} \cdot \sqrt{\frac{\Delta t_s}{0,035 \cdot h_0^2 + t - t_s}} \right) \cdot \beta_{cc}(t) \quad (9.21)$$

mit
$$k_{cs} = \left(0,836 - \frac{RH}{170} \right) \cdot \rho_s^{(0,40 + \frac{RH}{400})} \quad (9.22)$$

und
$$\rho_s = \frac{100 \cdot A_s}{b \cdot h} \quad (9.23)$$

Das zeitvariante Rissmoment $M_{cr}(t)$ resultiert abschließend auf der Basis der effektiven Zugfestigkeit aus Gl. (9.24).

$$\begin{aligned} M_{cr}(t) &= f_{ct,eff}(t) \cdot W_{ela} \\ &= \beta_{cct}(t) \cdot \beta_{ct,sus}^{\bar{a}=0,5}(t) \cdot \beta_{rt}(t) \cdot f_{ctm} \cdot W_{ela} \end{aligned} \quad (9.24)$$

Damit wird es möglich die Beanspruchungszustände im Querschnitt unter Risschnittgröße zu einem beliebigen Zeitpunkt t zu ermitteln.

Auf der Grundlage der *Vereinfachten Verformungsgleichung* lassen sich die Stahlspannungen $\sigma_{s,k}$ und -dehnungen $\varepsilon_{s,k}$ unter der Berücksichtigung von Langzeiteinflüssen zum beliebigen Betrachtungszeitpunkt $t = t_k$ berechnen. Der prinzipielle Berechnungsablauf für doppelt bewehrte Rechteckquerschnitte ist sowohl für den Zustand I als auch für den Zustand II in Anhang E.2 zusammengestellt. Darüber hinaus wird dort die Berücksichtigung des Zugversteifungseffekts auf der Seite der Stahldehnung verdeutlicht. Mit bekannten Stahldehnungen ergibt sich die Bauteilkrümmung im betrachteten Querschnitt im Zustand I nach Gl. (9.25) und im Zustand II unter Berücksichtigung des Zugversteifungseffekts nach Gl. (9.26).

$$\kappa^I = \frac{|\varepsilon_{s2,k}^I - \varepsilon_{s1,k}^I|}{h - d_1 - d_2} \quad (9.25)$$

$$\kappa_m^II = \frac{|\varepsilon_{s2,k}^{II} - \varepsilon_{s1m,k}^{II}|}{h - d_1 - d_2} \quad (9.26)$$

Die mittlere Bauteilkrümmung folgt dann aus Gl. (9.27) und führt unter Anwendung von Gl. (9.4) zur Verformung des betrachteten Plattenstreifens.

$$\kappa_m = \tilde{\omega}_r \cdot \kappa_m^{II} + (1 - \tilde{\omega}_r) \cdot \kappa^I \quad (9.27)$$

Die maximale Deckenfeldverformung punktgestützter Stahlbetonplatten lässt sich somit gemäß Bild 9.1 unter Berücksichtigung der Rissbildung, des Kriechens und Schwindens von Beton sowie der zeitvarianten Material- und Verbundparameter berechnen.

9.4 Vergleich mit den Ergebnissen der numerischen Systemanalyse

Abschließend gilt es, die entwickelten Erweiterungen der vereinfachten Ansätze zur Berechnung von Flachdecken-Langzeitverformungen zu verifizieren und deren Leistungsfähigkeit zu bewerten. Dazu wurden die Ergebnisse der Verformungsberechnungen auf der Grundlage der erweiterten Streifenmethode einerseits mit den in Bauteilversuchen gemessenen Durchbiegungen (siehe Abschnitt 5) und andererseits mit den Ergebnissen aus nicht-linearen Systemanalysen (siehe Abschnitts 7 und 8) verglichen. Die Gegenüberstellung der gemessenen und näherungsweise berechneten Flachdeckenverformungen zeigt Bild 9.10.

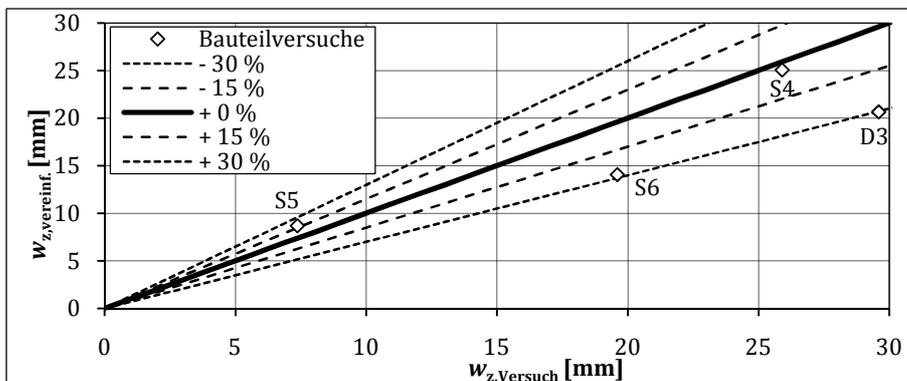


Bild 9.10: Vergleich der aus Bauteilversuchen (S4-S6 von Gilbert/Guo sowie D3 von Tellenbach) gemessenen Langzeitdurchbiegung $w_{z,Versuch}$ mit den berechneten Verformungen $w_{z,vereinf.}$ auf der Grundlage der erweiterten Streifenmethode

Dabei lassen sich mittlere Abweichungen von ca. 24 % feststellen, wobei die maximale Abweichung nicht mehr als 30 % beträgt. Aus Bild 9.11 ist hingegen der Vergleich der mittels des vorgestellten Näherungsverfahrens und der mittels nicht-linearen Finite-Elemente-Analysen berechneten Verformungen ersichtlich. Dabei wird eine Differenzierung der betrachteten Deckenfelder in Eck-, Rand- und Innenfelder vorgenommen.

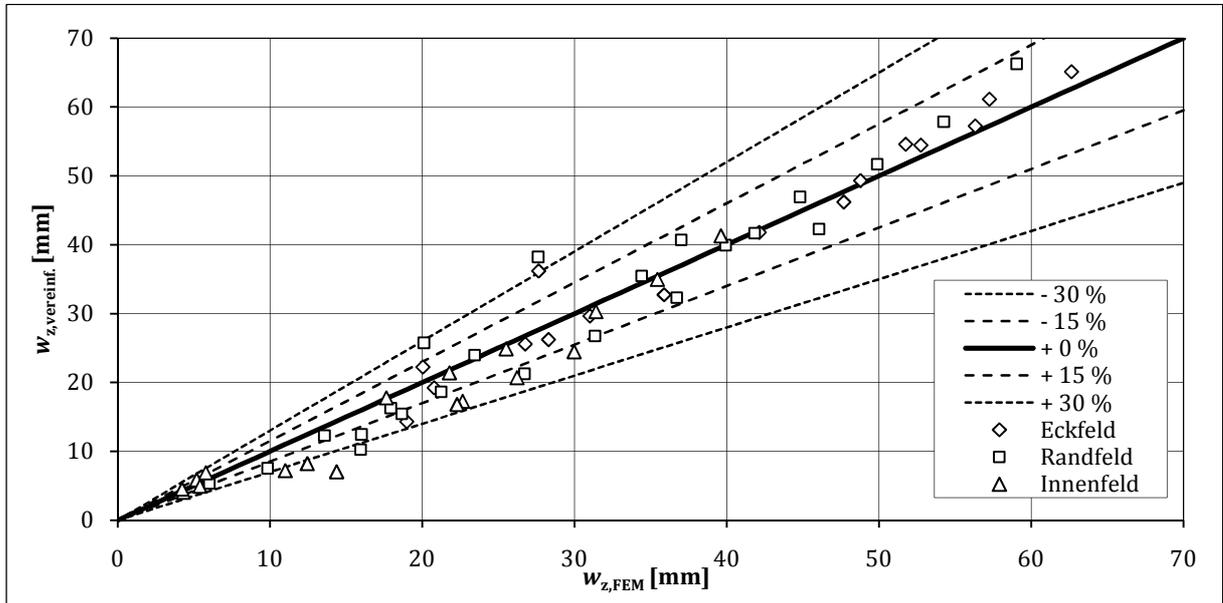


Bild 9.11: Vergleich der mittels Finite-Elemente-Methode berechneten Langzeitverformung $w_{z,FEM}$ mit den berechneten Verformungen $w_{z,vereinf.}$ auf der Grundlage der erweiterten Streifenmethode

Grundsätzlich sind hier gute bis sehr gute Übereinstimmungen der Berechnungsergebnisse festzustellen. Auf der Basis von insgesamt 59 verglichenen Deckenfeldern beträgt die mittlere Abweichung der berechneten Eckfeldverformungen ca. 8 % und die der Randfeld- und Innenfeldverformung 12 % bzw. 18 %. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Innenfelder in den betrachteten Systemen deutlich geringere Verformungen aufweisen als die Eck- und Randfelder. Eine geringe, absolute Abweichung von wenigen Millimeter kann bereits zu deutlichen, prozentualen Abweichungen führen. So ist die maximale Abweichung in dieser Fehleranalyse für ein Innenfeld mit ca. 50 % zu verzeichnen. Entsprechend der nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnung wäre hier eine Deckenfeldverformung von 14 mm zu erwarten gewesen.

Im Allgemeinen sind die Abweichungen darauf zurückzuführen, dass mittels der Streifenmethode die zweiaxialen Spannungszustände in der Platte nicht korrekt abgebildet werden können und Änderungen der Spannungszustände im gesamten System infolge Rissbildung nur näherungsweise erfasst werden. So weist das erwähnte Innenfeld laut der Finite-Elemente-Analyse eine Rissbildung im Deckenfeld auf, wobei nach der Berechnung mittels Streifenmethode das Feldmoment das Rissmoment eben gerade nicht übersteigt.

Die großen prozentualen Differenzen ergeben sich vor allem für sehr kleine, absolute Deckenfelddurchbiegungen, welche für baupraktische Bereiche und insbesondere zur Verformungsbegrenzung irrelevant sind. Damit ist generell festzuhalten, dass mit zunehmender Absolutverformung die Ergebnisgenauigkeit zunimmt. Dies spiegelt die korrekte Erfassung der Rissbereiche und der Rissverteilung unter Anwendung der vereinfachten Berechnungsansätze wider.

Der Variationskoeffizient der näherungsweise berechneten Flachdeckenverformungen beträgt im Rahmen dieser Fehleranalyse unter Einbeziehung aller Deckenfelder ca. 11 %. Damit können die vorgeschlagenen Näherungsansätze zur Vorhersage von Flachdecken-Langzeitverformungen als geeignet und im baupraktischen Bereich als anwendbar bewertet werden.

10 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Modellierung und der nicht-linearen Berechnung der Langzeitverformungen von schlaff bewehrten Flach- und Pilzdecken. Die wesentliche Zielsetzung dieser Arbeit bestand darin, ein Biegeschlankheitskriterium für punktgestützte Stahlbetondecken zu entwickeln, welches numerisch abgesichert ist und sich an der heutigen Bemessungspraxis orientiert. Damit steht dem Anwender ein geeignetes Hilfsmittel zur Verfügung mit dem die Flachdeckenverformungen in einfacher Art und Weise nachweislich und zuverlässig begrenzen werden können, ohne die Langzeitverformungen direkt berechnen zu müssen. Dazu wurde es erforderlich, die signifikanten Einflüsse auf das Verformungsverhalten von punktgestützte Stahlbetondecken im Rahmen einer Parameterstudie eingehend zu untersuchen und zu bewerten. Ferner bestand das Ziel der Arbeit darin, das bestehende Näherungsverfahren der Streifen-Methode auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse derart zu verbessern, dass mit deren Anwendung eine deutliche Steigerung der Vorhersagegenauigkeit erzielt werden kann. Die Realisierung dieser Zielstellungen lässt sich in folgende Bearbeitungsschwerpunkte unterteilen:

- Auswahl und Entwicklung geeigneter Materialmodelle für Beton, Stahl und Verbundbedingungen unter der Berücksichtigung von zeitvarianten Einflüssen und zweiaxialen Beanspruchungen
- Verifikation der angewandten Modellvorstellungen und Lösungsalgorithmen
- Untersuchung und Entwicklung der modellhaften Beschreibung der Stützenlagerung mit und ohne Stützenkopfverstärkung
- Durchführung einer Parameterstudie zur Beurteilung der Relevanz und der Streuung von Einflussgrößen hinsichtlich des Langzeitverformungsverhaltens punktgestützter Stahlbetondecken
- Entwicklung eines parameterabhängigen, komplexen sowie eines vereinfachten Biegeschlankheitskriteriums für Flach- und Pilzdecken aus Stahlbeton
- Weiterentwicklung und Verbesserungsvorschläge zur vereinfachten, direkten Berechnung von Langzeit-Biegeverformungen punktgestützter Stahlbetonplatten

Bei der Auswahl von Stoffgesetzen stand die problemorientierte Materialbeschreibung im Vordergrund. Dazu wurde die Zuverlässigkeit und Plausibilität von Trag- und Versagensmechanismen bewertet und aufbauend auf phänomenologischen Beziehungen in den Materialmodellen implementiert. Auf die sehr detaillierte Abbildung einzelner Effekte wurde zugunsten des Rechen- und Modellierungsaufwandes verzichtet. Eine wesentliche Voraussetzung zur realitätsnahen Verformungsvorhersage ist die gemeinsame Berücksichtigung von Rissbildung, Kriechen und Schwinden sowie der hydratationsbedingten Festigkeitsentwicklung des Betons. Der modellhaften Beschreibung und Implementierung der last- und zeitabhängigen Materialeigenschaften kam deshalb in dieser Arbeit eine zentrale Rolle zu. So wurde es unter anderem als notwendig erachtet, die zeitabhängigen Effekte in der modifizierten Stahlarbeitslinie genauer zu erfassen und in den weiterführenden Berechnungen anzuwenden. Die hierbei zugrunde gelegten Modellformulierungen wurden auf der Basis numerischer Querschnittsbetrachtungen und Plausibilitäten getroffen. An dieser Stelle besteht daher weiterer Forschungsbedarf.

Anhand von umfangreichen Verifikationsrechnungen ließ sich die Anwendbarkeit der entwickelten und implementierten Materialvorstellungen sowie der Lösungsalgorithmen des angewandten Programmsystems nachweisen und deren Leistungsfähigkeit belegen.

Im Rahmen der Arbeit wurde der detaillierten Abbildung des Auflagerbereichs besonderer Aufmerksamkeit geschenkt und der signifikante Einfluss der Auflagermodellierung bei Verformungsberechnungen von punktgestützten Stahlbetondecken herausgestellt. Dabei wurde hier

auf den Ansatz einer elastischen Flächenbettung zurückgegriffen. Auf der Grundlage der Platten-
theorie und unter Berücksichtigung der Stützenbiegesteifigkeit sowie der Lastausbreitung im
Plattenquerschnitt stellt dies eine sinnvolle und zweckmäßige Idealisierung dar. Um den Ein-
fluss von Stützenkopfverstärkungen adäquat untersuchen zu können, erfolgte die Entwicklung
einer zielgerechten und problembezogenen Abbildung des verstärkten Stützenkopfanschlusses.
Mit der dreidimensionalen Modellierung des verbreiterten Stützenkopfes und der Kopplung des
Stützenkopfes an die Deckenplatte mittels Verträglichkeitsbedingungen konnte die Stützenkopf-
verstärkungen in äquivalenter Weise gebettet werden, wie es bei einer vergleichbaren Flachde-
cke der Fall wäre. Somit ließ sich auf diesem Wege der Ansatz einer identischen Stützenbiege-
steifigkeit gewährleisten und eine direkte Vergleichbarkeit beider Deckensysteme herstellen.

Auf der Grundlage der zuvor entwickelten und abgeleiteten Material- und Modellbeschreibun-
gen erfolgte mit Hilfe von nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen eine umfassende Parame-
terstudie zum Verformungsverhalten punktgestützter Stahlbetondecken. Damit ließ sich sowohl
der Verformungseinfluss streuender Eingangsparameter auf die Langzeitverformung als auch
die Relevanz der untersuchten Einflussgrößen bestimmen. Der Erkenntnisgewinn bestand an
dieser Stelle darin, für die einzelnen Einflussgrößen den mittleren Fehler auf die zu erwartende
Flachdeckendurchbiegung zu ermitteln. Für die Bemessungspraxis steht damit ein übersichtli-
ches Hilfsmittel zur Verfügung die zu erwartenden Abweichungen bei Verformungsberechnun-
gen basierend auf Mittelwerten abschätzen zu können.

In diesem Zusammenhang ließ sich verdeutlichen, dass es nicht möglich ist, die Langzeitver-
formungen von punktgestützten Stahlbetondecken exakt vorherzusagen. Das angewandte sehr
genaue Berechnungsverfahren und die detaillierten Materialbeschreibungen sollen nicht darü-
ber hinwegtäuschen, dass die deterministisch ermittelten Bauteilverformungen mitunter erheb-
lichen Streuungen unterworfen sind. Im Rahmen dieser Arbeit ließ sich der Variationskoeffizient
der berechneten, mittleren Flachdeckendurchbiegungen von ca. $\pm 50\%$ ermitteln. Im Gegensatz
dazu sind die normativen Grenzwerte zur Verformungsbegrenzung als Richtwerte zu verstehen,
denen ebenso eine individuelle, problembezogene Abweichung unterstellt werden darf.

In dieser Arbeit wird zugrunde gelegt, dass der Nachweis zur Einhaltung der normativen
Grenzwerte anhand deterministischer Berechnungen – auf der Grundlage von mittleren Materi-
al- und Beanspruchungsgrößen – stets dem geforderten Zuverlässigkeitsindex von $\beta = 1,5$ ge-
nügt. Dies darf infolge der durchgeführten Parameterstudien, Plausibilitätsprüfungen und vo-
rangingangenen, probabilistischen Untersuchungen angenommen werden. Der direkte Nachweis
wird im Rahmen dieser Arbeit nicht erbracht und liefert somit an dieser Stelle ebenso Möglich-
keiten zu weiterführenden Forschungen. Für zukünftige Arbeiten sind – insbesondere mit der
einhergehenden Steigerung der Rechenkapazitäten – auch probabilistische Analysen auf der
Grundlage stochastischer Modelle für Verformungsberechnungen und -begrenzungen von Stahl-
betondecken denkbar.

Als Ergebnis der Parameteruntersuchung erwiesen sich die Betongüte, die Auflagerbedingun-
gen, die Stützweite und das Stützweitenverhältnis, die Nutzhöhe, die Lage des Deckenfeldes so-
wie die Beanspruchungshöhe der Verkehrslast für punktgestützte Stahlbetondecken als beson-
ders verformungsbeeinflussend. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher ein komplexes Biege-
schlankheitskriterium in Abhängigkeit dieser Einflussgrößen entwickelt. Dies erfolgte anhand
von Regressionsanalysen auf der Basis von über 1.000 nicht-linearen Verformungsberechnun-
gen an verschiedenartigen, punktgestützten Deckensystemen. Aufgrund der gewählten Abhän-
gigkeiten weist das vorgeschlagene Schlankheitskriterium eine gewisse Komplexität gegenüber
den bestehenden Kriterien zur Verformungsbegrenzung auf. Infolgedessen wurde ein weiterer
Vorschlag für ein vereinfachtes Schlankheitskriterium unterbreitet. Aufgrund des modularen
Aufbaus ist das vereinfachte Schlankheitskriterium jedoch sukzessiv erweiterbar und lässt sich
so an das komplexere Kriterium schrittweise anpassen. Eine schrittweise Genauigkeitssteige-
rung ist im Zuge dessen möglich. Sowohl die baupraktische Anwendbarkeit als auch die Lei-
stungsfähigkeit beider vorgeschlagener Biegeschlankheitskriterien wurde anhand einer an-
schließenden Fehleranalyse nachgewiesen.

Im Vergleich mit den bestehenden normativen Regelungen konnte gezeigt werden, dass nach der Auffassung der DIN 1045-1 für Flachdecken weitestgehend niedrigere Nutzhöhen zur Verformungsbegrenzung erforderlich sind. Somit ist eine zuverlässige Einhaltung der zulässigen Grenzwerte mit der Anwendung der Biegeschlankheitskriterien nach DIN 1045-1 (2008-08) für Flachdecken nicht gegeben. Im Gegensatz dazu erweist sich die Vorgehensweise der DIN EN 1992-1-1 (2005-10) im Allgemeinen als zu restriktiv. Ein Biegeschlankheitskriterium zur direkten Verformungsbegrenzung von Pilzdecken existiert in beiden Normenwerken nicht.

Mit der Neuentwicklung der Biegeschlankheitskriterien steht gegenüber den bestehenden normativen Regelungen ein genaueres und numerisch abgesichertes Verfahren zur Verformungsbegrenzung von punktgestützten Stahlbetondecken zur Verfügung, das sich an der heutigen Bemessungs- und Baupraxis orientiert. Die explizite und einfache Berücksichtigung der Auflagerbedingungen bzw. der Stützenkennwerte (Stützenbreite, -länge, -steifigkeit und Querschnittsform) stellen einen entscheidenden Bemessungsvorteil gegenüber bestehenden Verfahren dar. Im Zuge dessen ist die Berücksichtigung von Stützenkopfverstärkungen und somit die einfache Begrenzung von Pilzdecken besonders herauszustellen. Als weitere Vorteile gegenüber den bestehenden Verfahren sind die detaillierte Unterscheidung in Eck-, Rand- und Innenfelder sowie die explizite Berücksichtigung von Deckenfeldern mit Stützweitenverhältnissen von $\ell_{\max}/\ell_{\min} > 1,0$ zu nennen. Wie bereits in DIN EN 1992-1-1 angewandt und in der Fachliteratur häufig vorgeschlagen, erweist sich hier die Berücksichtigung der Betongüte als zweckmäßig.

In dieser Arbeit wurde der Anspruch erhoben, dass unter Anwendung des hergeleiteten, komplexeren Biegeschlankheitskriteriums – bei der Einhaltung der angegebenen Randbedingungen – die Langzeitverformungen von schlaff bewehrten Flach- und Pilzdecken zuverlässig begrenzt werden können und somit den normativen Anforderungen zur Verformungsbegrenzung genügen. Mit dem hier vorgeschlagenen, vereinfachten Biegeschlankheitskriterium für punktgestützte Stahlbetondecken ist ebenfalls eine zuverlässige Verformungsbegrenzung möglich. Gegenüber dem komplexeren Kriterium liegen die zulässigen Schlankheitswerte weitestgehend auf der sicheren Seite. Die Entwicklung der vorgestellten Biegeschlankheitskriterien basiert auf deterministischen Verformungsberechnungen, welche weitreichend verifiziert wurden. Wie zuvor erwähnt, durfte für die angewandte Vorgehensweise die Einhaltung des erforderlichen Zuverlässigkeitsindex von $\beta = 1,5$ im Zuge der Nachweisführung angenommen werden, so dass eine direkte Überführung der Schlankheitskriterien in die Bemessungspraxis gegeben ist. Dies entbindet den Anwender jedoch nicht, die vorliegenden Randbedingungen und deren Einhaltung kritisch zu prüfen. Zur Beurteilung der Verformungsrelevanz verschiedener Einflussgrößen dient die Ergebnisübersicht der Parameterstudie in Bild 7.12 und Tabelle 7.16 als Hilfsmittel.

Wird es hingegen notwendig, die Langzeitverformungen punktgestützter Stahlbetonplatten direkt zu berechnen, so kann auf das in Kapitel 9 vorgestellte und im Rahmen dieser Arbeit erweiterte Näherungsverfahren zurückgegriffen werden. Dazu wurde explizit der bereits bekannte Berechnungsansatz der Streifenmethode unter Anwendung von Momenten-Krümmungsbeziehungen zugrunde gelegt und entscheidend weiterentwickelt. Einerseits konnten detailliertere als bisher angewandte Berechnungsansätze auf der Querschnittsebene integriert werden und andererseits erfolgte die Neuentwicklung des bislang nur näherungsweise angesetzten Rissverteilungsfaktors zur genaueren Berechnung der mittleren Bauteilkrümmung. Hierzu wurden zusätzliche nicht-lineare Systemanalysen und Parameterstudien an Stahlbeton-Einfeldträgern notwendig, wobei auf die zuvor beschriebenen und verifizierten Material- und Modellbeschreibungen zurückgegriffen werden konnte. Des Weiteren wurde das Näherungsverfahren auf die zweiaxiale Problemstellung unter Ansatz der Plattendrillsteifigkeit und deren Reduktion infolge von Rissbildungen erweitert. Weiterhin ließ sich auch im vereinfachten Verfahren die weiterentwickelte Modellvorstellung zur Erfassung des zeitabhängigen Verbundtragverhaltens durch die Berücksichtigung von Langzeiteffekten in der Beschreibung des Zugversteifungseffektes bei der Rissbildung im späten Betonalter implementieren. Für das vorgestellte Näherungsverfahren erfolgte darüber hinaus ein Vorschlag zur problemorientierten Schnittkraftermittlung. Somit stand abschließend ein Näherungsverfahren zur Verfügung mit dem sich steifigkeits- und verformungsrelevante Einflüsse umfassend berücksichtigen lassen und die Langzeitverformungen

von punktgestützten Stahlbetonplatten hinreichend genau berechnet werden können. Die ausreichende Vorhersagegenauigkeit wird anhand von Vergleichs- und Verifikationsrechnungen attestiert. Die mittleren Abweichungen gegenüber dem komplexeren und genaueren Berechnungsverfahren der nicht-linearen Finite-Elemente-Methode sowie gegenüber Bauteilversuchen beträgt ca. 11 %. Damit ist das weiterentwickelte Näherungsverfahren der Streifen-Methode für baupraktisch relevante Bereiche grundsätzlich als geeignet anzusehen.

Perspektivisch kann dieses Lösungsverfahren sowohl um die Berücksichtigung einer Vorspannung als auch um die Erfassung der Lastgeschichte erweitert werden. In diesem Zusammenhang kann auf die grundlegenden Querschnittsbetrachtungen von Krüger, et al. (2006) zurückgegriffen werden. Eine Verifikation dieser Erweiterungen anhand von nicht-linearen Finite-Elemente-Rechnungen bzw. Bauteilversuchen ist stets empfehlenswert.

Für zukünftige Verformungsrechnungen bzw. Berechnungen zur Verformungsbegrenzung an punktgestützten Stahlbetonplatten erscheint es sinnvoll, sowohl die zeitliche Entwicklung der Stützensteifigkeit als auch unterschiedliche Stützenraster bzw. unregelmäßige Deckenfeldgeometrien sowie die mögliche Anwendung von Leichtbeton in die Betrachtungen mit einzubeziehen. Des Weiteren geben umfangreiche Analysen zum Langzeitverformungsverhalten und zur zuverlässigen Verformungsbegrenzung von Hohlkörper- bzw. Verdrängungskörperdecken ebenfalls Möglichkeiten zur weiterführenden Forschung. Die größten Probleme bei den Berechnungen von Langzeitverformungen im Spann- und Stahlbetonbau werden jedoch zurzeit in der genauen Vorhersage der Kriech- und Schwindverformungen als auch der Beanspruchungsszenarien innerhalb eines Betrachtungszeitraums gesehen. Weiterführende probabilistische Untersuchungen auf der Basis stochastischer Modelle können hier zu einer Verbesserung der Zuverlässigkeit bestehender Modellvorstellungen führen.

Notationsverzeichnis

Sonderzeichen:

\oplus	in Kombination mit
$\ \blacksquare\ _2$	Fehlernorm als <i>Euklid'schen</i> Norm bzw. 2-Norm
$\ \blacksquare\ _\infty$	maximaler Absolutwert des Tensors
$\blacksquare^{(i,k)}$	Zustandsgröße im Iterationsschritt i und Inkrement k
min	Minimalwert
max	Maximalwert

Lateinische Buchstaben:

A	Fläche
\mathbf{A}	Scheibensteifigkeitsmatrix
A_B	Bettungsfläche; Einwirkungsfläche der Stütze in Höhe der Plattenmittelfläche
A_F	Fläche des betrachteten Deckenfeldes
A_{St}	Querschnittsfläche der Stütze
A_c	Gesamtfläche des Betonquerschnitts
$A_{cr,F}$	Fläche der Ausdehnung des gerissenen Deckenfeldbereiches auf der Unterseite des betrachteten Deckenfeldes
$A_{cr,S}$	Fläche der Ausdehnung des gerissenen Deckenfeldbereiches auf der Oberseite des betrachteten Deckenfeldes
$A_{c,eff}; A_{ct,eff}$	effektive Betonzugquerschnittsfläche; effektive Zugzone
A_e	Fläche eines ebenen, finiten Elements
A_s	Querschnittsfläche des Betonstahls
$A_{s,min}$	minimal erforderliche Querschnittsfläche des Betonstahls
$A_{s1}; A_{s2}$	Querschnittsfläche des Betonstahls der 1. bzw. 2. Bewehrungslage
$a_{i,x}; a_{i,y}$	Auflagerfläche in x- bzw. in y-Richtung
$a_{sx}; a_{sy}$	bezogene Querschnittsfläche des Betonstahls in x- bzw. in y-Richtung
\mathbf{B}	Koppelsteifigkeitsmatrix
b	Bauteilbreite
$b_{B,St}$	Breite der Bettungsfläche der Stütze
$b_{B,SKV}$	Breite der Bettungsfläche der Stützenkopfverstärkung
$b_{E,St}$	Breite der Einwirkungsfläche der Stütze in Höhe der Plattenmittelfläche
$b_{E,SKV}$	Breite der Einwirkungsfläche der Stützenkopfverstärkung in Höhe der Mittelfläche
$b_{St,x}; b_{St,y}$	Breite des Stützenquerschnitts in x- bzw. y-Richtung
b_{St}^0	Referenzwert der Stützenbreite mit $b_{St}^0 = 0,05 \cdot \ell_{eff}$
b_{St}^*	steifigkeitsäquivalente Stützenbreite
$b_{SKV}; b_{V,St}$	Breite der Stützenkopfverstärkung
b_W	Breite der tragenden Wand
$C_1; C_2$	Parameter zur Erfassung des Einflusses der Rissbildung über den Stützen auf die mittlere Bauteilkrümmung
$c_1; c_2$	Beiwerte zur Erfassung der Schubmodulreduzierung von Stahlbeton infolge Rissbildung
c_z	Bettungsziffer unter Ansatz der Stützenlängssteifigkeit
c_φ	Bettungsziffer unter Ansatz der Stützenbiegesteifigkeit
\mathbf{D}	Plattensteifigkeitsmatrix
$d; d_{ux}$	statische Nutzhöhe; Nutzhöhe der unteren, in x-Richtung liegenden Bewehrungslage
$d_1; d_2$	Abstand des Schwerpunkts der 1. bzw. 2. Bewehrungslage zum nächstgelegenen Bauteilrand
$d_{a,max}$	Größtkorndurchmesser der Gesteinskörnung
d_s	Durchmesser des Bewehrungsstabs
e	Lastausmitte, Exzentrizität
E	Elastizitätsmodul; Beanspruchung
E_c	Elastizitätsmodul für Normalbeton
$E_{c,St}$	Elastizitätsmodul für den Beton der an die Deckenplatte anschließenden Stütze
$E_{c,St}$	Referenzwert des Beton-Elastizitätsmodul der Stütze mit $E_{c,St}^0 = 28.800 \text{ N/mm}^2$

E_{c0}	Elastizitätsmodul des Betons als Tangente im Ursprung der Spannungs-Dehnungs-Linie bei einem Betonalter von 28 Tagen (Tangentenmodul)
E_{c0m}	mittlerer Elastizitätsmodul als Tangentenmodul für Normalbeton
E_{cm}	mittlerer Elastizitätsmodul als Sekantenmodul für Normalbeton
$E_{c0,mod}$	modifizierter Tangentenmodul bei einem Betonalter von 28 Tage
$E_{c,28}$	Elastizitätsmodul für Normalbeton bei einem Betonalter von 28 Tagen
$E_{c,eff}$	effektiver Elastizitätsmodul für Normalbeton bei der Berücksichtigung von Kriech- und Alterungsprozessen
$E_{ceff,St}$	effektiver Elastizitätsmodul für den Beton der an die Deckenplatte anschließenden Stütze
E_d	Bemessungswert einer Beanspruchung
$E_{d,perm}$	Bemessungswert einer Beanspruchung aus quasi-ständiger Kombination
$E_{d,rare}$	Bemessungswert einer Beanspruchung aus seltener Kombination
E_s	Elastizitätsmodul für Betonstahl
$F_{reaction}$	Lastvektor der Reaktionskräfte
$F_{residual}$	Lastvektor der verbleibenden Restkräfte (Residuen)
$F_1; F_2$	Parameter zur Erfassung des Einflusses der Rissbildung über den Stützen auf die mittlere Bauteilkrümmung bei nicht gerissenem Deckenfeld
f	Vektor der inneren Knotenkräfte
f_c	Betondruckfestigkeit
$f_{c,red}$	reduzierte Betondruckfestigkeit
$f_{ck,cyl}; f_{ck}$	charakteristische Betonzylinderdruckfestigkeit des Beton bei einem Betonalter von 28 Tagen; vereinfachend als f_{ck} bezeichnet
f_{ck}^0	Referenzwert der charakteristischen Betondruckfestigkeit mit $f_{ck}^0 = 20 \text{ N/mm}^2$
$f_{ck,cube15}$	charakteristische Würfeldruckfestigkeit des Betons ermittelt an einem Würfel mit 15 cm Kantenlänge bei einem Betonalter von 28 Tagen
f_{cm}	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons
$f_{cm,red}$	reduzierte, mittlere Zylinderdruckfestigkeit von Beton
f_{ct}	zentrische Zugfestigkeit des Betons
f_{ctm}	Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons
$f_{ctk;0,05}; f_{ct,min}$	charakteristischer Wert des 5 %-Quantils der zentrischen Zugfestigkeit des Betons
$f_{ctk;0,95}; f_{ct,max}$	charakteristischer Wert des 95 %-Quantils der zentrischen Zugfestigkeit des Betons
$f_{ct,eff}$	effektive, zentrische Zugfestigkeit des Betons
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit des Betons
$f_{ct,eff,fl}$	effektive Biegezugfestigkeit des Betons
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit des Betons
f_t	Zugfestigkeit des Betonstahls
f_y	Streckgrenze des Betonstahls
g	ständig wirkende Beanspruchung
$g_{k,j}$	charakteristischer Wert der j -ten ständig wirkenden Beanspruchung
G	Schubmodul
G_{red}	reduzierter Schubmodul von Stahlbeton infolge Rissbildung
G_F	spezifische Bruchenergie (einaxialer Zug)
G_{F0}	Grundwert der Bruchenergie (einaxialer Zug)
g_t^*	volumenspezifische Bruchenergie
h	Bauteilhöhe
$h^{(k)}$	Höhe der Einzelschicht
$h_{EF}; h_{RF}; h_{IF}$	Plattenquerschnittshöhe im Eckfeld (EF), Randfeld (RF) bzw. Innenfeld (IF)
h_H	Höhe der Stützenkopfverstärkung
h_0	Bezugshöhe mit $h_0 = 100 \text{ mm}$; wirksame Bauteildicke [mm]
h_{eff}	effektive Zugzonenhöhe
I_1	1. Spannungsinvariante des allgemeinen Spannungstensors
I_{St}^0	Referenzwert des Flächenträgheitsmoments des Stützenquerschnitts auf Basis von b_{St}^0
$I_{St,red}$	reduziertes Flächenträgheitsmoment des Stützenquerschnitts
$I_{i,B}$	Flächenträgheitsmoment der Bettungsfläche um die Achse i
$I_{i,St}$	Flächenträgheitsmoment des Stützenquerschnitts um die Achse i
I_c	Flächenträgheitsmoment des Betonquerschnitts
i	Laufvariable

J_2	2. Spannungsinvarianten des deviatorischen Spannungstensors
J	Einheitsverformung, Kriechfunktion
j	Laufvariable; Beiwert zur Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix
K^0	Referenzwert der Biegesteifigkeit des Stützenanschlusses des Ausgangssystems
$K_{\text{ges},\square}$	Biegesteifigkeit eines beliebigen Stützenanschlusses unter Ansatz von Rechteckstützen
$K_{\text{ges},\odot}$	Biegesteifigkeit eines beliebigen Stützenanschlusses unter Ansatz von kreisförmigen Stützenquerschnitten
k	Laufvariable; Skalierungsfaktor zur Anpassung der einaxialen Druckfestigkeit an biaxiale Festigkeitswerte; Beiwert zur Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums; Parameter zur näherungsweisen Verformungsberechnung auf Basis des Prinzips der virtuellen Kräfte
$k_{\phi I}; k_{\phi II}$	Beiwert zur Erfassung des Einflusses der Bewehrung und der Betonalterung auf das Kriechen im Zustand I bzw. II
ℓ	Länge, Stützweite
ℓ_H	einseitige Länge der Stützenkopfverstärkung
ℓ_{St}	Stützenlänge
ℓ_{St}^0	Referenzwert der Stützenlänge mit $\ell_{St}^0 = 3,0 \text{ m}$
ℓ_{cr}	kritische Länge
ℓ_{eq}	äquivalente Länge
ℓ_{eff}	effektive Stützweite
ℓ_{geo}	geometrische Mittel der Stützweiten
ℓ_i	ideelle Stützweite
$\ell_{min}; \ell_{max}$	minimale bzw. maximale Stützweite eines Plattenfeldes
$\ell_x; \ell_y$	Stützweite in x- bzw. in y-Richtung
l_t	Lasteinleitungslänge
$l_{\bar{u}}$	Länge des Plattenüberstandes
M	Moment
\bar{M}	Moment aus virtueller Einheitsverschiebung bzw. Einheitslast
$M_F; m_F$	Feldmoment in Trägermitte
$M_{S1}; M_{S2}$	maximale Stützmomente in einem Durchlaufträgersystem
$M_{S1}^*; M_{S2}^*$	maßgebende Stützmomente in einem Durchlaufträgersystem für die näherungsweise Verformungsberechnung mit Hilfe der Streifenmethode
M_c	Moment im Betonquerschnitt
$M_{cr}; m_{cr}$	Rissmoment
$M_{cr,Stb}$	Rissmoment unter Berücksichtigung der Bewehrungsstahleinlagen auf der Bauteilwiderstandsseite
M_u	Moment beim Erreichen der Bauteiltragfähigkeit
$\mathbf{M}_{reaction}$	Momentenvektor der Reaktionsmomente
$\mathbf{M}_{residual}$	Momentenvektor der verbleibenden Restmomente (Residuen)
$\max m_{Ed,F,perm}^I$	maximales Feldmoment infolge quasi-ständiger Beanspruchung aus linear-elastischer Schnittkraftermittlung im betrachteten Deckenfeld
$\max m_{Ed,F,rare}^I$	maximales Feldmoment infolge seltener Beanspruchung aus linear-elastischer Schnittkraftermittlung im betrachteten Deckenfeld
$\max m_{Ed,S,perm}^I$	maximales Stützmoment infolge quasi-ständiger Beanspruchung aus linear-elastischer Schnittkraftermittlung im betrachteten Deckenfeld
$\max m_{Ed,S,rare}^I$	maximales Stützmoment infolge seltener Beanspruchung aus linear-elastischer Schnittkraftermittlung im betrachteten Deckenfeld
m_{ds}	Momente im Bemessungsquerschnitt einer drillsteifen Platte
m_{dw}	Momente im Bemessungsquerschnitt einer drillweichen Platte
\tilde{m}	zur Verformungsberechnung gewichtetes Moment
N	Normalkraft
N_c	Normalkraft im Betonquerschnitt
$N_{s1}; N_{s2}$	Normalkraft in der 1. bzw. 2. Bewehrungslage
P	einwirkende Einzellast
\mathbf{p}	Vektor der äußeren Kräfte
\mathbf{Q}_k	lokale Steifigkeitsmatrix der Einzelschicht k
$\bar{\mathbf{Q}}_k$	globale Steifigkeitsmatrix der Einzelschicht k

q	veränderliche Einwirkung
q_{ki}	charakteristischer Wert der i -ten, veränderlichen Einwirkung
R_{\blacksquare}	relativer Fehler bezüglich \blacksquare
R_m	mittlerer, relativer Fehler
RH	relative Luftfeuchte der Bauteilumgebung
r	Radius
s_{rm}	mittlerer Rissabstand
$s_{r,max}$	maximaler Rissabstand
S_n	Schwerpunkt des Querschnitts
T	Temperatur; Bauteiltemperatur
T_0	Bezugstemperatur; $T_0 = 1 \text{ }^\circ\text{C}$
T_{Ref}	Referenztemperatur; $T_{Ref} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
\bar{T}	mittlere Bauteiltemperatur im Betrachtungszeitraum
t	Zeit; Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt
t_0	tatsächliches Betonalter bei Belastungsbeginn
t_∞	Endzeitpunkt des Betrachtungszeitraums
t_{CPU}	Rechendauer zur Problemlösung
t_T	wirksames Betonalter bei Belastungsbeginn
t_{rare}	Zeitpunkt der Einwirkung der seltenen Beanspruchungskombination
t_s	Betonalter zu Beginn der Austrocknung
u	Vektor der Knotenverschiebung
$u; v$	uniaxiale Verschiebung in Richtung x bzw. y des lokalen Koordinatensystems
u_i^V	Translation der Stützenkopfverstärkung in Richtung i
u_i^{Pl}	Translation der Deckenplatte in Richtung i
\ddot{u}	Überhöhung der Deckenplatte
W_{ela}	Widerstandsmoment auf der Grundlage elastischen Materialverhaltens
w_c	Rissöffnungsweite von Beton
w_u	Rissöffnungsweite von Beton bei der keine Spannung mehr übertragen wird
$w; w_z$	Plattendurchbiegung, Verschiebung in z -Richtung
w^I	Bauteilverformung im ungerissenen Zustand (Zustand I)
w^{II}	Bauteilverformung im gerissenen Zustand (reiner Zustand II)
w_m^{II}	Bauteilverformung im gerissenen Zustand unter Ansatz des Zugversteifungseffekts
$w_{z(0)}$	Plattendurchbiegung des Ausgangssystems
$w_{z(i)}$	Plattendurchbiegung des betrachteten Flachdeckensystems i
$w_{z,FEM}$	auf Basis der Finite-Elemente-Methode berechnete Bauteilverformung
$w_{z,vereinf.}$	auf Basis der Näherungslösung der Streifenmethode berechnete Bauteilverformung
$w_{z,Versuch}$	in Bauteilversuchen gemessene Bauteilverformung
$w_{z,zul}$	zulässiger Grenzwert der Bauteilverformung
x	Betondruckzonenhöhe
$x_1; x_2; x_3; x_4$	Abstand zwischen den Stützstellen zur Beschreibung der maßgebenden Momentenlinie
$x; y; z$	Achsen des lokalen Koordinatensystems
z	Abstand der Mittelfläche der Einzelschicht zur Plattenmittelfläche des Schichtenverbunds; Hebelarm der inneren Kräfte
$z_{s1}; z_{s2}$	Abstand des Schwerpunkts der 1. bzw. 2. Bewehrungslage zum Querschnittsschwerpunkt des Bauteils

Griechische Buchstaben:

α	Beiwert; Beiwert zur Beschreibung der Form finiter Elemente; Skalierungsfaktor zur Anpassung der einaxialen Druckfestigkeit an biaxiale Festigkeitswerte
α_E	Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Gesteinskörnung
$\alpha_{E,St}$	Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses der Stützensteifigkeit bei der Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums
$\alpha_{V,St}$	Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses einer Stützenkopfverstärkung bei der Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums
α_T	Wärmedehnzahl
α_{f_c}	Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses der Betongüte bei der Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums
α_i	Beiwert zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Tangentenmodul und Sekantenmodul von Beton; Parameter zur Berücksichtigung des Deckenfeldtyps bei der Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums
$\alpha_{i,EF}; \alpha_{i,RF}; \alpha_{i,IF}$	Parameter zur Berücksichtigung des Deckenfeldtyps bei der Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums für eine Eckfeld (EF), Randfeld (RF) bzw. Innenfeld (IF)
$\alpha_{i\infty}$	Parameter zur Berücksichtigung des Deckenfeldtyps bei der Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums unter Ansatz einer nahezu unendlichen Stützenbiegesteifigkeit
α_{red}	Beiwert zur Berücksichtigung der Schubmodulreduzierung von Stahlbeton
α_s	Verhältniswert zur Berücksichtigung der Elastizitätsmodulunterschiede zwischen Bewehrungsstahl und Beton
$\alpha_{s,eff}$	Verhältniswert zur Berücksichtigung der Unterschiede zwischen dem Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls und dem effektiven Elastizitätsmodul des Betons $E_{c,eff}$
α_λ	Parameter zur Berücksichtigung des Stützweitenverhältnisses des betrachteten Deckenfeldes bei der Berechnung des Biegeschlankheitskriteriums
β	bezogene Stützenbreite
β^0	Referenzwert der bezogene Stützenbreite auf der Grundlage von b_{St}^0
β^V	bezogene Breite der Stützenkopfverstärkung
β_{\square}^*	bezogene, steifigkeitsäquivalente Stützenbreite bei Anwendung von Rechteckstützen
β_{\odot}^*	bezogene, steifigkeitsäquivalente Stützenbreite bei Anwendung von kreisförmigen Stützenquerschnitten
β_{as}	zeitliche Verlaufsfunktion des autogenen Schwindens
β_c	zeitliche Verlaufsfunktion des linearen Betonkriechens
β_{cc}	zeitliche Verlaufsfunktion der Betondruckfestigkeit
β_{cct}	zeitliche Verlaufsfunktion der Betonzugfestigkeit
$\beta_{c,sus}$	zeitliche Verlaufsfunktion zur Beschreibung der Abnahme der Betondruckfestigkeit unter Dauerbeanspruchung
$\beta_{ct,sus}$	zeitliche Verlaufsfunktion zur Beschreibung der Abnahme der Betonzugfestigkeit unter Dauerbeanspruchung
β_d	bezogener Stützendurchmesser
β_{ds}	zeitliche Verlaufsfunktion des Trocknungsschwindens
β_E	zeitliche Verlaufsfunktion des Beton-Elastizitätsmoduls
β_{RH}	Beiwert zur Berücksichtigung der relativen Luftfeuchtigkeit
β_{rt}	Beiwert zur Erfassung der wirksamen Zugfestigkeit eines bewehrten Betonquerschnitts
β_t	Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Belastungsdauer oder einer wiederholten Belastung auf die mittlere Dehnung
Δb_{St}	Zunahme der einseitigen Ausdehnung der Einwirkungsflächen infolge Lastausbreitung
Δh	Änderung der Querschnittshöhe
Δt_i	inkrementeller Zeitschritt
ΔT	Temperaturänderung
$\Delta \mathbf{u}$	Vektor der inkrementellen Änderung der Knotenverschiebung
$\Delta \Delta \mathbf{u}$	Vektor der iterativen Änderung der Knotenverschiebung innerhalb eines Inkrements
$\Delta w_{z,zul}$	zulässiger Grenzwert der Änderung der Bauteilverformung
$\Delta \varepsilon_{c,cr}^{(k)}$	inkrementelle Änderung der Kriechdehnung
$\Delta \sigma_{s,TST}$	Spannungsunterschied in der Zugbewehrung bei Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes in der Stahlarbeitslinie

δ_d	Beiwert zur Berücksichtigung der Duktilität der Bewehrung
δ_{A_s}	Parameter zur Berücksichtigung des Einflusses des vorhandenen Bewehrungsgrades auf den Rissverteilungsfaktor
ε	Dehnung; Toleranzschranke des Konvergenzkriteriums
$\varepsilon_F; \varepsilon_M$	Toleranzschranke des relativen Fehlers auf Basis der Normalkräfte (F) bzw. Momente (M)
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Vektor der globalen Dehnungen
$\varepsilon_{11}; \varepsilon_{22}; \varepsilon_{33}$	Dehnungen in den Richtungen der Hauptachsen des lokalen Koordinatensystems
ε_c	Betondehnung
ε_{c1}	Betondehnung bei Erreichen der Betondruckfestigkeit
ε_{ct}	Betondehnung bei Erreichen der zentrischen Betonzugfestigkeit
ε_{ctm}	Betondehnung bei Erreichen der mittleren, zentrischen Betonzugfestigkeit
$\varepsilon_{c,cr}$	Kriechdehnung von Beton
$\varepsilon_{c\sigma}$	Kriechdehnung des Betons in Abhängigkeit der Spannungshöhe
$\varepsilon_{c,el}$	elastischer Anteil der Betondehnung
ε_{cas}	Schwinddehnung des Betons infolge autogenen Schwindens
ε_{cas0}	Grundwert der Schwinddehnung des Betons infolge autogenen Schwindens
ε_{cds}	Schwinddehnung des Betons infolge Trocknungsschwindens
ε_{cds0}	Grundwert der Schwinddehnung des Betons infolge Trocknungsschwindens
ε_{cs}	Schwinddehnung des Betons
$\varepsilon_{cs,11}; \varepsilon_{cs,22}$	Schwinddehnung des Betons in Richtung der Hauptachsen 1 und 2 des lokalen Koordinatensystems
$\varepsilon_{cs,k0}$	Schwinddehnung des Betons zum betrachteten Zeitpunkt k ausgehend vom Zeitpunkt des Trocknungsbeginns mit $t = t_0$
ε_{ela}	elastischer Dehnungsanteil
ε_s	Stahldehnung
$\varepsilon_{s1}; \varepsilon_{s2}$	Stahldehnung in der 1. bzw. 2. Bewehrungslage
ε_s^I	Stahldehnung im ungerissenen Zustand
ε_s^{II}	Stahldehnung im gerissenen Zustand im Riss
$\varepsilon_{si,k}^I$	Stahldehnung in der Bewehrungslage i zum Betrachtungszeitpunkt k im ungerissenen Zustand
$\varepsilon_{sim,k}^{II}$	mittlere Stahldehnung in der Bewehrungslage i zum Betrachtungszeitpunkt k im gerissenen Zustand unter der Berücksichtigung des Zugversteifungseffekts
$\varepsilon_{si,rk}^I$	Stahldehnung in der Bewehrungslage i unter Risschnittgröße zum Betrachtungszeitpunkt k im ungerissenen Zustand
$\varepsilon_{si,rk}^{II}$	Stahldehnung in der Bewehrungslage i unter Risschnittgröße zum Betrachtungszeitpunkt k im gerissenen Zustand im Riss
ε_{sm}	mittlere Stahldehnung
ε_{smu}	mittlere Stahldehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit des Betonstahls
ε_{smy}	mittlere Stahldehnung bei Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls
ε_{sr}^I	Stahldehnung im ungerissenen Zustand unter Risschnittgröße bei Erreichen von f_{ctm}
ε_{sr}^{II}	Stahldehnung im gerissenen Zustand im Riss unter Risschnittgröße
ε_{su}	Stahldehnung bei Erreichen der Zugfestigkeit des Betonstahls
ε_{sy}	Stahldehnung bei Erreichen der Streckgrenze des Betonstahls
ε_u	rechnerische Bruchdehnung
γ	Schubverzerrung; Teilsicherheitsbeiwert; Baustoffwichte
$\gamma_{12}; \gamma_{23}$	Schubverzerrung bezüglich des lokalen Koordinatensystems
$\gamma_{G,j}$	Teilsicherheitsbeiwert für die j -te ständig wirkende Beanspruchung
$\gamma_{Q,i}$	Teilsicherheitsbeiwert für die i -te veränderliche Einwirkung
γ_{Stb}	mittlere Wichte von Stahlbeton
γ_c	mittlere Wichte von Normalbeton
$\gamma_{c,cr}$	Schubverzerrung infolge Betonkriechens
θ	Winkel zwischen der Bewehrungs- und Hauptzugspannungsrichtung
$\boldsymbol{\kappa}$	Vektor der globalen Krümmungen
κ	Bauteilkrümmungen
κ^I	Bauteilkrümmung im ungerissenen Zustand (Zustand I)
κ^{II}	Bauteilkrümmung im gerissenen Zustand (reiner Zustand II)

κ_m^{II}	Bauteilkrümmung im gerissenen Zustand unter Berücksichtigung des Zugversteifungseffekts
κ_m	mittlere Bauteilkrümmungen
λ	Verhältniswert zur Beschreibung des Stützweitenverhältnisses eines Deckenfelds
ν_c	Querdehnzahl für Beton
$\nu_{c,\text{cr}}$	Querdehnzahl für Beton infolge Kriechens (Querkriechzahl)
ξ	bezogene Betondruckzonenhöhe
$\xi_{\sigma,k}$	lastabhängige, bezogene Betondruckzonenhöhe zum betrachteten Zeitpunkt k
$\varrho; \varrho_s$	Bewehrungsgrad
ϱ_{DS}	Parameter zur Abminderung der Plattendringsteifigkeit infolge Rissbildung
ϱ_{eff}	effektiver Bewehrungsgrad
$\varrho_{1,m}$	mittlerer Bewehrungsgrad bezüglich der ersten (unteren) Bewehrungslage
σ	Spannung
σ_{\blacksquare}	Standardabweichung der Zustandsgröße \blacksquare
$\sigma_{11}; \sigma_{22}; \sigma_{33}$	Normalspannung in den Richtungen der Hauptachsen des lokalen Koordinatensystems
$\sigma_{12}; \sigma_{23}$	Schubspannung im lokalen Koordinatensystem
σ_c	Betonspannung
$\sigma_{c,k}$	Betonspannung zum betrachteten Zeitpunkt k
σ_{csi}^*	Betonspannung in Höhe der Bewehrungslage i
$\sigma_{\text{csi},r}^*$	Betonspannung in Höhe der Bewehrungslage i unter Risschnittgröße
σ_s	Stahlspannung
$\sigma_{s,i,k}$	Stahlspannung in der Bewehrungslage i zum Betrachtungszeitpunkt k
σ_s^{I}	Spannung in der Zugbewehrung im ungerissenen Zustand
σ_s^{II}	Spannung in der Zugbewehrung im gerissenen Zustand im Riss
$\sigma_{s,i,rk}^{\text{I}}$	Stahlspannung in der Bewehrungslage i unter Risschnittgröße zum Betrachtungszeitpunkt k im ungerissenen Zustand
$\sigma_{s,i,rk}^{\text{II}}$	Stahlspannung in der Bewehrungslage i unter Risschnittgröße zum Betrachtungszeitpunkt k im gerissenen Zustand im Riss
σ_{sr}	Spannung in der Zugbewehrung unter Risschnittgröße
$\sigma_{\text{sr}}^{\text{I}}$	Spannung in der Zugbewehrung unter Risschnittgröße im ungerissenen Zustand
$\sigma_{\text{sr}}^{\text{II}}$	Spannung in der Zugbewehrung unter Risschnittgröße im gerissenen Zustand im Riss
τ	Zeitpunkt des Beanspruchungsbeginns
τ_{sm}	mittlere Verbundspannung
Φ	Beiwert zur Berücksichtigung des Stützeinspanngrades
Φ^0	Referenzwert zur Berücksichtigung der Stützeinspannung mit $\Phi^0 = 0$
φ	Kriechzahl; Rotation der Querschnittsfläche
φ_0	Grundwert des Kriechens
φ_{k0}	Kriechzahl zum betrachteten Zeitpunkt k ausgehend vom Zeitpunkt der Erstbelastung
φ_f	Kriechzahl zur Erfassung des irreversiblen Kriechanteils der Fließverformung
φ_v	Kriechzahl zur Erfassung des reversiblen Kriechanteils der elastisch verzögerten Verformung
φ_v	Kriechzahl zur Beschreibung des Verbundkriechens
$\psi_0; \psi_j$	Verhältniswert zur Berücksichtigung der zeitlichen Veränderlichkeit des Beton-E-Moduls beim betrachteten Zeitpunkt mit $j = 0; 1 \dots k$
$\psi_{0,i}; \psi_{2,i}$	Kombinationsbeiwert nach DIN 1055-100
$\omega_{z\infty}$	Verhältniswerte der Deckenfelddurchbiegung des betrachteten Systems i bezüglich des Ausgangssystems 0 zum Endzeitpunkt von $t = t_{\infty} = 50$ Jahre
ω_r	Rissverteilungsfaktor
$\omega_{r,F}$	Rissverteilungsfaktor eines gelenkig gelagerten Einfeldträgersystems; Rissverteilungsfaktor im Bereich der Feldmomente
$\tilde{\omega}_r$	bewehrungsgradabhängiger Rissverteilungsfaktor

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1:	Grundwerte der Biegeschlankheit $(\ell/d)_{\text{basic}}$ nach BS 8110-1	18
Tabelle 2.2:	Zulässige Grenzwerte der Verformung von Stahlbetonbauteil nach ACI 318.....	19
Tabelle 2.3:	Minimale Nutzhöhe d für einachsige gespannte Platten und Balken, welche nicht an verformungsempfindliche Bauteile angrenzen, nach ACI 318 (2005)	19
Tabelle 2.4:	Minimale Nutzhöhe d für Flach- und Pilzdecken, nach ACI 318 (2005)	20
Tabelle 2.5:	Grenزشlankheit λ_i nach (Krüger, et al., 2006)	21
Tabelle 2.6:	Parameter m und λ_{lim} für unterschiedliche Beanspruchungen, Betongüten und Verformungsgrenzwerte nach Hausmann (2007).....	22
Tabelle 3.1:	Grundwert der Bruchenergie G_{F0} nach Model Code 1990.....	34
Tabelle 3.2:	Charakteristische Längen unterschiedlicher Materialien, Quelle: Brameshuber (1988)	36
Tabelle 3.3:	Beiwert α_E in Abhängigkeit der Gesteinskörnung nach unterschiedlichen Richtlinien.....	39
Tabelle 3.4:	Wärmedehnzahlen verschiedener Zuschlagstoffe.....	41
Tabelle 3.5:	Beiwert s zur Berücksichtigung der Zementfestigkeit; Quelle: (Reinhardt, et al., 1999)	42
Tabelle 4.1:	Abgrenzung der Modelbildung von Platten	69
Tabelle 5.1:	Gemessene, mittlere Betonkennwerte der Versuchsreihe C; Quelle: Jaccoud, et al. (1982)...	74
Tabelle 5.2:	Belastungsparameter der Versuchsreihe C; Quelle: Jaccoud, et al. (1982).....	75
Tabelle 5.3:	Ermittelte Betonkennwerte; Quelle: Mertzsch, et al. (2008)	76
Tabelle 5.4:	Bewehrungsparameter der Versuchsreihe B; Quelle: Jaccoud, et al. (1982).....	78
Tabelle 5.5:	Ermittelte Betonkennwerte für die Versuchsreihe B; Quelle: Jaccoud, et al. (1982)	79
Tabelle 5.6:	Ermittelte Betonkennwerte für die Versuchsreihe D; Quelle: Tellenbach (1985)	80
Tabelle 5.7:	Ermittelte Materialkennwerte; Quelle: Jofriet, et al. (1971)	82
Tabelle 5.8:	Eingangsparameter der untersuchten Plattensysteme; Quelle: Guo, et al. (2002)	84
Tabelle 5.9:	Gemessene Betonkennwerte der Versuchsreihe; Quelle: Guo, et al. (2002).....	84
Tabelle 6.1:	Zusammenfassung möglicher Verkehrslasten auf Deckenplatten nach DIN 1055-3.....	88
Tabelle 7.1:	Maximales Feldmoment, Rissmoment und Größe des Rissbereiches auf der Plattenunterseite der betrachteten Deckenfelder	99
Tabelle 7.2:	Maximales Stützmoment über der Innenstütze und Größe des Rissbereiches auf der Plattenoberseite der betrachteten Deckenfelder	99
Tabelle 7.3:	Schwindmaß ε_{cs} , Kriechzahl φ und Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Betondruckfestigkeiten.....	101
Tabelle 7.4:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für verschiedene Bruchenergien G_F	102
Tabelle 7.5:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Beiwerte β_t	103
Tabelle 7.6:	Schwindmaß ε_{cs} , Kriechzahl φ und Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für verschiedene Luftfeuchten	105
Tabelle 7.7:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche, mittlere Bewehrungsgrade der Feldbewehrung $\rho_{1,m}$	106
Tabelle 7.8:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Stützensteifigkeiten	108
Tabelle 7.9:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Breiten der Stützenkopfverstärkung	109
Tabelle 7.10:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Querschnittshöhen h bzw. Nutzhöhen d_{ux} bezogenen auf das verformungsbegrenzte Deckenfeld.....	113
Tabelle 7.11:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ bezüglich der Gesamtlast des Ausgangssystems für unterschiedliche Belastungshöhen der Ausbaulast g_{k2}	115
Tabelle 7.12:	Schwindmaß ε_{cs} , Kriechzahl φ und Verformungsänderung $\omega_{z\infty}$ für unterschiedliche Betonalter zum Belastungsbeginn	118
Tabelle 7.13:	Verformungsänderung $\omega_{z\infty,a}$ zum Endzeitpunkt für unterschiedliche Laststellungen	119
Tabelle 7.14:	Relativer Rechenfehler und Rechenzeit in Abhängigkeit der Konvergenzschranke ε	121
Tabelle 7.15:	Relativer Rechenfehler und Rechenzeit in Abhängigkeit der Schichtenanzahl.....	121
Tabelle 7.16:	Zusammenfassung baupraktisch relevanter Verformungsparameter bei Flachdeckensystemen.....	124
Tabelle 8.1:	Parameter j und k in Abhängigkeit der Nutzlast und der zulässigen Verformung.....	127
Tabelle 8.2:	Parameter α_λ in Abhängigkeit des Stützweitenverhältnisses λ für annähernd rechteckige Deckenfelder	133
Tabelle 8.3:	Fehlerbetrachtung an Flachdeckensystemen identischer und unterschiedlicher Stützweiten.....	135
Tabelle 8.4:	Fehlerbetrachtung an Flachdeckensystemen unterschiedlicher Stützsteifigkeiten und mit Stützenkopfverstärkungen.....	136

Abbildungsverzeichnis

Bild 1.1:	Flachdecke (links), Pilzdecke und Stützenkopfvvarianten (rechts); Quelle: Leicher (2002) ...	11
Bild 1.2:	Verlauf der Hauptmomente unter Volllast im Innenfeld einer Flachdecke (links), Ausbildung von Tragstreifen und zweiachsig gespannten Deckenbereiche (rechts); Quelle: Leicher (2002).....	11
Bild 1.3:	Bewehrungsführung für punktgestützte Platten: (a) Vierbahnenbewehrung nach <i>Turner</i> , (b) Ringbewehrung nach <i>Smulski</i> , (c) Zweibahnenbewehrung nach <i>Maillart</i>	12
Bild 2.1:	Definitionen zur Beschreibung der Biegeverformung im Stahlbetonbau.....	14
Bild 2.2:	Zusammenhang zwischen der Stützweite ℓ_{eff} und der erforderlichen Nutzhöhe d für eine gelenkig gelagerte Einfeldplatte; für $w_{z,\text{zul}} = \ell/250$ (oben), für $\Delta w_{z,\text{zul}} = \ell/500$ (unten).....	23
Bild 2.3:	Zusammenhang zwischen der Stützweite ℓ_{eff} und der erforderlichen Nutzhöhe d für das Randfeld einer Flachdecke; für $w_{z,\text{zul}} = \ell/250$ (oben), für $\Delta w_{z,\text{zul}} = \ell/500$ (unten).....	24
Bild 3.1:	Idealisierte Spannungs-Dehnungslinie des Betons unter einaxialer Druckbeanspruchung; Quelle: Bockhold (2005).....	28
Bild 3.2:	Kraftumlenkung im Betongefüge bei Druckbeanspruchung.....	28
Bild 3.3:	Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung für verschiedene Probekörperschlankheiten; Quelle: van Mier, et al. (1987).....	29
Bild 3.4:	Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung für (a) verschiedene, konstante Dehnraten; Quelle: Rasch (1962).....	29
Bild 3.5:	Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter zyklischer Druckbeanspruchung: (a) experimentell ermittelt; Quelle: Pölling (2001), (b) verwendetes elasto-plastisches Materialmodell.....	30
Bild 3.6:	Spannungsverteilung in biegebeanspruchten Bauteilen unterschiedlicher Bauteilhöhe; Quelle: Rimmel (1994).....	32
Bild 3.7:	(a) Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter einaxialer Zugbeanspruchung.....	33
Bild 3.8:	Spannungs-Verformungsbeziehung für Beton unter Zugbeanspruchung; Quelle: Thomée (2005).....	33
Bild 3.9:	Vergleich der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung, Model Code 1990 bzw. Gl. (3.14) (idealisiert).....	35
Bild 3.10:	Äquivalente Länge ebener, zweidimensionaler finite Elemente; Quelle: Dahlblom, et al. (1990).....	36
Bild 3.11:	Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter zyklischer Zugbeanspruchung:.....	38
Bild 3.12:	(a) Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung.....	38
Bild 3.13:	Versagenskurve der zweiaxialen Betonfestigkeit aus der <i>Druck-Prager</i> -Fließbedingung, der <i>von Mises</i> -Fließbedingung und der Formulierung von <i>Kupfer-Gerstle</i> ; Quelle: Mehlhorn (1995).....	40
Bild 3.14:	Zeitlicher Verlauf der zentrischen Dauerstandszugfestigkeit nach (a) Reinhardt, et al. (1984) und (b) Shkoukani, et al. (1991).....	44
Bild 3.15:	Versagenskurve unter zweiaxialer Dauerbeanspruchung; Quelle: Stegbauer, et al. (1976) ..	45
Bild 3.16:	Zeitliche Entwicklung der Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton der Güte C 25/30 unter einaxialer Druckbeanspruchung.....	46
Bild 3.17:	Zeitvariante Spannungs-Dehnungsbeziehung von Beton unter kurzzeitiger Zugbeanspruchung links: unter Berücksichtigung von $f_{\text{ctm}}(t)$, $E_c(t)$, $G_F(t)$; rechts: gewählter Ansatz in dieser Arbeit mit $f_{\text{ctm}}(t)$ (hier dargestellt für: C20/25; $G_{F0} = 0,030$ Nmm/mm ² , $\ell_{\text{eq}} = 300\text{mm}$, $t = t_0$).....	47
Bild 3.18:	Langzeitverformung von Beton und Kriechen unter verschiedenen Lastniveaus; Quelle: Bockhold (2005).....	50
Bild 3.19:	Querdehnzahlen und Querkriechzahlen aus Uni-, Bi- und Triaxialversuchen im Vergleich; Quelle: Kim, et al. (2005).....	51
Bild 3.20:	Spannungs-Dehnungsbeziehungen für Betonstahl; Quelle: Rußwurm (1993).....	53
Bild 3.21:	Verbundverhalten eines bewehrten Betonstabs unter Zugbeanspruchung bei Erstrissbildung (oben) und bei abgeschlossener Rissbildung (unten); Quelle: Six (2003)	54
Bild 3.22:	Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen am biegebeanspruchten Stabelement.....	55
Bild 3.23:	Modifizierte Spannungs-Dehnungsbeziehung für Betonstahl (oben) und für Beton (unten) zur Berücksichtigung des Mitwirkens von Beton zwischen den Rissen.....	56
Bild 3.24:	Verwendete Kombination der Werkstoffkennlinie von Betonstahl (oben) und Beton (unten) zur Erfassung des Zugversteifungseffektes zum Zeitpunkt $t = t_0$	58

Bild 3.25:	Schnittgrößen und Dehnungsverteilung eines doppelt bewehrten Betonquerschnittes.....	60
Bild 3.26:	Stahlspannung im Riss in Abhängigkeit der Kriechzahl φ	61
Bild 3.27:	Zeitabhängige, modifizierte Stahlarbeitslinie zur Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes.....	62
Bild 3.28:	Spannungs-Dehnungsbeziehung eines Stahlbetonzugstabes unter zyklischer Belastung; Quelle: Günther (1989)	64
Bild 3.29:	Momenten-Krümmungsbeziehung von Stahlbeton zur Berücksichtigung von Be- und Entlastungszuständen nach verschiedenen Ansätzen	64
Bild 3.30:	Verwendete (a) Stahl- und (b) Betonarbeitslinie unter zyklischer Zugbeanspruchung; (c) resultierende Momenten-Krümmungsbeziehung unter Kurzzeitbelastung.....	65
Bild 3.31:	Betonscheibe mit Querbewehrung unter kombinierter Druck-Querzugbeanspruchung; Quelle: Sigrist (1995)	66
Bild 3.32:	Berechnungsansatz zur Berücksichtigung der Druckfestigkeitsabminderung bei kombinierter Druck-Querzugbeanspruchung; Quelle: Mehlhorn (1995)	67
Bild 3.33:	Einfluss der Umschnürungswirkung der Bewehrung auf das Spannungs- Dehnungsverhalten von Beton; Quelle: Neujahr (1999) (leicht modifiziert)	67
Bild 4.1:	Schichtenmodell (schematisch)	70
Bild 4.2:	Linearisierte Abbildung der Zeitfunktion von Krieeffekten, idealisiert.....	72
Bild 4.3:	Inkrementelle Iteration, schrittweise Aktualisierung der Tangentensteifigkeit (Full- Newton-Raphson); Quelle: Knothe, et al. (2008)	73
Bild 5.1:	Plattenquerschnitt der Versuchsreihe C (Maße in [mm]); Quelle: Jaccoud, et al. (1982).....	74
Bild 5.2:	Statisches System (Maße in [m]) (links), bezogene Lasthöhen der Versuchskörper C (rechts); Quelle: Jaccoud, et al. (1982)	75
Bild 5.3:	Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuchsreihe C	76
Bild 5.4:	Versuchsplatte, Bewehrungsanordnung (Maße in [cm]); Quelle: Mertzsch, et al. (2008)	76
Bild 5.5:	Statisches System und Belastung der Versuchsreihe von Mertzsch, et al. (2008)	77
Bild 5.6:	Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuche von Mertzsch, et al. (2008) ..	77
Bild 5.7:	Statisches System und Belastungshöhen der Versuchsreihe B (Maße in [mm]); Quelle: Jaccoud, et al. (1982), leicht modifiziert.....	78
Bild 5.8:	Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuchsreihe B	79
Bild 5.9:	Statisches System, Geometrie und Lage der unteren Bewehrung der Versuchsreihe D (Maße in [mm]); Quelle: Tellenbach (1985)	80
Bild 5.10:	Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuchsreihe D	81
Bild 5.11:	System und Bewehrung der punktgestützten Platten (Maße in [cm]) - Versuch von Jofriet, et al. (1971); Quelle: Bockhold (2005).....	82
Bild 5.12:	Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuch von Jofriet, et al. (1971).....	82
Bild 5.13:	Geometrie, Bewehrung der Versuchsplatten (Maße in [mm]); Quelle: Guo, et al. (2002).....	83
Bild 5.14:	Belastungsgeschichte der untersuchten Platten	84
Bild 5.15:	Berechnete und gemessene Mittendurchbiegungen, Versuche von Guo, et al. (2002)	85
Bild 6.1:	Systemskizze der analysierten Flachdecken mit 3×3 Deckenfeldern	86
Bild 6.2:	Prinzipielle FE-Modellierung der analysierten Stahlbeton-Flachdecken unter Ansatz von Symmetrie-Randbedingungen	91
Bild 6.3:	Modellierungsansätze zur Beschreibung punktförmiger Lagerungen; Quelle: (Werkle, 2008), leicht modifiziert.....	92
Bild 6.4:	Einwirkungsfläche der Auflagerung punktgestützter Platten.....	93
Bild 6.5:	Eigener Modellierungsansatz zur Beschreibung stützenkopferverstärkter, punktförmiger Plattenlagerung	95
Bild 6.6:	Linearer Verschiebungsansatz über die Querschnittshöhe.....	96
Bild 6.7:	Idealisierung der Stützenbettung für Stützen mit und ohne Stützenkopferverstärkung.....	96
Bild 7.1:	Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung für unterschiedliche Betongüten	100
Bild 7.2:	Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung für unterschiedliche Betonzugfestigkeiten	101
Bild 7.3:	Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung für unterschiedliche Stützenbreiten.....	108
Bild 7.4:	Zeitliche Entwicklung der Plattendurchbiegung bei Stützung der freien Plattenränder durch tragende Wände bei $h_{IF} = 18$ cm	110
Bild 7.5:	Zeitlicher Verlauf der bezogenen Plattendurchbiegung für variierte Stützweiten und $h_{EF} = 25$ cm	110
Bild 7.6:	Zeitlicher Verlauf der bezogenen Plattendurchbiegung für unterschiedliche Stützweitenverhältnisse für $h_{EF} = 25$ cm.....	111

Bild 7.7:	Zeitlicher Verlauf der Plattendurchbiegung für Eck-, Rand- und Innenfeld für verschiedene Querschnittshöhen.....	112
Bild 7.8:	Zeitlicher Verlauf der Plattendurchbiegung für verschiedene Belastungshöhen der Nutzlast q_k ; in Klammern: Anteil der Nutzlast an der Gesamtlast.....	116
Bild 7.9:	Anteil der Nutzlast an der Gesamtlast von punktgestützten Stahlbetondecken bei einer Verformungsbegrenzung auf $w_{z,zul} = \ell/250$	117
Bild 7.10:	Zeitlicher Verlauf der Plattendurchbiegung für verschiedene Zeitpunkte der seltenen Einwirkungskombination.....	117
Bild 7.11:	Untersuchte Systemvarianten mit unterschiedlichen Laststellungen.....	119
Bild 7.12:	Zusammenfassung der Berechnungsergebnisse der Parameterstudie.....	123
Bild 8.1:	Zusammenhang zwischen Parameter α_{fc} und der bezogenen Betondruckfestigkeit f_{ck}^0/f_{ck}	128
Bild 8.2:	Idealisierung des Stützenanschlusspunktes (a) des Ausgangsystems; (b) eines allgemeingültigen Stützenanschlusses.....	128
Bild 8.3:	Definition der minimalen und maximalen Stützenbreite bzw. -durchmesser und der zugehörigen Stützweiten des Flachdeckenfelds.....	130
Bild 8.4:	Zusammenhang zwischen dem Parameter $\alpha_{E,St}$ und dem Verhältnis der bezogenen Stützenbreite β^0/β^*	131
Bild 8.5:	Zusammenhang zwischen dem Parameter α_i und dem Verhältnis der bezogenen Stützenbreite β^0/β^* basierend auf der erforderlichen Nutzhöhe des Eckfeldes.....	132
Bild 8.6:	Zusammenhang zwischen dem Parameter $\alpha_{V,St}$ und dem Verhältnis der bezogenen Stützenbreite β^0/β^V	132
Bild 8.7:	Zusammenhang zwischen dem Parameter α_λ und dem Verhältnis der Stützweiten λ bei einer Verkehrslast von $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$ und $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$; Vergleich der Ergebnisse der Finite-Elemente-Analyse und der des vorgeschlagenen Näherungsansatzes.....	133
Bild 8.8:	Abweichungen zwischen analytischer Beschreibung und FE-Ergebnissen für seitengleiche Flachdeckensysteme (links) und Flachdecken mit unterschiedlichen Stützweiten (rechts) für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$	135
Bild 8.9:	Abweichungen zwischen analytischer Beschreibung und FE-Ergebnissen für Flachdeckensysteme unterschiedlicher Stützensteifigkeiten (links) und mit Stützkopfverstärkungen (rechts) für $\Delta w_{z,zul} = \ell/500$	136
Bild 8.10:	Vergleich des vorgeschlagenen Biegeschlankheitskriteriums mit normativen Regelungen.....	137
Bild 8.11:	Vergleich des vorgeschlagenen Biegeschlankheitskriteriums mit Berechnungsansätzen aus der Fachliteratur.....	138
Bild 9.1:	Verformungen eines Deckenfeldes, Berechnungsansatz unter Anwendung der Streifenmethode.....	141
Bild 9.2:	Momentenverteilung für Durchlaufträger unter Gleichlast.....	142
Bild 9.3:	Erfasste statische Systeme zur Berechnung von Rissverteilungsfaktoren, verwendete Querschnitt- und Materialkennwerte.....	143
Bild 9.4:	Berechnungsansatz zur Beschreibung des Rissverteilungsfaktors für Einfeldträger.....	144
Bild 9.5:	Verschiedene Ansätze des Rissverteilungsfaktors im Vergleich: (a) gelenkig gelagerter Einfeldträger; (b) elastisch eingespannt, $ M_{S1} /M_{F,max} = M_{S2} /M_{F,max} = 0,25$; (c) elastisch eingespannt, $ M_{S1} /M_{F,max} = 0,5$, $ M_{S2} /M_{F,max} = 1,0$; (d) elastisch eingespannt, $ M_{S1} /M_{F,max} = M_{S2} /M_{F,max} = 1,5$	146
Bild 9.6:	Rissverteilungsfaktor in Abhängigkeit des Bewehrungsgrads.....	147
Bild 9.7:	Rissverteilungsfaktor in Abhängigkeit der Kriechzahl φ	147
Bild 9.8:	FE-Modell und Berechnungsergebnisse (oben), Momentenverlauf m_{xx} im Stützstreifen eines Flachdeckenfeldes und Modifikation der Berechnungsmomente (unten).....	149
Bild 9.9:	Beiwert ρ_{DS} zur Berücksichtigung der Plattendrillsteifigkeitsreduzierung infolge Rissbildung.....	150
Bild 9.10:	Vergleich der aus Bauteilversuchen (S4-S6 von <i>Gilbert/Guo</i> sowie D3 von <i>Tellenbach</i>) gemessenen Langzeitdurchbiegung $w_{z,versuch}$ mit den berechneten Verformungen $w_{z,vereinf.}$ auf der Grundlage der erweiterten Streifenmethode.....	152
Bild 9.11:	Vergleich der mittels Finite-Elemente-Methode berechneten Langzeitverformung $w_{z,FEM}$ mit den berechneten Verformungen $w_{z,vereinf.}$ auf der Grundlage der erweiterten Streifenmethode.....	153

Literaturverzeichnis

- ACI Committee 318. 2005.** *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-05) and commentary (ACI 318R-05)*. Farmington Hills, Michigan : American Concrete Institute, 2005.
- Al-Kubaisy, M.A. und Young, A.G. 1975.** Failure of concrete under sustained tension. In: *Magazine of Concrete Research*. 27, 1975, S. 171-178.
- Altenbach, H., Altenbach, J. und Naumenko, K. 1998.** *Ebene Flächentragwerke : Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Berlin : Springer-Verlag, 1998.
- Altenbach, H., Altenbach, J. und Rikards, R. 1996.** *Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke : Modellierung und Berechnung von Balken und Platten aus Verbundwerkstoffen*. Stuttgart : Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1996.
- Arutjunjan, N.Ch. 1952.** *Einige Fragen der Kriechtheorie (Nekotorye voprosy teorii polzučesti)*. Moskau, Leningrad : Gos. Izdat. techn.-teoret. lit (in russ.), 1952.
- Bahn, B.Y. und Hsu, C.-T.T. 1998.** Stress-strain behavior of concrete under cyclic loading. In: *ACI Material Journal*. 95, 1998, S. 178-193.
- Bathe, K.-J. 2002.** *Finite-Elemente-Methoden*. 2. Aufl. Berlin : Springer-Verlag, 2002.
- Bažant, Z.P. 1984.** Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. In: *Journal of Engineering Mechanics*. ASCE, 110, 1984, Nr. 4, S. 518-535.
- Bažant, Z.P. und Kim, J.-K. 1991, 1992.** Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete. In: *Materials and Structures*. 24, 25, 1991, 1992, Bde. Part 1 - Shrinkage, Part 2 - Basic creep, Part 4 - Temperature effects, Part 5 - Cyclic load and cyclic humidity, Ausg. 24 : S. 327-345, 409-421, Ausg. 25 : S. 84-94, 163-169.
- Bažant, Z.P. und Oh, B.H. 1983.** Crack band theory for fracture of concrete. In: *Materials and Structures*. 16, 1983, Nr. 93, S. 155-177.
- Berndt, E. 1982.** Anwendungsfälle einer allgemeinen Lösung für das mehrachsige rheologische Verhalten des Betons. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden*. 1982, 31, S. 121-127.
- **1981.** Eine allgemeine Lösung für die mehrachsigen Retardations- und Relaxationsprozesse des Betons. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden*. 1981, 30, S. 173-177.
- **1979.** Eine Darstellungsmöglichkeit der räumlichen Kriech- und Relaxationserscheinungen beim Beton durch viskoelastische Modellstrukturen und ihre Anwendung auf zweiachsige Spannungsprobleme. In: *Wissenschaftliche Zeitung der Technischen Universität Dresden*. 1979, 28, S. 1629-1635.
- Berndt, E. und Rickenstorff, G. 1978.** Querbeanspruchung in Platten und Plattenketten der Wandbausysteme. In: *Wissenschaftliche Zeitung der Technischen Universität Dresden*. 1978, 27, S. 791.
- Bhide, S.B. und Collins, M.P. 1987.** *Reinforced concrete elements in shear and tension*. Toronto : University, Dept. of Civil Engineering, Nr. 02, 1987.
- Binder, M. 1990.** *Modell zur Vorhersage der Kriech- und Schwindverformungen von Betonbauteilen*. Wismar : Technische Hochschule, Diss., 1990.
- Bockhold, J. 2005.** *Modellbildung und numerische Analyse nichtlinearer Kriechprozesse in Stahlbetonkonstruktionen unter Schädigungsaspekten*. Bochum : Ruhr-Universität, Fakultät für Bauingenieurwesen, Institut für Stahlbeton- und Spannbetonbau, Diss., 2005.
- Bonzel, J. 1967.** Ein Beitrag zur Frage der Festigkeit des Betons. In: *Konstruktiver Ingenieurbau*. (aus Anlass des 65. Geburtstages von Kurt Hirschfeld), 1967.
- Bramshuber, W. 1988.** *Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton*. Karlsruhe : Diss., 1988.
- Brooks, J.J. 1976.** *Prediction of creep recovery of concrete from creep in tension and in compression*. Leeds : University, Civil Engineering, Diss., 1976.
- Cervenka, V., et al. 1995.** Mesh sensitivity effects in smeared finite element analysis of concrete fracture. In: *2nd Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS)*. 1995.

- Chen, W. und Saleeb, A. 1982.** *Constitutive equations for engineering material, Volume I : Elasticity and modelling.* Toronto : J. Wiley & Sons, 1982.
- Chen, Wai-Fah. 1982.** *Plasticity in reinforced concrete.* New York : McGraw - Hill Book Company, 1982.
- Cramer, H. 1999.** Anwendungsorientierte Finite-Elemente-Modelle für die Koppelung verschiedenartiger Tragwerksteile. 7. *Fachtagung Baustatik-Baupraxis.* S. 121-128. Rotterdam : Balkema, 1999.
- DAfStb, H. 525. 2003.** *Erläuterungen zu DIN 1045-1.* DAfStb Heft 525. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2003.
- Dahlblom, O. und Ottosen, N.S. 1990.** Smearred crack analysis using generalized fictitious crack model. *In: Journal of Engineering Mechanics.* 116, 1990, S. 55-76.
- De Borst, R. 1986.** *Non-linear analysis of frictional materials.* Delft : Diss., 1986.
- Diener, J. 1998.** *Beitrag zur physikalisch und geometrisch nichtlinearen Berechnung langzeitbelasteter Bauteile aus Stahlbeton und Spannbeton unter besonderer Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens und der Rißbildung.* Weimar : Bauhaus-Universität, Diss., 1998.
- Domone, P. 1974.** Uniaxial tensile creep and failure of concrete. *In: Magazine of concrete Research.* 27, 1974, S. 171-178.
- Donaubauer, U. 2002.** *Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen.* München : Technische Universität, Lehrstuhl für Massivbau, Diss., 2002.
- Duda, H. 1991.** *Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung.* DAfStb Heft 419. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1991.
- Eisenbiegler, G. und Lieb, H. 1979.** Schnittgrößen und Verformungen von Pilzdecken mit Stützenkopfverstärkungen infolge Gleichlast. *In: Beton- und Stahlbetonbau.* 1979, Nr. 9.
- Epsion, B. 1993.** Benchmark examples for creep and shrinkage analysis of computer programs. *Creep and shrinkage of concrete : proceedings of the fifth international RILEM symposium (Barcelona 1993).* RILEM Proceedings Nr. 22, S. 877-888. London : E & FN Spon, 1993.
- Feenstra, P.H. 1993.** *Computational aspects of biaxial stress in plain und reinforced concrete.* Delft : University of Technology, Diss., 1993.
- Fenwick, R.C. und Paulay, T. 1968.** Mechanism of shear resistance of concrete beams. *In: Journal of the Structural Division, ASCE.* 94, 1968, Oktober, S. 2325-2350.
- Fischer, A. 1993.** *Modelluntersuchungen zur Ermittlung des Rißabstandes dicker Bauteile aus Stahlbeton.* Düsseldorf : VDI-Verlag, 1993.
- Flederer, H. 2002.** *Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlverbundträgern im Gebrauchszustand unter Berücksichtigung stoachstischer Größen.* Dresden : Technische Universität Dresden, Diss., 2002.
- Franke, L. 1976.** *Einfluss der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen).* DAfStb Heft 268. Köln : Beuth Verlag GmbH, 1976.
- Frénay, J.W. 1990.** *Theory and experiments on the behavior of cracks in concrete subjected to sustained shear loading.* Delft : University of Technologie, Heron, Volume 35, No. 1, 1990.
- Fricke, K.-L. 2004.** Durchbiegungsberechnungen an Stahlbetonträgern oder Schlankheitsnachweis? *In: Beton- und Stahlbetonbau* 99. Heft 1, 2004.
- Fritsche, Th. 2001.** *Schnittgrößenverteilung nachträglich ergänzter Betonbauteile im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit unter Berücksichtigung der Rissbildung.* München : Technische Universität, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Heft 6, Diss. 2000, 2001.
- Ghosh, R.K. 1965.** Querdehnung von Beton : Versuche zur Bestimmung der Poissonschen Zahl. *In: Beton.* 15, 1965, Heft 10, S. 422-426.
- Gilbert, R.I. und Guo, X.H. 2005.** Time-dependent deflection and deformation of reinforced concrete flat slabs - an experimental study. *In: ACI Structural Journal.* 102, 2005, Mai / Juni, S. 363-373.
- Girkmann, K. 1959.** *Flächentragwerke : Einführung in die Elastostatik der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke.* 5., verb. und verm. Aufl. Wien : Springer-Verlag, 1959.

- Gopalakrishnan, K.S., Neville, A.M. und Ghali, A. 1969.** Creep Poisson's ration of concrete under multiaxial compression. In: *ACI Journal*. 66, 1969, S. 1008-1019.
- Grasser, E. 1968.** *Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen.* München : Technische Hochschule, Fakultät für Bauwesen, Diss., 1968.
- Grasser, E. und Thielen, G. 1991.** *Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045 Ausgabe Juli 1988.* DAfStb Heft 240. 3. überarbeitete Aufl. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1991.
- Graubner, C.-A. 1989.** *Schnittgrößenverteilung in statisch unbestimmten Stahlbetonbalken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze.* München : Technische Universität, Diss., 1989.
- Graubner, C.-A. und Glowienka, S. 2005.** *Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetondruckgliedern unter besonderer Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_G auf der Einwirkungsseite.* Berlin : Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben V 425 des DAfStb, 2005.
- Grein, K. 1948.** *Pilzdecken Theorie und Berechnung.* Berlin : Verlag von Wilhem Ernst & Sohn, 1948.
- Grimm, R. 1997.** *Einfluß bruchmechanischer Kenngrößen auf das Biege- und Schubtragverhalten hochfester Betone.* DAfStb Heft 477. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1997.
- Grube, H. 1991.** Ursachen des Schwindens von Beton und Auswirkungen auf Betonbauteile. In: *Schriftenreihe der Zementindustrie.* Heft 52, 1991.
- Günther, G. 1988.** Biegezugfestigkeit von Beton. In: 20. *DAfStb-Forschungskolloquium.* Kaiserslautern/Kassel/Wuppertal : Selbstverlag, 1988.
- Günther, G. und Mehlhorn, G. 1991.** Zentrische Zugversuche an Stahlbetonkörpern zur Ermittlung der Mitwirkung des Betons zwischen Rissen. In: *Beton- und Stahlbetonbau.* 86, 1991, Heft 3, S. 65-67.
- Günther, G. 1989.** *Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton unter monoton steigender, schwellender und lang andauernder Belastung.* Kassel : Gesamthochschule, Diss., 1989.
- Guo, W. 2001.** *Ein Modell zur wirklichkeitsnahen instationären Berechnung von Stahl- und Spannbetonstrukturen im Tieftemperaturbereich.* Wuppertal: Bergische Universität, Fachbereich Bauingenieurwesen, Diss., 2001.
- Guo, X.H. und Gilbert, R.I. 2002.** *An experimental study of reinforced concrete flat slabs under sustained service loads.* UNICIV Report R-407. Sydney : University of New South Wales, 2002.
- Gutsch, A.-W. 1998.** *Stoffeigenschaften jungen Betons : Versuche und Modelle.* Braunschweig : Universität, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Diss., 1998.
- Hannant, D.J. 1969.** Creep and creep recovery of concrete subjected to multiaxial compressive stress. In: *ACI Journal*. 66, 1969, S. 391-394.
- Hausmann, G. 2007.** *Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften.* Darmstadt : Technischen Universität Darmstadt, Diss., 2007.
- Heilmann, H.G. 1976.** *Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung.* DAfStb Heft 269. Berlin : s.n., 1976.
- Hillerborg, A. 1983.** Analysis of a single crack. [Hrsg.] F.H. Wittmann. *Fracture Mechanics of Concrete.* Amsterdam : Elsevier Science Publishers B.V, 1983, S. S. 223-249.
- . 1975. *Strip Method of Design.* London : Viewpoint, 1975. S. 256ff.
- Hillerborg, A., Modéer, M. und Petersson, P.E. 1976.** Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Elements. In: *Cement and Concrete Research.* 6, 1976, S. 773-782.
- Hofstetter, G. 2006.** Konstitutive Modellierung von Beton. *Betonkalender.* Berlin : Ernst & Sohn Verlag, 2006.
- Hordijk, D.A. 1992.** *Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete : experiments, modelling and analysis.* Delft : Heron, Vol. 37, Nr. 1, 1992.
- Hossain, N. B. und Stewart, M. G. 2001.** Probabilistic Models of Damaging Deflections for Floor Elements. In: *Journal of Performance and Constructed Facilities, ASCE.* Vol. 5, 2001, Nr. 4.

- Illston, I.M. 1965.** *The creep of concrete under uniaxial tension.* London : University, Kings College, 1965.
- Illston, J.M. und Jordaan, I.J. 1972.** Creep Prediction for concrete under multiaxial stress. *In: ACI Journal.* 69, 1972, S. 158-164.
- Jaccoud, J.-P. und Favre, R. 1982.** *Fleche des structures en béton armé : vérification expérimentale d'une méthode de calcul.* Lausanne, École Polytechnique Fédéral, Institut de Statique et Structures Béton Armé et Précontraint, Rapport C 160-05. 1982.
- Jansen, D.C. und Shah, S.P. 1997.** Effect of length on compressive strain softening of concrete. *In: Journal of Engineering Mechanics.* ASCE, 123, 1997, Nr. 1, S. 25-35.
- JCSS. 2003.** *Probabilistic Model Code.* Zürich : Joint Committee on Structural Safety, 2003.
- Jofriet, J.C. und McNeice, M. 1971.** Finite element analysis of reinforced concrete slabs. *In: Journal of the Structural Division (ASCE).* 97, 1971, Nr. 3, S. 785-806.
- Karsan, I.D. und Jirsa, J.O. 1969.** Behavior of concrete under compressive loadings. *In: Journal of the Structural Division.* ASCE, 95, 1969, S. 2453-2563.
- Kessler-Kramer, Chr. 2002.** *Zugtragverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung.* Karlsruhe : Universität, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Diss., 2002.
- Keuser, M. 1985.** *Verbundmodelle für nichtlineare Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen.* VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 4 : Bauingenieurwesen, Nr. 71. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1985.
- Keysberg, J. 1997.** *Zur Auswirkung von Entlastungen auf den Gebrauchszustand biegebeanspruchter Stahlbetonstabtragwerke.* Hamburg-Harburg : Technische Universität, Diss., 1997.
- Kim, J.K., et al. 2005.** Experimental studies on creep of sealed concrete under multiaxial stresses. *In: Magazine of Concrete Research.* 57, 2005, Dezember, S. 623-634.
- Knothe, K. und Wessels, H. 2008.** *Finite Elemente : Eine Einführung für Ingenieure.* 4., erweiterte Aufl. Berlin : Springer-Verlag, 2008.
- Kollegger, J. 1988.** *Ein Materialmodell für die Berechnung von Stahlbetonflächentragwerken.* Kassel : Universität, Fachbereich Bauingenieurwesen, Diss., 1988.
- Kollegger, J. und Mehlhorn, G. 1990.** *Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons bei einer Querkzugbeanspruchung.* DAFStb Heft 413. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1990.
- Kolmar, W. 1985.** *Beschreibung der Kraftübertragung über Risse in nichtlinearen Finite-Elemente-Berechnungen.* Darmstadt : Technische Hochschule, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, Diss., 1985.
- König, G. und Tue, N.V. 2003.** *Grundlagen des Stahlbetonbaus.* Wiesbaden : B. G. Teubner Verlag, 2003.
- König, G., Tue, N.V. und Zink, M. 2001.** *Hochleistungsbeton : Bemessung, Herstellung und Anwendung.* Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 2001.
- Kordina, K. u. a. 1992.** *Bemessungshilfe zu Eurocode 2 Teil 1 (DIN V ENV 1992 Teil 1-1, Ausgabe 06.92) : Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken.* DAFStb Heft 425. 3. ergänzte Aufl. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1992.
- Kordina, K., Schubert, L. und Troitzsch, U. 2000.** *Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung.* DAFStb Heft 498. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2000.
- Körmeling, H.A. 1986.** The rate theory and the impact tensile behaviour of plain concrete. [Hrsg.] F.H Wittmann. *In: Fracture toughness and fracture energy of concrete.* S.467-477. Amsterdam : Elsevier, 1986.
- Körmeling, H.A., Zielinski, A.J. und Reinhardt, H.W. 1980.** *Experiments on concrete under single and repeated uniaxial impact tensile loading.* Delft : University, Report 5-80-3, 1980.
- Kreller, H. 1990.** *Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung.* DAFStb Heft 409. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1990.
- Krüger, W. 1983.** *Anwendung der Theorie des elastisch kriechenden Körpers im linearen und nichtlinearen Bereich bei der Bestimmung der zeitabhängigen Spannungen und Verformungen einachsiger beanspruchter Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitte.* Wismar : Hochschule, Diss. B, 1983.

- Krüger, W. und Mertzsch, O. 2002.** Die Verformung von Stahlbetonbauteilen im Zustand II. In: *Der Prüfingenieur*. 2002, April, S. 54-58.
- **2001.** Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. *Rostocker Berichte aus dem Fachbereich Bauingenieurwesen*. Heft 3. Rostock : Universität, Ingenieurwissenschaftliche Fakultät, Fachbereich Bauingenieurwesen, 2001.
- **2006.** *Zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit*. DAFStb Heft 533. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2006.
- Krüger, W., Mertzsch, O. und Koch, S. 2009.** Verformungsvorhersage von vorgespannten und nicht vorgespannten Betonbauteilen. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. 2009, Bd. 104, Nr. 6, S. 340-348.
- Kupfer, H. 1973.** *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung*. DAFStb Heft 229. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1973.
- Kupfer, H., Hilsdorf, H.K. und Rüschi, H. 1969.** Behavior of concrete under biaxial stress. In: *ACI Journal*. 1969, S. 656-666.
- Lackner, R. 1999.** *Adaptive finite element analysis of reinforced concrete plates and shells*. Wien : Technische Universität, Diss., Band 89, 1999.
- Lanig, N., Stöckl, S. und Kupfer, H. 1991.** *Versuche zum Kriechen und zur Restfestigkeit von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung*. DAFStb Heft 420. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1991.
- Laube, M. 1990.** *Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Alter*. Braunschweig : Universität, Diss., 1990.
- Lee, Y.-H. und Willam, K. 1997.** Mechanical properties of concrete in uniaxial compression. In: *ACI Materials Journal*. 94, 1997, Nr. 6.
- Leicher, G. W. 2002.** *Tragwerkslehre in Beispielen und Zeichnungen*. Düsseldorf : Werner Verlag, 2002.
- Leonhardt, F. 1959.** Anfängliche und nachträgliche Durchbiegung von Stahlbetonbalken im Zustand II : Vorschläge für Begrenzungen und vereinfachte Nachweise. In: *Beton- und Stahlbetonbau*. 54, 1959, Nr. 10.
- **1977.** *Crack control of concrete structures*. Zürich : IABSE Surveys (International Association for Bridge and Structural Engineering), Nr. S-4/77, 1977.
- Lewe, V. 1922.** Beitrag zur strengen Lösung des Pilzdeckenproblems durch Fouriersche Reihen, Streifenlast und Stützenkopfeinspannung. In: *Bauingenieur*. Jg. 3, 1922, Nr. 22, S. 111-112.
- **1920.** Die Lösung des Pilzdeckenproblems durch Fouriersche Reihen. In: *Bauingenieur*. Jg. 1, 1920, Nr. 22, S. 631-636.
- **1926.** *Pilzdecken und andere trägerlose Eisenbetondecken*. Berlin : Wilhelm Ernst & Sohn, 1926.
- Litzner, H.-U. 2003.** *Grundlagen der Bemessung nach DIN 1045-1 in Beispielen*. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 2003.
- Maillart, R. 1926.** Zur Entwicklung der unterzugslosen Decke in der Schweiz und in Amerika. *Schweizerische Bauzeitung*. 44, 1926, Nr. 21, S. 263-265.
- Mälmeisters, A., Tamužs, V. und Teters, G. 1977.** *Mechanik der Polymerwerkstoffe*. Berlin : Akademie-Verlag, 1977.
- Marcus, 1924.** *Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten*. Berlin : Julius Springer, 1924.
- Markeset, G. 1993.** *Failure of concrete under compressive strain gradients*. Trondheim, Norway : Norwegian Institut of Technology, Diss., 1993.
- Mayer, H. 1967.** *Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen*. DAFStb Heft 194. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1967.
- Mayer, H. und Rüschi, H. 1967.** *Bauschäden als Folge der Durchbiegung von Stahlbeton-Bauteilen*. DAFStb Heft 193. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1967.
- Mayer, M. 1912.** Die trägerlose Eisenbetondecke. In: *Deutsche Bauzeitung*. Jg. 46, 1912, Nr. 21, S. 162-166.
- Mazars, J. 1981.** Mechanical damage and fracture of concrete structures. In: *Advance in Fracture Research*. ICF5, 1981, S. 1499-1506.

- McNeice, G. M. 1968.** *Elastic-plastic bending analysis of plates and slabs by the finite element method.* London : Diss., 1968.
- Mehlhorn, G. (Hrsg.). 1998.** *Der Ingenieurbau.* Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1998. Bd. 9 : Bemessung.
- **1995.** *Der Ingenieurbau.* Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1995. Bd. 6 : Rechnerorientierte Baumechanik.
- Meiswinkel, R. und Rahm, H. 1999.** Modeling tension stiffening in RC structures regarding nonlinear design analyses. In: *European Conference on Computational Mechanics (ECCM).* 1999.
- Meiswinkel, R., Neubauer, R. und Ji, A. 1995.** Mitwirkung des Beton auf Zug zwischen den Rissen : Berechnung nach EC 2. In: *Beton- und Stahlbetonbau.* 90, 1995, Oktober, S. 261-265.
- Meleka, N.N. 1995.** Nonlinear analysis of flat slab floors. *Bericht aus dem Institut für Statik der Technischen Universität Braunschweig.* Nr. 80. Braunschweig : Technische Universität, Institut für Statik, Diss. 1994, 1995.
- Menrath, H. 1999.** *Numerische Simulation des nichtlinearen Tragverhaltens von Stahlverbundträgern.* Stuttgart : Universität, Diss., 1999.
- Mertzsch, O. 2004.** Möglichkeiten und Grenzen der Verformungsvorhersage. In: *Rostocker Berichte aus dem Institut für Bauingenieurwesen.* Rostock : Universität Rostock, Insitut für Bauingenieurwesen, 2004.
- **2008.** *Schlankheitsnachweis und / oder Verformungsberechnung?* Rostock : unveröffentlichtes Manuskript, 2008.
- **2003.** Zum Einfluss zeitvarianter Materialgesetze auf die Verformungsvorhersage von biegebeanspruchten Betonbauteilen. *Rostocker Berichte aus dem Fachbereich Bauingenieurwesen.* Heft 10. Rostock : Universität, Fachbereich Bauingenieurwesen, 2003.
- Mertzsch, O., Hammer, Chr. und Wolf, Th. 2008.** Verformungsvorhersage bewehrter Plattenelemente aus Stahlfaserbeton. In: *Beton- und Stahlbetonbau.* 103, 2008, Nr. 1, S. 12-19.
- Meyer, H.-G. 1967.** *Beitrag zur Frage des Querkriechens von Beton unter ein- und zweiachsiger Druckbeanspruchung.* Hannover : Technische Hochschule, Diss., 1967.
- Meyer, J. und König, G. 1998.** Verformungsfähigkeit der Betonbiegedruckzone - Spannungs-Dehnungs-Linien für die nichtlineare Berechnung. In: *Beton- und Stahlbetonbau.* 93, 1998, Heft 7, S.189-194, Heft 8, S. 224-228.
- Morita, S., Kaku, T. und Sudo, E. 1979.** Force-strain relationship of reinforcing bars embedded in concrete under reversed loadings. In: *Structural Concrete under Seismic Action (AICAP-CEB Symposium Rom) Nr. 132-2.* S. 7-14, 1979.
- Müller, H.S. und Hilsdorf, H.K. 1990.** Evaluation of the time dependent behavior of concrete. In: *CEB Bulletin D'Information.* 199, Lausanne, 1990.
- Müller, H.S. und Kvitsel, V. 2002.** Kriechen und Schwinden von Beton : Grundlagen der neuen DIN 1045 und Ansätze für die Praxis. In: *Beton- und Stahlbetonbau.* 97, 2002, S. 8-19.
- Müller, H.S. 1986.** *Zur Vorhersage des Kriechens von Konstruktionsbeton.* Karlsruhe : Technische Hochschule, Diss., 1986.
- Nechvatal, D., Stöckl, S. und Kupfer, H. 1994.** *Kriechen, Rückkriechen und Dauerstandfestigkeit von Beton bei unterschiedlichem Feuchtegehalt und Verwendung von Portlandzement bzw. Portlandkalksteinzement.* DAfStb Heft 442. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1994.
- Neujahr, M. 1999.** *Modellierung ebener Stahlbetonbauteile unter zyklisch-plastischer dynamischer Beanspruchung.* Zürich : ETH, Institut für Baustatik und Konstruktion, Diss., 1999.
- Noh, S.-Y. 2001.** *Beitrag zur numerischen Analyse der Schädigungsmechanismen von Naturzugkühltürmen.* Aachen : Technischen Hochschule, Fakultät für Bauingenieurwesen, Diss., 2001.
- Oliver, J. 1989.** A consistent characteristic length for smeared crack models. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* 28, 1989, S. 431-474.
- Ottosen, N.-S. 1986.** Thermodynamic consequences of strain softening in concrete. In: *Journal of Engineering Mechanics.* 112, 1986, S. 1152-1164.
- Pardey, A. 1994.** *Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten im Vergleich zur Bruchlinientheorie.* DAfStb Heft 441. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1994.

- Paulay, T. und Loeber, P.J. 1974.** Shear transfer by aggregate interlock. In: *American Concrete Institut (ACI)*. SP-42, S. 1-15, 1974.
- Pölling, R. 2001.** *Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen*. Univ. Bochum, Diss., 2000. Dülmen : Pölling, 2001.
- Rabich, R. 1969.** Beitrag zur Berechnung der Formänderungen von Stahlbetonbauteilen unter Berücksichtigung der Rißbildung. In: *Bautechnik*. 23, 1969, Heft 4, S. 184; Heft 5, S. 234.
- Ramm, E. und Müller, J. 1985.** Flachdecken und Finite Elemente - Einfluß des Rechenmodells im Stützenbereich. [Hrsg.] H. Grundmann. *Finite Elemente - Anwendung in der Baupraxis : Standsicherheitsnachweise in der Baupraxis unter Verwendung Finiter Elemente, Erfahrungen, derzeitiger Stand, Tendenzen der weiteren Entwicklung*. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1985, S. 86-95.
- Rangan, B. V. 1975.** Prediction of long-term deflections of flat plates and slabs. *UNICIV report; R-140*. 1975.
- Rao, P.S. 1966.** *Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte*. DAFStb Heft 177. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1966.
- Rasch, C. 1962.** *Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit*. DAFStb Heft 154. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1962.
- Reddy, J.N. 2004.** *Mechanics of laminated composite plates : Theory and analysis*. 2. Auflg. Boca Raton : CRC Press, 2004.
- Regan, P.E. 1981.** *Behaviour of reinforced concrete flat slabs*. CIRIA report 89. London : Construction Industry Research and Information Association, 1981.
- Reinhardt, H.-W. 1984.** *Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete*. Delft : University of Technology, Volume 29, No. 2, 1984.
- Reinhardt, H.-W. und Cornellissen, H.A.W. 1984.** Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensil and alternating tensile and compressive loading. In: *Cement and Concrete Research*. 14, 1984.
- Reinhardt, H.-W. und Hilsdorf, H.K. 1999.** *Beton. Betonkalender 1999*. Teil 1, S. 1-156. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1999.
- Reinhardt, H.-W., Cornellissen, H.A.W. und Hordijk, D.A. 1986.** Tensile tests and failure analysis of concrete. In: *Journal of Structural Engineering*. 112, 1986, November.
- Rommel, G. 1994.** *Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton*. DAFStb Heft 444. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1994.
- RILEM TC50-FMC. 1985.** Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams. In: *Materials and Structures*. 107, 1985, S. 407-413.
- Röder, K.-F. 1974.** *Versuchergebnisse zum Kraftverlauf in schräg zum Riß angeordneten Bewehrungsstäben*. Darmstadt : Technische Hochschule, Institut für Massivbau, Forschungsbericht, 1974.
- Rohling, A. 1987.** *Zum Einfluss des Verbundkriechens auf die Rissbreitenentwicklung sowie die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen*. Braunschweig : Technische Universität, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Diss., 1987.
- Rombach, G. 2000.** *Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Betonbau : Fehlerquellen und ihre Vermeidung*. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 2000.
- Rots, J.G. 1988.** *Computational Modelling of Concrete Fracture*. Delft : University of Technology, Diss., 1988.
- Rüsch, H. 1967.** *Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen*. Berlin : Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1967.
- Rüsch, H., et al. 1968.** *Festigkeit und Verformung von unbewehrten Beton unter konstanter Dauerlast*. DAFStb Heft 198. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1968.
- Rußwurm, D. 1993.** *Betonstähle für den Stahlbetonbau : Eigenschaft und Verwendung*. Wiesbaden : Bauverlag, 1993.

- Schäfer, H., Schneider, K. und Schäfer, H.G. 1983.** *Experimentelle Ermittlung der Steifigkeiten von Stahlbetonplatten.* DAFStb Heft 345. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1983.
- Schlaich, J. und Schäfer, K. 1983.** Zur Druck-Querkzug-Festigkeit des Stahlbetons. *In: Beton- und Stahlbetonbau.* 78, 1983, Heft 3, S. 73-78.
- Schmidt, Th. 2001.** *Zur Vorhersage zeitvariant nichtlinearer Spannungsumlagerungen in bewehrten Betonquerschnitten.* Rostock : Universität, Diss., 2001.
- Schneider, U. 1982.** *Verhalten von Beton bei hohen Temperaturen : Behaviour of Concrete at High Temperatures.* DAFStb, Heft 337. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1982.
- Schnellenbach-Held, M. und Aldejohann, M. 2005.** Zweiachsige Hohlkörperdecken in Theorie und Versuchen. *In: Betonwerk + Fertigteile.* 2005, Bd. Nr. 10, S. 50-59.
- Scott, R.H. und Beeby, A.W. 2005.** Long-term tension-stiffening effects in concrete. *In: ACI Structural Journal.* 102, 2005, Januar / Februar, S. 31-39.
- Seeberger, J., Kropp, J. und Hilsdorf, H.K. 1985.** *Festigkeitsverhalten und Strukturveränderungen von Beton bei Temperaturbeanspruchung bis 250 Grad.* DAFStb, Heft 360. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1985.
- Shen, J.-H. 1992.** *Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung.* DAFStb Heft 432. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1992.
- Shkoukani, H. und Walraven, J. 1991.** Sustained tensile strength of concrete. *In: IABSE Colloquium Structural Concrete.* 62, 1991, S. 725-729.
- Sigrist, V. 1995.** *Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern.* Zürich : Technische Hochschule, Institut für Baustatik und Konstruktion, Diss., 1995.
- Sinha, B.P., Gerstle, K.H. und Tulin, L.G. 1964.** Stress-strain relations for concrete under cyclic loading. *In: ACI Material Journal.* 61, 1964, S. 195-211.
- Sippel, T.M. 2003.** *Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken unter Betriebsbelastung.* DAFStb Heft 540. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2003.
- Six, M. 2003.** *Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau.* DAFStb Heft 534. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2003.
- Smadi, M.M. und Slate, F.O. 1989.** Microcracking of high and normal strength concretes under short- and long-term loadings. *In: ACI Material Journal.* 86, 1989, S. 117-127.
- Spitra, F. 2008.** *Einfluss der Betonzugfestigkeit auf die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und im Grenzzustand der Tragfähigkeit.* München : Technische Universität, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Nr. 2, 2008.
- Stegbauer, A. und Linse, D. 1976.** *Festigkeit und Verformungsverhalten von Beton unter hohen zweiachsigen konstanten Dauerbelastungen und Dauerschwellbelastungen.* DAFStb Heft 254. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1976.
- Stempniewski, L. und Eibl, J. 1996.** Finite Elemente im Stahlbeton. [Hrsg.] J. Eibl. *Betonkalender 1996.* Teil II, S. 577-647. Berlin : Ernst & Sohn Verlag, 1996.
- Stolze, R. 1993.** *Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit von den Bruchlinien abweichender Bewehrungsrichtung.* Karlsruhe : Technische Hochschule, Diss., 1993.
- Stracke, J. 2005.** *Flachdecken aus Konstruktions-Leichtbeton.* Wuppertal : Universität, Diss., 2005.
- Tellenbach, A. 1985.** *Déformation a long terme des dalles en béton a l' état fissuré.* Lausanne : École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1985.
- Thomé, B. 2005.** *Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlfaserbetonkonstruktionen.* München : Technische Universität, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Diss., 2005.
- Timoshenko, S. und Woinowsky-Krieger, S. 1959.** *Theory of plates and shells.* 2d ed. Singapore : McGraw-Hill, 1959.
- Tue, N.V. 1997.** *Überlegungen zur Anwendung der Werkstoffgesetze bei der Bemessung der Stahlbeton- und Spannbetontragwerke.* Darmstadt : Universität, Habilitation, 1997.

- Ulfkjaer, J.P., et al. 1996.** Fracture energy of plain concrete beams at different rates of loading. In: *Structures under Shock and Impact IV*. S.415-425. Udine : s.n., 1996.
- van Mier, J.G.M. 1996.** *Fracture processes of concrete: Assessment of material parameters for fracture models*. New York : CRC Press, 1996.
- van Mier, J.G.M. 1986.** *Fracture of concrete under complexe stress*. s.l. : HERON 31, 1986.
- van Mier, J.G.M., Reinhardt, H.W. und van der Vlugt, B.W. 1987.** Ergebnisse dreiachsiger verformungsgesteuerter Belastungsversuche an Beton. In: *Bauingenieur*. 62, 1987, S. 353-361.
- van Vliet, M.R.A. und van Mier, J.G.M. 1996.** Softening behaviour of concrete under uniaxial compressions. In: *2nd Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FRAMCOS)*. 1996, S. 383-396.
- Vecchio, F.J. und Collins, M.P. 1986.** The modified compressionfield theory for reinforced concrete elements subjected to shear. In: *ACI Journal*. 83, 1986, S. 219-231.
- . **1982.** *The response of reinforced concrete to in-plain shear and normal stresses*. Toronto : University, Dept. of Civil Engineering, Nr. 03, 1982.
- Walraven, J.C. 1980.** *Aggregate interlock : A theoretical and experimental analysis*. Delft : University, Delft University Press, Diss., 1980.
- Ward, M. und Cook, D. 1989.** The mechanism of tensile creep in concrete. In: *Magazine of Concrete Research*. 41, 1989, S. 151-158.
- Wegner, R. 1978.** Einfluß der Stützensteifigkeit auf die Zustandsgrößen in Flachdecken. In: *Bauingenieur*. 53, 1978, S. 169-178.
- Werkle, H. 2008.** *Finite Elemente in der Baustatik : Statik und Dynamik der Stab- und Flächentragwerke*. Wiesbaden : Vieweg & Sohn Verlag, 2008.
- . **2000.** Konsistente Modellierung von Stützen bei der Finite-Elemente-Berechnung von Flachdecken. In: *Bautechnik*. 77, 2000, Nr. 6, S. 416-425.
- Wesche, K. und Krause, K. 1972.** Der Einfluß der Belastungsgeschwindigkeit auf Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul von Beton. In: *Materialprüfung*. 14, 1972, Nr. 7, S. 212 - 218.
- Winkler, B.J. 2001.** *Traglastuntersuchungen von unbewehrten und bewehrten Betonstrukturen auf der Grundlage eines objektiven Werkstoffgesetzes für Beton*. Innsbruck : Universität, Diss., 2001.
- Wittmann, F. und Zaitsev, J. 1974.** *Verformung und Bruchvorgang poröser Baustoffe bei kurzzeitiger Belastung und unter Dauerlast*. DAFStb Heft 232. Berlin : Verlag Ernst & Sohn, 1974.
- Yankelevsky, D.Z. und Reinhardt, H.W. 1989.** Uniaxial behavior of concrete in cyclic tension. In: *Journal of Structural Engineering*. ASCE, 115, 1989, S. 166-182.
- Zielinski, A.J. 1982.** *Fracture of concrete and mortar under uniaxial impact tensile loading*. Delft : University, Diss., 1982.
- Zienkiewicz, O.C. 1967.** *The finite element method in structural and continuum mechanics*. London : McGraw Hill, 1967.
- Zilch, K. und Zehetmaier, G. 2006.** *Bemessung im konstruktiven Betonbau nach DIN 1045-1 und DIN EN 1992-1-1*. München : Springer Verlag, 2006.

Angewandte Rechenprogramme

Pre- und Postprocessing:	MCS.Mentat, MSC software, Version: 2005r3
FEM-System zur nicht-linearen Systemanalyse:	MCS.Marc, MSC software, Version: 2005r3
Compiler:	Intel Compiler, Intel, Version 9.0
FEM-System zur linearen Systemanalyse:	InfoCAD, InfoGraph GmbH, Version 5.74

Zitierte Normen und Richtlinien

- ACI 318:** Building code requirements for structural concrete and commentary. American Concrete Institute, 2005.
- BS 8110-1:** Structural use of concrete – Part 1: Code of practice for design and construction. British Standards Institution, 1997-03.
- BS 8110-2:** Structural use of concrete – Part 2: Code of practice for special circumstances. British Standards Institution, 1985-08.
- DIN 488-1:** Betonstahl - Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen, 1984-09.
- DIN 1045-1:** Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion, 2008-08.
- DIN 1045-2:** Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 2: Beton - Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität - Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1, 2008-08.
- DIN 1055-1:** Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1: Wichten und Flächenlasten von Baustoffen, Bauteilen und Lagerstoffen, 2002-06.
- DIN 1055-3:** Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten; 2006-03.
- DIN 1055-100:** Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung - Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, 2001-03.
- DIN 1048-4:** Prüfverfahren für Beton; Bestimmung der Druckfestigkeit von Festbeton in Bauwerken und Bauteilen; Anwendung von Bezugsgeraden und Auswertung mit besonderen Verfahren, 1991-06.
- DIN 4102-4:** Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen - Teil 4; Zusammenstellung und Anwendung klassifizierter Baustoffe, Bauteile und Sonderbauteile, 1994-03; zzgl. Änderung A1, 2004-11.
- DIN 4102-22:** Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen - Teil 22: Anwendungsnorm zu DIN 4102-4 auf der Bemessungsbasis von Teilsicherheitsbeiwerten, 1994-03.
- DIN EN 197-1:** Zement - Teil 1: Zusammensetzung, Anforderungen und Konformitätskriterien von Normalzement; Deutsche Fassung, 2000; zzgl. Änderung A1, 2004-08; zzgl. Änderung A2, 2006-10; zzgl. Änderung A3, 2007-09
- DIN EN 206-1:** Beton - Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Deutsche Fassung EN 206-1, 2001-07; zzgl. Änderung A1, 2004-10; zzgl. Änderung A2, 2005-09.
- DIN EN 1992-1-1:** Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1, 2005-10.
- DIN EN 10080:** Stahl für die Bewehrung von Beton - Schweißgeeigneter Betonstahl - Allgemeines; Deutsche Fassung EN 10080, 2005-08.
- ISO 4356:** Grundlagen für die Beschreibung von Tragwerken; Formänderungen von Gebäuden (durch äußere Einflüsse) in bezug auf die zulässige Grenze hinsichtlich der Benützbarkeit, 1977-11.
- JCSS 2003:** Probabilistic Model Code; Joint Committee on Structural Safety, www.jcss.ethz.ch, 2003.
- Model Code 1990:** CEB FIB Model Code 1990: Bulletin d'Information Nr. 203 und 204, 1991.
- SIA 260:** Grundlagen der Projektierung von Tragwerken; Schweizer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich 2003-01.
- SIA 262:** Betonbau; Schweizer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich 2003-01.

Wissenschaftlicher Lebenslauf

- ab 02/2007 Promotionsstudent an der Agrar- und Umweltwissenschaftlichen Fakultät der Universität Rostock
- 09/2004 – 02/2007 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Strukturmechanik an der Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik der Universität Rostock
- 1998 – 2003 Studium zum Dipl.-Ing. Bauwesen an der Universität Rostock

ANHANG

zur Dissertation

**„Untersuchungen zur Verformungsvorhersage von punktgestützten
Stahlbetonplatten“**

von

Dipl.-Ing. Steffen Koch

aus Rostock

Inhaltsverzeichnis (Anhang)

A. Berechnungsansätze zur Berücksichtigung von Langzeiteffekten	182
A.1 Analytische Beschreibung des Betonkriechens	182
A.2 Analytische Beschreibung des Betonschwindens	184
A.3 Berechnung der Stahlspannung zur Beschreibung des zeitvarianten Verbundtragverhalten	185
B. Bewehrung der Flachdecke	189
B.1 Bewehrungspläne	189
B.2 Systemkenngößen	191
C. Ergebnisse der Parameterstudie	196
C.1 Materialparameter	196
C.2 Umweltbedingungen	204
C.3 Systemparameter	206
C.4 Lastparameter	217
C.5 Rechen- und Modellunsicherheiten	222
D. Ergänzende Berechnungsergebnisse zur Beschreibung der Biegeschlankheitkriterien	227
D.1 Parameter α_λ	227
D.2 Einfluss tragender Außenwände	229
E. Weiterentwicklung des Näherungsverfahrens	231
E.1 Ergebnisse der Berechnung und analytischen Beschreibung von Rissverteilungsfaktoren	231
E.2 Berechnungen auf Basis der vereinfachten Verformungsgleichung	238
F. Verzeichnisse (Anhang)	245
F.1 Tabellenverzeichnis (Anhang)	245
F.2 Abbildungsverzeichnis (Anhang)	245

A. Berechnungsansätze zur Berücksichtigung von Langzeiteffekten

A.1 Analytische Beschreibung des Betonkriechens

Die Berechnungsansätze zur analytischen Beschreibung des linearen Betonkriechens sind aus DAfStb, H. 525 (2003) entnommen und lassen sich wie folgt zusammenfassen. Die zeitlich veränderliche Kriechzahl ergibt sich aus:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (\text{A.1})$$

Die Grundzahl des Kriechens φ_0 folgt aus:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (\text{A.2})$$

mit

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h_0}{h_1}}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad (\text{A.3})$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (\text{A.4})$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + \left(\frac{t_{0,eff}}{t_1}\right)^{0,2}} \quad (\text{A.5})$$

Dabei entspricht:

$$t_{0,eff} = t_0 \cdot \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{t_0}{t_1}\right)^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ Tage} \quad (\text{A.6})$$

Die zeitliche Verlaufsfunktion $\beta_c(t, t_0)$ resultiert aus:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{\frac{t - t_0}{t_1}}{\beta_H + \frac{t - t_0}{t_1}} \right]^{0,3} \quad (\text{A.7})$$

mit

$$\beta_H = 150 \cdot \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{RH}{100}\right)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{h_1} + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1.500 \cdot \alpha_3 \quad (\text{A.8})$$

Dabei gilt:

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,7} \quad (\text{A.9})$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0,2} \quad (\text{A.10})$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (\text{A.11})$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} \quad (\text{A.12})$$

Darin beschreibt u [mm] den Querschnittsumfang, welcher einer Austrocknung ausgesetzt ist und A_c [mm²] die Querschnittsfläche. Die Parameter h_1 und t_1 stellen Bezugsgrößen dar und sind mit $h_1 = 100$ mm bzw. $t_1 = 1$ Tag anzusetzen. Der Beiwert α dient zur Berücksichtigung der Festigkeitsentwicklung des Betons und kann in Abhängigkeit des Zementtyps Tabelle A.1 entnommen werden.

Tabelle A.1: Beiwerte zur Berechnung der Kriech- und Schwindverformung von Beton in Abhängigkeit des Zementtyps

Zementtyp	Merkmal	Festigkeitsklassen				
		nach DIN EN 197-1	α	α_{as}	α_{ds1}	α_{ds2}
SL	langsam erhärtend	32,5 N	-1	800	3	0,13
N, R	normal oder schnell erhärtend	32,5 R; 42,5 N	0	700	4	0,12
RS	schnell erhärtend und hochfest	42,5 R; 52,5 N; 52,5 R	1	600	6	0,12

A.2 Analytische Beschreibung des Betonschwindens

Die angewandten Berechnungsansätze zur analytischen Beschreibung der zeitlich veränderlichen Schwindverformungen von Beton sind ebenfalls den Ausführungen des DAfStb, H. 525 (2003) entnommen. Die mittlere Schwindverformung ergibt sich demnach aus der Summe der Verformungsanteile des autogenen Schwindens und des Trocknungsschwindens.

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad (\text{A.13})$$

Diese Anteile setzen sich wie folgt zusammen:

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad (\text{A.14})$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t, t_s) \quad (\text{A.15})$$

Der Grundwert des autogenen Schwindens lässt sich nach Gl. (A.16) berechnen.

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{60 + f_{cm}} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \quad (\text{A.16})$$

Die zeitliche Verlaufsfunktion des autogenen Schwindens ergibt sich zu:

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{-0,2 \cdot \sqrt{\frac{t}{t_1}}} \quad (\text{A.17})$$

Der Grundwert des Trocknungsschwindens resultiert aus Gl. (A.18).

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{10}} \right] \cdot 10^{-6} \quad (\text{A.18})$$

Der Einfluss der relativen Luftfeuchte und die zeitliche Verlaufsfunktion des Trocknungsschwindens lassen sich wie folgt erfassen.

$$\beta_{RH}(RH) = \begin{cases} -1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{100} \right)^3 \right] & \text{für } 40\% \leq RH < 0,99 \cdot \beta_{s1} [\%] \\ 0,25 & \text{für } RH \geq 0,99 \cdot \beta_{s1} [\%] \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \sqrt{\frac{\frac{t - t_s}{t_1}}{350 \cdot \left(\frac{h_0}{h_1} \right)^2 + \frac{t - t_s}{t_1}}} \quad (\text{A.20})$$

mit
$$\beta_{s1} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \leq 1,0 \quad (\text{A.21})$$

Der Ansatz der einzelnen Kenngrößen erfolgt analog zu Kap. A.1. Die Parameter α_{as} , α_{ds1} und α_{ds2} sind Tabelle A.1 zu entnehmen.

A.3 Berechnung der Stahlspannung zur Beschreibung des zeitvarianten Verbundtragverhalten

Zur Veranschaulichung ist an dieser Stelle Bild 3.30 nochmals dargestellt.

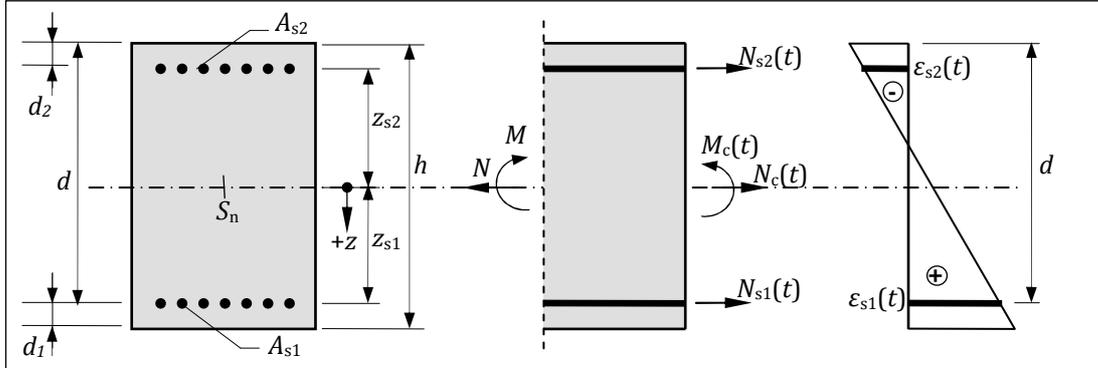


Bild 3.30: Schnittgrößen und Dehnungsverteilung eines bewehrten Betonquerschnittes

Die Berechnungsgrundlage stellt der Zusammenhang für 1 .. n Stahllagen nach Gl. (A.22) dar.

$$\begin{bmatrix} 1 + \rho_{s1,s1} & \cdots & \rho_{s1,sn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{sn,s1} & \cdots & 1 + \rho_{sn,sn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{s1,k} \\ \vdots \\ \sigma_{sn,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{s1,k} \\ \vdots \\ D_{sn,k} \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Index: s1 ... Bewehrungslage A_{s1}
sn ... Bewehrungslage A_{sn}
k ... zum Zeitpunkt k mit $t_k \geq t_0$

In Gl. (A.22) bedeutet:

$$D_{si,k} = \sigma_{si,k} + \left(\alpha_s \cdot \sum_{v=1}^n r_{csi,sv} \cdot \sigma_{sv,k} \right) \cdot (\psi_0 + k_{\varphi,I} \cdot \varphi_{k0}) \quad (\text{A.23})$$

$$\rho_{si,sj} = \alpha_s \cdot \frac{A_{sj}}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{si} \cdot z_{sj} \right) \cdot (\psi_0 + k_{\varphi,I} \cdot \varphi_{k0}) \quad (\text{A.24})$$

Der Index i stellt die Laufvariable zur Kennzeichnung der betrachteten Stahllage und der Index j die Laufvariable zur Kennzeichnung der Stahllage i beeinflussende Stahllage j dar.

▪ Berechnung der Querschnittswerte:

$$\rho_{si,sj} = r_{csi,sj} \cdot \alpha_s \cdot (\psi_0 + k_{\varphi,I} \cdot \varphi_{k0}) = r_{csi,sj} \cdot \alpha_{s,\text{eff}} \quad (\text{A.25})$$

mit
$$r_{csi,sv} = \frac{A_{sv}}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{csi} \cdot z_{sv} \right) \quad (\text{A.26})$$

In Gl. (A.26) kennzeichnet der Index c der Parameter r und z die Betonfaser in Höhe der betrachteten Stahllage i . Der Index v beschreibt mit $v = 1 \dots n$ alle weiteren, vorhandenen Stahllagen, welche die Stahllage i beeinflussen. Dabei stellt z den Abstand der betrachteten Faser zum Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts dar, siehe Bild 3.30.

Dabei gilt:

$$A_c = b \cdot h \quad (\text{A.27})$$

Für Flächentragwerke ist anzusetzen:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot \frac{1}{1 - \nu_c^2} \quad (\text{A.28})$$

Der Bewehrungsgrad bezüglich der Bewehrungslage i im Zustand I bzw. im Zustand II folgt aus der Gl. (A.29) bzw. der Gl. (A.30).

$$\rho_{si}^I = \frac{a_{si}}{h} \quad (\text{A.29})$$

$$\rho_{si}^{II} = \frac{a_{si}}{d} \quad (\text{A.30})$$

▪ Berechnung der Materialkennwerte:

Die Verhältniswerte der Elastizitätsmodule lassen sich wie folgt zusammenfassen:

$$\psi_j = \frac{E_{c,28}}{E_{c,j}} = \frac{1}{\beta_E} \quad (\text{A.31})$$

$$\alpha_{s,0} = \frac{E_s}{E_{c,0}} \quad (\text{A.32})$$

$$\alpha_{s,\text{eff}} = \frac{E_s}{E_{c,\text{eff}}} \quad (\text{A.33})$$

Dabei darf angesetzt werden:

$$E_{c,\text{eff}} = \frac{E_{c0m}}{(\psi_j + k_\varphi \cdot \varphi_{kj})} \quad (\text{A.34})$$

Erfolgt der Belastungsbeginn bei einem Betonalter von 28 Tagen gilt:

$$E_{c,\text{eff}} = \frac{E_{c,28}}{(1 + k_\varphi \cdot \varphi_{k0})} \quad (\text{A.35})$$

Für den Zustand I darf nach Krüger, et al. (2006) angenommen werden, dass gilt: $k_{\varphi 1} = 1,0$. Die Berechnung der Kriechzahl φ_{kj} für den Betrachtungszeitpunkt $t = t_k$ (Index: k) bei einem Belastungsbeginn zum Zeitpunkt $t_0 = t_j$ (Index: j) ist dem Kap. A.1 zu entnehmen.

▪ Ermittlung des Rissmoments auf Grundlage eines Stahlbetonquerschnitts:

Die Lage des Schwerpunkts eines Stahlbeton-Rechteckquerschnitts folgt aus:

$$\bar{z}_s = \frac{\frac{h}{2} + \alpha_{s,\text{eff}} \cdot (\rho_{s1}^I \cdot d + \rho_{s1}^I \cdot d_2)}{1 + \alpha_{s,\text{eff}} \cdot (\rho_{s1}^I + \rho_{s1}^I)} \quad (\text{A.36})$$

Das Flächenträgheitsmoment des Stahlbetonquerschnitts von Flächentragwerken lässt sich unter der Vernachlässigung der Trägheitsmomente der einzelnen Stahllagen nach Gl. (A.37) berechnen. Vereinfachend kann die Berechnung nach Gl. (A.28) erfolgen.

$$I_{\text{Stb}} = \frac{\left(\frac{h^2}{12} + \left(\bar{z}_s - \frac{h}{2} \right)^2 + \alpha_{s,\text{eff}} \cdot [\rho_{s1}^1 \cdot (d - \bar{z}_s)^2 + \rho_{s2}^1 \cdot (\bar{z}_s - d_2)^2] \right) \cdot b \cdot h}{1 - \nu_c^2} \quad (\text{A.37})$$

$$W_{\text{Stb}} = \frac{I_{\text{Stb}}}{\bar{z}_s} \quad (\text{A.38})$$

Vereinfachend gilt:

$$W_{\text{ela}} = \frac{I}{z} = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (\text{A.39})$$

Das anzusetzende Rissmoment folgt aus Gl. (A.40).

$$M_{\text{cr}}(t) = W \cdot f_{\text{ct,eff}}(t) \quad (\text{A.40})$$

Die effektive Betonzugfestigkeit $f_{\text{ct,eff}}(t)$ ist dabei gemäß Gl. (3.38) anzusetzen.

▪ Spannungsberechnung im Zustand I (effektiver Elastizitätsmodul):

Die Betonspannung in der Höhe des betrachteten Bewehrungsstrangs resultiert aus:

$$\sigma_{\text{csi}}^* = \frac{N}{A_c} + \frac{M}{I_{\text{Stb}}} \cdot z_{\text{si}} \quad (\text{A.41})$$

Mit der Annahme, dass keine äußere Längskraft angreift, gilt $N = 0$ kN. Zur Beschreibung der modifizierten Stahl-Arbeitslinie wird es lediglich erforderlich die Stahlspannungen bzw. -dehnungen unter der Risschnittgröße M_{cr} zu berechnen. Damit folgt:

$$\sigma_{\text{csi,r}}^*(t) = \frac{M_{\text{cr}}(t)}{I_{\text{Stb}}} \cdot z_{\text{si}} \quad (\text{A.42})$$

Mit der Lösung des linearen Gleichungssystems aus Gl. (A.22) resultiert die Stahlspannung in der Stahllage auf der Seite des stärker gezogenen Bauteilrandes im Zustand I

- zum Zeitpunkt $t = t_0$ aus:

$$\sigma_{\text{s1r},0}^{\text{I}} = \frac{\sigma_{\text{cs1,r}}^* \cdot (1 + \alpha_{s,0} \cdot r_{\text{cs2,s2}}) - \alpha_{s,0} \cdot \sigma_{\text{cs2,r}}^* \cdot r_{\text{cs1,s2}}}{\frac{1}{\alpha_{s,0}} + r_{\text{cs1,s1}} + \alpha_{s,0} \cdot (r_{\text{cs1,s1}} \cdot r_{\text{cs2,s2}} - r_{\text{cs1,s2}} \cdot r_{\text{cs2,s1}}) + r_{\text{cs2,s2}}} \quad (\text{A.43})$$

- zum Zeitpunkt $t = t_k > t_0$ aus:

$$\sigma_{\text{s1r},k}^{\text{I}} = \frac{\sigma_{\text{cs1,r}}^* \cdot (1 + \alpha_{s,\text{eff}} \cdot r_{\text{cs2,s2}}) - \alpha_{s,\text{eff}} \cdot \sigma_{\text{cs2,r}}^* \cdot r_{\text{cs1,s2}} + E_s \cdot \varepsilon_{\text{cs},k0} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_{s,\text{eff}}} - r_{\text{cs1,s2}} + r_{\text{cs2,s2}} \right)}{\frac{1}{\alpha_{s,\text{eff}}} + r_{\text{cs1,s1}} + \alpha_{s,\text{eff}} \cdot (r_{\text{cs1,s1}} \cdot r_{\text{cs2,s2}} - r_{\text{cs1,s2}} \cdot r_{\text{cs2,s1}}) + r_{\text{cs2,s2}}} \quad (\text{A.44})$$

▪ **Spannungsberechnung im Zustand II (vereinfachte Verformungsgleichung):**

Zur Abbildung der modifizierten Stahlarbeitslinie wird es für den gerissenen Zustand lediglich notwendig die Stahlspannungen bzw. -dehnungen zum Zeitpunkt $t = t_0$ zu berechnen, siehe Kap. 3.4.2.2 der Arbeit. Dies erfolgt an dieser Stelle auf der Grundlage der *vereinfachten Verformungsgleichung* nach Krüger, et al. (2006). Die bezogene Druckzonenhöhe zum Zeitpunkt t_0 ohne Ansatz einer einwirkenden Längskraft ergibt sich für einen doppelt bewehrten Rechteck-Querschnitt aus Gl. (A.45).

$$\xi_{\sigma,0} = -\alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{\text{II}} \cdot \left(1 + \frac{\rho_{s2}^{\text{II}}}{\rho_{s1}^{\text{II}}}\right) + \sqrt{\left[\alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{\text{II}} \cdot \left(1 + \frac{\rho_{s2}^{\text{II}}}{\rho_{s1}^{\text{II}}}\right)\right]^2 + 2 \cdot \alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{\text{II}} \cdot \left(1 + \frac{d_2}{d} \cdot \frac{\rho_{s2}^{\text{II}}}{\rho_{s1}^{\text{II}}}\right)} \quad (\text{A.45})$$

Die Ermittlung der Betonrandspannung am stärker gedrückten Rand kann dann für Zeitpunkt t_0 nach Gl. (A.46) erfolgen.

$$\sigma_{\text{co},0r}^{\text{II}} = \frac{\beta_{M_{\text{cr}}}^{\sigma}}{\frac{1}{6} \cdot \xi_{\sigma,0}^3 - \frac{1}{2} \cdot \xi_{\sigma,0}^2 - k_{1,0} \cdot \xi_{\sigma,0} + k_{2,0}} \cdot \xi_{\sigma,0} \quad (\text{A.46})$$

mit
$$\beta_{M_{\text{cr}}}^{\sigma} = \frac{M_{\text{cr}}}{b \cdot d_{(s1)}^2} \quad (\text{A.47})$$

und
$$k_{1,0} = \sum_{v=2}^n \alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{\text{II}} \cdot \psi_0 \cdot (1 - \vartheta_{sv}) \quad (\text{A.48})$$

$$k_{2,0} = \sum_{v=2}^n \alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{\text{II}} \cdot \psi_0 \cdot (\vartheta_{sv} - \vartheta_{sv}^2) \quad (\text{A.49})$$

mit
$$\vartheta_{sv} = \frac{d_{(sv)}}{d_{(s1)}} \quad (\text{A.50})$$

Die Stahlspannung in der zugrunde gelegten Stahllage A_{s1} folgt dann aus:

$$\sigma_{s1,r}^{\text{II}} = \alpha_{s,0} \cdot \psi_0 \cdot \left(1 - \frac{\vartheta_{s1}}{\xi_{\sigma,0}}\right) \cdot \sigma_{\text{co},0r}^{\text{II}} \quad (\text{A.51})$$

▪ **Berechnung der Stahldehnung im Zustand I und II:**

Die Stahldehnungen können im Gebrauchslastbereich stets unter Anwendung des *Hook'schen* Gesetzes berechnet werden, siehe hierzu Gl. (A.52).

$$\varepsilon_{\text{si},k} = \frac{\sigma_{\text{si},k}}{E_s} \quad (\text{A.52})$$

B. Bewehrung der Flachdecke

B.1 Bewehrungspläne

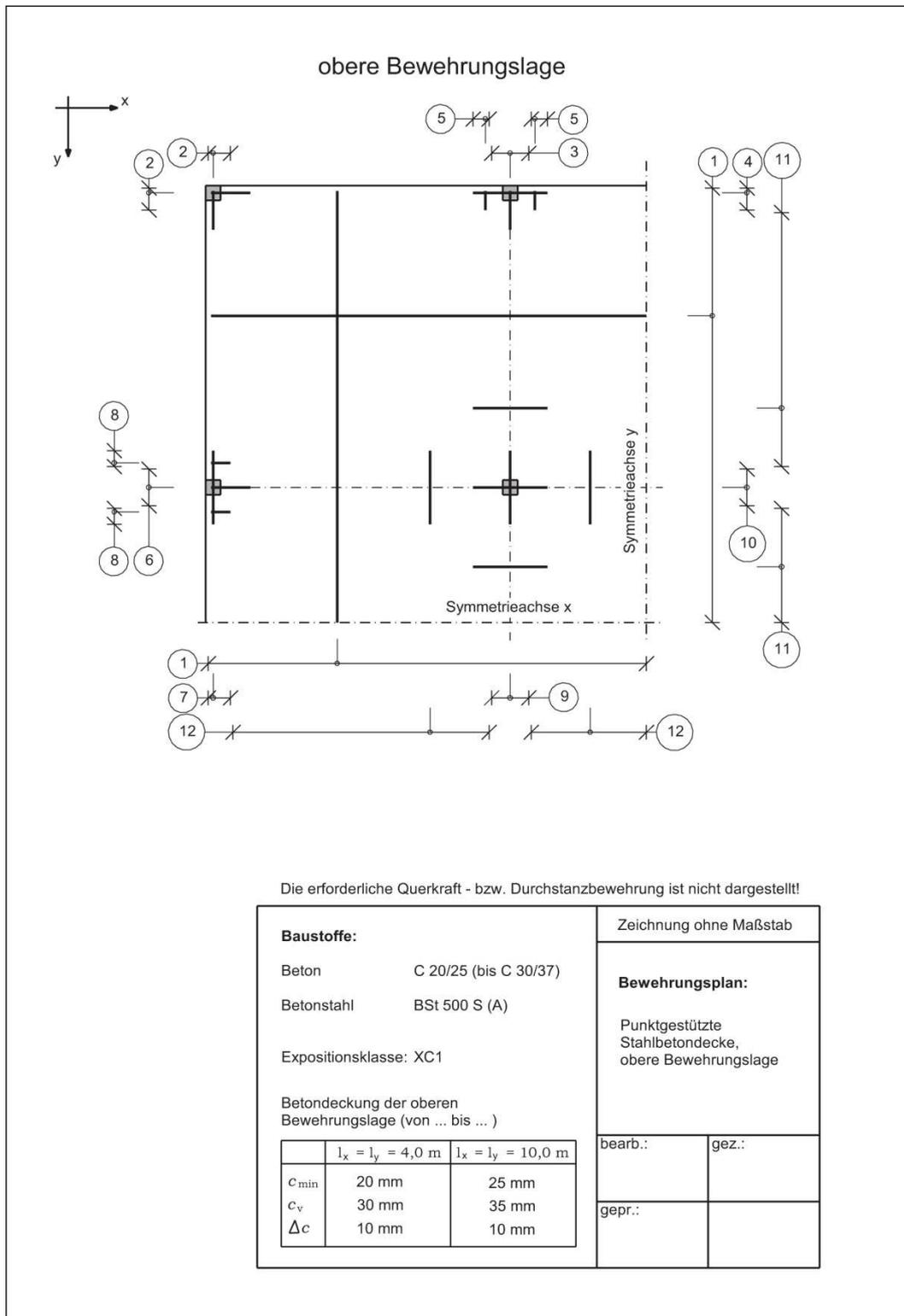


Bild B.1: Bewehrungsplan der oberen Bewehrungslage für die untersuchten punktgestützten Stahlbetonplatten (schematisch)

B Bewehrung der Flachdecke
 B.1 Bewehrungspläne

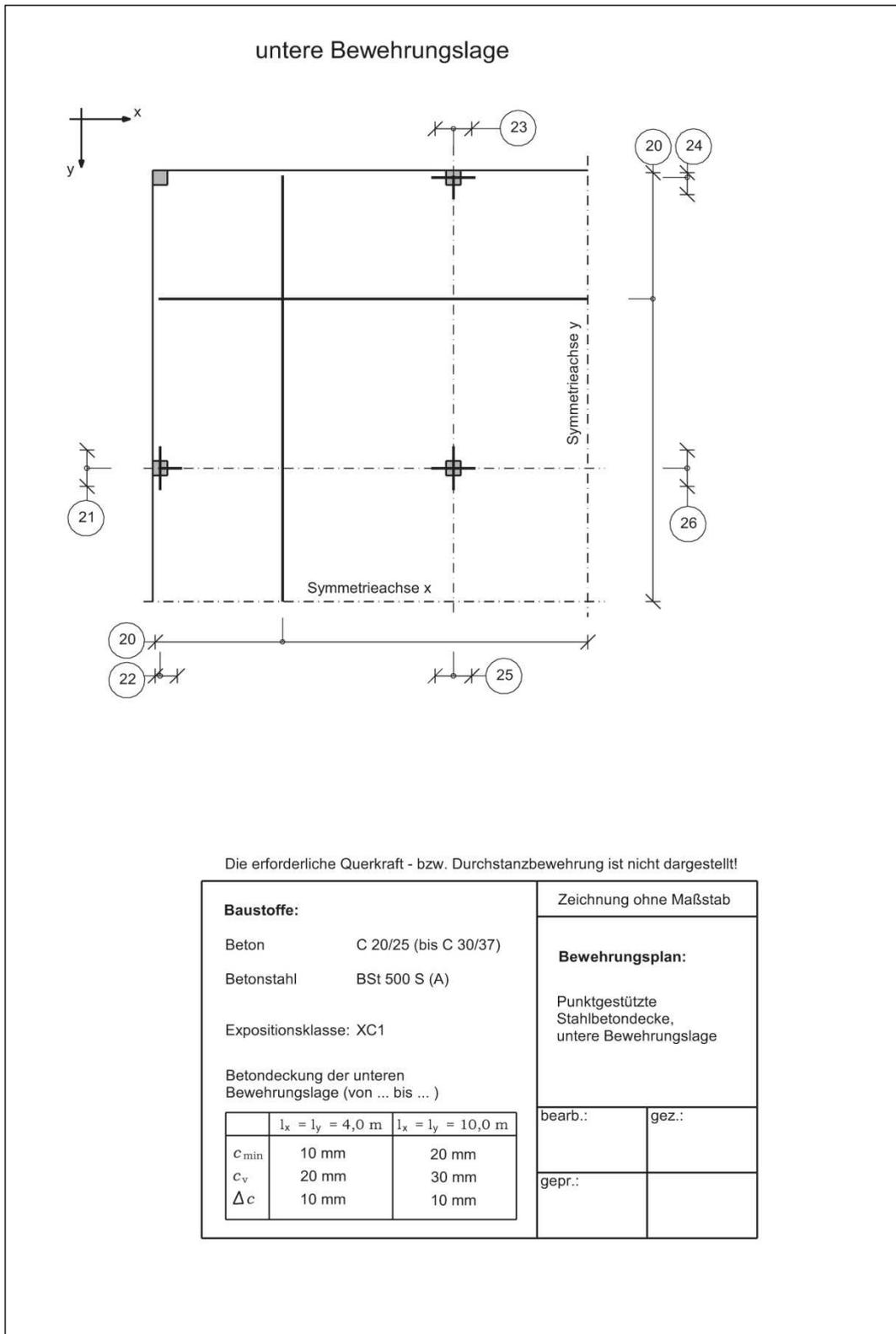


Bild B.2: Bewehrungsplan der unteren Bewehrungslage für die untersuchten punktgestützten Stahlbetonplatten (schematisch)

B.2 Systemkenngrößen

Im Folgenden werden die in Ansatz gebrachten Bewehrungsparameter näher beschrieben. Dazu werden die Längen der in Ansatz gebrachten Bewehrungsstäbe und die Breite des Bewehrungsbereiches in allgemeiner Form angegeben. Die Festlegungen resultieren aus den Auswertungen der rechnerisch erforderlichen Biegezugbewehrungen, welche mit Hilfe des Finite-Elemente-Programm *InfoCAD* ermittelt wurden. Dazu wurden ca. 400 Flachdeckenbemessungen durchgeführt. Die vorgestellte, allgemeine Form der Bewehrungsführung ist nicht als Planungshilfe oder als Grundlage einer allgemeingültigen Bewehrungsführung zu verstehen, sie soll an dieser Stelle vielmehr in einfacher Art und Weise die Berechnungsgrundlagen der hier durchgeführten, numerischen Untersuchungen widerspiegeln.

Im Weiteren kennzeichnet der Index „*i*“ die Lage der Bewehrung mit $i = x; y$ und der Index „*j*“ die rechtwinklig dazu verlaufende Bewehrungslage mit $j = y; x$. Der Parameter ℓ gibt die Stützweite des Deckenfeldes an.

▪ Obere Bewehrungslage:

Grundbewehrung auf der Plattenoberseite – Pos. (1):

$$\text{Länge:} \quad l_{i,(1)} = \sum \ell_i \quad (\text{B.1})$$

$$\text{Breite:} \quad b_{i,(1)} = \sum \ell_j \quad (\text{B.2})$$

Bewehrungsbereich der Eckstütze – Pos. (2):

$$\text{Länge:} \quad l_{i,(2)} = 0,20 \cdot \ell_i - 40 \text{ [cm]} \quad (\text{B.3})$$

$$\text{Breite:} \quad b_{i,(2)} = 0,15 \cdot \ell_j \quad (\text{B.4})$$

Die Festlegung der Breite $b_{i,(2)}$ erfolgte gemäß DIN 1045-1; Abs. 10.5.6, Tab. 14 bzw. Bild 46.

Bewehrungsbereich der Randstütze entlang der x-Achse – Pos. (3) bis (5):

Längen der Stabbewehrung:

$$\text{Pos. (3)} \quad l_{(3)} = 0,15 \cdot \ell_y - 20 \text{ [cm]} \quad (\text{B.5})$$

$$\text{Pos. (4)} \quad l_{(4)} = l_{(11)} \quad (\text{B.6})$$

$$\text{Pos. (5)} \quad l_{(5)} = b_{(3)} \quad (\text{B.7})$$

Breite der Bewehrungsbereiche:

$$\text{Pos. (3)} \quad b_{(3)} = 0,25 \cdot \ell_y - 25 \text{ [cm]} \quad (\text{B.8})$$

$$\text{Pos. (4)} \quad b_{(4)} = 0,15 \cdot \ell_x \quad (\text{B.9})$$

$$\text{Pos. (5)} \quad b_{(5)} = \frac{l_{(4)} - b_{(3)}}{2} \quad (\text{B.10})$$

Die Festlegung der Breite $b_{(4)}$ erfolgte nach DIN 1045-1; Abs. 10.5.6, Tab. 14 bzw. Bild 46.

Bewehrungsbereich der Randstütze entlang der y-Achse – Pos. (6) bis (8):

Längen der Stabbewehrung:

$$\text{Pos. (6)} \quad l_{(6)} = 0,15 \cdot \ell_x - 20 \text{ [cm]} \quad (\text{B.11})$$

$$\text{Pos. (7)} \quad l_{(7)} = l_{(12)} \quad (\text{B.12})$$

$$\text{Pos. (8)} \quad l_{(8)} = b_{(6)} \quad (\text{B.13})$$

Breite der Bewehrungsbereiche:

$$\text{Pos. (6)} \quad b_{(6)} = 0,25 \cdot \ell_x - 25 \text{ [cm]} \quad (\text{B.14})$$

$$\text{Pos. (7)} \quad b_{(7)} = 0,15 \cdot \ell_y \quad (\text{B.15})$$

$$\text{Pos. (8)} \quad b_{(8)} = \frac{l_{(7)} - b_{(6)}}{2} \quad (\text{B.16})$$

Die Festlegung der Breite $b_{(7)}$ erfolgte nach DIN 1045-1; Abs. 10.5.6, Tab. 14 bzw. Bild 46.

Bewehrungsbereich der Innenstütze- Pos. (9) und (10):

Längen der Stabbewehrung:

$$\text{Pos. (9)} \quad l_{(9)} = l_{(12)} \quad (\text{B.17})$$

$$\text{Pos. (10)} \quad l_{(10)} = l_{(11)} \quad (\text{B.18})$$

Breite der Bewehrungsbereiche:

$$\text{Pos. (9)} \quad b_{(9)} = 0,30 \cdot \ell_x \quad (\text{B.19})$$

$$\text{Pos. (10)} \quad b_{(10)} = 0,30 \cdot \ell_y \quad (\text{B.20})$$

Die Festlegung der Breite $b_{(9)}$ und $b_{(10)}$ erfolgte nach DIN 1045-1; Abs. 10.5.6, Tab. 14 bzw. Bild 46.

Bewehrungsbereich der Stützstreifen - Pos. (11) und (12):

Längen der Stabbewehrung:

$$\text{Pos. (11)} \quad l_{(11)} = 0,50 \cdot \ell_y - 40 \text{ [cm]} \quad (\text{B.21})$$

$$\text{Pos. (12)} \quad l_{(12)} = 0,50 \cdot \ell_x - 20 \text{ [cm]} \quad (\text{B.22})$$

Breite der Bewehrungsbereiche:

$$\text{Pos. (11)} \quad b_{(11)} = 0,30 \cdot \ell_x \quad (\text{B.23})$$

$$\text{Pos. (12)} \quad b_{(12)} = 0,30 \cdot \ell_y \quad (\text{B.24})$$

▪ **Untere Bewehrungslage:**

Grundbewehrung auf der Plattenunterseite - Pos. (20):

Länge: $l_{i,(20)} = \sum \ell_i$ (B.25)

Breite: $b_{i,(20)} = \sum \ell_j$ (B.26)

Abreißbewehrung über den Randstützen - Pos. (21) bis (24):

Längen der Stabbewehrung:

Pos. (21) $l_{(21)} = b_{(7)}$ (B.27)

Pos. (22) $l_{(22)} = b_{(6)}$ (B.28)

Pos. (23) $l_{(23)} = b_{(4)}$ (B.29)

Pos. (24) $l_{(24)} = b_{(3)}$ (B.30)

Breiten der Bewehrungsbereiche:

Pos. (21) $b_{(21)} = b_{(6)}$ (B.31)

Pos. (22) $b_{(22)} = b_{(7)}$ (B.32)

Pos. (23) $b_{(23)} = b_{(3)}$ (B.33)

Pos. (24) $b_{(24)} = b_{(4)}$ (B.34)

Abreißbewehrung über den Innenstützen - Pos. (25) bis (26):

Längen der Stabbewehrung:

Pos. (25) $l_{(25)} = b_{(10)}$ (B.35)

Pos. (26) $l_{(26)} = b_{(9)}$ (B.36)

Breiten der Bewehrungsbereiche:

Pos. (25) $b_{(25)} = b_{(9)}$ (B.37)

Pos. (26) $b_{(26)} = b_{(10)}$ (B.38)

▪ **Normenbezug:**

Grundsätzlich erfolgt für die obere als auch untere Bewehrungslage die Anordnung einer gleichmäßig verteilten Grundbewehrung – Pos. (1) und (20). Diese resultiert für Pos. (1) aus der erforderlichen Mindestbewehrung nach DIN 1045-1, Abs. 13.1.1. und für Pos. (20) aus der rechnerisch maximal erforderlichen Feldbewehrung. Auf eine Staffelung der Feldbewehrung wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Die weiteren Positionen wurden als Zulagen zur Erfüllung der Anforderungen der DIN 1045-1 bzw. der DIN 4102-4 angeordnet.

Folgende Punkte fanden bei den Stahlbetonbemessungen sowie bei den nicht-linearen Verformungsberechnungen Berücksichtigung:

- Ansatz der statisch erforderlichen Biegezugbewehrung aus der *InfoCAD*-Bemessung, jedoch mindestens Ansatz der Mindestbewehrung nach DIN 1045-1, Abs. 13.1.1; gilt für Pos. (1) und Pos. (20)
- Anordnung einer Mindestquerbewehrung von mindestens 20 % der Bewehrung der höheren Beanspruchungsrichtung, nach DIN 1045-1; Abs. 13.3.2 (3); gilt für alle Positionen, insbesondere aber für Pos. (5) bis Pos. (8)
- Ansatz der Mindestbiegemomente (Stützmomente) bei der Plattenbemessung im Bereich der Stützen, siehe DIN 1045-1, Abs. 10.5.6 und Anordnung der Stützbewehrung in den Bereichen der Mindestbiegemomente nach DIN 1045-1; Abs. 10.5.6; Tab.14 bzw. Bild 46; gilt für die Positionen (2), (3), (4), (6), (7), (9), (10)
- Anordnung einer Abreißbewehrung über den Lasteinleitungsflächen der Stützen zur Vermeidung eines fortschreitendes Versagens gemäß DIN 1045-1, Abs. 13.3.2 (12) sowie DAfStb, Heft 525 (2003); gilt für Pos. (21) bis (26)
- Anordnung einer über die Breite der Stützstreifen durchgehende, oben liegende Biegezugbewehrung zur Aufnahme des Stützmomentes im Anschnitt des beginnenden Bereiches der Mindestbiegemomente, jedoch mindestens Anordnung einer Mindestbewehrung von 20% der unmittelbar über den Innenstützen erforderlichen Stützbewehrung, gemäß DIN 4102-4, Abs. 3.4.5.4; gilt für Pos. (11), (12)
- maximaler Bewehrungsquerschnitt nach DIN 1045-1; Abs. 13.1.1 (4)
- maximale Stababstände nach DIN 1045-1; Abs. 13.3.2. (4)
→ Die Umsetzung dieser Forderung ließ sich bereichsweise nicht realisieren, da die Anforderung der Vergleichbarkeit der Systeme im Rahmen der Variantenrechnung dieser Forderung übergeordnet wurde.

C. Ergebnisse der Parameterstudie

C.1 Materialparameter

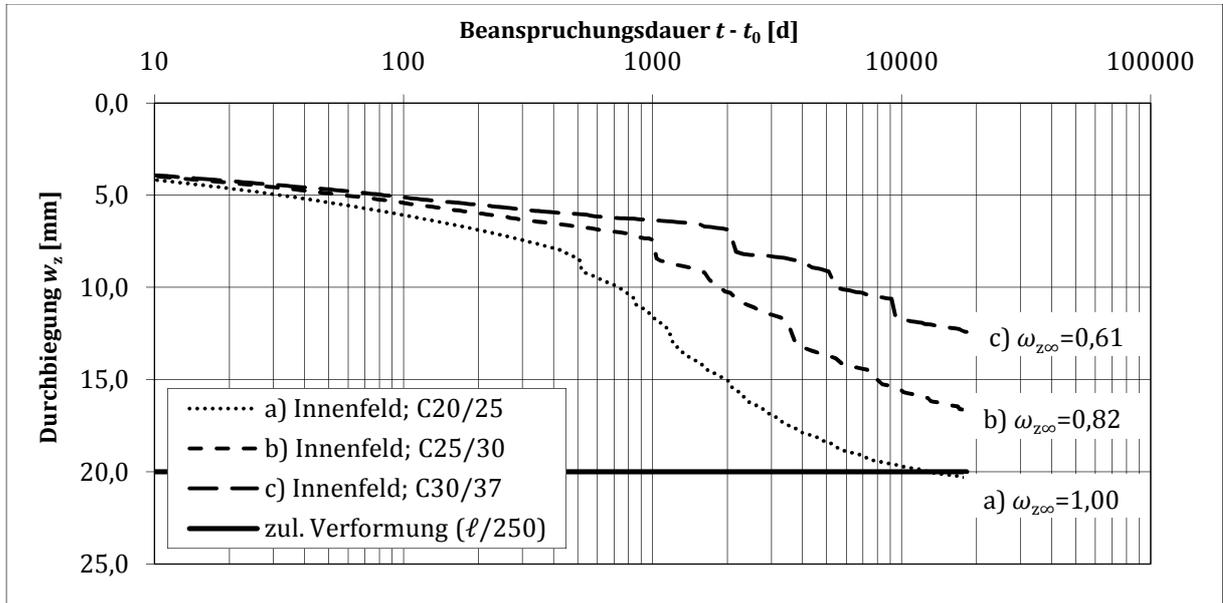


Bild C.1: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betongüten

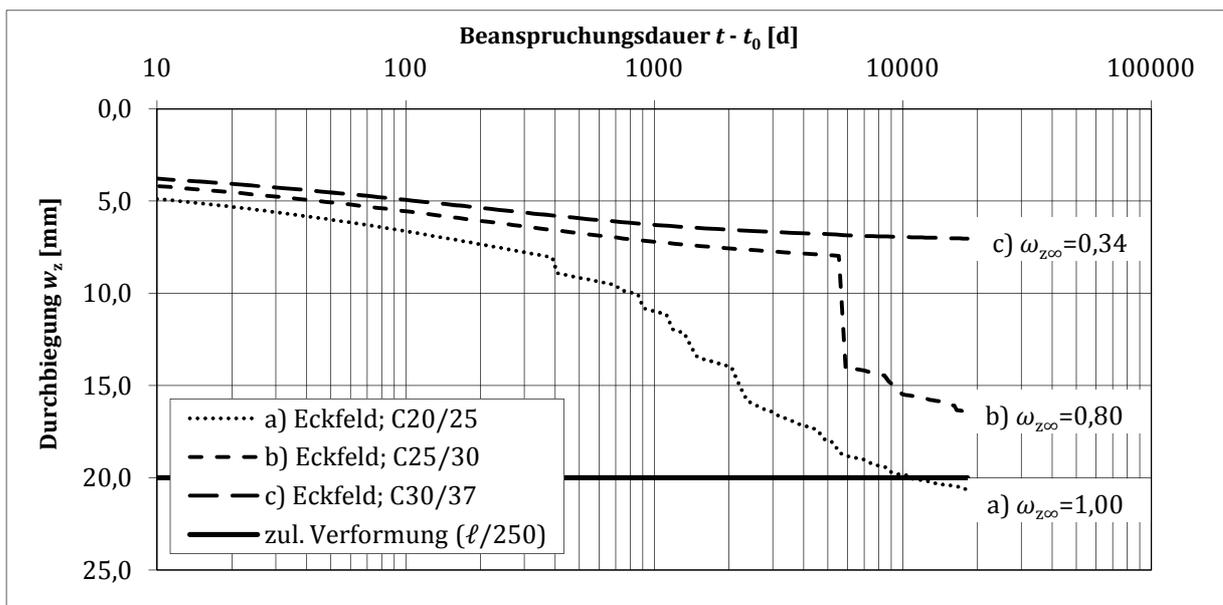


Bild C.2: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betongüten

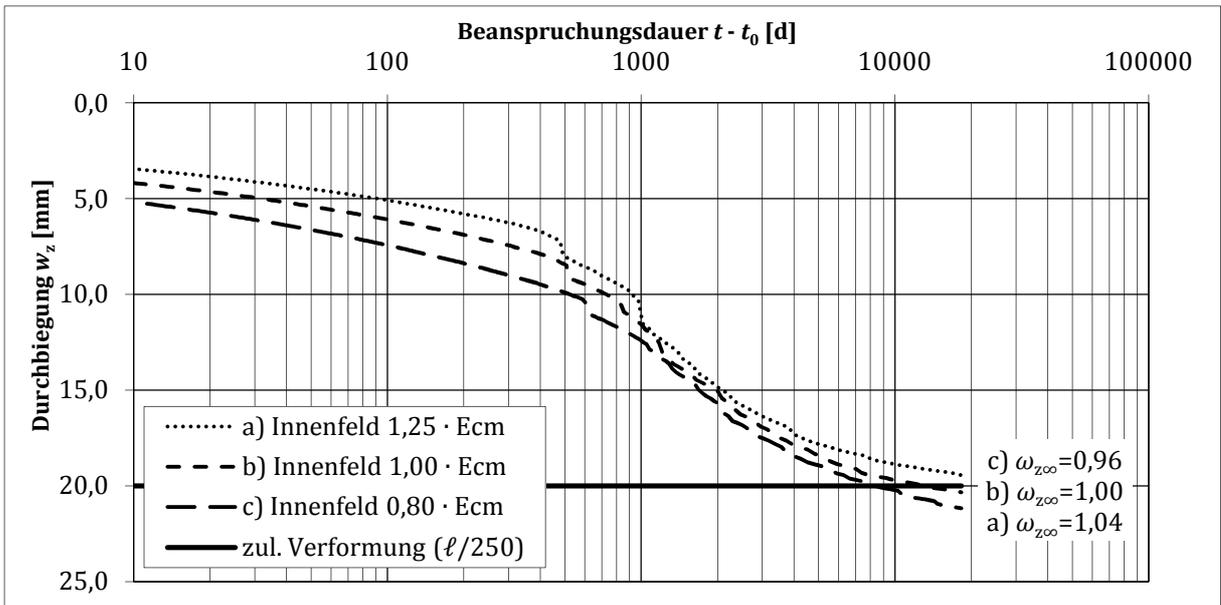


Bild C.3: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Beton-Elastizitätsmodule

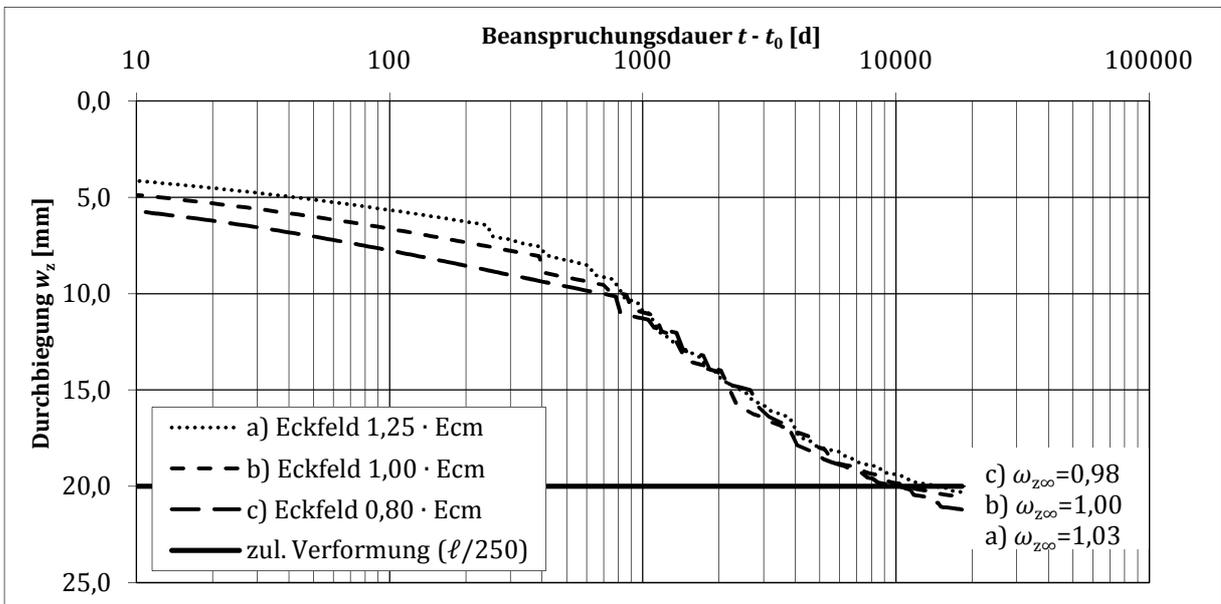


Bild C.4: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Beton-Elastizitätsmodule

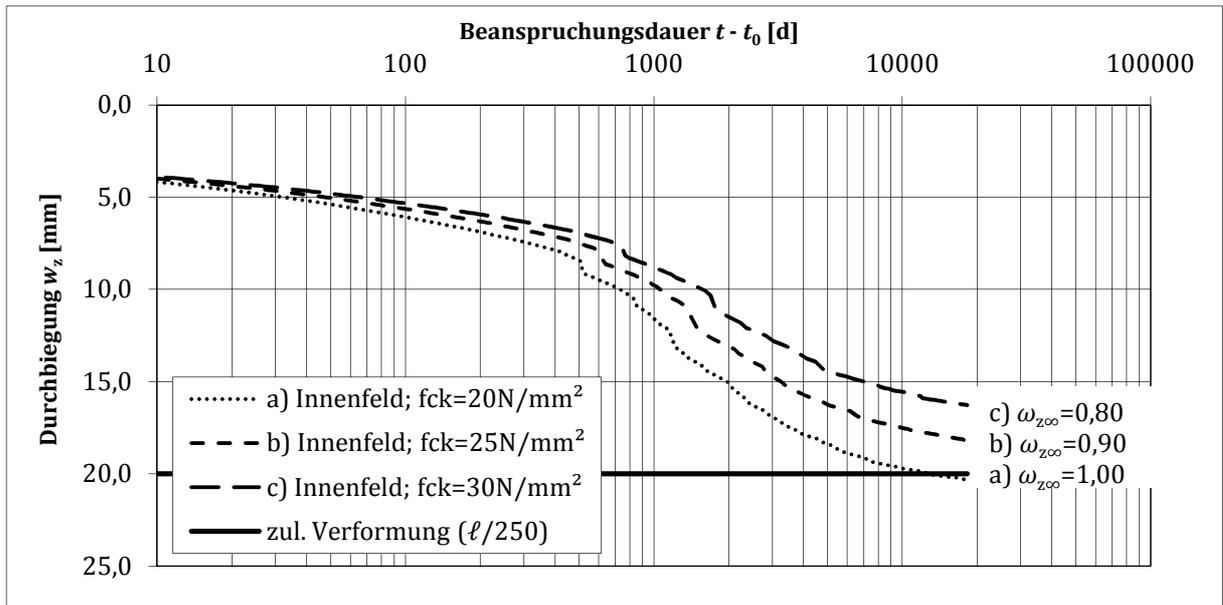


Bild C.5: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betondruckfestigkeiten

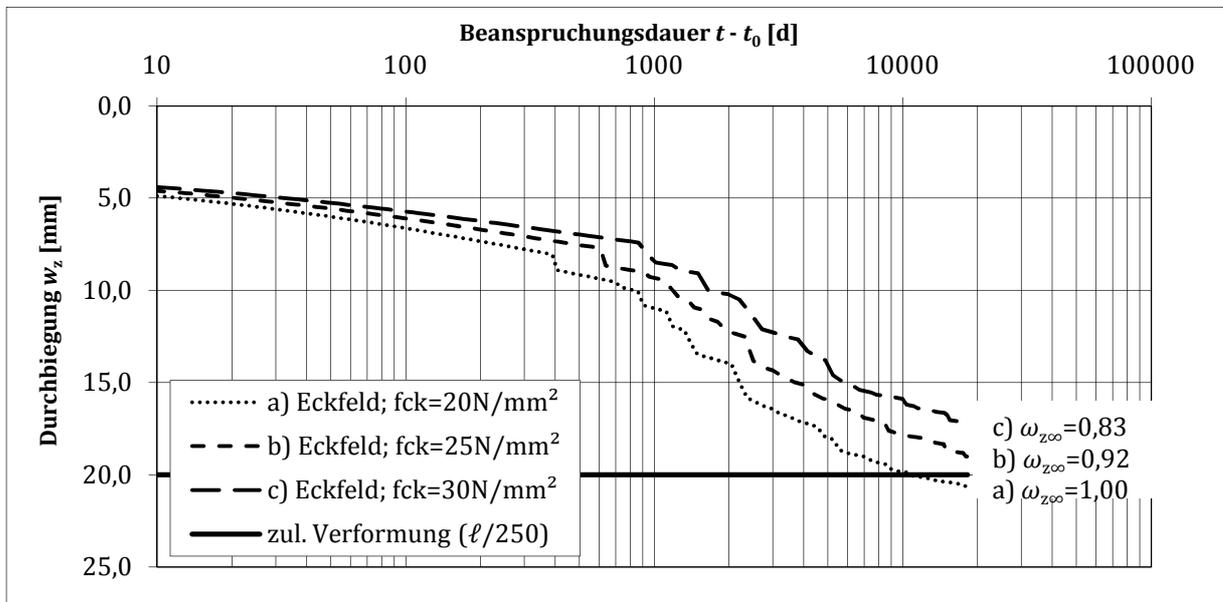


Bild C.6: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betondruckfestigkeiten

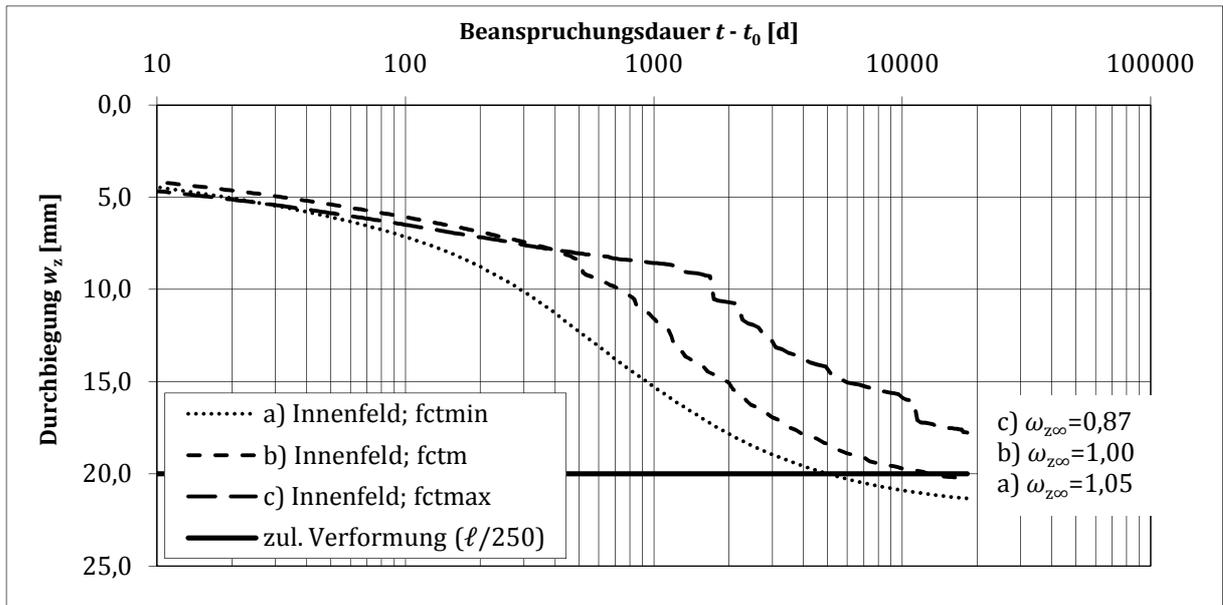


Bild C.7: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betonzugfestigkeiten

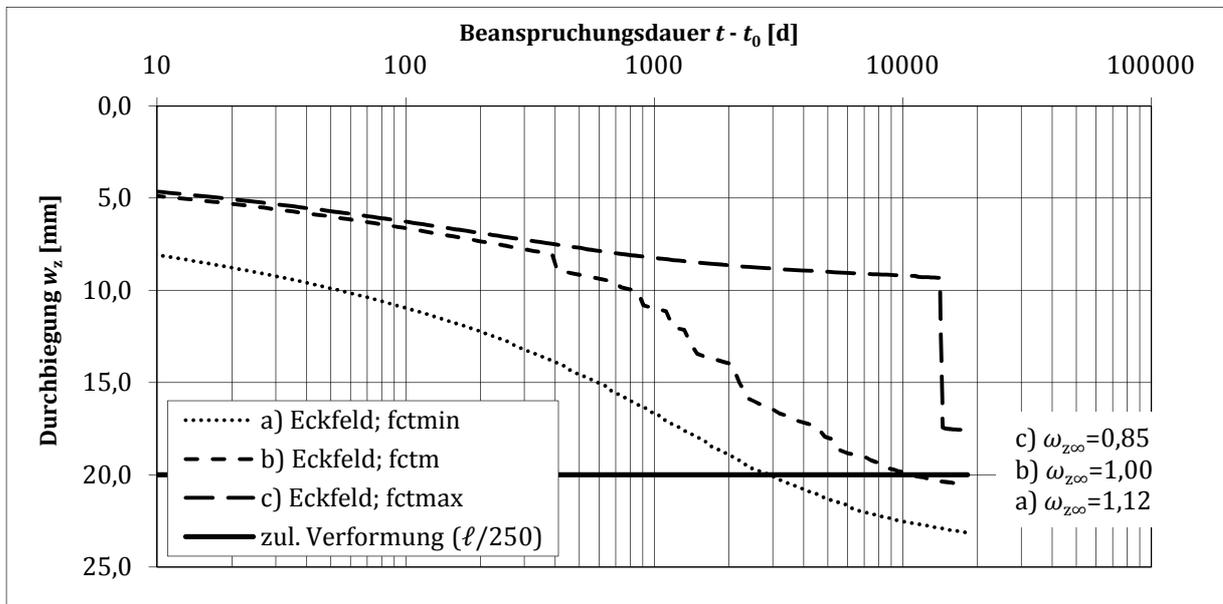


Bild C.8: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betonzugfestigkeiten

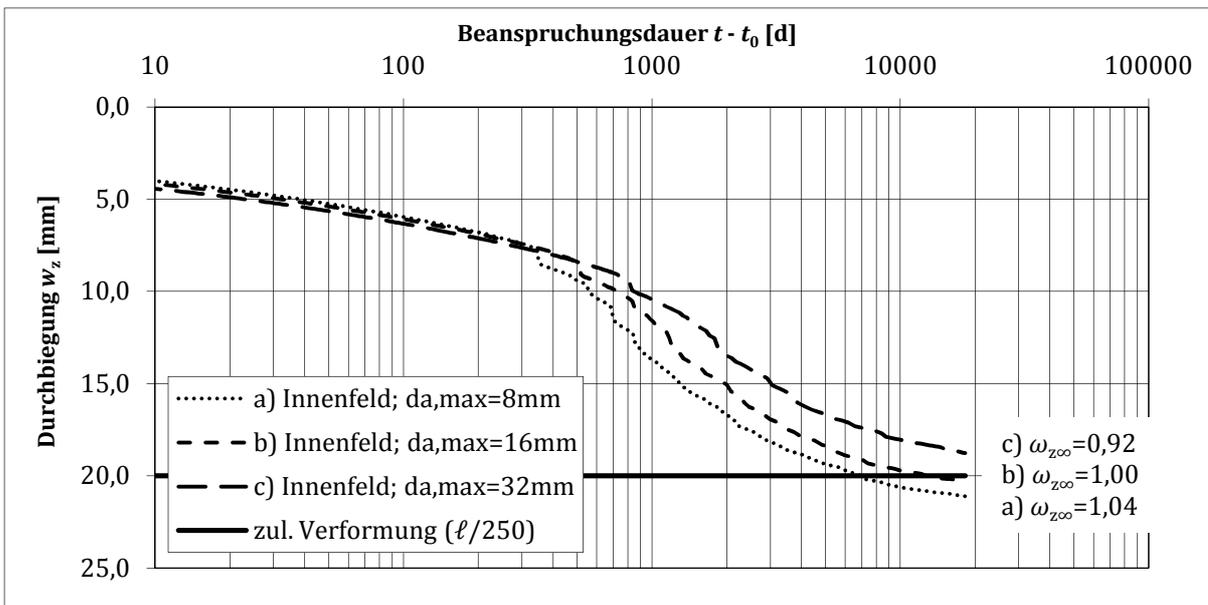


Bild C.9: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit des Größtkorndurchmessers des Zuschlagsstoffs

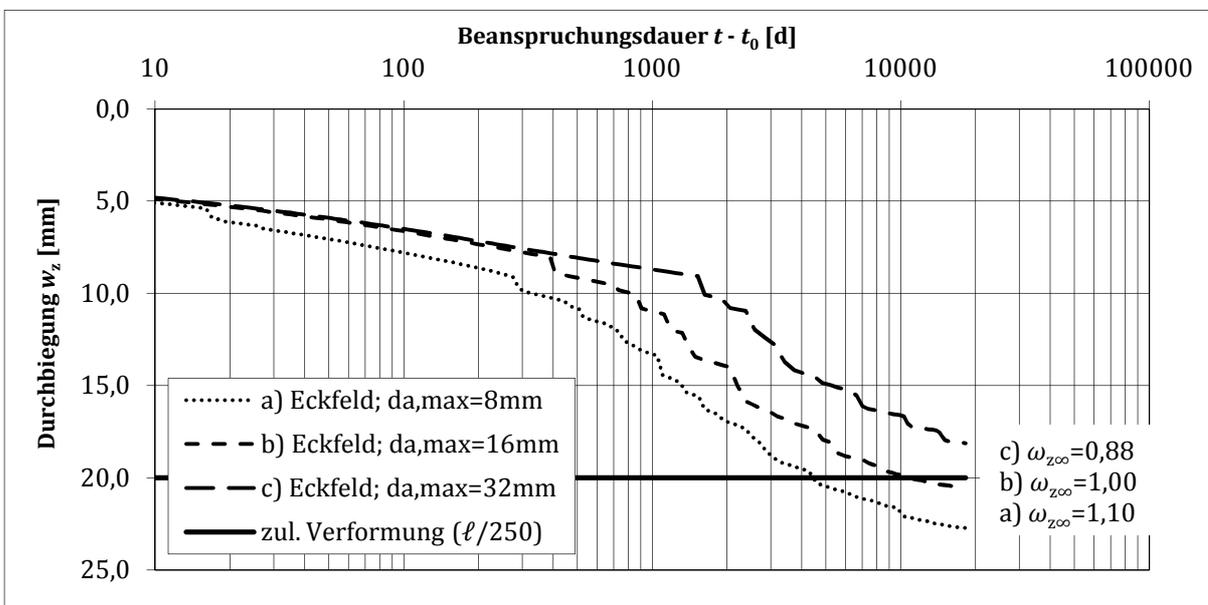


Bild C.10: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit des Größtkorndurchmessers des Zuschlagsstoffs

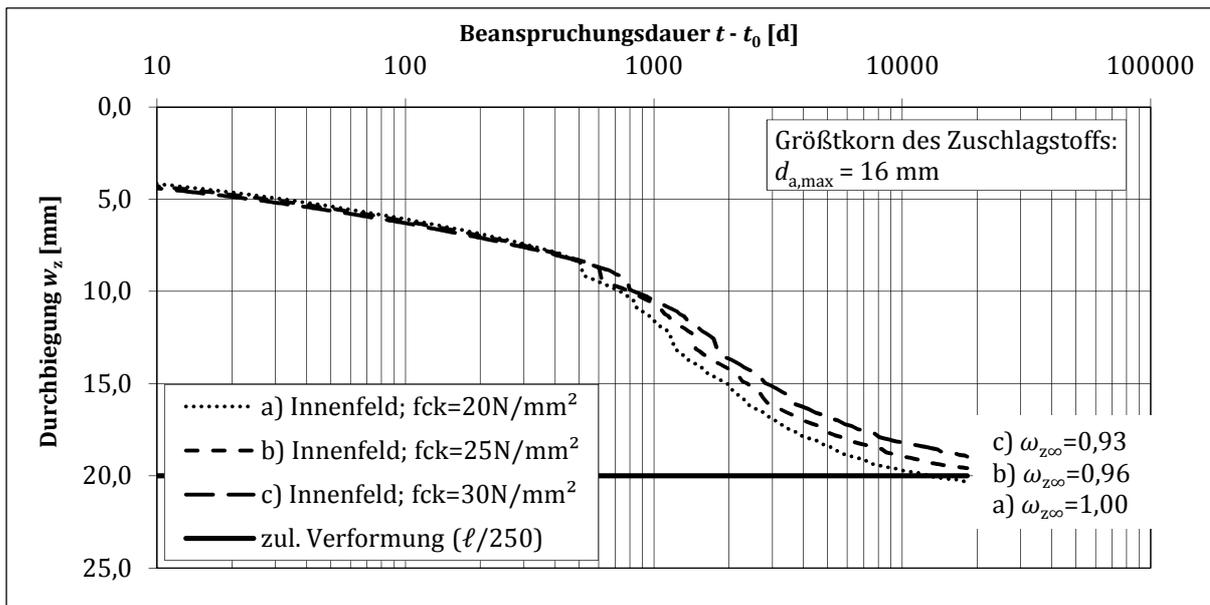


Bild C.11: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit

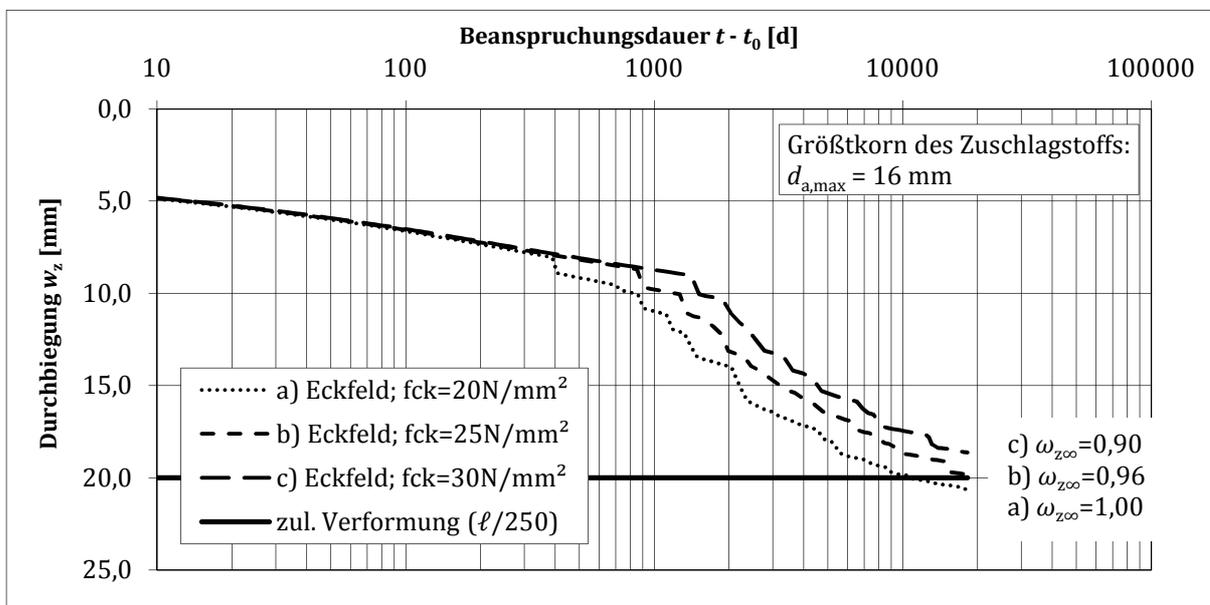


Bild C.12: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit

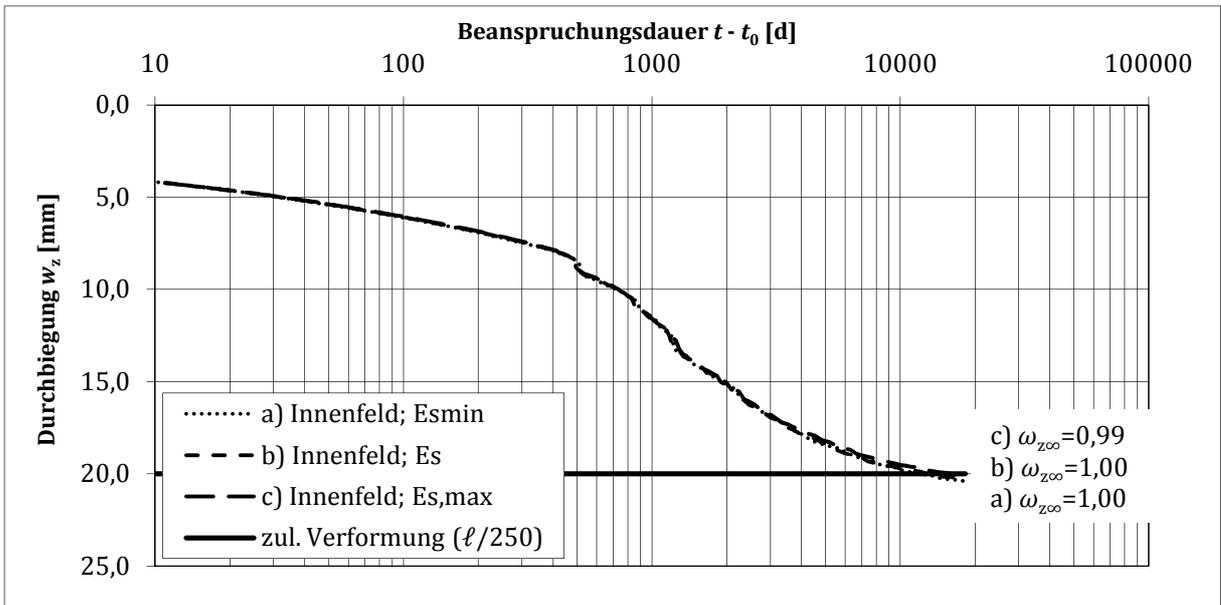


Bild C.13: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsstahl-Elastizitätsmodule

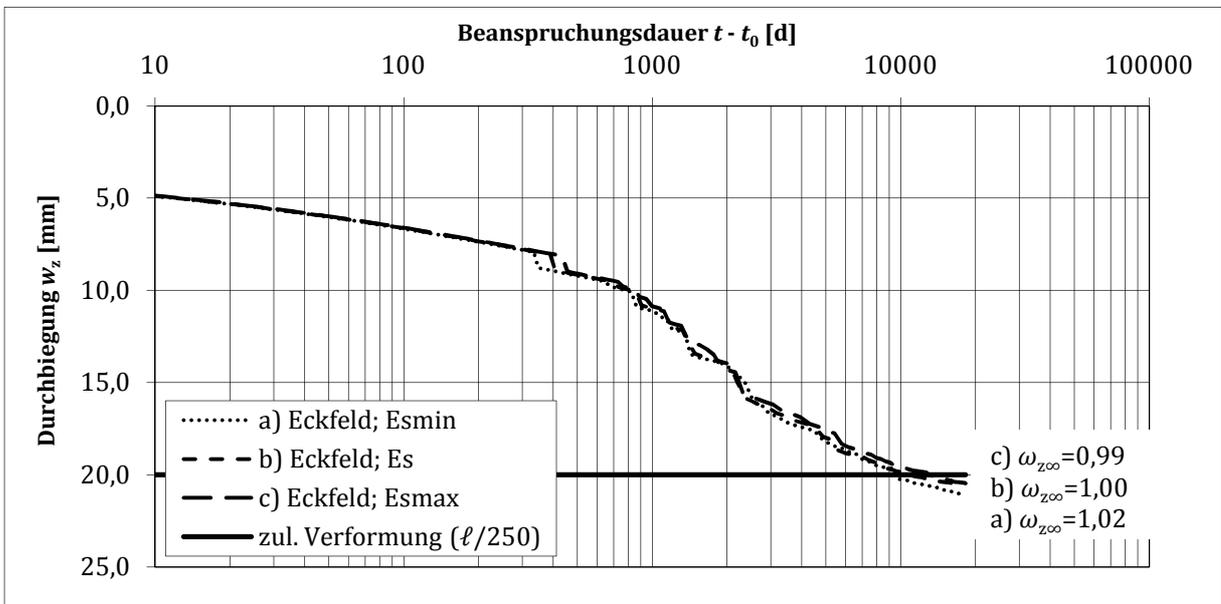


Bild C.14: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsstahl-Elastizitätsmodule

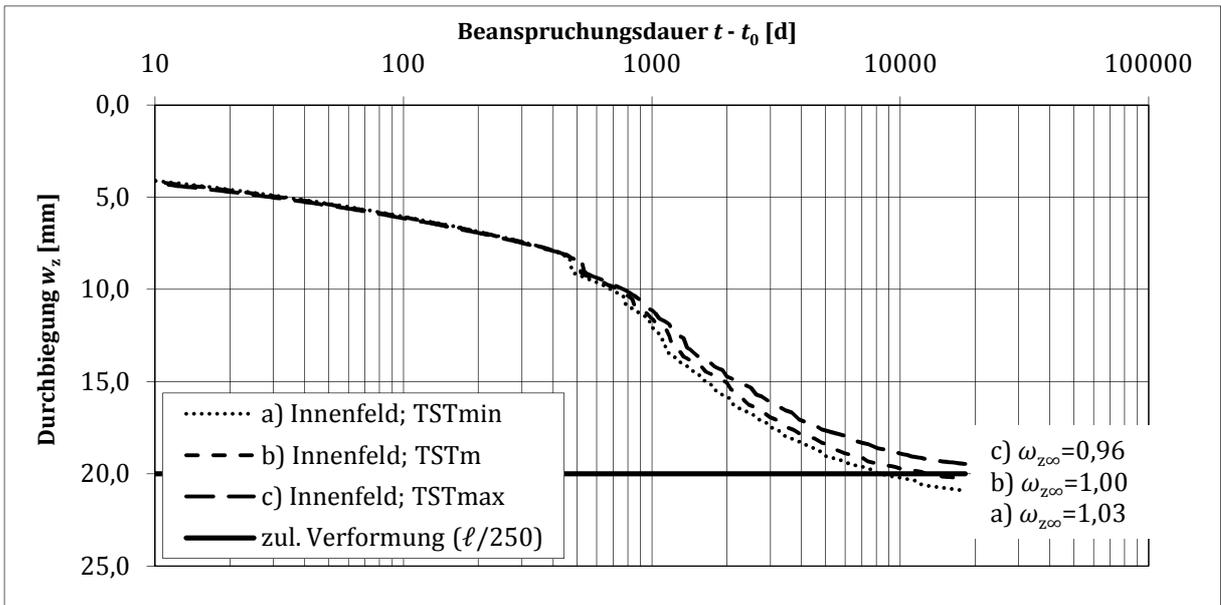


Bild C.15: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Verbundbedingungen

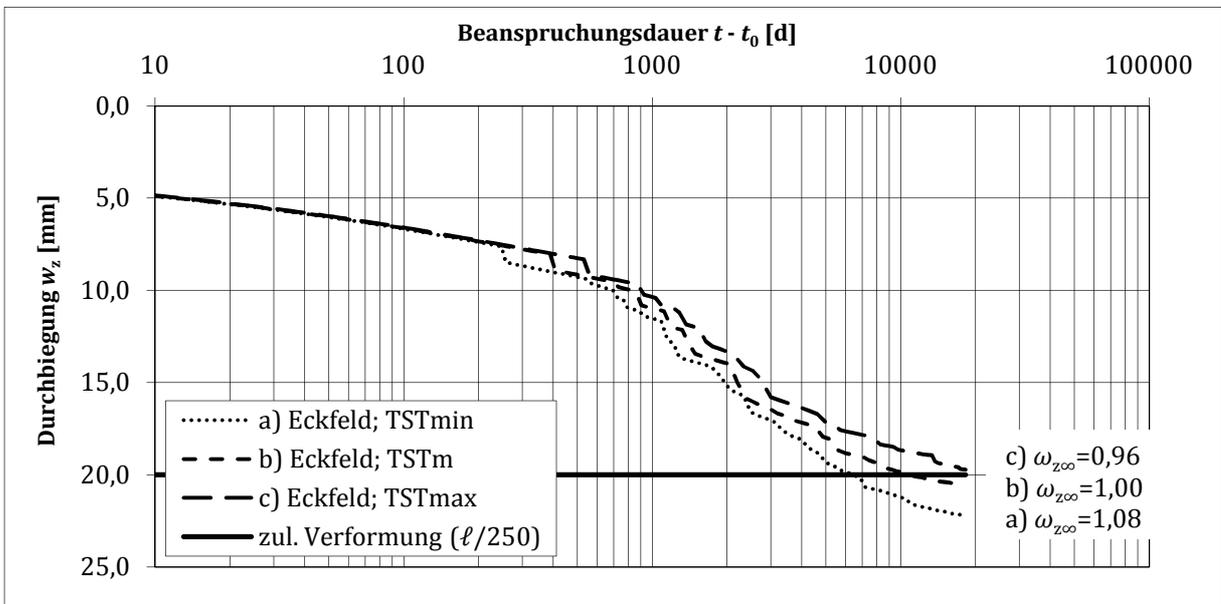


Bild C.16: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Verbundbedingungen

C.2 Umweltbedingungen

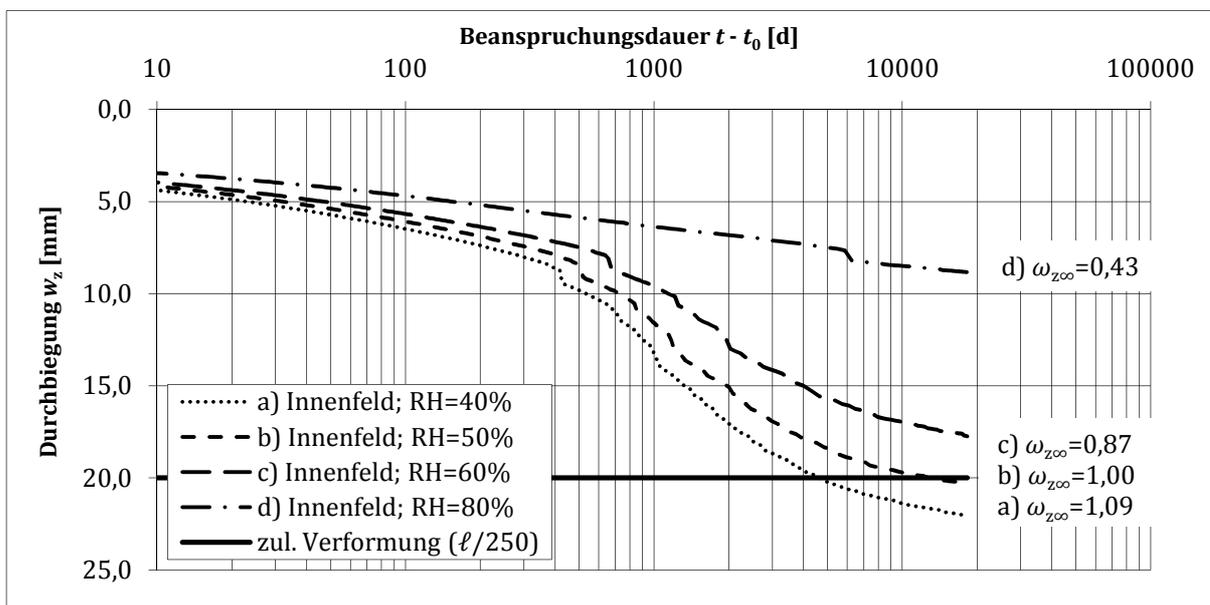


Bild C.17: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten

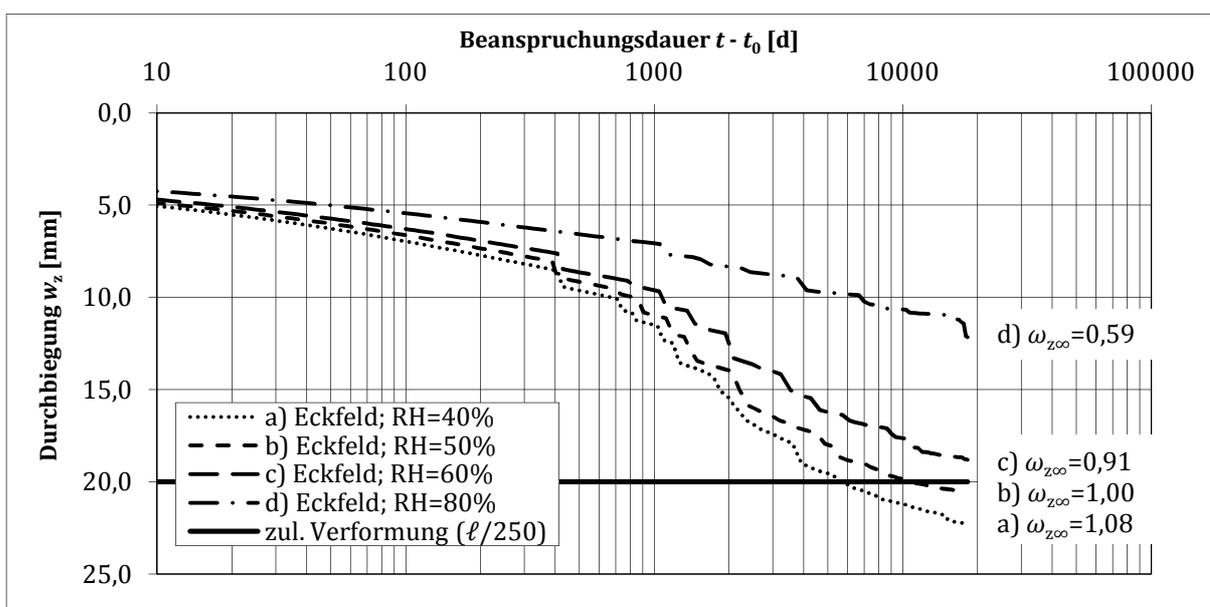


Bild C.18: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten

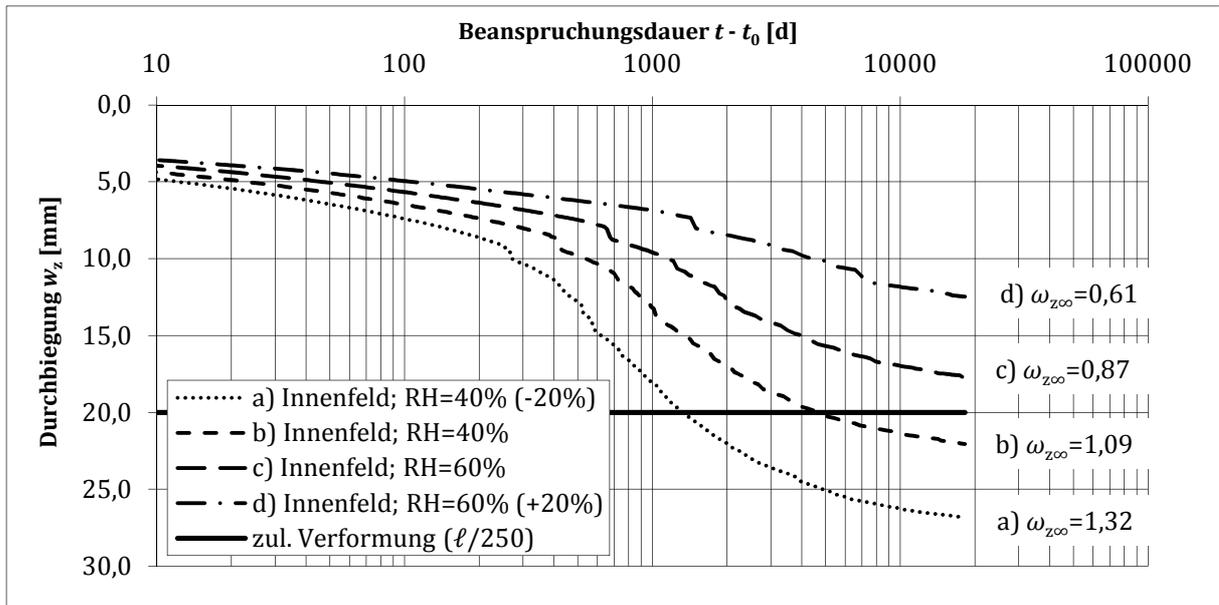


Bild C.19: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten unter Berücksichtigung der Vorhersagegenauigkeit der Kriech- und Schwindverformungen

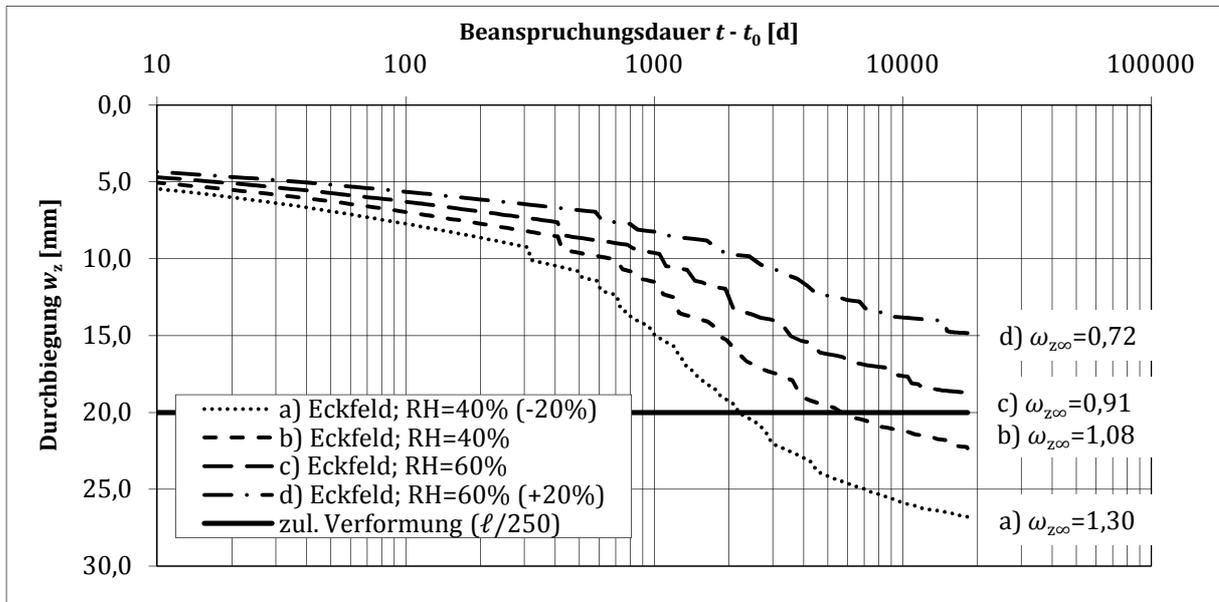


Bild C.20: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten unter Berücksichtigung der Vorhersagegenauigkeit der Kriech- und Schwindverformungen

C.3 Systemparameter

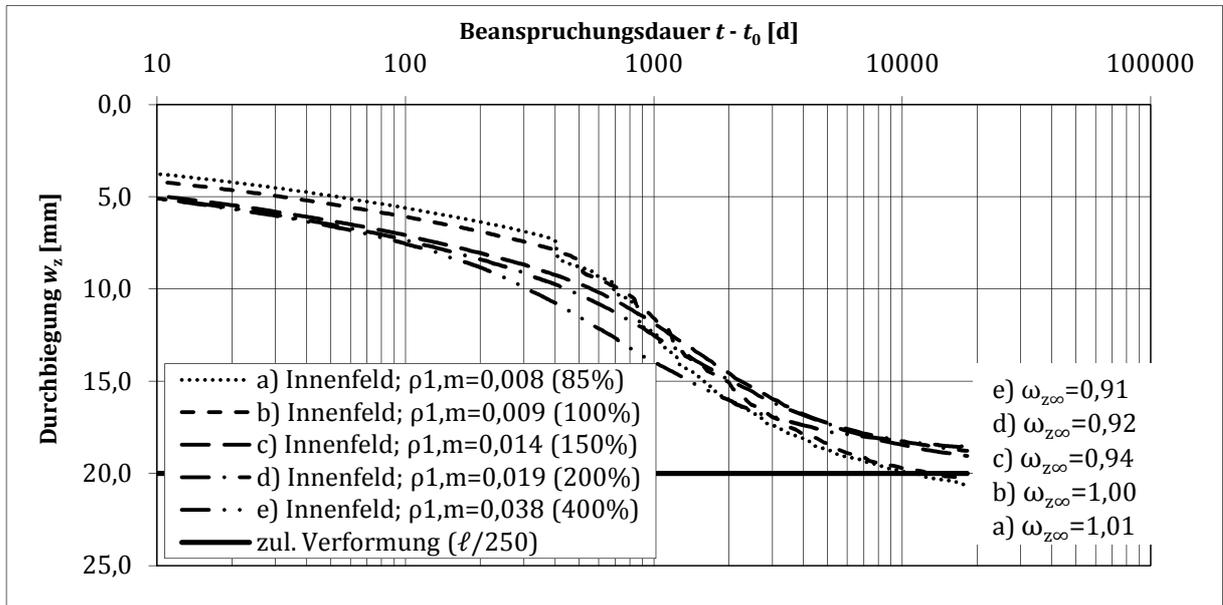


Bild C.21: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{1,m}$ der Feldbewehrung

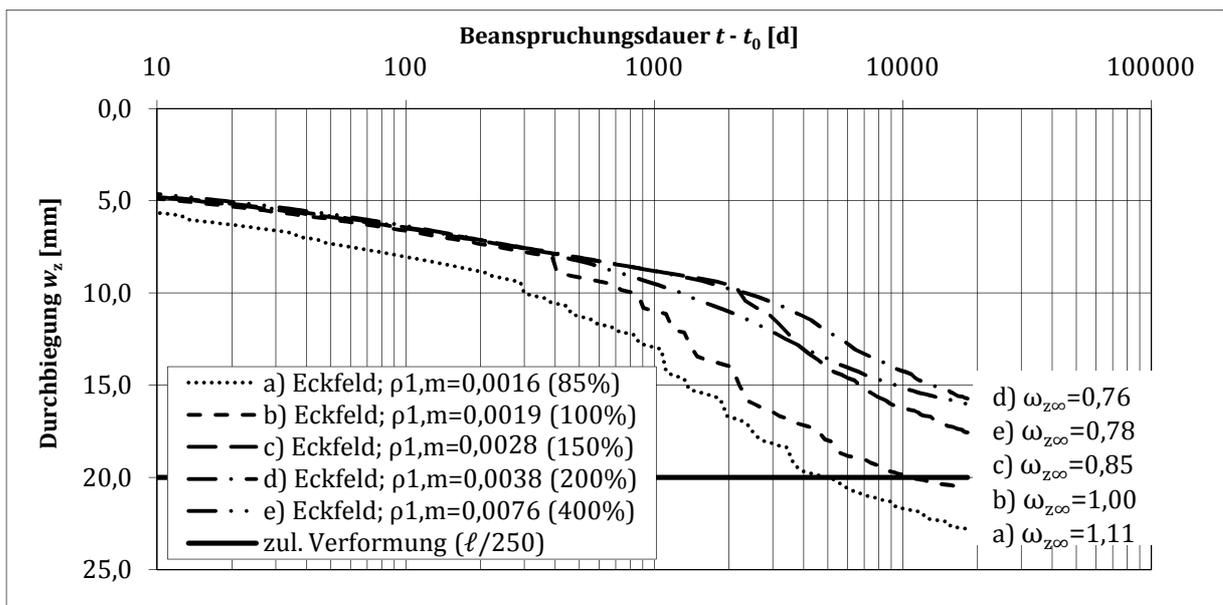


Bild C.22: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{1,m}$ der Feldbewehrung

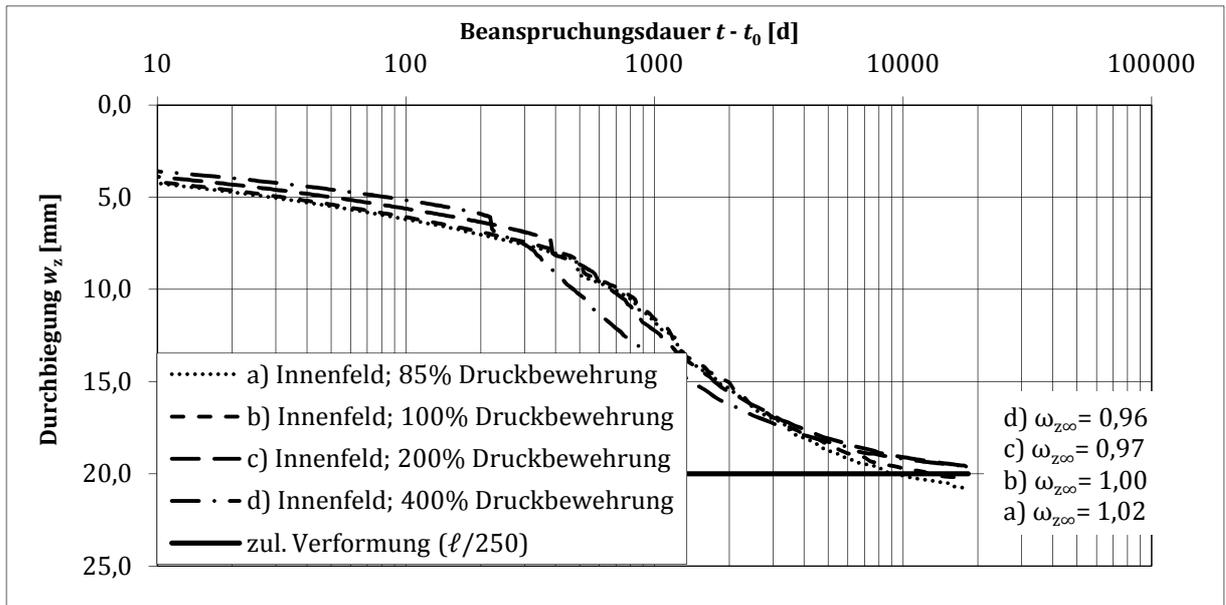


Bild C.23: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade der Druckbewehrung

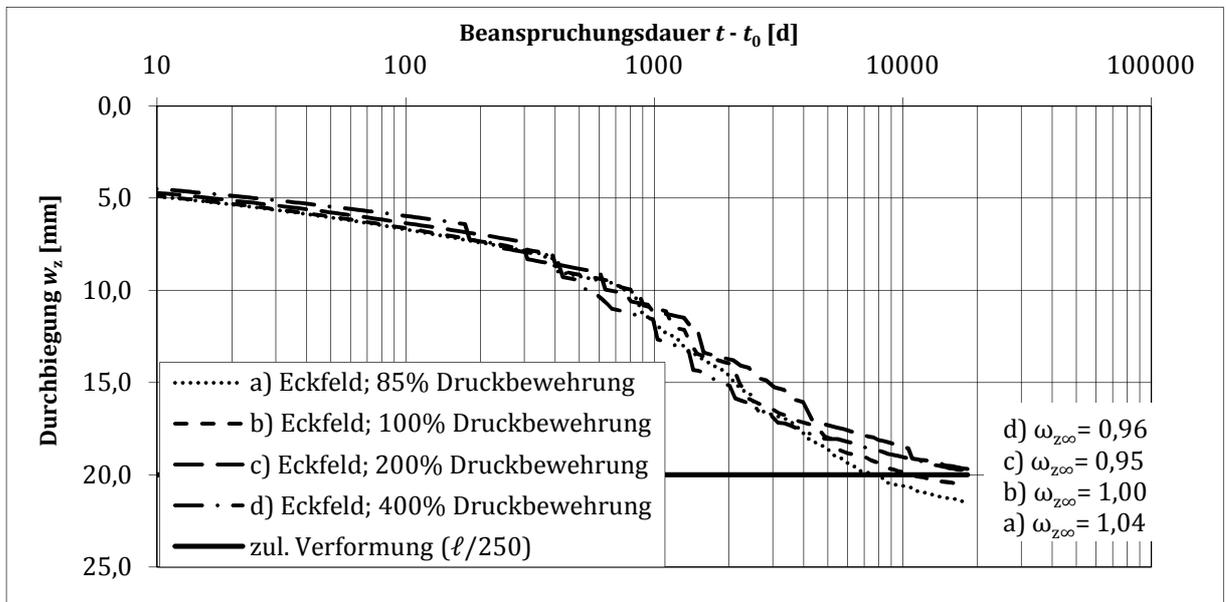


Bild C.24: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade der Druckbewehrung

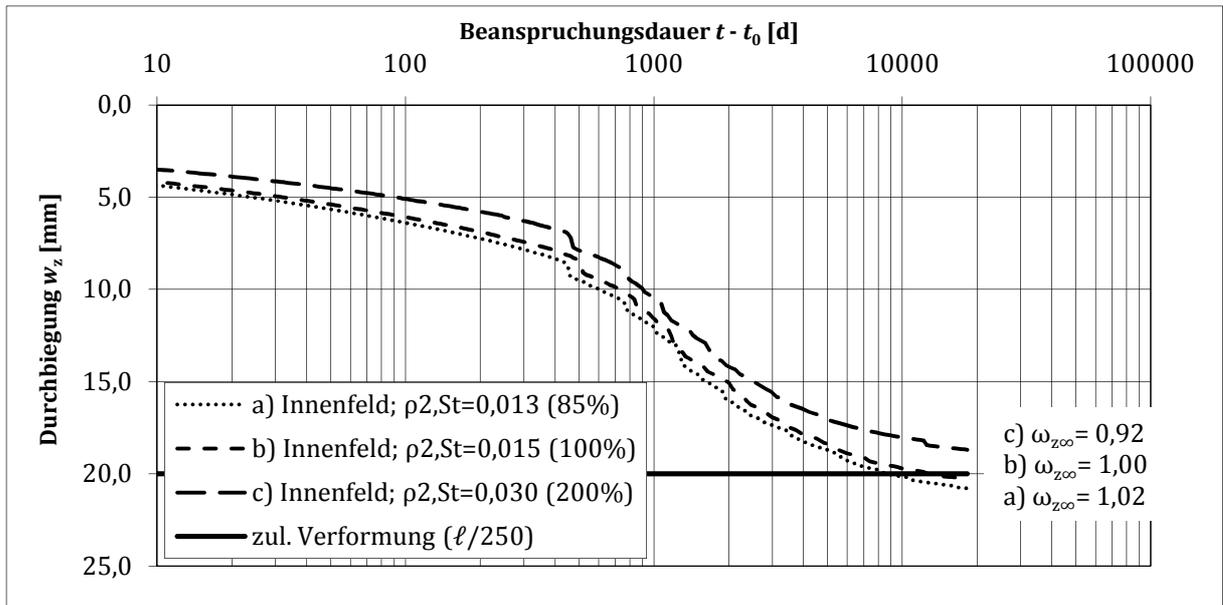


Bild C.25: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{2,St}$ der Stützbewehrung

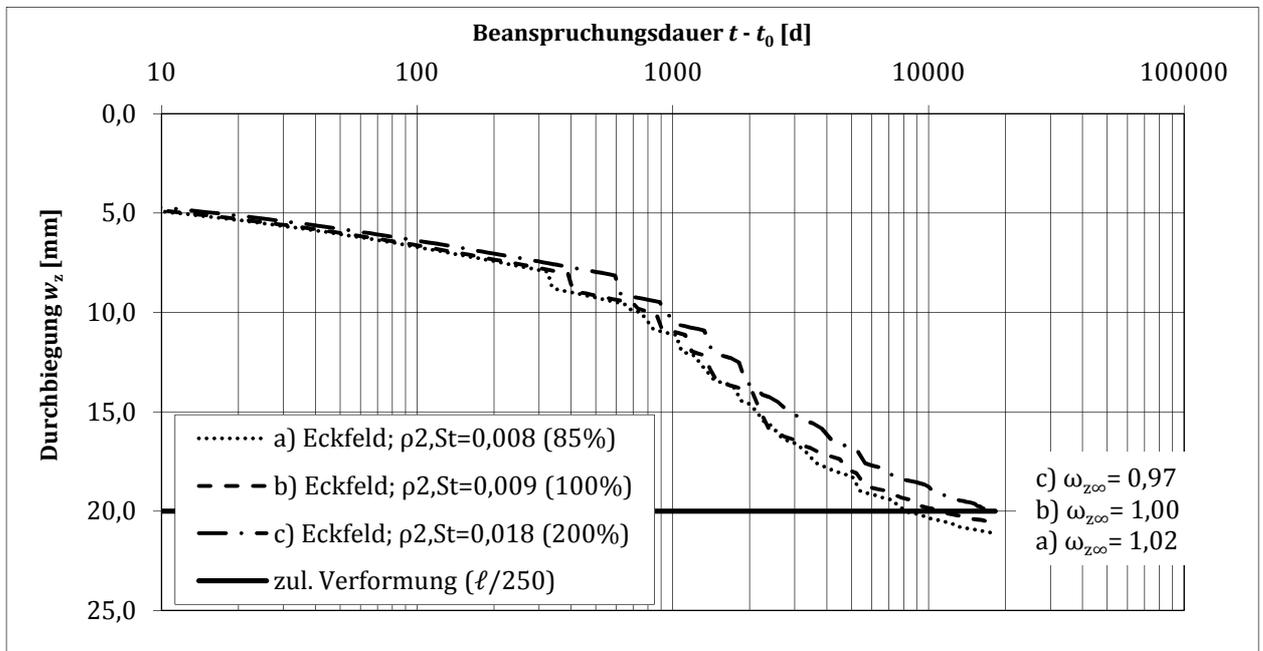


Bild C.26: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{2,St}$ der Stützbewehrung

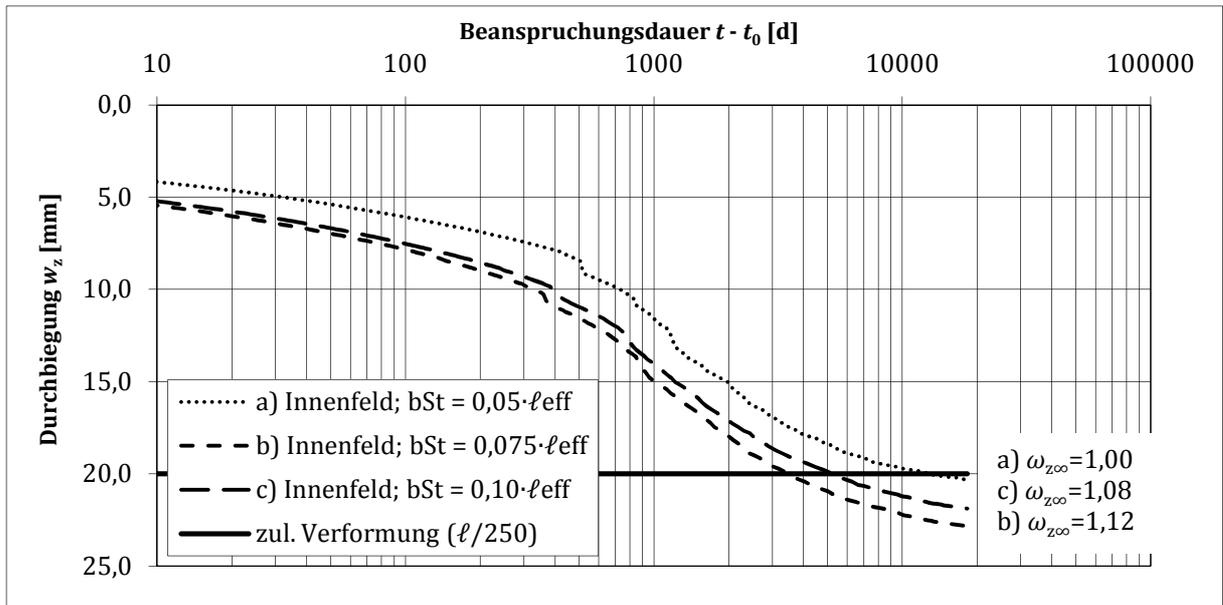


Bild C.27: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenbreiten

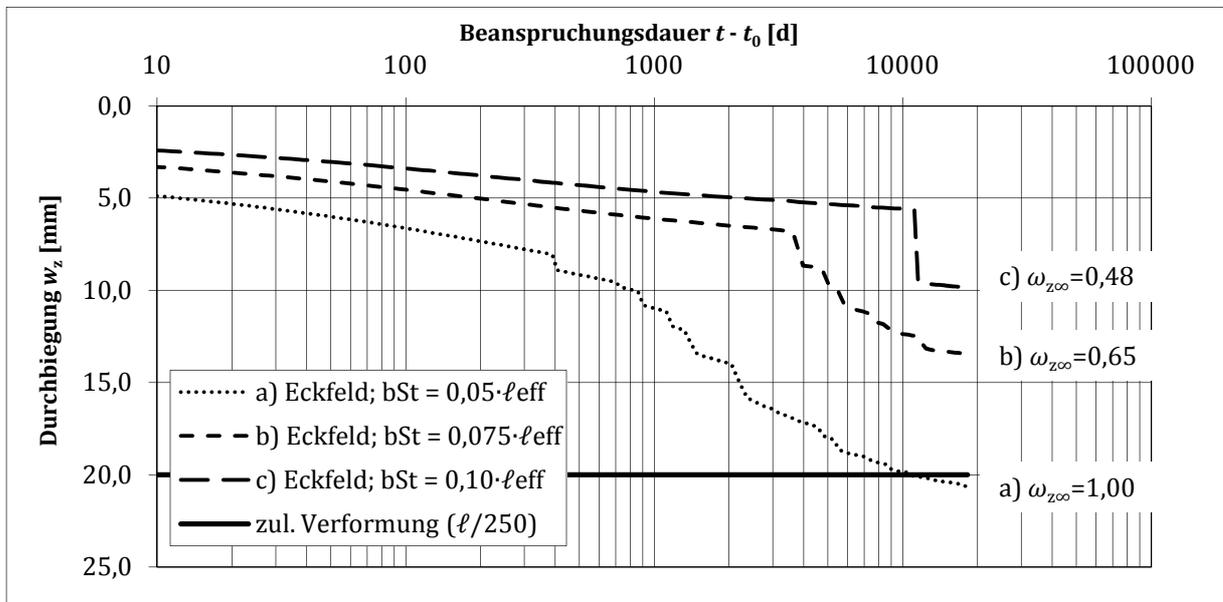


Bild C.28: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenbreiten

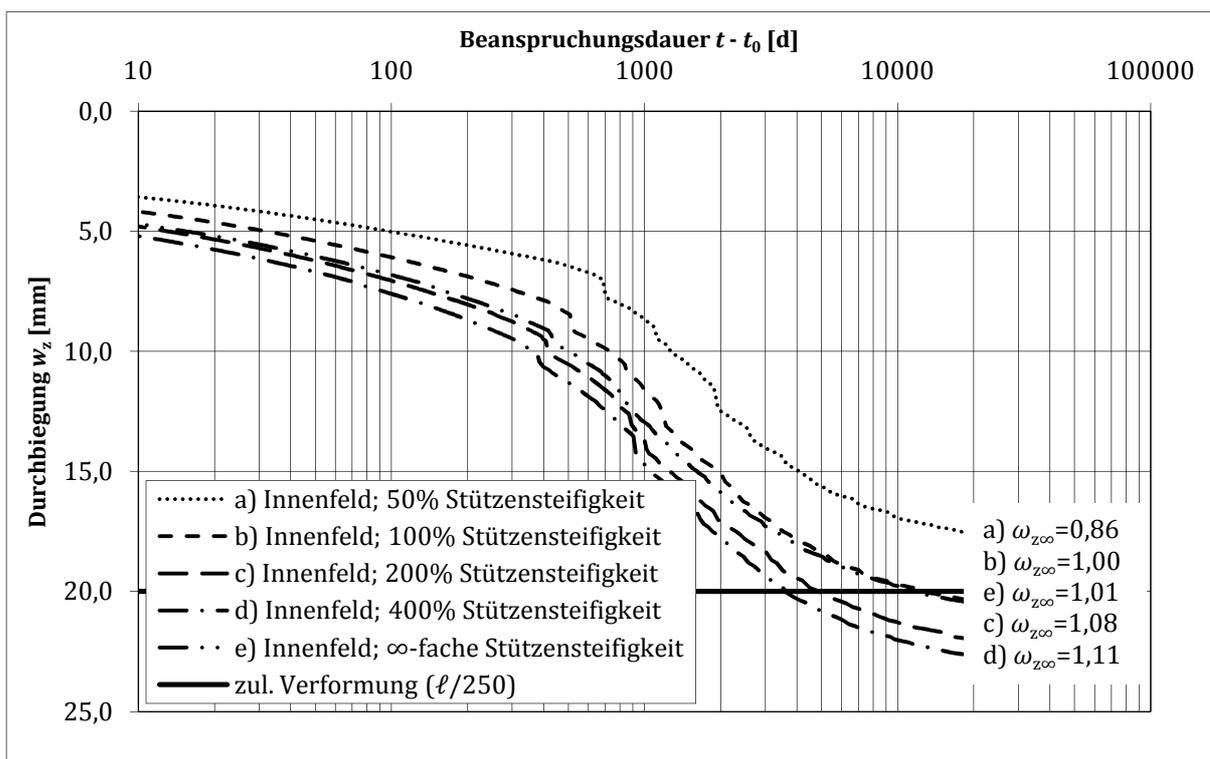


Bild C.29: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützensteifigkeiten bei $b_{St} = 0,05 \cdot \ell_{eff}$

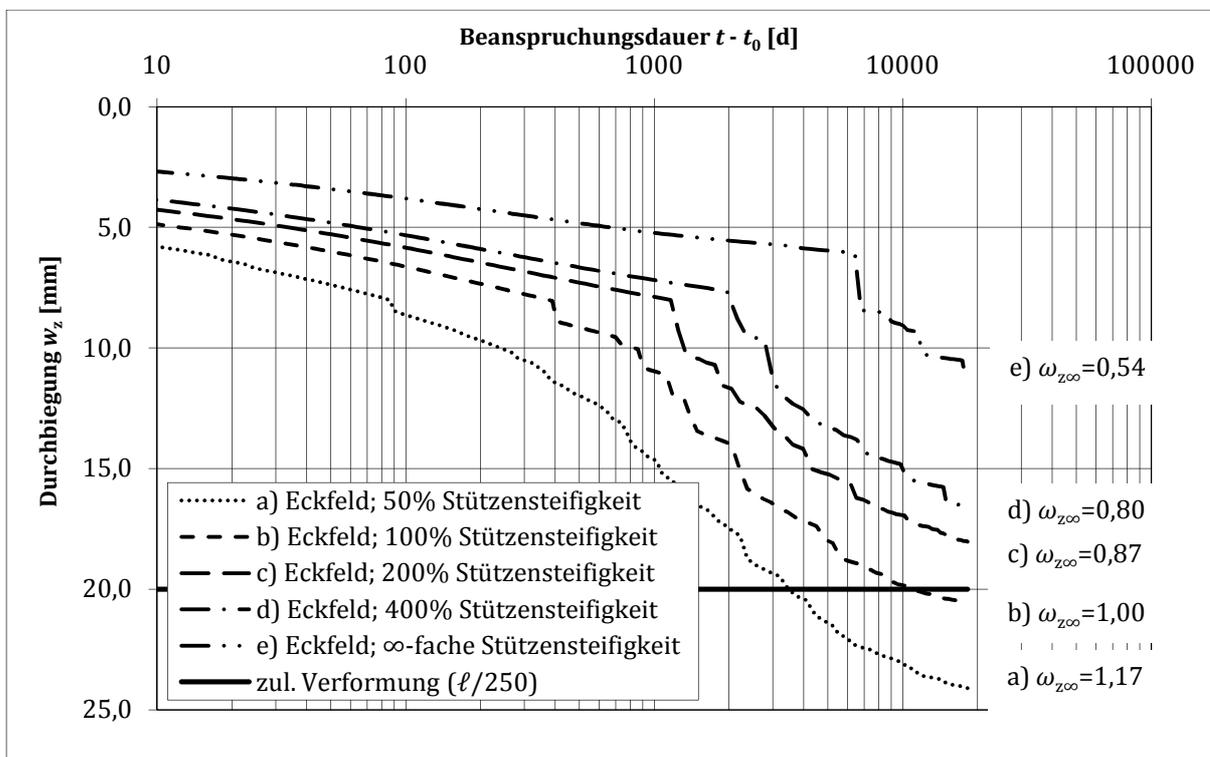


Bild C.30: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützensteifigkeiten bei $b_{St} = 0,05 \cdot \ell_{eff}$

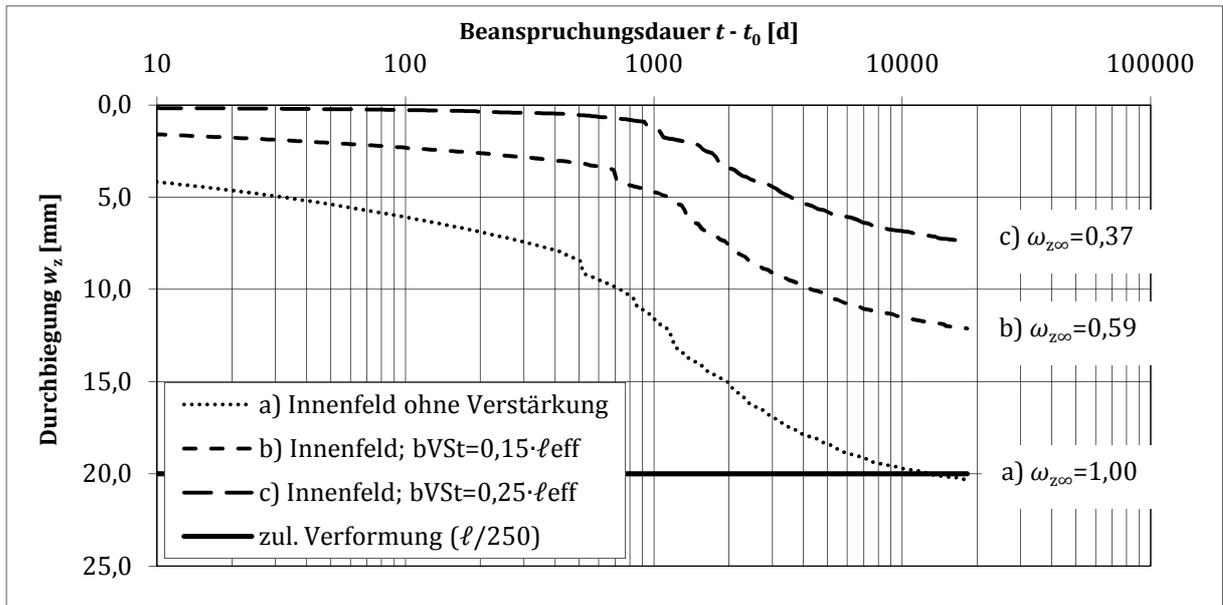


Bild C.31: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenkopfverstärkungen

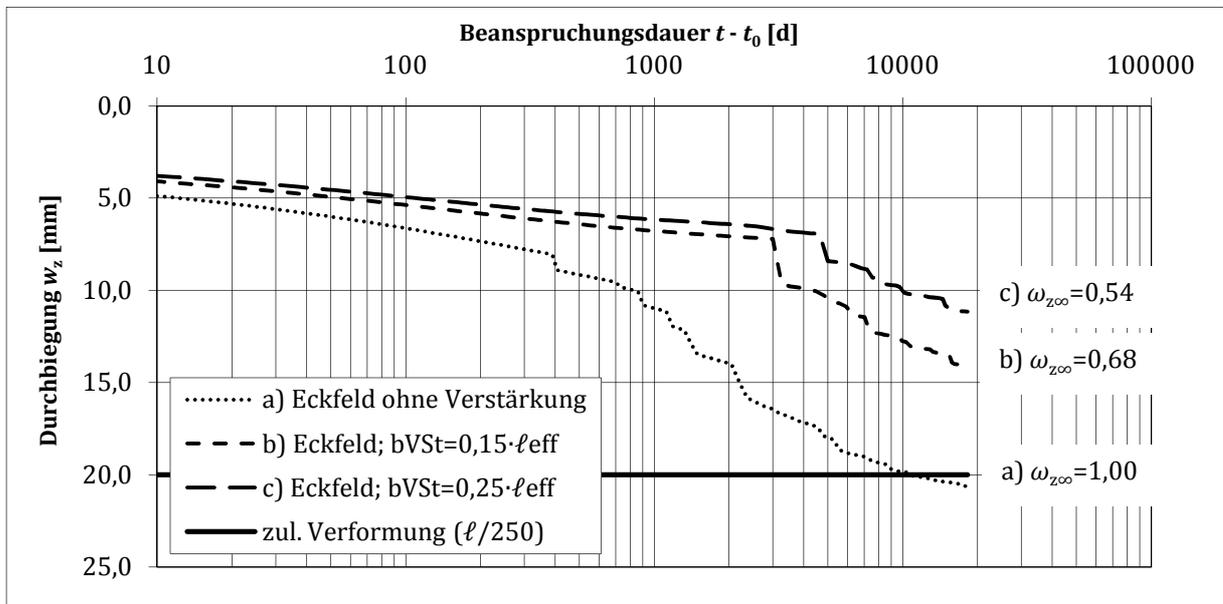


Bild C.32: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenkopfverstärkungen

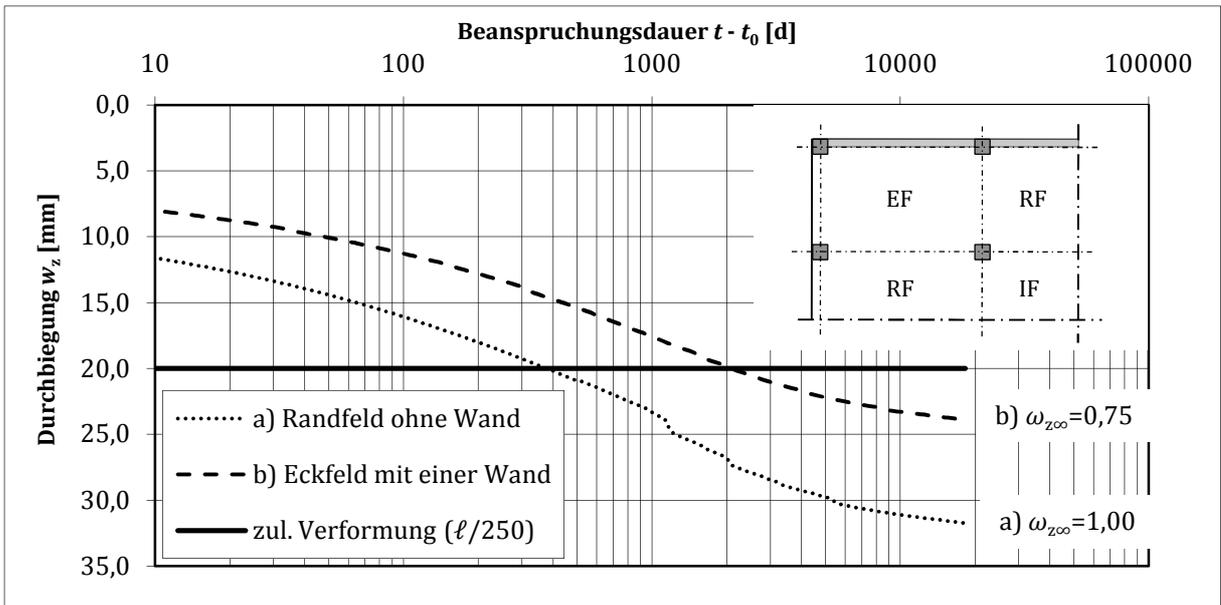


Bild C.33: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung in Feldmitte mit und ohne Stützung des freien Plattenrands, Eck- und Randfeld im Vergleich

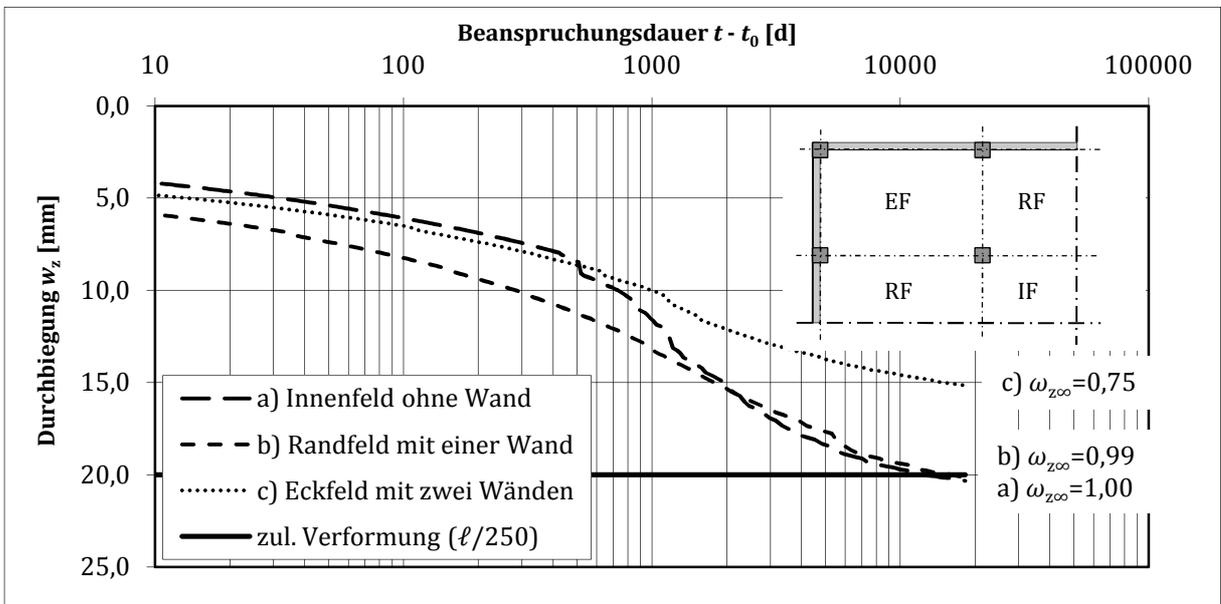


Bild C.34: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung in Feldmitte mit Stützung des freien Plattenrands, Eck- und Randfeld im Vergleich mit einem Innenfeld ohne Wand

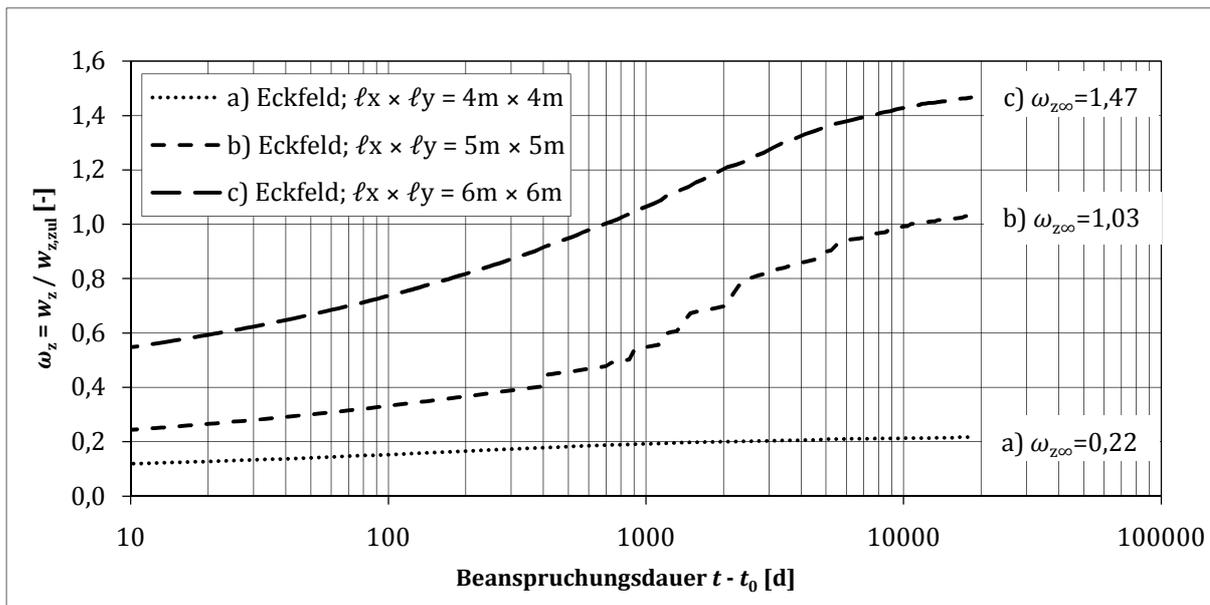


Bild C.35: Zeitlicher Verlauf der bezogenen Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützweiten für $h_{EF} = 25\text{ cm}$; Bezugswert: $w_{z,zul} = \ell_{eff}/250$

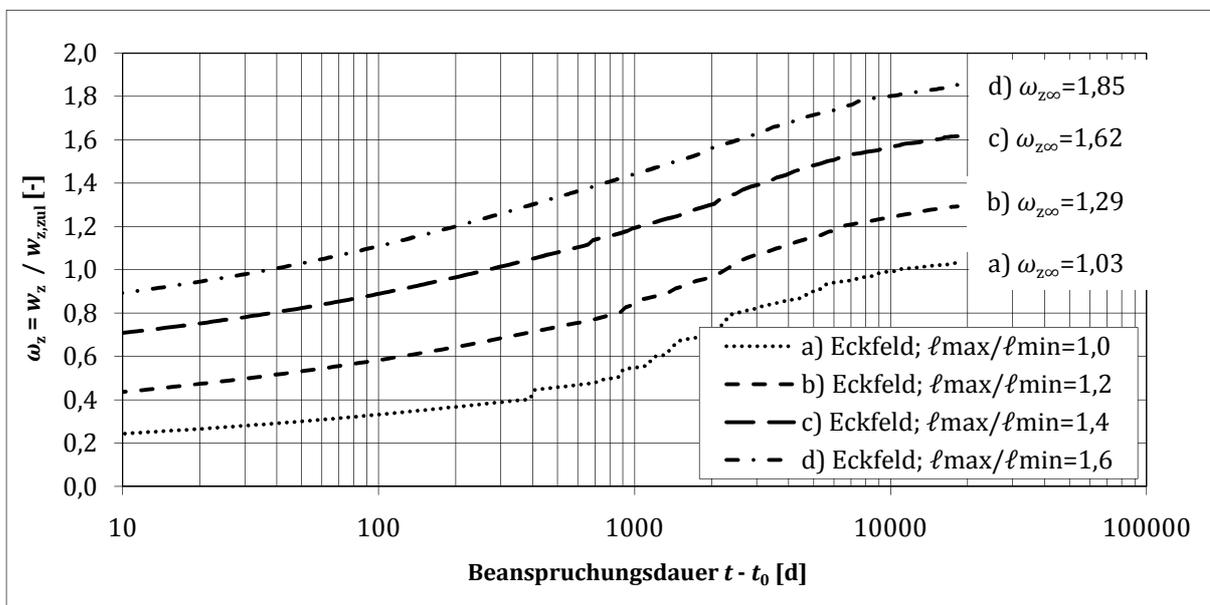


Bild C.36: Zeitlicher Verlauf der bezogenen Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds für unterschiedliche Stützweitenverhältnisse für $h_{EF} = 25\text{ cm}$; Bezugswert: $w_{z,zul} = \ell_{geo}/250$

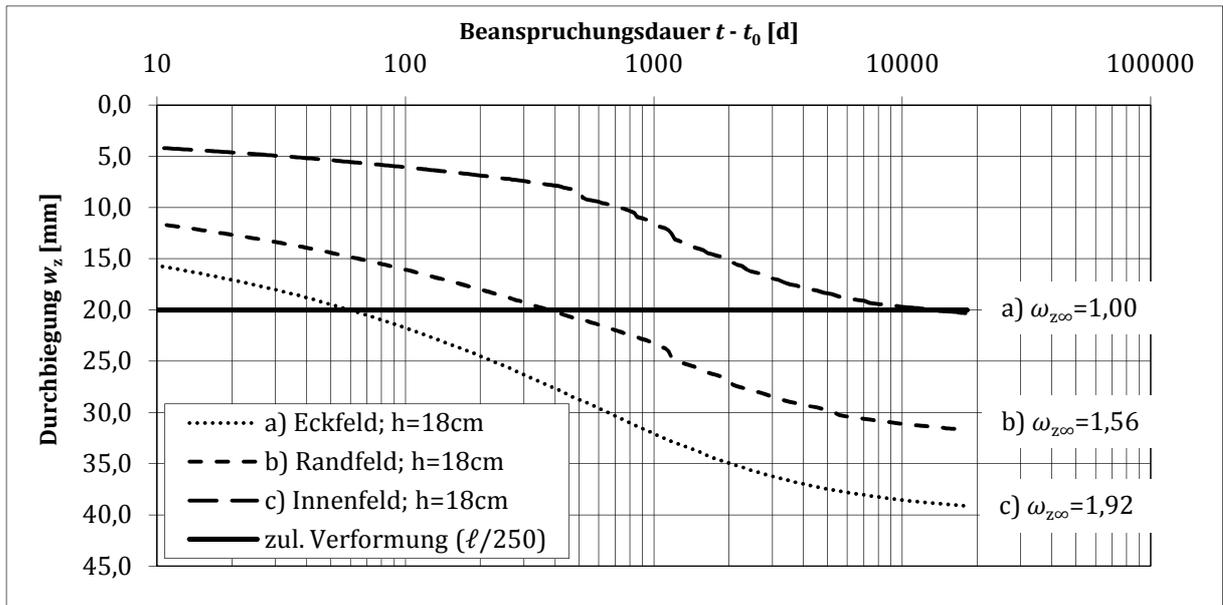


Bild C.37: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eck-, Rand- und Innenfelds in Feldmitte bei einer Querschnittshöhe von $h = 18 \text{ cm}$

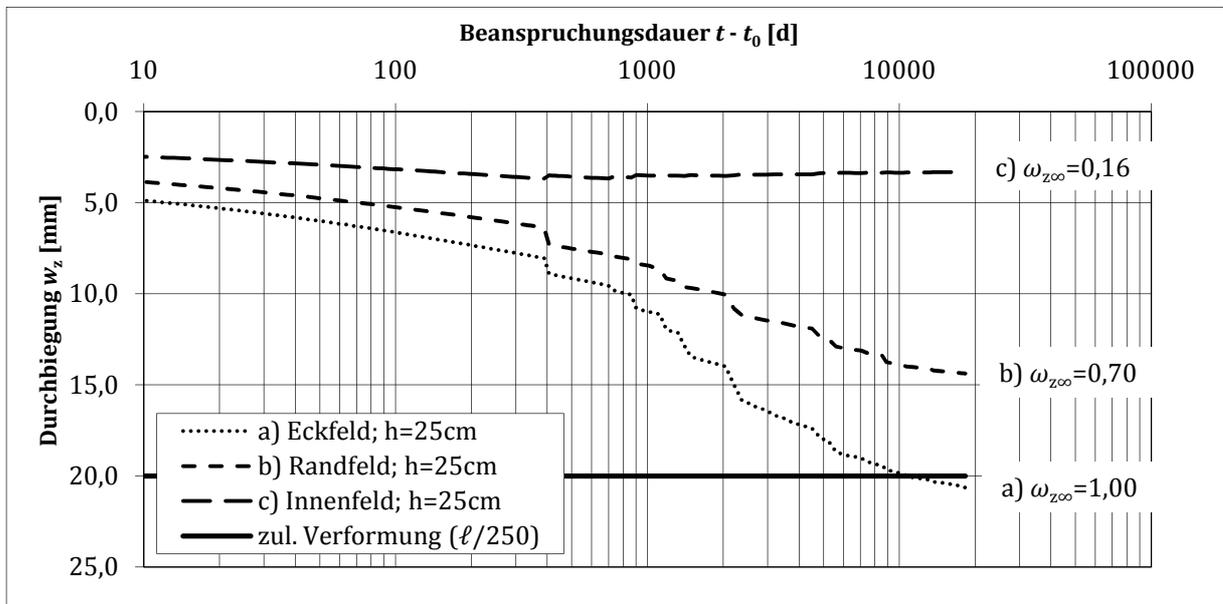


Bild C.38: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eck-, Rand- und Innenfelds in Feldmitte bei einer Querschnittshöhe von $h = 25 \text{ cm}$

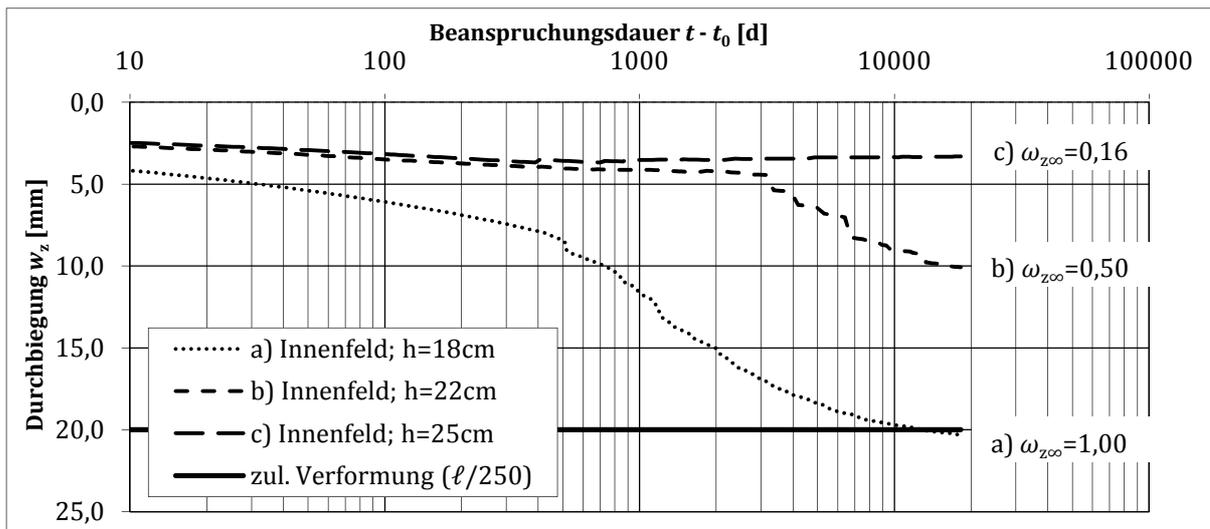


Bild C.39: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Querschnittshöhen

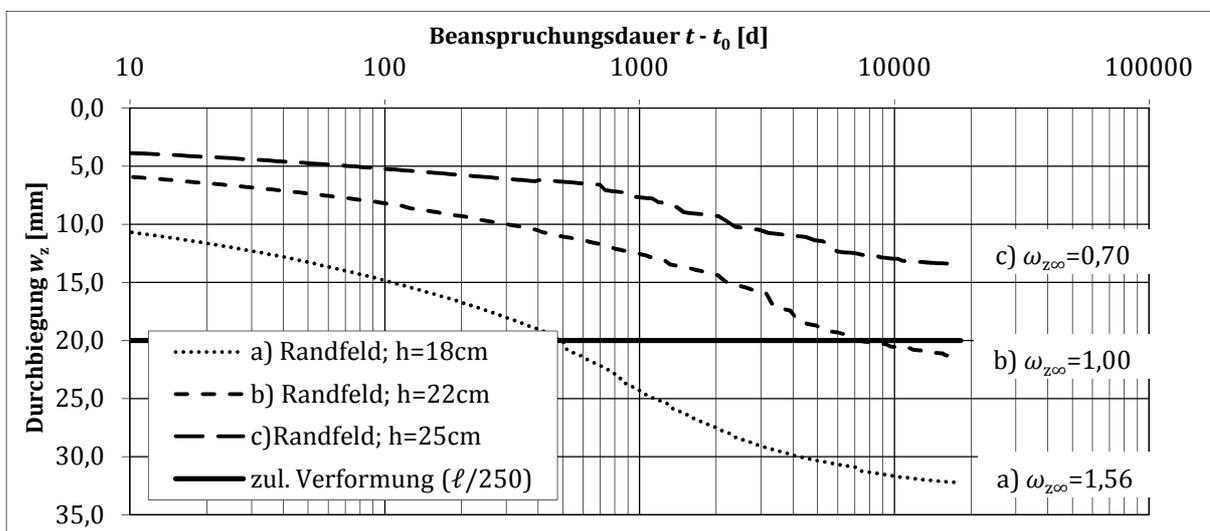


Bild C.40: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Randfelds in Feldmitte für unterschiedliche Querschnittshöhen

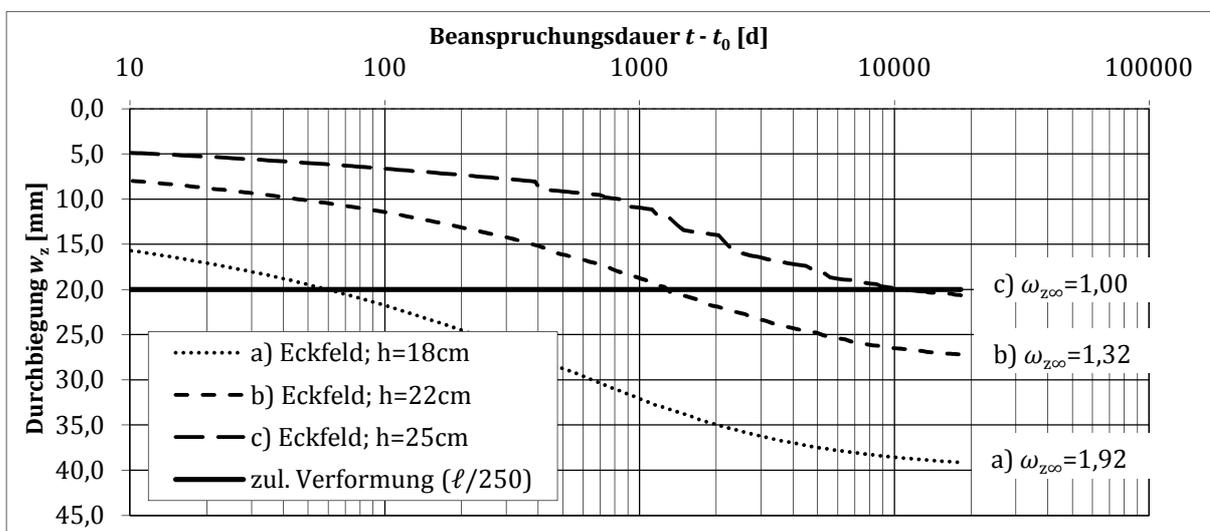


Bild C.41: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Querschnittshöhen

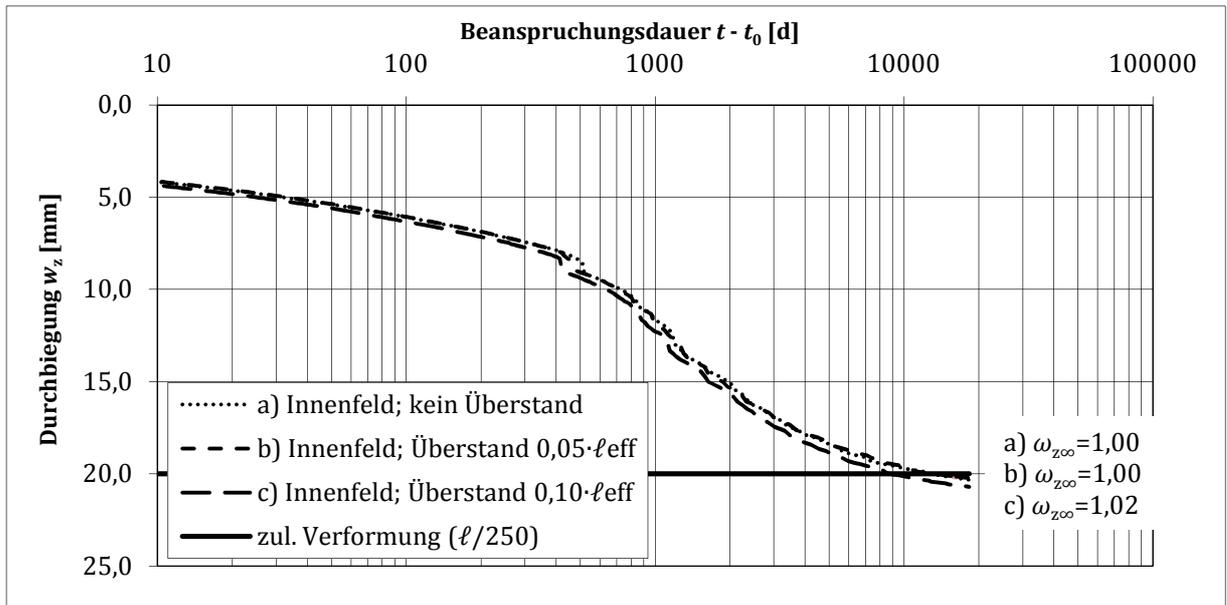


Bild C.42: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Längen der Plattenüberstände

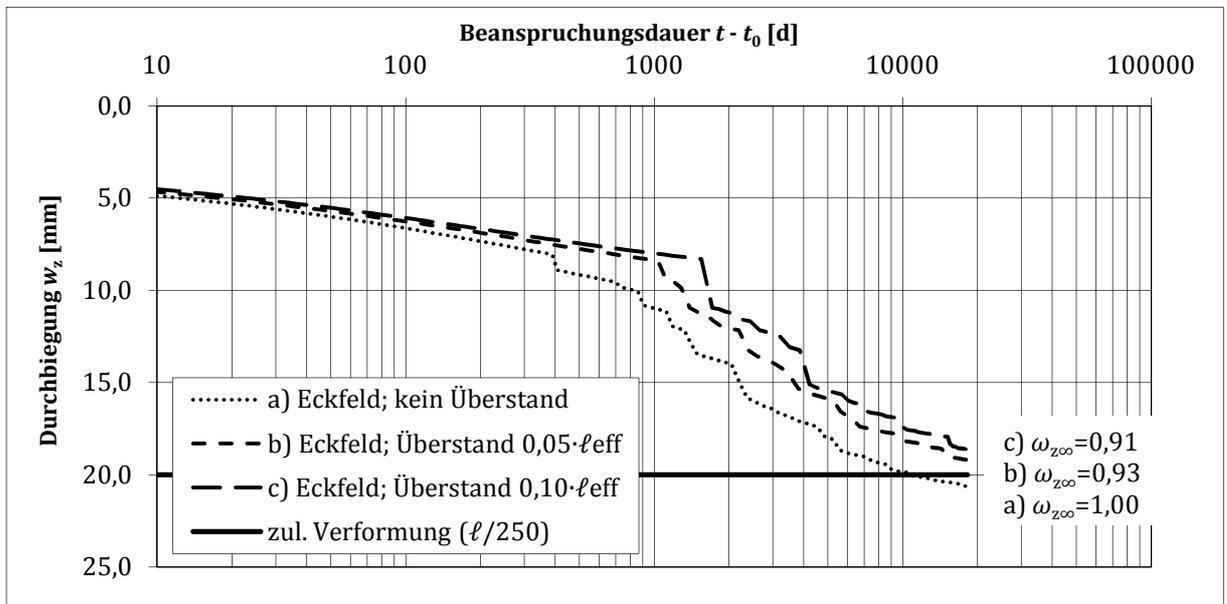


Bild C.43: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Längen der Plattenüberstände

C.4 Lastparameter

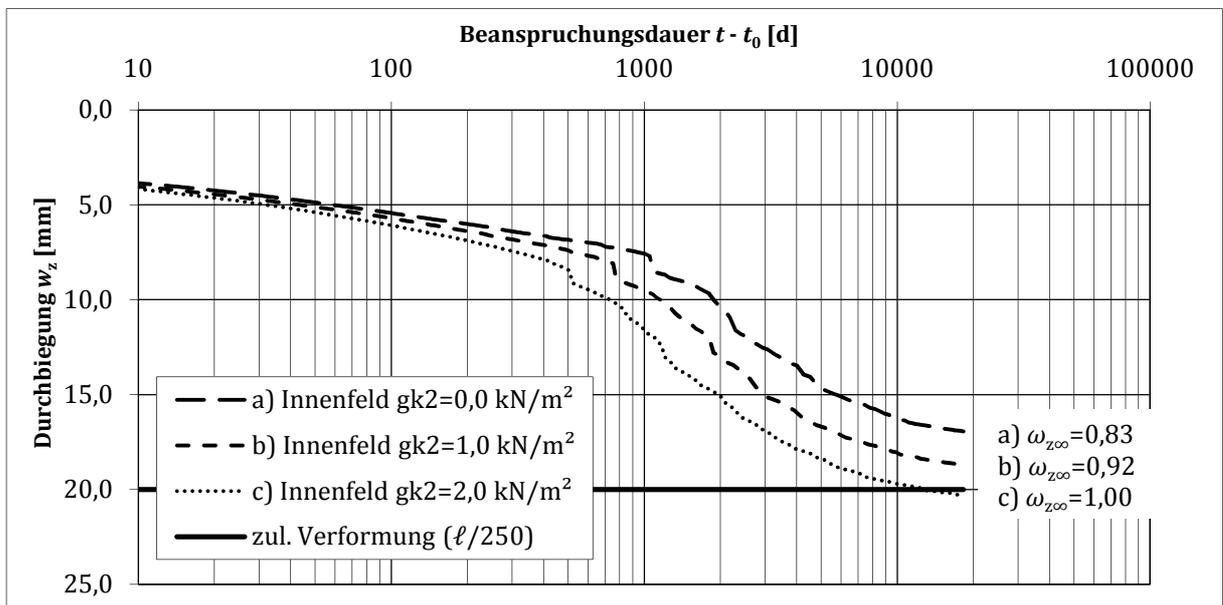


Bild C.44: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Ausbaulast

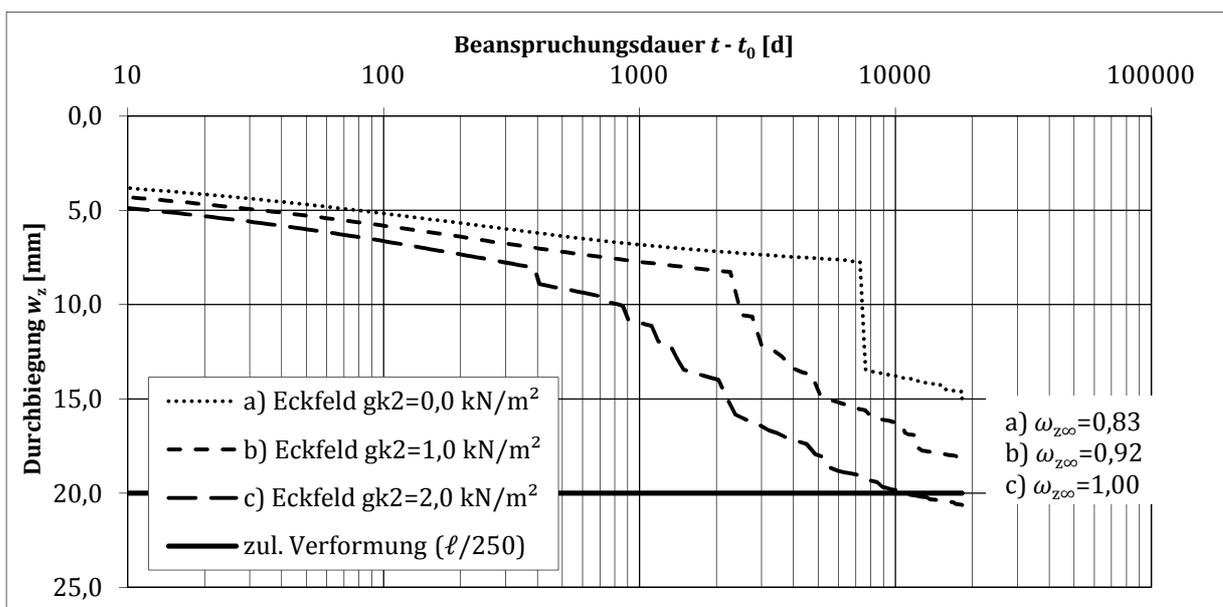


Bild C.45: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Ausbaulast

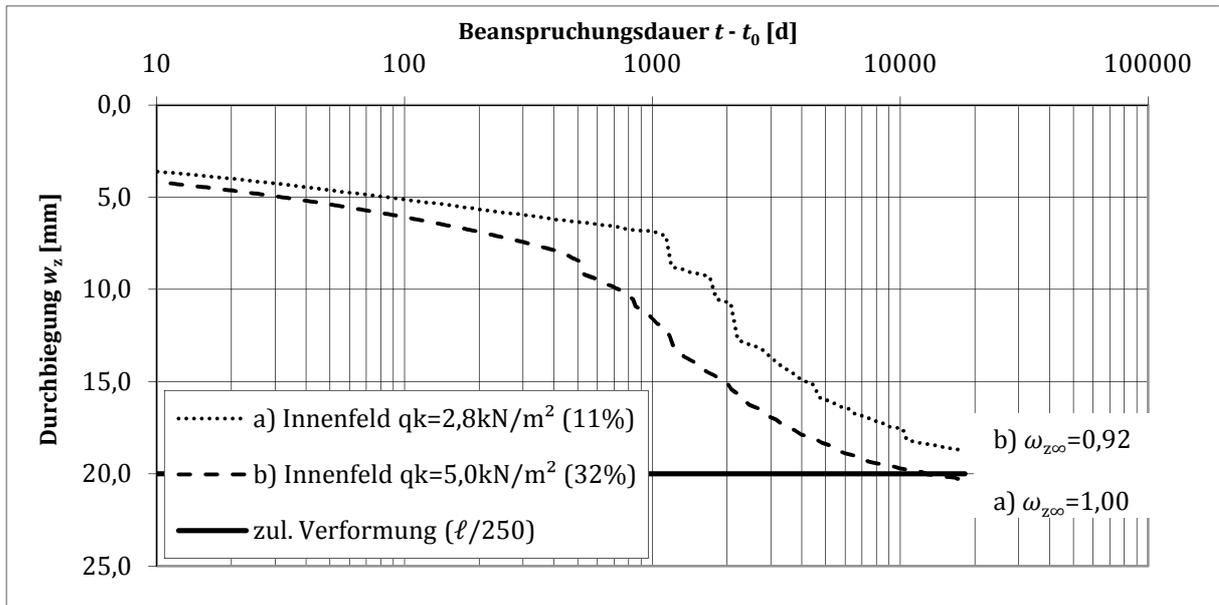


Bild C.46: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Verkehrslast; Klammerwerte: Anteil an der Gesamtlast

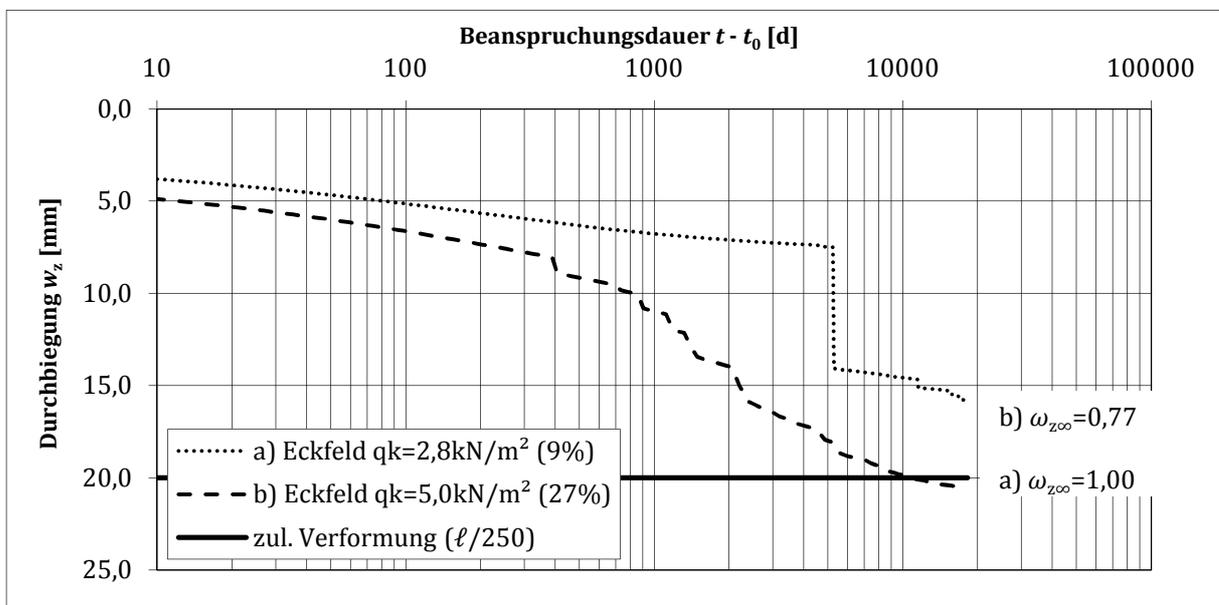


Bild C.47: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Verkehrslast; Klammerwerte: Anteil an der Gesamtlast

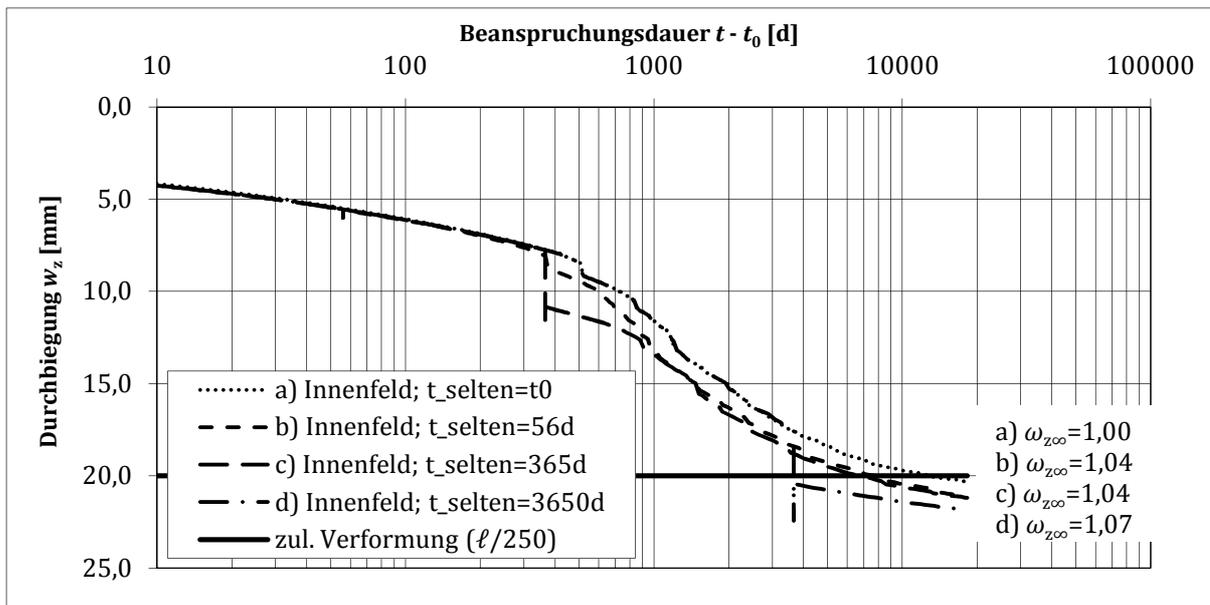


Bild C.48: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Einwirkens der seltenen Beanspruchungskombination

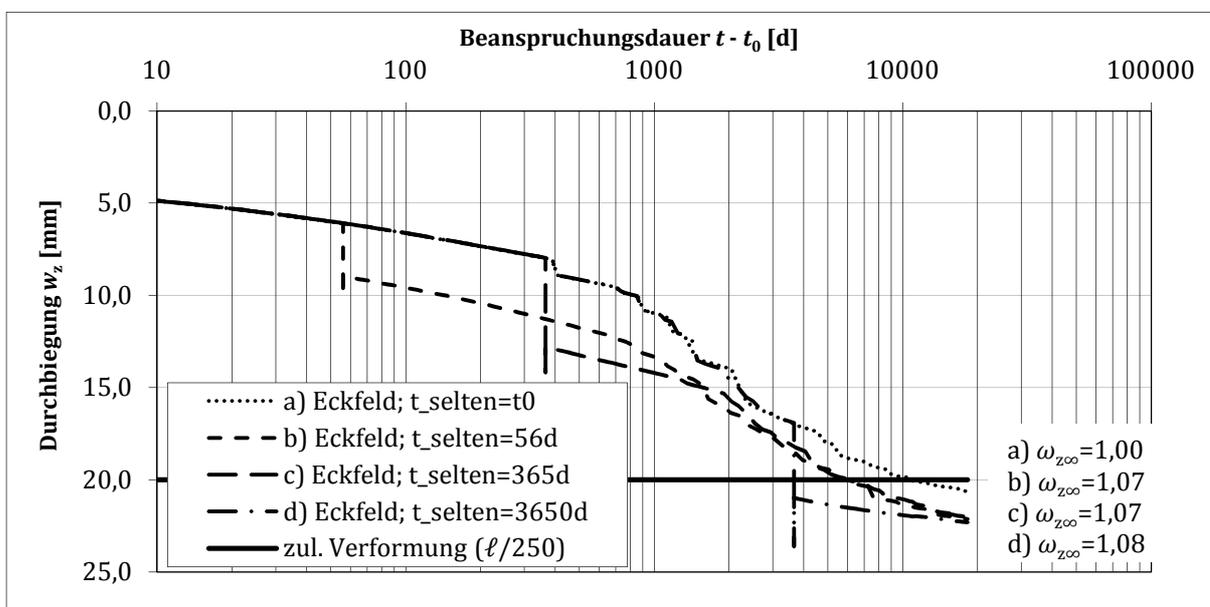


Bild C.49: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Einwirkens der seltenen Beanspruchungskombination

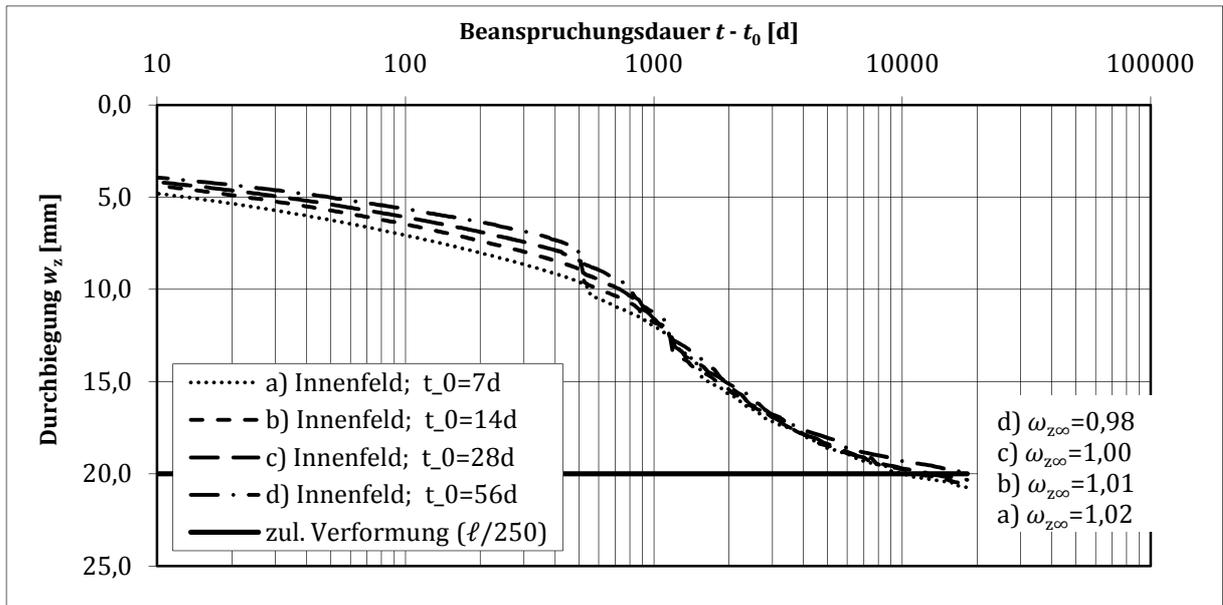


Bild C.50: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Belastungsbeginns

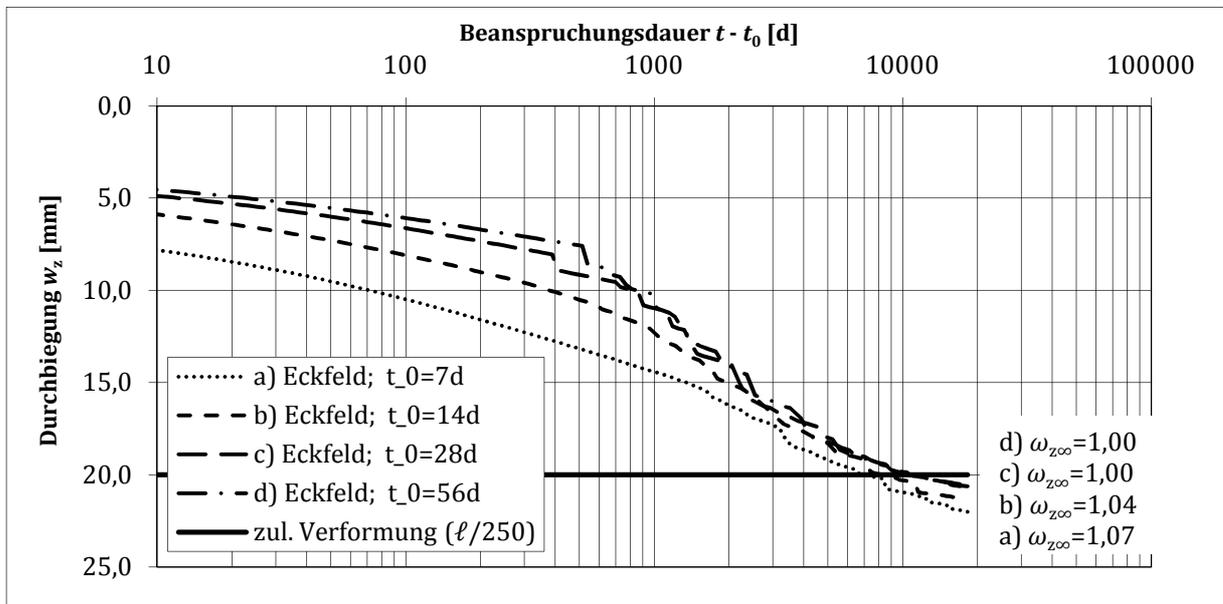


Bild C.51: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Belastungsbeginns

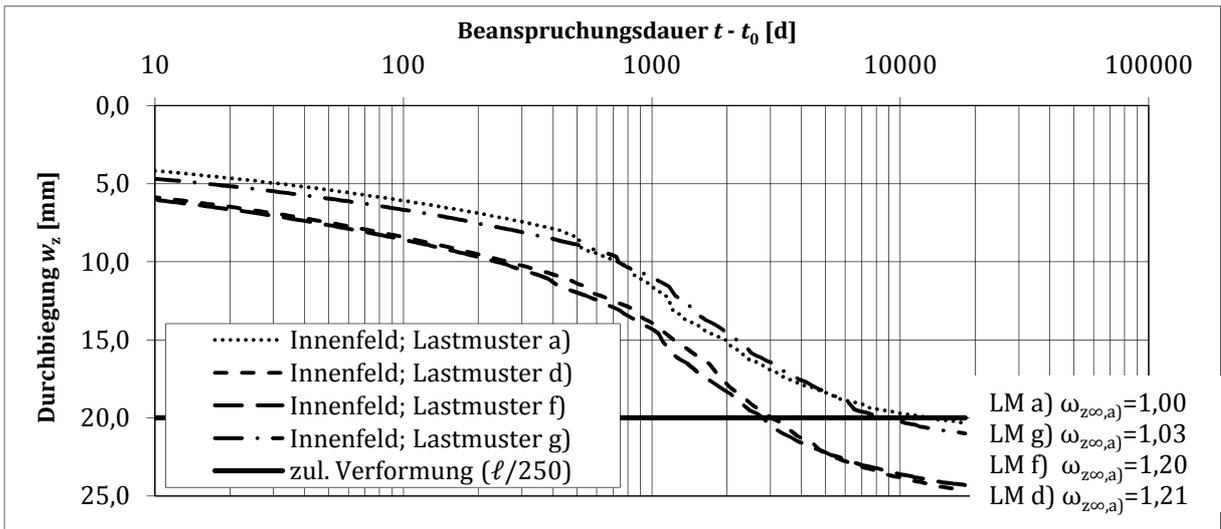


Bild C.52: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Laststellungen

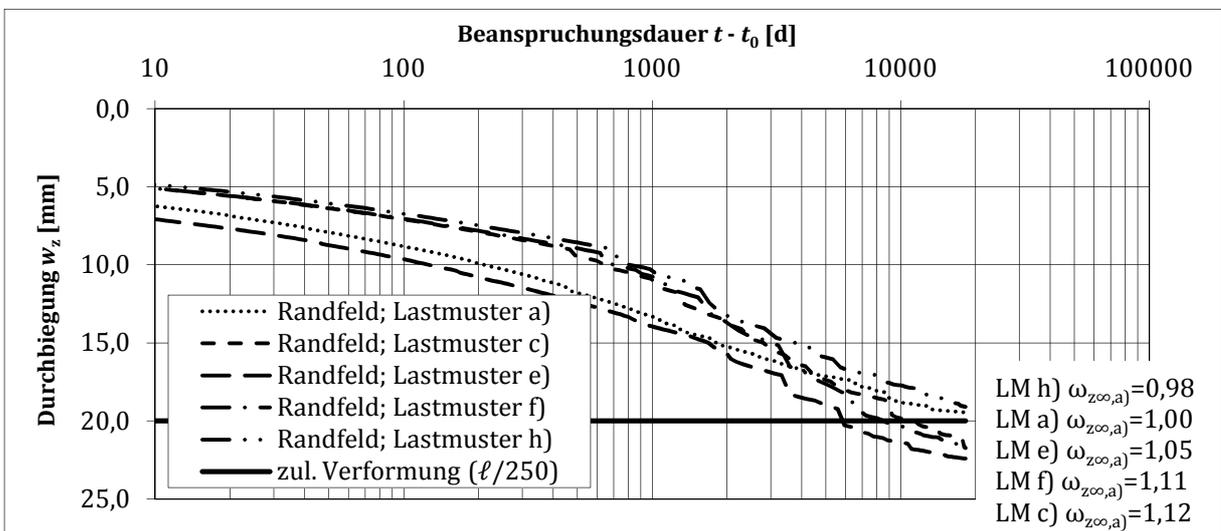


Bild C.53: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Randfelds in Feldmitte für unterschiedliche Laststellungen

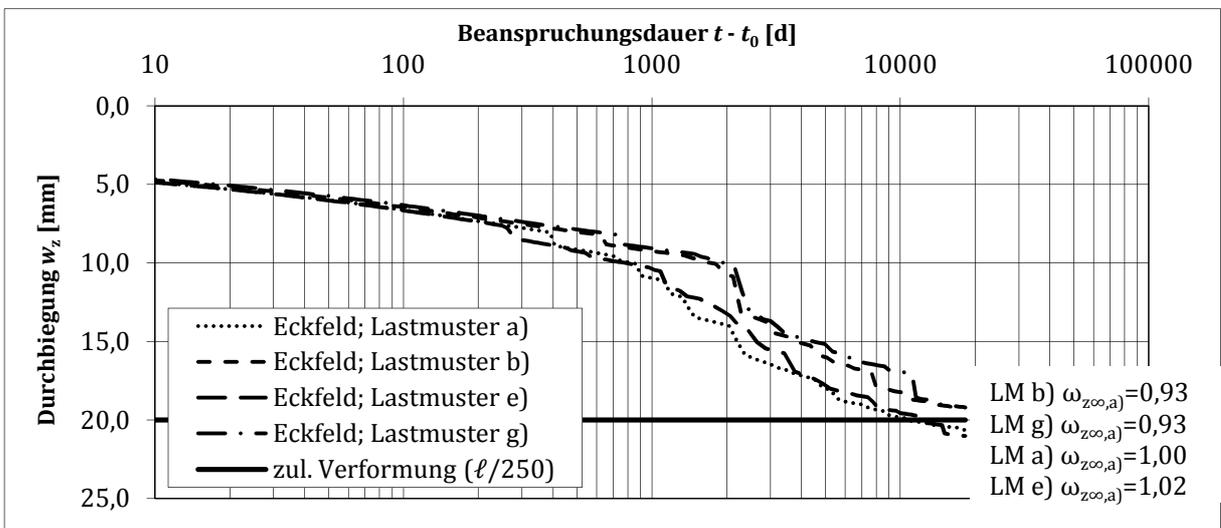


Bild C.54: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Laststellungen

C.5 Rechen- und Modellunsicherheiten

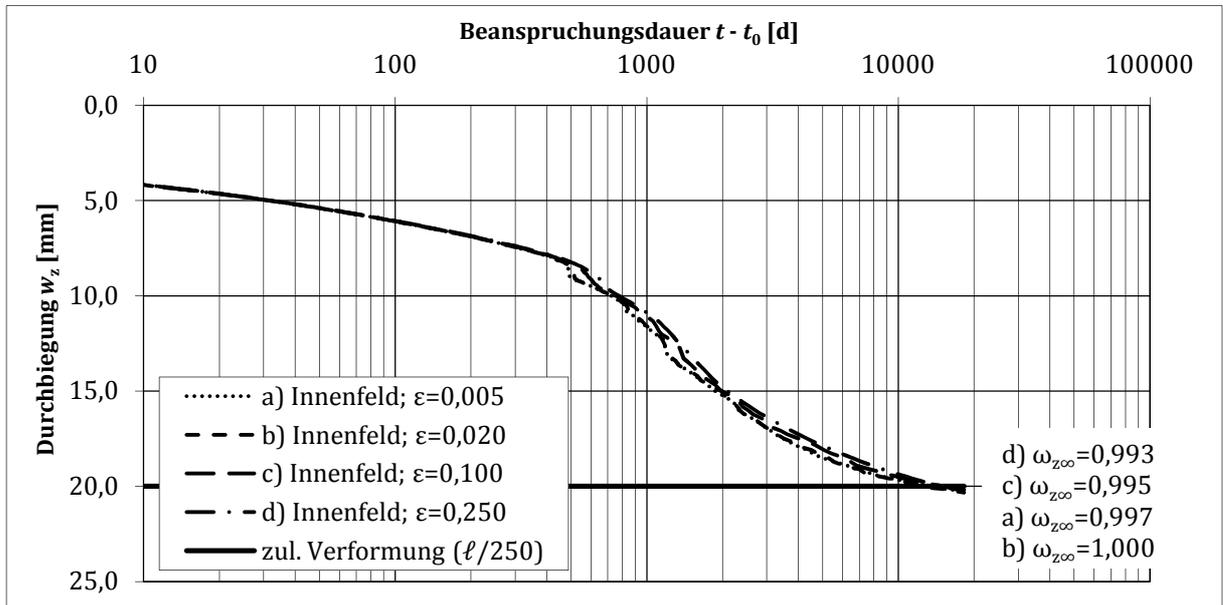


Bild C.55: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Konvergenzschranken

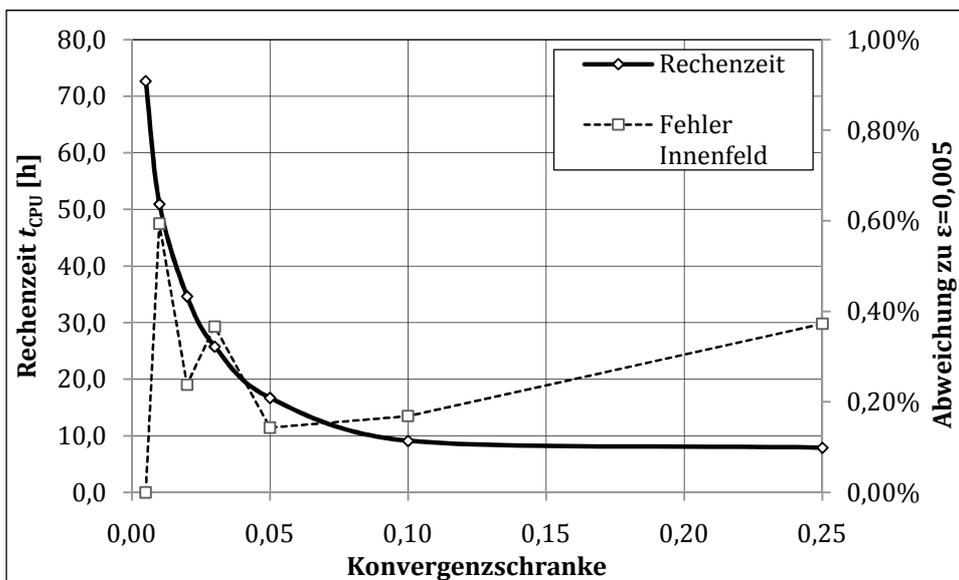


Bild C.56: Rechenzeit und relativer Fehler für ein Innenfeld in Abhängigkeit der Konvergenzschranke

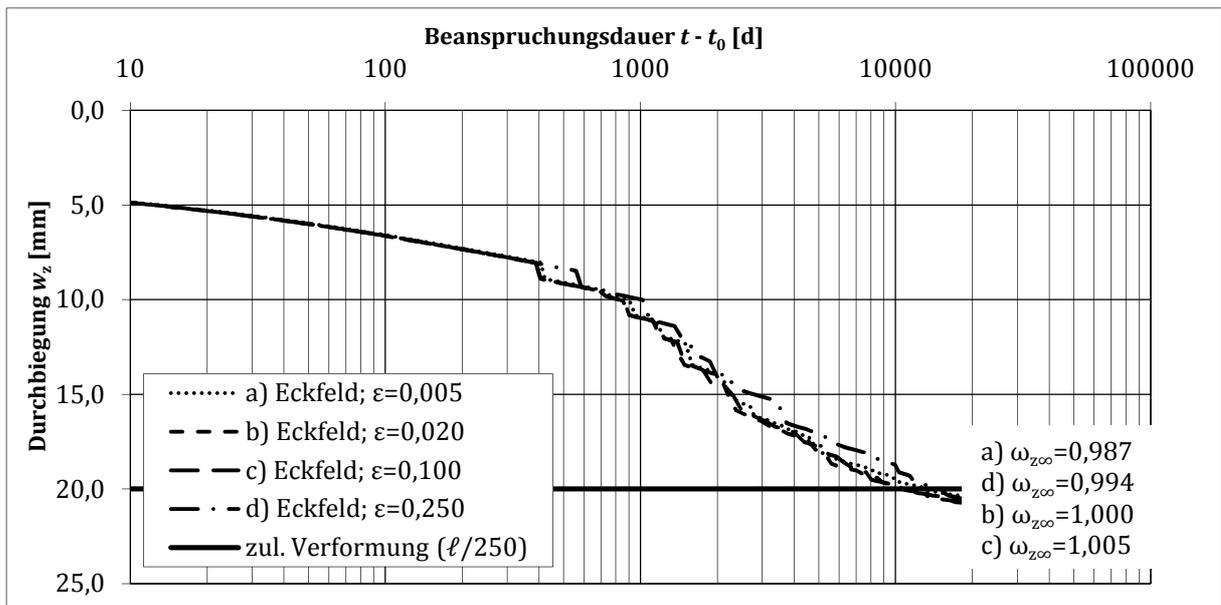


Bild C.57: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Konvergenzschranken

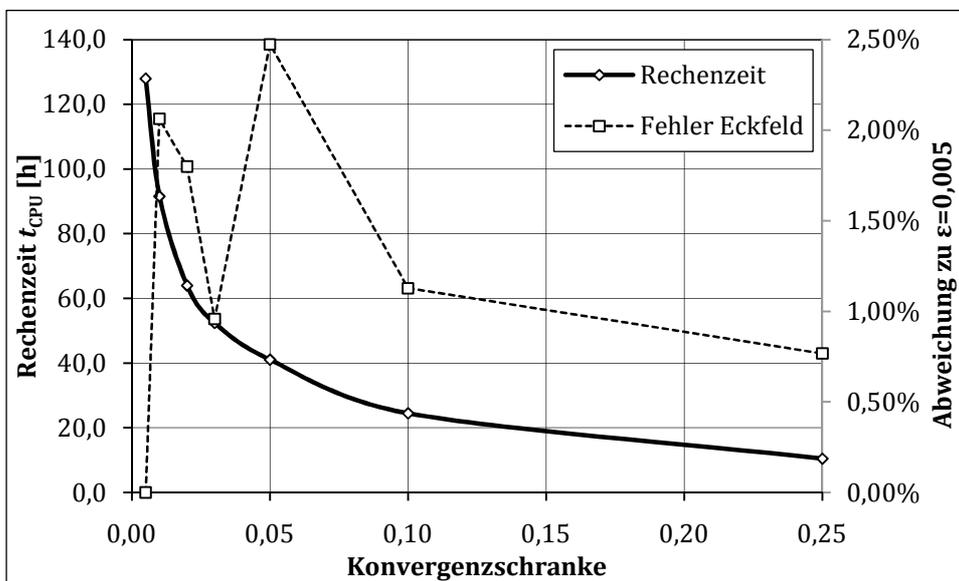


Bild C.58: Rechenzeit und relativer Fehler für ein Eckfeld in Abhängigkeit der Konvergenzschranke

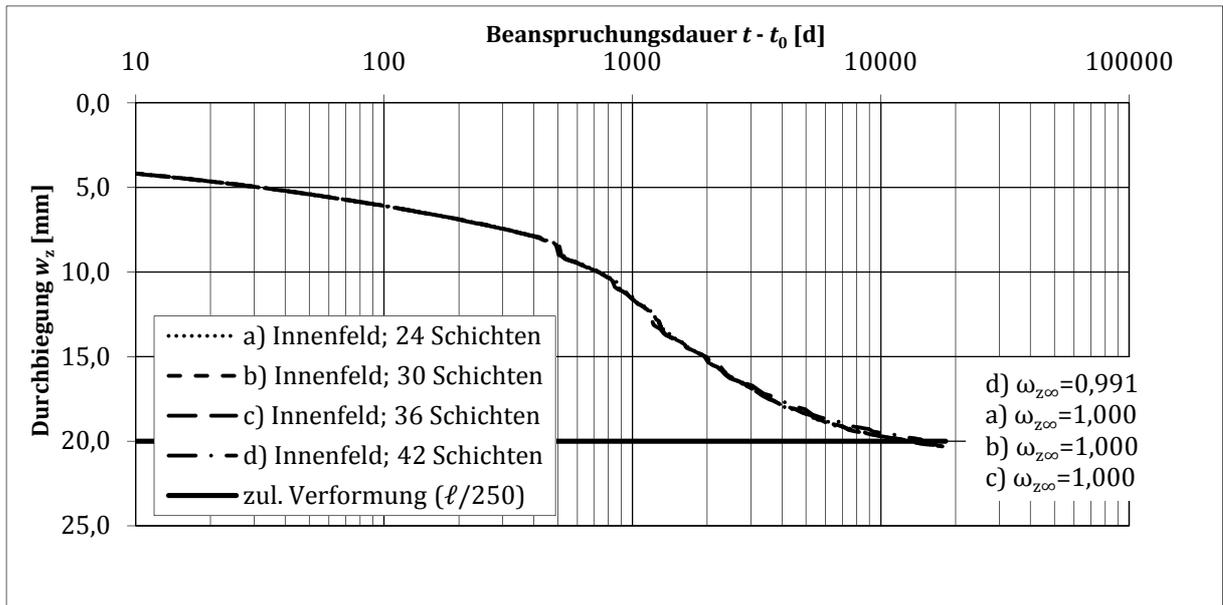


Bild C.59: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Schichtenanzahlen

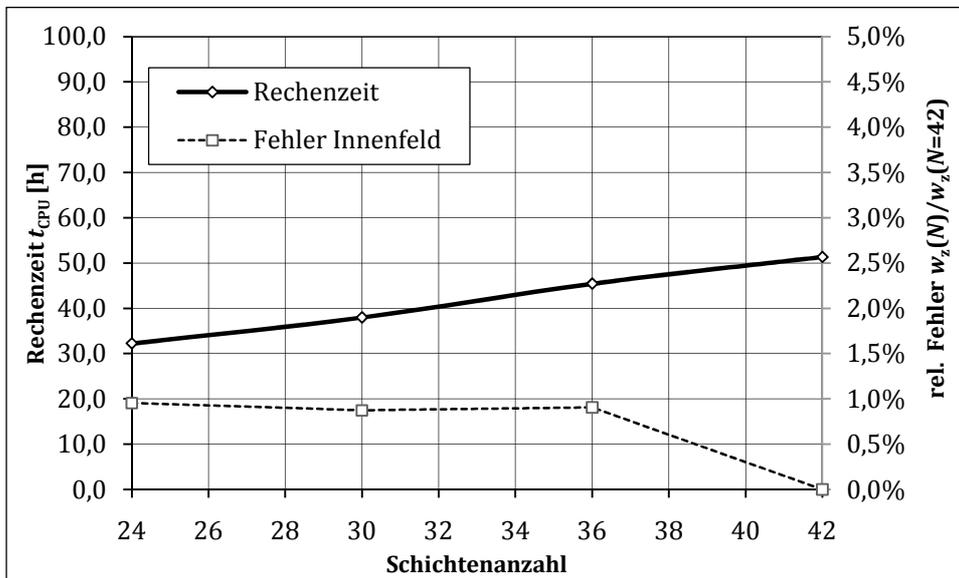


Bild C.60: Rechenzeit und relativer Fehler für ein Innenfeld in Abhängigkeit der Schichtenanzahl

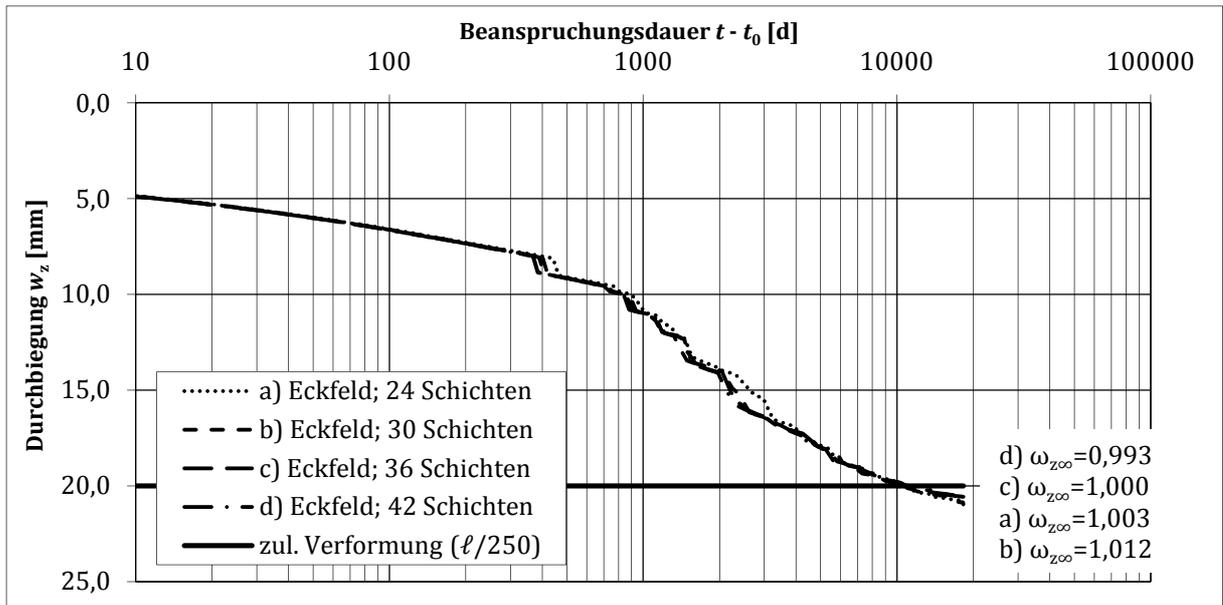


Bild C.61: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Schichtenanzahlen

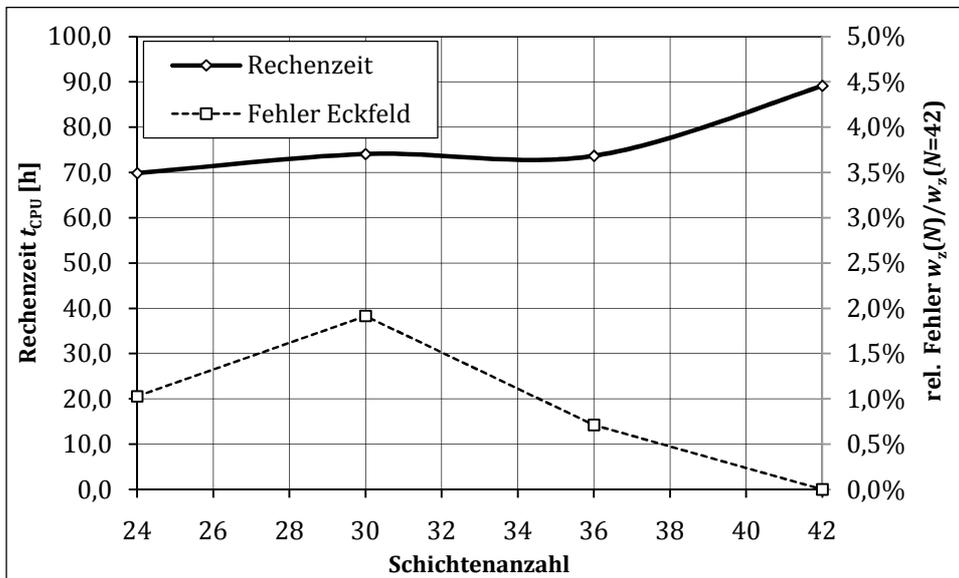


Bild C.62: Rechenzeit und relativer Fehler für ein Eckfeld in Abhängigkeit der Schichtenanzahl

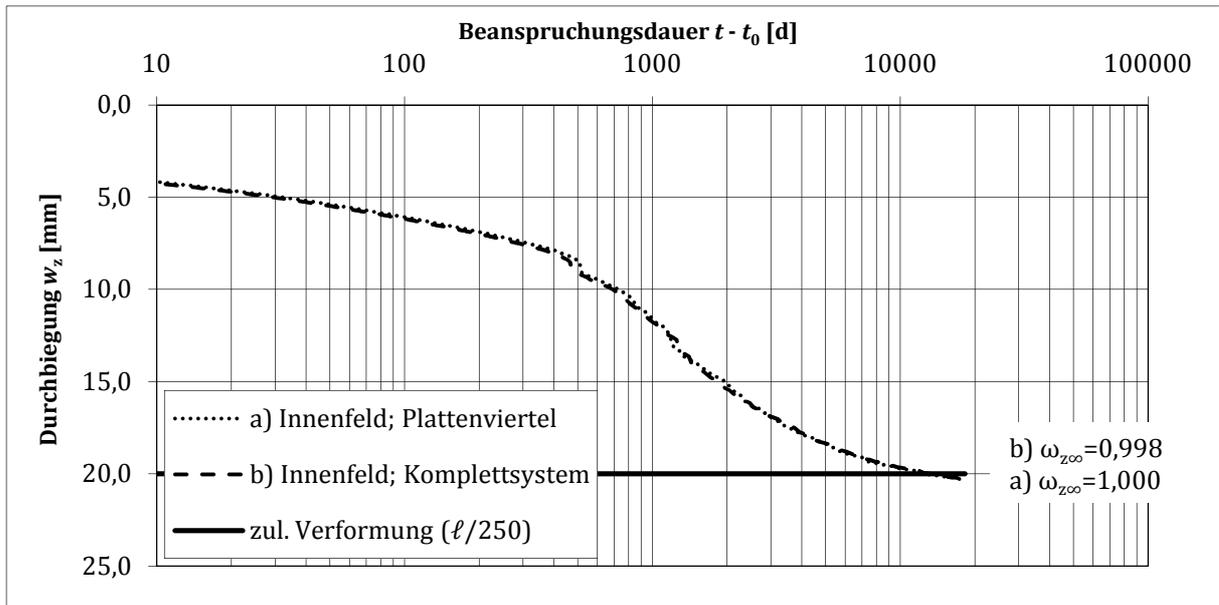


Bild C.63: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte, Vergleich der Modellierungsansätze: mit Symmetrierandbedingungen (Plattenviertel) und komplettes Flachdeckensystem

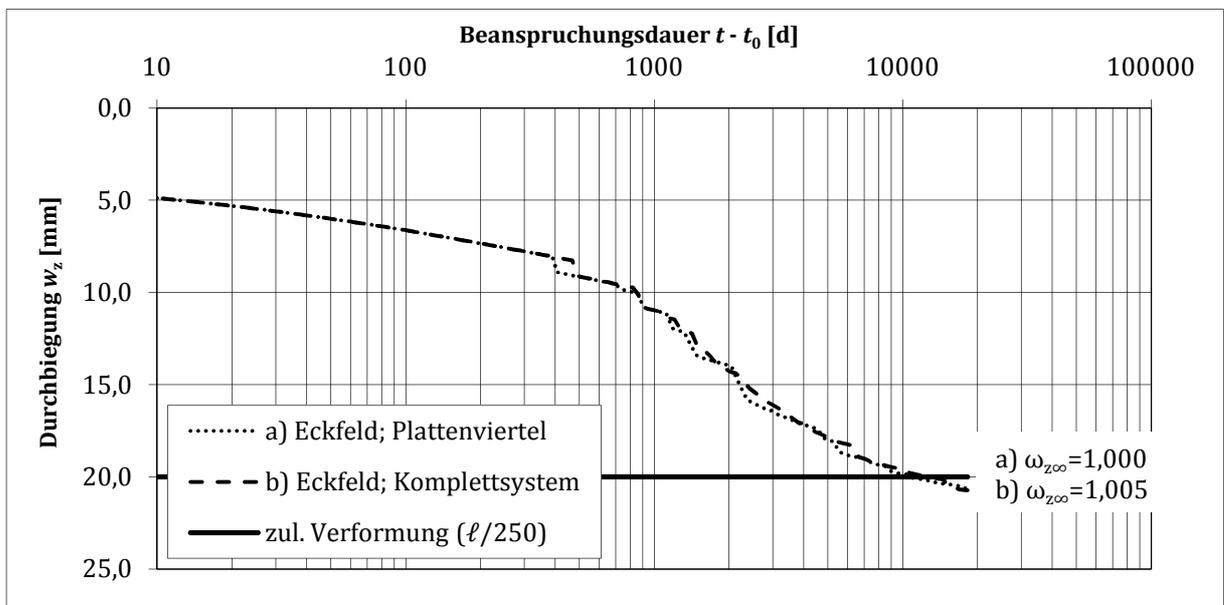


Bild C.64: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte, Vergleich der Modellierungsansätze: mit Symmetrierandbedingungen (Plattenviertel) und komplettes Flachdeckensystem

D. Ergänzende Berechnungsergebnisse zur Beschreibung der Biegeschlankheitkriterien

D.1 Parameter α_λ

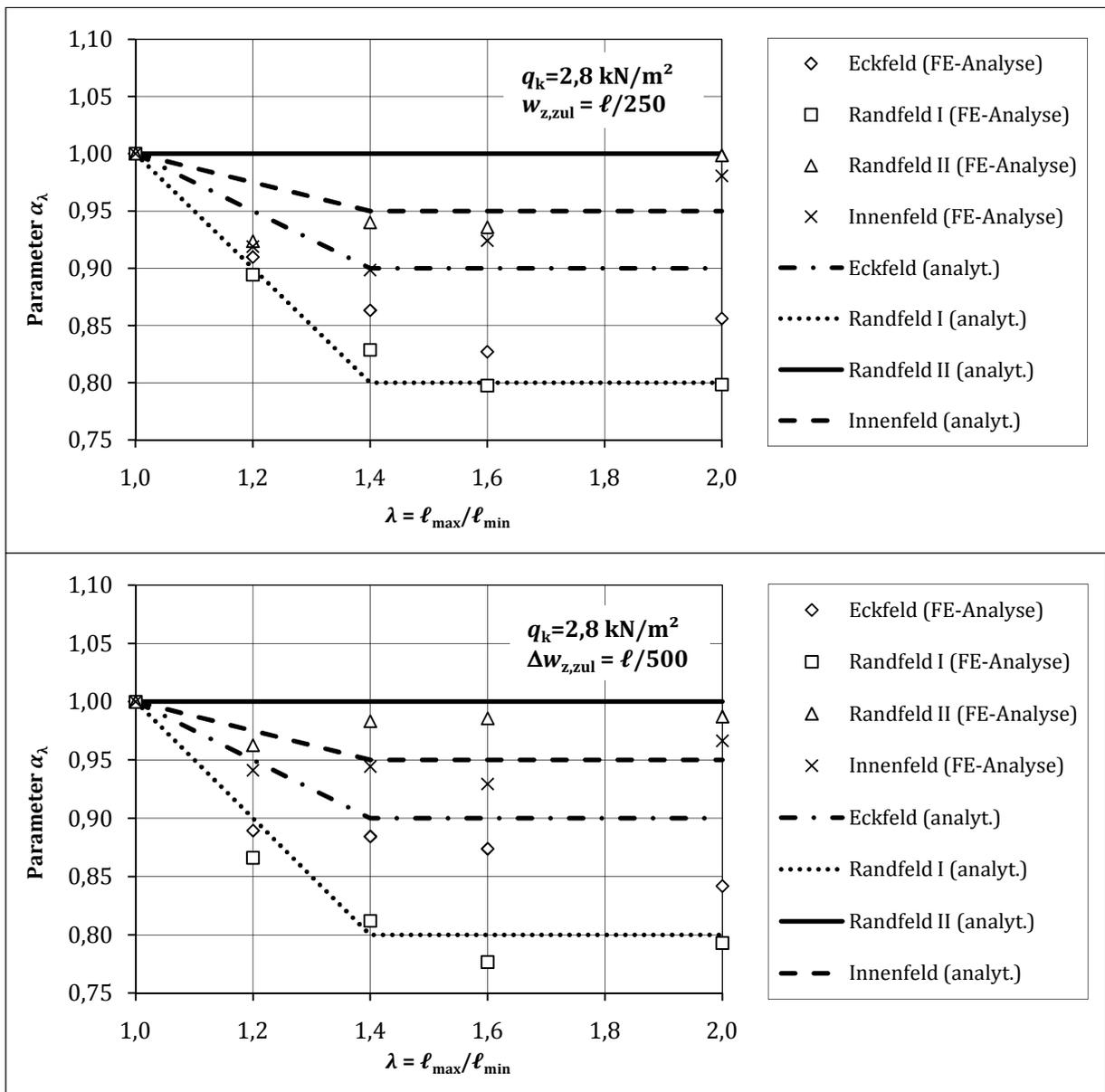


Bild D.1: Zusammenhang zwischen dem Parameter α_λ und dem Verhältnis der Stützweiten λ bei einer Verkehrslast von $q_k = 2,8 \text{ kN/m}^2$

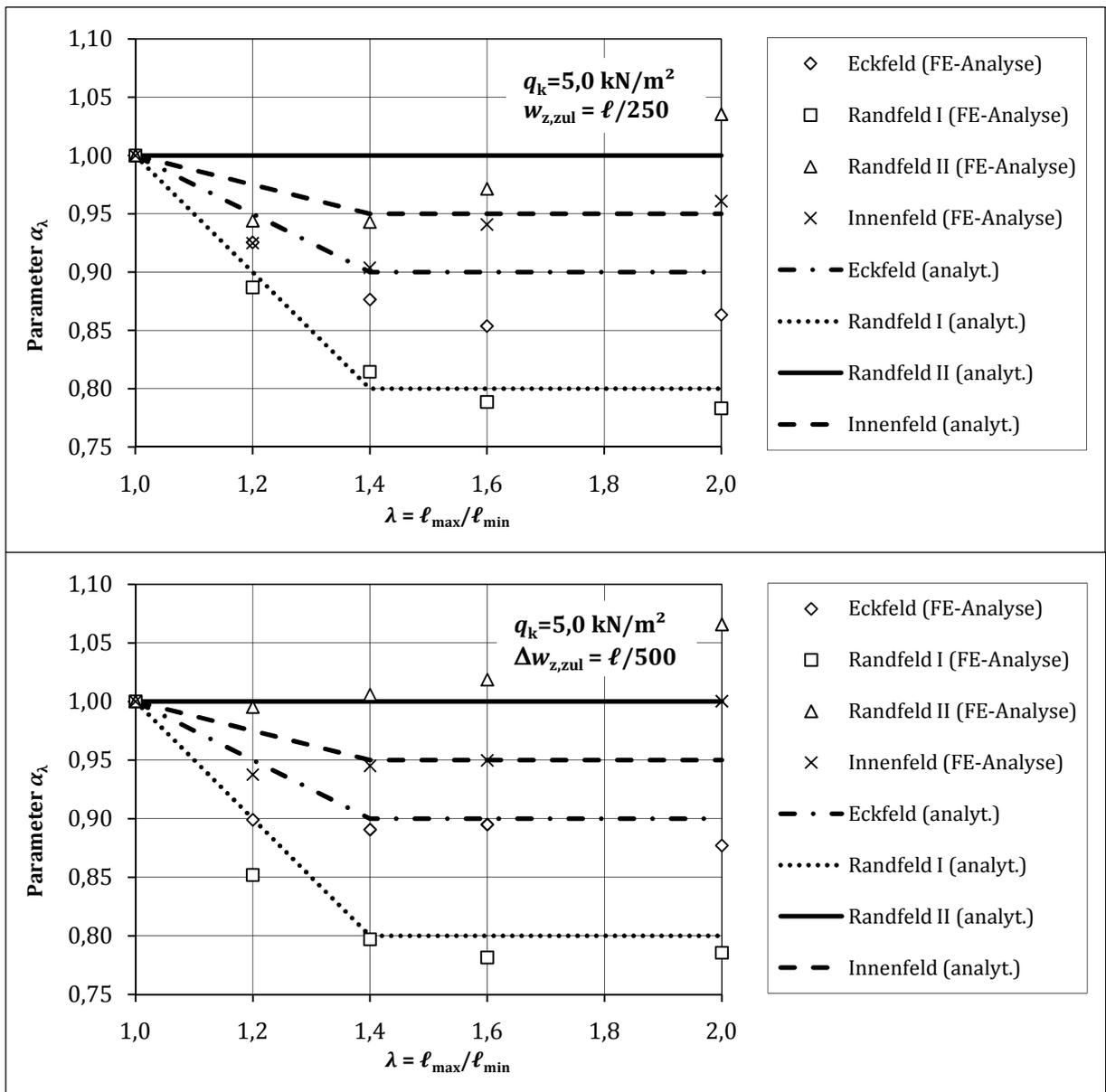


Bild D.2: Zusammenhang zwischen dem Parameter α_λ und dem Verhältnis der Stützweiten λ bei einer Verkehrslast von $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$

D.2 Einfluss tragender Außenwände

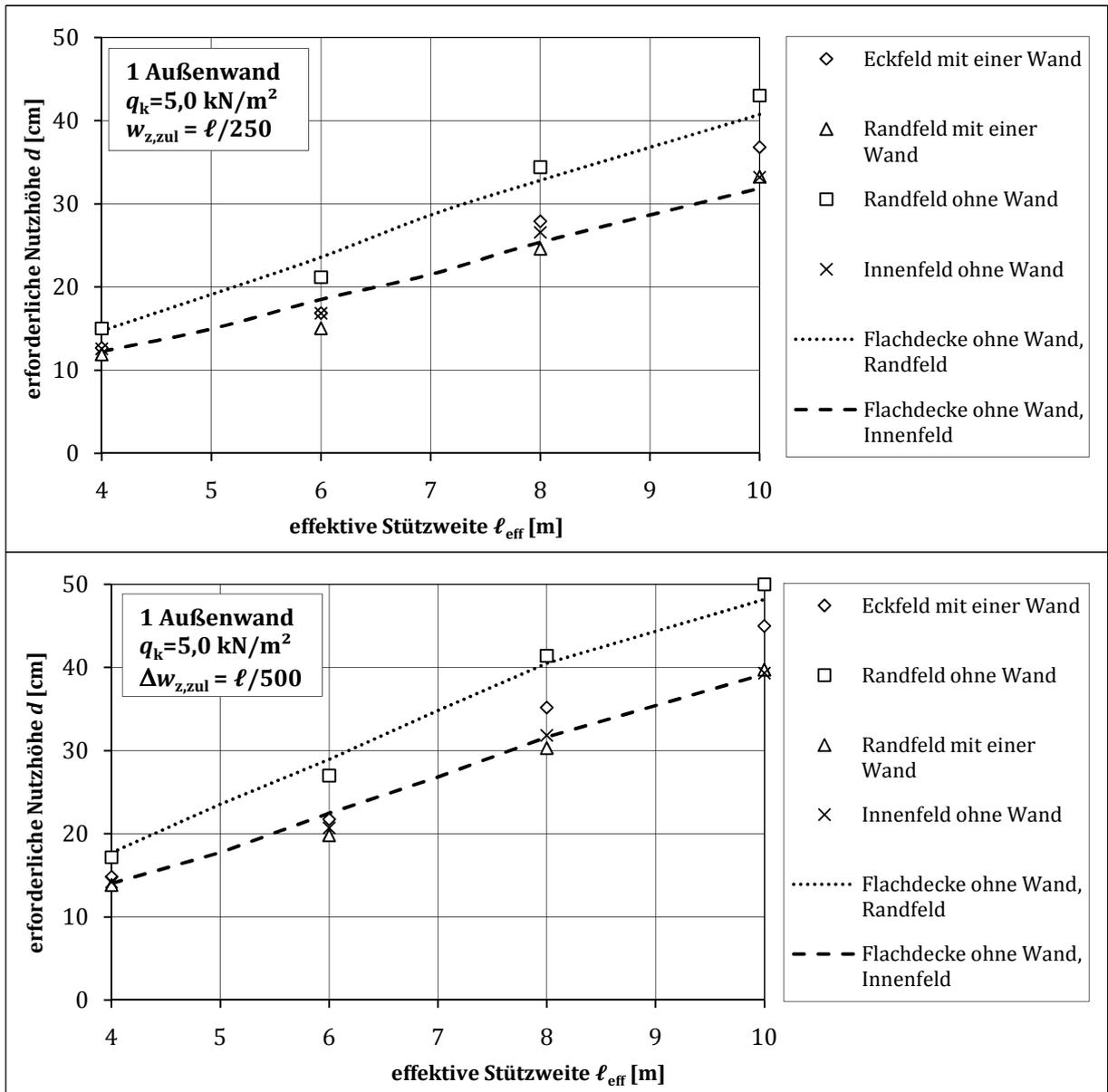


Bild D.3: Ergebnisse der nicht-linearen FE-Analysen: erforderliche Nutzhöhen eines Flachdeckensystems mit einer tragenden Außenwand im Vergleich mit einem Flachdeckensystem ohne tragende Wände

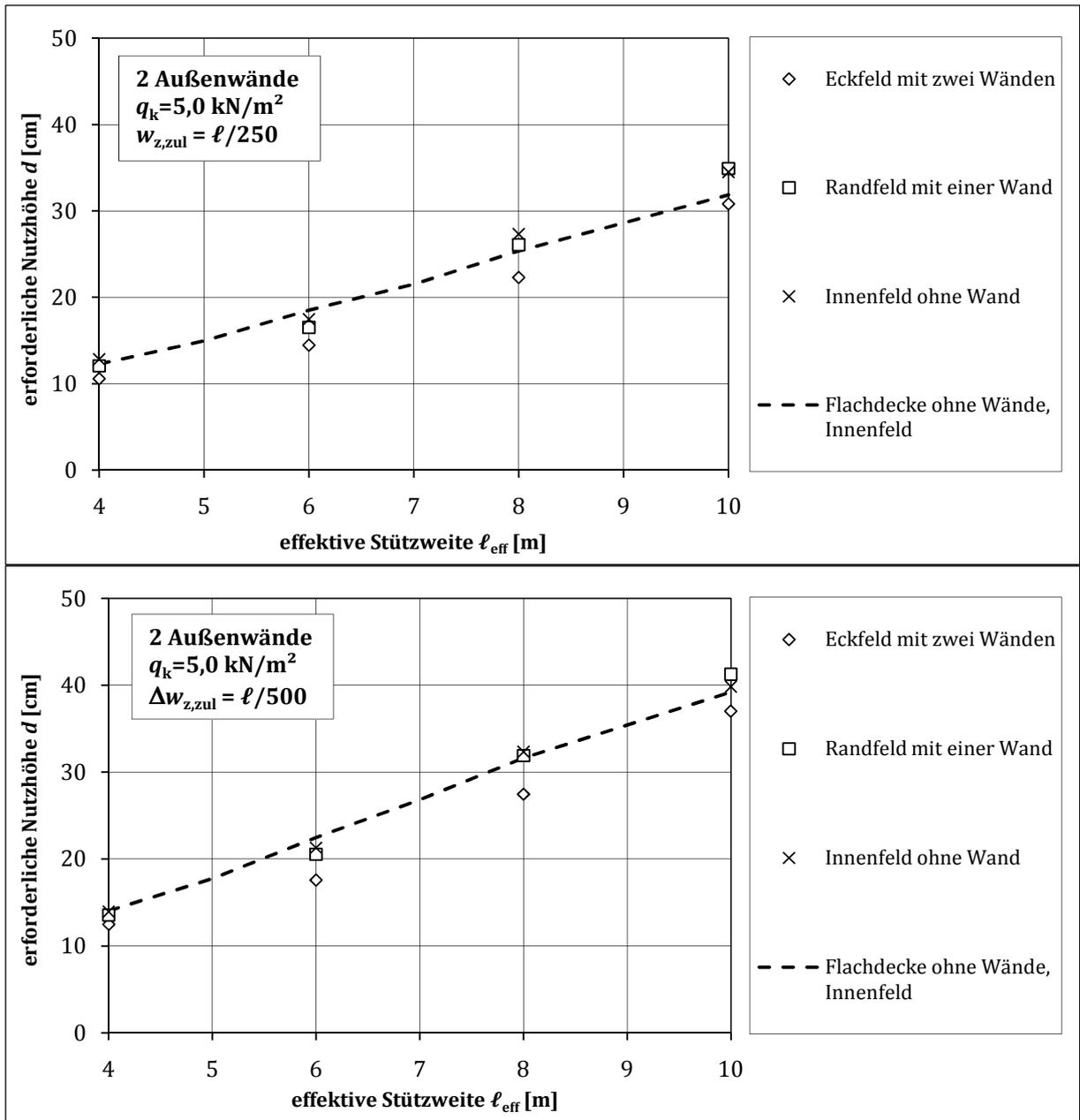


Bild D.4: Ergebnisse der nicht-linearen FE-Analysen: erforderliche Nutzhöhen eines Flachdeckensystems mit zwei tragenden Außenwänden im Vergleich mit einem Flachdeckensystem ohne tragende Wände

E. Weiterentwicklung des Näherungsverfahrens

E.1 Ergebnisse der Berechnung und analytischen Beschreibung von Rissverteilungsfaktoren

Statische Systeme, Querschnitts- und Materialkennwerte:

Die Entwicklung des Rissverteilungsfaktors erfolgt anhand von nicht-linearen Systemanalysen an Einfeldträgersystemen. Die Berechnungen basieren auf Stahlbetonbalken mit unterschiedlichen Einspanngraden und Verhältnissen der Einspanngrade. Zur Veranschaulichung werden die zugrunde gelegten System-, Querschnitts- und Materialkennwerte hier nochmals mit Bild 9.3 verdeutlicht.

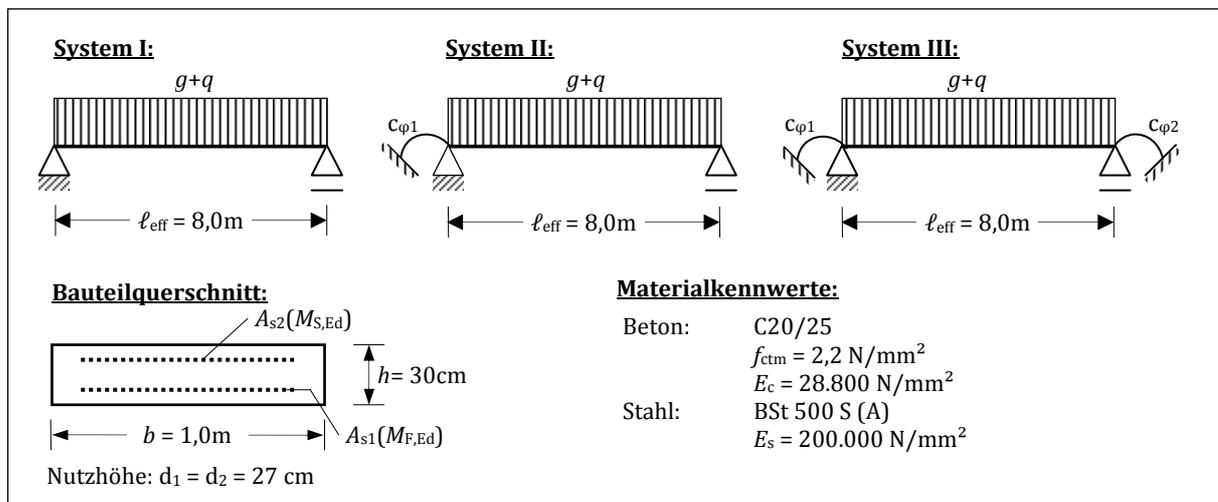


Bild 9.3: Untersuchte statische Systeme hinsichtlich ihrer Rissverteilungsfaktoren, verwendete Querschnitts- und Materialkennwerte

1. Untersuchungsreihe:

- Langzeiteffekte bleiben unberücksichtigt; Kriechzahl: $\varphi = 0,0$
- Anordnung der Bewehrung, welche zur Aufnahme des maßgebenden Moments erforderlich ist (vorh $A_s = \text{erf } A_s$)
- Bauteilhöhe: $h = 30\text{ cm}$
- Variation der Einspanngrade und Verhältnisse der Einspanngrade

- System I – gelenkig gelagerter Stahlbetonbalken als Einfeldträger:

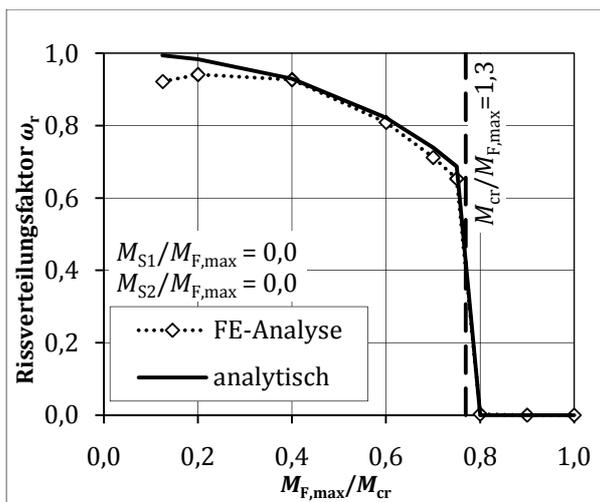


Bild E.1: Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I)

- System II – Stahlbetonbalken als Einfeldträger mit einseitiger, elastischer Einspannung:

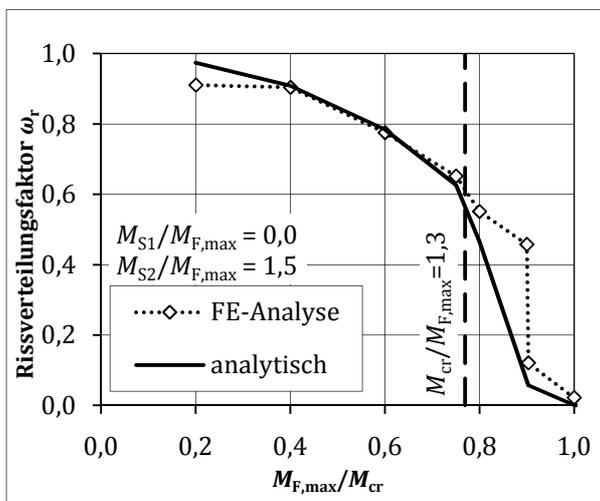
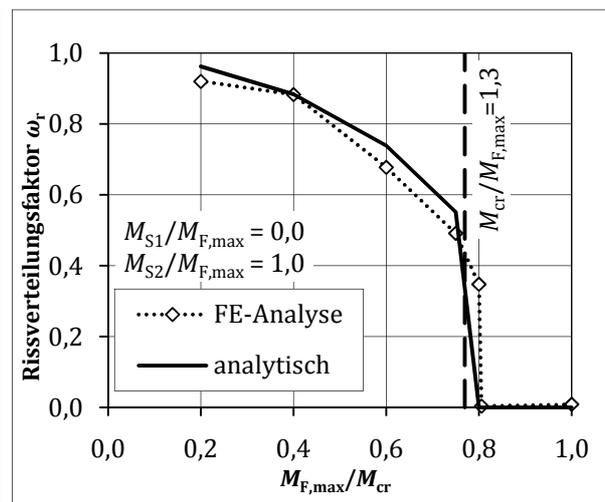
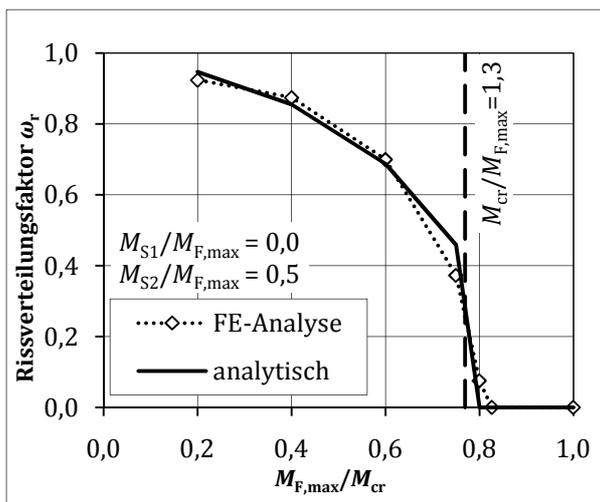


Bild E.2: Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für Stahlbetonbalken mit einseitiger, elastischer Einspannung (System II)

- System III - Stahlbetonbalken als Einfeldträger mit beidseitiger, elastischer Einspannung und *identischen* Einspanngraden:

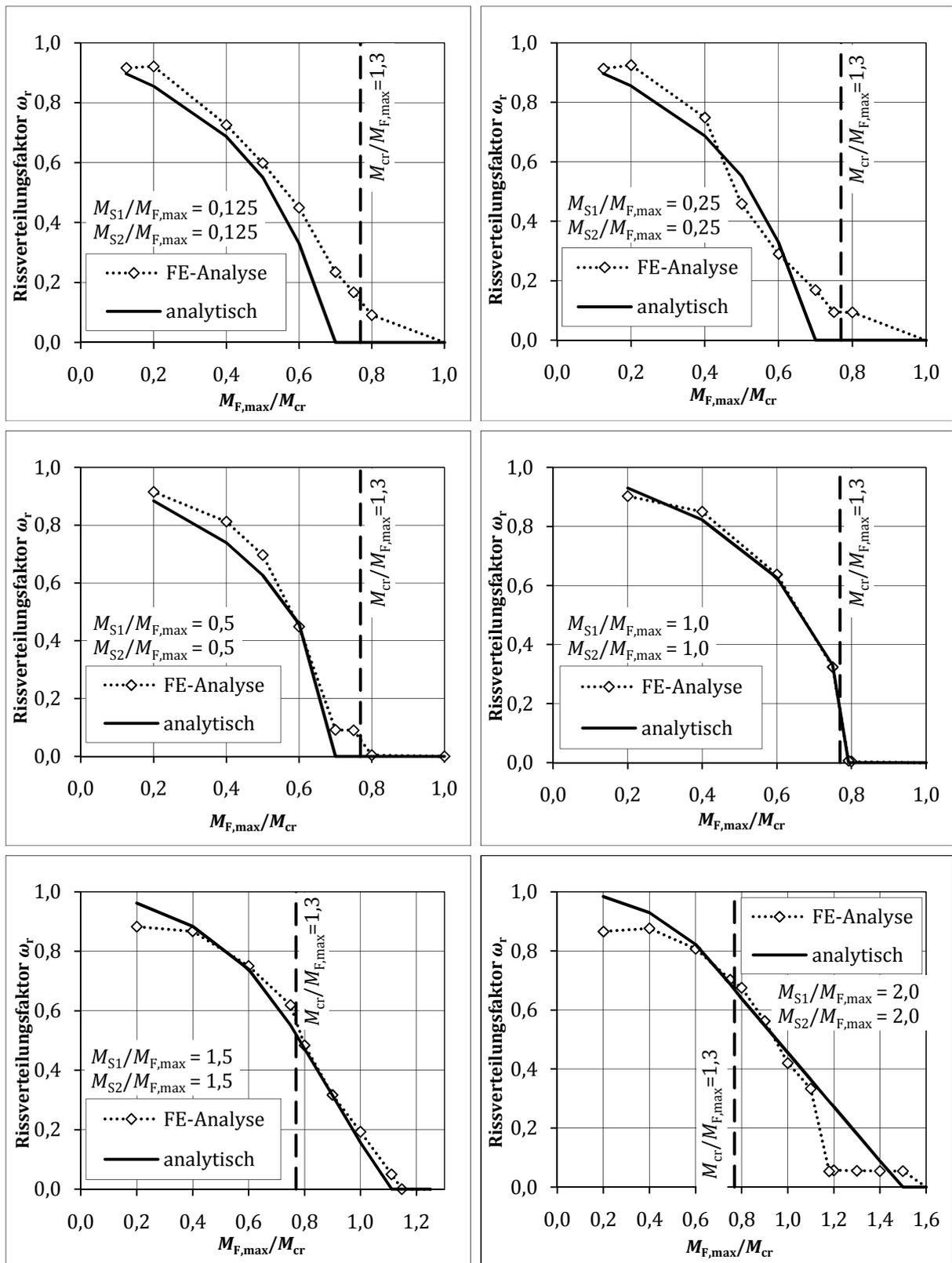


Bild E.3: Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für Stahlbetonbalken mit beidseitiger, elastischer Einspannung (System III) bei *identischen* Einspanngraden

- System III - Stahlbetonbalken als Einfeldträger mit beidseitiger, elastischer Einspannung und *abweichenden* Einspanngraden:

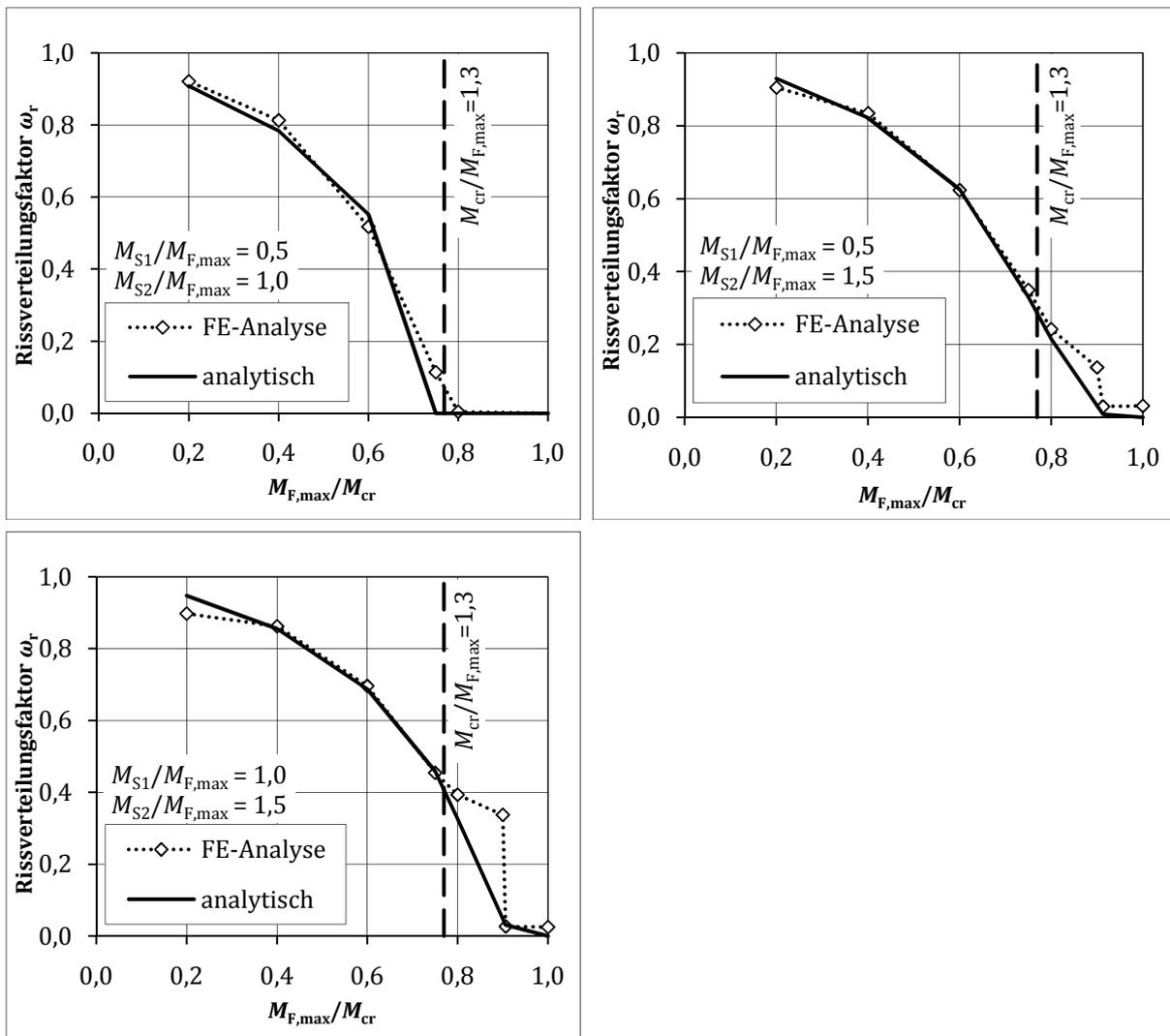


Bild E.4: Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für Stahlbetonbalken mit beidseitiger, elastischer Einspannung (System III) bei *abweichenden* Einspanngraden

2. Untersuchungsreihe:

- Langzeiteffekte bleiben unberücksichtigt; Kriechzahl: $\varphi = 0,0$
- Anordnung der Bewehrung, welche zur Aufnahme des maßgebenden Moments erforderlich ist (vorh $A_s = \text{erf } A_s$)
- Variation der Bauteilhöhe

- System I – gelenkig gelagerter Stahlbetonbalken als Einfeldträger:

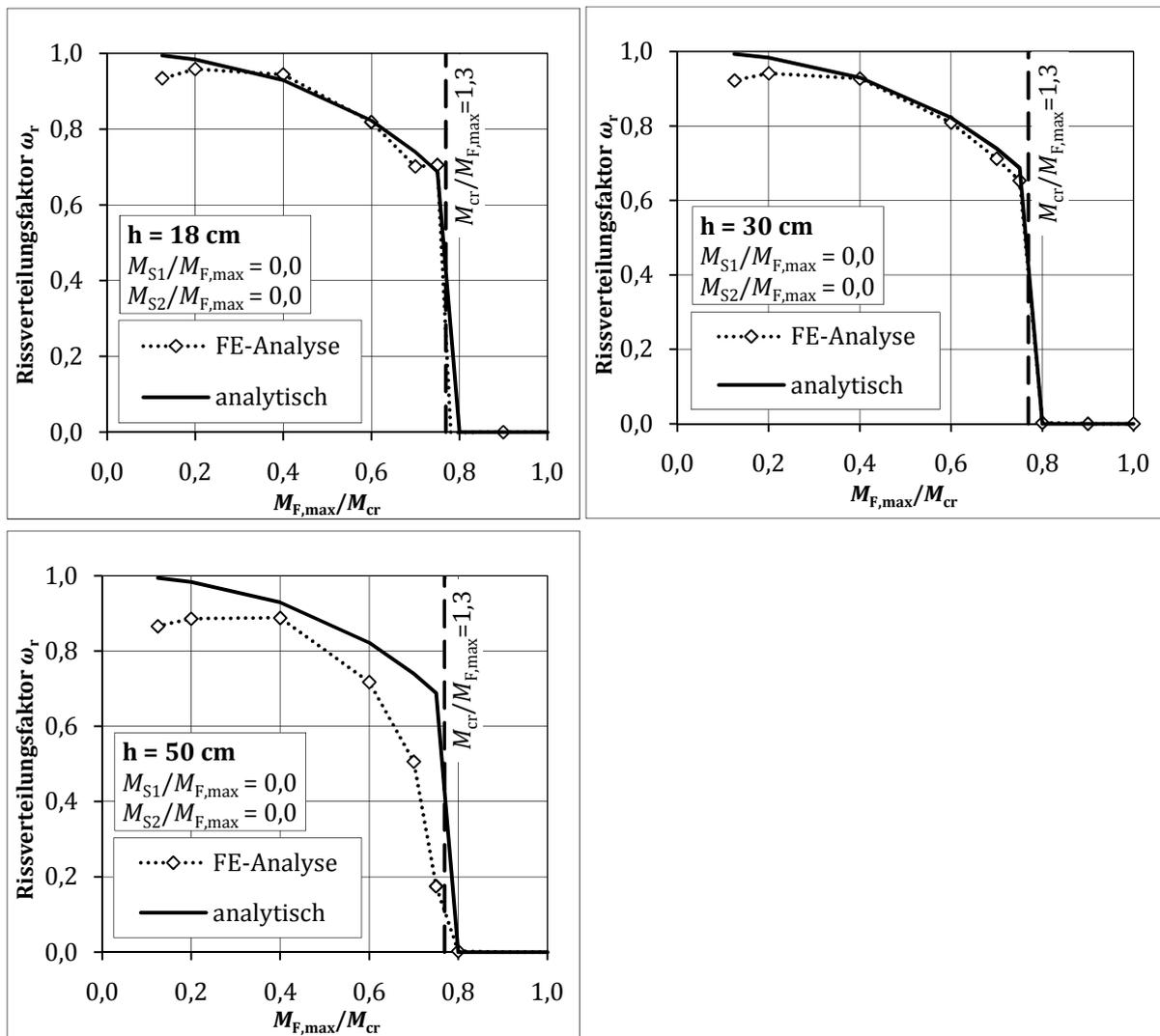


Bild E.5: Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I) bei unterschiedlichen Bauteilhöhen

3. Untersuchungsreihe:

- Langzeiteffekte bleiben unberücksichtigt; Kriechzahl: $\varphi = 0,0$
- Bauteilhöhe: $h = 30 \text{ cm}$
- Variation der Feldbewehrung

- System I – gelenkig gelagerter Stahlbetonbalken als Einfeldträger:

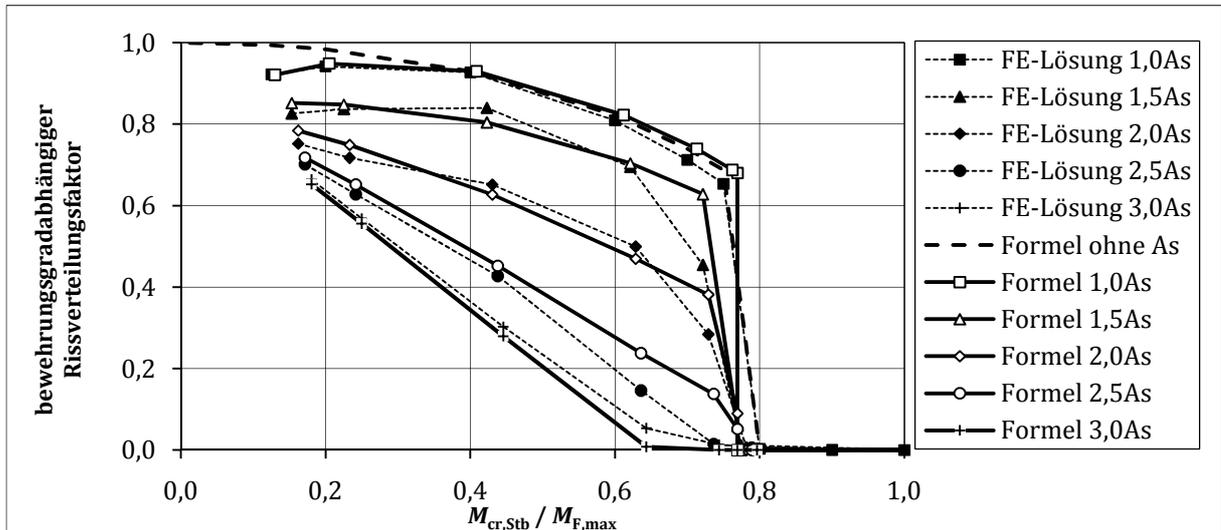


Bild E.6: Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I) bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden der Feldbewehrung

4. Untersuchungsreihe:

- Bauteilhöhe: $h = 30 \text{ cm}$
- Variation der Kriechzahl
- weitere Langzeiteffekte bleiben unberücksichtigt
- Variation der Feldbewehrung

- System I – gelenkig gelagerter Stahlbetonbalken als Einfeldträger:

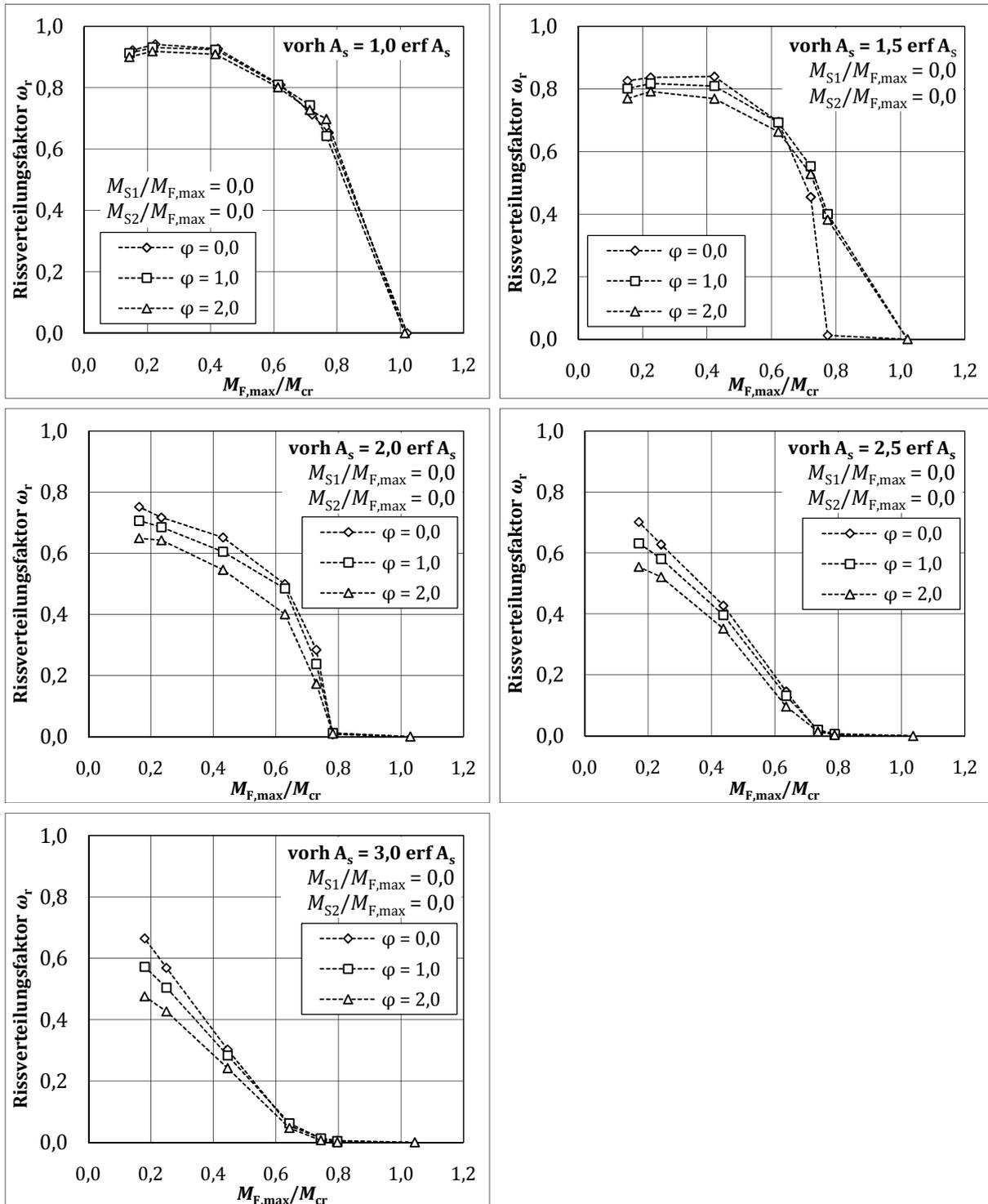


Bild E.7: Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I) bei unterschiedlichen Kriechzahlen und Bewehrungsgraden der Feldbewehrung

E.2 Berechnungen auf Basis der vereinfachten Verformungsgleichung

Nachfolgend werden Querschnittsbetrachtungen vorgestellt, die auf den Ausführungen von Krüger, et al. (2006) und Mertzsch (2003) beruhen. Dabei wird lediglich die Spannungs- und Dehnungsberechnung für einen diskreten Punkt wiedergeben und die Verformungsberechnung eines Plattenstreifens verdeutlicht. Zur Veranschaulichung ist das Bild 3.30 hier nochmals abgebildet.

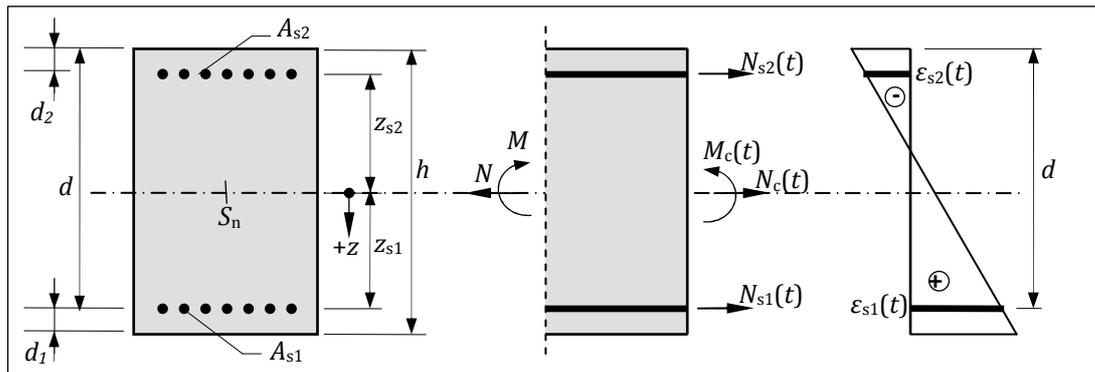


Bild 3.30: Schnittgrößen und Dehnungsverteilung eines bewehrten Betonquerschnittes

Die Berechnungsgrundlage stellt der Zusammenhang für 1 .. n Stahllagen nach Gl. (A.22) dar.

$$\begin{bmatrix} 1 + \rho_{s1,s1} & \cdots & \rho_{s1,sn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{sn,s1} & \cdots & 1 + \rho_{sn,sn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{s1,k} \\ \vdots \\ \sigma_{sn,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{s1,k} \\ \vdots \\ C_{sn,k} \end{bmatrix} \quad (\text{E.1})$$

Index: s1 ... Bewehrungslage A_{s1}
 sn ... Bewehrungslage A_{sn}
 k ... zum Zeitpunkt k mit $t_k \geq t_0$

In Gl. (E.1)(A.22) bedeutet:

$$C_{si,k} = \sigma_{si,k} + \left(\alpha_s \cdot \sum_{v=1}^n r_{csi,sv} \cdot \sigma_{sv,k} \right) \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \quad (\text{E.2})$$

$$\rho_{si,sj} = \alpha_s \cdot \frac{A_{sj}}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{si} \cdot z_{sj} \right) \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \quad (\text{E.3})$$

Der Index i stellt die Laufvariable zur Kennzeichnung der betrachteten Stahllage und der Index j die Laufvariable zur Kennzeichnung der Stahllage i beeinflussende Stahllage j dar.

▪ Berechnung der Querschnittswerte:

$$\rho_{si,sj} = r_{csi,sj} \cdot \alpha_s \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \quad (\text{E.4})$$

mit
$$r_{csi,sv} = \frac{A_{sv}}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{csi} \cdot z_{sv} \right) \quad (\text{E.5})$$

In Gl. (E.5) kennzeichnet der Index c der Parametern r und z die Betonfaser in Höhe der betrachteten Stahllage i . Der Index v beschreibt mit $v = 1 \dots n$ alle weiteren, vorhandenen Stahllagen, welche die Stahllage i beeinflussen. Dabei stellt z den Abstand der betrachteten Faser zum Schwerpunkt des Gesamtquerschnitts dar, siehe Bild 3.30.

Dabei gilt:

$$A_c = b \cdot h \quad (\text{E.6})$$

Für Flächentragwerke ist das Flächenträgheitsmoment nach Gl. (E.7) anzunehmen. Vereinfachend darf von einem homogenen Betonquerschnitt ausgegangen werden. Andernfalls sind auf die Berechnungsansätze in Kap. A.3 zurückzugreifen.

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot \frac{1}{1 - v_c^2} \quad (\text{E.7})$$

Der Bewehrungsgrad bezüglich der Bewehrungslage i im Zustand I bzw. im Zustand II folgt aus der Gl. (E.8) bzw. der Gl. (E.9).

$$\rho_{si}^I = \frac{a_{si}}{h} \quad (\text{E.8})$$

$$\rho_{si}^{II} = \frac{a_{si}}{d} \quad (\text{E.9})$$

▪ **Berechnung der Materialkennwerte:**

Die Verhältniswerte der Elastizitätsmodule lassen sich wie folgt zusammenfassen:

$$\psi_j = \frac{E_{c,28}}{E_{c,j}} = \frac{1}{\beta_E} \quad (\text{E.10})$$

$$\alpha_s = \frac{E_s}{E_{c,28}} \quad (\text{E.11})$$

$$\alpha_{s,0} = \frac{E_s}{E_{c,0}} \quad (\text{E.12})$$

Die Berechnung der Kriechzahl φ_{kj} ist für den Betrachtungszeitpunkt $t = t_k$ (Index: k) bei Belastungsbeginn zum Zeitpunkt $t_0 = t_j$ (Index: j) dem Kap. A.1 zu entnehmen.

Die Ermittlung des Alterungsbeiwerts χ_{k0} zum Zeitpunkt $t = t_k \geq t_0$ kann auf der Grundlage der nachfolgenden Betrachtungen erfolgen.

$$\chi_{k0} = \bar{\chi} + (0,90 - \bar{\chi}) \cdot \left(\frac{t_0}{t_k}\right)^{\left(0,3 + \frac{t_0}{100}\right)} \quad (\text{E.13})$$

mit
$$\bar{\chi} = \frac{\sqrt{t_0}}{n + \sqrt{t_0}} \quad (\text{E.14})$$

Dabei gilt:

$$n = f_a(h_0) \cdot \left[1 + \left(1 - \frac{RH}{50}\right) \cdot f_b(h_0)\right] \cdot f(f_{ck}) \quad (\text{E.15})$$

mit
$$f_a(h_0) = \frac{\left(1,3 + 0,3 \cdot \frac{h_0}{h_1}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{h_0}{h_1}}}{e^{\left(\frac{0,1 \cdot h_0}{h_1}\right)}} \quad (\text{E.16})$$

und $h_1 = 1.000 \text{ mm}$

$$f_b(h_0) = -0,772 + 0,2917 \cdot 10^{-4} \cdot h_0 \quad (\text{E.17})$$

$$f(f_{ck}) = 0,722 + 0,0114 \cdot f_{ck} \quad (\text{E.18})$$

Der Parameter h_0 darf gemäß Kap. A.1 bestimmt werden.

▪ **Spannungsberechnung im Zustand I:**

Die Betonspannung in der Höhe des betrachteten Bewehrungsstrangs resultiert aus:

$$\sigma_{csi}^* = \frac{N}{A_c} + \frac{M}{I_c} \cdot z_{si} \quad (\text{E.19})$$

Mit der Annahme, dass keine äußere Längskraft angreift, gilt $N = 0 \text{ kN}$ und Gl. (E.20).

$$\sigma_{csi}^*(t) = \frac{M}{I_c} \cdot z_{si} \quad (\text{E.20})$$

Mit der Lösung des linearen Gleichungssystems aus Gl. (E.1) folgt die Stahlspannung in der Stahllage A_{s1}

- zum Zeitpunkt $t = t_0$ aus:

$$\sigma_{s1,0}^I = \frac{\sigma_{cs1}^* \cdot (1 + \alpha_{s,0} \cdot r_{cs2,s2}) - \alpha_{s,0} \cdot \sigma_{cs2}^* \cdot r_{cs1,s2}}{\frac{1}{\alpha_{s,0}} + r_{cs1,s1} + \alpha_{s,0} \cdot (r_{cs1,s1} \cdot r_{cs2,s2} - r_{cs1,s2} \cdot r_{cs2,s1}) + r_{cs2,s2}} \quad (\text{E.21})$$

$$\sigma_{s2,0}^I = \frac{\sigma_{cs2}^* \cdot (1 + \alpha_{s,0} \cdot r_{cs1,s1}) - \alpha_{s,0} \cdot \sigma_{cs1}^* \cdot r_{cs2,s1}}{\frac{1}{\alpha_{s,0}} + r_{cs1,s1} + \alpha_{s,0} \cdot (r_{cs1,s1} \cdot r_{cs2,s2} - r_{cs1,s2} \cdot r_{cs2,s1}) + r_{cs2,s2}} \quad (\text{E.22})$$

- zum Zeitpunkt $t = t_k > t_0$ aus:

$$\sigma_{s1,k}^I = \frac{(C - D) \cdot r_{cs1,s2} \cdot (1 + \alpha_s \cdot \Phi \cdot r_{cs2,s2})}{\frac{1}{\alpha_s \cdot \Phi} + r_{cs1,s1} + \alpha_s \cdot \Phi \cdot (r_{cs1,s1} \cdot r_{cs2,s2} - r_{cs1,s2} \cdot r_{cs2,s1}) + r_{cs2,s2}} \quad (\text{E.23})$$

mit:

$$C = \frac{(\psi_0 + \varphi_{k0}) \cdot \sigma_{cs1}^* + \frac{E_s \cdot \varepsilon_{cs,k0}}{\alpha_s} - (r_{cs1,s1} \cdot \sigma_{s1,0}^I + r_{cs1,s2} \cdot \sigma_{s2,0}^I) \cdot (1 - \chi_{k0}) \cdot \varphi_{k0}}{r_{cs1,s2} \cdot \Phi} \quad (\text{E.24})$$

$$D = \frac{(\psi_0 + \varphi_{k0}) \cdot \sigma_{cs2}^* + \frac{E_s \cdot \varepsilon_{cs,k0}}{\alpha_s} - (r_{cs2,s1} \cdot \sigma_{s1,0}^I + r_{cs2,s2} \cdot \sigma_{s2,0}^I) \cdot (1 - \chi_{k0}) \cdot \varphi_{k0}}{r_{cs2,s2} \cdot \Phi} \quad (\text{E.25})$$

Es gilt:
$$\Phi = (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \quad (\text{E.26})$$

Die Spannung in der Stahllage A_{s2} im Zustand I damit folgt aus:

$$\sigma_{s2,k}^I = \frac{(A - B) \cdot r_{cs2,s1} \cdot (1 + \alpha_s \cdot \Phi \cdot r_{cs1,s1})}{-\frac{1}{\alpha_s \cdot \Phi} - r_{cs1,s1} + \alpha_s \cdot \Phi \cdot (r_{cs1,s2} \cdot r_{cs2,s1} - r_{cs1,s1} \cdot r_{cs2,s2}) - r_{cs2,s2}} \quad (\text{E.27})$$

mit:

$$A = \frac{(\psi_0 + \varphi_{k0}) \cdot \sigma_{cs1}^* + \frac{E_s \cdot \varepsilon_{cs,k0}}{\alpha_s} - (r_{cs1,s1} \cdot \sigma_{s1,0}^I + r_{cs1,s2} \cdot \sigma_{s2,0}^I) \cdot (1 - \chi_{k0}) \cdot \varphi_{k0}}{\frac{1}{\alpha_s} + r_{cs1,s1} \cdot \Phi} \quad (\text{E.28})$$

$$B = \frac{(\psi_0 + \varphi_{k0}) \cdot \sigma_{cs2}^* + \frac{E_s \cdot \varepsilon_{cs,k0}}{\alpha_s} - (r_{cs2,s1} \cdot \sigma_{s1,0}^I + r_{cs2,s2} \cdot \sigma_{s2,0}^I) \cdot (1 - \chi_{k0}) \cdot \varphi_{k0}}{r_{cs2,s1} \cdot \Phi} \quad (\text{E.29})$$

Die Schwinddehnung $\varepsilon_{cs,k0}$ zum Zeitpunkt $t = t_k$ darf gemäß Kap. A.2 berechnet werden.

▪ **Spannungsberechnung im Zustand II:**

Die bezogene Druckzonenhöhe zum Zeitpunkt t_0 ohne Ansatz einer einwirkenden Längskraft ergibt sich für einen doppelt bewehrten Querschnitt nach Gl. (E.30).

$$\xi_{\sigma,0} = -\alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{II} \cdot \left(1 + \frac{\rho_{s2}^{II}}{\rho_{s1}^{II}}\right) + \sqrt{\left[\alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{II} \cdot \left(1 + \frac{\rho_{s2}^{II}}{\rho_{s1}^{II}}\right)\right]^2 + 2 \cdot \alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{II} \cdot \left(1 + \frac{d_2}{d} \cdot \frac{\rho_{s2}^{II}}{\rho_{s1}^{II}}\right)} \quad (\text{E.30})$$

Die Berechnung der Betonrandspannung am stärker gedrückten Rand kann für den Zeitpunkt t_0 dann mit Gl. (A.46) erfolgen.

$$\sigma_{co,0}^{II} = \frac{\beta_M^\sigma}{\frac{1}{6} \cdot \xi_{\sigma,0}^3 - \frac{1}{2} \cdot \xi_{\sigma,0}^2 - k_{1,0} \cdot \xi_{\sigma,0} + k_{2,0}} \cdot \xi_{\sigma,0} \quad (\text{E.31})$$

mit
$$\beta_M^\sigma = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2} \quad (\text{E.32})$$

und
$$k_{1,0} = \sum_{v=2}^n \alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{II} \cdot \psi_0 \cdot (1 - \vartheta_{sv}) \quad (\text{E.33})$$

$$k_{2,0} = \sum_{v=2}^n \alpha_{s,0} \cdot \rho_{s1}^{II} \cdot \psi_0 \cdot (\vartheta_{sv} - \vartheta_{sv}^2) \quad (\text{E.34})$$

mit
$$\vartheta_{sv} = \frac{d_{(sv)}}{d_{(s1)}} \quad (\text{E.35})$$

Die Berechnung der bezogenen Druckzonenhöhe $\xi_{\sigma,k}$ zum Zeitpunkt $t = t_k$ ohne Ansatz einer äußeren, einwirkenden Längskraft erfolgt für doppelt bewehrte Stahlbeton-Rechteckquerschnitte im Zustand II auf der Grundlage von Gl. (E.36).

$$\xi_{\sigma,k}^3 + b_1 \cdot \xi_{\sigma,k}^2 + b_2 \cdot \xi_{\sigma,k} + b_3 = 0 \quad (\text{E.36})$$

Dabei gilt:

$$b_1 = 3 \frac{v_1 - w_1}{w_1} \quad (\text{E.37})$$

$$b_2 = 6 \frac{v_1 \cdot w_2 - v_2 \cdot w_1}{w_1} \quad (\text{E.38})$$

$$b_3 = 6 \frac{v_3 \cdot w_1 - v_1 \cdot w_3}{w_1} \quad (\text{E.39})$$

mit
$$v_1 = \beta_M + \alpha_s \cdot \sum_{v=2}^n \rho_{sv}^{\text{II}} \cdot (1 - \vartheta_{sv}) \cdot \left[\varphi_{k0} \cdot (1 - \chi_{k0}) \cdot \left(1 - \frac{\vartheta_{sv}}{\xi_{\sigma,0}} \right) + \beta_{cs,k} \right] \quad (\text{E.40})$$

$$v_2 = \alpha_s \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \cdot \sum_{v=2}^n \rho_{sv}^{\text{II}} \cdot (1 - \vartheta_{sv}) \quad (\text{E.41})$$

$$v_3 = \alpha_s \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \cdot \sum_{v=2}^n \rho_{sv}^{\text{II}} \cdot (\vartheta_{sv} - \vartheta_{sv}^2) \quad (\text{E.42})$$

$$w_1 = \alpha_s \cdot \sum_{v=1}^n \rho_{sv}^{\text{II}} \cdot \left[\varphi_{k0} \cdot (1 - \chi_{k0}) \cdot \left(1 - \frac{\vartheta_{sv}}{\xi_{\sigma,0}} \right) + \beta_{cs,k} \right] \quad (\text{E.43})$$

$$w_2 = \alpha_s \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \cdot \sum_{v=1}^n \rho_{sv}^{\text{II}} \quad (\text{E.44})$$

$$w_3 = \alpha_s \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \cdot \sum_{v=1}^n \rho_{sv}^{\text{II}} \cdot \vartheta_{sv} \quad (\text{E.45})$$

mit
$$\beta_M = \frac{M_{\text{Ed}}}{\sigma_{co,0}^{\text{II}} \cdot b \cdot d^2} \quad (\text{E.46})$$

$$\beta_{cs,k} = \frac{E_{c,28} \cdot \varepsilon_{cs,k0}}{\sigma_{co,0}^{\text{II}}} \quad (\text{E.47})$$

Die Lösung der kubischen Funktion in Gl. (E.36) kann einerseits mittels der *Cardanischen Lösungsformel* erfolgen. Diese Vorgehensweise ist bei der numerischen, computergestützten Berechnungen weniger geeignet, da eine Fallunterscheidung notwendig wird. Andererseits bietet das *Newton'sche Näherungsverfahren* die Möglichkeit zur Gleichungslösung. Dessen Anwendung ist insbesondere bei dem Einsatz von numerischen Verfahren geeignet und lässt sich ebenfalls einfach in Tabellenkalkulationsprogramme mittels einer Zielwertsuche implementieren. Die Lösungsverfahren im Einzelnen werden an dieser Stelle nicht erläutert. Es wird auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen.

Auf der Grundlage der bezogenen Druckzonenhöhe lässt sich die bezogene Betondruckspannung berechnen, siehe Gl. (E.48).

$$\beta_{c,k} = \frac{-v_1}{-\frac{1}{6} \cdot \xi_{\sigma k}^3 + \frac{1}{2} \cdot \xi_{\sigma k}^2 + v_2 \cdot \xi_{\sigma k} - v_3} \cdot \xi_{\sigma k} \quad (\text{E.48})$$

Als Kontrolle des bisherigen Rechengangs kann Gl. (E.49) dienen, mit der sich ebenfalls die bezogene Betondruckspannung berechnet lässt. Die Gln. (E.48) und (E.49) resultieren aus dem Kräfte- bzw. Momentengleichgewicht am Querschnitt.

$$\beta_{c,k} = \frac{-w_1}{\frac{1}{2} \cdot \xi_{\sigma k}^2 + w_2 \cdot \xi_{\sigma k} - v_3} \cdot \xi_{\sigma k} \quad (\text{E.49})$$

Die Stahlspannung in der Stahllage A_{si} mit $i = 1; 2$ folgt dann aus:

$$\sigma_{si,k}^{\text{II}} = \alpha_s \cdot \left[\varphi_{k0} \cdot (1 - \chi_{k0}) \cdot \left(1 - \frac{\vartheta_{si}}{\xi_{\sigma,0}} \right) + \beta_{c,k} \cdot (\psi_0 + \chi_{k0} \cdot \varphi_{k0}) \cdot \left(1 - \frac{\vartheta_{si}}{\xi_{\sigma,k}} + \beta_{cs,k} \right) \right] \cdot \sigma_{co,0}^{\text{II}} \quad (\text{E.50})$$

▪ **Berechnung der Stahldehnung im Zustand I und II:**

Die Stahldehnungen können im Gebrauchslastbereich stets unter Anwendung des *Hook'schen* Gesetzes berechnet werden, siehe Gl. (E.51).

$$\varepsilon_{si,k} = \frac{\sigma_{si,k}}{E_s} \quad (\text{E.51})$$

▪ **Berechnung der mittleren Stahldehnung im Zustand II bei Berücksichtigung des Zugversteifungseffektes:**

Im Bereich der Erstrissbildung für $\sigma_{sr}^{\text{II}} \leq \sigma_s < 1,3 \cdot \sigma_{sr}^{\text{II}}$ gilt:

$$\varepsilon_{sim,k} = \varepsilon_{si,k}^{\text{II}} - \frac{\beta_t(t) \cdot (\sigma_{si,k}^{\text{II}} - \sigma_{sir,k}^{\text{II}}) + 1,3 \cdot \sigma_{sir,k}^{\text{II}} - \sigma_{si,k}^{\text{II}}}{0,3 \cdot \sigma_{sir,k}^{\text{II}}} \cdot (\varepsilon_{si,rk}^{\text{II}} - \varepsilon_{si,rk}^{\text{I}}) \quad (\text{E.52})$$

Für den Bereich der abgeschlossenen Rissbildung für $\sigma_s \geq 1,3 \cdot \sigma_{sr}^{\text{II}}$ folgt:

$$\varepsilon_{sim,k} = \varepsilon_{si,k}^{\text{II}} - \beta_t(t) \cdot (\varepsilon_{si,rk}^{\text{II}} - \varepsilon_{si,rk}^{\text{I}}) \quad (\text{E.53})$$

Dabei ist anzusetzen:

$$\beta_t(t) = \frac{0,4}{1 + 0,124 \cdot t^{0,169}} \quad (\text{E.54})$$

mit t in Stunden

Zur Berechnung der Stahlspannung σ_{sr} bzw. -dehnung ε_{sr} unter Risschnittgröße (Index: „r“) ist der Rechengang [Gl. (E.32) bis Gl. (E.51)] unter Ansatz des Rissmoments nach Gl. (E.56) zu wiederholen. Dabei gilt dann:

$$M_{Ed} = M_{cr}(t) \quad (\text{E.55})$$

▪ **Berechnung des Rissmoments:**

Die Ermittlung des Rissmoments darf vereinfachend auf der Grundlage eines linear-elastischen Materialverhaltens und auf Basis des Betonquerschnitts erfolgen. Andernfalls sind Kap. A.3 Berechnungsansätze zu entnehmen, welche auf den Ansatz eines Stahlbetonquerschnitts basieren. Damit gilt unter Ansatz der zentrischen, effektiven Zugfestigkeit $f_{ct,eff}$ und des elastischen Widerstands W_{ela} :

$$M_{cr}(t) = f_{ct,eff}(t) \cdot W_{ela} \quad (E.56)$$

mit
$$W_{ela} = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (E.57)$$

und
$$f_{ct,eff}(t) = \beta_{cct}(t) \cdot \beta_{ct,sus}^{\frac{e}{d}=0,5}(t) \cdot \beta_{rt}(t) \cdot f_{ctm} \quad (E.58)$$

Der Beiwert $\beta_{rt}(t)$ berücksichtigt die auftretenden Betonzugspannungen aus Schwindbehinderung infolge der vorhandenen Bewehrung auf der Seite der Betonzugfestigkeit. Nach Mertzsch (2003) darf dieser wie folgt ermittelt werden:

$$\beta_{rt} = 1 - \left(k_{cs} \cdot \sqrt{\frac{\Delta t_s}{0,035 \cdot h_0^2 + t - t_s}} \right) \cdot \beta_{cc}(t) \quad (E.59)$$

mit:
$$k_{cs} = \left(0,836 - \frac{RH}{170} \right) \cdot \rho_s^{(0,40 + \frac{RH}{400})} \quad (E.60)$$

$$\rho_s = \frac{100 \cdot A_s}{b \cdot h} \quad (E.61)$$

Die Parameter $\beta_{cct}(t)$ und $\beta_{ct,sus}^{\frac{e}{d}=0,5}(t)$ zur Berücksichtigung der Betonfestigkeitsentwicklung bzw. der Festigkeitsabnahme infolge Dauerbeanspruchung folgen gemäß Kap. 3.2.2 der Arbeit aus:

$$\beta_{cct}(t) = \beta_{cc}(t) = e^{\left[s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28 \text{ d}}{t_T}} \right) \right]} \quad (E.62)$$

$$\beta_{ct,sus}^{\frac{e}{d}=0,5}(t) = \frac{\sigma(t)}{f_{ctm}} = -0,02 \cdot \log(t) + 0,98 \quad (E.63)$$

F. Verzeichnisse (Anhang)

F.1 Tabellenverzeichnis (Anhang)

Tabelle A.1: Beiwerte zur Berechnung der Kriech- und Schwindverformung von Beton in Abhängigkeit des Zementtyps.....	183
--	-----

F.2 Abbildungsverzeichnis (Anhang)

Bild B.1: Bewehrungsplan der oberen Bewehrungslage für die untersuchten punktgestützten Stahlbetonplatten (schematisch).....	189
Bild B.2: Bewehrungsplan der unteren Bewehrungslage für die untersuchten punktgestützten Stahlbetonplatten (schematisch).....	190
Bild C.1: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betongüten	196
Bild C.2: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betongüten	196
Bild C.3: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Beton-Elastizitätsmodule.....	197
Bild C.4: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Beton-Elastizitätsmodule.....	197
Bild C.5: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betondruckfestigkeiten.....	198
Bild C.6: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betondruckfestigkeiten.....	198
Bild C.7: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betonzugfestigkeiten	199
Bild C.8: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Betonzugfestigkeiten	199
Bild C.9: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit des Größtkorndurchmessers des Zuschlagsstoffs.....	200
Bild C.10: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit des Größtkorndurchmessers des Zuschlagsstoffs.....	200
Bild C.11: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit	201
Bild C.12: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bruchenergien in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit	201
Bild C.13: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsstahl-Elastizitätsmodule.....	202
Bild C.14: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsstahl-Elastizitätsmodule.....	202
Bild C.15: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Verbundbedingungen	203
Bild C.16: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Verbundbedingungen	203
Bild C.17: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten.....	204
Bild C.18: Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten.....	204

Bild C.19:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten unter Berücksichtigung der Vorhersagegenauigkeit der Kriech- und Schwindverformungen	205
Bild C.20:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche relative Luftfeuchten unter Berücksichtigung der Vorhersagegenauigkeit der Kriech- und Schwindverformungen	205
Bild C.21:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{1,m}$ der Feldebewehrung	206
Bild C.22:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{1,m}$ der Feldebewehrung	206
Bild C.23:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade der Druckbewehrung.....	207
Bild C.24:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade der Druckbewehrung.....	207
Bild C.25:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{2,St}$ der Stützbewehrung.....	208
Bild C.26:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Bewehrungsgrade $\rho_{2,St}$ der Stützbewehrung.....	208
Bild C.27:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenbreiten.....	209
Bild C.28:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenbreiten.....	209
Bild C.29:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützensteifigkeiten bei $b_{St} = 0,05 \cdot \ell_{eff}$	210
Bild C.30:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützensteifigkeiten bei $b_{St} = 0,05 \cdot \ell_{eff}$	210
Bild C.31:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenkopferstärkungen.....	211
Bild C.32:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützenkopferstärkungen.....	211
Bild C.33:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung in Feldmitte mit und ohne Stützung des freien Plattenrands, Eck- und Randfeld im Vergleich	212
Bild C.34:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung in Feldmitte mit Stützung des freien Plattenrands, Eck- und Randfeld im Vergleich mit einem Innenfeld ohne Wand.....	212
Bild C.35:	Zeitlicher Verlauf der bezogenen Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Stützweiten für $h_{EF} = 25$ cm; Bezugswert: $w_{z,zul} = \ell_{eff}/250$	213
Bild C.36:	Zeitlicher Verlauf der bezogenen Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds für unterschiedliche Stützweitenverhältnisse für $h_{EF} = 25$ cm; Bezugswert: $w_{z,zul} = \ell_{geo}/250$	213
Bild C.37:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eck-, Rand- und Innenfelds in Feldmitte bei einer Querschnittshöhe von $h = 18$ cm	214
Bild C.38:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eck-, Rand- und Innenfelds in Feldmitte bei einer Querschnittshöhe von $h = 25$ cm	214
Bild C.39:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Querschnittshöhen.....	215
Bild C.40:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Randfelds in Feldmitte für unterschiedliche Querschnittshöhen.....	215
Bild C.41:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Querschnittshöhen.....	215
Bild C.42:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Längen der Plattenüberstände.....	216
Bild C.43:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Längen der Plattenüberstände.....	216
Bild C.44:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Ausbaulast	217
Bild C.45:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Ausbaulast	217
Bild C.46:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Verkehrslast; Klammerwerte: Anteil an der Gesamtlast	218

Bild C.47:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte bei unterschiedlichen Beanspruchungshöhen der Verkehrslast; Klammerwerte: Anteil an der Gesamtlast	218
Bild C.48:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Einwirkens der seltenen Beanspruchungskombination.....	219
Bild C.49:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Einwirkens der seltenen Beanspruchungskombination.....	219
Bild C.50:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Belastungsbeginns	220
Bild C.51:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Zeitpunkte des Belastungsbeginns	220
Bild C.52:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Laststellungen	221
Bild C.53:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Randfelds in Feldmitte für unterschiedliche Laststellungen	221
Bild C.54:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Laststellungen	221
Bild C.55:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Konvergenzschranken.....	222
Bild C.56:	Rechenzeit und relativer Fehler für ein Innenfeld in Abhängigkeit der Konvergenzschranke	222
Bild C.57:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Konvergenzschranken.....	223
Bild C.58:	Rechenzeit und relativer Fehler für ein Eckfeld in Abhängigkeit der Konvergenzschranke	223
Bild C.59:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte für unterschiedliche Schichtenanzahlen	224
Bild C.60:	Rechenzeit und relativer Fehler für ein Innenfeld in Abhängigkeit der Schichtenanzahl.....	224
Bild C.61:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte für unterschiedliche Schichtenanzahlen	225
Bild C.62:	Rechenzeit und relativer Fehler für ein Eckfeld in Abhängigkeit der Schichtenanzahl.....	225
Bild C.63:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Innenfelds in Feldmitte, Vergleich der Modellierungsansätze: mit Symmetrierandbedingungen (Plattenviertel) und komplettes Flachdeckensystem.....	226
Bild C.64:	Zeitlicher Verlauf der Deckenfelddurchbiegung eines Eckfelds in Feldmitte, Vergleich der Modellierungsansätze: mit Symmetrierandbedingungen (Plattenviertel) und komplettes Flachdeckensystem	226
Bild D.1:	Zusammenhang zwischen dem Parameter α_λ und dem Verhältnis der Stützweiten λ bei einer Verkehrslast von $q_k = 2,8 \text{ kN/m}^2$	227
Bild D.2:	Zusammenhang zwischen dem Parameter α_λ und dem Verhältnis der Stützweiten λ bei einer Verkehrslast von $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$	228
Bild D.3:	Ergebnisse der nicht-linearen FE-Analysen: erforderliche Nutzhöhen eines Flachdeckensystems mit einer tragenden Außenwand im Vergleich mit einem Flachdeckensystem ohne tragende Wände	229
Bild D.4:	Ergebnisse der nicht-linearen FE-Analysen: erforderliche Nutzhöhen eines Flachdeckensystems mit zwei tragenden Außenwänden im Vergleich mit einem Flachdeckensystem ohne tragende Wände	230
Bild E.1:	Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I).....	232
Bild E.2:	Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für Stahlbetonbalken mit einseitiger, elastischer Einspannung (System II)	232
Bild E.3:	Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für Stahlbetonbalken mit beidseitiger, elastischer Einspannung (System III) bei <i>identischen</i> Einspanngraden	233

Bild E.4:	Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für Stahlbetonbalken mit beidseitiger, elastischer Einspannung (System III) bei <i>abweichenden</i> Einspanngraden.....	234
Bild E.5:	Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I) bei unterschiedlichen Bauteilhöhen	235
Bild E.6:	Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I) bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden der Feldbewehrung.....	236
Bild E.7:	Gegenüberstellung der aus nicht-linearen FE-Analysen und aus den entwickelten, analytischen Beziehungen resultierenden Rissverteilungsfaktoren für gelenkig gelagerte Stahlbetonbalken (System I) bei unterschiedlichen Kriechzahlen und Bewehrungsgraden der Feldbewehrung	237