

# Beitrag zur Regelung des Luftverhältnisses eines Ottomotors unter Berücksichtigung der Dynamik des Dreiwege-Katalysators

## **Dissertation**

zur

Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Informatik und Elektrotechnik

der Universität Rostock

vorgelegt von

**Michael Tomforde**

**Januar 2014**

Eingereicht am: 31. Januar 2014

Verteidigt am: 19. September 2014

Begutachtet von: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h. c. Bernhard Lampe  
Institut für Automatisierungstechnik, Universität Rostock

Prof. Dr.-Ing. Peter Dünow  
Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Hochschule Wismar

Prof. Dr.-Ing. Steven X. Ding  
Fakultät Ingenieurwissenschaften, Universität Duisburg-Essen

# Kurzfassung

Die stetige Verschärfung der Abgasgesetzgebung gebietet eine Senkung des Schadstoffausstoßes von Kraftfahrzeugen mit Verbrennungsmotor. Die Menge der während der Verbrennung gebildeten Schadstoffe wird maßgeblich vom Verhältnis von Luft zu Kraftstoff im Brennraum, dem Luftverhältnis  $\lambda$ , beeinflusst. Daneben wird der Schadstoffausstoß wesentlich von der Wirksamkeit des Katalysators bestimmt. Bei gängigen Regelungskonzepten für das Luftverhältnis auf Basis eines Lambdareglers mit Vorsteuerung und einer nichtlinearen PI(D)-Hinterkatregelung werden die Dynamik des Katalysators und interne Prozessgrößen wie die Sauerstoffbeladung nur unzureichend berücksichtigt. Weiterhin ist die Parametrierung der Hinterkatregelung stark heuristisch geprägt.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung einer neuen Regelungsstrategie für das Luftverhältnis eines Ottomotors mit Dreiwege-Katalysator. Durch eine stärkere Berücksichtigung der Dynamik des Dreiwege-Katalysators und seiner internen Prozessgrößen mittels eines Modells soll die Parametrierung erleichtert sowie die Regelgüte gegenüber in Serienfahrzeugen verbreiteten Regelungskonzepten gesteigert werden.

Einen wesentlichen Beitrag dieser Arbeit stellt die Entwicklung eines neuen Ansatzes zur Beschreibung des nichtlinearen totzonenähnlichen Prozessverhaltens des Katalysators dar. Dieses Katalysatormodell zeichnet sich durch die Berücksichtigung von räumlichen Effekten der Sauerstoffeinlagerung bzw. der Sauerstoffabgabe aus. Auf diese Weise kann das Ein-Ausgangs-Verhalten des Prozesses genauer als mit bekannten Sauerstoffspeichermodellen abgebildet werden. Daneben weist das entwickelte Modell eine geringe Komplexität auf, sodass eine echtzeitfähige Berechnung auf gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten möglich ist.

Das Modell des Dreiwege-Katalysators bildet die Grundlage der vier in der vorliegenden Arbeit präsentierten Regelungsansätze. Während gegenwärtig häufig konventionelle Regelungsstrategien wie PI-Regler für die Hinterkatregelung verwendet werden, basieren die vorgestellten Regelungskonzepte auf modernen Methoden der Regelungstechnik. Der Fokus liegt hierbei auf Ansätzen, die sich auf dem Motorsteuergerät mit seiner begrenzten Rechenleistung und Speicherkapazität implementieren lassen. Es wird unter anderem ein nichtlinearer IMC-Regler unter Verwendung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator als Regelgröße präsentiert. Das Katalysatormodell eröffnet die Möglichkeit, nicht direkt messbare Prozessgrößen wie die Sauerstoffbeladung für die Regelung des Luftverhältnisses zu nutzen. Dies wird für die weiteren Regelungsstrategien ausgenutzt. Es wird ein ereignisbasierter Regelungsansatz unter Verwendung der Sauerstoffbeladung als Regelgröße vorgestellt, der explizit das totzonenähnliche Verhalten des Katalysators berücksichtigt. Weiterhin wird ein Regelungsansatz auf Basis eines beobachtergestützten Zustandsreglers präsentiert, bei dem zur Steigerung der Regelgüte räumliche Effekte der Sauerstoffspeicherung mittels eines Mehrzonenmodells einbezogen werden. Zur stärkeren Berücksichtigung der nichtlinearen Prozessdynamik wird eine Erweiterung dieses Ansatzes unter Verwendung eines Extended Kalman Filters und eines Zustandsreglers auf Basis zustandsabhängiger Riccati Gleichungen vorgenommen.

Neben einer Vorstellung und Bewertung der entwickelten Regelungsstrategien werden in der vorliegenden Arbeit die Ergebnisse der praktischen Fahrzeugerprobung einer Regelung des Luftverhältnisses unter Berücksichtigung der Dynamik des Dreiwege-Katalysators präsentiert.



# Abstract

Since introduction of emission standards in California in the early 1960s, specific limits to the amount of carbon monoxide (CO), hydrocarbons (HC), and nitrogen oxides (NO<sub>x</sub>) have been regularized in many countries. These thresholds have been decreased in recent years and are expected to become even more stringent in future. For compliance with these standards, pollutants emission must be reduced.

An option to achieve this goal is to improve air-fuel ratio control quality. Control strategies commonly used in production vehicles are formed of a lambda controller and a nonlinear PI post-catalyst controller to maintain pre-catalyst lambda at a desired setpoint (usually stoichiometric) despite disturbances. But this control strategy does not account for the dynamics of the three-way catalyst sufficiently. The oxygen storage state which mainly influences post-catalyst emissions is usually ignored.

The focus of this thesis is to develop a new air-fuel ratio control strategy that offers better control performance (i.e. lower exhaust emissions) and demands less calibration effort compared to commonly used controllers. To achieve this goal, a model of the three-way catalyst is used directly as a part of the controller.

A novel approach for modeling the three-way catalyst that accounts for the spatial distribution of oxygen within the catalyst is presented in this thesis. The proposed model is capable of reproducing the dominant dynamics of the catalyst in a broad operating range under real driving conditions. It can be executed on the engine control unit in real time due to its low complexity. The model can be used to gather additional process information like oxygen storage states. These states are useful for air-fuel ratio control since the oxygen content of the catalyst mainly influences post-catalyst emissions.

Four air-fuel ratio control strategies based on this model are presented in this thesis. Modern control methods like nonlinear IMC (Internal Model Control), event-based control and observer-based state-feedback control are used for post-catalyst controller design. The nonlinear IMC controller uses post-catalyst lambda as a control variable, just like production type controllers, whereas the oxygen storage state is used for the other control strategies presented in this thesis. For event-based control the catalyst is approximated as a process with dead-zone and a simple model is used to estimate the oxygen storage state. The observer-based state-feedback strategy uses a more accurate multi-zone model that accounts for spatial effects of oxygen storage to improve control performance. This strategy is split into two variants, a linear approach and a nonlinear one based on Extended Kalman filter and SDRE-method (State Dependent Riccati Equation).

The experimental evaluation on a turbocharged direct injection spark ignition engine equipped with a three-way catalyst shows that a post-catalyst control strategy based on oxygen storage dynamics is capable of reducing exhaust emissions significantly compared to a production type air-fuel ratio controller.



# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Gegenwärtig eingesetzte Regelungen für das Luftverhältnis . . . . .	2
1.2	Zielsetzung der Arbeit . . . . .	5
1.3	Gliederung der Arbeit . . . . .	6
2	Schadstoffe und Abgasnachbehandlung im Ottomotor	7
2.1	Einfluss des Luftverhältnisses auf die Schadstoffbildung . . . . .	7
2.2	Aufbau und Wirkungsweise des Katalysators . . . . .	10
2.3	Sauerstoffspeicherfähigkeit des Katalysators . . . . .	12
2.4	Messung des Luftverhältnisses . . . . .	14
3	Modellierung des Dreiwege-Katalysators	19
3.1	Überblick und Bewertung von Modellierungsansätzen für Katalysatoren . . . . .	19
3.2	Auswahl des Ansatzes zur Beschreibung der Sauerstoffbeladung . . . . .	25
3.3	Grundstruktur des entwickelten Katalysatormodells . . . . .	28
3.4	Berücksichtigung der Sauerstoffverteilung im Modell . . . . .	30
4	Konzepte für die Hinterkatregelung	35
4.1	Klassifikation des Prozesses . . . . .	35
4.2	Modellbasierte Ansätze für die Hinterkatregelung . . . . .	37
4.3	Nichtlineare IMC-Regelung . . . . .	39
4.4	Ereignisbasierte Regelung . . . . .	46
4.5	Beobachtergestützter Zustandsregler für Mehrzonenmodell . . . . .	54
4.6	Nichtlineare Erweiterung der beobachtergestützten Zustandsregelung . . . . .	59
5	Simulative Untersuchungen	73
5.1	Prozessmodell für simulative Untersuchungen . . . . .	73
5.2	Regelgüte der Hinterkatregelungsansätze . . . . .	77
5.3	Robustheitsuntersuchungen . . . . .	80
5.4	Bewertung der Regelungsansätze . . . . .	86
6	Praktische Umsetzung der Regelung	89
6.1	Mess- und Versuchstechnik . . . . .	89
6.2	Parametrierung der Hinterkatregelung . . . . .	92
6.3	Modellvalidierung . . . . .	102
6.4	Validierung der Regelung . . . . .	107
7	Zusammenfassung und Ausblick	113

---

A	Inversion Mehrzonenmodell für variablen Luftmassenstrom	117
B	Herleitung der Gleichungen für die Nullstellenberechnung eines Polynoms	121
B.1	Nullstellenberechnung nach Laguerre . . . . .	121
B.2	Nullstellenberechnung nach Cardano . . . . .	122
C	Nomenklatur	127
C.1	Abkürzungen . . . . .	127
C.2	Formelzeichen . . . . .	128
	Abbildungsverzeichnis	135
	Tabellenverzeichnis	137
	Literaturverzeichnis	139



# 1 Einleitung

Der Personenkraftwagen (Pkw) ist eines der dominierenden Verkehrsmittel für den Weg zur Arbeit und im Bereich der Freizeitmobilität. Zwischen 1996 und 2010 hat sich die Anzahl der Pkw weltweit von 500 Millionen auf 1 Milliarde Fahrzeuge verdoppelt und es wird ein weiterer Anstieg auf über 1.7 Milliarden Fahrzeuge bis zum Jahr 2035 erwartet [IEA12]. Da der überwiegende Anteil der Pkw mit Verbrennungsmotor ausgestattet ist, hat sich der Straßenverkehr zu einer wesentlichen Quelle der Luftverschmutzung, insbesondere in Großstädten, entwickelt. Laut Umweltbundesamt [Umw12] lag in den letzten Jahren der Anteil des Straßenverkehrs an der insgesamt von Industrie, Verkehr und Haushalten verursachten Stickoxidemission bei etwa 37%. Der Anteil an der Kohlenmonoxidemission liegt bei rund 30% und circa 12% der ausgestoßenen flüchtigen Kohlenwasserstoffe (ohne Methan) sind auf den Straßenverkehr zurückzuführen.

Die genannten Gruppen chemischer Verbindungen sind gefährlich für Mensch und Umwelt. Unverbrannte Kohlenwasserstoffe wie Benzen gelten beispielsweise als krebserregend. Stickoxide sind gewebschädigend und tragen zur Bildung von Ozon und saurem Regen bei. Aufgrund ihrer Gefährlichkeit wurden in vielen Ländern für Neuwagen gesetzliche Obergrenzen für den Ausstoß dieser Stoffe festgelegt. Die in den europäischen Abgasnormen Euro 1 bis Euro 6 festgelegten Grenzwerte für Kohlenmonoxid (CO), Kohlenwasserstoffe (HC), Nicht-Methan-Kohlenwasserstoffe (NMHC), Stickoxide (NO<sub>x</sub>) und Partikelmasse (PM) sind in der Tabelle 1.1 dargestellt. Die Abgasgesetzgebung ist einerseits durch die Begrenzung weiterer Schadstoffgruppen gekennzeichnet. Als Beispiele sind Einzelgrenzwerte für Kohlenmonoxid und Stickoxide mit Euro 3, Begrenzung der NMHC sowie der Partikelmasse für Ottomotoren mit Benzin-Direkteinspritzung ab Euro 5 oder die geplante Begrenzung der Partikelanzahl für Direkteinspritzer mit Euro 6 zu nennen. Andererseits wurden die bestehenden Grenzwerte fortlaufend verschärft. Dies stellt die Automobilindustrie vor die Herausforderung, den Schadstoffausstoß der Kraftfahrzeuge mit Ottomotor zu senken.

Norm	CO	HC+NO <sub>x</sub>	HC	NMHC	NO <sub>x</sub>	PM
Euro 1 (1992)	3160	1130				
Euro 2 (1996)	2200	500				
Euro 3 (2000)	2300		200		150	
Euro 4 (2005)	1000		100		80	
Euro 5 (2009)	1000		100	68	60	4.5
Euro 6 (2014)	1000		100	68	60	4.5

**Tabelle 1.1:** Abgasgrenzwerte für Pkw mit Ottomotor in mg/km

Die Menge der bei der Verbrennung des Luft-Kraftstoff-Gemisches entstehenden Schadstoffe wird primär vom Verhältnis von Luft zu Kraftstoff im Brennraum, dem Luftverhältnis  $\lambda$  (Lambda), bestimmt. Die Konvertierungsfähigkeit des Katalysators, die bestimmt welcher Anteil der Schadstoffe in ungiftige Verbindungen wie Kohlenstoffdioxid und Wasser umgewandelt wird und nicht in die Umgebung gelangt, wird neben der Temperatur ebenfalls wesentlich vom Luftverhältnis beeinflusst. Eine höhere Güte der Regelung des Luftverhältnisses lässt daher eine Verringerung der Schadstoffemission erwarten.

## 1.1 Gegenwärtig eingesetzte Regelungen für das Luftverhältnis

Die gegenwärtig in Serienfahrzeugen eingesetzten Regelungen des Luftverhältnisses lassen sich grob mit der in Abbildung 1.1 dargestellten Struktur beschreiben. Lambdaregler mit Vorsteuerung und Hinterkatregelung sind dabei in einer Kaskadenstruktur angeordnet, wobei die Hinterkatregelung den Sollwert bzw. Istwert des inneren Regelkreises (Lambdaregelkreis) in geeigneter Weise beeinflusst. Die genaue Umsetzung der Regelung des Luftverhältnisses unterscheidet sich in Abhängigkeit der Abgasgesetzgebung des Zielmarktes sowie der Anzahl, des Typs und des Einbauortes der Lambdasonden. Für den US-amerikanischen Markt mit der scharfen Abgasgesetzgebung in Kalifornien werden teilweise Regelungskonzepte mit einer dritten Lambdasonde zwischen einem zweigeteilten Katalysator eingesetzt. Diese zusätzliche Regelschleife kann als Teil der Hinterkatregelung betrachtet werden.

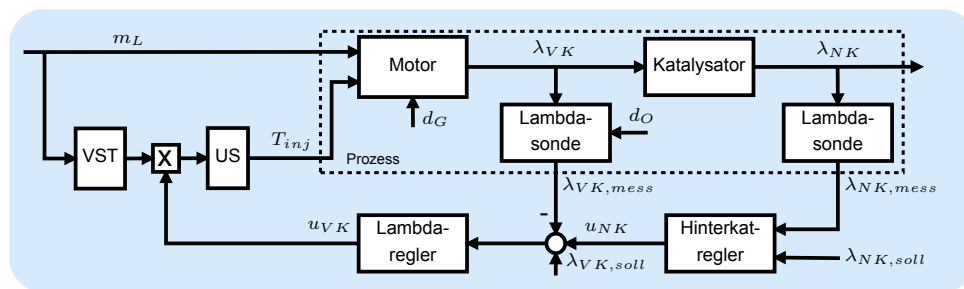


Abbildung 1.1: Reglerstruktur für das Luftverhältnis

### Vorsteuerung (VST) und unterlagerte Steuerung (US)

Für den inneren Regelkreis, den Lambdaregelkreis, wird im Allgemeinen eine Struktur mit zwei Freiheitsgraden bestehend aus Lambdaregler und Vorsteuerung eingesetzt. Durch die Gemischvorsteuerung soll erreicht werden, dass das Luftverhältnis Sollwertänderungen etwa bei Bauteilschutz, Katalysatorausräumen oder Katalysatorheizen schnell folgt.

In der Gemischvorsteuerung wird zunächst anhand der vom Luftpfadmodell prädizierten Luftmasse im Zylinder  $m_L$  die für einen vorgegebenen Sollwert des Luftverhältnisses erforderliche Kraftstoffmasse ermittelt. Bei dieser Berechnung werden vorhersehbare Störungen, wie beispielsweise der zusätzliche Eintrag von Kohlenwasserstoffen durch die Tankentlüftung, kompensiert sowie verfahrenstechnische Besonderheiten, wie etwa eine Erhöhung der Kraftstoffmasse bei Kaltstart zum Ausgleich einer schlechten Kraftstoffverdampfung, berücksichtigt.

Nach einer Korrektur der Kraftstoffmasse über den Stelleingriff  $u_{VK}$  des Lambdareglers wird abschließend die zur Einbringung der korrigierten Kraftstoffmasse benötigte Öffnungsdauer des Einspritzventils  $T_{inj}$  in einer unterlagerten Steuerung ermittelt.

### Gemischfehler

Aufgrund von Gemischfehlern  $d_G$  kann allein durch eine Steuerung der Kraftstoffzumessung nicht die zur Einhaltung der Abgasgrenzwerte erforderliche Genauigkeit der Gemischbildung erreicht werden. Typische Ursachen für Gemischfehler sind Herstellungstoleranzen bei Sensoren und Aktoren sowie die Änderung von Bauteilparametern durch Abnutzung oder Alterung (beispielsweise Verkokung der Einspritzventile). Eine weitere Quelle sind Ungenauigkeiten bei der Prädiktion

der Luftmasse im Zylinder, insbesondere bei Betriebspunktwechseln aufgrund unzureichender Modelle der nichtlinearen Saugrohrdynamik sowie Pulsationen im Saugrohr. Auch die eingespritzte Kraftstoffmasse unterliegt Schwankungen, beispielsweise aufgrund von Druckänderungen im Rail, hervorgerufen durch die Förderhübe der Hochdruckpumpe und die periodischen Einspritzungen. Weiterhin ist der stöchiometrische Luftbedarf  $L_{st}$ , der für die Berechnung der Kraftstoffmasse anhand der prädierten Zylinderfüllung benötigt wird, nicht konstant. Diese Größe gibt die theoretisch für eine vollständige Verbrennung eines Kilogramms Kraftstoff benötigte Luftmasse an und wird daher von der genauen Kraftstoffzusammensetzung bestimmt, die in Abhängigkeit von Hersteller und Tankstelle variieren kann. Insbesondere bei Motoren mit Saugrohreinspritzung kann zusätzlich eine fehlerhafte Kompensation des Wandfilmeffekts zu dynamischen Gemischfehlern führen, siehe [Sch98].

### Lambdaregler

Zur Einhaltung der gesetzlichen Abgasgrenzwerte ist eine Kompensation der beschriebenen Gemischfehler erforderlich. Dies ist die Aufgabe des Lambdareglers. Als Eingangsgröße steht diesem das Signal einer vor dem Katalysator montierten Lambdasonde  $\lambda_{VK,mess}$  zur Verfügung. Der Stelleingriff des Lambdareglers erfolgt multiplikativ auf die Kraftstoffmasse, da sich viele der genannten Gemischfehler in multiplikativer Weise auf das Luftverhältnis auswirken.

Die für den Lambdaregler vorgeschlagenen Regelungsansätze umfassen unter anderem Modellprädiktive Regelungen [LMFB98, MPJ06a] (ggf. unter Verwendung Neuronaler Netze [WYG<sup>+</sup>06, MPW00, ZY09]), Fuzzy Regler [GSSK08, MAM12], Neuronale Netze [ARP03, CC01], Smith Prädiktor [NKO02, Lun07], Sliding Mode Control [PM99, SH04, YS01, CCST95] robuste Regelungsstrategien basierend auf dem  $H_\infty$ -Ansatz [MPH01, VAHS99, ROG97] sowie Konzepte basierend auf Exakter Linearisierung [GSG97, XYM99]. Weiterhin wurden Konzepte zur zylinderindividuellen Lambdaeegelung entwickelt [GDC91, MCG93, HAK<sup>+</sup>94, KS99, CCM10], mittels denen Unterschiede bei der Verbrennung in einzelnen Zylindern ausgeglichen werden können.

Gegenwärtig stellen jedoch Regler mit Proportional-, Integral- und ggf. Differential-Anteil sowie IMC-Regler (Internal Model Control) die verbreitetsten Ansätze für die Lambdaeegelung in Serienfahrzeugen mit Breitbandsonde dar. Bei dem in der vorliegenden Arbeit betrachteten Verbrennungsmotor wird ein PI-Regler eingesetzt. Für Motorkonzepte mit Sprungsonde vor dem Katalysator werden PI-Regler eingesetzt, bei denen die SONDENSPANNUNG mit dem Sollwert verglichen wird. Eine Änderung des Vorzeichens der Regeldifferenz bewirkt dabei zunächst einen Sprung im Stellgrößenverlauf über den Proportional-Anteil und anschließend einen rampenförmigen Verlauf aufgrund des Integral-Anteils.

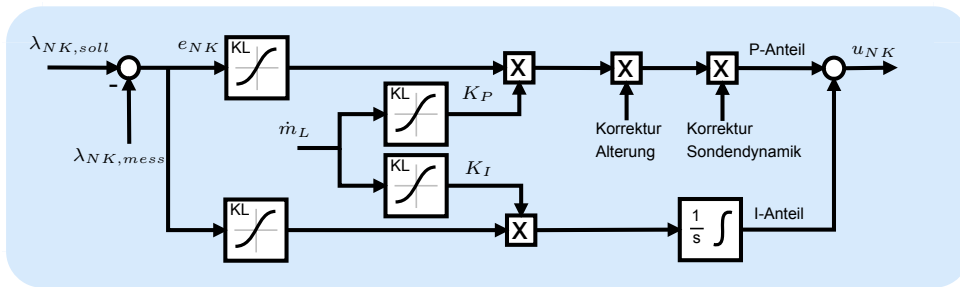
### Hinterkatregelung

Die Lambdasonde vor dem Katalysator ist hohen Abgastemperaturen ausgesetzt und das Abgas befindet sich bei Erreichen der Sonde noch nicht im chemischen Gleichgewicht. Dies äußert sich in Messfehlern  $d_O$ . Um einen Ausgleich dieses sich typischerweise als Offset äußernden Messfehlers zu ermöglichen und die Schadstoffemission gering zu halten, ist hinter dem Katalysator eine zweite Lambdasonde montiert. Anhand des Messsignals  $\lambda_{NK,mess}$  dieser Sonde wird die zur Kompensation von  $d_O$  erforderliche Stellgröße  $u_{NK}$  der Hinterkatregelung ermittelt.

In [FCG04, FGCK05] wird für eine solche Hinterkatregelung die Verwendung eines Proportional-Regler mit unterschiedlich großen Verstärkungen für positive und negative Regelabweichungen vorgeschlagen. Durch eine stärkere Gewichtung von mageren Luftverhältnissen hinter dem Katalysator soll dabei die Emission von Stickoxiden gesenkt werden. Eine Besonderheit stellt bei

diesem Ansatz die Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde dar. Es wird ausgenutzt, dass im stationären Betrieb die Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator identisch sein müssen. Eine Differenz zwischen den tiefpassgefilterten Luftverhältnissen kann daher als Sondenoffset interpretiert werden. Gebräuchlicher ist jedoch die Verwendung von PI- oder PID-Reglern, die direkt die Sondenspannung der hinter dem Katalysator montierten Lambdasonde oder das aus der Spannung berechnete Luftverhältnis als Regelgröße verwenden.

Serienmäßig wird für den betrachteten Motor ein PI-Regler als Hinterkatregelung verwendet. Dieser weist die Besonderheit auf, dass die Regelabweichung (Differenz zwischen Soll- und Istwert des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator  $\lambda_{NK,soll} - \lambda_{NK,mess}$ ) ähnlich [FCG04, FGCK05] nichtlinear gewichtet wird. Die Struktur dieses nichtlinearen PI-Reglers ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Die nichtlineare Gewichtung der Regelabweichung  $e_{NK}$  erfolgt mittels Kennlinien und ist für Proportional- und Integral-Anteil unterschiedlich stark ausgeprägt. Die nichtlinear gewichtete Regelabweichung wird anschließend mit der jeweiligen Reglerverstärkung ( $K_I$  bzw.  $K_P$ ) multipliziert. Da das Verhalten der Regelstrecke vom Betriebspunkt des Motors abhängt, werden keine konstanten Verstärkungen verwendet, sondern Kennlinien mit dem Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  als Eingangsgröße eingesetzt. Beim Proportional-Anteil erfolgt zur Berücksichtigung alterungsbedingter Änderungen der Katalysator- und Lambdasondendynamik abschließend eine phänomenologisch begründete Korrektur des Stelleingriffes auf der Basis von Kennlinien.



**Abbildung 1.2:** Struktur einer verbreiteten nichtlinearen PI-Hinterkatregelung

Für diese Hinterkatregelung müssen somit vier Kennlinien parametrieren werden: Die beiden nichtlinearen Gewichtungen des Regelfehlers (für P- und I-Anteil getrennt) sowie die luftmassenstromabhängigen Verstärkungen  $K_P$  und  $K_I$ . Gegenwärtig ist die Parametrierung dieser Kennlinien stark heuristisch geprägt. Die Ermittlung der Kennlinienwerte erfolgt in einem aufwendigen Prozess anhand einer Vielzahl von zeit- und kostenintensiven Messungen an Prüfständen durch spezialisierte Fachkräfte, den Applikationsingenieuren. Dieser heuristisch geprägte Parametrierungsansatz erfordert ein hohes Maß an Expertenwissen. Daher wird die Güte der Hinterkatregelung stark von der Erfahrung des Applikationsingenieurs bestimmt.

Das Ziel des serienmäßig eingesetzten Regelungsansatzes besteht darin, das Luftverhältnis vor dem Katalysator auf einen vorgegebenen Sollwert zu halten. Die Hinterkatregelung dient dabei vornehmlich der Kompensation des Sondenoffsets  $d_O$ . Hierzu enthält die Regelung im Allgemeinen einen Integral-Anteil mit geringer Verstärkung.

Während im Stationärbetrieb der Schadstoffausstoß vornehmlich vom Luftverhältnis vor dem Katalysator beeinflusst wird, bestimmt im normalen Fahrbetrieb mit schnellen Arbeitspunktwechseln die Dynamik des Katalysators den Schadstoffausstoß. Diese durch die Sauerstoffspeicherfähigkeit hervorgerufene Dynamik wird bei den gegenwärtig verbreiteten Regelungen des Luftverhältnisses im Allgemeinen nur unzureichend berücksichtigt.

## 1.2 Zielsetzung der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung einer neuen Regelungsstrategie für das Luftverhältnis, die durch eine stärkere Berücksichtigung der Dynamik des Katalysators eine Verringerung des Schadstoffausstoßes im Neuen Europäischen Fahrzyklus (NEFZ) gegenüber gängigen Serienlösungen ermöglicht. Mit einer Regelung basierend allein auf der Lambdasonde hinter dem Katalysator wäre dieses Ziel aufgrund der langsamen Katalysatordynamik nicht zu erreichen. Daher werden der Lambdaregler und die Gemischvorsteuerung eines Serienkonzeptes unverändert übernommen. Dies bietet weiterhin den Vorteil, dass sich die neue Regelung leicht in aktuelle und zukünftige Serienkonzepte integriert lässt und Sonderbetriebsarten wie Schubabschaltung oder Katalysatorheizen unverändert übernommen werden können. Damit reduziert sich die Problemstellung auf die Entwicklung einer neuen Hinterkatregelung unter Berücksichtigung der Dynamik des Dreiwege-Katalysators.

Der Anwendungsfall für diese Regelung ist ein Ottomotor, der über eine Breitbandlambdasonde vor dem Katalysator und eine Sprungsonde hinter dem Katalysator verfügt. Dies stellt die für den europäischen Markt gängigste Sensorkonfiguration dar. Die Regelung soll jedoch ebenfalls für strukturell identische Prozesse eingesetzt werden können. Dazu muss sie Tuningparameter enthalten, mittels denen eine Anpassung der Regelung an unterschiedliche Motoren und Katalysatoren mit abweichender Dynamik vorgenommen werden kann und die eine projektspezifische Abstimmung der Reglerdynamik auf die Abgasgrenzwerte und OBD-Vorschriften (On-Board Diagnose) des Zielmarktes ermöglichen.

Im Gegensatz zu gegenwärtig weitverbreiteten Regelungen sollen sich die Reglerparameter auf systematische und reproduzierbare Weise anhand einer geringen Anzahl von Prüfstandsmessungen ermitteln lassen, sodass einerseits Zeitaufwand und Kosten für die Applikation sinken und andererseits der Applikatureinfluss auf die Regelgüte minimiert wird.

Damit die entwickelte Regelung praktisch nutzbar ist, muss sie auf gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten in Echtzeit berechenbar sein. In modernen Motorsteuergeräten wird häufig der 32-Bit Single-Chip Mikrocontroller **Infineon Tricore TC 1796** eingesetzt. Dieser ist mit 150 MHz getaktet. Zur Speicherung von Daten stehen auf dem Chip 64 kB RAM (Random Access Memory) und 128 kB Flash ROM zur Verfügung [Inf08, Inf07]. Bei einer typischen Samplezeit von 10 ms für Funktionen im Motorsteuergerät stehen aufgrund der hohen Auslastung des Steuergerätes durch weitere Steuerungen, Regelungen und Diagnosefunktionen zur Berechnung der Stellgröße der zu entwickelnden Regelung lediglich rund 100  $\mu$ s zur Verfügung.

Zusammengefasst ergeben sich somit folgende Anforderungen an die zu entwickelnde Hinterkatregelung

- A1. Höhere Regelgüte als gegenwärtig verbreitete Regelungsstrategien durch stärkere Berücksichtigung der Dynamik des Katalysators
- A2. Einfache und systematische Parametrierung der Regelung
- A3. Echtzeitfähigkeit auf gängigen Motorsteuergeräten mit geringer Rechenleistung und Speicherkapazität
- A4. Anwendbarkeit für strukturell identische Prozesse

Großes Potenzial zur Erfüllung dieser Anforderungen bietet ein modellbasierter Regelungsansatz. Durch Nutzung eines Modells innerhalb der Regelung kann einerseits die nichtlineare Dynamik des Katalysators direkt berücksichtigt werden. Andererseits eröffnet dies die Möglichkeit,

nicht direkt mit Sensoren erfassbare Prozessgrößen wie die Sauerstoffbeladung, die den Schadstoffausstoß maßgeblich beeinflussen, zu ermitteln. Diese zusätzliche Prozessinformation kann mittels geeigneter Regelungsverfahren zur Verringerung der Schadstoffemission genutzt werden.

Bei vorhandenem Modell der Regelstrecke ist weiterhin eine systematische Parametrierung der Regelung anhand von Simulationsrechnungen denkbar. Mit einem solchen simulationsbasierten Applikationsverfahren sind neben Messungen zur Identifikation der Modellparameter keine weiteren zeit- und kostenintensiven Prüfstandsmessungen erforderlich.

### 1.3 Gliederung der Arbeit

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der modellbasierten Regelung des Luftverhältnisses eines Ottomotors unter Berücksichtigung der Dynamik des Dreiwege-Katalysators. Für diesen Regelungsansatz ist eine hinreichend genaue Modellierung des Dreiwege-Katalysators unerlässlich. Das Kapitel 2 dient der Vermittlung der hierzu erforderlichen Kenntnis des Prozessverhaltens. Insbesondere wird auf die Sauerstoffeinlagerung bzw. Sauerstoffabgabe eingegangen, die die Dynamik des Dreiwege-Katalysators dominiert.

Aufbauend auf dem Wissen zur grundlegenden Prozessdynamik erfolgt in Kapitel 3 die Herleitung des für den gewählten Regelungsansatz erforderlichen Modells des Dreiwege-Katalysators. Dieser Modellierungsansatz zeichnet sich durch eine Berücksichtigung räumlicher Effekte der Sauerstoffspeicherung im Katalysator aus und ermöglicht auf diese Weise eine genauere Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Katalysators als bisher eingesetzte Sauerstoffspeichermodelle.

In Kapitel 4 werden modellbasierte Regelungsstrategien für das Luftverhältnis unter Nutzung moderner Methoden der Regelungstechnik präsentiert. Hierzu zählt ein nichtlinearer Regelungsansatz auf der Basis von zustandsabhängigen Riccati-Gleichungen (SDRE-Methode, State Depending Riccati Equation) sowie ein nichtlinearer IMC-Regler. Weiterhin wird ein ereignisbasierter Regelungsansatz vorgestellt und ein beobachtergestützter Zustandsregler basierend auf einer Linearisierung des Prozessmodells zur Regelung des Luftverhältnisses eingesetzt.

Die entwickelten Regelungsansätze werden in Kapitel 5 zunächst anhand von Simulationen verglichen und bewertet. Dies bietet den Vorteil, dass die Bewertung der Ansätze unter exakt gleichen Umgebungs- und Störeinflüssen erfolgen kann und die Ergebnisse somit aussagekräftiger sind. Ein wesentliches Bewertungskriterium ist dabei die Regelgüte definiert durch die lineare Betragsregelfläche der Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom Sollwert. Weiterhin wird anhand von Simulationen die Robustheit der entwickelten Regelungen gegenüber Modellunsicherheiten untersucht.

Das vorletzte Kapitel 6 widmet sich der praktischen Implementierung des anhand der Benchmark-Ergebnisse des vorhergehenden Kapitel ausgewählten Regelungsansatzes. Nach einer Erläuterung der entwickelten Verfahren zur systematischen Parametrierung der Regelung werden zunächst die Ergebnisse der Validierung des Katalysatormodells präsentiert. Anschließend werden die Ergebnisse der Reglervalidierung auf Basis von Abgastests vorgestellt und ein Vergleich mit einer serienmäßig eingesetzten Regelung des Luftverhältnisses durchgeführt.

Abschließend werden in Kapitel 7 die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und Schwerpunkte für weitergehende Untersuchungen aufgezeigt.

## 2 Schadstoffe und Abgasnachbehandlung im Ottomotor

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Senkung des Schadstoffausstoßes durch eine Verbesserung der Regelung des Luftverhältnisses. Nachfolgend soll daher zunächst der Einfluss des Luftverhältnisses auf die Schadstoffbildung und die Konvertierungsfähigkeit des Dreiwege-Katalysators aufgezeigt werden. Anschließend wird die Komponente Katalysator genauer beschrieben. Dabei wird insbesondere auf das für die spätere Modellierung wichtige dynamische Verhalten eingegangen, das vom Sauerstoffspeicherprozess dominiert wird.

### 2.1 Einfluss des Luftverhältnisses auf die Schadstoffbildung

Die Aufgabe des Ottomotors ist die Umsetzung der im Kraftstoff gebundenen chemischen Energie in mechanische Arbeit mittels Verbrennung. Bei der durch den Zündfunken ausgelösten Verbrennung reagieren die kohlenwasserstoffhaltigen Kraftstoffbestandteile mit dem Sauerstoff der Luft. Für eine vollständige Verbrennung eines Kilogramms Kraftstoffs werden theoretisch ca. 14.7 kg Luft benötigt (der exakte Wert wird von der Kraftstoffzusammensetzung bestimmt).

Häufig weicht die der motorischen Verbrennung zugeführte Luftmasse von diesem stöchiometrischen Luftbedarf  $L_{st} = 14.7 \text{ kg/kg Kraftstoff}$  ab. Eine wichtige Kennzahl zur Charakterisierung dieser Abweichung ist das Luftverhältnis

$$\lambda = \frac{m_L}{L_{st} m_K}, \quad (2.1)$$

das sich anhand des stöchiometrischen Luftbedarfes sowie der Luft- und Kraftstoffmassen  $m_L$  bzw.  $m_K$ , die der Verbrennung zugeführt werden, ermitteln lässt. Liegen Luft und Kraftstoff im richtigen Verhältnis zueinander im Brennraum vor, so gilt  $\lambda = 1$  und das Gemisch wird als stöchiometrisch bezeichnet. Herrscht bei der Verbrennung Luftüberschuss ( $\lambda > 1$ ), so wird von einem mageren Luft-Kraftstoff-Gemisch gesprochen. Bei einem fetten Gemisch besteht Luftmangel, es gilt folglich  $\lambda < 1$ .

Bei vollständiger stöchiometrischer Verbrennung würden theoretisch lediglich Kohlenstoffdioxid und Wasser als Produkte der chemischen Reaktionen entstehen und das Abgas zusätzlich den Stickstoff und die Edelgase aus der Luft enthalten, die den Verbrennungsvorgang nahezu unverändert überstehen. In der Praxis liegt bei stöchiometrischem Betrieb ( $\lambda = 1$ ) der Anteil dieser Stoffe im Abgas bei ca. 99 Volumenprozent, wie die auf [Rob05] basierende Abbildung 2.1 zeigt. Den übrigen Anteil des Rohabgases (Abgas an den Auslassventilen vor Abgasnachbehandlung) bilden unerwünschte Verbrennungsnebenprodukte. Bei diesen teilweise giftigen chemischen Verbindungen handelt es sich vorwiegend um Kohlenmonoxid (CO), Kohlenwasserstoffe (HC), Stickoxide ( $\text{NO}_x$ ) sowie Partikel. Letztere bestehen, abhängig von Verbrennungsverfahren und Betriebszustand des Motors, größtenteils aus einer Aneinanderkettung von Kohlenstoffteilchen (Ruß), an denen sich Kohlenwasserstoffe oder Kraftstoff- und Schmierölaerosole sowie Sulfate anlagern können [Rob05].

Sie sind insbesondere durch die Feinstaub-Diskussion in den Fokus gerückt, da sie lungengängig sind und eine Gefahr durch Anlagerung gesundheitsgefährdender Substanzen darstellen [Bas07].

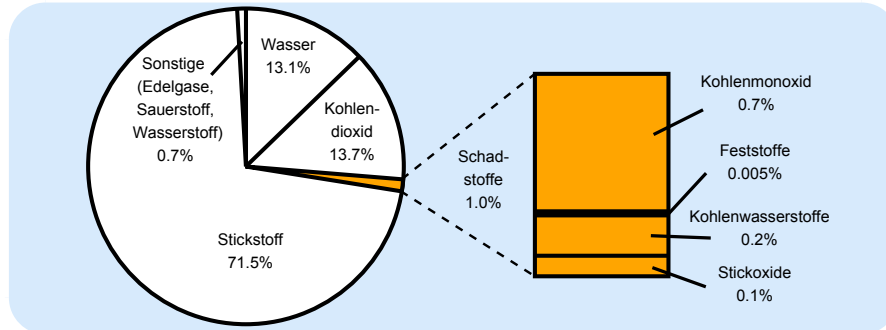


Abbildung 2.1: Abgaszusammensetzung eines Ottomotors

In Abbildung 2.2 sind qualitativ die Konzentrationen von Kohlenmonoxid, Kohlenwasserstoffen und Stickoxiden im Rohabgas in Abhängigkeit des Luftverhältnisses dargestellt. Es ist offensichtlich, dass diese Größe maßgeblich die Bildung der unerwünschten Verbrennungsnebenprodukte beeinflusst. Eine exakte Regelung des Luftverhältnisses ist daher von elementarer Bedeutung für die Gewährleistung eines geringen Schadstoffausstoßes.

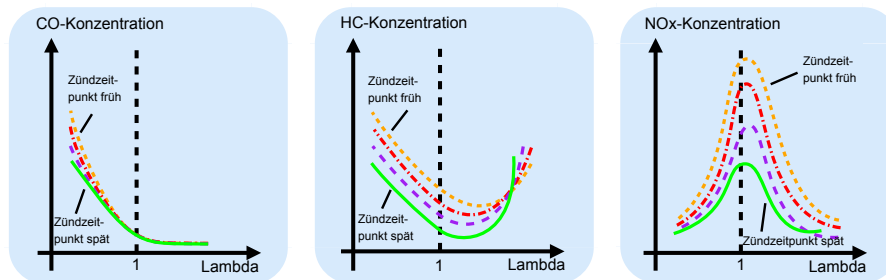


Abbildung 2.2: Schadstoffkonzentration in Abhängigkeit von Luftverhältnis und Zündwinkel

### Kohlenwasserstoffe (HC)

Kohlenwasserstoffverbindungen wie Methan, Octan, Propen, Benzol, Acetylene und Aldehyde entstehen vornehmlich bei Verbrennung unter Sauerstoffmangel ( $\lambda < 1$ ). Mit sinkendem Luftverhältnis nehmen die Kohlenwasserstoffkonzentrationen aufgrund der unvollständigen Verbrennung folglich zu. Das Minimum der HC-Emission liegt im mageren Bereich bei  $\lambda = 1.1$  bis  $1.2$ . Höhere Luftverhältnisse führen aufgrund schlechter Entflammungsbedingungen (im Extremfall Fehlzündungen) zu einem Anstieg der Kohlenwasserstoffkonzentration [Rob02].

Bei der Verbrennung von Kohlenwasserstoffen treten bei  $\lambda > 1$  hinter der Flammenfront keine messbaren HC-Konzentrationen auf [MSS006]. Trotzdem können auch in diesem Fall Kohlenwasserstoffe im Abgas nachgewiesen werden (siehe Abbildung 2.2). Diese stammen folglich aus Zonen, die nicht von der Verbrennung erfasst wurden. Während der Verdichtung werden beispielsweise Teile des Luft-Kraftstoff-Gemisches durch den Zylinderdruck in funktionsbedingte Brennraumspalten (z.B. zwischen Kolbenfeuersteg und Zylinderwand oder im Bereich der Kolbenringnuten)



gepresst [EKP08, Hey88]. In diese engen Räume kann die Flamme während der Verbrennung nicht eindringen. Während der Expansion im Arbeitstakt des Ottomotors verlässt das unverbrannte Gemisch die Brennraumspalten und wird schließlich mit dem restlichen Abgas aus dem Zylinder ausgeschoben. Weitere bedeutende Quellen für Kohlenwasserstoffemissionen sind Wall- und Flame-Quenching sowie HC-Speicherung aufgrund der Löslichkeit des Kraftstoffes im Schmieröl an den Zylinderwänden [Hey88].

### Kohlenmonoxid (CO)

Kohlenmonoxid ist ebenfalls ein Produkt unvollständiger Verbrennung unter Sauerstoffmangel und entsteht folglich vornehmlich bei der Verbrennung von fetten Luft-Kraftstoff-Gemischen. Die CO-Emission nimmt mit sinkendem Luftverhältnis  $\lambda < 1$  nahezu linear zu. In diesem Bereich konkurriert die CO-Oxidation mit der Wasserstoff-Oxidation [MC09].

Im mageren Bereich ( $\lambda > 1$ ) steht genügend Sauerstoff für die Oxidationsreaktion zur Verfügung und die Kohlenmonoxidkonzentration im Abgas ist unabhängig vom Luftverhältnis gering. Ursachen für die Bildung von Kohlenmonoxid bei Verbrennung mit Luftüberschuss sind vornehmlich Gemischinhomogenitäten, d.h. lokale Brennraumbereiche mit fettem Gemisch, wie nicht verdampfte Kraftstofftröpfchen, sowie die Dissoziation von Kohlendioxid bei hohen Verbrennungstemperaturen [EKP08, Hey88]. Das bei den hohen Temperaturen hergestellte Gleichgewicht zwischen  $\text{CO}_2$  und CO wird während der Expansion im Arbeitstakt beibehalten, da die chemischen Reaktionen durch die rasche Abkühlung zum Erliegen kommen [Gru08]. Die CO-Menge im Abgas entspricht daher in etwa der Gleichgewichtskonzentration bei einer Temperatur von 1700 K [MSSO06].

### Stickstoffoxide ( $\text{NO}_x$ )

Die Gruppe der im Rohabgas enthaltenen Stickstoffoxide (oder kurz Stickoxide) umfasst vorwiegend Stickstoffmonoxid NO (ca. 90 Prozent), Stickstoffdioxid (ca. 9 Prozent) und im geringen Maße Distickstoffmonoxid (ca. 1 Prozent) [Rob05, Bas07]. Es wird angenommen, dass während der Verbrennung lediglich NO gebildet wird und die anderen Oxide des Stickstoffs durch Oxidation des Stickstoffmonoxids während der Expansion im Zylinder, im Auspufftrakt und in der Atmosphäre entstehen [Gru08].

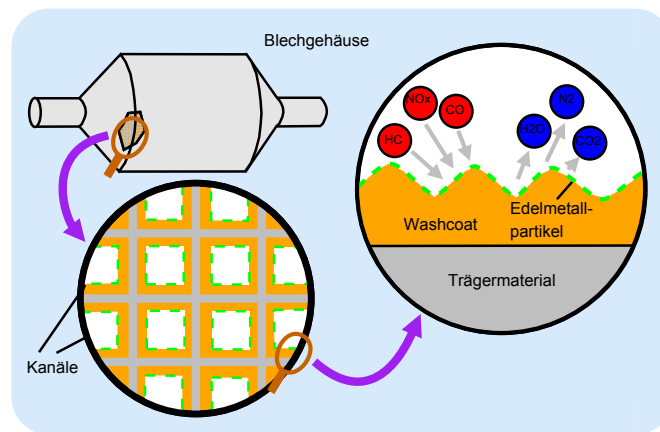
Der Verlauf der  $\text{NO}_x$ -Emission in Abhängigkeit des Luftverhältnisses ähnelt einer Glocke. Ausgehend von einem fetten Gemisch nimmt die Stickoxidemission zunächst mit steigendem Luftverhältnis zu. Ursache hierfür ist der steigende Sauerstoffgehalt des Abgases, der die Reduktionsreaktionen der Stickoxide behindert [Rob02]. Das Maximum der  $\text{NO}_x$ -Emission liegt zwischen  $\lambda = 1.05$  und 1.1. Danach sinkt die Konzentration der Stickoxide im Abgas mit steigendem Luftverhältnis aufgrund des Absinkens der Verbrennungstemperatur durch die zunehmende Verdünnung.

Ein Großteil der Stickoxide (90-95 Prozent [MSSO06]) wird über den Zeldovich-Mechanismus gebildet. Unter Einfluss der hohen Verbrennungstemperaturen trennen sich die zweiatomigen Stickstoff- und Sauerstoffmoleküle der Verbrennungsluft in einzelne Atome auf (sie dissoziieren) und verbinden sich anschließend teilweise zu Stickstoffmonoxid. Die schnelle Abkühlung der Verbrennungsgase während der Expansion im Arbeitstakt des Ottomotors führt zum Erliegen der Reaktionen des Stickstoffmonoxids. Dadurch liegt die Konzentration von NO im Abgas deutlich über der Gleichgewichtskonzentration, die bei den im Abgasstrang herrschenden Temperaturen und Drücken zu erwarten wäre. Ein geringerer NO-Anteil (ca. 5-10 Prozent [MSSO06]) wird über den Fenimore-Mechanismus gebildet. Demnach entsteht Stickstoffmonoxid durch Angriff von Kohlenwasserstoff-Radikalen auf den molekularen Stickstoff ( $\text{N}_2$ ). Hierbei reagiert CH mit  $\text{N}_2$  zu Blausäure (HCN) und anschließend weiter zu Stickstoffmonoxid [MSSO06].

## 2.2 Aufbau und Wirkungsweise des Katalysators

Bei stöchiometrischem Luftverhältnis ist der Schadstoffanteil am Rohabgas mit einem Wert von rund einem Volumenprozent am geringsten. Trotz dieses scheinbar geringen Wertes könnten ohne Maßnahmen zur Nachbehandlung des Abgases die gesetzlichen Abgasgrenzwerte nicht eingehalten werden. Für Ottomotoren stellt hierbei die katalytische Abgasnachbehandlung mittels Dreiwege-Katalysatoren die wirkungsvollste Maßnahme dar. Sie ist daher seit 1993 Pflicht für alle benzinbetriebenen Neuwagen in der Europäischen Union.

Moderne Kraftfahrzeuge verfügen über einen oder mehrere Katalysatoren, die im Abgasstrang montiert sind. Der genaue Aufbau der Abgasanlage wird dabei von Randbedingungen wie Aufheizverhalten im Kaltstart, Temperaturbelastung bei Volllast oder verfügbarem Bauraum im Fahrzeug bestimmt. Eine weitverbreitete Konfiguration stellt die Verwendung eines motornah montierten Vorkatalysators und eines Unterflurkatalysators (Hauptkatalysator) dar. Diese Anordnung vereint die Vorteile eines schnellen Aufheizens eines Teilvolumens des Katalysators mit den Bauraumvorteilen im Unterbodenbereich [Rob05].



**Abbildung 2.3:** Aufbau des Katalysators

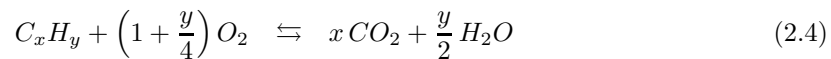
Wie Abbildung 2.3 verdeutlicht besteht ein Katalysator im Wesentlichen aus einem keramischen (z.B. Cordierit) oder metallischen Monolithen als Träger, der in axialer Richtung von Tausenden kleiner Kanäle durchzogen ist (handelsübliche Kanaldichte 400 - 1600 Zellen pro Square Inch [BU07]). Auf diesem ist eine Zwischenschicht (Washcoat) aufgebracht, die die Kontaktfläche zwischen Abgas und Festkörper stark vergrößert (Faktor 7000 [Rob05]). Der Washcoat besteht in der Regel aus Aluminiumoxid mit Zusätzen wie Ceroxid, Zirkoniumoxid, Lanthaniden und Bariumoxid [Nie99], die der Stabilisierung des Aluminiumoxids und der Sauerstoffspeicherung dienen. Auf den Washcoat werden fein verteilt Edelmetallpartikel wie Platin, Rhodium und Palladium aufgebracht, die katalytisch aktiv sind. Die Fixierung des Monolithen im Blechgehäuse erfolgt häufig mittels Quellmatten aus Keramikfasern.

Das bei der Verbrennung entstehende Abgas wird aus den Zylindern ausgeschoben, gelangt über Krümmer und Abgasrohr zum Katalysator und wird möglichst gleichmäßig auf die einzelnen Wabenkanäle verteilt. Innerhalb der Kanäle können im Abgas enthaltene chemische Verbindungen in die Poren des umgebenden Washcoats gelangen und diffundieren von dort zu den Edelmetallpartikeln. Diese wirken als Katalysator. In der Chemie wird mit Katalysator ein Stoff bezeichnet, der die Energieschwelle zur Einleitung chemischer Reaktionen (z.B. Oxidation von CO zu CO<sub>2</sub>),

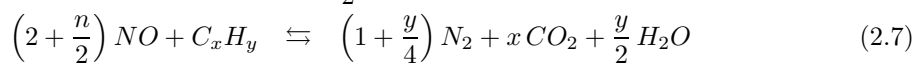
die sogenannte Aktivierungsenergie, senkt und auf diese Weise die Reaktion erst ermöglicht bzw. die Reaktionsgeschwindigkeit erhöht. Der Katalysator erscheint dabei nicht im Endprodukt einer chemischen Reaktion und wird somit nicht verbraucht. Obwohl somit genau genommen lediglich die Edelmetallpartikel den Katalysator darstellen, wird umgangssprachlich (wie auch in der vorliegenden Arbeit) die gesamte Komponente als Katalysator bezeichnet.

Nachdem die Edukte (hier Schadstoffe wie Kohlenmonoxid) an die Katalysatoroberfläche bzw. die Edelmetallpartikel gebunden sind (Chemisorption) erfolgen chemische Reaktionen, die zu einer Umwandlung der Schadstoffe in ungiftigen Verbindungen wie Kohlenstoffdioxid und Wasser führen. Die im Katalysator stattfindenden Reaktionen sind komplex und vielfältig. Die nachfolgend angegebenen vereinfachten Gleichungen verdeutlichen die drei Reaktionswege, denen der Dreiwege-Katalysator seinen Namen verdankt.

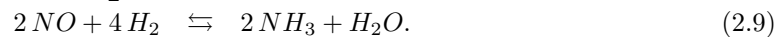
Oxidation von CO und HC



Reduktion NO<sub>x</sub>



Weitere bedeutende Reaktionen



Der Katalysator vollendet demnach die Oxidation des bei der Verbrennung entstehenden Kohlenmonoxids und wandelt die Kohlenwasserstoffe in Kohlendioxid und Wasser um. Zusätzlich werden Stickoxide durch die Reaktion mit reduzierenden Abgasbestandteilen abgebaut. Die Oxidationsreaktionen erfolgen dabei vorrangig an den Edelmetallen Platin und Palladium, während bei der Reduktion von Stickstoffmonoxid mittels Kohlenwasserstoffe, Kohlenmonoxid und Wasserstoff das Edelmetall Rhodium als Katalysator fungiert [Feß10]. Durch den Einsatz von Dreiwege-Katalysatoren kann somit gleichzeitig die Konzentration aller gesetzlich limitierten Schadstoffgruppen gesenkt werden. Es werden Konvertierungsraten von über 98 % erreicht [Rob05], d.h. mehr als 98% der einströmenden Schadstoffe werden in ungiftige Verbindungen umgewandelt.

Die Konvertierungsfähigkeit des Katalysators wird primär von der Betriebstemperatur bestimmt. Die Light-Off Temperatur, d.h. die Temperatur bei der 50 % der Schadstoffe umgesetzt werden, liegt in Abhängigkeit von Schadstoffkomponente und Katalysatorauslegung bei etwa 260°C-280°C [SB93]. Für die zur Einhaltung der gesetzlichen Abgasgrenzwerte erforderlichen Konvertierungsraten von weit über 90 % müssen Temperaturen von mehr als 400°C im Katalysator erreicht werden.

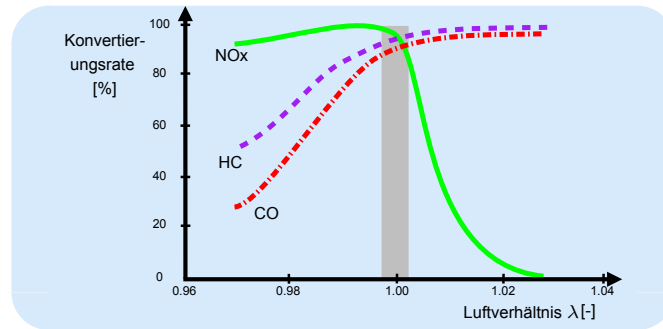
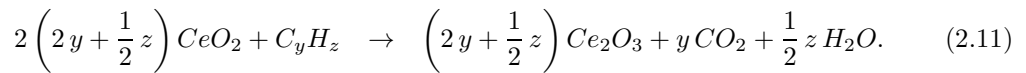


Abbildung 2.4: Konvertierungsraten in Abhängigkeit des Luftverhältnisses

Neben der Temperatur wird die Effizienz der Schadstoffumwandlung im Katalysator maßgeblich vom Luftverhältnis bestimmt, d.h. von der Abgaszusammensetzung. Anhand der in Abbildung 2.4 dargestellten typischen Verläufen der Konvertierungsraten für Kohlenmonoxid, Kohlenwasserstoffe und Stickoxide in Abhängigkeit des Luftverhältnisses  $\lambda$  ist ersichtlich, dass lediglich bei einem nahezu stöchiometrischen Luftverhältnis hohe Konvertierungsraten für alle drei Schadstoffgruppen erreicht werden. In diesem Bereich stellt sich ein Gleichgewicht zwischen den Oxidations- und Reduktionsreaktionen ein. Es steht genügend Sauerstoff (Restsauerstoff und der in den Stickoxiden gebundene Sauerstoff) zur Oxidation der Kohlenwasserstoffe und des Kohlenmonoxids zur Verfügung sowie genügend reduzierende Abgasbestandteile (HC, CO) zum Abbau der Stickoxide.

### 2.3 Sauerstoffspeicherfähigkeit des Katalysators

Das im Washcoat des Katalysators enthaltene Ceroxid (ein Oxid des Seltenerd-Metalls Cer) besitzt eine interessante Eigenschaft. Bei Temperaturen um 400°C kann es reduziert werden. Dies bedeutet das Ceroxid gibt bei fettem Gemisch Sauerstoff an das Abgas ab, der zur Oxidation von Kohlenwasserstoffen und Kohlenmonoxid zur Verfügung steht [Feß10]



Im Falle von Sauerstoffüberschuss (mageres Gemisch) wird das Ceroxid reoxidiert [DMK04]

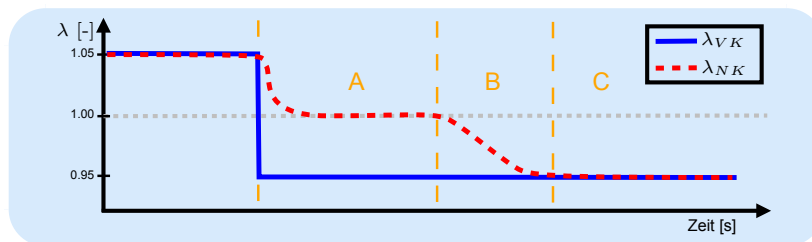


Es nimmt folglich Sauerstoff aus dem Abgas auf und verhindert auf diese Weise eine rapide Abnahme des Kohlenmonoxids über die Oxidationsreaktion 2.2. Dadurch wird eine starke Zunahme der Stickoxidkonzentration verhindert, für deren Abbau Kohlenmonoxid bzw. Kohlenwasserstoffe erforderlich sind (siehe Gleichung 2.5).

Das Ceroxid besitzt somit eine Art Puffereigenschaft bei Schwankungen des Luftverhältnisses vor dem Katalysator. Diese ist für die Einhaltung der gesetzlichen Abgasgrenzwerte zwingend erforderlich, da im praktischen Betrieb aufgrund von Gemischfehlern und der begrenzten Reglerdynamik das Luftverhältnis vor dem Katalysator nicht in dem in Abbildung 2.4 spezifizierten

Bereich mit hohen Konvertierungsraten für alle Schadstoffgruppen gehalten werden kann. Diese Abbildung bildet somit lediglich das statische Verhalten des Dreiwege-Katalysators ab. Seine Dynamik wird maßgeblich vom Prozess der Sauerstoffeinlagerung bzw. der Sauerstoffabgabe bestimmt.

Dies verdeutlicht Abbildung 2.5, in der die zeitlichen Verläufe der Luftverhältnisse vor dem Vorkatalysator ( $\lambda_{VK}$ ) und hinter dem Hauptkatalysator ( $\lambda_{NK}$ ) infolge eines Gemischwechsels von mager nach fett dargestellt sind. Bei diesem Gemischsprung folgt das Luftverhältnis hinter dem Katalysator jenem vor dem Katalysator nicht direkt, sondern nimmt in Bereich A zunächst einen stöchiometrischen Wert an. In diesem Zeitbereich wird der im Katalysator gespeicherte Sauerstoff entsprechend der Gleichungen 2.10 und 2.11 zur Oxidation des einströmenden Kohlenmonoxids sowie der Kohlenwasserstoffe verwendet. Das Ceroxid wird dabei reduziert.

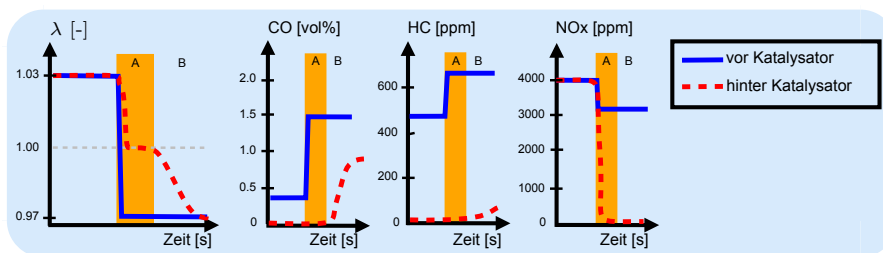


**Abbildung 2.5:** Verläufe des Luftverhältnisses bei einem Gemischwechsel von mager nach fett

Die Sauerstoffabgabe des Katalysators ist begrenzt. Nach vollständiger Reduzierung des Ceroxids steht kein weiterer Sauerstoff für die Oxidationsreaktionen zur Verfügung. Mit zunehmender Reduzierung des Ceroxids verringert sich die Sauerstoffabgabe an das Abgas. Im Bereich B nähert sich das Luftverhältnis hinter dem Katalysator jenem vor dem Katalysator an, da die vom Katalysator bereitgestellte Sauerstoffmenge nicht zur vollständigen Kompensation des Sauerstoffmangels des einströmenden fetten Abgases ausreicht.

Im Bereich C ist der Sauerstoffspeicher schließlich erschöpft, d.h. das Ceroxid reduziert, und es gilt  $\lambda_{NK} = \lambda_{VK}$ . Sobald mageres Gemisch in den Katalysator einströmt, wird der Sauerstoffspeicher wieder aufgefüllt, d.h., das Ceroxid wird gemäß Gleichung 2.12 reoxidiert.

Die Sauerstoffbeladung, oder anders ausgedrückt der Oxidationsgrad des Ceroxids, sind ein Maß dafür, wie viel Sauerstoff für Oxidationsreaktionen bereitgestellt werden kann bzw. wie viel überschüssiger Sauerstoff bei magerem Gemisch aufgenommen werden kann. Diese Größe hat somit entscheidenden Einfluss auf den Schadstoffanteil im Abgas hinter dem Katalysator, wie die auf den Messungen aus [JPJP<sup>+</sup>99, PJJR02, PJM04] basierende Abbildung 2.6 zeigt.



**Abbildung 2.6:** Einfluss der Sauerstoffspeicherkapazität auf die Schadstoffkonzentration

Beispielhaft sei der Verlauf der Kohlenmonoxidkonzentration betrachtet. Diese steigt mit Beginn

des Gemischwechsels vor dem Katalysator aufgrund des Sauerstoffmangels bei der Verbrennung stark an. In dem mit A gekennzeichneten Bereich wird der im Katalysator gespeicherte Sauerstoff zur Oxidation des einströmenden Kohlenmonoxids zu Kohlendioxid verwendet. Dadurch ist zunächst lediglich eine geringe CO-Konzentration hinter dem Katalysator messbar. Im Bereich B nimmt die Kohlenmonoxidkonzentration hinter dem Katalysator zu, da die vom Katalysator abgegebene Sauerstoffmenge unzureichend für eine vollständige Oxidation des gesamten einströmenden Kohlenmonoxids ist. Zur Minimierung des Schadstoffausstoßes sollte daher die Sauerstoffbeladung so eingestellt werden, dass genügend Sauerstoff für Oxidationsreaktionen zur Verfügung steht und gleichzeitig überschüssiger Sauerstoff aufgenommen werden kann, d.h., sie sollte möglichst in Bereich A verharren.

## 2.4 Messung des Luftverhältnisses

Die Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator stellen wichtige Eingangsgrößen für die Gemischregelung dar. Sie werden mittels Sprungsonden oder Breitbandlambdasonden erfasst.

### Sprungsonde

Bei der Sprungsonde handelt es sich im Grunde um eine galvanische Zelle, die aus einem keramischen Festkörperelektrolyten besteht, der von zwei katalytisch aktiven Elektroden (poröse Platinschicht) umgeben ist. Häufig ist eine der beiden Elektroden über einen Kanal mit der Umgebungsluft verbunden, deren relativ konstanter Sauerstoffpartialdruck als Referenz dient. Daneben existieren Bauformen mit gepumpter Referenz, die keine Verbindung zur Umgebungsluft aufweisen. Die zweite Elektrode ist dem Abgas ausgesetzt. Zum Schutz vor Beschädigung durch Temperaturspannungen (Wasserschlag) und Erosion (hohe Strömungsgeschwindigkeiten von Mikropartikeln) ist die Elektrode mit einer keramischen Schutzschicht überzogen und das gesamte Sensorelement in einem Metallrohr untergebracht, das kleine Löcher oder Schlitzze enthält, durch die das Abgas in das Innere gelangen kann. Zum schnellen Aufheizen auf Betriebstemperatur sowie zur Vermeidung einer starken Abkühlung bei niedrigen Abgastemperaturen wird die Sonde elektrisch beheizt.

Die Sauerstoffmoleküle an den Elektroden stehen entsprechend der Reaktion



in einem lokalen chemischen Gleichgewicht mit benachbarten Sauerstoffionen im Elektrolyten. Ändert sich nun die Sauerstoffkonzentration an der Elektrode, findet ein komplexer Prozess von Massentransport und elektrochemischen Reaktionen statt, um ein erneutes Gleichgewicht einzustellen. Dabei werden gemäß Gleichung 2.13 Sauerstoffmoleküle unter Aufnahme von Elektronen ( $e^-$ ) zu Ionen reduziert bzw. Sauerstoffionen unter Abgabe von Elektronen oxidiert. Aufgrund des Konzentrationsgradienten zwischen den beiden Seiten der galvanischen Zelle (Referenzatmosphäre und Abgas) kommt es zu einer Diffusion von Sauerstoffionen durch den Elektrolyten. Durch die Diffusion der Sauerstoffionen und der damit verbundenen Aufnahme bzw. Abgabe von Elektronen entsteht eine Potentialdifferenz zwischen den beiden Platinelektroden, die als sogenannte Nernst-Spannung abgegriffen werden kann

$$U_{\text{Nernst}} = \frac{R_g}{4 F_C} \vartheta_{\text{abs}} \ln \frac{p_{O_2, \text{Referenz}}}{p_{O_2, \text{Abgas}}}. \quad (2.14)$$

Der Faktor 4 vor der Faraday-Konstante  $F_C$  besagt hierbei, dass vier Elektronen in die Umwandlung eines Sauerstoffmoleküls in zwei Sauerstoffionen ( $2\text{O}^{2-}$ ) an der Kathode sowie die Rückwandlung in ein Sauerstoffmolekül an der Anode involviert sind.

Die Ausgangsspannung der Sonde wird neben Temperatur  $\vartheta_{abs}$  und Sauerstoffkonzentration im Abgas  $p_{\text{O}_2, \text{Abgas}}$  (Referenzsauerstoffpartialdruck  $p_{\text{O}_2, \text{Referenz}}$  ist nahezu konstant) maßgeblich von der Konzentration reduzierender Verbindungen (z.B. CO, HC) beeinflusst, die an der Elektrode oder dem Elektrolyt adsorbiert sind [AOG02a]. Dies ist auf die katalytische Wirkung der Platinelektrode zurückzuführen. Da das Abgas nach Verlassen der Auslassventile das chemische Gleichgewicht noch nicht erreicht hat [CBA82], erfolgen an der Elektrode chemische Reaktionen, um dieses Gleichgewicht herzustellen. Daneben können reduzierende Abgasbestandteile wie Kohlenmonoxid [Fle77], Kohlenwasserstoffe und Wasserstoff [AOG02a, AOG02b] direkt mit den Sauerstoffionen im äußeren Bereich des Elektrolyten reagieren.

Die Gleichung 2.14 ist auch in diesem Fall für das Abgas in der Nähe der Elektroden gültig, das sich aufgrund deren katalytischer Wirkung im chemischen Gleichgewicht befindet. Für das Abgas außerhalb der Sonde gilt sie nicht [LGRC09]. Die Lambdasonde detektiert somit anstatt des Restsauerstoffgehaltes im Abgas die Gleichgewichtskonzentration des Sauerstoffes (bzw. den Gleichgewichtssauerstoffpartialdruck).

Während sich der Restsauerstoffgehalt langsam mit dem Luftverhältnis ändert, erfolgt bei der Gleichgewichtskonzentration im Bereich von  $\lambda = 1$  ein abrupter Wechsel von  $10^{-20}$  bei fettem auf  $10^{-5}$  bei magerem Gemisch [Lee03]. Dies hat den in Abbildung 2.7 dargestellten Sprung in der Ausgangsspannung von ca. 100 mV im Mageren auf 800 mV bei fettem Gemisch zur Folge, dem die Sonde ihren Namen verdankt. Die hohen Spannungen im Fetten sind Folge der Reaktionen mit reduzierenden Gasen [BETZ92, AOG02a]. Außerhalb des stöchiometrischen Bereiches ist der Anstieg der Sondenkenmlinie gering. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Gleichgewichtskonzentration von Sauerstoff bei mageren Luftverhältnissen im Bereich von 1 bis 3% liegt und sich somit aufgrund der logarithmischen Abhängigkeit lediglich Spannungsänderungen in der Größenordnung von wenigen hundertstel Volt ergeben.

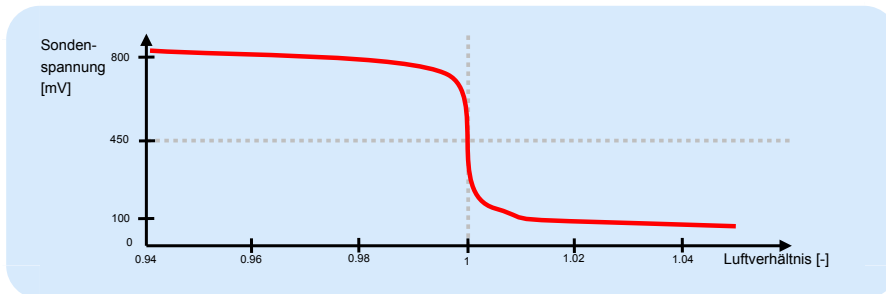


Abbildung 2.7: Kennlinie einer Sprungsonde

### Breitbandlambdasonde

Aufgrund der großen Spannungsdivergenz können anhand des Signals der Sprungsonde leicht fette und magere Gemische unterschieden werden. Der genaue Wert eines fetten oder mageren Luftverhältnisses lässt sich aufgrund der geringen Kennliniensteigung jedoch nur ungenau bestimmen. Soll eine Regelung auf nichtstöchiometrische Luftverhältnisse erfolgen, beispielsweise für Bauteilschutz oder Katalysatorheizen, wird daher im Allgemeinen mit der Breitbandlambdasonde ein anderer

Sondentyp eingesetzt. Dieser besteht im Grunde aus zwei galvanischen Zellen, die eine sensorinterne Kammer umschließen, in die das Abgas über eine Diffusionsbarriere eindringen kann. Eine dieser Zellen wird als Messzelle betrieben, d.h., an ihr kann in Abhängigkeit des Sauerstoffpartialdruckunterschiedes auf den beiden Seiten der Zelle eine Nernst-Spannung abgegriffen werden. Die zweite Zelle arbeitet im Pumpbetrieb. Eine an die Zelle angelegte Gleichspannung führt dabei zu einem Sauerstofftransport von der Kathode zu Anode. Die gerichtete Bewegung der Ladungsträger (negativ geladene Sauerstoffionen) entspricht dabei einem Stromfluss.

Mittels der Messzelle wird nun das Luftverhältnis in der Sensorkammer bestimmt. Eine Spannung von 450 mV entspricht dabei einem stöchiometrischen Luftverhältnis. Jede Abweichung von diesem Wert wird von einem Differenzverstärker erhöht und treibt einen Pumpstrom  $I_p$  durch den Festkörperelektrolyten der Pumpzelle. Dieser Pumpstrom ist proportional dem Stoffmengenstrom von Sauerstoff, der zum Ausgleich eines Sauerstoffmangels bzw. Sauerstoffüberschusses des Abgases in der Sensorkammer notwendig ist. Bei magerem Abgas muss Sauerstoff aus der Sensorkammer zur Abgasseite gepumpt werden und der Pumpstrom ist positiv. Bei fettem Abgas muss Sauerstoff in die Sensorkammer hinein gepumpt werden und es ergibt sich folglich ein negativer Pumpstrom. Der benötigte Sauerstoff wird dabei an der Abgasseite durch Zersetzung von Kohlenstoffdioxid und Wasser gewonnen [Rob02].

Anhand des Pumpstroms kann somit auf das Luftverhältnis bei der Verbrennung geschlossen werden. Im Gegensatz zur Kennlinie der Sprungsonde weist die Charakteristik der Breitbandlambdasonde (Pumpstrom in Abhängigkeit des Luftverhältnisses) auch bei größerer Entfernung zu  $\lambda = 1$  eine hohe Steigung auf, sodass in diesem Bereich eine genaue Bestimmung des Luftverhältnisses auf Basis des gemessenen Pumpstroms möglich ist.

### Messfehler der Lambdasonden

Nach Erschöpfung des im Katalysator gespeicherten Sauerstoffes bzw. nach vollständiger Oxidation sollten die Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator theoretisch annähernd gleich sein. Die in Abbildung 2.8 dargestellte Messung zeigt jedoch, dass insbesondere bei fettem Gemisch das hinter dem Katalysator gemessene Luftverhältnis stationär deutlich kleinere Werte annimmt als jenes vor dem Katalysator.

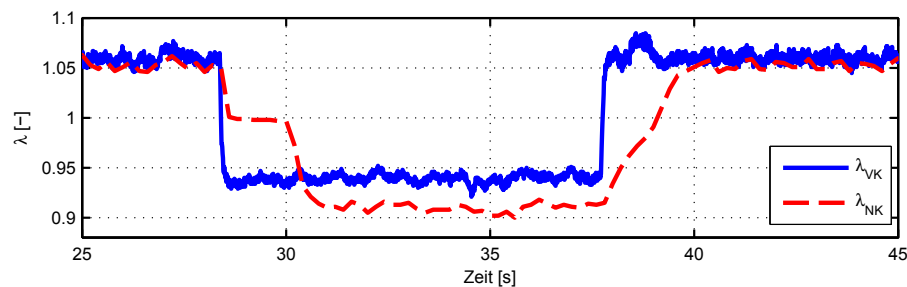


Abbildung 2.8: Gemessene Lambdaverläufe vor und hinter dem Katalysator

### Einfluss der Abgaszusammensetzung

Diese Abweichungen sind primär auf die funktionell begründete Querempfindlichkeit der Lambdasonde zur Abgaszusammensetzung zurückzuführen [AOG02b, PJJ03, GTG96, Lee03]. Wie beschrieben wird die Ausgangsspannung der Sprungsonde von der Abgaszusammensetzung im Be-



reich der Elektrode (Gleichgewichtskonzentration des Sauerstoffs) bestimmt. Um zu den Elektroden zu gelangen, muss das Abgas zunächst die poröse Schutzschicht passieren. Die Diffusionsraten der einzelnen Abgasbestandteile unterscheiden sich hierbei. Für den auf Sauerstoff bezogenen Diffusionskoeffizienten von Wasserstoff gilt  $D_{H_2} = 4$ , d.h. Wasserstoff diffundiert schneller durch die Schutzschicht als Sauerstoff, während Propen ( $D_{C_3H_6} = 0.85$ ) und Stickstoffdioxid ( $D_{NO_2} = 0.83$ ) langsamer die Barriere passieren. Aufgrund der abweichenden Diffusionsraten unterscheidet sich die Abgaszusammensetzung an den Elektroden von jener im Abgasstrang (und das bereits ohne Berücksichtigung der katalytischen Wirkung der Elektroden). Als Folge des großen Diffusionskoeffizienten ist Wasserstoff beispielsweise überproportional stark im Bereich der Elektroden der Sprungsonde vertreten.

Aufgrund der Diffusionsbarriere vor der internen Sensorkammer weist der Pumpstrom der Breitbandlambdasonde ebenfalls eine Querempfindlichkeit zur Abgaszusammensetzung auf. Nach [PJJ03] gilt für die Abhängigkeit des Pumpstroms  $I_p$  der Breitbandlambdasonde vom Partialdruck  $p_i$  der Abgaskomponente  $i$

$$I_p = \frac{4 F_C A_{Diff} D_{O_2}^*}{R_g \vartheta_{abs} l_{Diff}} \left[ p_{O_2} + D_{NO_2} p_{NO_2} + 0.5 D_{NO} p_{NO} - 0.5 D_{CO} p_{CO} - 0.5 D_{H_2} p_{H_2} - \left( x + \frac{y}{4} \right) D_{C_xH_y} p_{C_xH_y} \right]. \quad (2.15)$$

Aufgrund der Gewichtung der Partialdrücke mit dem auf Sauerstoff bezogenen Diffusionskoeffizienten  $D_i$  der einzelnen Abgaskomponenten wird auch hier die Ausgangsgröße der Lambdasonden (in diesem Fall der Pumpstrom) überproportional stark von der Wasserstoffkonzentration im Abgas beeinflusst. Die Konzentration von Stickstoffdioxid ( $NO_2$ ) wird hingegen unterbewertet [MMN88].

Zur Minimierung von Messfehlern aufgrund des Quereinflusses der Abgaszusammensetzung werden Lambdasonden kalibriert, d.h., die Kennlinie Spannung bzw. Pumpstrom über Luftverhältnis wird für Referenzabgase (typische Motorabgase mit bekanntem Luftverhältnis) aufgenommen, so dass später die Ermittlung des Luftverhältnisses  $\lambda$  anhand des Ausgangssignals der Lambdasonde möglich ist. Dies setzt jedoch voraus, dass das tatsächliche Motorabgas näherungsweise mit dem Referenzabgas übereinstimmt. Ist beispielsweise bei gleichem Luftverhältnis der Wasserstoffanteil im tatsächlichen Abgas größer als im Kalibriergas, würde dies zu einer höheren Ausgangsspannung der Lambdasonde und damit zur Messung eines zu fetten Luftverhältnisses führen.

Für das Abgas vor dem Katalysator ist die genannte Voraussetzung näherungsweise erfüllt [PJJR02, PJ03, PJJ03]. Da bei der Breitbandlambdasonde eine Regelung der Betriebstemperatur erfolgt, ist der Einfluss der absoluten Temperatur  $\vartheta_{abs}$  auf das gemessene Luftverhältnis ebenfalls gering. Fertigungstoleranzen haben jedoch Variationen der Querschnittsfläche  $A_{Diff}$  und Länge  $l_{Diff}$  des Diffusionspfades sowie Schwankungen des Porendurchmessers (beeinflusst den Diffusionskoeffizienten) zur Folge [PJJ03]. Dieser Einfluss wird teilweise durch den Einsatz von Trimmwiderständen im Sondenstecker kompensiert. In der Praxis äußert sich ein Messfehler der Lambdasonde vor dem Katalysator  $d_O$  typischerweise als betriebspunktabhängiger Offset.

Die Abgaszusammensetzung hinter dem Katalysator wird stark von den chemischen Reaktionen im Katalysator beeinflusst, die wiederum von Prozessgrößen wie Sauerstoffbeladung und Abgastemperatur bestimmt werden. Beispielsweise nimmt nach Abgabe eines Großteils des im Katalysator gespeicherten Sauerstoffes die Bedeutung der Wassergas-Shift-Reaktion und der Dampfreformierung zu [WJT95]. Eine hohe Konzentration von Kohlenmonoxid im Abgas (fettes Gemisch) fördert dabei die Produktion von Wasserstoff über die Wassergas-Shift-Reaktion  $CO + H_2O \rightleftharpoons CO_2 + H_2$  [PJJR02]. Die Abgaszusammensetzung hinter dem Katalysator ändert sich somit dynamisch. Dadurch ist eine genaue Kalibrierung der Lambdasonden hinter dem Katalysator nicht

möglich. Infolgedessen sind Messfehler aufgrund der Querempfindlichkeit zur Abgaszusammensetzung unvermeidlich, insbesondere bei fettem Gemisch durch den erhöhten Wasserstoffanteil [Auc05, Lee03, PJJ03]. Im Bereich eines stöchiometrischen Luftverhältnisses ist der Messfehler  $d_{NK}$  bezüglich Lambda aufgrund der hohen Kennliniensteigung gering. Mit zunehmender Entfernung von  $\lambda = 1$  nimmt dieser Fehler jedoch zu, da eine leicht erhöhte Sondenspannung aufgrund des geringen Anstiegs der Kennlinie zu einem großen Fehler im ermittelten Luftverhältnis führt.

Eine weitere Quelle für Messfehler der Lambdasonde hinter dem Katalysator ist die Temperaturabhängigkeit der Nernst-Spannung. Durch die Beheizung der Sonde wird der Temperatureinfluss verringert. Eine genaue Regelung der Betriebstemperatur der Lambdasonde wird jedoch lediglich bei neueren Fahrzeugkonzepten angewandt. Das in der vorliegenden Arbeit betrachteten Fahrzeug verfügt noch nicht über eine solche Regelung. Daher wird der Messfehler der Lambdasonde hinter dem Katalysator  $d_{NK}$  neben dem Luftverhältnis als Maß für die Abgaszusammensetzung von der Abgastemperatur bestimmt, die bei konstanter elektrischer Beheizung ein Maß für die Temperatur des Sensorelements ist.

Mit den Erläuterungen zum Sondenverhalten lässt sich nun der Verlauf des Luftverhältnisses in Abbildung 2.8 deuten. Das im Vergleich zum Wert vor dem Katalysator fettere Luftverhältnis hinter dem Katalysator ist auf die vermehrte Bildung von Wasserstoff über die Wassergas-Shift-Reaktion nach Erschöpfung des im Katalysator gespeicherten Sauerstoffes zurückzuführen. Durch den im Vergleich zu Sauerstoff deutlich größeren Diffusionskoeffizienten ist das Verhältnis von Wasserstoff zu Sauerstoff an der Elektrode der Sonde viermal größer als im Abgas [PJJ03]. Dies führt zur Messung einer höheren Sondenspannung. Anhand dieser erhöhten Spannung wird über die im Steuergerät hinterlegte Sondenkenlinie ein zu fettes Luftverhältnis bestimmt. Bei magerem Gemisch bewirkt eine erhöhte Konzentration von  $\text{NO}_2$  aufgrund des in Bezug auf Sauerstoff kleineren Diffusionskoeffizienten ebenfalls die Anzeige eines zu fetten Luftverhältnisses.

## 3 Modellierung des Dreiwege-Katalysators

Für die angestrebte modellbasierte Hinterkatregelung muss das zuvor erläuterte dynamische Verhalten des Katalysators mathematisch beschrieben werden. Dieses Modell soll das Verhalten des Katalysators in allen relevanten Betriebspunkten möglichst exakt abbilden, damit die in Abschnitt 1.2 aufgestellte Forderung A1 nach einer hohen Regelgüte erfüllt werden kann. Da die Sauerstoffbeladung den Schadstoffausstoß maßgeblich beeinflusst, erscheint eine Berücksichtigung dieser Prozessgröße bei der Regelung des Luftverhältnisses sinnvoll. In diesem Zusammenhang bietet sich die Nutzung des Modells als virtuellen Sensor für die Sauerstoffbeladung an, da diese Größe nicht direkt mit der Seriensensorik erfassbar ist.

Der Forderung einer hohen Modellgenauigkeit steht die Forderung A3 einer Echtzeitfähigkeit auf dem Motorsteuergerät mit seiner begrenzten Rechen- und Speicherkapazität entgegen. Im Hinblick auf eine Echtzeitfähigkeit ist eine geringe Modellkomplexität wünschenswert, die mit einer häufig geringen Anzahl an zu parametrierenden Kennlinien und Kennfeldern ebenfalls der Forderung A2 nach geringem Parametrierungsaufwand entgegenkommt.

Damit das Modell auf dem Motorsteuergerät ausgeführt werden kann, darf es lediglich Eingangsgrößen enthalten, die mittels der in Serienfahrzeugen verfügbaren Sensorik direkt erfasst werden können bzw. anhand der Sensorinformation berechnet werden können. Hierzu zählen Luftmassenstrom, Abgastemperaturen sowie Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator.

Dies sind die wesentlichen Anforderungen, an denen sich ein Katalysatormodell für die angestrebte Verwendung innerhalb einer modellbasierten Hinterkatregelung messen lassen muss.

### 3.1 Überblick und Bewertung von Modellierungsansätzen für Katalysatoren

Zur mathematischen Beschreibung des Katalysators wurde eine Vielzahl von Modellierungsansätzen entwickelt. Diese lassen sich grob in die vier Klassen physikalisch-chemische Modelle, vereinfachte physikalisch-chemische Modelle, empirische Modelle und Sauerstoffspeichermodelle einteilen.

#### Physikalisch-chemische Modelle

Erste mathematische Modelle des Katalysators wie [VB68] entstanden bereits in den späten 1960er Jahren. Aufgabe dieser Modelle (z.B. [VB68, KML71, HWK76, OC82]) war im Wesentlichen die Bestimmung der Light-Off Temperatur. Deshalb stand die Beschreibung des Wärme- und Stofftransportes im Katalysator im Vordergrund. Die Sauerstoffspeicherfähigkeit wurde noch nicht berücksichtigt. Die Folgezeit ist durch eine kontinuierliche Weiterentwicklung der Modelle gekennzeichnet. Es wurden zusätzliche chemische Reaktionen in den Modellen berücksichtigt, beispielsweise NO-Reduktion [SLS<sup>+</sup>96] (basierend auf [SV85]) oder Dampfreformierung [KKS97, KKS98, DSM<sup>+</sup>98]. Weiterhin wurden die Modelle um Elemente zur Berücksichtigung von Effekten wie Sauerstoffspeicherfähigkeit [PSP<sup>+</sup>94, KKS97, KKS98, Sch95], Alterung des Katalysators (Sinterung

der Edelmetallpartikel) [BYM<sup>+</sup>00] oder langsam (z.B. Propan) und schnell oxidierende Kohlenwasserstoffe (z.B. Propen) [OC82, DSM<sup>+</sup>98] ergänzt.

Häufig werden sogenannte Einkanalmodelle unter der Annahme eingesetzt, dass die Temperatur- und Konzentrationsprofile der Abgasbestandteile in den einzelnen Kanälen des Monolithen identisch sind und daher die Modellierung eines Wabenkanals zur hinreichend genauen Abbildung des Katalysatorverhaltens ausreicht [KS97]. Die Beschreibung des Wärme- und Stofftransportes im Kanal bzw. zwischen Gas- und Feststoffphase erfolgt mittels elementarer Bilanzgleichungen für Massen und Energien (siehe beispielsweise [DA05] für Details). Die Modellbildung mit verteilten Parametern führt zu einem System nichtlinearer gekoppelter partieller Differentialgleichungen.

Zur genaueren Beschreibung der Temperatur- und Stoffverteilung im Katalysator finden neben Einkanalmodellen zweidimensionale (z.B. [YF76, LA77, Zyg89, FSVC86]) oder dreidimensionale (z.B. [CBOO88, WBH<sup>+</sup>02, JSKM97]) Ansätze Anwendung. Zunehmend werden kommerzielle CFD-Pakete (Computational Fluid Dynamics) zur Beschreibung dreidimensionaler Strömungen erweitert, um Schadstoffkonzentrationen zu ermitteln [CDW01, WGB<sup>+</sup>02, SKMK12, SXS<sup>+</sup>13].

Eine Schwäche dieser Ansätze im Hinblick auf eine praktische Implementierung im Motorsteuergerät ist der hohe numerische Aufwand zur Lösung des Systems nichtlinearer gekoppelter partieller Differentialgleichungen, das die mathematische Grundlage der komplexen physikalisch-chemischen Modelle bildet. Durch den Trend zur Verwendung immer genauerer Modelle (z.B. Betrachtung von Elementarreaktionen anstatt der Gesamtreaktion [BHBN99, NSHM97, Har01], Verwendung zweidimensionaler oder dreidimensionaler Ansätze sowie Berücksichtigung von Alterungseffekten [Feß10]) erhöht sich dieser Rechenaufwand zusätzlich. Das in [Feß10] präsentierte Modell benötigt beispielsweise zur Simulation des Schadstoffausstoßes im Neuen Europäischen Fahrzyklus von ca. 20 Minuten Dauer auf einen handelsüblichen PC (AMD Athlon 64 3200+ CPU, 1 GB Arbeitsspeicher, Windows XP) eine Rechenzeit von mehr als 24 Stunden. Aufgrund des hohen Rechenaufwandes und der deutlich geringeren Rechenkapazität des Motorsteuergerätes sind diese Modelle somit nicht für eine Echtzeit-Anwendung im Fahrzeug geeignet [JPJP<sup>+</sup>99, GSS99]. Eine weitere Schwierigkeit für einen Online-Einsatz im Fahrzeug besteht in der Nutzung der Konzentrationen von Abgasbestandteilen als Modelleingangsgrößen. Denn diese können mit der in Serienfahrzeugen verfügbaren Sensorik nicht erfasst werden.

### Vereinfachte physikalisch-chemische Modelle

Für einen Einsatz im Rahmen einer modellbasierten Regelung muss der Rechenaufwand der Katalysatormodelle gesenkt werden. Dies kann durch vereinfachende Annahmen erreicht werden. Als Beispiel sei die Annahme einer unendlich großen Adsorptionsrate in [GSS99] genannt. Dadurch sind die Konzentrationen der chemischen Verbindungen in der Gas- und Feststoffphase identisch und der Massen- und Energietransport zwischen den beiden Phasen muss nicht detailliert modelliert werden. Eine weitere Maßnahme zur Verringerung des Rechenaufwands stellt die räumliche Diskretisierung des Katalysators dar (drei Zellen in [Auc05], 20 Zellen in [KOG12]), durch die das System nichtlinearer gekoppelter partieller Differentialgleichungen der komplexen physikalisch-chemischen Modelle in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen übergeht. Daneben wird bei den vereinfachten physikalisch-chemischen Modellen im Allgemeinen eine geringere Anzahl von Abgasbestandteilen berücksichtigt, meist lediglich zwei [Cor01] oder drei [GRSS98, Auc05, AOG04] Gruppen von chemischen Verbindungen. Teilweise werden auch vier [KMD04b, KDM03, KMD04a] oder fünf [Feß10] Gruppen einbezogen.

Zur Umgehung der Problematik nicht direkt mit Seriensensorik erfassbarer Eingangsgrößen (Konzentration von Abgasbestandteilen) wird bei vielen Ansätzen (z.B. [Auc05, KDM03, Feß10, KOG12]) neben Submodellen zur Berechnung von Temperaturen und Schadstoffkonzentrationen

im Katalysator zusätzlich ein Abgasmodell verwendet. In diesem wird anhand messbarer Prozessgrößen die Zusammensetzung des Abgases vor dem Katalysator modelliert. In [Auc05, Cor01, KDM03, Feß10, KOG12] werden die Konzentrationen der betrachteten Abgasbestandteile anhand des Luftverhältnisses vor dem Katalysator und teilweise anhand der Abgastemperatur mittels Kennlinien und heuristischer Funktionen bestimmt. In [ARTVA02, Feß10, CCN<sup>+</sup>02] wird die Verwendung von Regressionsmodellen zur Berechnung der Konzentrationen anhand von Fahrzeuggeschwindigkeit und Beschleunigung vorgeschlagen. Da die Abgaszusammensetzung von einer Vielzahl weiterer Prozessgrößen wie Zündwinkel, Drehzahl oder Abgasrückführrate abhängt, ist die genaue Berechnung der Konzentration einzelner Abgaskomponenten mit solchen Ansätzen schwierig. In [GO10] wird die Verwendung vierdimensionaler Kennfelder (Eingänge: Drehzahl, Saugrohrdruck, Luftverhältnis und Zündwinkel) zur Ermittlung der Eingangskonzentrationen vorgeschlagen. Ein solcher Ansatz ist aufgrund des Parametrierungsaufwandes (hohe Stützstellenanzahl) und Speicherbedarfs hinsichtlich einer Implementierung im Motorsteuergerät kritisch zu sehen. Im Hinblick auf eine Verringerung des Speicherbedarfes könnte ein Neuronales Netz hilfreich sein [Feß10], das jedoch eine gewisse Anzahl kostenintensiver Prüfstandsmessungen für das Training voraussetzt.

Neben dem Abgasmodell ist bei einigen Ansätzen die Parametrierung des Submodells zur Beschreibung von Schadstoffkonzentration und Temperatur im Katalysator ebenfalls aufwendig. Für das in [Auc05, AOG04] präsentierte Modell müssen beispielsweise 20 Parameter und für das Modell aus [Feß10] 13 Parameter ermittelt werden. Diese Parameteranzahl erhöht sich weiter, sofern keine detaillierten Angaben zum Katalysator wie spezifische Wärmekapazität oder Dichte zur Verfügung stehen. Da die Parameter teilweise voneinander abhängen und somit eine gleichzeitige Bestimmung aller Parameter schwierig ist, müssen spezielle Parametrierungsalgorithmen entwickelt werden (siehe beispielsweise [Auc05]).

Teilweise enthalten die vereinfachten physikalisch-chemischen Modelle neben dem Abgasmodell und dem Submodell zur Beschreibung von Temperatur und Schadstoffkonzentrationen ein drittes Submodul. Dabei handelt es sich häufig um ein Modell der Lambdasonde, das die Ermittlung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator [Cor01] bzw. der Sondenspannung [Auc05] anhand von Abgastemperatur und Konzentration bestimmter Abgasbestandteile ermöglicht. Da das Luftverhältnis bzw. die Sondenspannung mit der in Serienfahrzeugen verfügbaren Sensorik erfasst werden kann, ist die Konstruktion einer Beobachterrückführung möglich, mittels der die Güte der ermittelten Modellzustände (unter anderem der Sauerstoffbeladung) erhöht werden kann.

Aufgrund des hohen Parametrierungsaufwandes und der ungenauen Bestimmung der Modelleingangsgrößen scheint diese Modellklasse jedoch für den angestrebten Verwendungszweck nicht die beste Wahl zu sein.

## Empirische Ansätze

Im Gegensatz zu den zuvor genannten Modellklassen handelt es sich bei den empirischen Modellen um datenbasierte Ansätze, die nicht auf physikalisch oder chemischen Grundgesetzen basieren. Dies resultiert oftmals in einer im Vergleich zu vereinfachten physikalisch-chemischen Modellen geringeren Modellkomplexität. Dadurch sinken Rechen- und Applikationsaufwand weiter. Die Modellgenauigkeit nimmt jedoch in der Regel ebenfalls ab.

Empirische Modelle verwenden im Allgemeinen das Luftverhältnis vor dem Katalysator als Eingangsgröße, das im Gegensatz zu den Eingangsgrößen der vereinfachten physikalisch-chemischen Modelle (Konzentrationen einzelner Abgaskomponenten) mit der in Serienfahrzeugen verfügbaren Sensorik direkt erfasst werden kann. Der Modellausgang ist üblicherweise das Luftverhältnis hinter dem Katalysator.

In [PJPJ99] wird beispielsweise das Luftverhältnis hinter dem Katalysator mittels eines Systems erster Ordnung modelliert, das neben einem Pol eine variable Nullstelle (Kennlinie in Abhängigkeit von  $\lambda_{NK}$ ) enthält. Weitere Ansätze, die der Klasse empirischer Modelle zugeordnet werden können, sind Black-Box-Modelle wie beispielsweise [Sun02]. Dort wird ein lineares adaptives zeitdiskretes ARX-Modell (Auto-Regressive Model with Exogenous Input) zur Beschreibung des Katalysatorverhaltens vorgeschlagen. In [BLKH02] finden Neuronale Netze Anwendung. Die Sauerstoffbeladung des Katalysators wird bei diesen Modellen nicht berücksichtigt. In [SSJ04, SS06, SSJ07] wird die Verwendung einer Bibliothek von vier NARMAX-Modellen (Nonlinear Auto-Regressive Moving Average with Exogenous Inputs) zur Modellierung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vorgeschlagen. Jedes dieser vier Modelle ist für bestimmte Betriebsbedingungen optimiert, beispielsweise für Sauerstoffspeicherung, Sauerstoffabgabe, fettes Gemisch oder mageres Gemisch. Die Umschaltung der Modelle erfolgt anhand eines einfachen Sauerstoffspeichermodells (Änderungsrate und Wert der Sauerstoffbeladung), das ähnlich [KDM03] auf chemischen Reaktionen des Ceroxids basiert. Solche Umschaltungen im Modell sind im Hinblick auf den Regler- und Beobachterentwurf kritisch zu sehen.

Aufgrund der im Allgemeinen unzureichenden Genauigkeit bei der Abbildung des tatsächlichen Prozessverhaltens scheiden Modelle dieser Klasse ebenfalls für die angestrebte Anwendung innerhalb einer modellbasierten Regelung des Luftverhältnisses aus.

### Sauerstoffspeichermodelle

In [JPJP<sup>+</sup>99, PJJR02, PJM04] wurde beobachtet, dass sich die Konzentrationen von CO und HC bei einem Gemischwechsel von mager nach fett in ähnlicher Weise ändern. Trotz hoher Schadstoffkonzentration vor dem Katalysator behält die CO- und HC-Konzentration hinter dem Katalysator zu Beginn des Gemischwechsels zunächst einen niedrigen Wert bei und nach einiger Zeit steigen beide Konzentrationen nahezu zeitgleich an (siehe Abbildung 2.6). Dies lässt den Schluss zu, dass die Änderung der Schadstoffkonzentration vom selben relativ langsamen Prozess dominiert wird, dem Prozess der Sauerstoffaufnahme bzw. Sauerstoffabgabe. Hierfür spricht ebenfalls der bei Messungen [JPJP<sup>+</sup>99, PJJR02, PJM04] beobachtete Anstieg der CO<sub>2</sub>-Konzentration im Bereich A. Katalysatormodelle, die lediglich diesen Sauerstoffspeicherprozess abbilden und bei denen die weiteren chemischen Reaktionen aufgrund ihrer deutlich höheren Geschwindigkeit vernachlässigt werden, firmieren unter dem Begriff Sauerstoffspeichermodelle.

In [ROG97, GO10] wird ein solches Sauerstoffspeichermodell basierend auf einem einzelnen Integrator präsentiert, dessen Zustandsgröße der gespeicherten Sauerstoffmasse entspricht. Dieser Integrator ist auf den Wertebereich  $[0, C_{O_2}]$  begrenzt. Die Größe  $C_{O_2}$  entspricht dabei der Sauerstoffspeicherkapazität, d.h. der maximalen Sauerstoffmasse, die der Katalysator aufnehmen kann. Die Änderung der gespeicherten Sauerstoffmasse wird anhand des Luftmassenstroms und des Luftverhältnisses vor dem Katalysator berechnet. Es wird somit lediglich der Sauerstoffmasseneintrag in den Katalysator berücksichtigt. Eine Erweiterung dieses Ansatzes wird in [AGO<sup>+</sup>00, SRG96] präsentiert. Dort wird durch Multiplikation des Sauerstoffmassenzustroms mit der Verstärkung  $K_L$  bzw.  $K_R$  (für mageres bzw. fettes Gemisch) eine unterschiedlich hohe Geschwindigkeit von Sauerstoffaufnahme und Sauerstoffabgabe berücksichtigt.

Eine weitere Steigerung der Modellgüte wird in [BWG00, BWG97] durch Berücksichtigung des Sauerstoffaustrags aus dem Katalysator erreicht. Dazu wird das Luftverhältnis hinter dem Katalysator in die Berechnung der Änderung der gespeicherten Sauerstoffmasse einbezogen. Dieses Luftverhältnis wird als nichtlineare Funktion der normierten Sauerstoffbeladung  $\Theta$  sowie des Luftverhältnisses vor dem Katalysator berechnet. Die normierte Sauerstoffbeladung wird anhand einer Division von gespeicherter Sauerstoffmasse und Sauerstoffspeicherkapazität  $C_{O_2}$  ermittelt.

Zur Berücksichtigung unterschiedlich großer Sauerstoffaufnahme- und Sauerstoffabgaberraten (Abgaberrate in der Regel größer als Aufnahme- [BWG00]) wird in Abhängigkeit des Luftverhältnisses vor dem Katalysator zwischen zwei beladungsabhängigen Funktionen umgeschaltet. In [BWG00, BWG97] werden für diese Funktionen Kennlinien verwendet, in [FGCK05, BG01] wird die Verwendung algebraischer Ausdrücke vorgeschlagen.

Weiterentwicklungen dieses Modells sind unter anderem in [CSS01, CDMF<sup>+</sup>02] zu finden. In diesen Arbeiten wird eine Temperaturabhängigkeit von Modellparametern berücksichtigt und Transportvorgänge werden mittels Totzeitelementen modelliert. Weiterhin kommt ein Filter erster Ordnung zum Einsatz, das einer besseren Abbildung des Katalysatorverhaltens bei fetten Luft-Kraftstoff-Gemischen dient. In [FGSS02, FGS01, FGSC00, Fie01] werden diese Erweiterungen ebenfalls eingesetzt, allerdings unterscheidet sich dort die Implementierung des Filters von den beiden zuvor genannten Ansätzen.

Ein Ansatz, der zu einer ähnlichen Modellstruktur wie [BWG00, BWG97] führt, wird in [BBH01, BBB02, Bal02] präsentiert. Dieses Modell basiert jedoch nicht direkt auf den beiden genannten Arbeiten, sondern ist aus dem komplexen eindimensionalen physikalisch-chemischen Modell [Bal02] hervorgegangen. Im Vergleich zum Modell aus [BWG00, BWG97] werden Desorptionseffekte von sich bei fettem Gemisch auf der Katalysatoroberfläche anlagernder Verbindungen berücksichtigt (Desorption von Kohlenmonoxid vom Ceroxid, sowie von Kohlenwasserstoffen von den Edelmetallpartikeln). Dies erfolgt durch eine zusätzliche beladungsabhängige Funktion, die aktiviert wird, sofern das Luftverhältnis vor dem Katalysator stöchiometrisch oder mager ist und gleichzeitig ein fettes Gemisch hinter dem Katalysator vorliegt. Auf diese Weise kann im Gegensatz zu den zuvor genannten Modellierungsansätzen ein fettes Luftverhältnis hinter dem Katalysator bei magerem Gemisch vor dem Katalysator abgebildet werden.

Bei dem in [NKS01] präsentierten Modellierungsansatz wird wie bei den zuvor beschriebenen Modellen die normierte Sauerstoffbeladung  $\Theta$  betrachtet. Die zeitliche Änderung dieser Größe wird anhand der aktuellen Sauerstoffbeladung, der Konzentration einer reduzierenden Spezies ( $H_2$  und CO zusammengefasst) bzw. oxidierenden Spezies ( $O_2$  und  $NO_x$  zusammengefasst) sowie temperaturabhängiger Reaktionsraten berechnet. Die Konzentrationen der beiden betrachteten Spezies werden aus dem Kraftstoff-Luft-Verhältnis (Fuel Air Ratio) hinter dem Katalysator berechnet. Das Kraftstoff-Luft-Verhältnis hinter dem Katalysator wird ähnlich [CSS01, CDMF<sup>+</sup>02, FGSS02, Fie01] mit einer Art Tiefpass mit dem Eingang Kraftstoff-Luft-Verhältnis vor dem Katalysator und dem inversen Abgasmassenstrom als Zeitkonstante bestimmt. Zusätzlich wird bei der Berechnung der zeitlichen Änderung des Kraftstoff-Luft-Verhältnisses die Sauerstoffabgabe bzw. Sauerstoffaufnahme mittels eines zusätzlichen Terms (Faktor multipliziert mit Änderungsrate der Sauerstoffbeladung) berücksichtigt. Der Faktor, mit dem die zeitliche Ableitung der Sauerstoffbeladung multipliziert wird, enthält dabei mit der Dichte der freien Sauerstoffspeicherplätze eine Größe, über die sich eine alterungsbedingte Abnahme der Sauerstoffspeicherfähigkeit des Katalysators berücksichtigen lässt.

Im Gegensatz zu den zuvor beschriebenen Modellen wie [BWG00, BWG97] verwendet der in [PJRBJ00] vorgestellte Ansatz für ein Sauerstoffspeichermodell eine abweichende Definition der Sauerstoffbeladung. In [BWG00, BWG97] repräsentiert eine normierte Sauerstoffbeladung  $\Theta = 0$  einen vollständig geleerten Katalysator und  $\Theta = 1$  einen vollständig mit Sauerstoff gesättigten Katalysator. Bei dem in [PJRBJ00] präsentierten Modell entspricht hingegen eine Sauerstoffbeladung  $\Phi = 0$  der Menge an gespeicherten Sauerstoff, die sich bei einem stöchiometrischen Luftverhältnis vor dem Katalysator stationär einstellt. Die Sauerstoffbeladung  $\Phi$  kann daher sowohl positive (mageres Luftverhältnis) als auch negative Werte (stationär fettes Luft-Kraftstoff-Gemisch vor dem Katalysator) annehmen. Die Berechnung der Änderungsrate der Sauerstoffbeladung erfolgt ähnlich [BWG00, BWG97] anhand des Luftmassenstroms und der Luftverhältnisse vor und hin-

ter dem Katalysator. Es werden dabei zwei unterschiedliche Berechnungsgleichungen verwendet, zwischen denen umgeschaltet wird. Eine dieser Gleichungen dient der Beschreibung des Plateaus im zeitlichen Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator bei einem Gemischwechsel von mager nach fett. Das Luftverhältnis hinter dem Katalysator wird als nichtlineare Funktion der Sauerstoffbeladung modelliert. Das Luftverhältnis vor dem Katalysator geht im Gegensatz zu [BWG00, BWG97] nicht in diese Berechnung ein. Zur Beschreibung des Zusammenhangs von Luftverhältnis hinter dem Katalysator und Sauerstoffbeladung wird ein Polynom fünfter Ordnung verwendet [MPJ06b, MPJ04b].

Eine Erweiterung des zuvor beschriebenen Modells wird in [PJ03] vorgestellt. Dieser Ansatz berücksichtigt zusätzlich eine reversible Deaktivierung der Katalysatoroberfläche, die durch Anlagerung von Abgasbestandteilen während fetter Gemischphasen hervorgerufen wird. Der Einfluss dieses Effektes auf die Konvertierungsraten wird ebenso modelliert wie die Beeinflussung des Messwertes der Lambdasonde hinter dem Katalysator (Einfluss des Wasserstoffes).

### Bewertung der Sauerstoffspeichermodelle

Die genannten Sauerstoffspeichermodelle besitzen die Gemeinsamkeit einer geringen Modellkomplexität. Dadurch ist der Rechenaufwand gering und die Sauerstoffspeichermodelle können im Gegensatz zu komplexen physikalisch-chemischen Modellen in Echtzeit auf dem Motorsteuerggerät ausgeführt werden. Als Eingangsgrößen für die Modelle werden im Allgemeinen lediglich das Luftverhältnis vor dem Katalysator sowie der Luftmassenstrom und gegebenenfalls Abgastemperaturen benötigt. Diese Größen können mit der im Fahrzeug verfügbaren Sensorik erfasst werden. Im Gegensatz zu den komplexen oder vereinfachten physikalisch-chemischen Modellen stellen die Eingangsgrößen somit kein Hindernis für die praktische Implementierung im Fahrzeug dar. Weiterhin ist die Parametrierung der Modelle in der Regel einfacher als bei den vereinfachten physikalisch-chemischen Modellen, da im Allgemeinen eine geringere Anzahl von Parametern (häufig lediglich eine oder zwei Kennlinien) ermittelt werden muss. Die Kennlinien lassen sich üblicherweise anhand gemessener Verläufe des Luftmassenstroms und der Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator bestimmen. Im Gegensatz zu einem Großteil der empirischen Modelle enthalten die Sauerstoffspeichermodelle die Sauerstoffbeladung explizit als Zustandsgröße, sodass diese Größe der Regelung zur Verfügung steht. Da im Allgemeinen zusätzlich das Luftverhältnis hinter dem Katalysator als Funktion der Sauerstoffbeladung modelliert wird, ist die Implementierung einer Beobachterrückführung möglich, mit der die Güte der ermittelten Sauerstoffbeladung erhöht werden kann. Von den vier vorgestellten Modellklassen erscheint daher die Klasse der Sauerstoffspeichermodelle für den Einsatz im Rahmen einer modellbasierten Regelung am geeignetsten.

### Ergebnisse des Benchmarks von Sauerstoffspeichermodellen

Um zu überprüfen, ob die Sauerstoffspeichermodelle das Verhalten des Katalysators hinreichend genau abbilden können, wurde ein Benchmark bekannter Modellierungsansätze durchgeführt und die Ergebnisse wurden in mehreren Publikationen [Tom09, TKD09] dokumentiert. Nachfolgend wird daher lediglich eine kurze Zusammenfassung gegeben.

Für den Benchmark wurde der bekannte Ansatz aus [BWG00, BWG97], das strukturell ähnliche Modell aus [BBH01, BBB02, Bal02] mit Berücksichtigung von Desorptionseffekten sowie der in [PJRB00] präsentierte Ansatz herangezogen, der eine abweichende Definition der Sauerstoffbeladung verwendet. Die Ergebnisse des Benchmarks illustrieren drei Schwächen dieser Sauerstoffspeichermodelle: Schlechte Abbildung des Prozessverhaltens bei praxisnaheem Betrieb, diskontinuierliche Strukturumschaltungen sowie geringer Gültigkeitsbereich bei Verwendung eines



Parametersatzes. Zur Bewertung der Modellgüte werden in der Literatur im Allgemeinen sprungförmige Wechsel zwischen fettem und magerem Gemisch in einem konstanten Motorbetriebspunkt vorgenommen, die zeitlich so gestaltet sind, dass jeweils vor Beginn des Gemischwechsels ein stationärer Zustand der Sauerstoffbeladung erreicht wurde. In diesem Fall ist die Übereinstimmung von gemessenem und prädictiertem Luftverhältnis hinter dem Katalysator gut. Der praktische Fahrbetrieb ist jedoch einerseits durch schnelle Betriebspunktwechsel gekennzeichnet und andererseits erfolgen Gemischwechsel in der Regel, bevor die Sauerstoffbeladung eine Ruhelage erreicht hat. Der Benchmark zeigte, dass keines der drei untersuchten Modelle die im praktischen Fahrbetrieb auftretenden Verläufe des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator hinreichend genau abbilden kann.

Eine weitere Schwäche stellen diskontinuierliche Umschaltungen in der Modellstruktur dar. In [BWG00, BWG97, Bal02] wird beispielsweise in Abhängigkeit des Luftverhältnisses vor dem Katalysator zwischen zwei beladungsabhängigen Funktionen umgeschaltet, um unterschiedlich hohe Geschwindigkeiten von Sauerstoffaufnahme und Sauerstoffabgabe zu berücksichtigen. In [BBH01, BBB02, Bal02] wird in bestimmten Betriebssituationen zusätzlich eine Funktion zur Berücksichtigung von Desorptionseffekten aktiviert. Das in [PJRB00] präsentierte Modell weist ebenfalls eine Strukturumschaltung auf. Zur Beschreibung des Plateaus im zeitlichen Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator werden andere Berechnungsgleichungen für Luftverhältnis und Änderung der Sauerstoffbeladung verwendet als im normalen Betrieb. Diese diskontinuierlichen Strukturumschaltungen führen einerseits zu unplausiblen sprungförmigen Verläufen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator. Andererseits erschweren sie die Konstruktion eines Beobachters. Im Plateaubereich nimmt das Luftverhältnis hinter dem Katalysator in [PJRB00] beispielsweise unabhängig von der Sauerstoffbeladung einen stöchiometrischen Wert an, d.h. die Zustandsgröße Sauerstoffbeladung ist in diesem Fall nicht beobachtbar.

Ein Vorteil der Sauerstoffspeichermodele gegenüber den vereinfachten physikalisch-chemischen Modellen ist der geringere Applikationsaufwand aufgrund der niedrigeren Parameteranzahl. Der Benchmark zeigt jedoch, dass mit einem Parametersatz das Verhalten des Katalysators lediglich in einem kleinen Betriebsbereich hinreichend genau abgebildet werden kann. Eine Erhöhung der Modellgüte wäre durch Nutzung von Betriebspunktabhängigen Kennfeldern anstatt von Kennlinien möglich. Dies würde jedoch den Vorteil eines geringen Applikationsaufwandes zunichtemachen, da zur Parametrierung der Kennfelder Messungen in vielen Betriebspunkten nötig wären.

Aufgrund der Schwächen bestehender Sauerstoffspeichermodele erscheint eine Verbesserung der Sauerstoffspeichermodele bzw. die Entwicklung eines neuen Modellierungsansatzes sinnvoll, um eine modellbasierte Regelung des Luftverhältnisses mit hoher Güte zu ermöglichen.

## 3.2 Auswahl des Ansatzes zur Beschreibung der Sauerstoffbeladung

Nachfolgend soll ein neues Modell zur Beschreibung des Dreiwege-Katalysators präsentiert werden, das sich ebenfalls in die Klasse der Sauerstoffspeichermodele einordnen lässt. Wie beschrieben lassen sich die bekannten Sauerstoffspeichermodele grob in zwei Klassen einteilen. Die erste Gruppe umfasst Ansätze wie [BWG97, FGSS02, Bal02, NKS01], die von festen Grenzen der Sauerstoffbeladung ausgehen. Die obere Grenze stellt dabei die Sauerstoffspeicherkapazität  $C_{O_2}$  dar, die untere Grenze ist eine Sauerstoffbeladung von null, d.h. ein vollständig von gespeichertem Sauerstoff befreiter Katalysator. In Bezug auf die normierte Sauerstoffbeladung  $\Theta$  (aktuell im Katalysator gespeicherte Sauerstoffmasse dividiert durch Sauerstoffspeicherkapazität) entspricht dies den Zuständen  $\Theta = 1$  bzw.  $\Theta = 0$ . Sofern hinreichend lange ein mageres Luft-Kraftstoff-Gemisch vor dem Katalysator vorliegt, strebt die Sauerstoffbeladung unabhängig vom exakten Wert des

Luftverhältnisses immer zum Zustand  $\Theta = 1$  bzw. bei einem fetten Gemisch zur festen Grenze  $\Theta = 0$ .

Modelle der zweiten Gruppe wie [PJRBJ00, PJ03] verwenden eine abweichende Definition der Sauerstoffbeladung. Die Beladung wird nicht auf die Sauerstoffspeicherkapazität bezogen, sondern auf die sich bei einem stöchiometrischen Luftverhältnis vor dem Katalysator stationär einstellende gespeicherte Sauerstoffmasse. Diese Sauerstoffmasse entspricht der Beladung  $\Phi = 0$ . Bei mageren Luftverhältnissen nimmt  $\Phi$  positive Werte an und bei einem fetten Luftverhältnis ist die Sauerstoffbeladung negativ. In der Modellstruktur ist eine Rückkopplung der aktuellen Sauerstoffbeladung auf die Änderung der Sauerstoffbeladung über eine nichtlineare Kennlinie vorhanden, die das Luftverhältnis hinter dem Katalysator als Funktion der Sauerstoffbeladung abbildet. Dadurch hängt die Sauerstoffbeladung, die sich stationär bei fettem oder magerem Luftverhältnis einstellt, vom exakten Wert des Luftverhältnisses vor dem Katalysator ab. In Abhängigkeit des Luftverhältnisses stellt sich daher eine Art Gleichgewichtssauerstoffbeladung ein. Ein mageres Luftverhältnis von  $\lambda_{VK} = 1.04$  führt dabei zu einer höheren Sauerstoffbeladung als ein Luftverhältnis von 1.02. Im Gegensatz zu der ersten Gruppe von Sauerstoffspeichermodellen werden die absoluten Grenzen der Sauerstoffspeicherkapazität bei diesen Modellen asymptotisch erreicht ( $\Phi$  strebt in Richtung Maximum, wenn  $\lambda_{VK}$  gegen unendlich strebt).

Es stellt sich nun die Frage, welcher der beiden Modellgruppen das tatsächliche Ein-Ausgangs-Verhalten des Katalysators bzw. seine Sauerstoffspeicherkapazität exakter erfasst und daher die Grundlage des zu erstellenden Modells des Dreizeuge-Katalysators bilden sollte. Zur Beantwortung dieser Frage sollen zunächst die Grundlagen der Sauerstoffspeicherkapazität betrachtet werden.

Die Sauerstoffspeicherung erfolgt primär über das im Washcoat des Katalysators enthaltene Ceroxid, das im Gleichgewicht mit dem umgebenden Gasgemisch steht [DMK04]. Eine niedrige Sauerstoffkonzentration, d.h. ein niedriger Sauerstoffpartialdruck, führt daher zu einer Diffusion von Sauerstoff aus dem Ceroxid in das umgebende Gasgemisch. Umgekehrt wird bei hohem Sauerstoffpartialdruck des umgebenden Gases Sauerstoff auf Leerstellen im Kristallgitter des Ceroxids eingebaut. Ausgehend vom selben Gleichgewichtszustand ist daher bei einer größeren Sauerstoffpartialdruckzunahme des umgebenden Gases eine höhere Sauerstoffaufnahme des Ceroxids zu erwarten als bei einer kleineren Druckänderung. Diese Annahme bestätigen die in [JPVS00, GBPS76, MST00, PBG75] präsentierten Messergebnisse. In [JPVS00] wird gezeigt, dass bei einer Temperatur von 600°C eine Erhöhung des Sauerstoffpartialdruckes von 870 Pa auf 10 000 Pa zu einer um den Faktor zwei größeren Abnahme der Sauerstoff-Leerstellen-Konzentration führt, als eine Erhöhung des Sauerstoffpartialdruckes von 870 Pa auf 1500 Pa. Da bei einem Wert des Luftverhältnisses vor dem Katalysator von 1.04 ein höherer Sauerstoffpartialdruck im Abgas vorliegt als bei einem Wert  $\lambda_{VK} = 1.02$ , ist bei einem Gemischwechsel von  $\lambda_{VK} = 0.96$  auf 1.04 eine höhere Sauerstoffaufnahme zu erwarten als bei einem Gemischwechsel von 0.96 auf 1.02. Dieses Verhalten wird von den Ansätzen [PJRBJ00, PJ03] vorhergesagt.

### Eigene Messergebnisse

Die Experimente in [JPVS00] wurden mit Cer-Zirkoniumoxid-Pulver und reinem Sauerstoff im Labor durchgeführt. Da das Abgas von Kraftfahrzeugen und der Katalysator selbst eine Vielzahl weiterer chemischer Verbindungen enthält, wurde untersucht, ob eine Abhängigkeit der aufgenommenen Sauerstoffmasse von der Höhe des Gemischwechsels auch im Fahrzeug nachgewiesen werden kann. Da eine Bestimmung der gespeicherten Sauerstoffmasse anhand der Massenänderung des Ceroxids wie in [JPVS00] am Fahrzeug nicht möglich ist, wurde ein anderes Verfahren zur Ermittlung der Sauerstoffaufnahme gewählt. Dieses basiert auf einer Auswertung der vor und hinter dem Katalysator aufgenommenen Verläufe der Luftverhältnisse und des Luftmassenstroms bei

einem Gemischwechsel von fett nach mager in einem konstanten Motorbetriebspunkt. Dieses Verfahren wird ebenfalls für die Bestimmung der Modellparameter verwendet und daher in Abschnitt 6.2 detailliert erläutert. Das Experiment wurde für unterschiedlich große fette und magere Werte des Luftverhältnisses vor dem Katalysator wiederholt. Die ermittelte Änderung der gespeicherten Sauerstoffmasse

$$\Delta m_{O_2} = \int_{T_{start}}^{T_{end}} 0.23 \dot{m}_L \frac{\lambda_{VK}(t) - \lambda_{NK}(t)}{\lambda_{VK}(t)} dt \quad (3.1)$$

ist in Tabelle 3.1 für diese unterschiedlichen Sprunghöhen dargestellt. Dabei handelt es sich um Mittelwerte von jeweils drei Gemischwechseln von fett nach mager.

Luftverhältnis Start	Luftverhältnis Ende	Höhe Gemischsprung	Änderung Sauerstoffbeladung [g]
0.999	1.001	0.002	0.267
0.998	1.002	0.004	0.325
0.997	1.003	0.006	0.352
0.995	1.005	0.010	0.378
0.993	1.007	0.014	0.418

**Tabelle 3.1:** Abhängigkeit der Sauerstoffmassenänderung von der Höhe des Gemischwechsels

Die Tabelle zeigt, dass wie erwartet die vom Katalysator aufgenommene Sauerstoffmasse von der Höhe der Gemischänderung abhängt. Eine größere Gemischänderung führt zu einer höheren Sauerstoffaufnahme. Nach den Ansätzen der ersten Gruppe von Sauerstoffspeichermodeilen müsste bei jedem der Gemischwechsel von  $\Theta = 0$  auf  $\Theta = 1$  gewechselt werden und es würde unabhängig von der Höhe der Gemischänderung die gleiche Sauerstoffmasse  $C_{O_2}$  aufgenommen werden. Dieses Modellverhalten widerspricht jedoch den Messergebnissen.

Der in Tabelle 3.1 dargestellte Zusammenhang zwischen Höhe der Gemischänderung und Sauerstoffaufnahme des Katalysators wurde ebenfalls in [Zha05] festgestellt. Dort wurde ausgehend von einem fetten Luftverhältnis vor dem Katalysator das Luft-Kraftstoff-Gemisch unterschiedlich stark abgemagert. Die Berechnung der aufgenommenen Sauerstoffmasse erfolgt dort nicht anhand des Luftverhältnisses, sondern anhand des Stoffmengenanteils von Sauerstoff im Abgas vor und hinter dem Katalysator. Eine Zunahme der Sauerstoffaufnahme mit steigender Höhe der Gemischänderung wurde bei diesen Messreihen ebenfalls beobachtet.

Das Verhalten des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator bei den in Abbildung 3.1 dargestellten Gemischwechseln innerhalb des fetten Bereiches in einem konstant gehaltenen Motorbetriebspunkt spricht ebenfalls für die Ansätze [PJRBJ00, PJ03]. Vor den dargestellten Gemischsprüngen zwischen  $\lambda_{VK} = 0.95$  und  $0.985$  wurde der Motor zunächst über längere Zeit mit einem Luftverhältnis von ca.  $0.97$  betrieben.

Nach den Ansätzen der ersten Gruppe von Sauerstoffspeichermodeilen würde die anfängliche Phase mit  $\lambda_{VK} = 0.97$  zu einer Leerung des Sauerstoffspeichers und schließlich zu  $\Theta = 0$  zu Beginn des Gemischwechsels führen. In diesem Fall müsste nach den Modellgleichungen das Luftverhältnis hinter dem Katalysator stets mit jenem vor dem Katalysator übereinstimmen. Die Abbildung 3.1 zeigt, dass das Luftverhältnis hinter dem Katalysator einer Änderung des Luftverhältnisses vor dem Katalysator nicht direkt folgt. Da die Dauer zwischen Beginn des Gemischwechsels und Zeitpunkt an dem beide Luftverhältnisse wieder übereinstimmen vom Motorbetriebspunkt abhängt und mehrere Sekunden beträgt, ist davon auszugehen, dass der verzögerte Verlauf des Luftver-

hältnisses hinter dem Katalysator nicht durch die Dynamik der Lambdasonde verursacht wird, sondern der Sauerstoffspeicherfähigkeit des Katalysators geschuldet ist. Die von den Ansätzen [PJRB00, PJ03] vorhergesagte Ausbildung einer Gleichgewichtssauerstoffbeladung in Abhängigkeit des Luftverhältnisses vor dem Katalysator kann den gemessenen Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator erklären. Der verzögerte Verlauf beruht demnach auf den Übergang des Beladungszustandes bei  $\lambda_{VK} = 0.95$  in den neuen Gleichgewichtszustand bei  $\lambda_{VK} = 0.985$  und umgekehrt.

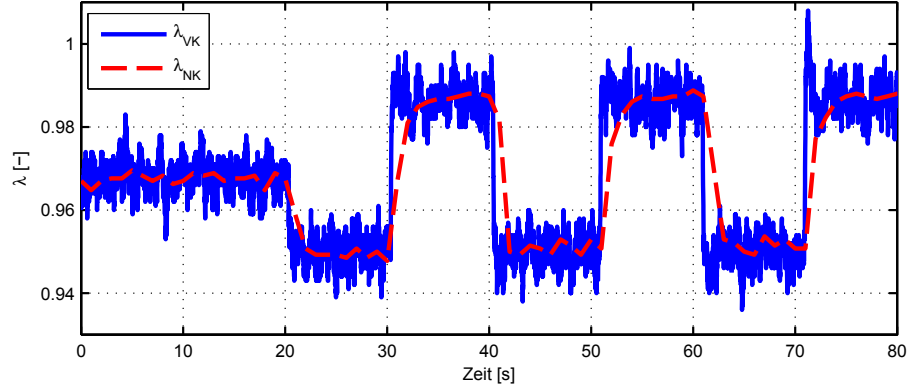


Abbildung 3.1: Lambdasprünge bei fettem Gemisch

In Anbetracht der Messergebnisse scheint somit der in [PJRB00, PJ03] präsentierte Ansatz den Prozess der Sauerstoffspeicherung besser beschreiben zu können als die in [BWG97, FGSS02, Bal02] vorgestellten Modelle. Er bildet daher die Grundlage für das nachfolgend vorgestellte Modell des Dreiwege-Katalysators. Eine direkte Übernahme des Modells aus [PJRB00, PJ03] ist dabei aufgrund der beschriebenen Modellschwächen wie diskontinuierliche Umschaltung der Modellstruktur und unzureichende Modellgenauigkeit im praktischen Fahrbetrieb nicht möglich.

### 3.3 Grundstruktur des entwickelten Katalysatormodells

Ausgangspunkt für das neue Modell ist wie bei allen Sauerstoffspeichernmodellen die Massenbilanz für den Sauerstoff. Die Änderung der im Katalysator gespeicherten Sauerstoffmasse

$$\Delta \dot{m}_{O_2,sp} = \Delta \dot{m}_{O_2,in} - \Delta \dot{m}_{O_2,out} \quad (3.2)$$

entspricht demnach der Differenz zwischen dem Sauerstoffmassenzustrom  $\Delta \dot{m}_{O_2,in}$  und dem Sauerstoffmassenstrom aus dem Katalysator hinaus  $\Delta \dot{m}_{O_2,out}$ . Der Sauerstoffmasseneintrag in den Katalysator

$$\Delta \dot{m}_{O_2,in} = 0.23 \dot{m}_L \Delta \lambda_{VK} \quad (3.3)$$

lässt sich anhand des Luftverhältnisses vor dem Katalysator und des Luftmassenstroms berechnen. Der Faktor 0.23 gibt dabei den Massenanteil von Sauerstoff an der Verbrennungsluft an. Durch das Delta soll ausgedrückt werden, dass es sich um einen auf den stöchiometrischen Sauerstoffmassenstrom bezogenen Massenstrom handelt. Es gilt somit  $\Delta \dot{m}_{O_2,in} = 0$  für  $\lambda_{VK} = 1$ . Bei Sauerstoffüberschuss im Abgas nimmt der bezogene Sauerstoffmassenstrom positive Werte an und bei Sauerstoffmangel negative Werte. In ähnlicher Weise lässt sich für den Sauerstoffmassenstrom

aus dem Katalysator hinaus mit dem bezogenen Luftverhältnis  $\Delta\lambda_{NK} = \lambda_{NK} - 1$  die Gleichung

$$\Delta\dot{m}_{O_2,out} = 0.23 \dot{m}_L \Delta\lambda_{NK} \quad (3.4)$$

herleiten. Die im Katalysator gespeicherte Sauerstoffmasse  $\Delta m_{O_2,sp}$  ist ebenfalls auf die sich bei einem stöchiometrischen Luftverhältnis vor dem Katalysator stationär einstellende Sauerstoffmasse bezogen. Sie kann daher durch die aus den Arbeiten [PJRBJ00, PJ03] bekannte Sauerstoffbeladung  $\Phi$  ersetzt werden. Für deren Änderung folgt schließlich

$$\dot{\Phi} = \Delta\dot{m}_{O_2,in} - \Delta\dot{m}_{O_2,out} = 0.23 \dot{m}_L (\Delta\lambda_{VK} - \Delta\lambda_{NK}). \quad (3.5)$$

Das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator soll ein Ausgang des Modells sein. Der Term  $\Delta\lambda_{NK}$  muss daher durch andere Größen des Modells ausgedrückt werden. Vorteilhaft ist eine Beschreibung des Luftverhältnisses in Abhängigkeit der Zustandsgröße Sauerstoffbeladung, da in diesem Fall die Implementierung einer Beobachterrückführung möglich ist, mittels der die Güte der beobachteten Sauerstoffbeladung erhöht werden kann. Daher wird das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator wie in [PJRBJ00, PJ03] als nichtlineare Funktion der Sauerstoffbeladung  $\Phi$  modelliert

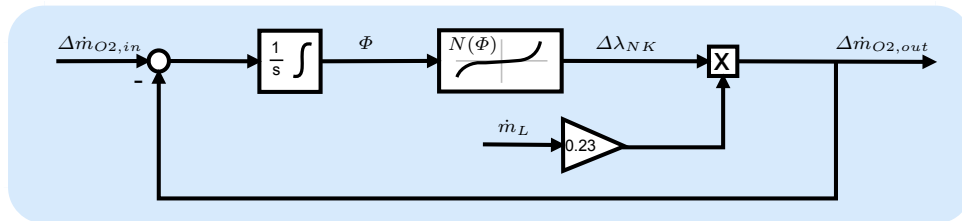
$$\Delta\lambda_{NK} = N(\Phi). \quad (3.6)$$

Die nichtlineare Funktion  $N(\Phi)$  weist dabei die Charakteristik einer nichtlinearen Feder auf, d.h., die Kennliniensteigung nimmt mit zunehmender Entfernung vom Punkt  $\Phi = 0$  zu (siehe Abbildung 6.5). Dadurch wird berücksichtigt, dass die Sauerstoffabgabe des Katalysators mit zunehmender Reduzierung des Ceroxids sinkt bzw. weniger Sauerstoff aufgenommen wird, wenn das Ceroxid nahezu im Gleichgewicht mit dem umgebenden Gasgemisch steht. Weiterhin stellt sich durch die Rückkopplung der Sauerstoffbeladung über die nichtlineare Funktion  $N(\Phi)$  in Abhängigkeit des Luftverhältnisses vor dem Katalysator eine Art Gleichgewichtssauerstoffbeladung ein, mittels der sich das beobachtete Katalysatorverhalten gut abbilden lässt (siehe Abschnitt 3.2).

Aus den angegebenen Gleichungen lässt sich das Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= 0.23 \dot{m}_L (\Delta\lambda_{VK} - N(\Phi)) \\ \Delta\lambda_{NK} &= N(\Phi) \end{aligned} \quad (3.7)$$

zur Beschreibung des Dreiwege-Katalysators ableiten. Dieses lässt sich alternativ mit dem in Abbildung 3.2 dargestellten Blockschaltbild grafisch darstellen, bei dem die Sauerstoffmassenströme als Ein- und Ausgänge des Modells verwendet werden.



**Abbildung 3.2:** Struktur einer Modellzelle

Strukturell weist das entwickelte Modell Ähnlichkeiten zu [PJRBJ00, PJ03] auf. Im Gegensatz zu diesen Ansätzen wird jedoch auf eine zusätzliche Berechnungsgleichung zur Beschreibung des

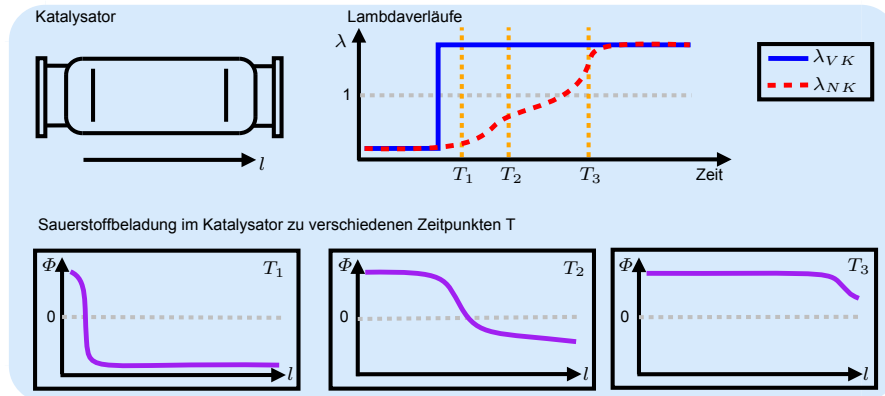
Plateaus im zeitlichen Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator bei einem Gemischwechsel von mager nach fett verzichtet. Dadurch werden unplausible Sprünge im prädierten Luftverhältnis hinter dem Katalysator aufgrund von Umschaltungen in der Modellstruktur vermieden. Weiterhin ist im Gegensatz zu [PJRB00, PJ03] die Sauerstoffbeladung im gesamten Betriebsbereich beobachtbar, sofern die Funktion  $N(\Phi)$  monoton steigend ist.

### 3.4 Berücksichtigung der Sauerstoffverteilung im Modell

Das im vorhergehenden Abschnitt hergeleitete Modell des Dreiwege-Katalysators berücksichtigt wie die aus der Literatur bekannte Sauerstoffspeichermodelle (z.B. [BWG97, FGSS02, Bal02, PJRB00, NKSB13]) lediglich die Gesamtmasse des gespeicherten Sauerstoffes. Die in [OBK98] präsentierte Messergebnisse sowie Simulationen mit komplexen physikalisch-chemischen Modellen [BEBD03, Auc05] zeigen jedoch, dass die Sauerstoffaufnahme bzw. Sauerstoffabgabe nicht gleichmäßig im gesamten Katalysator erfolgt. Diese räumlichen Effekte der Sauerstoffspeicherung beeinflussen den Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator maßgeblich und sollten berücksichtigt werden, um ein genaueres Prozessmodell zu erhalten.

#### Modellvorstellung von räumlichen Effekten der Sauerstoffspeicherung

Mit der Abbildung 3.3 soll dieser Einfluss von räumlichen Effekten der Sauerstoffspeicherung auf das Luftverhältnis hinter dem Katalysator verdeutlicht werden. Im oberen rechten Teil der Grafik sind die Verläufe des Luftverhältnisses vor und hinter dem Katalysator bei einem Gemischwechsel von fett nach mager dargestellt. Drei Zeitpunkte ( $T_1$  bis  $T_3$ ) während dieses Gemischwechsels sind hervorgehoben. Für diese sind in den drei Grafiken im unteren Teil der Abbildung 3.3 die Verläufe der Sauerstoffbeladung  $\Phi$  über der Längsachse  $l$  des Katalysators dargestellt.



**Abbildung 3.3:** Modellvorstellung der Sauerstoffbeladung im Katalysator bei einem Gemischwechsel

Ausgangspunkt für die in der Abbildung dargestellten Verläufe ist die Vorstellung, dass der Katalysator zunächst über längere Zeit mit einem fetten Luft-Kraftstoff-Gemisch betrieben wurde. Die Folge hiervon ist ein fettes Luftverhältnis hinter dem Katalysator sowie eine einheitliche (negative) Sauerstoffbeladung im gesamten Katalysator zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

Durch den dargestellten sprunghaftigen Wechsel auf ein mageres Luft-Kraftstoff-Gemisch enthält das Abgas vor dem Katalysator einen hohen Sauerstoffanteil. Dieser überschüssige Sauer-

stoff wird auf Leerstellen im Kristallgitter des Ceroxids eingebaut. Dieser Vorgang erfolgt nicht im gesamten Katalysator im gleichen Maße. Die Sauerstoffaufnahme erfolgt zunächst vorrangig im vorderen Teil des Katalysators, da dort die Sauerstoffkonzentration im Abgas und damit die Reaktionsraten am größten sind [OBK98]. Im vorderen Teil des Katalysators steigt somit die Sauerstoffbeladung an. Aufgrund der Sauerstoffaufnahme im vorderen Teil des Monolithen enthält das weiter in den Katalysator vordringende Abgas weniger überschüssigen Sauerstoff, d.h., es besitzt einen geringeren Sauerstoffpartialdruck. Die Sauerstoffaufnahme und damit der Anstieg der Sauerstoffbeladung ist in diesem Bereich des Katalysators folglich geringer (siehe Messungen in [JPVS00]). Die Folge hiervon ist das in Abbildung 3.3 zum Zeitpunkt  $T_1$  skizzierte Profil der Sauerstoffbeladung entlang der Längsachse des Katalysators mit hohen Werten der Sauerstoffbeladung im vorderen Teil des Katalysators und nahezu konstant niedriger Beladung am Ende des Monolithen. Da der überschüssige Sauerstoff im Katalysator gespeichert wird und folglich nicht die Lambdasonde erreicht, zeigt diese weiterhin ein fettes Luftverhältnis an, wie es in der Grafik im oberen Teil von Abbildung 3.3 dargestellt ist.

Mit zunehmender Zeit erreicht das Ceroxid im vorderen Teil des Katalysators ein Gleichgewicht mit dem umgebenden Gasgemisch und nimmt keinen weiteren Sauerstoff mehr auf. Die Sauerstoffbeladung verharrt daher auf einem positiven Wert. Aufgrund der fehlenden Sauerstoffaufnahme im vorderen Teil kann Abgas mit hoher Sauerstoffkonzentration tiefer in den Katalysator vordringen. Dies führt zu einem Anstieg der Sauerstoffbeladung im mittleren Teil des Katalysators (Zeitpunkt  $T_2$  in Abbildung 3.3) und mit zunehmender Messzeit zum Einbau von Sauerstoff in das Kristallgitter des Ceroxids am Ende des Katalysators (Zeitpunkt  $T_3$ ).

Ein Vergleich der Beladungsprofile zu den Zeitpunkten  $T_1$  bis  $T_3$  illustriert eine durch den Katalysator wandernde Sauerstofffront, die zu einer Füllung der Sauerstoffspeicherplätze vom vorderen zum hinteren Teil des Katalysators führt. Ist diese Sauerstofffront durch den gesamten Katalysator gelaufen, so hat dieser einen neuen Gleichgewichtszustand angenommen. Der überschüssige Sauerstoff erreicht die Lambdasonde hinter dem Katalysator und führt zur Messung eines mageren Luftverhältnisses. Bei einem anschließenden Wechsel auf ein fettes Luft-Kraftstoff-Gemisch wird wiederum zunächst im vorderen Teil des Katalysators Sauerstoff abgegeben und die Sauerstoffspeicherplätze am Ende des Monolithen werden erst mit zunehmender Messzeit geleert.

Simulationen mit Einkanalmodellen, die eine Ortsabhängigkeit von Temperatur und Schadstoffkonzentration berücksichtigen, belegen die beschriebene Modellvorstellung einer sich durch den Katalysator bewegenden Sauerstofffront. In [BEBD03] ist beispielsweise die Sauerstoffbeladung entlang der Längsachse des Katalysators zu unterschiedlichen Zeitpunkten nach einer Schubabschaltung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass zunächst im vorderen Teil des Katalysators die Beladung stark ansteigt und im hinteren Teil des Katalysators die Sauerstoffaufnahme gering ist. Erst nach Ablauf einer gewissen Zeit werden größere Sauerstoffmengen im mittleren Teil des Katalysators gespeichert, so wie es in Abbildung 3.3 dargestellt ist. Bei den in [Auc05] durchgeführten Simulationen wird anstatt der Sauerstoffbeladung die Sauerstoffkonzentration des Abgases im Katalysator bei einem Wechsel des Luft-Kraftstoff-Gemisches von fett nach mager betrachtet. Es wird gezeigt, dass zu Beginn des Gemischsprunges die Sauerstoffkonzentration im vorderen Teil des Katalysators hohe Werte annimmt und aufgrund der Sauerstoffaufnahme des Ceroxids zum Ende des Katalysators hin abfällt. Erst mit zunehmender Messzeit kann Sauerstoff zum Ende des Katalysators hin vordringen.

Die beschriebenen räumlichen Effekte der Sauerstoffspeicherung werden gegenwärtig bei Sauerstoffspeichermodellen nicht berücksichtigt. Diese betrachten lediglich die Gesamtmasse des Sauerstoffes und nicht seine Verteilung. Da diese räumlichen Effekte der Sauerstoffspeicherung maßgeblich das dynamische Verhalten des Katalysators und den Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator beeinflussen, wird nachfolgend zur Erhöhung der Modellgenauigkeit und der Güte der

auf dem Modell basierenden Regelung des Luftverhältnisses eine Erweiterung des in Abschnitt 3.3 beschriebenen Modells präsentiert.

### Modellierung von räumlichen Effekten der Sauerstoffspeicherung

Komplexe physikalisch-chemische Modelle wie [BEBD03, Auc05] verwenden im Allgemeinen eindimensionale Ansätze zur Berücksichtigung einer Ortsabhängigkeit von Temperatur und Schadstoffkonzentration. Dies führt zu partiellen Differentialgleichungen, die einen erhöhten Rechenaufwand zur Lösung erfordern. Zur Verringerung der benötigten Rechenzeit wird bei vereinfachten physikalisch-chemischen Modellen häufig eine räumliche Diskretisierung vorgenommen, durch die das System nichtlinearer partieller Differentialgleichungen in ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen übergeht, das mit geringerem Rechenaufwand zu lösen ist. Diese Grundidee der räumlichen Diskretisierung wird zur Erweiterung des in Abschnitt 3.3 hergeleiteten Katalysatormodells aufgegriffen.

Der Gesamtkatalysator wird als aus  $n$  kleinen Katalysatorscheiben zusammengesetzt betrachtet. Eine einheitliche Dicke dieser Scheiben vereinfacht die spätere Parametrierung des Modells, ist jedoch keine Voraussetzung. Mit einer dünnen Scheibe kann beispielsweise ein motornah montierter Vorkatalysator mit geringer Sauerstoffspeicherkapazität modelliert werden und mit einer dicken Scheibe lässt sich ein großer Hauptkatalysator beschreiben. Alternativ wäre es auch möglich für den Vorkatalysator eine Scheibe zu verwenden und für den Hauptkatalysator zwei oder drei Scheiben zu nutzen. Über die Wahl der Scheibendicke und der Anzahl der Scheiben lässt sich das Modell somit flexibel an ein vorgegebenes Abgassystem anpassen. Jede Katalysatorscheibe wird durch ein einzelnes Submodell (Modellzelle) beschrieben. Diese Zelle weist die in Abbildung 3.2 dargestellte Struktur auf, d.h., sie basiert auf den in Abschnitt 3.3 hergeleiteten Modellgleichungen.

Die Änderung der Sauerstoffmasse in der Zelle  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ )

$$\dot{\Phi}_j = \Delta \dot{m}_{O_2, in, j} - \Delta \dot{m}_{O_2, out, j} \quad (3.8)$$

lässt sich daher aus der Differenz des Sauerstoffmassenzustroms und des Sauerstoffmassenabstroms berechnen. Der Sauerstoffmassenstrom in die Zelle  $j + 1$  entspricht dabei dem Massenstrom aus der Zelle  $j$  hinaus

$$\Delta \dot{m}_{O_2, in, j+1} = \Delta \dot{m}_{O_2, out, j}. \quad (3.9)$$

Diese Sauerstoffmassenströme sind wie in Abschnitt 3.3 erläutert auf den Massenstrom bei stöchiometrischem Luftverhältnis bezogen. Der Sauerstoffmassenstrom aus der Zelle  $j$  hinaus

$$\Delta \dot{m}_{O_2, out, j} = 0.23 \dot{m}_L \Delta \lambda_j \quad (3.10)$$

lässt sich anhand des bezogenen Luftverhältnisses  $\Delta \lambda_j$  am Ende der Zelle  $j$  sowie des Luftmassenstroms  $\dot{m}_L$  ermitteln. Das Luftverhältnis wird in bekannter Weise über die nichtlineare Funktion  $N_j(\Phi_j)$  in Abhängigkeit der Sauerstoffbeladung  $\Phi_j$  der Zelle modelliert

$$\Delta \lambda_j = N_j(\Phi_j). \quad (3.11)$$

Der Verlauf der Funktion  $N_j(\Phi_j)$  wird von der angenommenen Scheibendicke bzw. von der Sauerstoffspeicherkapazität des Katalysatorbereiches bestimmt, den sie abbilden soll. Mittels unterschiedlicher Parametrierung von  $N_j(\Phi_j)$  kann somit eine Zelle zur Beschreibung eines Vorkatalysators verwendet werden und eine zweite Zelle zur Modellierung eines Hauptkatalysators mit weitaus



größerer Sauerstoffspeicherkapazität. Weiterhin ist es möglich, über die Funktionen  $N_j(\Phi_j)$  eine alterungsabhängige Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität in Teilbereichen des Katalysators abzubilden.

Für die Änderung der Sauerstoffbeladung in der Zelle  $j > 1$  folgt somit zusammengefasst

$$\dot{\Phi}_j = 0.23 \dot{m}_L (N_{j-1}(\Phi_{j-1}) - N_j(\Phi_j)). \quad (3.12)$$

Einen Sonderfall stellt die erste Modellzelle dar. Bei dieser kann der Sauerstoffmassenstrom nicht anhand des Sauerstoffmassenabstroms der vorhergehenden Zelle bestimmt werden. Er wird daher mittels Luftmassenstrom und Luftverhältnis vor dem Katalysator berechnet

$$\Delta \dot{m}_{O_2, in, 1} = 0.23 \dot{m}_L \Delta \lambda_{VK}. \quad (3.13)$$

Für die Änderung der Sauerstoffbeladung in der ersten Zelle gilt folglich

$$\dot{\Phi}_1 = 0.23 \dot{m}_L (\Delta \lambda_{VK} - N_1(\Phi_1)). \quad (3.14)$$

Das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator kann anhand des Sauerstoffmassenstroms aus der letzten Modellzelle berechnet werden

$$\Delta \lambda_{NK} = \frac{\Delta \dot{m}_{O_2, out, n}}{0.23 \dot{m}_L}. \quad (3.15)$$

Alternativ ist eine Ermittlung anhand der Sauerstoffbeladung  $\Phi_n$  der letzten Zelle möglich

$$\Delta \lambda_{NK} = N_n(\Phi_n). \quad (3.16)$$

Für das beschriebene Mehrzonenmodell des Dreiwege-Katalysators ergibt sich somit die in Abbildung 3.4 dargestellte Modellstruktur.

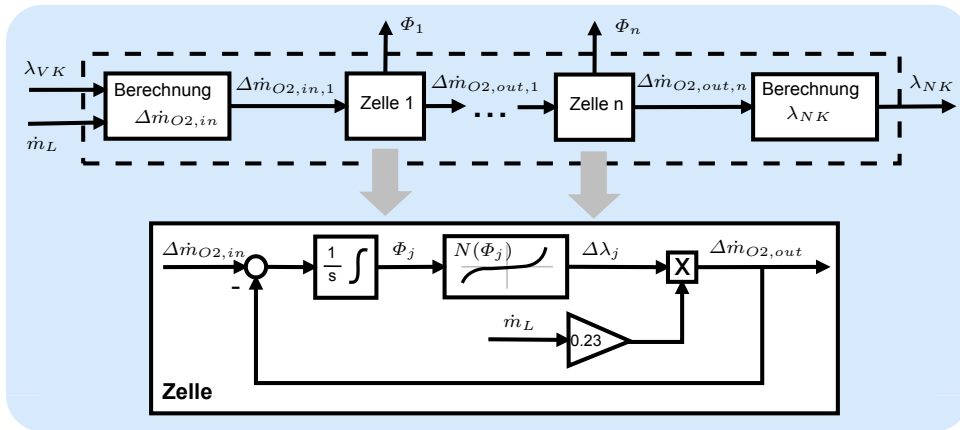


Abbildung 3.4: Struktur des Gesamtmodells

Für den in den nachfolgenden Kapiteln vorgestellten Hinterkatregelungsansatz wird ein Modell mit  $n$  Katalysatorscheiben gleich großer Sauerstoffspeicherkapazität verwendet (sofern nicht anders angegeben). Dies ermöglicht die Verwendung derselben Funktion  $N(\Phi)$  in jeder Zelle. Simulationen zeigen, dass eine größere Anzahl von Zellen zu einer besseren Übereinstimmung von

gemessenem und prädiziertem Luftverhältnis hinter dem Katalysator führt. Aufgrund der höheren Systemordnung steigt mit der Zellenanzahl gleichzeitig der Rechenaufwand für das Modell. Einen guten Kompromiss bezüglich Rechenaufwand und Modellgüte stellt eine Zellenanzahl von drei dar.

Dieses Dreizonenmodell lässt sich mit der folgenden Zustandsraumdarstellung beschreiben

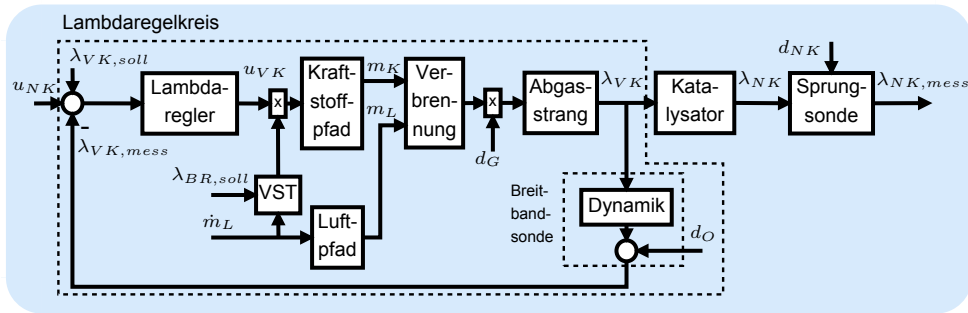
$$\begin{aligned}
 \dot{\Phi}_1 &= 0.23 \dot{m}_L (\Delta\lambda_{VK} - N(\Phi_1)) \\
 \dot{\Phi}_2 &= 0.23 \dot{m}_L (N(\Phi_1) - N(\Phi_2)) \\
 \dot{\Phi}_3 &= 0.23 \dot{m}_L (N(\Phi_2) - N(\Phi_3)) \\
 \Delta\lambda_{NK} &= N(\Phi_3).
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

## 4 Konzepte für die Hinterkatregelung

Aufbauend auf dem Modell des Dreiwege-Katalysators wurden vier Strategien für eine Hinterkatregelung unter Nutzung moderner Methoden der Regelungstechnik entwickelt. Hierzu zählt ein nichtlinearer IMC-Regler, eine ereignisbasierte Regelung, ein beobachtergestützter Zustandsregler sowie seine nichtlineare Erweiterung auf Basis des SDRE-Ansatzes (State Dependent Riccati Equation). Bevor diese Regelungsstrategien detailliert erläutert werden, soll nachfolgend zunächst die regelungstechnische Problemstellung konkretisiert werden.

### 4.1 Klassifikation des Prozesses

Die Abbildung 4.1 zeigt den zu regelnden Gesamtprozess in Form eines Blockschaltbildes. Dieser kann in die Bereiche Lambdaregelkreis, Dreiwege-Katalysator sowie Sprungsonde hinter dem Katalysator unterteilt werden. Die zu entwickelnde Hinterkatregelung greift in einer Kaskadenstruktur über die Stellgröße  $u_{NK}$  auf den Soll- bzw. Istwert des Lambda-reglers ein. Dieser korrigiert wie in Abschnitt 1.1 erläutert die von einer Vorsteuerung (VST) auf Basis des Luftmassenstroms  $\dot{m}_L$  und des Sollwertes für das Luftverhältnis im Brennraum  $\lambda_{BR,soll}$  berechnete Basiskraftstoffmasse. Neben diesen Steuerungs- und Regelungselementen werden zum Lambdaregelkreis die physikalischen Teilprozesse der Verbrennung, der Bereitstellung von Luft- und Kraftstoff im Brennraum (Luft- bzw. Kraftstoffpfad inklusive unterlagerter Steuerungs- und Regelungsfunktionen) sowie der Gasdurchmischung und des Gastransports im Abgasstrang gerechnet.

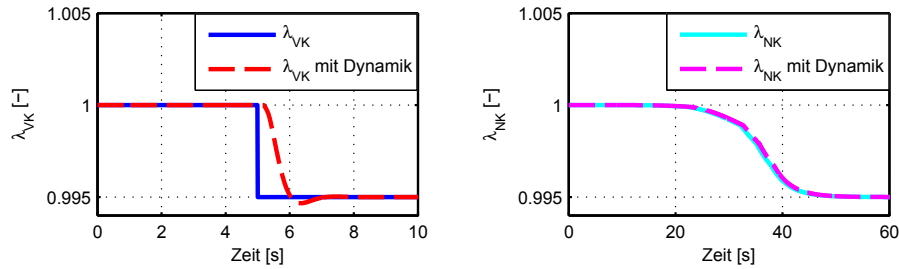


**Abbildung 4.1:** Struktur des zu regelnden Prozesses mit Lambdaregelung

In Abbildung 4.2 sind Verläufe der Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator (unterschiedliche Zeitskalen beachten) für Simulationsrechnungen unter Nutzung des beschriebenen Gesamtprozessmodells sowie eines einzelnen Katalysatormodells dargestellt. Für den Gesamtprozess wurden Gasdurchmischung und Gastransport im Abgasstrang mittels eines T1-Tt-Gliedes (Tiefpass mit Totzeit) modelliert und das dynamische Verhalten der Lambdasonden über ein Verzögerungsglied erster Ordnung abgebildet. Anhand der Abbildung ist ersichtlich, dass die Dynamik des beschriebenen Lambdaregelkreises im Vergleich zur Dynamik des Dreiwege-Katalysators deutlich höher ist, d.h. der Teilprozess Katalysator dominiert die Dynamik des Gesamtprozesses.

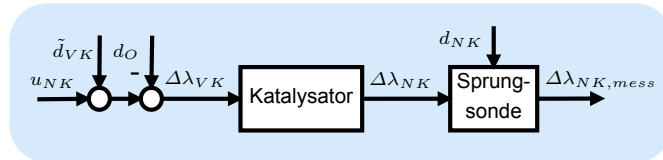
Dieses Ergebnis illustriert den Vorteil der gewählten Kaskadenstruktur bestehend aus Lambdaregler und Hinterkatregelung. Mittels des Lambdareglers ist aufgrund der Nutzung des (verzögerten) Ausgangs  $\lambda_{VK, mess}$  des schnellen Teilprozesses (Gemischbildung, Verbrennung und Gastransport) über die Stellgröße  $u_{VK}$  ein schneller Ausgleich der Gemischfehler  $d_G$  möglich. Eine Regelung allein auf Basis des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator wäre aufgrund der geringen Dynamik des Teilprozesses Katalysator zu träge.

Weiterhin kann Abbildung 4.2 entnommen werden, dass die Verläufe der Luftverhältnisse hinter dem Katalysator für beide Simulationsrechnungen nahezu identisch sind. Eine Vernachlässigung der Dynamik des Lambdaregelkreises sowie der Dynamik der Lambdasonden für den Entwurf der Hinterkatregelung ist daher zulässig.



**Abbildung 4.2:** Luftverhältnisse mit und ohne Berücksichtigung der Lambdaregelkreisdynamik

Im Allgemeinen wird die Hinterkatregelung lediglich bei Vorliegen von stöchiometrischen Sollwerten im Brennraum und vor dem Katalysator aktiviert ( $\lambda_{BR, soll} = \lambda_{VK, soll} = 1$ ). In diesem Fall lässt sich bei Vernachlässigung der Dynamik des Lambdaregelkreises und der Lambdasonden sowie bei Verwendung der bezogenen Luftverhältnisse  $\Delta\lambda = \lambda - 1$  das in Abbildung 4.3 dargestellte vereinfachte Blockschaltbild des zu regelnden Prozesses angeben. Die vernachlässigten Gemischfehler  $d_G$  innerhalb des Lambdaregelkreises wurden in der neuen Störung  $\tilde{d}_{VK}$  zusammengefasst.



**Abbildung 4.3:** Prozessmodell für den Reglerentwurf

Entsprechend Abbildung 4.3 handelt es sich bei dem zu regelnden Prozess um ein nichtlineares eingangsaffines System mit Eingangs- und Ausgangsstörung. Die Eingangsstörung setzt sich aus dem Messfehler der Lambdasonde vor dem Katalysator  $d_O$ , der gemeinhin als betriebspunktabhängiger Offset angenommen wird, und der Störung  $\tilde{d}_{VK}$  zusammen, die letztlich die Abweichungen des Luftverhältnisses vor dem Katalysator vom Sollwert aufgrund der Gemischfehler und der begrenzten Ausregelgeschwindigkeit des Lambdareglers beschreibt. Diese Schwankungen spiegeln sich direkt im gemessenen Luftverhältnis wieder  $\Delta\lambda_{VK, mess} = u_{NK} + \tilde{d}_{VK}$ . Für das tatsächliche Luftverhältnis gilt hingegen  $\Delta\lambda_{VK} = \Delta\lambda_{VK, mess} - d_O$ . Der Anteil  $d_O$  der Eingangsstörung ist somit im Gegensatz zur Störung  $\tilde{d}_{VK}$  nicht messbar und kann lediglich auf Basis des hinter dem Katalysator gemessenen Luftverhältnisses kompensiert werden.

Wie in Abschnitt 2.4 beschrieben ist dieses durch einen Messfehler  $d_{NK}$  verfälscht, dessen Höhe von Abgaszusammensetzung und Abgastemperatur bestimmt wird [SKTI88, Auc05]. Das statische

Verhalten des gemessenen Luftverhältnisses hinter dem Katalysator (inklusive Messfehler) lässt sich daher durch ein Kennfeld mit den Eingängen tatsächliches bezogenes Luftverhältnis  $\Delta\lambda_{NK}$  (als Maß für die Abgaszusammensetzung) und Abgastemperatur hinter dem Katalysator  $\vartheta_{Kat}$  beschreiben. Dieses Kennfeld ersetzt im Folgenden den Block Sprungsonde in Abbildung 4.3.

Der Katalysator weist ein totzonenähnliches Verhalten auf, wie leicht an den im Modell verwendeten Funktionen  $N(\Phi)$  zu erkennen ist. Solange der Katalysator eine mittlere Beladung im Bereich  $\Phi = 0$  aufweist, ist das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator  $\Delta\lambda_{NK}$  nahezu null. Lediglich bei ausgeprägter Füllung bzw. Leerung des Sauerstoffspeichers können größere Abweichungen vom stöchiometrischen Luftverhältnis hinter dem Katalysator festgestellt werden. Sofern es gelingt, die Sauerstoffbeladung mittels der Hinterkatregelung nahe  $\Phi = 0$  zu halten, sollten sich trotz der ausgeprägten nichtlinearen Prozesscharakteristik mit linearen Regelungsansätzen zufriedenstellende Ergebnisse erzielen lassen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung einer modellbasierten Hinterkatregelung für den beschriebenen nichtlinearen Prozess mit Eingangs- und Ausgangsstörungen, welche die in Abschnitt 1.2 definierten Anforderungen erfüllt. Bevor die entwickelten Regelungsstrategien vorgestellt werden, soll zunächst ein Überblick zu Ansätzen anderer Autoren gegeben werden.

## 4.2 Modellbasierte Ansätze für die Hinterkatregelung

Neben den in Abschnitt 1.1 beschriebenen Regelungsstrategien auf Basis von PI-Reglern wurde eine Reihe von modellbasierten Ansätzen für die Hinterkatregelung entwickelt. Im Gegensatz zu den bei Serienfahrzeugen eingesetzten Regelungen verwenden diese im Allgemeinen die Sauerstoffbeladung als Regelgröße. Im Vergleich zu einer Regelung auf das Luftverhältnis hinter dem Katalysator führt dies aufgrund des totzonenähnlichen Verhaltens des Katalysators zu einer Erhöhung der Regelgüte. Das Modell des Dreiwege-Katalysators wird bei diesen Konzepten zur Ermittlung der nicht direkt mit Sensoren erfassbaren Sauerstoffbeladung anhand messbarer Prozessgrößen benötigt. In der Regel handelt es sich um einfache Modelle basierend auf einem einzelnen Integrator (beispielsweise [Bal02, ROG97, AGO<sup>+</sup>00]). Häufig (z.B. [BBH01, BBB02, FCG02]) wird das in [BWG00, BWG97] vorgestellte Modell innerhalb der Regelung eingesetzt.

Bei diesem Modell erfolgt die Ermittlung der Sauerstoffbeladung auf Basis des Luftmassenstroms sowie dem vor dem Katalysator gemessenen Luftverhältnis, welches durch den Sondenoffset  $d_O$  verfälscht ist. Zur Vermeidung einer fehlerhaften Ermittlung der Sauerstoffbeladung ist folglich eine Kompensation des Messfehlers erforderlich. Einige Arbeiten [BBH01, BBB02] vernachlässigen diesen wichtigen Punkt, d.h., es werden keine Maßnahmen zur Kompensation vorgestellt. Die in anderen Arbeiten [Bal02, FCG02, Fie01] präsentierten Kompensationsmaßnahmen erfordern spezielle Randbedingungen, die im praktischen Fahrbetrieb häufig nicht erfüllt sind. Dazu zählt beispielsweise ein über längere Zeit konstantes Luftverhältnis vor dem Katalysator [FCG02, Fie01]. Ein häufig eingesetzter Ansatz zur Kompensation des Sondenoffsets stellt die Erweiterung der Hinterkatregelung mit einem Integral-Anteil dar. In [Auc05] wird beispielsweise der Zustandsregler um einen I-Anteil ergänzt und in [ROG97, GO10] werden PI-Regler eingesetzt. Eine alternative Vorgehensweise stellt die Behandlung des Sondenoffsets als zusätzlichen Modellparameter und die Ermittlung seines Wertes mittels geeigneter Parameterschätzverfahren dar. In [AGO<sup>+</sup>00] erfolgt diese Parameterschätzung beispielsweise bei Über- bzw. Unterschreitung bestimmter Schwellwerte für das Luftverhältnis hinter dem Katalysator. In [MPJ03, MPJ06b] wird anstatt einer direkten Ermittlung des Sondenoffsets eine additive Störung der Sauerstoffbeladung als zusätzlicher Modellzustand behandelt und über einen Zustandsschätzer mit gleitendem Horizont bestimmt.

Der Einsatz eines Beobachters stellt ein gebräuchliches Mittel zur Steigerung der Güte der

ermittelten Sauerstoffbeladung dar. In [FCG02, Fie01] werden Kalman-Filter eingesetzt, deren Parameter in Abhängigkeit des Luftverhältnisses vor dem Katalysator und der ermittelten Sauerstoffbeladung umgeschaltet werden. Die Parametrierung dieses Beobachters ist daher aufwendig. Der Einsatz von Extended Kalman-Filtern wird in [Auc05, BEB04] zur stärkeren Berücksichtigung der Prozessnichtlinearität vorgeschlagen. Als Alternative wird in [NKS13] ein schaltender Beobachter mit vier linearen Modellen vorgestellt, zwischen denen in Abhängigkeit von Prozessgrößen wie Luftmassenstrom, Abgastemperatur und Luftverhältnis vor dem Katalysator gewechselt wird. In [MPJ04a, MPJ06b] werden Zustandsschätzer mit gleitendem Horizont (Moving Horizon Least Square Estimators) eingesetzt, die aufgrund des hohen Rechenaufwands zum Lösen des nichtlinearen Optimierungsproblems in jedem Rechenschritt auf aktuellen Motorsteuergeräten im Allgemeinen nicht echtzeitfähig sind.

Die modellbasierte Hinterkatregelung mit Sauerstoffbeladung als Regelgröße greift in der Regel in einer Kaskadenstruktur auf den Sollwert des Lambdaregelkreises ein. Ausnahmen bilden die in [ROG97, GO10] vorgestellten Regelungsansätze, bei denen Hinterkatregelung und Lambdaregelung parallel angeordnet sind und ein gemeinsamer Entwurf beider Regelungen mittels eines  $H_\infty$ -Ansatzes erfolgt. Zur Einregelung eines vorgegebenen Sollwertes der Sauerstoffbeladung werden im Allgemeinen einfache Regelalgorithmen wie Proportional-Regler verwendet [FCG02, BBH01, Bal02]. In [BBH01, Bal02] erfolgt eine Umschaltung der Reglerparameter in Abhängigkeit von Sauerstoffbeladung und Luftmassenstrom und der P-Regler wird zur Begrenzung der Reglerverstärkung bei hohen Frequenzen (Messrauschen) um einen Tiefpass ergänzt. Weitere Ansätze zur Regelung der Sauerstoffbeladung umfassen PI-Regler [ROG97, GO10, AGO<sup>+</sup>00], Linear-Quadratisch-Optimale Zustandsrückführung [Auc05] und Modellprädiktive Regelungen [BBB02, Bal02, MPJ03, MPJ06b]. Letztgenannte Regelungsstrategie ist aufgrund des hohen Rechenaufwands zum Lösen des nichtlinearen Optimierungsproblems in jedem Sampleschritt auf aktuellen Motorsteuergeräten in der Regel nicht echtzeitfähig. Daher wird in [BBB02, Bal02] vorgeschlagen das Optimierungsproblem offline zu lösen und anschließend ein Neuronales Netz anzulernen.

Einen Sonderfall bei den modellbasierten Regelungen stellt der in [Fie01] präsentierte Ansatz dar, bei dem zwischen der Sauerstoffbeladung und dem Luftverhältnis hinter dem Katalysator als Regelgröße gewechselt wird. Die Regelung auf Sauerstoffbeladung entspricht der in [FCG02] vorgestellten Variante und ist lediglich aktiv, sofern das Luftverhältnis hinter dem Katalysator den Wert 1.01 überschreitet bzw. kleiner als 0.99 ist. Innerhalb des durch die Schwellwerte aufgespannten Bereiches wird ein PI-Regler verwendet. Hintergrund für diese Reglerumschaltung ist die eingeschränkte Beobachtbarkeit des Prozesses aufgrund des totenähnlichen Verhaltens des Katalysators. Eine Regelung auf Sauerstoffbeladung erfolgt daher lediglich in Betriebszuständen, in denen die Schätzung der Sauerstoffbeladung mittels Kalman-Filter vertrauenswürdig ist.

Trotz des Einsatzes von teilweise sehr einfachen Katalysatormodellen (in [ROG97, GO10] werden selbst unterschiedlich hohe Geschwindigkeiten der Sauerstoffaufnahme und Sauerstoffabgabe vernachlässigt) werden mit den genannten Ansätzen Regelgüten erreicht, die denen von Regelungsverfahren ohne explizites Modell wie PI-Reglern überlegen sind. Durch den Einsatz eines das Katalysatorverhalten genauer beschreibenden Modells, etwa dem entwickelten Mehrzonenmodell, sollte die Regelgüte weiter gesteigert werden können. Weiterhin sind vom Einsatz moderner Verfahren der Regelungstechnik für die Einhaltung einer vorgegebenen Sauerstoffbeladung anstatt der Nutzung konventioneller Strategien wie Proportional- oder PI-Reglern positive Auswirkungen auf die Regelgüte zu erwarten, sofern diese auf aktuellen Motorsteuergeräten echtzeitfähig sind.

Nachfolgend wird ein nichtlinearer IMC-Regler vorgestellt, der wie serienmäßige Regelungskonzepte das Luftverhältnis hinter dem Katalysator als Regelgröße verwendet, sich jedoch durch eine deutlich einfachere Parametrierung auszeichnet.

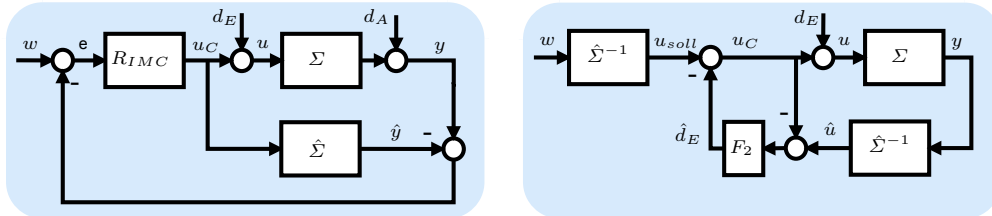
### 4.3 Nichtlineare IMC-Regelung

Die beschriebenen modellbasierten Regelungsansätze haben sich in der Praxis bisher nicht durchgesetzt. Dort stellen nichtlineare PI- oder PID-Regler weiterhin die gebräuchlichste Variante für die Hinterkatregelung dar. Neben einer ungenügenden Berücksichtigung der nichtlinearen Dynamik des Dreiwege-Katalysators ist die aufwendige Reglerparametrierung, die stark heuristisch geprägt ist und hohes Expertenwissen erfordert, ein weiterer Schwachpunkt dieser Ansätze.

Eine Möglichkeit für den systematischen Entwurf einer nichtlinearen Regelung ist der nichtlineare IMC-Regler (Internal Model Control). Bei diesem kann durch die Nutzung eines Modells der Regelstrecke innerhalb der Regelung die ausgeprägte nichtlineare Dynamik des Katalysators direkt berücksichtigt werden. Hiervon ist eine Steigerung der Regelgüte gegenüber den im Serieneinsatz befindlichen Regelungen zu erwarten. Der Vorzug dieses Regelungsansatzes liegt jedoch in der einfachen Parametrierung. Abgesehen von den Modellparametern, die systematisch anhand von Prüfstandsmessungen ermittelt werden können, enthält eine solche Regelung im Allgemeinen lediglich einen Entwurfparameter mittels dem die Reglerdynamik angepasst werden kann.

#### Struktur und Eigenschaften der IMC-Regelung

Bevor eine Hinterkatregelung auf Basis eines nichtlinearen IMC-Reglers vorgestellt wird, soll zunächst auf die Struktur und wichtige Eigenschaften dieses auf die Pionierarbeiten [GM82, GM85] zurückgehenden Regelungsansatzes eingegangen werden. In Abbildung 4.4 sind zwei gebräuchliche Strukturen für die IMC-Regelung dargestellt. Die Ursprünge der links dargestellten Struktur reichen bis in die 1970er Jahre zurück [Fra74]. Parallel zum Prozess  $\Sigma$  wird ein Modell der Regelstrecke  $\hat{\Sigma}$  geschaltet. Die Differenz von gemessenem und prädiziertem Prozessausgang ( $y$  bzw.  $\hat{y}$ ) wird von der Führungsgröße  $w$  abgezogen und ergibt die Regeldifferenz  $e$ , die dem Kompensator  $R_{IMC}$  zugeführt wird. Streckenmodell und Kompensator bilden zusammen die IMC-Regelung.



**Abbildung 4.4:** Strukturen IMC-Regelung: links Standard, rechts für Eingangsstörungen

Im Falle einer linearen Regelstrecke gilt für die Übertragungsfunktionen der Führungsgröße  $w$ , der Eingangsstörung  $d_E$  und der Ausgangsstörung  $d_A$

$$G_w = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{\Sigma R_{IMC}}{1 + R_{IMC} (\Sigma - \hat{\Sigma})} \quad (4.1)$$

$$G_{de} = \frac{Y(s)}{D_E(s)} = \frac{\Sigma (1 - \hat{\Sigma} R_{IMC})}{1 + R_{IMC} (\Sigma - \hat{\Sigma})} \quad (4.2)$$

$$G_{da} = \frac{Y(s)}{D_A(s)} = \frac{1 - \hat{\Sigma} R_{IMC}}{1 + R_{IMC} (\Sigma - \hat{\Sigma})}. \quad (4.3)$$

Stimmen Modell und Regelstrecke exakt überein, d.h. gilt  $\hat{\Sigma} = \Sigma$ , und treten keine Stör-

gen auf, so wird das Rückführsignal  $y - \hat{y}$  zu null und der Kompensator  $R_{IMC}$  wirkt als reine Vorsteuerung. Dies lässt sich leicht an der Führungsübertragungsfunktion erkennen, für die in diesem Fall  $G_w = R_{IMC} \Sigma$  gilt. Diese Vorsteuerung ist perfekt, d.h., es gilt  $y(t) = w(t)$  für alle  $t > 0$ , sofern der Kompensator  $R_{IMC}$  dem inversen Prozessmodell entspricht ( $R_{IMC} = \Sigma^{-1}$ ) und der geschlossene Regelkreis stabil ist. In diesem Fall liegt neben perfektem Führungsverhalten zusätzlich perfektes Störverhalten vor. Eingangs- oder Ausgangsstörungen wirken sich nicht auf den Prozessausgang aus, denn es gilt  $G_{de} = G_{da} = 0$  für die Störübertragungsfunktionen. Diese Eigenschaft der IMC-Struktur (perfektes Folgen der Führungsgröße für beliebige Störungen  $d$ ) gilt neben linearen ebenfalls für nichtlineare Systeme [EM86].

Eine Schwierigkeit stellt bei diesem Regelungsansatz die für den Kompensator  $R_{IMC}$  erforderliche Inversion der Regelstrecke dar. Ein Kompensator, der lediglich aus der Inversen der Regelstrecke besteht, führt im Allgemeinen zu großen Stelleingriffen, die aufgrund der begrenzten Stellenergie nicht umsetzbar sind. Im Falle des häufig vorhandenen Polüberschusses der Regelstrecke ist weiterhin diese Inverse nicht proper und damit praktisch nicht realisierbar. Daher wird im Kompensator die Inverse der Regelstrecke üblicherweise um einen Tiefpassfilter  $n$ -ter Ordnung der Form

$$F(s) = \frac{1}{(\tau_f s + 1)^n} \quad (4.4)$$

ergänzt. In dieser Form enthält die IMC-Regelung neben den Modellparametern mit der Filterzeitkonstante  $\tau_f$  lediglich einen weiteren Entwurfsparameter, der zu Beeinflussung der Reglerdynamik genutzt werden kann. Eine große Filterzeitkonstante verlangsamt die Ausregelung von Störungen, erhöht jedoch im Allgemeinen die Robustheit der Regelung. Durch den Einsatz des Filters  $F(s)$  erfüllt die IMC-Regelung die Eigenschaft eines perfekten Führungs- und Störverhaltens lediglich näherungsweise.

Gerade bei Eingangsstörungen liefert die zuvor beschriebene Struktur des IMC-Reglers oft unbefriedigende Ergebnisse. Für diesen Fall wurde die im rechten Teil der Abbildung 4.4 dargestellte Struktur entwickelt [GSG96]. Bei dieser wird mittels der Inversen der Regelstrecke zunächst die für einen gewünschten Verlauf der Führungsgröße  $w$  benötigte Stellgröße  $u_{soll}$  berechnet. Treten keine Störungen auf, so wird der Prozessausgang  $y$  mit dieser Stellgröße der Führungsgröße perfekt folgen (sofern Modell und Prozess exakt übereinstimmen). Im Falle einer Eingangsstörung gilt für den Prozesseingang  $u = u_C + d_E$ . Mittels einer Inversen der Regelstrecke wird dieser nicht messbare Prozesseingang anhand der gemessenen Ausgangsgröße  $y$  rekonstruiert. Die Differenz von rekonstruiertem Prozesseingang  $\hat{u}$  und Stellgröße  $u_C$  entspricht einem Schätzwert für die Eingangsstörung  $\hat{d}_E$ . Dieser wird zur Kompensation der Eingangsstörung mit negativem Vorzeichen zurückgekoppelt. Zur Vermeidung einer algebraischen Schleife wird  $\hat{d}_E$  zuvor tiefpassgefiltert (Block  $F_2$ ).

## Anwendung für die Regelung des Luftverhältnisses

Beide zuvor erläuterten Strukturen der IMC-Regelung wurden für einen Einsatz als Hinterkatregelung getestet. In Simulationen wurden mit der Standardvariante (linker Teil der Abbildung 4.4) die besseren Ergebnisse bezüglich Regelgüte erzielt. Das Blockschaltbild dieser Regelungsvariante ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

Der zu regelnde Prozess entspricht im Wesentlichen dem in Abbildung 4.3 dargestellten Blockschaltbild. Lediglich die in den Gemischfehlern begründeten Schwankungen des Luftverhältnisses  $\tilde{d}_{VK}$  und der Messfehler der Lambdasonde vor dem Katalysator  $d_O$  wurden zu einer gemeinsamen Eingangsstörung  $d_E$  zusammengefasst. Anstatt des gemessenen Luftverhältnisses hinter dem Ka-



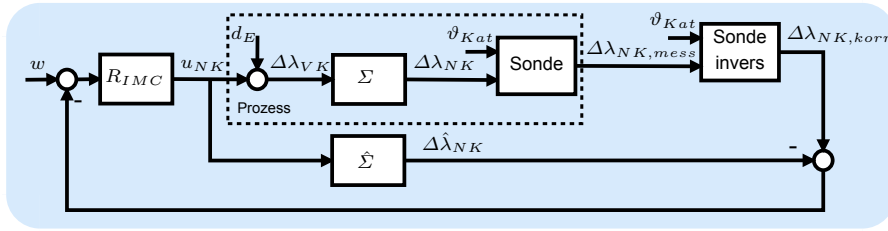


Abbildung 4.5: Struktur einer IMC-Regelung für das Luftverhältnis

talysator  $\Delta\lambda_{NK, mess}$  wird ein um den Messfehler der Lambdasonde korrigierter Wert  $\Delta\lambda_{NK, korr}$  für die Regelung verwendet. Bei Annahme einer perfekten Kompensation des Messfehlers stellt folglich  $\Delta\lambda_{NK}$  die Regelgröße dar. Durch diese Maßnahme kann für das Regelstreckenmodell  $\hat{\Sigma}$  auf eine Modellierung der Lambdasonde verzichtet werden und die Streckeninversion für den Entwurf des Kompensators  $R_{IMC}$  vereinfacht sich.

Zur Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde hinter dem Katalysator wird in [Ond93] ein Kennfeld mit den Eingängen Sondenspannung und Innenwiderstand vorgeschlagen. Der Innenwiderstand der Lambdasonde wird maßgeblich von ihrer Temperatur bestimmt und die Sondenspannung vom Luftverhältnis. Der Ansatz berücksichtigt somit indirekt die Einflussgrößen Luftverhältnis und Temperatur, von denen die Größe des Messfehlers abhängt. In der vorliegenden Arbeit wird ein ähnlicher Ansatz angewendet. Es wird das in Abschnitt 4.1 erläuterte Kennfeld zur Beschreibung des statischen Verhaltens der Lambdasonde hinter dem Katalysator inklusive Messfehler invertiert. Das Ergebnis ist ein neues Kennfeld mit den Eingängen gemessenes Luftverhältnis hinter dem Katalysator und Abgastemperatur, das als Ausgang ein korrigiertes Luftverhältnis hinter dem Katalysator liefert, das im Idealfall (perfekte Korrektur) mit dem tatsächlichen Wert des Luftverhältnisses übereinstimmt.

Der Block  $\Sigma$  bzw. das Modell  $\hat{\Sigma}$  in Abbildung 4.5 entspricht somit lediglich dem Dreiwege-Katalysator. Zur Beschreibung dieser Komponente dient das Mehrzonenmodell aus Abschnitt 3.4 (Gleichung 3.17). Die für die Ermittlung des Kompensators  $R_{IMC}$  erforderliche Inversion des Modells stellt die größte Herausforderung bei diesem Regelungsansatz dar.

### Inversion der Regelstrecke

Zur Inversion des nichtlinearen eingangsaffinen Katalysatormodells wurde ein Ansatz basierend auf [Isi95] gewählt, der häufig bei der Feedback Linearisierung Anwendung findet und auch für den nichtlinearen IMC-Regler in [Sch07] verwendet wird. Der erste Schritt zur Ermittlung der Inversen ist demnach eine Koordinatentransformation mittels des Diffeomorphismus

$$\Theta(x) = \begin{pmatrix} \Theta_1(x) \\ \vdots \\ \Theta_n(x) \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Ziel ist es, eine Systembeschreibung in den neuen Zustandsvariablen zu erhalten, die sich leichter invertieren lässt. Für ein SISO-System

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (4.6)$$

mit relativem Grad  $r$  im Zustand  $x = x_0$  gilt für die einzelnen Elemente von  $\Theta(x)$  [Isi95]

$$\begin{aligned}\Theta_1(x) &= y = h(x) \\ \Theta_2(x) &= \dot{y} = \mathcal{L}_f h(x) \\ &\vdots \\ \Theta_r(x) &= y^{(r-1)} = \mathcal{L}_f^{r-1} h(x).\end{aligned}\tag{4.7}$$

Der relative Grad  $r$  gibt die Anzahl von Ableitungen des Ausgangs  $y$  an, die berechnet werden müssen, bis die Eingangsgröße  $u$  explizit in der Ableitung enthalten ist. Falls der relative Grad kleiner als die Systemordnung  $n$  ist, können die restlichen Funktionen  $\Theta_{r+1}(x), \dots, \Theta_n(x)$  stets so gewählt werden, dass die Jacobi-Matrix  $\frac{\partial \Theta(x)}{\partial x}$  an der Stelle  $x = x_0$  nicht singulär ist und  $\mathcal{L}_g \Theta_i(x) = 0$  für alle  $r+1 \leq i \leq n$  und  $x$  um  $x_0$  gilt [Isi95].

Zur Vereinfachung der Notation werden bei der Darstellung des Diffeomorphismus  $\Theta(x)$  Lie-Ableitungen verwendet. Die zeitliche Ableitung von  $h(x)$  entlang des Vektorfeldes  $f(x)$  wird dabei als

$$\mathcal{L}_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(x)\tag{4.8}$$

dargestellt. Diese Operation kann mehrmals angewendet werden. Die  $i$ -te Ableitung von  $h(x)$  entlang von  $f(x)$  ergibt sich anhand der Rekursionsformel

$$\mathcal{L}_f^i h(x) = \frac{\partial \left( \mathcal{L}_f^{i-1} h(x) \right)}{\partial x} f(x)\tag{4.9}$$

mit  $\mathcal{L}_f^0 h(x) = h(x)$ . Wird die Funktion  $h(x)$  zunächst entlang eines Vektorfeldes  $f(x)$  und anschließend entlang eines Vektorfeldes  $g(x)$  abgeleitet, wird dies als

$$\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f h(x) = \frac{\partial (\mathcal{L}_f h)}{\partial x} g(x)\tag{4.10}$$

dargestellt.

Mit Hilfe der Lie-Ableitungen lässt sich das System in den transformierten Koordinaten  $z_i = \Theta_i$ ,  $1 \leq i \leq n$  folgendermaßen beschreiben

$$\begin{aligned}\frac{dz_1}{dt} &= \mathcal{L}_f h(x) = \Theta_2(x) = z_2 \\ &\vdots \\ \frac{dz_{r-1}}{dt} &= \mathcal{L}_f^{r-1} h(x) = \Theta_r(x) = z_r \\ \frac{dz_r}{dt} &= \mathcal{L}_f^r h(x) + \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{r-1} h(x) u \\ \frac{dz_i}{dt} &= \mathcal{L}_f \Theta_i(x) \quad \forall r+1 \leq i \leq n.\end{aligned}\tag{4.11}$$

Letztgenannte Gleichung gilt für den Fall, dass  $\Theta_{r+1}(x), \dots, \Theta_n(x)$  so gewählt werden, dass die

Bedingung  $\mathcal{L}_g \Theta_i(x) = 0$  erfüllt ist, d.h. diese zeitlichen Ableitungen nicht von der Eingangsgröße  $u$  abhängen.

Entspricht der relative Grad  $r$  der Systemordnung  $n$  entfällt die letzte Zeile des Gleichungssystems 4.11. Unter Beachtung der Umkehrtransformation  $x = \Theta^{-1}(z)$  folgt aus der vorletzten Zeile für den Prozesseingang  $u$

$$u = \frac{1}{\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^{r-1} h(\Theta^{-1}(z))} \left[ y^{(n)} - \mathcal{L}_f^r h(\Theta^{-1}(z)) \right]. \quad (4.12)$$

Das Gleichungssystem 4.7 zeigt, dass für den Fall  $r = n$  die transformierten Zustände identisch mit der Ausgangsgröße  $y$  bzw. ihrer zeitlichen Ableitungen bis zur Ordnung  $n - 1$  sind. Bei bekannter  $n$ -ter zeitlicher Ableitung der Ausgangsgröße  $y^{(n)}$  stehen alle zur Berechnung des Prozesseingangs  $u$  mittels der Lie-Ableitungen benötigten Größen zur Verfügung.

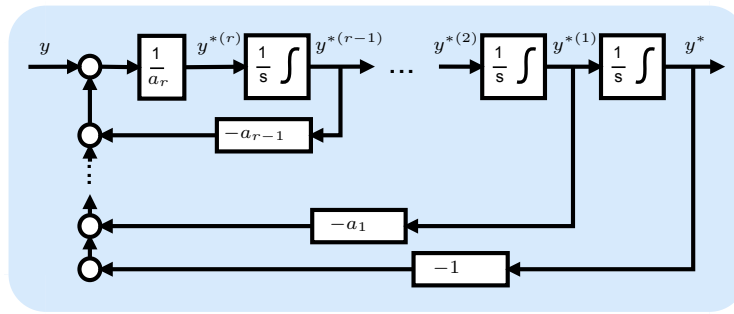


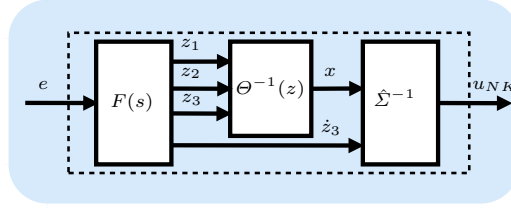
Abbildung 4.6: Struktur des Zustandsvariablenfilters

Zur Ermittlung der erforderlichen zeitlichen Ableitungen der Ausgangsgröße eignen sich unter anderem lineare Filter [RS70, KDR88], lineare Beobachter mit zeitvariabler Beobacherverstärkung (Linear Time Derivative Trackers [Ibr01, Ibr04]), Ansätze basierend auf Sliding Mode [Lev98, YX96] oder High Gain Beobachtern [DK97, DK99] sowie nichtlineare Ansätze wie der Tracking Differentiator [HW94]. In der vorliegenden Arbeit wird ein Ansatz basierend auf einem linearen Filter  $F(s)$  verwendet, der sich durch seine Einfachheit und den damit verbundenen geringen Rechenaufwand auszeichnet. Die Übertragungsfunktion dieses Filters besitzt die Form

$$F(s) = \frac{y^*(s)}{y(s)} = \frac{1}{a_r s^r + a_{r-1} s^{r-1} + \dots + 1}. \quad (4.13)$$

Dieses Filter lässt sich bei Transformation in die Regelungsnormalform mit dem in Abbildung 4.6 dargestellten Blockschaltbild beschreiben. In der Abbildung wird mit  $y$  der Eingang und mit  $y^*$  der Ausgang des Systems Filter bezeichnet. Die für die Inversion benötigten  $n$  zeitlichen Ableitungen können somit direkt abgelesen werden. Die Ableitungen von  $y^*$  stimmen aufgrund der Filterwirkung lediglich näherungsweise mit den Ableitungen des tatsächlichen Prozessausgangs  $y$  überein, der den Eingang des Filters darstellt. Auf diese Weise entstehen Ungenauigkeiten bei der Inversion, die zu einer unvollkommenen Störunterdrückung der Regelung führen. Dies ist ebenfalls bei linearen Systemen der Fall, wenn ein Tiefpassfilter eingesetzt wird, um den Kompensator proper zu machen.

Mit dem Filter  $F(s)$  ergibt sich schließlich die in Abbildung 4.7 dargestellte Gesamtstruktur des Kompensators  $R_{IMC}$ .

Abbildung 4.7: Struktur des Kompensators  $R_{IMC}$ 

### Inversion des Katalysatormodells

Das zuvor beschriebene Verfahren der Inversion wird nachfolgend für das Modell des Dreiwege-Katalysators angewendet. Mit der in der Regelungstechnik üblichen Notation  $x$  für Zustandsgrößen (entspricht Sauerstoffbeladung  $\Phi$ ),  $u$  für den Prozesseingang (entspricht  $\Delta\lambda_{VK}$ ) sowie  $y$  für den Prozessausgang (entspricht  $\Delta\lambda_{NK}$ ) lässt sich das nichtlineare Mehrzonenmodell aus Kapitel 3 (Gleichung 3.17) in der Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) u \\ y &= h(x) \\ f(x) &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} -N(x_1) \\ N(x_1) - N(x_2) \\ N(x_2) - N(x_3) \end{bmatrix} \\ g(x) &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ h(x) &= N(x_3) \end{aligned} \quad (4.14)$$

angeben. Bei diesem SISO-System entspricht der relative Grad  $r$  der Systemordnung  $n$ . Dies vereinfacht die Ermittlung der Transformationsvorschrift. Für diese folgt

$$\Theta(x) = \begin{bmatrix} N(x_3) \\ 0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} (N(x_2) - N(x_3)) \\ - \left( 0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 N(x_2) + (0.23 \dot{m}_L)^2 \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} (N(x_1) - N(x_2)) \\ + (0.23 \dot{m}_L)^2 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} (N(x_2) - N(x_3))^2 \\ + \left( 0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 N(x_3) \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Mittels dieses Diffeomorphismus lässt sich das nichtlineare Zustandsraummodell unter Annahme eines konstanten Luftmassenstroms  $\dot{m}_L$  in die Byrnes-Isidori-Normalform

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathcal{L}_f^3 h(z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^2 h(z) \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} z \end{aligned} \quad (4.16)$$

transformieren. Der für die Praxis relevante Fall eines zeitvariablen Luftmassenstroms  $\dot{m}_L$  wird aufgrund der aufwendigen Berechnung im Anhang betrachtet.

Aus der Normalform lässt sich direkt die Gleichung für die Inverse  $\Sigma^{-1}$  ablesen

$$u = \frac{1}{\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^2 h(x)} [\dot{z}_3 - \mathcal{L}_f^3 h(x)]. \quad (4.17)$$

Für die Lie-Ableitungen gilt

$$\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^2 h(x) = (0.23 \dot{m}_L)^3 \frac{\partial N(x_1)}{\partial x_1} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \quad (4.18)$$

sowie mit der vereinfachten Notation  $M = 0.23 \dot{m}_L$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f^3 h(x) = & -M^3 \frac{\partial N(x_1)}{\partial x_1} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} N(x_1) + M^3 \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \frac{\partial^2 N(x_2)}{\partial x_2^2} [N(x_1) - N(x_2)]^2 \\ & - M^3 \left( \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \right)^2 \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} [N(x_1) - N(x_2)] + M^3 \frac{\partial^3 N(x_3)}{\partial x_3^3} [N(x_2) - N(x_3)]^3 \\ & + M^3 \left( \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^3 [N(x_2) - N(x_3)] - 4 M^3 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} [N(x_2) - N(x_3)]^2 \\ & - M^3 \left( \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} [N(x_1) - N(x_2)] \\ & + 3 M^3 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} [N(x_1) - N(x_2)] [N(x_2) - N(x_3)]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Zur Berechnung der Inversen müssen abschließend die unbekannten Zustandsgrößen in den Originalkoordinaten  $x$  ersetzt werden. Dies erfolgt mittels der Koordinatentransformation

$$x = \Theta^{-1}(z) = \begin{bmatrix} N^{-1} \left( \frac{z_2}{M \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2}} + \frac{z_2}{M \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}} + \frac{z_3 - z_2^2 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} \frac{1}{\left( \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 + z_1}}{M^2 \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}} \right) \\ N^{-1} \left( z_1 + \frac{z_2}{M \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}} \right) \\ N^{-1}(z_1) \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Die Zustandsgrößen  $z$  bzw. die zeitlichen Ableitungen des Prozessausgangs werden mittels eines linearen Filters  $r$ -ter Ordnung ( $r = n = 3$ ) ermittelt. Die Koeffizienten dieses Filters werden so gewählt, dass

$$F(s) = \frac{1}{(\tau_f s + 1)^r} = \frac{1}{\tau_f^3 s^3 + 3 \tau_f^2 s^2 + 3 \tau_f s + 1} \quad (4.21)$$

gilt. Auf diese Weise muss vom Applikateur mit der Filterzeitkonstante  $\tau_f$  lediglich ein Parameter zur Anpassung der Dynamik des IMC-Reglers festgelegt werden.

Der Vorteil dieses Ansatzes gegenüber dem serienmäßig häufig eingesetzten nichtlinearen PI-Regler ist der systematische Reglerentwurf mit geringer Parameteranzahl sowie die stärkere Berücksichtigung der nichtlinearen Katalysatordynamik über das innerhalb der Regelung verwendete

Modell, die eine Erhöhung der Regelgüte erwarten lässt. Der Schwachpunkt dieses Ansatzes ist hingegen die Inversion des Katalysatormodells und insbesondere der nichtlinearen Katalysatorkennlinien  $N(x)$ . Aufgrund des totzonenähnlichen Verhaltens des Katalysators nehmen diese in einem großen Bereich um  $x = 0$  Werte nahe null an. Sofern die Kennlinien streng monoton ansteigen, ist diese Inversion theoretisch möglich. Aufgrund der geringen Kennliniensteigung sind jedoch Probleme zu erwarten, die durch begrenzte Stützstellenanzahl und Rechengenauigkeit im Steuergerät verschärft werden. Durch Wahl einer großen Filterzeitkonstante  $\tau_f$ , d.h. einer geringen Reglerdynamik, lässt sich die Robustheit erhöhen.

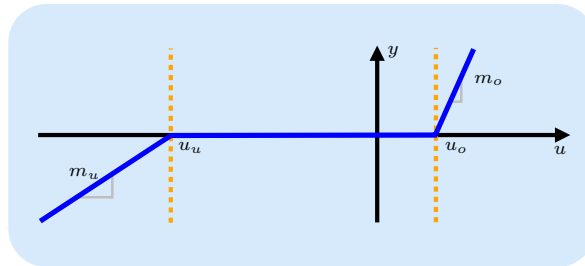
## 4.4 Ereignisbasierte Regelung

Bei der zuvor vorgestellten Hinterkatregelung auf Basis eines nichtlinearen IMC-Reglers erschwert das totzonenähnliche dynamische Verhalten die notwendige Inversion des Prozesses. Nachfolgend wird ein ereignisbasierter Regelungsansatz vorgestellt, der diese Eigenschaft des Katalysators explizit berücksichtigt und für eine spezielle Klasse von Prozessen mit ausgeprägter Totzone und Eingangstörung geeignet ist.

Eine Totzone ist ein nichtlineares unstetiges statisches Element, bei dem das Ausgangssignal  $y(t)$  für einen weiten Bereich des Eingangssignals null ist. Lediglich bei Überschreiten einer oberen Grenze  $u_o$  bzw. Unterschreiten einer unteren Grenze  $u_u$  des Eingangssignals  $u(t)$  nimmt das Ausgangssignal Werte ungleich null an. Es lässt sich somit der Zusammenhang

$$y(t) = \begin{cases} m_o (u(t) - u_o), & \text{für } u(t) \geq u_o \\ 0, & \text{für } u_u < u(t) < u_o \\ m_u (u(t) - u_u), & \text{für } u(t) \leq u_u \end{cases} \quad (4.22)$$

zwischen der Ein- und Ausgangsgröße angeben, der grafisch in Abbildung 4.8 dargestellt ist.



**Abbildung 4.8:** Ein-Ausgangs-Verhalten einer Totzone

Viele mechatronische Systeme, bei denen der Ausgang insensitive gegenüber kleinen Änderungen der Eingangsgröße ist, lassen sich mittels Totzonen beschreiben. Bei einem Gleichstrommotor erfolgt eine Drehung der Welle beispielsweise erst, nachdem das erzeugte Drehmoment zur Überwindung der Haftreibung ausreicht. Bei kleiner Zeitkonstante des Motors kann die Abhängigkeit der Drehzahl vom Motormoment mittels einer Totzone modelliert werden (zumindest für kleine Frequenzen) [TK94, ZBLS06]. Ein weiteres bekanntes Beispiel für einen Prozess mit Totzonenverhalten ist das hydraulische Wege-Ventil, bei dem die Größe des Ölstroms in Abhängigkeit der Position des Kolbens aufgrund der Überlappung eine Totzone aufweist. Neben mechatronischen Systemen lässt sich Totzonenverhalten ebenfalls bei biomedizinischen Systemen nachweisen [SI90].

### Der Katalysator als Prozess mit Totzone

Das totzonenähnliche Verhalten des Katalysators beruht auf der Sauerstoffspeicherfähigkeit des Ceroxids. Bei einem Gemischwechsel von mager nach fett erfolgt eine Reduktion des Ceroxids. Der dabei abgegebene Sauerstoff wird zur Oxidation des einströmenden Kohlenmonoxids und der Kohlenwasserstoffe verwendet, sodass zunächst ein stöchiometrisches Luftverhältnis hinter dem Katalysator beibehalten wird (siehe Abbildung 2.5). Erst nach Unterschreitung einer unteren Grenze  $\Phi_u$  der Sauerstoffbeladung nimmt das Luftverhältnis hinter dem Katalysator signifikant fette Werte an. Umgekehrt wird bei einem Gemischwechsel von fett nach mager überschüssiger Sauerstoff im Katalysator gespeichert. Solange der Katalysator nicht mit Sauerstoff gesättigt ist, d.h. die Sauerstoffbeladung eine obere Grenze  $\Phi_o$  nicht überschreitet, gilt in diesem Fall ebenfalls näherungsweise  $\Delta\lambda_{NK} = 0$ .

Das beschriebene Verhalten spiegelt sich ebenfalls im Katalysatormodell wieder, wie beispielhaft an dem Einzonenmodell

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_1 &= 0.23 \dot{m}_L (\Delta\lambda_{VK} - N_1(\Phi_1)) \\ \Delta\lambda_{NK} &= N_1(\Phi_1)\end{aligned}\tag{4.23}$$

gezeigt wird. Die nichtlineare Kennlinie  $N_1(\Phi_1)$  dieses Modells, die das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator  $\Delta\lambda_{NK}$  mit der Gesamtsauerstoffbeladung  $\Phi_1$  verknüpft, ähnelt einer Totzone mit nichtlinearem Anstieg  $m_u(\Phi)$  bzw.  $m_o(\Phi)$ , wie ein Vergleich der Abbildungen 4.8 und 4.9 zeigt. Zwischen einer unteren Grenze  $\Phi_u$  und einer oberen Grenze  $\Phi_o$  der Sauerstoffbeladung ist der Anstieg sowie der absolute Wert von  $N_1(\Phi_1)$  im Gegensatz zur echten Totzone nicht exakt null. Aufgrund der begrenzten Auflösung der Lambdasonde hinter dem Katalysator ist jedoch innerhalb der Grenzwerte  $\Delta\lambda_u$  und  $\Delta\lambda_o$  praktisch kaum ein Rückschluss vom Luftverhältnis auf die Beladung möglich. Die nichtlineare Funktion  $N_1(\Phi_1)$  kann daher als nichtlineare unsymmetrische Totzone aufgefasst werden.

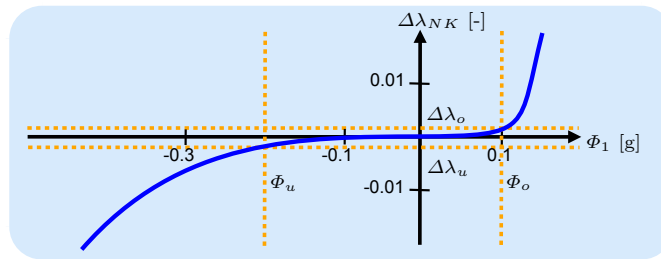


Abbildung 4.9: Katalysatorkennlinie als Totzone

### Regelungsansätze für Prozesse mit Totzonen

Bei geringer Breite der Totzone wird diese häufig beim Reglerentwurf vernachlässigt [ZBLS06]. Bei stärker ausgeprägtem Totzonenverhalten ist dies aufgrund der negativen Auswirkungen auf die Regelgüte nicht zu empfehlen. Die Totzone kann bleibende Regelabweichungen zur Folge haben, da bei Systemen in Hammerstein-Struktur (Totzone am Eingang eines linearen Systems) der Eingang des linearen Teilsystems null ist, sofern die Stellgröße innerhalb der toten Zone liegt. Die entstehenden Regelabweichungen sind daher proportional zur Breite der Totzone. Weiterhin können Totzonen zu Grenzzyklen oder gar zur Instabilität des Regelkreises führen.

Aufgrund des häufigen Auftretens von totzonenähnlichem Verhalten in mechatronischen Systemen wurden diverse Ansätze zur Regelung von Prozessen mit Totzone entwickelt. Für die angesprochenen Prozesse mit Totzone am Eingang der Regelstrecke (Hammerstein-Struktur) besteht ein verbreiteter Ansatz in der Kompensation der Totzone durch ihre Inverse [FGB02, AVB08]. Für die Regelung des verbleibenden linearen Teilsystems können anschließend PID-Regler oder Zustandsregler eingesetzt werden, die sich mittels bekannter Entwurfsverfahren auslegen lassen. Die Regelung von Prozessen mit Totzone am Eingang eines nichtlinearen Teilsystems wird in [TT97a, Bai01] behandelt und der zeitdiskrete Fall wird unter anderem in [RK93] betrachtet.

In der Praxis sind die Parameter der Totzone häufig nicht genau bekannt oder zeitvariabel. Beispielsweise wird beim Gleichstrommotor die Totzonenverhalten verursachende Reibung maßgeblich von Temperatur und Alterung beeinflusst. Für solche Fälle wurden adaptive Ansätze zur Generierung der Totzoneninversen entwickelt [ZWZ06, TK92, WHS03]. Für einige Ansätze müssen alle Zustandsgrößen messbar sein [RKRW91], während für andere Verfahren eine Messung der Ausgangsgröße des Prozesses [TT95a, TK94] oder der Totzone [CB98, CS97] ausreicht.

Daneben existieren zur Regelung von Prozessen mit Totzone adaptive Verfahren, die ohne eine Totzoneninverse auskommen [WSH04, IXS07, ZBLS06]. Bei diesen Konzepten wird die Totzone als lineares Glied mit einer Störung modelliert und ein robuster Regler entworfen. In [FH00] wird ein robuster Zustandsregler durch Lösen linearer Matrixungleichungen entworfen und bei [TL01] findet eine Modellfolgeregelung in Kombination mit einem Zweipunktregler Anwendung. Daneben werden aufgrund ihrer Robustheit strukturvariable Regelungen eingesetzt [SS03, CO02b, SLH03].

Weitere Konzepte zur Regelung von Prozessen mit Totzone umfassen Neuronale Netze [SL00, WZF08, LK94], Fuzzy-Systeme [KPLC94, Jan01, ZLT11, WCL13] und Support Vector Machines [YWW08]. Teilweise wird das Fuzzy-System [LTWL99, CL99] oder das neuronale Netz [WZF08] lediglich zur Generierung der Totzoneninversen eingesetzt und die Regelung des verbleibenden linearen Teilsystems erfolgt mit PD-Reglern [LTWL99].

Neben Strategien für Prozesse mit Totzone am Eingang eines linearen oder nichtlinearen Teilsystems wurden Regelungen für Prozesse mit Totzone am Ausgang eines linearen Systems [TT97b, TK93, TT95a, TT95b], zwischen zwei linearen Blöcken [TTT01, LY09] sowie am Eingang und Ausgang eines Teilsystems [Tao96, CO02a, CO03] entwickelt.

Das Ziel der genannten Regelungskonzepte besteht in der Kompensation bzw. Überwindung der Totzone. In Bezug auf die Hinterkatregelung wäre dies wünschenswert, wenn das Luftverhältnis hinter dem Katalysator möglichst exakt vorgegebenen Sollwerten folgen soll. Zur Minimierung des Schadstoffausstoßes muss hingegen ein stöchiometrisches Luftverhältnis exakt eingehalten werden. In Bezug auf das Regelungsziel entspricht dies einem Verharren innerhalb der Totzone anstatt einer Überwindung eben jener. Zur Lösung dieser Problemstellung wurde ein ereignisbasierter Regelungsansatz entwickelt. Eine solche Strategie bietet sich an, da lediglich bei Verlassen der Totzone ein korrigierender Eingriff auf Basis des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator möglich ist, d.h. der Regelkreis nur bei Auftreten dieses Ereignisses tatsächlich geschlossen werden kann.

### Ereignisbasierte Regelung eines Prozesses mit Totzone

Die Abbildung 4.10 zeigt den zu regelnden Prozess gemäß Abschnitt 4.1 unter Verwendung eines Einzonnenmodells zur Beschreibung des Katalysators (Gleichung 4.23). Es besteht die Besonderheit, dass der Eingang der Totzone keine Eingangsgröße des Prozesses, sondern eine Zustandsgröße ist. Weiterhin wirkt der Ausgang der Totzone entsprechend Abbildung 4.10 auf die Zustandsgröße zurück. Die Lage der Totzone unterscheidet sich somit von der Position, die in den genannten Literaturstellen betrachtet wird. Die Größen  $\Delta\lambda_{VK, mess}$  und  $\Delta\lambda_{NK, mess}$  können mittels der Lambdasonden gemessen werden. Der Eingang der Totzone, die Sauerstoffbeladung  $\Phi_1$ , lässt sich



hingegen nicht direkt messen. Auf den Prozesseingang  $\Delta\lambda_{VK}$  wirkt eine additive Eingangsstörung, die sich aus den Teilstörungen  $\tilde{d}_{VK}$  und  $d_O$  zusammensetzt. Die mittelwertfreie Störung  $\tilde{d}_{VK}$  entspricht den durch Gemischfehler hervorgerufenen Schwankungen des Luftverhältnisses, die trotz Eingriff des Lambdareglers verbleiben. Diese Schwankungen sind im gemessenen Luftverhältnis vor dem Katalysator  $\Delta\lambda_{VK, mess}$  sichtbar. Die nicht messbare Störung  $d_O$  entspricht dem Messfehler der Lambdasonde vor dem Katalysator. Zur Herleitung der Regelung wird angenommen, dass die Kennlinie  $N_1(\Phi_1)$  außerhalb der toten Zone monoton ansteigt, dieser Anstieg endlich ist sowie die Grenzen  $\Phi_u$  und  $\Phi_o$  bekannt sind. Diese Grenzen entsprechen der Sauerstoffbeladung bei den Werten  $\Delta\lambda_u = -0.001$  bzw.  $\Delta\lambda_o = 0.001$ , die als sicher mit der Lambdasonde zu erkennende Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom stöchiometrischen Sollwert definiert sind. Die Forderung nach bekannten Grenzen der Totzone stellt für die Praxis kein großes Hindernis dar, da sich die entsprechenden Sauerstoffbeladungen leicht anhand von Sprungversuchen ermittelt lassen und die Kennlinie  $N_1(\Phi_1)$  im üblichen Arbeitsbereich der Hinterkatregelung nahezu unabhängig vom Motorbetriebspunkt ist. Ziel der Regelung ist es die Zustandsgröße  $\Phi_1$  trotz Eingangsstörung innerhalb der toten Zone zwischen den Grenzwerten  $\Phi_u$  und  $\Phi_o$  zu halten.

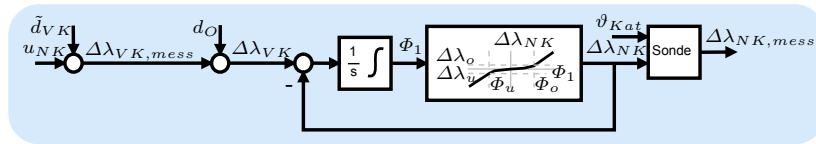


Abbildung 4.10: Prozess mit ausgeprägter Totzone

Anhand des Prozessausgangs  $\Delta\lambda_{NK}$  ist ein Stelleingriff der Regelung lediglich bei Verlassen der Totzone möglich, wenn das Luftverhältnis hinter dem Katalysator einen Wert außerhalb des durch die Grenzen  $\Delta\lambda_u$  und  $\Delta\lambda_o$  vorgegebenen Bereiches annimmt. Anderenfalls ist die Regeldifferenz null. Der Regelkreis kann somit lediglich geschlossen werden, wenn das Ereignis  $(\Delta\lambda_{NK, mess} \leq \Delta\lambda_u) \vee (\Delta\lambda_{NK, mess} \geq \Delta\lambda_o)$  eingetreten ist, das im Folgenden als Durchbruch des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator bezeichnet wird. Mit einer solchen Regelung, die lediglich bei Erkennung dieses Ereignisses die Differenz zwischen Ausgangsgröße und Sollwert bildet und gegebenenfalls verstärkt zurückkoppelt, kann bei Eingangsstörungen die Sauerstoffbeladung nicht innerhalb der Totzone gehalten werden.

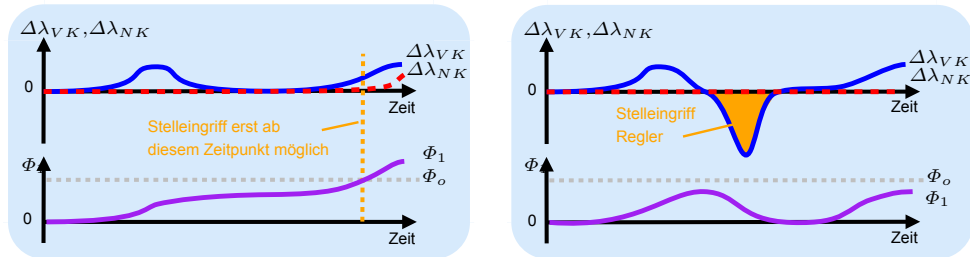


Abbildung 4.11: Regelung auf  $\Delta\lambda_{NK}$  (links) vs. Regelung auf Sauerstoffbeladung (rechts)

Daher werden bei dem hier vorgestellten Konzept zur Kompensation der Störung  $\tilde{d}_{VK}$  Stelleingriffe zwischen den Ereignissen vorgenommen. Hierzu wird die nicht direkt mit Seriensensorik erfassbare Sauerstoffbeladung anhand des Einzonenmodells ermittelt und über einen Zustandsregler innerhalb der Totzone (auf den Sollwert  $\Phi_1 = 0$ ) gehalten. Die Vorteile dieser Regelung auf Sauerstoffbeladung gegenüber einer Regelung auf das Luftverhältnis hinter dem Katalysator sollen

anhand eines Beispiels unter Vernachlässigung des Sondenoffsets  $d_O = 0$  verdeutlicht werden.

Der im linken Teil der Abbildung 4.11 dargestellte zeitliche Verlauf des Luftverhältnisses vor dem Katalysator sei durch eine positive Eingangsstörung  $\tilde{d}_{VK}$  verursacht. Das magere Luftverhältnis führt zu einer Zunahme der Sauerstoffbeladung bis zum Überschreiten des Grenzwertes  $\Phi_o$ , der einen Durchbruch des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zur Folge hat. Die links dargestellte Regelung unter Verwendung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator kann lediglich nach Eintritt dieses Ereignisses einen Stelleingriff vornehmen. Bei Verwendung der Sauerstoffbeladung als Regelgröße ist ein früherer Stelleingriff der Regelung möglich, da bereits kurz nach Auftreten der Gemischabweichung das magere Luftverhältnis zu einem Anstieg der Sauerstoffbeladung und damit zu einer Regeldifferenz führt. Wie im rechten Teil der Abbildung 4.11 dargestellt kann der Regler die magere Gemischabweichung durch einen flächenmäßig gleich großen Stelleingriff in Richtung fett kompensieren und auf diese Weise die Sauerstoffbeladung in Richtung  $\Phi_1 = 0$  zurückführen, bevor die Totzone verlassen wird. Auf diese Weise behält das Luftverhältnis hinter dem Katalysator seinen nahezu stöchiometrischen Wert bei und der Schadstoffausstoß ist gering.

Bei vernachlässigbarem Sondenoffset, idealer Übereinstimmung von Streckenmodell und Prozess sowie bekanntem Anfangszustand der Sauerstoffbeladung ist es mit dieser Konfiguration bestehend aus Modell und Zustandsregler möglich, die Sauerstoffbeladung trotz Eingangsstörung innerhalb der Totzone zu halten (sofern die Störung im Vergleich zum möglichen Stelleingriff des Reglers nicht zu groß ist). Zum Ausgleich eines unbekannten Anfangszustandes wird die Regelung um eine Funktionalität zur Korrektur des Modellzustandes erweitert. Dazu wird die Sauerstoffbeladung bei Auftreten eines Durchbruches auf den als bekannt vorausgesetzten Grenzwert  $\Phi_o$  bzw.  $\Phi_u$  gesetzt.

Eine weitere Schwierigkeit für die Regelung stellt der Messfehler  $d_O$  der Lambdasonde vor dem Katalysator dar, der zu einem Auseinanderdriften von beobachtetem und tatsächlichem Zustand und damit zu einer stationären Regelabweichung führt. Diese bedingt bei großem Offset eine starke Abweichung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom stöchiometrischen Sollwert und somit einen hohen Schadstoffausstoß. Durch eine Korrektur des Modellzustandes bei Verlassen der Totzone würden durch den Stelleingriff des Reglers sowohl die beobachtete als auch die tatsächliche Sauerstoffbeladung zunächst in Richtung  $\Phi_1 = 0$  geführt werden (vorausgesetzt der Stelleingriff ist betragsmäßig größer als die Eingangsstörung). In der Folgezeit würde der beobachtete Systemzustand aufgrund korrigierender Stelleingriffe nahezu bei  $\Phi_1 = 0$  verharren. Die tatsächliche Sauerstoffbeladung würde hingegen aufgrund der Integration des Sondenoffsets erneut den Schwellwert  $\Phi_u$  bzw.  $\Phi_o$  überschreiten und zu einem Durchbruch führen. Sofern die tatsächliche Sauerstoffbeladung  $\Phi_1$ , der Sondenoffset  $d_O$  oder die Eingangsgröße  $\Delta\lambda_{VK}$  nicht messbar sind, können solche Durchbrüche nicht vollständig verhindert werden. Durch eine Kompensation des Sondenoffsets auf Basis eines Schätzwertes dieser Störung kann jedoch eine Verringerung der Durchbruchanzahl erreicht werden. Bei perfektem Modell mit bekanntem Anfangszustand, konstanter Störung  $d_O$  und idealer Schätzung des Sondenoffsets könnte die Anzahl der Durchbrüche auf einen gesenkt werden. Eine weitere Verringerung dieser Anzahl ist nicht möglich, da der Prozess lediglich bei Auftreten des Ereignisses Durchbruch beobachtbar ist und eine Schätzung des Sondenoffsets erfolgen kann. Da die genannten Bedingungen in der Praxis im Allgemeinen nicht erfüllt sind wird die Anzahl der Durchbrüche den Wert eins deutlich überschreiten.

Zur Minimierung der Durchbruchanzahl wird eine Erweiterung der Regelung vorgenommen, durch die bei Auftreten des Ereignisses Durchbruch ein Schätzwert für  $d_O$  ermittelt wird, mit dem zeitkontinuierlich eine Kompensation des Messfehlers durchgeführt werden kann. Zur Herleitung des entsprechenden Ansatzes wird zunächst von einem konstanten Sondenoffset ausgegangen. Dieser kann als Modellparameter aufgefasst werden und mittels eines Parameterschätzverfahrens bestimmt werden. Ein solcher Ansatz wird beispielsweise in [AGO<sup>+</sup>00] angewendet. In der vorliegenden Arbeit wird zur Bestimmung des Schätzwertes von  $d_O$  ein rekursives Least Square Ver-

fahren mit exponentiellem Vergessen genutzt. Dazu muss eine Prozessbeschreibung in der Form

$$\tilde{y}(k) = \varphi^T(k) \theta_P + \xi(k) \quad (4.24)$$

vorliegen, bei der  $\theta_P$  den Parametervektor,  $\varphi$  den Regressionsvektor und  $\xi$  eine Störung des Ausgangs  $\tilde{y}$  (weißes normalverteiltes Rauschen) darstellt. Zur Herleitung dieser gewünschten Form werden einige zusätzliche Größen eingeführt. Für die Sauerstoffbeladung  $\Phi_1$  bei einem Durchbruch des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zum Zeitpunkt  $T_v$  gilt in Abhängigkeit des Wertes der Zustandsgröße beim vorangegangenen Durchbruch zum Zeitpunkt  $T_{v-1}$

$$\Phi_1(T_v) = \Phi_1(T_{v-1}) + 0.23 \int_{T_{v-1}}^{T_v} \dot{m}_L (u_{NK} + \tilde{d}_{VK} + d_O - \Delta\lambda_{NK}) dt. \quad (4.25)$$

Für kleine Abweichungen vom stöchiometrischen Sollwert ist der Messfehler der Lambdasonde hinter dem Katalysator vernachlässigbar, d.h., es gilt näherungsweise  $\Delta\lambda_{NK, mess} = \Delta\lambda_{NK}$ . Entsprechend Abbildung 4.10 gilt weiterhin  $\Delta\lambda_{VK, mess} = u_{NK} + d_{VK}$ . Unter Annahme eines konstanten Sondenoffsets gilt folglich

$$\Phi_1(T_v) = \Phi_1(T_{v-1}) + 0.23 \int_{T_{v-1}}^{T_v} \dot{m}_L (\Delta\lambda_{VK, mess} - \Delta\lambda_{NK, mess}) dt + 0.23 d_O \int_{T_{v-1}}^{T_v} \dot{m}_L dt. \quad (4.26)$$

Mit den Größen

$$I_\lambda = 0.23 \int_{T_{v-1}}^{T_v} \dot{m}_L (\Delta\lambda_{VK, mess} - \Delta\lambda_{NK, mess}) dt \quad (4.27)$$

$$I_{ml} = 0.23 \int_{T_{v-1}}^{T_v} \dot{m}_L dt \quad (4.28)$$

und der vereinfachten Schreibweise  $\Phi_1(v) = \Phi_1(T_v)$  folgt

$$\Phi_1(v) - \Phi_1(v-1) - I_\lambda = d_O I_{ml}. \quad (4.29)$$

Durch Einführung eines neuen Systemausgangs  $\tilde{y}(v) = \Phi_1(v) - \Phi_1(v-1) - I_\lambda$  ergibt sich schließlich die gesuchte Form 4.24 mit dem Parametervektor  $\theta_P = d_O$  und dem Regressionsvektor  $\varphi = I_{ml}$ . Voraussetzung für eine Parameterschätzung ist, dass der Systemausgang  $\tilde{y}(v)$  sowie der Regressionsvektor  $\varphi$  messbar sind. Da der Regressionsvektor anhand des im Motorsteuergerät berechneten Luftmassenstroms bestimmt werden kann,  $I_\lambda$  mittels der Signale  $\Delta\lambda_{VK, mess}$  und  $\Delta\lambda_{NK, mess}$  der Lambdasonden sowie des Luftmassenstroms berechnet werden kann und die Sauerstoffbeladungen  $\Phi_1$  zum Zeitpunkt der Durchbrüche als bekannt vorausgesetzt werden (entsprechen  $\Phi_u$  bzw.  $\Phi_o$ ), ist diese Bedingung erfüllt und das Least Square Verfahren kann angewendet werden.

Beim Least Square Verfahren mit exponentiellem Vergessen wird ein Gütefunktional der Form

$$J(\theta_P, N) = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \gamma_v^{n-1} (\tilde{y}(v) - \varphi^T(v) \theta_P)^2 \quad (4.30)$$

minimiert. Mittels des Vergessensfaktors  $0 < \gamma_v \leq 1$  können neue Messdaten stärker als ältere gewichtet werden. Die Wichtung für die aktuellen Daten ist eins, die  $i$  Durchbrüche alten Messdaten werden mit einem Faktor  $\gamma_v^i$  gewichtet. Dadurch ist das Verfahren zur Schätzung von zeitveränderlichen Parametern geeignet. Dies ist für den betrachteten Anwendungsfall der Hinterkatregelung vorteilhaft, da die Höhe des mittleren Sondenoffsets über das Fahrzeugleben variiert.

Der Parametervektor  $\theta_P$ , der das Gütefunktional 4.30 minimiert, kann anhand der Gleichungen

$$\theta_P(v) = \theta_P(v-1) + K(v) (y(v) - \varphi^T(v) \theta_P(v-1)) \quad (4.31)$$

$$K(v) = P(v) \varphi(v) = P(v-1) \varphi(v) (\gamma_v + \varphi^T(v) P(v-1) \varphi(v))^{-1} \quad (4.32)$$

$$P(v) = \frac{1}{\gamma_v} (I - K(v) \varphi^T(v)) P(v-1) \quad (4.33)$$

ermittelt werden. Handelt es sich nicht um weißes normalverteiltes Rauschen, so ist die Parameterschätzung im Sinne des Gütefunktionalen nicht optimal, liefert in der Praxis im Allgemeinen dennoch gute Ergebnisse [ÄW08].

Das Modell zur Ermittlung der Sauerstoffbeladung, der Zustandsregler zur Kompensation der messbaren Gemischschwankungen vor dem Katalysator, die Funktionalität zur Korrektur des Modellzustandes und die Schätzung des Sondenoffsets zur Kompensation dieses Messfehlers der Lambdasonde bilden die Kernelemente des Regelungskonzeptes. Zusammengefasst findet bei der Regelung anstatt in jedem Sampleschritt lediglich bei Auftreten des Ereignisses Durchbruch ein direkter Datenaustausch zwischen Sensor (Lambdasonde hinter dem Katalysator) und Aktuator (Lambdaregelkreis mit Einspritzventil als Stellorgan) statt. Sobald das Luftverhältnis hinter dem Katalysator die Totzone verlässt, erfolgt eine Korrektur des Modellzustandes (verbunden mit einem Stelleingriff des Zustandsreglers) sowie eine Schätzung des Sondenoffsets. Es handelt sich somit um eine ereignisbasierte Regelung ähnlich [HSB08, San06]. Dort erfolgt ein Stelleingriff der zeitdiskreten Zustandsregelung, sofern der Systemzustand außerhalb der Totzone liegt, anderenfalls wird der Sampleschritt ignoriert. Bei dem in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Konzept wird hingegen zwischen zwei Ereignissen mittels Katalysatormodell und Zustandsregler in jedem Sampleschritt eine Stellgröße zur Kompensation der Störung  $\tilde{d}_{VK}$  generiert. Dies ähnelt der ereignisbasierten Regelung aus [Leh11], die in Abbildung 4.12 dargestellt ist. Diese Regelung enthält einen Ereignisgenerator, der die Ereigniszeitpunkte bestimmt, zu denen der Zustand an den Stellgrößengenerator übergeben wird, der unter Verwendung dieser Information das Stellsignal berechnet. Beim Stellgrößengenerator handelt es sich um ein Modell der kontinuierlichen Zustandsrückführung, mittels dem das Eingangssignal  $u(t)$  des Prozesses kontinuierlich angepasst wird. Es werden somit wie bei der vorgestellten ereignisbasierten Regelung für den Totzonenprozess zwischen den Ereignissen kontinuierlich Stelleingriffe vorgenommen und es erfolgt in [Leh11] ebenfalls eine Störgrößenschätzung zur Anpassung des Modellverhaltens an das tatsächliche Verhalten. Allerdings wird im Ereignisgenerator nicht bei Überschreitung eines Schwellwertes für das Ausgangssignal ein Ereignis ausgelöst, sondern bei einer nicht mehr tolerierbaren Abweichung zwischen gemessenem Prozesszustand und Modellzustand.

Für die praktische Umsetzung der ereignisbasierten Hinterkatregelung wurden am zuvor erläuterten Grundkonzept der Regelung einige Erweiterungen vorgenommen. Damit in der Nähe der Schwellwerte  $\Delta\lambda_u$  und  $\Delta\lambda_o$  das Messrauschen nicht zu einer fortlaufenden Triggerung von Ereignissen führt, wurde eine Hysterese eingeführt. Da lediglich für diese Schwellwerte die zugehörigen Sauerstoffbeladungen  $\Phi_u$  und  $\Phi_o$  als bekannt vorausgesetzt werden, ist eine direkte Korrektur des Modellzustandes nur bei Verlassen der Totzone möglich und eine erneute Triggerung von Zustandskorrektur und Offsetschätzung kann lediglich nach zwischenzeitlicher Rückkehr von  $\Delta\lambda_{NK}$

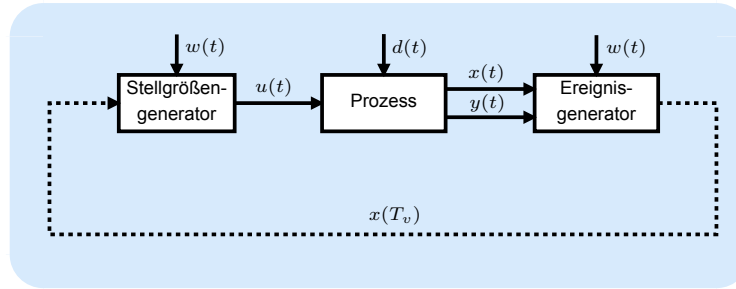


Abbildung 4.12: Struktur einer ereignisbasierten Regelung

in die Totzone erfolgen. Zur Erhöhung der Güte der beobachteten Sauerstoffbeladung wurde eine lineare Beobachterrückführung auf Basis der Differenz von gemessenem und prädiziertem Luftverhältnis hinter dem Katalysator eingeführt, die aktiv wird, wenn die Totzone verlassen wurde und das System folglich beobachtbar ist. Damit dieser Beobachter korrekt arbeiten kann, ist eine Korrektur des gemessenen Luftverhältnisses hinter dem Katalysator erforderlich. Hierzu wird der Kennfeldansatz mit der Inversen des statischen Verhaltens der Sprungsonde aus Abschnitt 4.3 verwendet. Zur Verbesserung der Regelgüte außerhalb der toten Zone werden weiterhin in Abhängigkeit des Vorzeichens der Regeldifferenz unterschiedliche Reglerverstärkungen verwendet, um den stark abweichenden Anstieg der Funktion  $N_1(\Phi_1)$  für diese Bereiche zu berücksichtigen.

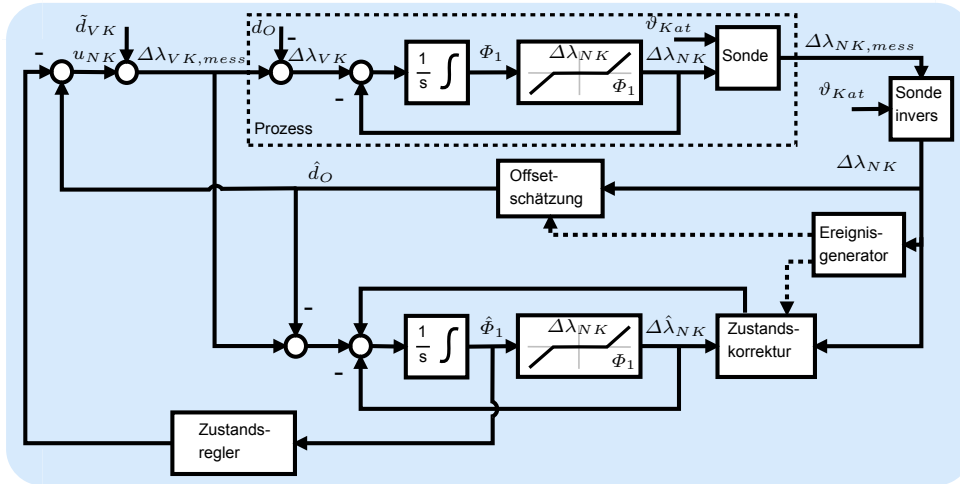
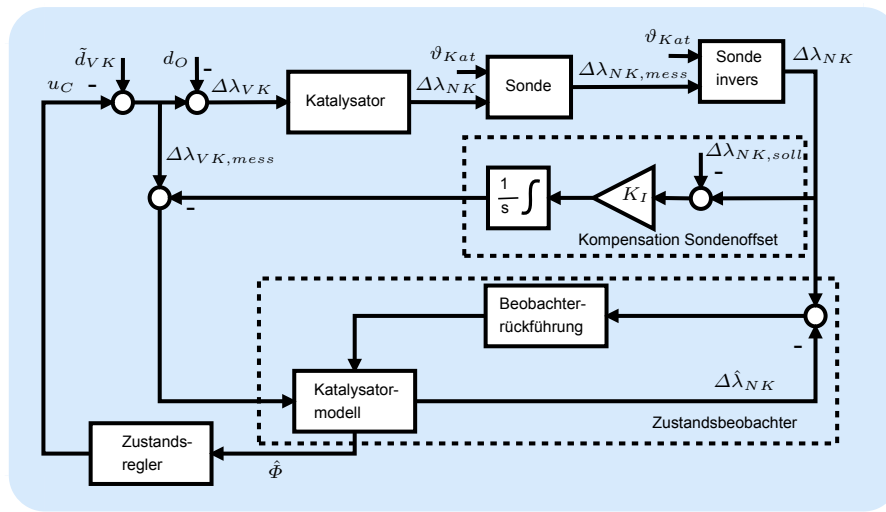


Abbildung 4.13: Struktur Regelung Luftverhältnis mittels ereignisbasierter Regelung

In Abbildung 4.13 ist der Regelkreis inklusive der beschriebenen Erweiterungen dargestellt. Die gestrichelten Linien geben an, dass ein Datenaustausch zwischen den Blöcken lediglich bei Auftreten des Ereignisses stattfindet und nicht kontinuierlich oder zeitdiskret. Aufgrund der Nutzung der prädizierten Sauerstoffbeladung zur Kompensation von  $\hat{d}_{VK}$  zwischen zwei Ereignissen ist trotz des einfacheren Modells eine Verbesserung der Regelgüte gegenüber dem nichtlinearen IMC-Regler und dem nichtlinearen PI-Regler, die beide das Luftverhältnis hinter dem Katalysator als Regelgröße verwenden, zu erwarten.

## 4.5 Beobachtergestützter Zustandsregler für Mehrzonenmodell

Im europäischen Markt sind Regelungskonzepte mit einer Lambdasonde vor und hinter dem Katalysator am verbreitetsten. Für den amerikanischen Markt, insbesondere für Kalifornien mit seiner scharfen Abgasgesetzgebung, wurden Regelungskonzepte entwickelt, die eine dritte Lambdasonde (Sprungsonde) nutzen, die innerhalb eines zweigeteilten Katalysators montiert ist. Bei diesem Dreisondenkonzept ist ein Stelleingriff der Hinterkatregelung möglich, sobald die in Abschnitt 3.4 beschriebene Sauerstofffront die zusätzliche Lambdasonde erreicht. Diese Regelungsstrategie berücksichtigt somit indirekt räumliche Effekte der Sauerstoffspeicherung und ermöglicht auf diese Weise einen geringeren Schadstoffausstoß als das gebräuchliche Zweisondenkonzept, bei dem ein Stelleingriff der Hinterkatregelung lediglich nach Durchbruch des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator erfolgen kann. Der Nachteil dieses Dreisondenkonzeptes besteht hingegen in den erhöhten Systemkosten für die Abgasnachbehandlung aufgrund der zusätzlichen Lambdasonde.



**Abbildung 4.14:** Beobachtergestützte Zustandsregelung mit Mehrzonenmodell

Nachfolgend wird ein Regelungskonzept vorgestellt, das die in der Berücksichtigung von räumlichen Effekten im Katalysator begründeten Vorteile bezüglich Regelgüte beibehält, die Zusatzkosten für die Lambdasonde jedoch durch den Einsatz von virtuellen Sensoren umgeht. Die Messwerte, die der zusätzliche Sensor liefern würde, werden dabei über ein mathematisches Prozessmodell anhand gemessener Prozessgrößen prädiziert. Hierzu wird das in Kapitel 3 vorgestellte Mehrzonenmodell des Katalysators verwendet. Mit einem Zweizonenmodell könnte das Luftverhältnis zwischen dem zweigeteilten Katalysator ermittelt werden und der serienmäßig eingesetzten Dreisondenregelung zugeführt werden. Durch eine höhere Anzahl von Zellen kann mit dem Mehrzonenmodell weiterhin mehr als eine zusätzliche Lambdasonde im Abgasstrang modelliert werden und auf diese Weise zusätzliche Prozessinformation gewonnen werden, die zur Erhöhung der Regelgüte genutzt werden kann. Mit dem Dreizonenmodell lässt sich beispielsweise über die Sauerstoffbeladung in den einzelnen Teilbereichen des Katalysators und die Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  das bezogene Luftverhältnis nach einem Drittel und nach zwei Dritteln des Katalysators sowie hinter dem Katalysator ermitteln. Die Modellflexibilität ermöglicht es ebenfalls, nicht äquidistant im Katalysator angeordnete Lambdasonden abzubilden. Eine weitere Erhöhung der Regelgüte gegenüber dem bestehenden Dreisondenkonzept lässt aufgrund des totzonenähnlichen Verhaltens des Katalysators

eine Regelung auf Sauerstoffbeladung anstatt der Verwendung des Luftverhältnisses als Regelgröße erwarten (siehe Abschnitt 4.4). Es werden daher virtuelle Sensoren für die Sauerstoffbeladung anstatt für das Luftverhältnis realisiert. Durch die Berücksichtigung von räumlichen Effekten der Sauerstoffspeicherung im Katalysator ist eine Steigerung der Regelgüte gegenüber Ansätzen zu erwarten, die lediglich die Gesamtmasse des im Katalysator gespeicherten Sauerstoffes betrachten, wie etwa die im vorhergehenden Kapitel vorgestellte Strategie für einen Prozess mit ausgeprägter Totzone.

Den Kern der Regelung bildet somit das Mehrzonenmodell des Katalysators, konkret ein Modell bestehend aus drei Zellen. Da bei Aktivierung der Regelung die tatsächlichen Sauerstoffbeladungen des Katalysators nicht für die Initialisierung des Modells zur Verfügung stehen, wird das Modell zu einem Beobachter erweitert. Da dieser Beobachter auf das gemessene Luftverhältnis hinter dem Katalysator aufsetzt, wird dieses zum Ausgleich von Messfehlern entsprechend Abschnitt 4.3 korrigiert. Zusätzlich wird zur Minimierung der Abweichungen zwischen beobachteten und tatsächlichen Sauerstoffbeladungen eine Kompensation des als Eingangstörung wirkenden Messfehlers  $d_O$  der Lambdasonde vor dem Katalysator vorgenommen. Die beobachteten Sauerstoffbeladungen werden durch einen Zustandsregler auf vorgegebene Sollwerte gehalten. Die sich daraus ergebende Struktur der Hinterkatregelung ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Nachfolgend werden die Hauptkomponenten der Regelung (Zustandsbeobachter, Zustandsregler und Funktionalität zur Kompensation des Sondenoffsets) näher erläutert.

### Zustandsbeobachter

Die Ermittlung der für die Zustandsregelung benötigten Sauerstoffbeladungen erfolgt mittels eines Beobachters. Dieser besteht im Grunde aus einem Modell der Regelstrecke, das zyklisch mit dem Prozess abgeglichen wird. Für nichtlineare Systeme existiert bisher keine geschlossene Lösung für den Beobachterentwurf, d.h. kein universell einsetzbares Entwurfsverfahren. Der hier verwendete Ansatz [Mie87] zeichnet sich durch seine Einfachheit im Sinne einer geringen strukturellen Komplexität sowie durch den geringen Entwurfsaufwand aus. Im Gegensatz zu Ansätzen basierend auf nichtlinearer Optimierung (z.B. [Ala99, MM95, MPJ04a]) kann dieser Beobachter in Echtzeit auf dem Motorsteuergerät ausgeführt werden. Für den Beobachterentwurf muss keine geeignete Lyapunov-Funktion gefunden werden (wie z.B. bei [KET75, XG88, Tsi89]) und es muss im Gegensatz zu High-Gain Beobachtern (z.B. [Tor92, Kha99, Röb04]) oder Normalformbeobachtern (z.B. [KI83, BZ83, Zei79]) keine Koordinatentransformation durchgeführt werden, die, sofern sie existiert, häufig nur aufwendig zu implementieren ist.

In [Mie87] wird für ein nichtlineares System

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), & x(0) &= x_0 \\ y &= h(x, u)\end{aligned}\tag{4.34}$$

ein Beobachter der Form

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}, u) + L[y - \hat{y}] = f(\hat{x}, u) + L[h(x, u) - h(\hat{x}, u)], & \hat{x} &= \hat{x}_0 \\ \hat{y} &= h(\hat{x}, u)\end{aligned}\tag{4.35}$$

mit einer linearen Fehlerkorrektur  $L[y - \hat{y}]$  vorgeschlagen. Im Gegensatz zu den genannten Normalformbeobachtern ist bei diesem Ansatz die Dynamik des Beobachterfehlers nichtlinear

$$\dot{e}_B = \dot{\hat{x}} - \dot{x} = f(\hat{x}, u) - f(x, u) + L[h(x, u) - h(\hat{x}, u)].\tag{4.36}$$

Der Entwurf der Beobachterrückführung basiert auf einer Linearisierung der Fehlerdynamik in einer Ruhelage (Taylorreihenentwicklung der Fehlerdynamik, Betrachtung des linearen Terms). Der Beobachter funktioniert daher nur approximativ mit einem Beobachtungsfehler in der Größenordnung des Linearisierungsfehlers [AG95]. Dieser Fehler wird in einer hinreichend kleinen Umgebung um die Ruhelage beliebig klein. In Kombination mit einem Zustandsregler, der den Zustand in der Nähe der Ruhelage hält, kann daher mit dem Beobachter eine stabile Arbeitspunktregelung konstruiert werden (siehe [Mie87] für Stabilitätsbedingungen).

Mit der in der Regelungstechnik gebräuchlichen Notation für die Zustandsgrößen sowie die Eingänge und Ausgänge des Prozesses kann das eingangsaffine Mehrzonenmodell des Katalysators in der Form

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + B u \\ y &= h(x) \\ f(x) &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} -N(x_1) \\ N(x_1) - N(x_2) \\ N(x_2) - N(x_3) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.23 \dot{m}_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h(x) = N(x_3) \end{aligned} \quad (4.37)$$

dargestellt werden. Entsprechend des zuvor beschriebenen Ansatzes nimmt der nichtlineare Beobachter die folgende Form an

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}) + B u + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= h(\hat{x}). \end{aligned} \quad (4.38)$$

Ausgangspunkt für die Bestimmung der Rückführmatrix  $L$  ist die Linearisierung der Fehlerdynamik. Für die Ruhelage  $u_0 = x_0 = e_0 = 0$  gilt bei Vernachlässigung der höheren Terme der Taylorreihenentwicklung

$$\dot{e}_B = (A - L C) e_B \quad (4.39)$$

sowie für die beiden Matrizen  $A$  und  $C$

$$\begin{aligned} A &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} -\left.\frac{\partial N(x_1)}{\partial x_1}\right|_{x_{10}} & 0 & 0 \\ \left.\frac{\partial N(x_1)}{\partial x_1}\right|_{x_{10}} & -\left.\frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2}\right|_{x_{20}} & 0 \\ 0 & \left.\frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2}\right|_{x_{20}} & -\left.\frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}\right|_{x_{30}} \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \left.\frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}\right|_{x_{30}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Anhand dieser Matrizen kann die Rückführmatrix  $L = [L_1, L_2, L_3]^T$  ermittelt werden. Hierzu eignen sich bekannte Entwurfsmethoden für lineare Systeme wie die Polvorgabe. In Simulationen wurde mit einer Wahl der Pole, die zu  $L_1 = L_2 = L_3$  führt, gute Ergebnisse erzielt.

Damit die vom Beobachter ermittelten Zustandsgrößen möglichst exakt mit den tatsächlichen Werten übereinstimmen, ist eine Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde hinter dem Katalysator erforderlich, deren Signal Grundlage für die Zustandskorrektur ist. Hierzu wird der in Abschnitt 4.3 beschriebene Ansatz verwendet. Dieser basiert auf einer Invertierung des statischen Verhaltens der Lambdasonde inklusive Messfehler, welches durch ein Kennfeld mit den Eingängen tatsächliches Luftverhältnis hinter dem Katalysator und Temperatur beschrieben wird.



### Kompensation des Sondenoffsets

Damit der Systemzustand vom Beobachter korrekt ermittelt werden kann, ist weiterhin eine Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde vor dem Katalysator (Sondenoffset) erforderlich. Hierzu wird mit einem Integral-Regler ein Verfahren eingesetzt, das sich bei vielen im Serieneinsatz befindlichen Hinterkatregelungen bewährt hat. Dieser Ansatz zeichnet sich weiterhin durch einen vernachlässigbaren Rechenaufwand im Vergleich zu den in [MPJ04a, MPJ06b] präsentierten Störgrößenschätzern mit gleitendem Horizont aus.

Es wird ein linearer Integral-Regler verwendet, dessen Verstärkung in Abhängigkeit des Luftmassenstroms umgeschaltet wird. Hierzu wird eine luftmassenstromabhängige Kennlinie verwendet. Diese Maßnahme ist erforderlich, da die Katalysatordynamik maßgeblich von dieser Prozessgröße bestimmt wird. Mit steigendem Luftmassenstrom nimmt die Geschwindigkeit mit der sich die Sauerstofffront durch den Katalysator bewegt zu.

### Zustandsregler

Die Aufgabe des Zustandsreglers ist es, die beobachtete Sauerstoffbeladung auf vorgegebenen Sollwerten zu halten. Eine in der Praxis gebräuchliche Methode des Reglerentwurfs für nichtlineare Prozesse stellt die Linearisierung des Systems in einer Ruhelage und die anschließende Verwendung bekannter Entwurfsverfahren (z.B. Polvorgabe) für das lineare Ersatzsystem dar. Der entstehende Regler weist einen geringen Rechenaufwand auf, da im Gegensatz zu Ansätzen basierend auf Feedback Linearization keine komplexe Koordinatentransformation berechnet werden muss und der Regler kann im Gegensatz zu modellprädiktiven Ansätzen wie [BBB02, MPJ03, MPJ06b] in Echtzeit auf dem Motorsteuergerät ausgeführt werden. Da in einem weiten Bereich um den Sollwert  $\Phi = 0$  das nichtlineare Katalysatormodell gut durch ein lineares Ersatzsystem approximiert werden kann, ist anzunehmen, dass dieser Ansatz hier ebenfalls erfolgreich eingesetzt werden kann.

Mittels einer Taylorreihenentwicklung mit Abbruch nach dem linearen Term kann für die Ruhelage  $x_{10} = x_{20} = x_{30} = u = 0$  für das nichtlineare Mehrzonenmodell des Katalysators das folgende lineare Ersatzsystem ermittelt werden

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u, \quad x(0) = x_0 \\ y &= C x \end{aligned}$$

$$A = 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} -\left. \frac{\partial N(\Phi_1)}{\partial \Phi_1} \right|_{\Phi_{10}} & 0 & 0 \\ \left. \frac{\partial N(\Phi_1)}{\partial \Phi_1} \right|_{\Phi_{10}} & -\left. \frac{\partial N(\Phi_2)}{\partial \Phi_2} \right|_{\Phi_{20}} & 0 \\ 0 & \left. \frac{\partial N(\Phi_2)}{\partial \Phi_2} \right|_{\Phi_{20}} & -\left. \frac{\partial N(\Phi_3)}{\partial \Phi_3} \right|_{\Phi_{30}} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.23 \dot{m}_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \left. \frac{\partial N(\Phi_3)}{\partial \Phi_3} \right|_{\Phi_{30}} \end{bmatrix}.$$

Die Reglerückführung  $K$  für dieses lineare Ersatzsystem kann mittels bekannter Entwurfsverfahren bestimmt werden. Eine Alternative zur Polvorgabe stellt der LQR-Entwurf (Linear Quadratic Regulator) [Kal60] dar. Dieses Entwurfsverfahren ist einfach durchzuführen, gewährleistet bei linearen Systemen einen asymptotisch stabilen geschlossenen Regelkreis und führt zu Reglern mit guten Robustheitseigenschaften [LA11]. Bei diesem Verfahren kann weiterhin der Stellaufwand direkt beim Reglerentwurf berücksichtigt werden. Dies ist vorteilhaft, da große Schwankungen des Luftverhältnisses vor dem Katalysator aufgrund des Eingriffes der Hinterkatregelung Schwankun-

gen des vom Motor erzeugten Drehmoments bewirken, die sich negativ auf das Fahrverhalten auswirken.

Das Ergebnis des LQR-Entwurfes ist eine linear-quadratisch-optimale Zustandsrückführung. Unter den Annahmen einer vollständig steuerbaren Regelstrecke, eines messbaren Zustandes  $x$ , vollständiger Beobachtbarkeit des Paares  $(A, Q^{1/2})$  ( $Q^{1/2}$ : Quadratwurzel von  $Q$ ) sowie den symmetrischen Wichtungsmatrizen  $Q \geq 0$  und  $R > 0$  lautet die Zustandsrückführung  $u(t)$ , die den Zustandsvektor  $x$  in bestmöglicher Weise, d.h. im Sinne eines minimalen Wertes des quadratischen Gütefunktional

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt \quad (4.42)$$

in die Ruhelage  $x_0$  zurückführt

$$u(t) = -K x(t) = -R^{-1} B^T P x(t). \quad (4.43)$$

In dieser Gleichung entspricht die Matrix  $P$  der symmetrischen positiv definiten Lösung der Matrix-Riccatigleichung

$$P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P + Q = 0. \quad (4.44)$$

Zur Berechnung der Reglerückführungsmatrix  $K$  anhand des LQR-Entwurfes müssen die Wichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  vorgegeben werden, mittels denen Stellaufwand sowie Regelabweichung gewichtet werden können. Diese Matrizen weisen viele Freiheitsgrade auf. Zur Vereinfachung der Reglerparametrierung durch den Applikateur ist eine systematische Einschränkung dieser Freiheitsgrade sinnvoll. Nach [BH75] sollten die Wichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  in Form einer Diagonalmatrix gewählt werden und die Diagonalelemente die Inverse des maximal akzeptablen Wertes für  $x_i^2$  (Wichtungsmatrix  $Q$ ) bzw.  $u_i^2$  (Wichtungsmatrix  $R$ ) enthalten. Auf diese Weise kann die Anzahl der vorzugebenden Reglerentwurfparameter für das Dreizonenmodell auf vier reduziert werden.

Beim Katalysatormodell ist das Luftverhältnis hinter dem Katalysator von größerer Bedeutung als die aktuellen Sauerstoffbelastungen, da es direkt mit dem gesetzlich limitierten Schadstoffausstoß in Zusammenhang steht. Werden Wichtungsmatrizen der Form

$$Q = C^T \rho C, \quad R = 1 \quad (4.45)$$

gewählt, folgt mit der Ausgangsgröße  $y = \Delta \lambda_{NK}$  sowie der Stellgröße  $u = u_{NK}$  für das Gütefunktional

$$J = \int_0^{\infty} [\rho \Delta \lambda_{NK}^2(t) + \Delta u_{NK}^2(t)] dt. \quad (4.46)$$

Durch diese spezielle Wahl der Wichtungsmatrizen kann der Parametrierungsaufwand für den Applikateur deutlich gesenkt werden. Mit einem einzigen Entwurfparameter  $\rho$  kann eine Gewichtung von Regelabweichung (erster Term des Gütefunktional) und Stellaufwand (zweiter Term) vorgenommen werden. Ein großer Wert von  $\rho$ , d.h. eine hohe Gewichtung der Regelabweichung, führt zu geringen Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom stöchiometrischen Sollwert. Der Stellaufwand nimmt in diesem Fall ebenfalls zu.

## 4.6 Nichtlineare Erweiterung der beobachtergestützten Zustandsregelung

Voraussetzung für die Erzielung einer hohen Regelgüte mit der im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten Regelungsstrategie ist ein Verbleib des Systemzustands in einer hinreichend kleinen Umgebung um die für die Linearisierung verwendete Ruhelage, da lediglich in diesem Bereich eine hinreichend genaue Approximation des nichtlinearen Katalysatormodells durch das lineare Ersatzsystem gegeben ist. In der Praxis ist diese Bedingung aufgrund des Stelleingriffes des Zustandsreglers häufig erfüllt. Ausnahmen sind Sonderbetriebsarten wie Bauteilschutz oder Schubabschaltung, in denen ein nichtstöchiometrischer Lambda-Sollwert angefordert wird. Die Schubabschaltung, d.h. Unterbrechung der Kraftstoffzufuhr in Fällen, in denen der Motor keine Leistung abgeben soll, wird ebenfalls im Neuen Europäischen Fahrzyklus, der zur Bewertung des Schadstoffausstoßes herangezogen wird, zur Senkung des Kraftstoffverbrauches durchgeführt. Während dieser Phase wird der Katalysator mit Sauerstoff gesättigt und die Sauerstoffbeladung  $\Phi$  strebt ihrem Maximalwert entgegen. In diesem Bereich ist die Kennlinie  $N(\Phi)$  im Gegensatz zur Ruhelage  $\Phi = 0$ , für die Regler und Beobachter entworfen wurden, sehr steil. Bei Reaktivierung der Hinterkatregelung nach Beendigung der Schubabschaltphase weist der Systemzustand somit zunächst eine größere Entfernung zur Ruhelage auf und die dynamischen Eigenschaften des Prozesses weichen vom Normalzustand (Sauerstoffbeladung in der Nähe der Ruhelage) ab. Regler- und Beobachteransätze, die die Nichtlinearität des Prozesses stärker berücksichtigen, lassen in diesen Fällen eine Steigerung der Regelgüte erwarten.

Nachfolgend wird eine entsprechende Erweiterung des im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten Regelungskonzeptes vorgenommen. Die in Abbildung 4.14 dargestellte Grundstruktur bestehend aus Zustandsregler, Beobachter, Integral-Regler zur Kompensation des Sondenoffsets und Kennfeld zur Korrektur des gemessenen Luftverhältnisses hinter dem Katalysator wird beibehalten. Lediglich die bestehenden Strategien für Zustandsregler und Beobachter werden durch Ansätze ersetzt, die eine stärkere Berücksichtigung der Prozessnichtlinearität ermöglichen.

### Nichtlinearer Zustandsbeobachter

Ein in der Praxis häufig eingesetztes Verfahren für die Zustandsbeobachtung nichtlinearer Systeme ist das Extended Kalman Filter. Dieser erstmals für die Navigation von Raumfahrzeugen [Sch81] vorgeschlagene Beobachteransatz kann als Erweiterung der in Abschnitt 4.5 verwendeten Beobachterstrategie betrachtet werden. Dort wurde der Beobachter anhand einer Linearisierung des Systems in einer Ruhelage entworfen. Vereinfacht gesagt wird beim Extended Kalman Filter in jedem Sampleschritt eine Linearisierung im aktuellen Systemzustand durchgeführt und eine neue Beobachterverstärkung berechnet, mittels der die Modellzustände korrigiert werden. Auf diese Weise wird die Nichtlinearität des Prozesses besser berücksichtigt, als es bei einem Ansatz mit konstanter Beobachterverstärkung der Fall wäre, der für eine feste Ruhelage des Systems entworfen wurde.

Das Extended Kalman Filter ist eine Erweiterung des Kalman Filters [Kal69] für nichtlineare Prozesse. Letzteres stellt für ein lineares zeitdiskretes stochastisches System mit normalverteilten Zufallsgrößen  $x_k, y_k$  sowie mittelwertfreien normalverteilten unkorrelierten weißen Rauschprozessen (Mess- und Systemrauschen) die optimale Lösung des Optimierungsproblems

$$\min E(e_{B,k}^T S_k e_{B,k}) \quad (4.47)$$

dar. Hierbei ist  $S_k$  eine Wichtungsmatrix und  $e_{B,k} = x_k - \hat{x}_k$  bezeichnet den Schätzfehler. Das

Extended Kalman Filter stellt eine Approximation der Lösung dieses Optimierungsproblems für nichtlineare Prozesse dar und kann ebenfalls für deterministische Prozesse der Form

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, u_{k-1}) \\ y_k &= h(x_k) \end{aligned} \quad (4.48)$$

eingesetzt werden [RU99]. Hierbei bezeichnen  $x_k$ ,  $u_k$  und  $y_k$  den Zustand, den Eingang sowie den Ausgang des Systems zum diskreten Zeitschritt  $k$ .

Unter Annahme stetiger und mindestens einfach stetig differenzierbarer Nichtlinearitäten  $f(\cdot)$  und  $h(\cdot)$  erfolgt die Schätzung des Zustandes mit dem Extended Kalman Filter in zwei Schritten. Im ersten Schritt, dem Prädiktionsschritt, wird der Schätzwert des Zustandes  $\hat{x}_k^-$  und die Kovarianz des Schätzfehlers  $P_k^-$  berechnet

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}) \quad (4.49)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_{k-1}. \quad (4.50)$$

Für die Berechnung der Kovarianz des Schätzfehlers wird die nichtlineare Funktion  $f(\cdot)$  im Zustand  $\hat{x}_{k-1}^+$  linearisiert (Taylorreihenentwicklung mit Abbruch nach dem linearen Glied)

$$F_{k-1} = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}). \quad (4.51)$$

In einem zweiten Schritt, dem Korrekturschritt, wird die Prädiktion anhand der Messwerte korrigiert

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + L_k (y_k - h(\hat{x}_k^-)) \quad (4.52)$$

$$P_k^+ = (I - L_k H_k) P_k^-. \quad (4.53)$$

Die Rückführmatrix des Beobachters (Kalman Gain)

$$L_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (4.54)$$

wird in jedem Sampleschritt neu berechnet. Dazu wird die im aktuell prädizierten Zustand  $\hat{x}_k^-$  linearisierte Ausgangsfunktion verwendet

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}_k^-). \quad (4.55)$$

Die beschriebene Zustandsschätzung mit dem Extended Kalman Filter setzt ein zeitdiskretes Prozessmodell voraus. Das zeitkontinuierliche Mehrzonenmodell (Gleichung 3.17) muss daher zeitlich diskretisiert werden. Hierzu wird im Automobilbereich häufig das explizite Euler-Verfahren verwendet. Für das Dreizonenmodell ergibt sich mit der Samplezeit  $T_s$  das zeitdiskrete Katalysatormodell

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, u_{k-1}) = x_{k-1} + T_s f(x_{k-1}, u_{k-1}) \\ &= \begin{bmatrix} x_{1,k-1} + M_T (u_{k-1} - N(x_{1,k-1})) \\ x_{2,k-1} + M_T (N(x_{1,k-1}) - N(x_{2,k-1})) \\ x_{3,k-1} + M_T (N(x_{2,k-1}) - N(x_{3,k-1})) \end{bmatrix} \\ y_k &= h(x_k) = N(x_{3,k}). \end{aligned} \quad (4.56)$$

Zur Vereinfachung der Notation wurde die Größe  $M_T = 0.23 \dot{m}_L T_s$  eingeführt. Für die aus der Linearisierung im aktuellen Zustand hervorgegangenen Matrizen folgt mit Gleichung 4.51 und 4.55

$$F_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 - M_T \frac{\partial N}{\partial x_1}(\hat{x}_{1,k-1}^+) & 0 & 0 \\ M_T \frac{\partial N}{\partial x_1}(\hat{x}_{1,k-1}^+) & 1 - M_T \frac{\partial N}{\partial x_2}(\hat{x}_{2,k-1}^+) & 0 \\ 0 & M_T \frac{\partial N}{\partial x_2}(\hat{x}_{2,k-1}^+) & 1 - M_T \frac{\partial N}{\partial x_3}(\hat{x}_{3,k-1}^+) \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N}{\partial x_3}(\hat{x}_{3,k}^-) \end{bmatrix}. \quad (4.58)$$

Zur Schätzung des Zustandes müssen weiterhin die Matrizen  $Q_{k-1}$  und  $R_k$  definiert werden. Beim Kalman Filter für lineare stochastische Prozesse entsprechen diese den Kovarianzmatrizen des Prozess- bzw. Messrauschens. Für den in der vorliegenden Arbeit betrachteten Fall eines Extended Kalman Filters für ein nichtlineares deterministisches System können diese beiden symmetrischen und positiv definiten Matrizen als Tuningparameter aufgefasst werden [RU99, WB06]. Ihre Wahl ist nicht trivial, da sie die Konvergenzeigenschaften des Filters beeinflussen [BA99, VG00].

Häufig werden die Parameter mittels einer Trial-and-Error Prozedur anhand von Simulationen oder Messungen bestimmt [OLR06, VG00]. Als Alternative bietet sich die Nutzung von Optimierungsalgorithmen wie Downhill-Simplex-Verfahren [Pow02], Genetischer Algorithmus [OS00, RKEJ08] oder eine Kombination aus beiden Ansätzen [GLLB05] zur Ermittlung der Wichtungsmatrizen auf Basis einer Minimierung eines auf dem Schätzfehler basierenden Gütefunktionsals an. In [BA99] wird gezeigt, dass für Wichtungsmatrizen der Form

$$Q_k = \nu e_{B,k}^T e_{B,k} \mathbf{I} + \delta \mathbf{I} \quad (4.59)$$

$$R_k = \beta H_k P_k^- H_k^T + \delta \mathbf{I} \quad (4.60)$$

$$e_{B,k} = y_k - h(\hat{x}_k^-) \quad (4.61)$$

die lokale asymptotische Konvergenz des Filters unter schwachen Bedingungen gesichert ist. Dieser Ansatz wird hier aufgrund der Vereinfachung der Beobachterparametrierung, insbesondere für eine größere Anzahl von Modellzellen, aufgegriffen. Bei einem Dreizonenmodell müssen mit diesem Ansatz für symmetrische Matrizen  $Q_k$  und  $R_k$  anstatt sieben lediglich drei positive Parameter ( $\nu$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ) vorgegeben werden.

## Nichtlinearer Zustandsregler

Im vorhergehenden Abschnitt 4.5 wurde nach einer Linearisierung des Prozesses ein Optimalreglerentwurf durchgeführt, d.h., die Zustandsrückführung wurde derart bestimmt, dass ein quadratisches Gütefunktional minimiert wird. Das auf diese Weise ermittelte Stellgesetz ist lediglich für das lineare Ersatzsystem im Sinne des gewählten Gütefunktionsals optimal, d.h. allenfalls für die zur Linearisierung herangezogene Ruhelage des nichtlinearen Originalsystems. Das tatsächlich im Sinne eines Gütefunktionsals

$$J(x_0, u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q(x) x + u^T R(x) u) dt, \quad x(0) = x_0, \quad Q(x) \geq 0, \quad R(x) > 0 \quad (4.62)$$

optimale Stellgesetz für ein nichtlineares eingangsaffines System lässt sich anhand der Hamilton-Jacobi-Bellman Gleichung ermitteln (siehe beispielsweise [BH75]). Aufgrund ihrer Komplexität

ist das Lösen dieser partiellen Differentialgleichung aufwendig und eine analytische Lösung ist im Allgemeinen lediglich für Systeme mit wenigen Zustandsgrößen möglich [CSS99, BTB00]. Deshalb wurden eine Reihe von Methoden zur approximativen Lösung der Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung entwickelt. Diese umfassen Ansätze basierend auf Reihenentwicklungen (Power Series Approximation) [Gar72, GJ77, Al'61, Luk69] oder Interpolation (z.B. [IS99, JSA07]). Letztere erfordern einen hohen Speicherbedarf und für erstgenannte Ansätze ist lediglich bei Abbruch nach dem quadratischen Glied der Aufwand zur Berechnung des Stellgesetzes gering (siehe [Gar72]). Für höhere Ordnungen der Reihenentwicklung ist er nicht vertretbar [BTB00]. Eine weitere Möglichkeit zum approximativen Lösen der Hamilton-Jacobi-Bellman Gleichung stellen Methoden basierend auf zustandsabhängigen Riccati-Gleichungen (SDRE, State Dependent Riccati Equation) dar [WC75, CDM96]. Bei dem in [BTB00, Bee00] anhand von Beispielprozessen durchgeführten Benchmark verschiedener Lösungsverfahren der Hamilton-Jacobi-Bellman Gleichung wies dieser Ansatz den besten Kompromiss bezüglich Rechenaufwand und Performance auf.

### SDRE-Ansatz

Die Methode der zustandsabhängigen Riccati-Gleichungen geht auf Arbeiten [Pea62, Bur69] aus den 1960er Jahren zurück und wurde anschließend erweitert [WC75]. Etwa 30 Jahre später wurde die Idee erneut aufgegriffen [CDM96, BM92].

Für die Beschreibung des Verfahrens wird angenommen, dass ein nichtlineares eingangsaffines System der Form

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x(0) = x_0 \quad (4.63)$$

vorliegt, dessen Nichtlinearitäten  $f(x)$  und  $g(x)$  stetig differenzierbar sind und die Bedingung  $g(x) \neq 0$  für alle  $x$  erfüllen. Weiterhin wird angenommen, dass  $x = 0$  eine Ruhelage des Systems darstellt, sodass  $f(0) = 0$  gilt. Das Vorgehen für Systeme, die die Bedingung  $f(0) = 0$  nicht erfüllen oder die nichtlinear in der Stellgröße sind, kann [CS02] entnommen werden.

Die Ermittlung des Stellgesetzes  $u(x)$  anhand des SDRE-Ansatzes gliedert sich in zwei Schritte. In einem ersten Schritt wird das nichtlineare System 4.63 auf die pseudo-lineare Struktur

$$\dot{x}(t) = A(x)x(t) + B(x)u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (4.64)$$

gebracht, bei der die Matrizen  $A(x)$  und  $B(x)$  zustandsabhängige Koeffizienten besitzen (SDC, State Dependent Coefficients). Dieser Vorgang wird als SDC-Parametrierung [CDM96, MC98] oder Extended Linearization [Fri96] bezeichnet. Unter den zuvor getätigten Annahmen einer stetig differenzierbaren Funktion  $f(x)$  mit  $f(0) = 0$  ist diese Faktorisierung  $f(x) = A(x)x$  immer möglich [CDM96, Cim08]. Für skalare Systeme ( $n = 1$ ) ist  $A(x)$  eindeutig für alle  $x \neq 0$  [CDM96]. Bei Systemen mit mehreren Zustandsgrößen ( $n > 1$ ) ist dies nicht der Fall, d.h., es bestehen verschiedene Möglichkeiten zur Wahl von  $A(x)$ .

In einem zweiten Schritt wird anschließend der Regler anhand bekannter Verfahren für lineare Systeme entworfen. Bei der SDRE-Methode wird dazu der aus Abschnitt 4.5 bekannte LQR-Entwurf verwendet. Für das Stellgesetz gilt somit

$$u(x) = -R^{-1}B^T(x)P(x)x. \quad (4.65)$$

Dabei entspricht  $P(x)$  der symmetrischen positiv definiten Lösung der nun zustandsabhängigen

Riccati Gleichung

$$P(x) A(x) + A^T(x) P(x) - P(x) B(x) R^{-1}(x) B^T(x) P(x) + Q(x) = 0. \quad (4.66)$$

Sofern  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $R(x)$  in einer Umgebung  $\Omega$  einfach stetig differenzierbar sind und die Paare  $\{A(x), B(x)\}$  und  $\{A(x), Q^{1/2}(x)\}$  mit  $Q^{1/2}(x)$  als Quadratwurzel von  $Q$  (für eine positiv semidefinite Matrix eindeutig) für  $x \in \Omega$  (punktweise) vollständig steuerbar bzw. beobachtbar sind, ist der geschlossene Regelkreis bestehend aus dem Prozess 4.63 und dem SDRE-Stellgesetz 4.65 lokal, in einer Umgebung um die Ruhelage, asymptotisch stabil [Cim08, BLT03]. Enthält der Prozess lediglich eine Zustandsgröße, ist der geschlossene Kreis zusätzlich global asymptotisch stabil [CDM96]. Für Systeme mit mehreren Zustandsgrößen kann globale, asymptotische Stabilität lediglich unter bestimmten Randbedingungen garantiert werden (siehe [CDM96, EA04, LA99]).

Die bekannten Robustheitseigenschaften des LQ-Reglers gelten ebenfalls in einer Umgebung um die Ruhelage  $x = 0$  [LA97]. In [LA97] wird gezeigt, dass für  $Q > 0$  und  $R > 0$  sowie den zuvor genannten Bedingungen hinsichtlich Steuer- und Beobachtbarkeit von  $A(x)$  und  $B(x)$  der geschlossene Regelkreis bestehend aus nichtlinearem Prozess und SDRE-Regler für sogenannte matched disturbances, d.h. stückweise stetige Eingangsstörungen  $d_E$  für die

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_c(x) + g(x) d_E, \quad x(0) = x_0 \\ f_c(x) &= [A(x) + B(x) K(x)] x \end{aligned} \quad (4.67)$$

gilt, global eingangs-zustands-stabil ( $L_2$  input-state stable) ist. Eine solche Störung wäre beispielsweise beim Katalysatormodell der Messfehler  $d_O$  der Lambdasonde vor dem Katalysator.

Damit das Stellgesetz 4.65 im Sinne des Gütefunktional 4.62 global optimal ist, muss  $\frac{\partial}{\partial x}(P(x) x)$  eine symmetrische Matrix sein [Jac77, LA99]. Für Prozesse mit einer Zustandsgröße ist diese Bedingung immer erfüllt, für Systeme höherer Ordnung im Allgemeinen nicht [Cim08]. In [HL96] wird gezeigt, dass für Systeme mit mehreren Zustandsgrößen die Bedingungen für Optimalität für bestimmte SDC-Parametrierungen  $A(x)$  erfüllt werden können. Die Ermittlung einer solchen Parametrierung stellt jedoch weiterhin ein offenes Problem dar [HL96, Cim08]. Deshalb wird im Allgemeinen eine SDC-Parametrierung gewählt, die die Bedingungen hinsichtlich lokaler Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit erfüllt. Es wird somit in der Regel ein suboptimales Stellgesetz verwendet, das jedoch lokal stabilisierend wirkt [LA99, Cim08].

Für den Entwurf einer Hinterkatregelung auf Basis des SDRE-Ansatzes muss zunächst für das eingangsaffine nichtlineare Katalysatormodell

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) u, \quad x(0) = x_0 \\ y &= h(x), \end{aligned} \quad (4.68)$$

dessen nichtlineare Funktionen

$$\begin{aligned} f(x) &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} -N(x_1) & N(x_1) - N(x_2) & N(x_2) - N(x_3) \end{bmatrix}^T \\ g(x) &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ h(x) &= N(x_3) \end{aligned} \quad (4.69)$$

als streng monoton und stetig differenzierbar angenommen werden, eine SDC-Parametrierung ermittelt werden. Die für den Reglerentwurf vorzugebenden Wichtungsmatrizen  $Q(x)$  und  $R(x)$  werden identisch zu Abschnitt 4.5 gewählt. Mit diesen konstanten Wichtungsmatrizen erfüllt die

SDC-Parametrierung

$$A(x) = 0.23 \, \dot{m}_L \begin{bmatrix} -\frac{N(x_1)}{x_1} & 0 & 0 \\ \frac{N(x_1)}{x_1} & -\frac{N(x_2)}{x_2} & 0 \\ 0 & \frac{N(x_2)}{x_2} & -\frac{N(x_3)}{x_3} \end{bmatrix}, \quad B(x) = 0.23 \, \dot{m}_L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

die Bedingungen bezüglich Steuer- und Beobachtbarkeit der beiden Paare  $\{A(x), B(x)\}$  und  $\{A(x), Q^{1/2}(x)\}$  für  $\frac{\partial N}{\partial x}(0) \neq 0$  und  $\dot{m}_L > 0$ .

Im praktischen Betrieb der Regelung werden nun in jedem Sampleschritt anhand des aktuellen Zustandes die Matrizen  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $Q(x)$ ,  $R(x)$  aufgestellt. Für die weiteren Rechenschritte werden diese zustandsabhängigen Matrizen als konstant betrachtet. Die Riccati-Gleichung 4.66 wird gelöst und es wird anhand von Gleichung 4.65 die Stellgröße ermittelt.

Die größte Herausforderung für die praktische Implementierung des beschriebenen Regelungsansatzes stellt aufgrund der begrenzten Rechen- und Speicherkapazität des Motorsteuergerätes die Lösung der Riccati-Gleichung in jedem Sampleschritt dar.

#### Verfahren zum Lösen der Riccati-Gleichung

Im Idealfall lässt sich ein analytischer Ausdruck für die Lösung der Riccati-Gleichung bzw. für das Stellgesetz in Abhängigkeit der Zustandsgrößen finden (siehe beispielsweise [Clo94, Clo96]). Da dies häufig nicht gelingt (etwa im Falle des Dreizonenmodells) wurde eine Reihe von Methoden zur approximativen Lösung der Riccati-Gleichung entwickelt. Ein solcher Ansatz [WC75] basiert auf einer Taylorreihenentwicklung für  $P(x)$ . Für geringe Ordnungen der Reihenentwicklung (zwei Terme) oder für spezielle Formen der Nichtlinearität  $f(x)$  ergeben sich zustandsunabhängige Riccati- und Lyapunov-Gleichungen, sodass eine Offline-Berechnung von  $P(x)$  möglich ist. Für höhere Ordnungen der Reihenentwicklung ergeben sich hingegen  $n$  zustandsabhängige Lyapunov-Gleichungen ( $n$ : Ordnung der Reihenentwicklung), die folglich online gelöst werden müssen. Da die Reihenentwicklung lediglich lokal zur Lösung der Riccati-Gleichung konvergiert [WC75] sind bei der praktischen Anwendung dieses Regelungsansatz Stabilitätsprobleme beobachtet worden, wie die Beispiele in [BLT03, BLT07] illustrieren. Eine alternative Methode zur approximativen Lösung der Riccati-Gleichung basiert auf Interpolation [Lew03, BLT07]. Dazu werden die Stellgröße  $u(x)$  oder die Lösung der Riccati-Gleichung  $P(x)$  für verschiedene Zustände offline berechnet und anhand dieser Daten Kennfelder erstellt. Voraussetzung für eine erfolgreiche Anwendung dieser Verfahren ist eine ausreichende Stützstellenanzahl, da ansonsten der geregelte Kreis instabil werden kann [Lew03, BLT07]. Dadurch ergibt sich bei Systemen höherer Ordnung ein hoher Speicherbedarf für die Kennfelder, der die Anwendbarkeit dieses Ansatzes im Motorsteuergerät einschränkt.

Neben den genannten Ansätzen wurden Verfahren zum numerischen Lösen der Riccati-Gleichung entwickelt (siehe Übersichtsarbeiten [AIL84, AM90]). Ein bekanntes iteratives Verfahren ist der Kleinman-Algorithmus [Kle68, San74]. Bei diesem Ansatz wird zunächst ein Startwert  $P_0$  bestimmt. Mit diesem Startwert wird die Reglerverstärkung  $K$  berechnet und anschließend durch das Lösen einer Lyapunov-Gleichung ein neuer Wert für  $P$  ermittelt. Dieser Vorgang wird fortgesetzt, bis die Änderung von  $P$  zwischen den Iterationsschritten einen Grenzwert unterschreitet oder die vorgegebene Iterationszahl überschritten wird. Unter schwachen Bedingungen konvergiert  $P$  zur symmetrischen positiv definiten Lösung der Riccati-Gleichung [Kle68, San74, Meh91].

Der Kleinman-Algorithmus ähnelt dem Newton-Verfahren. In [BB98] wird zur Erhöhung der Robustheit gegenüber Rundungsfehler vorgeschlagen, den Newton-Schritt explizit zu berechnen. In [KLW89, K LW90] wurde in einigen Fällen ein zu großer erster Schritt beim Newton-Verfahren beobachtet, der zu einer Erhöhung der Iterationszahl führt (lediglich in der Nähe der Lösung  $P$  ist



die Konvergenzrate quadratisch [BB98]). Deshalb wird in [BB94, BB98] die Nutzung eines Line-Search-Algorithmus zur Bestimmung der Newton-Schrittweite vorgeschlagen. In [Kat06] werden die Ergebnisse eines Vergleiches von Kleinman-Algorithmus, Newton-Verfahren und Newton-Verfahren mit Line-Search anhand der Benchmark-Beispiele aus [BLM95] vorgestellt. Für die betrachteten Beispiele konvergiert der Kleinman-Algorithmus schneller und häufiger zur Lösung als die beiden anderen Varianten.

Neben den Newton-ähnlichen Methoden stellt der Ansatz aus [Lau79] ein gebräuchliches Verfahren zum Lösen der Riccati-Gleichung dar. Dieses basiert auf einer Schur-Zerlegung der Hamilton Matrix  $H$  des ursprünglichen Optimierungsproblems. Es wird eine orthogonale Matrix ermittelt, die die Hamilton-Matrix in die Schur-Form transformiert (obere Dreiecksmatrix mit den Eigenwerten von  $H$  auf der Hauptdiagonalen). Nach Umordnung der stabilen und instabilen Eigenwerte kann die Lösung der Riccati-Gleichung anhand der Diagonalblöcke der orthogonalen Transformations-Matrix ermittelt werden.

In dieser Arbeit wird ein Verfahren nach [LA99, Erd01] zur Berechnung der Stellgröße verwendet, bei dem abweichend zur Schur-Methode nicht zunächst die Riccati-Gleichung gelöst, sondern direkt die Reglerverstärkung  $K$  ermittelt wird. Auf diese Weise kann der Rechenaufwand gesenkt werden. Ausgangspunkt ist wie bei dem Verfahren aus [Lau79] die  $2n \times 2n$  Hamilton-Matrix

$$H = \begin{bmatrix} A(x) & -B(x) R^{-1}(x) B^T(x) \\ -Q(x) & -A^T(x) \end{bmatrix}, \quad (4.71)$$

die sich aus dem Optimierungsproblem ergibt. Die Ermittlung der Stellgröße gliedert sich in vier Schritte, die in jedem Sampleschritt ausgeführt werden.

Im ersten Schritt wird anhand des aktuellen Zustandes die Hamilton-Matrix aufgestellt. Mit den Wichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  aus Abschnitt 4.5 folgt für das Dreizonenmodell

$$H = 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} -\bar{N}(x_1) & 0 & 0 & -0.23 \dot{m}_L & 0 & 0 \\ \bar{N}(x_1) & -\bar{N}(x_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{N}(x_2) & -\bar{N}(x_3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{N}(x_1) & -\bar{N}(x_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{N}(x_2) & -\bar{N}(x_2) \\ 0 & 0 & -\frac{q}{0.23 \dot{m}_L} & 0 & 0 & \bar{N}(x_3) \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

$$\bar{N}(x) = \frac{N(x)}{x}. \quad (4.73)$$

Hierbei bezeichnet

$$q = \rho \left( \left. \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right|_{x_{30}} \right)^2 \quad (4.74)$$

ein Element der Wichtungsmatrix  $Q$ .

In einem zweiten Schritt werden die Eigenwerte von  $H$  berechnet. Es liegen  $n$  Eigenwerte in der linken Halbebene und  $n$  Eigenwerte in der rechten Halbebene ( $n$ : Systemordnung) [LA99]. Die Eigenwerte in der linken Halbebene sind die Eigenwerte des geschlossenen Kreises, d.h. der Matrix  $A_{CL} = [A - BK]$ . Diese Eigenwerte werden für den folgenden Schritt benötigt.

Dieser beinhaltet die Berechnung der Reglerverstärkung  $K(x)$  mittels Polvorgabe. Für das vorliegende SISO-System kann dazu die Ackermann-Formel [Ack72] verwendet werden. Nach dieser folgt für die Reglerverstärkung des betrachteten Systems dritter Ordnung

$$K(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} S_C^{-1}(x) \alpha_C(A(x)) \quad (4.75)$$

mit

$$S_C(x) = \begin{bmatrix} B(x) & A(x)B(x) & A^2(x)B(x) \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$$\alpha_C(A(x)) = A^3(x) + \alpha_2 A^2(x) + \alpha_1 A(x) + \alpha_0 I. \quad (4.77)$$

Hierbei entspricht  $\alpha$  den Koeffizienten des charakteristischen Polynoms des geschlossenen Kreises

$$P(s) = \prod_{j=1}^3 (s - a_j - b_j i). \quad (4.78)$$

Mit der auf diese Weise berechneten Reglerverstärkung kann schließlich im letzten Schritt die Stellgröße  $u(x) = -K(x)x$  ermittelt werden.

#### Berechnung der Eigenwerte der Hamilton-Matrix

Die zuvor beschriebenen vier Schritte müssen in jedem Sampleschritt durchgeführt werden. Den rechenintensivsten Schritt stellt dabei die Berechnung der Eigenwerte der Hamilton-Matrix dar. Damit die Berechnung der Stellgröße in Echtzeit auf dem Motorsteuergerät mit seiner begrenzten Rechenkapazität erfolgen kann, muss eine hinreichend schnelle und genaue Methode zur Eigenwertberechnung gefunden werden. Hierzu wurde ein Benchmark von drei Ansätzen auf einem dem Motorsteuergerät ähnlichen Mikrocontrollerboard durchgeführt. Untersucht wurden eine Eigenwertberechnung mittels QR-Zerlegung, eine Berechnung der Nullstellen des charakteristischen Polynoms nach Laguerre sowie eine Nullstellenberechnung nach Cardano.

**Berechnung der Eigenwerte mittels QR-Zerlegung** Ein gebräuchlicher Ansatz zur Eigenwertberechnung basiert auf einer QR-Zerlegung der Hamilton-Matrix  $H$ . Dieses Verfahren gliedert sich in vier Schritte

1. Konditionierung der Hamilton-Matrix  $H$
2. Transformation von  $H$  in die Hessenberg-Form
3. Wiederholte QR-Zerlegung zur Erzeugung einer oberen Dreiecksform, bei der die Eigenwerte auf der Hauptdiagonalen stehen
4. Sortieren der Eigenwerte, da lediglich jene mit negativem Realteil benötigt werden

Die Konditionierung der Matrix dient der Verringerung der Sensitivität der berechneten Eigenwerte gegenüber Rundungsfehlern. Da diese Fehler bei der numerischen Bestimmung der Eigenwerte im Allgemeinen proportional zur euklidischen Norm der Matrix sind, wird versucht, die Normen zusammengehöriger Spalten und Zeilen mittels Ähnlichkeitstransformationen auf etwa gleich große Werte zu bringen. Dadurch wird die Gesamtnorm der Matrix verringert. Hierzu wird ein Verfahren aus [PTVF92] verwendet, das anstatt der euklidischen Norm die Summe der Absolutwerte der Matrixelemente minimiert.

Eine Transformation auf Hessenberg-Form (obere Dreieckform mit zusätzlich besetzten Nebendiagonalen unterhalb der Hauptdiagonalen) wird zur Verringerung des Rechenaufwandes der nachfolgenden QR-Zerlegung vorgenommen. Dieser liegt für allgemeine Matrizen in der Ordnung  $\mathcal{O}(n^3)$ , für Matrizen in Hessenberg-Form jedoch bei  $\mathcal{O}(n^2)$ . Zur Überführung der Matrix in die

Hessenberg-Form wird ein Verfahren aus [PTVF92] verwendet, das einem Gaußschen Eliminationsverfahren mit Pivoting ähnelt und einen um den Faktor zwei geringeren Rechenaufwand aufweist, als eine Überführung mittels Householder Transformationen.

Durch die beiden vorhergehenden Schritte wird die Hamilton-Matrix für eine effektivere Berechnung der Eigenwerte (höhere numerische Genauigkeit, geringerer Rechenaufwand) modifiziert. Der eigentliche Schritt zur Berechnung der Eigenwerte ist die QR-Zerlegung. Damit wird die Faktorisierung  $H = \tilde{Q}\tilde{R}$  einer Matrix  $H$  in eine orthogonale quadratische Matrix  $\tilde{Q}$  und eine obere Dreiecksmatrix  $\tilde{R}$  bezeichnet. Zur Bestimmung der Eigenwerte werden in einem iterativen Vorgehen wiederholte QR-Zerlegungen durchgeführt

$$H_i = \tilde{Q}_i \tilde{R}_i \quad (4.79)$$

$$H_{i+1} = \tilde{R}_i \tilde{Q}_i = \tilde{Q}_i^T H_i \tilde{Q}_i. \quad (4.80)$$

Dabei konvergiert  $H_i$  für  $i \rightarrow \infty$  gegen eine Form, bei der sich die Eigenwerte auf der Hauptdiagonalen befinden (bei komplexen Eigenwerten in einer  $2 \times 2$  Submatrix auf der Diagonalen). Die zuvor genannten Gleichungen dienen lediglich der Verdeutlichung des Grundprinzips der Eigenwertberechnung mittels QR-Zerlegung. Praktisch werden Verfahren mit Shifts eingesetzt, um die Konvergenzgeschwindigkeit zu erhöhen (siehe beispielsweise [PTVF92] für einen solchen Algorithmus).

Zur Berechnung der Reglerverstärkung  $K(x)$  werden lediglich die stabilen Eigenwerte benötigt, d.h. die Eigenwerte mit negativem Realteil. Deshalb werden die anhand der QR-Zerlegung ermittelten Eigenwerte in aufsteigender Reihenfolge sortiert. Da beim betrachteten Dreizonenmodell lediglich sechs Eigenwerte vorliegen, wird ein relativ einfacher Algorithmus nach [PTVF92] eingesetzt. Dieser startet mit dem zweiten Element des Vektors der Eigenwerte. Dieser wird mit dem ersten Element verglichen. Ist er kleiner, wird er an den Anfang des Vektors gesetzt. Anschließend wird das dritte Element des Vektors in der richtigen Reihenfolge in Bezug auf die ersten beiden Elemente eingesetzt usw., bis das letzte Element angeordnet ist.

**Nullstellenberechnung nach Laguerre** Ein zweiter Ansatz zur Berechnung der Eigenwerte nutzt aus, dass die Eigenwerte einer Matrix den Nullstellen des charakteristischen Polynoms  $P_H(s) = \det([sI - H])$  der Matrix entsprechen. Das charakteristische Polynom der hier betrachteten Hamilton Matrix (Gleichung 4.72) besitzt die Form

$$P_H(s) = s^6 + \alpha_4 s^4 + \alpha_2 s^2 + \alpha_0 = 0 \quad (4.81)$$

$$\alpha_4 = -(0.23 \dot{m}_L)^2 (\tilde{N}^2(x_1) + \tilde{N}^2(x_2) + \tilde{N}^2(x_3)) \quad (4.82)$$

$$\alpha_2 = (0.23 \dot{m}_L)^4 (\tilde{N}^2(x_1)\tilde{N}^2(x_2) + \tilde{N}^2(x_1)\tilde{N}^2(x_3) + \tilde{N}^2(x_2)\tilde{N}^2(x_3)) \quad (4.83)$$

$$\alpha_0 = -(0.23 \dot{m}_L)^6 (\tilde{N}^2(x_1)\tilde{N}^2(x_2)q + \tilde{N}^2(x_1)\tilde{N}^2(x_2)\tilde{N}^2(x_3)). \quad (4.84)$$

Bei  $P_H(s)$  handelt es sich um ein symmetrisches Polynom, da die drei Eigenwerte der linken offenen Halbebene denen in der rechten Halbebene mit geändertem Vorzeichen entsprechen. Mittels der Substitution  $\bar{z} = s^2$  folgt

$$\bar{z}^3 + \alpha_4 \bar{z}^2 + \alpha_2 \bar{z} + \alpha_0 = 0. \quad (4.85)$$

Es muss folglich lediglich ein Polynom dritter Ordnung gelöst werden. Die Nullstellen des ursprünglichen Polynoms  $P_H(s)$  lassen sich anschließend mittels der Rücksubstitution  $s = \pm\sqrt{\bar{z}}$  berechnen. Zur Berechnung von  $K$  werden dabei lediglich die Nullstellen mit negativem Realteil

benötigt.

Für die Nullstellenberechnung wird nachfolgend die Methode nach Laguerre [Mae54] eingesetzt, da die Konvergenz für reelle Nullstellen aus jedem Startpunkt garantiert ist [PTVF92] und das Verfahren zusätzlich zur Berechnung von komplexen Eigenwerten geeignet ist [Mae54]. Im letzteren Fall ist eine Konvergenz nicht bewiesen. Experimente zeigen jedoch, dass eine Nichtkonvergenz selten ist und durch eine einfache Routine die sonst bei der Berechnung auftretende Endlosschleife behoben werden kann [PTVF92].

Die Nullstellenberechnung mit der Methode nach Laguerre gliedert sich in die folgenden Schritte:

1. Festlegung des Startwertes  $s_0$  der Nullstelle
2. Bestimmung der Nullstelle mittels der Methode nach Laguerre
3. Ordnungsreduktion des Polynoms (Deflation)
4. Sprung zu Schritt 1, solange nicht alle Nullstellen gefunden sind
5. Polishing der Nullstellen (Verfeinerung der Ergebnisse).

Die Ermittlung der gegebenenfalls komplexen Nullstellen  $s_\zeta$  des Polynoms im zweiten Schritt erfolgt anhand der Iterationsgleichung nach Laguerre

$$s_{\zeta,i+1} = s_{\zeta,i} - \frac{n}{\bar{G} \pm \sqrt{(n-1)(n\bar{H} - \bar{G}^2)}}. \quad (4.86)$$

Dabei bezeichnen  $\bar{G}$  und  $\bar{H}$  die erste bzw. zweite Ableitung von  $\log P(s)$  und  $n$  die Anzahl der Nullstellen. Für  $i \rightarrow \infty$  konvergiert die Iterierte  $s_{\zeta,i}$  gegen die Nullstelle  $s_\zeta$ . Für eine einfache Nullstelle ist die Konvergenz kubisch (zumindest lokal) [HP77, HPR77], für mehrfache Nullstellen linear [Mae54, Mek01]. Die Herleitung dieser Iterationsgleichung ist in Anhang B.1 verkürzt dargestellt.

Nachdem eine Nullstelle  $s_\zeta$  gefunden wurde, kann durch Division mit  $(s - s_\zeta)$  (bei komplexen Nullstellen Verwendung eines quadratischen Faktors) ein Polynom  $\tilde{P}(s)$  erzeugt werden, dass die übrigen Nullstellen des ursprünglichen Polynoms  $P(s)$  enthält. Durch diese Ordnungsreduktion kann die Berechnung nachfolgender Nullstellen beschleunigt werden.

Der berechnete Wert ist jedoch lediglich eine Approximation der tatsächlichen Nullstelle. Dies bedeutet, dass bei der Bestimmung des reduzierten Polynoms  $\tilde{P}(s)$  ein Fehler entsteht, der mit jeder Polynomdivision zunimmt. Die berechneten Nullstellen werden somit ungenauer. Eine Möglichkeit zur Minimierung dieses Effektes besteht darin, die auf Basis der reduzierten Polynome berechneten Nullstellen als Startwerte für die Berechnung der Nullstellen des ursprünglichen Polynoms zu verwenden. Dieses Vorgehen wird als Polishing bezeichnet.

**Nullstellenberechnung nach Cardano** Die Methode nach Laguerre stellt ein iteratives Vorgehen zur Nullstellenberechnung dar und ist für Polynome beliebiger Ordnung geeignet. Für den Sonderfall eines Polynoms dritter Ordnung ist es möglich, analytische Gleichungen für die Nullstellen anzugeben. Diese Gleichungen sind teilweise komplex und es müssen unterschiedliche Fälle betrachtet werden. Trotzdem ist von dieser Berechnungsmethode eine deutliche Verringerung der Rechenzeit gegenüber den zuvor beschriebenen Verfahren zur Eigenwertberechnung zu erwarten.

Zur Berechnung der Nullstellen des Polynoms  $P(\bar{z}) = \bar{z}^3 + \tilde{\alpha}_1 \bar{z} + \tilde{\alpha}_0$ , das sich aus dem allgemeinen Polynom dritter Ordnung  $P(s) = s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0$  mittels der Substitution  $\bar{z} = s + \frac{\alpha_2}{3}$  herleiten

lässt, sind in Abhängigkeit des Wertes der der Diskriminante

$$D_0 = \left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3 \quad (4.87)$$

drei Fälle zu unterscheiden (siehe Anhang B.2 für die Herleitung).

Für eine positive Diskriminante  $D_0 > 0$  folgt für die drei Nullstellen

$$\bar{z}_1 = c_0 + c_1 \quad (4.88)$$

$$\bar{z}_2 = -\frac{c_0 + c_1}{2} + \frac{c_0 - c_1}{2}\sqrt{3}i \quad (4.89)$$

$$\bar{z}_3 = -\frac{c_0 + c_1}{2} - \frac{c_0 - c_1}{2}\sqrt{3}i \quad (4.90)$$

$$c_0 = \sqrt[3]{-\frac{\tilde{\alpha}_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3}} \quad (4.91)$$

$$c_1 = \sqrt[3]{-\frac{\tilde{\alpha}_0}{2} - \sqrt{\left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3}}. \quad (4.92)$$

Für den Fall, dass  $D_0 = 0$  und  $\tilde{\alpha}_0 = \tilde{\alpha}_1 = 0$  gilt, ergibt sich eine dreifache Nullstelle

$$\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}_3 = 0. \quad (4.93)$$

Gilt  $D_0 = 0$  sowie  $\tilde{\alpha}_0 \neq \tilde{\alpha}_1$  ergeben sich eine einfache und eine doppelte Nullstelle

$$\bar{z}_1 = \sqrt[3]{-4\tilde{\alpha}_0} = \frac{3\tilde{\alpha}_0}{\tilde{\alpha}_1} \quad (4.94)$$

$$\bar{z}_2 = \bar{z}_3 = -\sqrt[3]{-\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}} = -\frac{1}{2} \frac{3\tilde{\alpha}_0}{\tilde{\alpha}_1}. \quad (4.95)$$

Im Falle von  $D_0 < 0$  folgt für die drei reellen Nullstellen

$$\bar{z}_1 = 2\sqrt{-\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}} \cos\left(\frac{\tilde{\varphi}}{3}\right) \quad (4.96)$$

$$\bar{z}_2 = -2\sqrt{-\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}} \cos\left(\frac{\tilde{\varphi} + \pi}{3}\right) \quad (4.97)$$

$$\bar{z}_3 = -2\sqrt{-\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}} \cos\left(\frac{\tilde{\varphi} - \pi}{3}\right) \quad (4.98)$$

$$\tilde{\varphi} = \arccos\left(\frac{-\tilde{\alpha}_0}{2\sqrt{-\left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3}}\right). \quad (4.99)$$

Die Nullstellen des ursprünglichen Polynoms in  $s$  ergeben sich anhand der Rücksubstitution  $s_\zeta = \bar{z}_\zeta - \frac{\alpha_2}{3}$ ,  $\zeta = 1, 2, 3$ .

**Bewertung der Ansätze zur Eigenwertberechnung** Die Berechnung der Stellgröße anhand des SDRE-Ansatzes und damit die Eigenwertberechnung muss in Echtzeit auf dem Motorsteuergerät erfolgen. In vielen gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten wird der 32-Bit Mikrocontroller **Infineon Tricore TC1796** [Inf08, Inf07] verwendet. Dieser ist mit 150 MHz getaktet. Die Rechenleistung ist daher im Vergleich zu modernen Desktop-PCs gering. Die Berechnung der Stellgröße erfolgt mit einer Rechenschrittweite (Samplezeit) von 10 ms, d.h., innerhalb einer Sekunde muss einhundert Mal die zustandsabhängige Riccati-Gleichung gelöst werden. Da neben der Hinterkatregelung eine Vielzahl weiterer Steuerungs-, Regelungs- und Diagnosefunktionen ausgeführt werden muss, stehen für die Stellgrößenberechnung der Hinterkatregelung deutlich weniger als diese 10 ms zur Verfügung. Die Prozessorlast des Versuchsfahrzeuges liegt beispielsweise im Normalbetrieb bei etwa 95%. Bezogen auf ein Zeitraster von 10 ms würde dies einer maximal zulässigen Rechendauer von 500  $\mu$ s für die Hinterkatregelung entsprechen. Da neben der Bildung der Stellgröße über den SDRE-Ansatz zusätzlich das Extended Kalman Filter zur Ermittlung der Sauerstoffbeladung berechnet werden muss und einige Steuergerätefunktionen lediglich in bestimmten Fahrsituationen aktiviert werden, wurde die maximal zulässige Zeitdauer für die Stellgrößenberechnung auf 100  $\mu$ s festgelegt.

Um zu prüfen, ob eine Stellgrößenberechnung mittels der SDRE-Methode unter diesen Randbedingungen möglich ist, wurden die zuvor erläuterten Ansätze zur Eigenwertberechnung in der Programmiersprache C umgesetzt. Die Eingänge der jeweiligen Funktion sind die Sauerstoffbeladungen in den drei Zellen des Katalysatormodells sowie der Luftmassenstrom. Der Ausgang der Funktionen ist die Stellgröße der Hinterkatregelung. Für die Eigenwertberechnung mittels QR-Zerlegung wurden zwei Varianten erstellt. Für die erste Variante wurde der Programmcode aus [PTVF92] unverändert übernommen. Bei der zweiten Variante handelt es sich um eine optimierte Version der Eigenwertberechnung mittels QR-Zerlegung, die an das konkrete System angepasst ist. Diese nutzt beispielsweise zur Verringerung der Rechenzeit aus, dass die Hamilton-Matrix schwach besetzt ist und nahezu in Hessenberg-Form vorliegt. Die Nullstellenberechnung nach Laguerre basiert ebenfalls auf einem Beispielcode aus [PTVF92]. Für das Polishing der Nullstellen wird bei dieser Variante die Methode nach Laguerre verwendet. Für die Nullstellenberechnung nach Cardano wurde ein eigener Programmcode entwickelt.

Damit die Ergebnisse bezüglich benötigter Rechenzeit aussagekräftig sind, wurde eine dem Motorsteuergerät ähnliche Zielplattform gewählt. Hierbei handelt es sich um ein Entwicklungssteuergerät von **Infineon** mit dem Namen **Powertrain Starter Kit** (siehe [BL05]). Dieses Steuergerät verwendet ebenfalls den Mikrocontroller **Infineon Tricore TC 1796**, der in vielen modernen Motorsteuergeräten genutzt wird. Mittels dieses Entwicklungssteuergerätes ist es möglich die Laufzeit der einzelnen Funktionen zu ermitteln, ohne dass Interrupts anderer Steuergerätefunktionen die Laufzeitmessung verfälschen.

Variante	Rechenzeit [ $\mu$ s]
QR-Zerlegung	231.333
optimierte QR-Zerlegung	164.053
Nullstellenberechnung nach Laguerre	95.467
Nullstellenberechnung nach Cardano	10.640

**Tabelle 4.1:** Rechenzeit für unterschiedliche Implementierungen des Zustandsreglers

Tabelle 4.1 zeigt die mit dieser Versuchsanordnung ermittelte Rechenzeit für die einzelnen Varianten der Eigenwertberechnung. Angegeben ist die Gesamtrechenzeit der Funktion vom Einlesen des Zustandes bis zur Ausgabe der Stellgröße. Dabei handelt es sich um mittlere Zeiten für im

üblichen Betriebsbereich zufällig verteilte Werte der Sauerstoffbeladung.

Der Tabelle kann entnommen werden, dass die Eigenwertberechnung mittels QR-Zerlegung den größten Rechenaufwand erfordert. Mit einem Wert von 230  $\mu\text{s}$  wird die vorgegebene Rechenzeitgrenze deutlich überschritten. Durch Anpassung der QR-Zerlegung an die konkrete Problemstellung kann die Laufzeit um nahezu 30 Prozent gesenkt werden. Trotz dessen liegt sie in diesem Fall weiterhin deutlich über der Grenze von 100  $\mu\text{s}$ .

Bei Verwendung der Nullstellenberechnung nach Laguerre kann die vorgegebene Rechenzeitgrenze mit einem Wert von 95  $\mu\text{s}$  knapp unterschritten werden. Durch eine Optimierung des Programmcodes erscheint eine weitere Verringerung der Laufzeit möglich. Die Konvergenzgeschwindigkeit des verwendeten Algorithmus wird maßgeblich vom Startwert für die Nullstelle bestimmt. Beim eingesetzten Programmcodes wird ein fester Startwert verwendet. Da die Zustandsregelung mit einer Samplezeit von 10 ms berechnet wird, ist zwischen den Sampleschritten im Allgemeinen keine starke Änderung des Systemzustandes zu erwarten. Von einer Verwendung der im vorhergehenden Sampleschritt berechneten Nullstellen als Startwert für die Berechnung ist daher eine Verringerung der Rechenzeit zu erwarten.

Erwartungsgemäß weist die Nullstellenberechnung nach Cardano die geringste Laufzeit auf, da die Nullstellen direkt anhand von analytischen Gleichungen ermittelt werden und nicht mittels eines iterativen Verfahrens. Die gemessene Laufzeit liegt bei rund 11  $\mu\text{s}$  und unterschreitet somit deutlich die Rechenzeitgrenze von 100  $\mu\text{s}$ . Bei dieser Variante scheint ebenfalls durch Code-Optimierung eine weitere Senkung der Rechenzeit möglich zu sein. Es könnte beispielsweise ausgenutzt werden, dass der Mikrocontroller für eine Multiplikation eine geringe Rechenzeit benötigt als für eine Division.

Neben der benötigten Laufzeit ist die Genauigkeit der Eigenwertberechnung ein weiteres Kriterium zur Bewertung der vier vorgestellten Varianten. In [PTVF92] wird beispielsweise davon abgeraten die Nullstellen des charakteristischen Polynoms zur Eigenwertbestimmung zu berechnen, da dies ungenauer als die Berechnung mittels QR-Zerlegung sei. Im vorliegenden Anwendungsfall ist die Genauigkeit der berechneten Stellgröße von höherer Bedeutung als die Genauigkeit der Eigenwerte. Zur Bewertung der Güte der Stellgrößenberechnung wurde mit den vier Varianten die Stellgröße für eine Vielzahl von Punkten im Zustandsraum (insgesamt über 4 Millionen Werte) berechnet. Diese Stellgrößen wurden anschließend mit einer Referenz verglichen. Zur Erzeugung der Referenz wurde für die einzelnen Punkte im Zustandsraum mittels der **Matlab**®-Funktion **CARE** zunächst die Lösung  $P$  der Riccati-Gleichung berechnet und anschließend die Stellgröße  $u_{care} = -R^{-1}B^T P x$  ermittelt.

Die Ergebnisse dieses Vergleiches mit der Referenzstellgröße sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Dort ist neben dem Mittelwert des absoluten Fehlers  $e_{abs} = |u - u_{care}|$  zusätzlich der Maximalwert dieses Fehlers für die einzelnen Varianten der Stellgrößenberechnung dargestellt.

Variante	$\max(e_{abs})$	$\bar{e}_{abs}$
QR-Zerlegung	1.660e-3	21.919e-6
optimierte QR-Zerlegung	1.028e-3	21.467e-6
Nullstellenberechnung nach Laguerre	0.698e-3	20.520e-6
Nullstellenberechnung nach Cardano	1.153e-3	24.447e-6

**Tabelle 4.2:** Abweichungen der berechneten Stellgröße für unterschiedliche Implementierungen des Zustandsreglers

Für alle betrachteten Punkte im Zustandsraum konvergieren die mit den einzelnen Varianten berechneten Eigenwerte zu den tatsächlichen Werten, d.h. auch im Falle von komplexen Nullstel-

len des charakteristischen Polynoms. Die maximale Abweichung der berechneten Stellgröße vom Referenzwert liegt bei allen Varianten im Bereich von  $\max(e_{abs}) = 0.001$ . Dieser Wert ist für den Anwendungsfall Hinterkatregelung unproblematisch. Zum einen liegt er im Bereich der Auflösung der vor dem Katalysator verwendeten Breitbandlambdasonden, sodass der Lambdaregler die von der Hinterkatregelung geforderte Änderung des Lambdasollwertes nicht viel genauer einstellen kann. Zum anderen tritt dieser große Fehler der Stellgröße lediglich in Bereichen mit großer Entfernung der Zustandsgrößen von den Sollwerten auf. Diese sind im normalen Fahrbetrieb aufgrund des Stelleingriffes des Zustandsreglers selten. Der mittlere Fehler der Stellgrößenberechnung ist bei allen Varianten vernachlässigbar klein.

Es ist folglich eine Berechnung der Stellgröße mit der SDRE-Methode auf gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten in Echtzeit bei ausreichender Genauigkeit möglich, sofern die Nullstellenberechnung nach Cardano verwendet wird. Dieser Ansatz wird daher zur Bestimmung der Eigenwerte und Berechnung der Stellgröße des SDRE-Ansatzes bei den nachfolgend vorgestellten Untersuchungen zu Regelgüte und Robustheit eingesetzt.

Es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, dass dieser Berechnungsansatz lediglich für ein Katalysatormodell mit drei Zellen anwendbar ist. Wird zur Steigerung der Modellgenauigkeit eine höhere Zellenanzahl verwendet, so ist eine der beiden anderen Methoden (QR-Zerlegung oder Nullstellenberechnung nach Laguerre) zu verwenden, die für eine beliebige Anzahl von Modellzellen geeignet sind. Während bei dem Ansatz nach Cardano die Nullstellen anhand analytischer Gleichungen ermittelt werden können und sich daher die maximale Rechendauer relativ einfach bestimmen lässt, ist diese Abschätzung für die beiden anderen Verfahren der Eigenwertberechnung deutlich aufwendiger, da die Anzahl der benötigten Iterationen unter anderem von Startwert und Systemzustand abhängt. Um zu überprüfen, ob die Stellgrößenberechnung mit diesen Ansätzen innerhalb einer zulässigen Rechendauer möglich ist, müssten daher genaugenommen alle Punkte im Zustandsraum getestet werden. Alternativ bietet sich ein Abbruch der Stellgrößenberechnung bei Überschreitung der vorgegebenen Rechendauer an. In diesem Fall müssen Maßnahmen zur Ausgabe einer gültigen Stellgröße trotz Abbruch der Berechnung getroffen werden. Da sich der Systemzustand innerhalb der Samplezeit von 10 ms im Allgemeinen kaum ändert, bietet sich beispielsweise die Ausgabe der gültigen Stellgröße aus dem vorhergehenden Rechenschritt sowie die Verwendung der Zwischenergebnisse (beispielsweise die Werte der ersten und zweiten Nullstelle beim Verfahren nach Laguerre) zur Beschleunigung der Stellgrößenberechnung im folgenden Rechenschritt an.



## 5 Simulative Untersuchungen

Nachfolgend werden die vier entwickelten Regelungsansätze hinsichtlich ihrer Eignung für eine modellbasierte Hinterkatregelung bewertet. Grundlage hierfür sind die in Abschnitt 1.2 definierten Anforderungen. Die Bewertung der Regelgüte erfolgt auf Basis von Simulationsrechnungen. Dies ermöglicht im Vergleich zu praktischen Messungen eine höhere Aussagekraft des Vergleiches, da in jeder Simulation die exakt gleichen Umgebungs- und vor allem Störeinflüsse vorgegeben werden können. Bevor die Ergebnisse des Benchmarks präsentiert werden, erfolgt zunächst die Vorstellung des für die Simulationsrechnungen verwendeten Prozessmodells.

### 5.1 Prozessmodell für simulative Untersuchungen

Das Prozessmodell ist die Basis für die Simulationsrechnungen zur Ermittlung der Regelgüte sowie zur Untersuchung der Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten. Entsprechend Abbildung 5.1 ist es in mehrere Submodelle gegliedert, die einzelne Teilprozesse wie den Dreiwege-Katalysator, die Gemischbildung und Verbrennung, die Messung des Luftverhältnisses oder Gasdurchmischung und Gastransport im Abgasstrang beschreiben. Aufgrund der im Vergleich zu den Lambdasonden oder dem Lambda-regler hohen Dynamik der Einspritz- bzw. Ansaugvorgänge wird für die Modellierung die zyklische Arbeitsweise des Verbrennungsmotors vernachlässigt. Anstatt die jeweils aktuell im jeweiligen Zylinder vorhandene Luft- bzw. Kraftstoffmasse  $m_L$  bzw.  $m_K$  zu betrachten, wird ein mittlerer angesaugter Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  bzw. eingespritzter Kraftstoffmassenstrom  $\dot{m}_K$  verwendet. Neben den physikalischen Prozessen werden wichtige unterlagerte Regelkreise wie die Lambda-regelung ebenfalls zum Gesamtprozess gerechnet und im Prozessmodell nachgebildet, um ihre Dynamik bei den Untersuchungen zu berücksichtigen. Als Eingangsgrößen des Prozessmodells werden während des Neuen Europäischen Fahrzyklus (NEFZ) aufgezeichnete Prozessgrößenverläufe verwendet, die ebenfalls die Basis für die Ermittlung realitätsnaher Verläufe für Gemischfehler und Sondenoffset bilden.

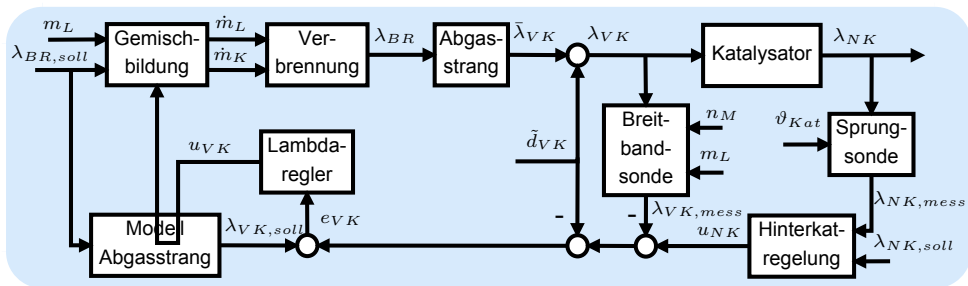


Abbildung 5.1: Blocksaltbild des Prozessmodells

Nachfolgend wird diese Ermittlung der Störgrößenverläufe genauer erläutert und es werden die im Prozessmodell verwendeten Teilmodelle vorgestellt. Auf eine Beschreibung des Dreiwege-Katalysatormodells wird dabei verzichtet, da dies bereits in Kapitel 3 erfolgte.

## Gemischbildung

Die Gemischbildung beschreibt die Bereitstellung von Luft und Kraftstoff für die Verbrennung über den Luft- bzw. Kraftstoffpfad. Die Ausgangsgrößen dieses Teilmodells sind folglich der Luftmassenstrom bzw. Kraftstoffmassenstrom. Im Prozessmodell wird die im Motorsteuergerät anhand des Signals des Luftmassenmessers unter Berücksichtigung des Einflusses von Drosselklappe und Turbolader prädizierte Luftmasse im Zylinder  $m_L$  als Eingangsgröße verwendet. Dadurch kann auf die aufwendige Modellierung des Abgasturboladers und der nichtlinearen Saugrohrdynamik (siehe beispielsweise [And05, ENB<sup>+</sup>02]) verzichtet werden. Mit Hilfe der Motordrehzahl  $n_M$  und eines Umrechnungsfaktors  $C_L$ , der unter anderem das Hubvolumen beinhaltet, lässt sich anhand der Zylinderfüllung der mittlere Luftmassenstrom  $\dot{m}_L = m_L n_M C_L$  in den Brennraum ermitteln.

Zur Berechnung des Kraftstoffmassenstroms in den Brennraum existieren Modelle [Tom06, TDBJ07, Bla06], bei denen einzelne Fahrzeugkomponenten (z.B. Elektrokraftstoffpumpe, Hochdruckpumpe, Kraftstoffverteilerrohr), die der Kraftstoff auf seinem Weg vom Kraftstoffbehälter in den Brennraum passiert, detailliert modelliert werden. Für das Prozessmodell ist ein einfacher Ansatz ausreichend. Die bei gegebener Luftmasse  $m_L$  für ein vorgegebenes Luftverhältnis im Brennraum  $\lambda_{BR,soll}$  erforderliche Kraftstoffmasse lässt sich durch Umstellung der Definitionsgleichung des Luftverhältnisses ermitteln. Diese Kraftstoffmasse wird mittels der Lambdaeregelung korrigiert und ergibt einen Sollwert für die Kraftstoffmasse im Brennraum

$$m_{K,soll} = \frac{m_L}{L_{st} \lambda_{BR,soll}} u_{VST} u_{VK}. \quad (5.1)$$

In einer unterlagerten Steuerung wird schließlich die zur Einbringung dieser Kraftstoffmasse erforderliche Öffnungszeit der Einspritzventile berechnet.

Der Gesamtstelleingriff des Lambdaeregelkreises setzt sich aus dem Stelleingriff der Vorsteuerung  $u_{VST}$  und des Lambdaereglers  $u_{VK}$  zusammen. In der Vorsteuerung werden bereits präzisierbare Gemischstörungen wie etwa ein zusätzlicher Kraftstoffeintrag durch die Tankentlüftung kompensiert. Nicht präzisierbare Gemischfehler, beispielsweise aufgrund von stochastischen Schwankungen der Einspritzmengen, werden durch den Lambdae regler ausgeglichen. Unter den Annahmen, dass die Vorsteuerung präzisierbare Gemischfehler exakt kompensiert und durch die unterlagerte Steuerung die gewünschte Kraftstoffmasse in den Brennraum exakt eingebracht wird, folgt für den mittleren Kraftstoffmassenstrom

$$\dot{m}_K = \frac{\dot{m}_L}{L_{st} \lambda_{BR,soll}} u_{VK}. \quad (5.2)$$

Mögliche Fehler bei der Berechnung der Luft- und Kraftstoffmassenströme und die daraus resultierenden Gemischabweichungen werden auf Lambdaebene berücksichtigt. Auf diese Thematik wird im Abschnitt Gemischfehler näher eingegangen.

## Verbrennung

In [GO10] wird ein Modell zur Berechnung des Luftverhältnisses an den Auslassventilen des Brennraums anhand von Luftmassenstrom, Motordrehzahl und Restgasmenge (verbranntes Gemisch aus vorhergehenden Arbeitszyklen) vorgestellt. Die Restgasmenge wird auf Basis des Zylinderdrucks und der Abgastemperatur unter Kenntnis des Zylindervolumens und der spezifischen Gaskonstante des Abgases geschätzt. Da das Versuchsfahrzeug, anhand dem das Modell parametrisiert wurde (siehe Abschnitt 6.1), über keine externe Abgasrückführung verfügt und die interne Abgasrückführung bereits bei der prädizierten Zylinderfüllung  $m_L$  berücksichtigt wird, kann im Prozessmodell

auf eine gesonderte Berücksichtigung der Restgasmenge bei der Berechnung des Luftverhältnisses verzichtet werden. Für das Luftverhältnis an den Auslassventilen folgt

$$\lambda_{BR} = \frac{\dot{m}_L}{L_{st} \dot{m}_K}. \quad (5.3)$$

### Abgasstrang zwischen Auslassventil und Katalysator

Das bei der Verbrennung entstehende Abgas verlässt die einzelnen Zylinder durch die Auslassventile und wird über den Abgaskrümmen in einen gemeinsamen Abgasstrang geleitet. Dort erfolgt eine Durchmischung des Abgases der einzelnen Zylinder sowie ein Transport des Abgases zur Lambdasonde und weiter zum Katalysator.

Die durch Gasdurchmischung und Gastransport hervorgerufene Dynamik des Luftverhältnisses vor dem Katalysator lässt sich hinreichend genau durch eine Reihenschaltung von Verzögerungsglied und Totzeitelement beschreiben. Die Übertragungsfunktion dieses T1-Tt-Elements lautet

$$G_{Abg}(s) = \frac{1}{\tau_{Abg} s + 1} e^{-T_{t,Abg} s}. \quad (5.4)$$

Mittels der Totzeit  $T_{t,Abg}$  wird die Laufzeit des Abgases vom Motor zum Katalysator berücksichtigt. Da das Volumen des Abgasstrangs als konstant angesehen werden kann, nimmt diese bei größeren Luftmassenströmen aufgrund der damit verbundenen höheren Strömungsgeschwindigkeit des Abgases ab. Die Totzeit und auch die Zeitkonstante  $\tau_{Abg}$  zur Berücksichtigung der Gasdurchmischung sind folglich betriebspunktabhängig. Zur Beschreibung dieser Abhängigkeit dienen im Allgemeinen betriebspunktabhängige Kennfelder, deren Parametrierung anhand von Sprungversuchen erfolgen kann [MPJS08, SF10]. Da für die Identifikation dieser Kennfelder der Prozess vom Stelleingriff des Lambda-reglers bis zum Ausgangssignal der Lambdasonde vor dem Katalysator betrachtet wird, ist die ermittelte Zeitkonstante um die Dynamik der Lambdasonde zu korrigieren. Weiterhin ist zu beachten, dass durch die Art der Identifikation in der Totzeit  $T_{t,Abg}$  ebenfalls der Zeitversatz aufgrund der zyklischen Arbeitsweise des Verbrennungsmotors (Zeitdauer zwischen Einspritzung und Ausschub des Abgases) enthalten ist, der bei den zuvor beschriebenen Modellen aufgrund des Mittelwertmodellansatzes vernachlässigt wurde.

### Lambdasonden

Zur Modellierung der vor und hinter dem Katalysator montierten Lambdasonden existiert eine Reihe von Modellen [WLD<sup>+</sup>96, BYL97, Fle77]. In [AOG02b, Auc05] wird beispielsweise ein Modell einer Sprungsonde präsentiert, bei dem neben der Diffusion des Abgases durch die keramische Schutzschicht und den Reaktionen der Abgasbestandteile an den Platinelektroden zusätzlich das Verhalten des Elektrolyten modelliert wird. In [Auc05] wird aus diesem komplexen physikalisch-chemischen Modell ein vereinfachtes Modell entwickelt, das in Echtzeit im Motorsteuergerät berechnet werden kann. Dieses Modell ist die Basis für den in [Jak06] präsentierten Ansatz zur Modellierung einer Breitbandlambdasonde. In das bestehende Prozessmodell können diese Ansätze nicht integriert werden, da sie die Konzentrationen einzelner Abgasbestandteile als Eingangsgröße benötigen und als Ausgang des Teilmodells Verbrennung lediglich ein Luftverhältnis zur Verfügung steht. Zur Beschreibung der Lambdasonde wurde ein Ansatz entwickelt, der sich aus zwei Teilmodellen zusammensetzt. Das erste dieser Modelle dient der Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Lambdasonde. Das zweite Teilmodell beschreibt das statische Verhalten und den Einfluss von Messfehlern.

Das maßgeblich von Diffusionsvorgängen (Abgas durch Schutzrohr, Abgasbestandteile innerhalb des Sensorelements) und chemischen Vorgängen bestimmte dynamische Verhalten der Lambdasonde wird häufig durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung beschrieben [PFC98, FCG02, LGD11], für dessen Übertragungsfunktion

$$G_\lambda(s) = \frac{1}{\tau_{sens} s + 1} \quad (5.5)$$

gilt. Die Größe der Zeitkonstanten wird von Faktoren wie Art des verwendeten Schutzrohres, Motorbetriebspunkt (Abgastemperatur und Abgasmassenstrom), Art des Gemischwechsels (von fett nach mager oder umgekehrt) sowie Höhe des Gemischwechsels bestimmt. Die im Versuchsfahrzeug verwendeten Lambdasonden weisen eine Zeitkonstante  $\tau_{sens}$  im Bereich von 50 ms auf.

Sowohl das dynamische Verhalten der Sprungsonde, als auch jenes der Breitbandlambdasonde kann mit diesem Verzögerungsglied beschrieben werden. Da sich Messfehler an den beiden Typen der Lambdasonde in unterschiedlicher Weise äußern (siehe Abschnitt 2.4), sind abweichende Teilmodelle zur Beschreibung des statischen Verhaltens erforderlich.

An der Breitbandlambdasonde vor dem Katalysator äußert sich ein Messfehler typischerweise als betriebspunktabhängiger Offset. Dieser Messfehler  $d_O$  kann auf einfache Weise mittels eines Kennfeldes in Abhängigkeit von Motordrehzahl und Zylinderfüllung berücksichtigt werden. Die Schwierigkeit liegt in der Parametrierung dieses Kennfeldes. Da kein verlässlicher Referenzwert für das tatsächliche Luftverhältnis zur Verfügung stand, beispielsweise aus der Abgaszusammensetzung anhand der Brettschneider-Gleichung berechnet [Bre79], wurde hierzu ein indirektes Verfahren gewählt. Bei diesem wird ausgenutzt, dass die Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator stationär übereinstimmen müssen und es wird angenommen, dass mit der Sprungsonde hinter dem Katalysator ein stöchiometrisches Luftverhältnis exakt erkannt werden kann, d.h. diese Sonde keinen Offsetfehler aufweist. In einem konstanten Motorbetriebspunkt wird nun mittels eines Integral-Reglers, dessen Stellgröße additiv auf den Sollwert des Luftverhältnisses vor dem Katalysator wirkt, ein stöchiometrisches Luftverhältnis hinter dem Katalysator eingestellt. Ist dieses Luftverhältnis hinter dem Katalysator stationär eingeregelt, so liegt vor dem Katalysator ebenfalls ein stöchiometrisches Luftverhältnis vor und der Ausgang des Integralreglers entspricht betragsmäßig dem Sondenoffset  $d_O$ . Durch Wiederholung des beschriebenen Vorgehens bei unterschiedlichen Motordrehzahlen und Luftmassen im Zylinder kann das gesamte Kennfeld parametrierbar werden.

Zur Beschreibung des statischen Verhaltens der Sprungsonde inklusive des temperatur- und abgaszusammensetzungsabhängigen Messfehlers wurde in Abschnitt 4.1 ein Ansatz auf Basis eines Kennfeldes vorgeschlagen. Dieser Ansatz wird zur Berücksichtigung eines Messrauschens der Lambdasonde erweitert. Ursache für dieses Messrauschen sind Quantisierungsfehler des Analog-Digital-Wandlers mittels dem die Ausgangsspannung der Sprungsonde vom Motorsteuergerät eingelesen wird. Aufgrund der endlichen Anzahl der Quantisierungsstufen ( $h_Q = 4.88\text{mV}$ ) entsteht bei der Wandlung ein Quantisierungsfehler, der im Intervall  $\left[-\frac{h_Q}{2}, \frac{h_Q}{2}\right]$  gleichverteilt ist. Der Quantisierungsfehler  $d_Q$  kann daher mittels eines Rauschprozesses mit dem Erwartungswert  $E(x) = 0$  und der Varianz  $\frac{h_Q^2}{12}$  modelliert werden. Das Kennfeld zur Beschreibung des betriebspunktabhängigen Messfehlers wird nun so abgewandelt, dass anstatt des bezogenen Luftverhältnisses die Sondenspannung den Kennfeldausgang darstellt. Die Summe aus Quantisierungsfehler  $d_Q$  und Kennfeldausgang wird über die Sondenkennlinie in ein Luftverhältnis umgerechnet, das den Ausgang des Teilmodells Sprungsonde darstellt. Die Nichtlinearität der Sondenkennlinie führt dazu, dass mit zunehmender Entfernung vom stöchiometrischen Luftverhältnis das Rauschen des Luftverhältnisses zunimmt, wie es in realen Fahrzeugmessungen zu beobachten ist.

### Gemischfehler

Störungen im Luft- oder Kraftstoffpfad (siehe Abschnitt 1.1) haben Gemischfehler zur Folge, die aufgrund der endlichen Ausregelgeschwindigkeit des Lambda-reglers als Abweichungen des Luftverhältnisses vor dem Katalysator vom Sollwert sichtbar werden. Diese Schwankungen des Luftverhältnisses führen zu einem Anstieg oder einer Abnahme der Sauerstoffbeladung und stellen folglich eine Anregung des Hinterkat-Regelkreises dar. Sie sollten daher für die Simulationsrechnungen möglichst realitätsnah nachgebildet werden.

Die durch die Gemischfehler verursachten Schwankungen des Luftverhältnisses können als additive Störung  $\tilde{d}_{VK}$  des Luftverhältnisses vor dem Katalysator  $\lambda_{VK}$  aufgefasst werden. Realitätsnahe Verläufe dieser Störung lassen sich anhand von Messungen am Versuchsfahrzeug gewinnen, bei denen das Luftverhältnis vor dem Katalysator und weitere Messgrößen wie Motordrehzahl, präzisierte Zylinderfüllung und Eingriff der Lambda-regelung aufgezeichnet werden. Anhand dieser Größen kann mittels der Teilmodelle für Gemischbildung, Verbrennung und Abgasstrang ein Luftverhältnis  $\lambda_{VK}$  ohne Eingriff der Störung berechnet werden. Anhand des gemessenen Luftverhältnisses vor dem Katalysator kann durch Invertierung des Modells für das dynamische Verhalten der Breitbandlambdasonde der tatsächliche Wert  $\lambda_{VK}$  rekonstruiert werden. Die Differenz dieser beiden Lambdawerte entspricht schließlich der gesuchten Störung  $\tilde{d}_{VK}$ . Durch diese Art der Berechnung sind zusätzlich Ungenauigkeiten der Teilmodelle in der berechneten Störung  $\tilde{d}_{VK}$  enthalten.

### Lambda-regelung

Zur Berücksichtigung der Dynamik des serienmäßig eingesetzten PID-Reglers wurde dieser im Prozessmodell nachgebildet. Es wird jedoch eine vom Motorsteuergerät abweichende Berechnung der Regelabweichung

$$e_{VK} = \lambda_{VK,soll} + u_{NK} - \lambda_{VK,mess} - \tilde{d}_{VK} \quad (5.6)$$

verwendet. Der Sollwert des Luftverhältnisses an der Sondenposition  $\lambda_{VK,soll}$  wird mittels eines Modells des Abgasstrangs (T1-Tt-Glied) aus dem Sollwert für das Luftverhältnis im Brennraum  $\lambda_{BR,soll}$  ermittelt. Letzteres stellt eine Eingangsgröße des Prozessmodells dar. Zum Sollwert des Luftverhältnisses vor dem Katalysator wird der Stelleingriff der Hinterkatregelung  $u_{NK}$  addiert. Von diesem modifizierten Sollwert wird schließlich der mittels Lambdasonde gemessene Istwert des Luftverhältnisses vor dem Katalysator abgezogen. Im Gegensatz zum Motorsteuergerät werden von dieser Regelabweichung zusätzlich die anhand des NEFZ ermittelten Abweichungen des Luftverhältnisses vom Sollwert  $\tilde{d}_{VK}$  subtrahiert. Dies ist darin begründet, dass der Stelleingriff des Lambda-reglers bereits in der Störung  $\tilde{d}_{VK}$  enthalten ist, es handelt sich schließlich bei dieser Größe um die Schwankungen des Luftverhältnisses vor dem Katalysator trotz Eingriff des Lambda-reglers. Ohne die Subtraktion dieses Terms würde in der Simulationsrechnung ein weiterer korrigierender Eingriff des Lambda-reglers zum Ausgleich der Störung erfolgen und das vom Modell prädiizierte Luftverhältnis vor dem Katalysator nicht mit dem Messwert aus dem NEFZ übereinstimmen.

## 5.2 Regelgüte der Hinterkatregelungsansätze

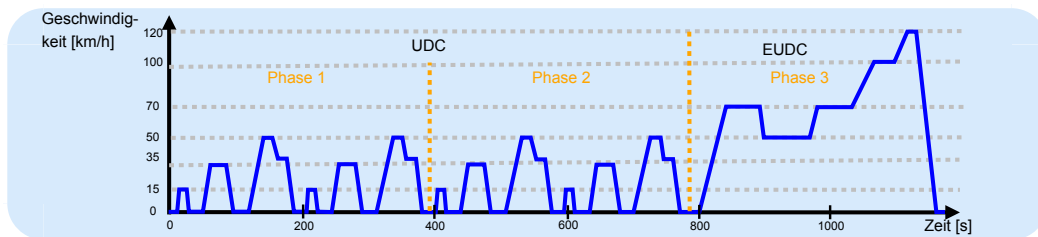
Ein wesentliches Kriterium zur Bewertung der entwickelten Konzepte für die Hinterkatregelung ist die Regelgüte in Form der linearen Betragsregelgröße. Mit Hilfe des Simulationsmodells ist es im Gegensatz zu realen Messungen möglich, die Regelgüte der einzelnen Ansätze unter reproduzierbaren Bedingungen, d.h. bei exakt gleichen Störungen (Gemischfehler, Messfehler der

Lambdasonden), Umgebungsgrößen (z.B. Temperatur) und Fahrbedingungen (z.B. Drehzahl, Zylinderfüllung) zu ermitteln. Dies erhöht die Aussagekraft des Vergleiches der Regelflächen.

Für die simulative Ermittlung der Regelgüte wird das zuvor beschriebene Prozessmodell mit den Modellen der einzelnen Hinterkatregelungsansätze gemäß Abbildung 5.1 gekoppelt. Die Umsetzung erfolgt dabei in der Simulationsumgebung **Simulink**®.

### Fahrprofil

Für die Simulationen werden Eingangsgrößen wie Drehzahl, Zylinderfüllung oder Katalysatortemperatur benötigt. Diese Prozessgrößen lassen sich während realer Fahrten mit dem Versuchsfahrzeug aufzeichnen und können anschließend für die Simulationen genutzt werden. Anhand der während der Fahrt aufgezeichneten Messgrößen lassen sich ebenfalls die Verläufe von Störgrößen ermitteln (siehe Abschnitt 5.1). Die zur Bewertung der Regelgüte in den Simulationen verwendeten Eingangs- und Störgrößenverläufe basieren auf dem Neuen Europäischen Fahrzyklus (NEFZ). Der NEFZ wurde als Grundlage gewählt, da er große praktische Bedeutung besitzt. Er ist ein vom Gesetzgeber vorgegebener Prüfzyklus, der ein Geschwindigkeitsprofil sowie bei Handschaltern die Punkte für einen Gangwechsel festlegt. Zusätzlich sind Umgebungsbedingungen wie Temperaturen für diese Prüfung festgelegt. Während des Fahrzyklus werden Schadstoffausstoß und Verbrauch aufgezeichnet. Der NEFZ ist daher die Grundlage für die Überprüfung der in Europa gültigen Emissionsgrenzwerte sowie die Basis für die offiziellen Verbrauchsangaben des Fahrzeuges.



**Abbildung 5.2:** Geschwindigkeitsprofil des NEFZ

In Abbildung 5.2 ist das Geschwindigkeitsprofil des aus zwei Zyklen zusammengesetzten NEFZ dargestellt. Der innerstädtische Zyklus (UDC, Urban Driving Cycle) besteht aus vier gleichen Blöcken von jeweils 195 Sekunden Dauer, die Geschwindigkeiten bis 50 km/h enthalten und ohne Pause durchfahren werden. Dabei wird eine Wegstrecke von rund 4 km zurückgelegt. Dieser simulierten Fahrt im Innenstadtverkehr schließt sich der außerstädtische Zyklus (EUDC, Extra Urban Driving Cycle) an, bei dem Geschwindigkeiten bis 120 km/h erreicht werden. Während dieser 400 Sekunden andauernden Überlandfahrt wird eine Wegstrecke von rund 7 km zurückgelegt, sodass sich für den gesamten Zyklus eine Zeitdauer von 1180 s und eine Wegstrecke von 11 km ergeben.

### Gütekriterium

Mit dem Simulationsmodell bestehend aus Prozessmodell und den Modellen der jeweiligen Hinterkatregelung sowie den anhand des Neuen Europäischen Fahrzyklus ermittelten Eingangs- und Störgrößen lassen sich Simulationen zur Ermittlung der Regelgüte durchführen. Unter praktischen Gesichtspunkten wären die während des NEFZ ausgestoßenen Schadstoffmassen als Gütekriterium zur Bewertung der Regelungsansätze prädestiniert, da diese vom Gesetzgeber limitiert sind. Diese Schadstoffmassen stehen im Prozessmodell jedoch nicht als Größe zur Verfügung. Deshalb werden

die Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom stöchiometrischen Sollwert als Kriterium für die Regelgüte herangezogen. Luftverhältnis hinter dem Katalysator und Schadstoffausstoß stehen jedoch in engem Zusammenhang, wie beispielsweise die Messergebnisse in [KN05] zeigen. Bei einem mageren Luftverhältnis hinter dem Katalysator tritt eine hohe Stickoxidemission auf und ein fettes Luftverhältnis führt zu einem erhöhten Ausstoß von Kohlenmonoxid und Kohlenwasserstoffen. Die Konzentration der Schadstoffe nimmt dabei mit zunehmender Entfernung des Luftverhältnisses vom stöchiometrischen Punkt zu.

Zur Bewertung der Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator wird die lineare Betragsregelgröße

$$A_{ges} = \int_{T_{start}}^{T_{end}} |\lambda_{NK} - \lambda_{NK,soll}| dt \quad (5.7)$$

herangezogen. Dieses Integral wird lediglich in den Bereichen des NEFZ berechnet, in denen die Hinterkatregelung aktiv ist. Dies bedeutet, dass beispielsweise Schubabschaltphasen oder Zeitbereiche der Messung vor Erreichen der Betriebstemperatur der Sonde hinter dem Katalysator nicht in die Bewertung eingehen. Damit die Ergebnisse vergleichbar sind, werden die gleichen Einschaltbedingungen für alle Hinterkatregelungsstrategien verwendet.

### Vergleich der Regelgüte

In Tabelle 5.1 sind die mittels Gleichung 5.7 berechneten Regelflächen für die vier entwickelten Regelungskonzepte dargestellt. Zusätzlich ist zum Vergleich die mit dem häufig eingesetzten nichtlinearen PI-Regler erzielte Regelgüte eingetragen. Zur Erleichterung des Vergleiches der neuen Regelungskonzepte mit dieser serienmäßig eingesetzten Lösung ist in der dritten Spalte der Tabelle die prozentuale Änderung der Regelfläche gegenüber dem PI-Regler angegeben.

Regelungsansatz	$A_{ges}$	Vergleich mit PI-Regler [%]
Nichtlinearer PI-Regler	0.4028	-
Nichtlinearer IMC-Regler	0.3798	-5.710
Ereignisbasierte Regelung	0.2582	-35.899
Beobachtergestützter Zustandsregler	0.1896	-52.930
Nichtlinearer Zustandsregler	0.1629	-59.558

**Tabelle 5.1:** Vergleich der Regelflächen mit Nominalmodell

Ein Vergleich der Regelflächen zeigt, dass alle in dieser Arbeit entwickelten Regelungskonzepte eine bessere Regelgüte als der gegenwärtig in Serie am häufigsten eingesetzte Regelungsansatz (nichtlinearer PI-Regler) aufweisen, d.h., die Abweichungen des Luftverhältnisses vom stöchiometrischen Sollwert  $\lambda_{NK,soll} = 1$  sind geringer. Es ist daher anzunehmen, dass der Schadstoffausstoß durch den Einsatz der entwickelten Regelungskonzepte ebenfalls gesenkt werden kann.

Die geringste Abnahme der Regelfläche gegenüber dem PI-Regler weist mit rund 6% der nichtlineare IMC-Regler auf. Dies ist einerseits auf die problematische Invertierung des Prozessmodells und andererseits auf die Nutzung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator als Regelgröße zurückzuführen. Beide Schwächen sind im totzonenähnlichen Verhalten des Katalysators begründet. Wie in Abschnitt 4.4 beschrieben, ist nach einer Gemischabweichung aufgrund dieses Verhaltens lediglich ein gegenüber einer Regelung auf Sauerstoffbeladung stark verzögerter Eingriff der Hin-

terkatregelung möglich. Ein Stelleingriff kann erst erfolgen, nachdem die Sauerstoffbeladung die Totzone verlassen hat und ein nichtstöchiometrisches Luftverhältnis hinter dem Katalysator vorliegt, welches mit erhöhtem Schadstoffausstoß verbunden ist.

Bei Verwendung der Sauerstoffbeladung als Regelgröße ist daher eine deutliche Verringerung der Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zu erwarten. Dies bestätigen die in Tabelle 5.1 angegebenen Regelflächen. Diese sind bei den drei Regelungsansätzen unter Verwendung der Sauerstoffbeladung als Regelgröße deutlich geringer als beim nichtlinearen PI- oder IMC-Regler. Selbst bei Verwendung des relativ einfachen Einzonenmodells zur Ermittlung der Sauerstoffbeladung im Falle der ereignisbasierten Regelung kann die Regelfläche gegenüber dem PI-Regler um nahezu 36% verringert werden und es ist eine Senkung der Regelfläche um 32% im Vergleich zum nichtlinearen IMC-Regler möglich.

Eine weitere Steigerung der Regelgüte ergibt sich durch den Einsatz eines genaueren Modells des Dreiwege-Katalysators. Der beobachtergestützte Zustandsregler mit dem nichtlinearen Dreizonenmodell erreicht gegenüber dem nichtlinearen PI-Regler eine Verringerung der Regelfläche um nahezu 53%. Diese Verbesserung ist maßgeblich auf den Einsatz eines genaueren Modells des Katalysators zur Ermittlung der Sauerstoffbeladung zurückzuführen. Dies verdeutlicht Tabelle 5.2, in der Regelflächen für eine beobachtergestützte Zustandsregelung unter Verwendung eines Katalysatormodells mit einer und drei Zonen dargestellt sind. Beide Zustandsregler wurden nach dem in Abschnitt 6.2 vorgestellten Verfahren entworfen, d.h., sie wurden so ausgelegt, dass eine Stellbegrenzung von  $\pm 0.02$  eingehalten wird, insbesondere bei den nach Schubabschaltung auftretenden großen Abweichungen der Sauerstoffbeladung von der Ruhelage. Durch Verwendung des Mehrzonenmodells kann die Regelfläche gegenüber einem Einzonenmodell um ca. 20% verringert werden. Tabelle 5.2 belegt somit, dass der Einsatz eines den Prozess genauer abbildenden Mehrzonenmodells zur Steigerung der Regelgüte führt.

Regelungsansatz	$A_{ges}$
Zustandsregler mit Einzonenmodell	0.2126
Zustandsregler mit Dreizonenmodell	0.1896

**Tabelle 5.2:** Einfluss der Modellgenauigkeit auf die Regelfläche

Neben einem Wechsel der Regelgröße von Luftverhältnis hinter dem Katalysator auf Sauerstoffbeladung und der Verwendung eines genaueren Katalysatormodells führt eine stärkere Berücksichtigung des nichtlinearen Prozesscharakters bei der Regelung zu einer weiteren Steigerung der Regelgüte. Der nichtlineare Zustandsregler auf Basis des SDRE-Ansatzes verwendet das gleiche Katalysatormodell wie der lineare Zustandsregler. Im Gegensatz zu diesem Ansatz werden keine konstanten Regler- und Beobacherverstärkungen verwendet, sondern diese Größen in jedem Sampleschritt auf Basis des Systemzustandes und der Charakteristik der Katalysatorkennlinien  $N_j(\Phi_j)$  neu berechnet. Auf diese Weise wird die ausgeprägte Nichtlinearität des Prozesses besser berücksichtigt. Dies führt zu einer weiteren Verringerung der Regelfläche gegenüber dem linearen Zustandsregler um 14%. Dadurch weist der nichtlineare Zustandsregler eine um rund 60% geringere lineare Betragsregelfläche als der verbreitete nichtlineare PI-Regler auf.

### 5.3 Robustheitsuntersuchungen

Durch die direkte Nutzung des Katalysatormodells innerhalb der Regelung wird mit den entwickelten Regelungsansätzen einerseits eine höhere Regelgüte als mit modelllosen Verfahren wie dem PI-Regler erreicht. Andererseits wird hierdurch die erzielte Regelgüte stark von der Güte des



verwendeten Katalysatormodells bestimmt.

Das verwendete Modell stellt lediglich eine Approximation der zugrunde liegenden hochkomplexen Prozesse im Katalysator dar und wird in der Praxis anhand einiger weniger Fahrzeuge einer Serie parametrisiert werden. Es sind daher zusätzlich Modellunsicherheiten aufgrund von Bauteilstreuungen zu erwarten. Ebenso wird eine Abnahme der Sauerstoffspeicherfähigkeit des Katalysators aufgrund von Alterungseffekten eine Änderung des Katalysatorverhaltens bewirken und daher einen Mismatch von Prozess und Modell zur Folge haben.

Es muss daher überprüft werden, ob bestimmte Eigenschaften des Regelkreises auch dann noch erfüllt werden, wenn Modellunsicherheiten innerhalb vorgegebener Grenzen auftreten. Eine solche Eigenschaft, die unbedingt gewährleistet werden muss, ist die Stabilität des Regelkreises. Neben der Stabilität kann eine Robustheitsforderung bezüglich weiterer Eigenschaften des Regelkreises wie der Regelgüte gestellt werden. In diesem Fall wird von robuster Performance gesprochen. Konkret soll gemäß Anforderung A1 die im Sinne der linearen Betragsregelfläche definierte Regelgüte der vier entwickelten Hinterkatregelungsansätze besser als beim weitverbreiteten nichtlinearen PI-Regler sein (d.h. kleinerer Wert der Regelfläche). Selbst im Falle von Modellunsicherheiten an den Grenzen des tolerierten Bereiches.

Nachfolgend werden die entwickelten Regelungskonzepte qualitativ hinsichtlich dieser Robustheitsforderungen (robuste Stabilität und robuste Performance) bewertet. Dazu sind zunächst Art und Größe der Modellunsicherheiten festzulegen.

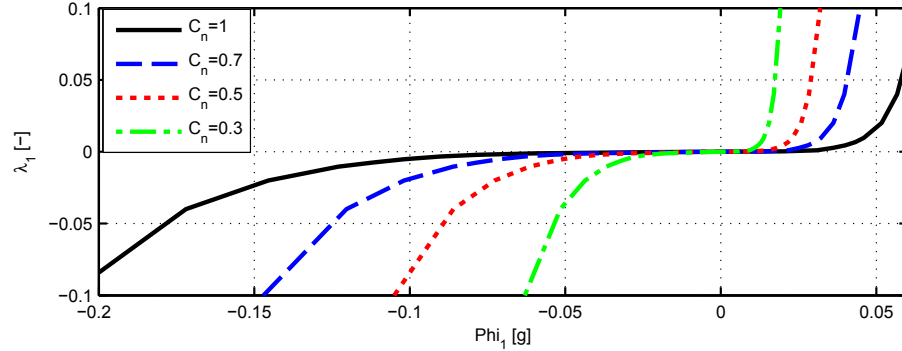
### Modellunsicherheiten

Eine wesentliche Quelle für Unterschiede zwischen Modell und Prozess sind Alterungseffekte. Mit zunehmendem Alter des Katalysators bzw. mit steigender Fahrleistung des Kraftfahrzeuges ist eine Abnahme der Konvertierungsfähigkeit des Katalysators aufgrund von thermischen und chemischen Vorgängen zu beobachten. Hierzu zählen unter anderem eine Vergiftung der Katalysatoroberfläche durch Kraftstoff- und Schmierölbestandteile (Schwefel, Blei, sowie in Additiven enthaltenes Phosphor, Calcium und Zink) sowie eine Sinterung von Edelmetallpartikeln [Feß10, ZFMGO<sup>+</sup>05, Las03]. Neben der Konvertierungsfähigkeit wird die Sauerstoffspeicherfähigkeit des Katalysators von Alterungseffekten negativ beeinflusst [KS97]. Die Sauerstoffspeicherfähigkeit nimmt insbesondere aufgrund von thermischen Vorgängen ab, die zu einer Sinterung und/oder Kristallisation des Ceroxids [BSD97b] und einer Abnahme der Kontaktfläche zwischen Ceroxid und Edelmetallen [Hol97, SB95] führen. Der Einfluss von Schmieröladditiven ist eher gering [BSD97b].

Eine solche Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität des Katalysators kann durch eine Veränderung der Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  im Katalysatormodell berücksichtigt werden. Diese Kennlinien beschreiben das bezogene Luftverhältnis am Ende der Zelle in Abhängigkeit der Sauerstoffbeladung der Modellzelle. Wird nun die Abszisse dieser Kennlinie mit einem Faktor  $0 < C_n < 1$  multipliziert und auf diese Weise gestaucht, ist dies gleichbedeutend mit einer Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität.

Zur Verdeutlichung dieses Sachverhalts sei ein Einzonenmodell betrachtet, das zunächst über eine längere Zeit mit einem stöchiometrischen Gemisch betrieben wurde, sodass sich eine Sauerstoffbeladung  $\Phi_1 = 0$  eingestellt hat. Bei einem Wechsel auf ein mageres Gemisch wird Sauerstoff aufgenommen, bis ein neuer Gleichgewichtszustand der Sauerstoffbeladung erreicht ist und  $\Delta\lambda_{NK} = \Delta\lambda_{VK}$  gilt. Im Falle einer gestauchten Kennlinie wird das gleiche bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator  $\Delta\lambda_{NK}$  im Vergleich zur Originalkennlinie  $N_1(\Phi_1)$  bei einer geringeren Sauerstoffbeladung  $\Phi_1$  erreicht. Dies illustriert Abbildung 5.3, in der neben der Originalkennlinie  $N_1(\Phi_1)$  exemplarisch mit dem Faktor  $C_n = 0.3$ ,  $C_n = 0.5$  und  $C_n = 0.7$  gestauchte Katalysa-

torkennlinien dargestellt sind. Bei einem Modell mit modifizierter Kennlinie wird daher während des gleichen Gemischwechsels eine geringere Sauerstoffmasse aufgenommen. Die Sauerstoffspeicherkapazität ist daher wie bei gealterten Katalysatoren geringer. Ein Stauchungsfaktor  $C_n = 0.3$  entspricht dabei einer Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität um 70 %, ein Faktor  $C_n = 0.7$  einer Verringerung um 30 Prozent gegenüber dem ursprünglichen Wert.



**Abbildung 5.3:** Kennlinie  $N_1(\Phi_1)$  in Abhängigkeit von  $C_n$

Über die Größe der Faktoren  $C_n$  kann somit eine unterschiedlich starke Alterung des Katalysators berücksichtigt werden. Für die Robustheitsuntersuchungen muss nun festgelegt werden, welcher Alterungsgrad des Katalysators betrachtet werden soll. Vom Gesetzgeber ist im Rahmen der On-Board Diagnose eine Überwachung der abgasrelevanten Fahrzeugkomponenten vorgeschrieben. Zur Diagnose des Katalysators wird in bestimmten Fahrsituationen das Luftverhältnis vor dem Katalysator sprunghaft von fett nach mager geändert und die während des Gemischwechsels aufgenommene Sauerstoffmasse anhand der gemessenen Luftverhältnisse und des Luftmassenstroms ermittelt. Unterschreitet die ermittelte Sauerstoffmasse einen vorgegebenen Schwellwert, erfolgt ein Eintrag in den Fehlerspeicher des Motorsteuergeräts und es wird gegebenenfalls die Motorkontrollleuchte zur Signalisierung eines Reparaturbedarfes aktiviert. Das Versuchsfahrzeug, anhand dem das Prozessmodell parametrisiert wurde, verfügt über einen Katalysator, dessen Sauerstoffspeicherkapazität den beschriebenen Schwellwert um den Faktor zwei überschreitet, d.h., sie ist doppelt so groß wie die Sauerstoffspeicherkapazität des Grenzkatalysators. Für eine Worst-Case-Betrachtung eignet sich daher ein Stauchungsfaktor  $C_n = 0.5$ .

Es ist jedoch weiterhin zu beachten, dass die Deaktivierung des Katalysators ortsabhängig ist, wie die in [Las03, KDKE98, VDSBA<sup>+</sup>01, Zha05] präsentierten Messergebnisse zeigen. Insbesondere die Vergiftung der Katalysatoroberfläche ist im vorderen Teil des Katalysators am größten [Las03, AS95, BSD97a]. Weiterhin ist die Temperatur im vorderen Teil des Katalysators am höchsten, sodass dort die Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität aufgrund von thermischen Vorgängen maximal ist [BSD97b].

Zur Berücksichtigung einer solchen unterschiedlich starken Ausprägung der Alterungseffekte entlang der Längsachse des Katalysators werden beim Mehrzonenmodell abweichende Faktoren  $C_{n1}$  bis  $C_{n3}$  für die drei Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  im Prozessmodell verwendet. Für die erste Zelle des Katalysatormodells wurde ein Faktor  $C_{n1} = 0.3$  (70-prozentige Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität) gewählt. Entsprechend der zitierten Messergebnisse ist die Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität in den weiteren Zellen geringer. Daher wurden Faktoren  $C_{n2} = 0.5$  und  $C_{n3} = 0.7$  gewählt, sodass die gesamte Abnahme der Sauerstoffspeicherkapazität fünfzig Prozent und damit dem Grenzkatalysator entspricht.

### Regelgüte mit Grenzkatalysator

Nachfolgend wird überprüft, ob die entwickelten Regelungskonzepte die gestellten Anforderungen hinsichtlich robuster Stabilität und robuster Performance für den Worst-Case-Fall eines Grenzkatalysators erfüllen. Für diese Robustheitsuntersuchungen wurde das Prozessmodell auf die zuvor beschriebene Weise modifiziert. Das innerhalb der Hinterkatregelung verwendete Katalysatormodell sowie die Reglerparameter blieben hingegen unverändert.

Aufgrund der geringeren Sauerstoffspeicherfähigkeit ist beim Grenzkatalysator der Ausgleich von Gemischschwankungen vor dem Katalysator im Vergleich zum nominellen Katalysator stark eingeschränkt. Aufgrund der schwächeren Dämpfung der Gemischschwankungen sind daher vermehrt Durchbrüche des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zu erwarten, d.h. größere Abweichungen des Luftverhältnisses vom stöchiometrischen Sollwert. Im Vergleich zu den in Abschnitt 5.2 durchgeführten Simulationsrechnungen mit Nominalmodell ist daher bei den Simulationsrechnungen mit Grenzkatalysator von einer größeren Regelfläche auszugehen.

In Tabelle 5.3 sind die linearen Betragsregelflächen der vier in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Regelungsansätze sowie des weitverbreiteten nichtlinearen PI-Reglers für den Fall des Grenzkatalysators dargestellt. Wie erwartet sind diese Regelflächen größer als die in Tabelle 5.1 angegebenen Werte für das Nominalmodell. Dies ist sowohl auf die geringere Sauerstoffspeicherfähigkeit des Grenzkatalysators mit der daraus resultierenden Erhöhung der Durchbruchanzahl als auch auf die nicht mehr zur tatsächlichen Prozessdynamik passenden Reglerparametrierung zurückzuführen.

Regelungsansatz	$A_{ges}$	Vergleich mit PI-Regler [%]
Nichtlinearer PI-Regler	0.8622	-
Nichtlinearer IMC-Regler	1.3207	+53.178
Ereignisbasierte Regelung	0.8666	+0.510
Beobachtergestützter Zustandsregler	0.7891	-8.478
Nichtlinearer Zustandsregler	0.8595	-0.313

**Tabelle 5.3:** Vergleich der Regelflächen mit Grenzkatalysator

In keiner der durchgeführten Simulationsrechnungen wurde eine Instabilität des geschlossenen Regelkreises beobachtet. Alle vier entwickelten Regelungskonzepte erfüllen somit für den Worst-Case-Fall des Grenzkatalysators die Forderung nach robuster Stabilität.

Die Bedingung der robusten Performance, d.h. die Forderung nach einer höheren Regelgüte als der verbreitete nichtlineare PI-Regler trotz Modellunsicherheiten, wird hingegen nicht von allen Regelungskonzepten erfüllt. Insbesondere der nichtlineare IMC-Regler weist eine deutlich größere Regelfläche als der PI-Regler auf. Dies ist in der Grundidee des Regelungsansatzes begründet. Durch die Nutzung eines inversen Modells der Regelstrecke innerhalb des IMC-Reglers soll möglichst ideales Führungs- und Störverhalten erreicht werden. Im hier betrachteten Fall des Grenzkatalysators stimmen das Modell der Regelstrecke und der tatsächliche Prozess nicht überein, d.h., die tatsächliche Regelstrecke wird nicht über die Inverse innerhalb des IMC-Reglers kompensiert. Dadurch verschlechtert sich die Regelgüte deutlich und es ist eine um 53% größere Regelfläche als beim nichtlinearen PI-Regler zu beobachten.

In Abschnitt 4.3 wurde erläutert, dass über die Filterzeitkonstante ein Trade-Off von Performance und Robustheit vorgenommen werden kann. Durch Verdoppelung des Wertes der Filterzeitkonstanten kann im Falle des Grenzkatalysators die Vergrößerung der Regelfläche gegenüber dem PI-Regler auf unter 50% gesenkt werden. Wie erwartet nimmt somit bei Vergrößerung der Zeit-

konstanten die Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten zu. Gleichzeitig verringert sich durch diese Maßnahme die Reglerdynamik. Dies führt zu einer Verschlechterung der Regelgüte im Nominalfall. Anstatt einer Verringerung der Regelfläche von nahezu sechs Prozent gegenüber dem nichtlinearen PI-Regler wird lediglich eine Senkung der Fläche um zwei Prozent erreicht.

Der ereignisbasierte Regelungsansatz für einen Prozess mit Totzone erfüllt die Forderung nach robuster Performance näherungsweise. Die berechnete Regelfläche nimmt in etwa den gleichen Wert wie beim nichtlinearen PI-Regler an. Beim ereignisbasierten Regelungsansatz wird zur Korrektur der Sauerstoffbeladung und zur Ermittlung des Sondenoffsets vorausgesetzt, dass die Sauerstoffbeladungen, bei denen das Luftverhältnis hinter dem Katalysator bestimmte Schwellwerte überschreitet, exakt bekannt sind. Im Falle des Grenzkatalysators ist diese Bedingung nicht erfüllt. Dadurch liegt die Regelfläche im Gegensatz zum Nominalfall nicht mehr um rund 36% niedriger als beim nichtlinearen PI-Regler, sondern in der gleichen Größenordnung.

Die beiden beobachtergestützten Zustandsregler weisen trotz Modellunsicherheiten eine geringere Regelfläche als der nichtlineare PI-Regler auf. Durch die Beobachterrückführung werden die Modellzustände in die Nähe der tatsächlichen Sauerstoffbeladung gebracht, sodass sinnvolle Stellengriffe der Zustandsregelung möglich sind und daher die Regelfläche gering bleibt. Die Verringerung der linearen Betragsregelfläche gegenüber der nichtlinearen PI-Regelung fällt aufgrund der Modellunsicherheiten jedoch deutlich schwächer als im Falle des Nominalmodells aus. Der lineare Zustandsregler weist eine Verringerung der Regelfläche von nahezu 9% gegenüber dem PI-Regler auf, während die Regelfläche des nichtlinearen Zustandsreglers in etwa den Wert des nichtlinearen PI-Reglers annimmt.

Die höhere Empfindlichkeit des nichtlinearen Zustandsreglers gegenüber Modellunsicherheiten ist auf die stärkere Nutzung von Modellinformationen im Vergleich zum linearen Zustandsregler zurückzuführen. Während dort konstante Reglerparameter verwendet werden, erfolgt bei der nichtlinearen Variante eine Neuberechnung der Regler- und Beobachterparameter in jedem Sampleschritt anhand des aktuellen Modellzustands und des Verlaufes der Katalysatorkennlinien. Im Falle des Grenzkatalysators stimmen diese im Modell verwendeten Kennlinien hingegen nicht mit jenem im Prozessmodell überein. Zusätzlich entstehen aufgrund der Modellfehler Unsicherheiten in den beobachteten Zuständen. Die ermittelten Regler- und Beobachterparameter passen daher nicht zum tatsächlichen Prozess.

Während im Nominalfall der nichtlineare Zustandsregler mit etwa 60% die größte Verringerung der Regelfläche gegenüber dem PI-Regler aufweist, wird daher im Falle des Grenzkatalysators beim linearen Zustandsregler der höchste Wert der Regelgüte beobachtet.

### Fehlbedatung Korrekturkennfeld

Einige der entwickelten Regelungskonzepte besitzen eine Funktionalität zur Korrektur des hinter dem Katalysator gemessenen Luftverhältnisses. Dabei handelt es sich um ein Kennfeld mittels dem ein korrigierter Wert für das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator bestimmt werden kann. Dieser anhand von gemessenem Luftverhältnis und Temperatur berechnete Wert stimmt im Idealfall, d.h. bei perfekter Korrektur, mit dem tatsächlichen Wert des Luftverhältnisses überein. Das Kennfeld stellt somit eine Invertierung des statischen Anteils des in Abschnitt 5.1 erläuterten Modells der Sprungsonde dar.

Mittels des Kennfeldes kann eine Kompensation des auf Querempfindlichkeit zur Abgaszusammensetzung beruhenden Messfehlers der Sprungsonde hinter dem Katalysator erfolgen. Diese ist bei den beiden Regelungsansätzen mit Mehrzonenmodell für eine korrekte Arbeitsweise des Beobachters erforderlich. Weiterhin wird das Kennfeld beim Hinterkatregelungsansatz mit IMC-Regler zur Umgehung einer Inversion des Sondenmodells eingesetzt.

Bei den vorhergehenden Simulationsrechnungen wurde vorausgesetzt, dass das korrigierte Luftverhältnis hinter dem Katalysator exakt mit dem tatsächlichen Wert übereinstimmt (bei Vernachlässigung der Dynamik der Lambdasonde und des Messrauschens aufgrund des Quantisierungsfehlers). In der Praxis kann eine alterungsbedingte Deaktivierung des Katalysators zu einer Abnahme der Wasserstoffbildung über die Wassergas-Shift-Reaktion führen. Dies hat eine Verringerung des statischen Messfehlers bei fetten Luftverhältnissen zur Folge (siehe Abschnitt 2.4). Damit wird die Annahme einer perfekten Korrektur des Messfehlers über das Kennfeld nicht mehr erfüllt. Nachfolgend wird gezeigt, wie sich dies auf die Regelgüte auswirkt.

Zunächst wird der Fall einer komplett fehlenden Kompensation des Messfehlers betrachtet. Dazu wurden Simulationsrechnungen durchgeführt, bei denen anstatt des mittels Kennfeld korrigierten Luftverhältnisses direkt der mit Messfehlern behaftete Wert aus dem Sondenmodell als Eingangsgröße für die Hinterkatregelung verwendet wird. Damit der Einfluss einer fehlenden Kompensation des Messfehlers deutlich wird, wurde bei diesen Simulationen zunächst das nominale Katalysatormodell verwendet. Dies bedeutet, dass innerhalb der Regelung verwendete Katalysatormodell stimmt exakt mit dem Prozessmodell überein. In Tabelle 5.4 sind die unter den geschilderten Randbedingungen ermittelten Regelflächen dargestellt. Betrachtet werden lediglich die Regelungsansätze, bei denen eine Korrektur des Luftverhältnisses vorgesehen ist.

Regelungsansatz	$A_{ges}$	Vergleich mit PI-Regler [%]
Nichtlinearer IMC-Regler	0.4554	+13.059
Beobachtergestützter Zustandsregler	0.3057	-24.106
Nichtlinearer Zustandsregler	0.1936	-51.936

**Tabelle 5.4:** Vergleich der Regelflächen mit Nominalmodell, ohne Korrekturkennfeld

Bei einer fehlenden Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde hinter dem Katalysator ist beim nichtlinearen IMC-Regler eine Vergrößerung der Regelfläche gegenüber dem nichtlinearen PI-Regler von 13% zu beobachten. Bei perfekter Kompensation konnte hingegen eine Verringerung der Regelfläche um sechs Prozent ermittelt werden (siehe Tabelle 5.1). Diese Werte zeigen abermals die hohe Empfindlichkeit der nichtlinearen IMC-Regelung gegenüber Modellunsicherheiten.

Im Falle des linearen Zustandsreglers für das Mehrzonenmodell ist ebenfalls eine Verschlechterung der Regelgüte bei fehlender Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde zu beobachten. Die Regelfläche ist jedoch weiterhin geringer als beim nichtlinearen PI-Regler (um rund 24%). Im Gegensatz zum nichtlinearen IMC-Regler wird bei diesem Regelungsansatz somit die Forderung nach robuster Performance erfüllt.

Die Regelgüte des nichtlinearen Zustandsreglers wird durch den Wegfall der Messfehlerkompensation ebenfalls negativ beeinflusst, wenn auch im geringeren Maße als bei der linearen Variante. Die Regelfläche weist trotz fehlender Korrektur eine um rund 52% geringere Regelfläche als beim nichtlinearen PI-Regler auf. Dieser Regelungsansatz erfüllt somit ebenfalls die Forderung nach robuster Performance.

Die beschriebenen Beobachtungen bezüglich der Regelgüte bei fehlender Korrektur lassen sich durch die Charakteristik des Messfehlers erklären. Der Messfehler nimmt mit zunehmender Entfernung vom stöchiometrischen Punkt zu (siehe Abschnitt 2.4). Wird das Luftverhältnis hinter dem Katalysator durch eine Hinterkatregelung in der Nähe des stöchiometrischen Sollwertes gehalten, ist der Einfluss einer fehlenden Kompensation des Messfehlers daher gering. Je besser die Regelgüte der Hinterkatregelung ist, d.h. je kleiner die Regelfläche, desto geringer ist dieser Einfluss. Daher verändert sich im Falle des nichtlinearen Zustandsreglers die Regelgüte bei fehlender Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde kaum.

Bei den vorhergehenden Simulationen wurde eine Veränderung der Katalysatordynamik und des Messfehlers der Lambdasonde aufgrund von Alterungseffekten getrennt betrachtet. In der Praxis werden beide Phänomene hingegen gleichzeitig auftreten. Daher wird abschließend ein Grenzkatalysator betrachtet und die maximal zulässige Unsicherheit bei der Kompensation des Messfehlers ermittelt, die zu keiner Verletzung der Forderung nach robuster Performance führt.

In den Simulationen wird dazu anstatt einer Änderung des Messfehlers im Prozessmodell der für die Praxis relevantere Fall einer Fehlparametrierung des Kennfeldes zur Kompensation des Messfehlers betrachtet. Ausgangspunkt für die Modellierung einer solchen Fehlparametrierung ist die Überlegung, dass der stöchiometrische Punkt mit der Sprungsonde relativ genau ermittelt werden kann, die Messwerte mit zunehmender Entfernung von diesem Punkt aufgrund der abnehmenden Kennliniensteigung hingegen ungenauer werden. Es ist daher anzunehmen, dass das anhand der Messwerte ermittelte Korrekturkennfeld in diesen Bereichen ebenfalls die größten Unsicherheiten aufweist und nahe dem stöchiometrischen Punkt die Unsicherheit gering ist. Diese Charakteristik der Unsicherheit lässt sich auf einfache Weise mit einem multiplikativen Faktor abbilden. Dazu wird der Ausgang des Korrekturkennfeldes  $\Delta\lambda_{NK,korr}$  mit einem Faktor  $C_\lambda > 1$  multipliziert. Bei einem Faktor  $C_\lambda = 1.5$  würde somit anstatt des tatsächlichen bezogenen Luftverhältnisses  $\Delta\lambda_{NK} = 0.005$  mittels des Korrekturkennfeldes ein Wert  $\Delta\lambda_{NK,korr} = 0.0075$  errechnet werden und für  $\Delta\lambda_{NK} = 0.01$  ein korrigierter Wert  $\Delta\lambda_{NK,korr} = 0.015$  bestimmt werden, d.h. in beiden Fällen ein um 50% größerer Wert. Auf den stöchiometrischen Punkt  $\Delta\lambda_{NK} = 0$  hat der Faktor zur Berücksichtigung der Fehlbedeutung keinen Einfluss.

Anhand von Simulationen wurde der Wert des Faktors  $C_\lambda$  ermittelt, der zur Erfüllung der Forderung nach robuster Performance nicht überschritten werden darf. Im Falle des linearen Zustandsreglers wird diese Forderung selbst bei einem Faktor  $C_\lambda = 1.62$  (62% größere Werte) erfüllt. Für den nichtlinearen Zustandsregler wurde ein deutlich geringerer Wert ermittelt. Mit diesem Regelungsansatz wird bereits bei  $C_\lambda = 1.03$  die Forderung nach robuster Performance nicht mehr erfüllt. Die Regelfläche ist somit bei dieser Fehlbedeutung des Korrekturkennfeldes und gleichzeitig auftretenden Fehlern im Katalysatormodell (Grenzkatalysator) größer als der mit dem nichtlinearen PI-Regler erzielte Wert. Der deutlich geringere Wert des Faktors beim nichtlinearen Zustandsregler ist einerseits auf den verglichen mit dem linearen Zustandsregler geringeren Abstand zur Regelfläche des PI-Reglers im Falle des Grenzkatalysators zurückzuführen. Andererseits kann dies als eine höhere Robustheit des linearen Zustandsreglers gegenüber Modellunsicherheiten interpretiert werden.

## 5.4 Bewertung der Regelungsansätze

Nachdem in den vorhergehenden Abschnitten die Regelgüte der vier entwickelten Regelungskonzepte sowie ihre Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten untersucht wurde, erfolgt nachfolgend eine abschließende Bewertung dieser Konzepte anhand der in Abschnitt 1.2 definierten Anforderungen A1 bis A4. Diese Anforderungen umfassen die Gebiete Parametrierbarkeit, Rechenaufwand, Anwendbarkeit für strukturell identische Prozesse sowie die bereits betrachtete Regelgüte mit dem Unterpunkt Empfindlichkeit gegenüber Modellunsicherheiten (Schlagwort Robustheit).

Die Anforderung A4 Anwendbarkeit für strukturell identische Prozesse umschreibt die Forderung nach Möglichkeiten zur Anpassung der Regelung an unterschiedliche Motoren und Katalysatoren mit abweichender Dynamik sowie eine projektspezifische Abstimmung der Reglerdynamik auf die Abgasgrenzwerte und OBD-Vorschriften des Zielmarktes. Bei den vier entwickelten Regelungskonzepten lässt sich eine Anpassung an eine abweichende Streckendynamik leicht über die Parametrierung des Modells vornehmen. Über die Zellenanzahl lassen sich zusätzlich leicht unter-

schiedliche Abgassystemkonfigurationen wie getrennter Vor- und Hauptkatalysator oder zweigeteilter Hauptkatalysator mit Sonde zwischen den beiden Monolithen berücksichtigen. Die projektspezifische Anpassung der Reglerdynamik an unterschiedliche Fahrzyklen und Abgasgrenzwerte lässt sich über die Reglerparameter bzw. mittels der beim Reglerentwurf verwendeten Tuningparameter (z.B. Wichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$ ) vornehmen. Die Forderung nach Anwendbarkeit für strukturell identische Prozesse erfüllen somit alle entwickelten Regelungsansätze.

Voraussetzung für eine praktische Anwendbarkeit der Regelungskonzepte ist weiterhin ihre Echtzeitfähigkeit auf gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten mit geringer Rechenleistung und Speicherkapazität. In Abschnitt 4.6 wurde gezeigt, dass die Stellgrößenberechnung der nichtlinearen Zustandsregelung auf einem aktuellen Motorsteuergerät in deutlich unterhalb von 100  $\mu$ s erfolgen kann. Dieser Ansatz erfüllt somit die Forderung A3 nach Echtzeitfähigkeit, sofern die Methode von Cardano zur Eigenwertberechnung anwendbar ist. Bezüglich des Rechenaufwandes erhält der nichtlineare Zustandsregler daher eine befriedigende Bewertung, gekennzeichnet durch ein **O** in Tabelle 5.5. Die Berechnung der Stellgröße des nichtlinearen IMC-Reglers ist im Vergleich zum nichtlinearen Zustandsregler deutlich komplexer und damit rechenaufwendiger, insbesondere da hierzu die Berechnung der Funktion  $N(x)$  und ihrer (höheren) Ableitungen bezüglich des Zustandes  $x$  mittels Kennlinien-Interpolation oder über Polynome erforderlich ist. Dieser Ansatz erhält daher eine negative Bewertung in der Disziplin Rechenaufwand. Im Vergleich zur nichtlinearen Variante ist die Berechnung der Stellgröße der linearen Zustandsregelung deutlich einfacher, da hierzu lediglich der beobachtete Zustand mit der Reglerverstärkung multipliziert und negiert werden muss. Weiterhin erfordert die lineare Beobachterkorrektur einen deutlich geringeren Rechenaufwand als die Zustandsbeobachtung mittels Extended Kalman Filter. Der Rechenaufwand für diesen Ansatz wird daher mit gut (+) bewertet. Der ereignisbasierte Regelungsansatz besitzt in Bezug auf den Rechenaufwand den Vorteil eines einfachen Katalysatormodells (Einzonenmodell). Sofern sich die Sauerstoffbeladung innerhalb der Totzone befindet, ist somit der Rechenaufwand im Vergleich zur linearen Zustandsregelung mit Mehrzonenmodell geringer. Die bei Verlassen der Totzone durchgeführte Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde vor dem Katalysator ist hingegen aufwendiger als der beim linearen Zustandsregler verwendete Ansatz mit Integral-Regler. Die ereignisbasierte Regelung wird daher bezüglich Rechenaufwand ebenfalls mit gut bewertet.

Ein Schwachpunkt der gegenwärtig verbreiteten Hinterkatregelungen auf Basis eines nichtlinearen PI-Reglers stellt die aufwendige und heuristisch geprägte Parametrierung dar. Die Folge hiervon ist eine hohe Abhängigkeit der Regelgüte von der Erfahrung des Applikateurs. Bei der Entwicklung der in der vorliegenden Arbeit präsentierten Regelungsansätze wurde daher zur Erfüllung der Forderung A2 nach einfacher und systematischer Parametrierung auf eine geringe Parameteranzahl geachtet und es wurden Ansätze zur systematischen Ermittlung der Reglerparameter anhand von Prüfstandsmessungen entwickelt. Insbesondere der Regelungsansatz mit nichtlinearem IMC-Regler zeichnet sich durch eine einfache Parametrierung aus. Neben den Modellparametern, deren Ermittlung für jeden der vier entwickelten Regelungsansätze erforderlich ist, muss mit der Filterzeitkonstante  $\tau_f$  lediglich ein Entwurfsparameter vorgegeben werden, mittels dem eine Anpassung der Reglerdynamik möglich ist. Für den Applikationsaufwand erhält dieser Regelungsansatz daher eine sehr gute Bewertung (++). Die ereignisbasierte Regelung enthält mit dem Vergessensfaktor  $\gamma_v$ , der die Geschwindigkeit der Offsetschätzung beeinflusst, der Beobachterverstärkung  $L$ , sowie den Verstärkungen des Zustandsreglers für positive und negative Regelabweichungen bereits vier zu ermittelnde Parameter. Dies führt zu einer Bewertung des Applikationsaufwandes mit gut. Für den linearen und den nichtlinearen Zustandsregler müssen die Vektoren der Regler- und Beobachterverstärkung (jeweils drei Elemente) sowie die Verstärkung des Integral-Anteils (Kennlinie in Abhängigkeit des Luftmassenstroms) ermittelt werden. Durch geschickte Wahl der Wichtungsmatrizen beim LQR-Entwurf kann die Zahl der vorzugeben-

den Parameter gesenkt werden, sodass ihre Anzahl in der Größenordnung des ereignisbasierten Regelungsansatzes liegt. Diese Regelungskonzepte werden daher bezüglich Applikationsaufwand ebenfalls mit gut bewertet. Der nichtlineare IMC-Regler und die beiden Ansätze mit Zustandsregler verwenden zusätzlich ein Kennfeld zur Kompensation des Messfehlers der Lambdasonde hinter dem Katalysator. Da sich dieses anhand derselben Messungen ermitteln lässt, die für die Parametrierung des Katalysatormodells verwendet werden, wirkt sich dies nicht negativ auf die Bewertung des Applikationsaufwandes aus.

Die Regelgüte der entwickelten Regelungskonzepte wurde detailliert in Abschnitt 5.2 untersucht. Es wurde gezeigt, dass bei genauem Modell (Nominalfall) alle entwickelten Regelungsansätze eine höhere Regelgüte (d.h. eine kleinere lineare Betragsregelfläche) aufweisen als der weitverbreitete nichtlineare PI-Regler und somit die Anforderung A1 erfüllen. Der IMC-Regler weist hierbei die geringste Abnahme der Regelfläche gegenüber dem PI-Regler auf und wird daher mit befriedigend bewertet. Durch Nutzung der Sauerstoffbeladung als Regelgröße kann bei den anderen Regelungskonzepten die Regelfläche weitaus stärker gesenkt werden. Sie werden daher mit gut bewertet. Die beste Regelgüte weist der nichtlineare Zustandsregler auf Basis des SDRE-Ansatzes. Bezüglich Regelgüte wird dieser Ansatz daher mit sehr gut bewertet.

Die Forderung A1 nach einer besseren Regelgüte als der nichtlineare PI-Regler wird bei einigen Regelungsansätzen lediglich bei vernachlässigbarem Modellfehler erfüllt. Die Simulationsrechnungen in Abschnitt 5.3 zeigen, dass die Stabilität des Regelkreises im Falle des Grenzkatalysators gesichert ist, die Forderung nach robuster Performance hingegen nicht von allen Hinterkatregelungsansätzen erfüllt wird. Insbesondere der IMC-Regler weist im Falle von Modellunsicherheiten eine deutlich größere Regelfläche als der nichtlineare PI-Regler auf und erhält daher eine negative Bewertung (–). Bei der ereignisbasierten Regelung liegt die Regelfläche in der Größenordnung des PI-Reglers. Dieser Regelungsansatz wird daher bezüglich Robustheit mit befriedigend bewertet. Bei den beiden Ansätzen mit Mehrzonenmodell führen Modellunsicherheiten ebenfalls zu einer Erhöhung der Regelfläche. Diese überschreitet den Wert des nichtlinearen PI-Reglers jedoch nicht. Der lineare Zustandsregler weist eine geringere Empfindlichkeit gegenüber Modellunsicherheiten auf als die nichtlineare Variante. Dieser Ansatz wird daher bezüglich Robustheit mit sehr gut bewertet. Der Ansatz mit nichtlinearem Zustandsregler erhält die Bewertung gut.

Regelungsansatz	Parametrierung	Rechenaufwand	Regelgüte	Robustheit
Beobachtergestützter Zustandsregler	+	+	+	++
Nichtlinearer Zustandsregler	+	O	++	+
Ereignisbasierte Regelung	+	+	+	O
Nichtlinearer IMC-Regler	++	–	O	–

**Tabelle 5.5:** Bewertung der Regelungskonzepte

In Tabelle 5.5 sind die Bewertungen zusammengefasst. Es ist ersichtlich, dass von den entwickelten Regelungsansätzen der beobachtergestützte Zustandsregler für das Mehrzonenmodell den besten Kompromiss bezüglich Applikationsaufwand, Rechenaufwand, Regelgüte und Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten darstellt. Den zweiten Platz belegt der Ansatz mit dem nichtlinearen Zustandsregler auf Basis des SDRE-Ansatzes. Auf den Plätzen folgen die ereignisbasierte Regelung und der nichtlineare IMC-Regler.



## 6 Praktische Umsetzung der Regelung

Aufgrund der herausragenden Bewertung bezüglich Regelgüte, Robustheit, Applikationsaufwand und Rechenzeitbedarf wurde der Hinterkatregelungsansatz mit beobachtergestütztem Zustandsregler und Mehrzonenmodell auf dem Motorsteuergerät eines Versuchsfahrzeuges mit aufgeladenem Ottomotor implementiert. Auf diese Weise kann überprüft werden, ob sich die bei den Simulationsrechnungen festgestellte höhere Regelgüte gegenüber dem nichtlinearen PI-Regler in der Praxis bestätigen lässt und sich der Schadstoffausstoß durch Einsatz des neuen Regelungsansatzes tatsächlich verringert. Bevor die Ergebnisse dieser Untersuchungen präsentiert werden, wird zunächst das für die Parametrierung der Regelung entwickelte Vorgehen vorgestellt. Im Gegensatz zu gegenwärtig eingesetzten Lösungen ermöglicht dieses eine systematische Bestimmung der Reglerparameter sowie reproduzierbare Ergebnisse bei minimalem Einfluss der Erfahrung des Applikateurs. Ausgangspunkt für die Parametrierung der Hinterkatregelung sind Messungen mit einem Versuchsfahrzeug an Rollenprüfständen.

### 6.1 Mess- und Versuchstechnik

Grundlegende Untersuchungen zur Dynamik des Dreizeig-Katalysators und Identifikationsmessungen für das Katalysatormodell wurden mit einem gemeinsam von der Universität Rostock und der Hochschule Wismar genutzten Versuchsfahrzeug durchgeführt. Auf dem Motorsteuergerät dieses Fahrzeuges wurde weiterhin die entwickelte Hinterkatregelung auf Basis eines beobachtergestützten Zustandsreglers implementiert, sodass es ebenfalls die Grundlage für die Validierung der Hinterkatregelung darstellt.

#### Versuchsträger und Messstellen

Das Versuchsfahrzeug wird von einem aufgeladenen Ottomotor mit Benzin-Direkteinspritzung angetrieben. Wichtige Kenndaten dieses Motors sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Der Motor besitzt keine Sekundärlufteinblasung oder externe Abgasrückführung. Er verfügt jedoch über eine verstellbare Einlassnockenwelle, mittels der die interne Abgasrückführung beeinflusst werden kann. Zur Erfüllung der Abgasnorm Euro 4 besitzt das Fahrzeug einen Vorkatalysator, der zum schnellen Erreichen der Betriebstemperatur motornah montiert ist, sowie einen Hauptkatalysator, der im Unterbodenbereich angebracht ist. Beide in Reihe angeordneten Katalysatoren sind moderat gealtert (30 000 km im Fahrzeug). Die Sauerstoffspeicherfähigkeit entspricht in etwa dem doppelten Wert des Grenzkatalysators.

Die serienmäßig in diesem Fahrzeug eingesetzte Regelung des Luftverhältnisses entspricht dem in Abschnitt 1.1 erläuterten Ansatz. Sie besteht dementsprechend aus einem Lambda-regler mit Vorsteuerung und einer Hinterkatregelung, die in einer Kaskadenstruktur angeordnet sind. Der Lambda-regler basiert auf einem PID-Regler und als Hinterkatregelung wird ein nichtlinearer PI-Regler eingesetzt.

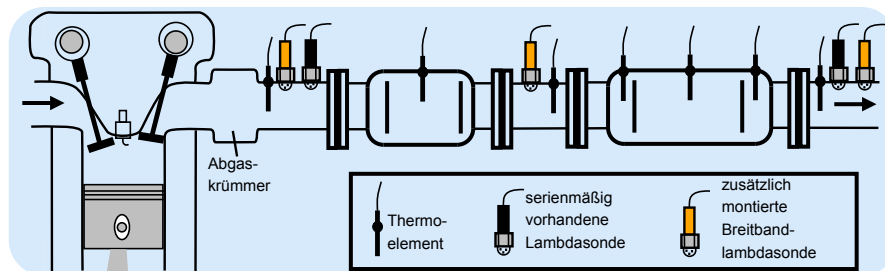
Bauart	4-Zylinder-Reihenmotor
Hubraum	1984 mm <sup>3</sup>
max. Leistung	147 kW bei 5700 min <sup>-1</sup>
max. Drehmoment	280 Nm bei 1800 - 5700 min <sup>-1</sup>
Motormanagement	Bosch Motronic MED 9.1
Abgasnorm	Euro 4

**Tabelle 6.1:** Technische Daten des Versuchsmotors nach [Vol04]

Zur Erfassung der für die Regelung des Luftverhältnisses benötigten Prozessgrößen verfügt das Fahrzeug über eine Breitbandlambdasonde vor dem Vorkatalysator und eine Sprungsonde hinter dem Hauptkatalysator. Weiterhin besitzt das Fahrzeug einen Sensor zur Erfassung der Temperatur im Krümmer. Um die Temperatur an weiteren Positionen im Abgassystem, beispielsweise hinter dem Katalysator, zu bestimmen, dient ein Abgastemperaturmodell. Die Berechnung der Luftmasse im Zylinder erfolgt im Motorsteuergerät auf Basis des Signals eines Luftmassenstrommessers über ein Modell des Luftpfades.

Für weitergehende Untersuchungen zur Dynamik des Dreizeige-Katalysators wurde das Fahrzeug gemäß Abbildung 6.1 mit zusätzlicher Messtechnik ausgestattet. Zur Erfassung des Luftverhältnisses wurden zusätzliche Breitbandlambdasonden vom Typ **Bosch LSU4.9** vor dem Vorkatalysator, zwischen Vor- und Hauptkatalysator sowie hinter dem Hauptkatalysator montiert. Diese Sonden benötigen eine spezielle Betriebselektronik für die Temperaturregelung sowie den Betrieb der Pump- und Messzelle zur Erzeugung des Sensorsignals. Bei der serienmäßig verbauten Breitbandlambdasonde wird diese Funktionalität vom Motorsteuergerät übernommen. Zum Betrieb der zusätzlich eingebauten Lambdasonden wird das **Lambda Meter LA4** der **ETAS GmbH** eingesetzt.

Neben der serienmäßigen Temperaturmessung im Krümmer wurden sechs Thermoelemente Typ K (Nickel-Chrom-Nickel) im Abgassystem verbaut. Diesen dienen gemäß Abbildung 6.1 der Erfassung der Temperatur vor dem Vorkatalysator, im Vorkatalysator, zwischen den Katalysatoren, am Anfang, in der Mitte und am Ende des Hauptkatalysators sowie hinter dem Hauptkatalysator. Die Ausgangsspannung der auf dem Seebeck-Effekt basierenden Thermoelemente liegt im Bereich von wenigen Millivolt. Die Verstärkung und Weiterverarbeitung erfolgt mittels eines **ThermoScans** der **ETAS GmbH**.



**Abbildung 6.1:** Anordnung der Sensoren im Abgassystem

Die vom Motorsteuergerät erfassten, berechneten und ausgegebenen Größen (z.B. Signale der serienmäßig verbauten Lambdasonden oder die Stellgröße des Lambdaregelkreises) werden mit einer Samplezeit von 10 ms (bei langsam veränderlichen Größen wie Temperaturen 100 ms) mittels des Programmpaketes **INCA** der **ETAS GmbH** auf einem externen Messrechner aufgezeichnet. Diese Software ermöglicht zusätzlich die Veränderung von Verstellgrößen wie Kennlinien und Kennfeldern

online am laufenden Steuergerät. Der Zugriff auf die Verstell- und Messgrößen von Steuerungs-, Regelungs- und Diagnosefunktionen erfolgt über die ETK-Schnittstelle des Entwicklungssteuergerätes. Die Kopplung zwischen ETK-Schnittstelle und Messrechner übernimmt das Schnittstellenmodul ES590 der ETAS GmbH. Dieses Modul verfügt zusätzlich über eine SMB-Schnittstelle (Serialer Mess-Bus) an die LA4-LambdaMeter und ThermoScans angeschlossen werden. Auf diese Weise können die mittels der zusätzlich verbauten Sensorik erfassten Prozessgrößen zeitlich synchron zu den Steuergerätegrößen aufgezeichnet werden.

## Prüfstand und Abgasmesstechnik

Zur Bestimmung von Modell- und Reglerparametern sind Messungen in konstanten Motorbetriebspunkten erforderlich und zur Reglervalidierung bietet sich das durch den Neuen Europäischen Fahrzyklus vorgegebene Geschwindigkeitsprofil an. Auf der Straße können solche Messungen aufgrund des Verkehrsflusses im Allgemeinen nicht realisiert werden. Diese Art von Messungen wird daher auf Rollen- oder Motorprüfständen durchgeführt. Bei Rollenmessungen wird das zu testende Fahrzeug mit den Antriebsrädern auf drehbare Rollen gestellt. Diese Rollen sind mit elektrischen Motoren oder Wirbelstrombremsen verbunden, um eine dem Vortrieb des Fahrzeuges entgegengerichtete Kraft zu erzeugen.

Die zur Parametrierung der entwickelten Regelung erforderlichen Messungen in konstanten Motorbetriebspunkten (Drehzahl und Last) erfolgten auf einem Allradfahrleistungsprüfstand vom Typ Bosch FLA 206 der Fachhochschule Stralsund. Dieser verfügt über eine rechnergestützte Wirbelstrombremse zur Belastung des Motors. Es kann ein konstantes Lastmoment vorgegeben werden oder die Rolle kann auf eine konstante Geschwindigkeit geregelt werden. Zur Einstellung eines gewünschten Betriebspunktes wurde der zweite Betriebsmodus verwendet. Dazu wird zunächst anhand der gewünschten Drehzahl und der Fahrstufe (Gang) mittels des Übersetzungsverhältnisses des Getriebes die sich ergebende Fahrzeuggeschwindigkeit ermittelt. Diese wird der Prüfstandssteuerung als Sollwert vorgegeben. Das gewünschte Motordrehmoment (und damit die Zylinderfüllung) kann anschließend über die Gaspedalstellung vorgegeben werden. Ein höheres Motordrehmoment wird dabei von der Prüfstandssteuerung zur Aufrechterhaltung der vorgegebenen Drehzahl durch ein höheres Lastmoment an der Rolle ausgeglichen.

Der Schadstoffausstoß des Fahrzeuges während des Neuen Europäischen Fahrzyklus wurde ebenfalls auf einem Rollenprüfstand ermittelt. Damit die gemessenen Schadstoffmassen annähernd mit dem Schadstoffausstoß übereinstimmen, den das Fahrzeug in der Praxis, bei Fahrt nach diesem Geschwindigkeitsprofil auf der Straße, aufweisen würde, müssen die auf das Kraftfahrzeug wirkenden Kräfte (Trägheitskräfte, Roll- und Luftwiderstand) möglichst genau nachgebildet werden. Zur Erzeugung der entsprechenden geschwindigkeitsabhängigen Last müssen die elektrischen Maschinen der Rolle von der Prüfstandssteuerung in geeigneter Art und Weise angesteuert werden. Beim Rollenprüfstand der Fachhochschule Stralsund können Drehzahl und Last nicht hochdynamisch vorgegeben werden. Weiterhin ist kein Schleppen des Motors (Antrieb des Motors durch die Rolle) möglich. Dadurch kann ein Ausrollen des Fahrzeuges nicht nachgebildet werden. Deshalb erfolgten die Messungen zur Validierung der Regelung auf einem Einachs-Prüfstand MAHA AIP ECDM 48L der IAV. Dieser ist in einer Klimakammer untergebracht, sodass die vom Gesetzgeber für den Abgastest vorgegebenen Umweltbedingungen wie Luftfeuchte, Temperatur und Luftdruck exakt eingehalten werden können.

Während der Messung wird Abgas nach der CVS-Methode (Constant Volume Sampling), einem Verdünnungsverfahren für die Abgassammlung, in Beuteln aufgefangen. Die Ermittlung der Schadstoffkonzentration in den Beuteln und die Berechnung der während des Zyklus emittierten Schadstoffmassen erfolgt mit dem Abgasanalyse-System Mexa 7200 der Firma Horiba. Die

Kohlenmonoxid- und die Kohlendioxidkonzentration wird auf Basis nichtdispersiver Infrarotspektroskopie ermittelt. Dabei wird die Konzentration des gesuchten Gases elektrooptisch anhand des Ausmaßes der Absorption einer für die gesuchte Abgaskomponente spezifischen Wellenlänge im infraroten Spektrum bestimmt. Die Ermittlung des Kohlenwasserstoffanteils des Abgases erfolgt mittels eines Flammenionisationsdetektors, der für eine weitere Unterteilung der Kohlenwasserstoffe mit einem Gaschromatographen gekoppelt werden kann. Das kohlenwasserstoffhaltige Abgas wird dabei einer Wasserstoffflamme zugeführt und thermisch ionisiert. Die entstehenden Ionen und Elektronen führen zu einer Leitfähigkeit innerhalb der Flamme. Anhand des zwischen Düse und Sammelelektrode bei angelegter Gleichspannung gemessenen Stromes kann schließlich auf die Konzentration der Kohlenwasserstoffe geschlossen werden. Der Analysator für die Stickoxide arbeitet auf Basis der Chemilumineszenz. Bei der Reaktion von Stickstoffmonoxid mit Ozon liegt ein Teil des gebildeten  $\text{NO}_2$  in einem elektrisch angeregten Zustand vor, den es durch Abgabe von Licht im roten bis infraroten Spektralbereich verlässt. Mittels eines Photomultiplier wird die Lichtintensität gemessen. Diese ist proportional zur Stickstoffmonoxidkonzentration. Gegebenenfalls wird zur Bestimmung der gesamten Stickoxidkonzentration das Stickstoffdioxid zunächst mittels thermischer oder katalytischer Konverter zu Stickstoffmonoxid reduziert.

## 6.2 Parametrierung der Hinterkatregelung

Zur Erzielung einer hohen Regelgüte ist eine Anpassung der entwickelten Hinterkatregelung an das jeweilige Fahrzeugkonzept erforderlich. Hierzu sind die in den einzelnen Modellzellen verwendeten Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$ , die Beobachterverstärkung  $L$  sowie das Kennfeld zur Korrektur des gemessenen Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zu bestimmen. Ferner müssen der Verstärkungsvektor  $K$  des Zustandsreglers sowie die Verstärkung  $K_I$  des Integral-Reglers zur Kompensation von Messfehlern der Lambdasonde vor dem Katalysator ermittelt werden.

Die Parametrierung des weitverbreiteten nichtlinearen PI-Hinterkatreglers ist gegenwärtig stark heuristisch geprägt und erfordert ein hohes Expertenwissen. Die erzielten Abgasergebnisse werden daher maßgeblich von der Erfahrung des Applikateurs bestimmt. Um die Arbeit des Applikateurs zu erleichtern, wurde zur Bestimmung der Parameter der neuen Hinterkatregelung ein systematisches Parametrierungsverfahren entwickelt, das reproduzierbare Ergebnisse liefert. Grundlage dieses nachfolgend vorgestellten Ansatzes sind Messungen an Rollenprüfständen.

### Identifikationsmessungen

Zur Identifikation der Modellparameter sowie des Kennfeldes zur Korrektur des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator sind Identifikationsmessungen am Prozess notwendig. Die Ermittlung der Beobachterverstärkung und der Verstärkung des Integral-Reglers sowie der Entwurf des LQ-Reglers kann anschließend anhand des identifizierten Prozessmodells erfolgen. Für die Identifikationsmessungen muss der Prozess in geeigneter Weise angeregt werden. Diese Anforderung erfüllt im besonderen Maße eine sprungförmige Änderung des Luftverhältnisses vor dem Katalysator in einem konstanten Motorbetriebspunkt. Diese Form der Anregung hat sich in verschiedenen Arbeiten [PJRBJ00, BWG00, Bal02] für die Parametrierung des Katalysatormodells bewährt.

In Abbildung 6.2 ist der Verlauf der verwendeten Anregung dargestellt. Diese beginnt zur Konditionierung, d.h. zur Ausbildung einer homogenen Sauerstoffbeladung im gesamten Katalysator, mit einer längeren Phase stöchiometrischen Luftverhältnisses vor dem Katalysator. Anschließend erfolgt ein sprungförmiger Wechsel auf ein fettes Luftverhältnis  $\Delta\lambda_{fett,1}$ . Dies führt dazu, dass im Katalysator gespeicherter Sauerstoff zur Oxidation der einströmenden Kohlenwasserstoffe und des

Kohlenmonoxids verwendet wird und die Sauerstoffbeladung sinkt. Das fette Luftverhältnis wird solange beibehalten, bis ein neuer Gleichgewichtszustand der Sauerstoffbeladung im gesamten Katalysator erreicht ist. Dieser Zustand kann daran erkannt werden, dass das Luftverhältnis hinter dem Katalysator nach einer Übergangsphase einen nahezu konstanten Wert angenommen hat. Anschließend erfolgt ein sprunghöförmiger Gemischwechsel auf das magere Luftverhältnis  $\Delta\lambda_{mager,1}$ . Dieses wird ebenfalls beibehalten, bis sich im gesamten Katalysator ein neuer Gleichgewichtszustand der Sauerstoffbeladung ausgebildet hat. Abschließend erfolgen weitere Gemischwechsel zwischen  $\Delta\lambda_{fett,1}$  und  $\Delta\lambda_{mager,1}$ . Diese Wiederholungen der Sprünge dienen einerseits der Überprüfung der Reproduzierbarkeit der aufgezeichneten Verläufe des Luftverhältnisses. Andererseits können später durch Mittelwertbildung repräsentativere Ergebnisse für die Modellparameter erzielt werden. Nach drei Gemischwechseln von  $\Delta\lambda_{fett,1}$  nach  $\Delta\lambda_{mager,1}$  ist das Ende eines Anregungsblockes erreicht. Im weiteren Verlauf der Messung schließen sich weitere Anregungsblöcke mit abweichender Höhe des Gemischsprunges an, d.h. mit unterschiedlichen Luftverhältnissen  $\Delta\lambda_{fett,i}$  und  $\Delta\lambda_{mager,i}$ . Es wurden Sprunghöhen  $\Delta\lambda_{x,i}$  von ein, zwei, drei, fünf, sieben, zwanzig, vierzig und sechzig Promille verwendet. Damit die benötigte Messzeit gering bleibt, wurde zwischen zwei aufeinanderfolgenden Anregungsblöcken auf einen Wechsel auf ein stöchiometrisches Luftverhältnis verzichtet und stattdessen direkt von  $\Delta\lambda_{mager,i-1}$  auf  $\Delta\lambda_{fett,i}$  gesprungen.

Während der Anregung wurden Motordrehzahl und Drehmoment konstant gehalten. Dazu erfolgten die Messungen auf dem Rollenprüfstand der Fachhochschule Stralsund. Die Messungen wurden in einer ersten Messreihe für Motorbetriebspunkte im Drehzahlbereich von  $1400\text{ min}^{-1}$  bis  $2000\text{ min}^{-1}$  bei relativer Füllung zwischen 30 und 67 Prozent durchgeführt. Die Referenz für die relative Füllung stellt dabei die Frischluftmasse im Zylinder bei einer Temperatur von  $0^\circ\text{C}$  und einem Druck von  $1013\text{ hPa}$  dar. Zusätzlich wurde in einer zweiten Messreihe ein größerer Drehzahl-Füllungs-Bereich ( $1000\text{ min}^{-1}$  bis  $4000\text{ min}^{-1}$ , bei 30 bis 70% Füllung) bei geringerer Anzahl von Sprunghöhen betrachtet. In Abhängigkeit des Betriebspunktes stellen sich dabei Temperaturen zwischen  $450$  und  $800^\circ\text{C}$  stationär hinter dem Katalysator ein.

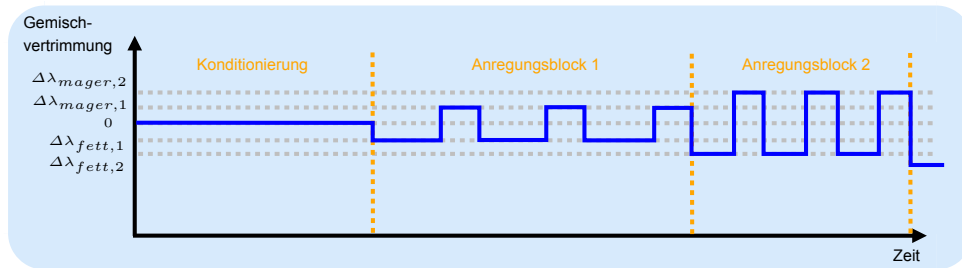


Abbildung 6.2: Gemischvertrimmung für die Prozessidentifikation

Das beschriebene Experiment dient einerseits der Bestimmung der Modellparameter, andererseits kann es zur Ermittlung des Korrekturkennfeldes für das Luftverhältnis hinter dem Katalysator verwendet werden.

### Korrektur des gemessenen Luftverhältnisses

Die Parameter des Katalysatormodells lassen sich anhand der Prozessgrößen bestimmen, die während der Identifikationsmessungen aufgezeichnet wurden. Dabei stellen die in Abschnitt 2.4 erläuterten Messfehler der Breitbandlambdasonde vor dem Katalysator (betriebspunktabhängiger Offset) und der Sprungsonde hinter dem Katalysator (abgaszusammensetzungsabhängige Störung)

eine Schwierigkeit dar.

Ein Ansatz zur Bestimmung verlässlicher Werte für das Luftverhältnis ist die Berechnung anhand der Abgaszusammensetzung nach [Bre79, Spi65], die beispielsweise in [Auc05] durchgeführt wird. Für ein solches Vorgehen sind Informationen zur Kraftstoffzusammensetzung, eine zeitlich hochaufgelöste Messung der Konzentrationen einzelner Abgasbestandteile sowie eine Aufbereitung der Messdaten zur Kompensation von Gaslaufzeiten und des Einflusses von Umgebungsbedingungen wie Luftfeuchtigkeit notwendig. Aufgrund der fehlenden Abgassensorik war eine solche Ermittlung des Luftverhältnisses im Fahrzeug nicht möglich und auch der Rollenprüfstand der Fachhochschule Stralsund verfügte nicht über die erforderliche Messtechnik. Es wird daher ein alternativer Ansatz eingesetzt, der in einer Korrektur der aufgezeichneten Luftverhältnisse vor dem Katalysator besteht. Aufgrund der abweichenden Art der Messfehler unterscheiden sich die Korrekturansätze für die Lambdasonden vor und hinter dem Katalysator.

#### Korrektur des Luftverhältnisses vor dem Katalysator

Ausgangspunkt für die Kompensation des betriebspunktabhängigen Offsetfehlers der Lambdasonde vor dem Katalysator ist die Annahme, dass sich das Plateau, das bei einem Gemischwechsel von mager nach fett im zeitlichen Verlauf von  $\lambda_{NK}$  zu beobachten ist, bei einem stöchiometrischen Luftverhältnis ausbildet. Der im Plateaubereich gemessene Wert des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator wird als Sollwert für einen Integral-Regler verwendet, der additiv auf den Istwert des Luftverhältnisses vor dem Katalysator eingreift. Dieser Regler dient dazu, in einem konstanten Motorbetriebspunkt ein stöchiometrisches Luftverhältnis hinter dem Katalysator einzustellen. Dieses Ziel ist erreicht, sofern das hinter dem Katalysator gemessene Luftverhältnis über längere Zeit dem im Plateaubereich gewonnenen Luftverhältnis entspricht. Da nach Erreichen eines Gleichgewichtszustandes der Sauerstoffbeladung die Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator übereinstimmen müssen, liegt in diesem Fall ebenfalls ein stöchiometrisches Luftverhältnis vor dem Katalysator vor. Der Ausgang des Integral-Reglers entspricht somit betragsmäßig dem Offset der Lambdasonde vor dem Katalysator.

Das beschriebene Korrekturverfahren für das Luftverhältnis vor dem Katalysator lässt sich leicht in das beschriebene Experiment zur Streckenidentifikation integrieren. Dazu erfolgt zunächst ein Gemischwechsel von mager nach fett während dem das gemessene Luftverhältnis im Plateaubereich ermittelt wird. Anschließend kann die in Abbildung 6.2 dargestellte Konditionierphase zur Ermittlung des Sondenoffsets mittels Integral-Regler genutzt werden. Für die anschließenden Sprünge zur Streckenidentifikation muss dieser Regler deaktiviert werden. Auf diese Weise sind keine zusätzlichen Messungen zur Korrektur des Luftverhältnisses vor dem Katalysator notwendig und der Messaufwand wird gering gehalten. Weiterhin ist es möglich, die in unterschiedlichen Betriebspunkten ermittelten Werte des Sondenoffsets in einem Kennfeld abzulegen. Diese Strategie kann im praktischen Betrieb zur Entlastung der Hinterkatregelung und damit zur Verbesserung der Regelgüte eingesetzt werden.

#### Korrektur des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator

Für die Korrektur des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator wird ausgenutzt, dass die Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator nach Erreichen eines Gleichgewichtszustandes der Sauerstoffbeladung übereinstimmen müssen. In [Bal02, Bri06] wird durch eine Art lineare Interpolation der zeitliche Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator in Bezug auf die Ordinate gestaucht oder gestreckt (magerer und fetter Bereich getrennt), um diese Übereinstimmung der beiden Luftverhältnisse zu erzielen. Ein alternatives Verfahren ist der für die Hinterkatrege-

lungsansätze entwickelte Ansatz zur Online-Korrektur des gemessenen Luftverhältnisses. Dieser basiert auf einem Kennfeld mittels dem ein korrigiertes Luftverhältnis hinter dem Katalysator anhand des Messwertes der Sondenspannung oder des daraus berechneten Luftverhältnisses und der Abgastemperatur hinter dem Katalysator ermittelt wird.

Für die Parametrierung dieses Kennfeldes können die zuvor erläuterten Identifikationsmessungen verwendet werden. Nachdem die Sauerstoffbeladung infolge eines Gemischsprunges einen neuen Gleichgewichtszustand erreicht hat, sollte das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator dem bezogenen Luftverhältnis vor dem Katalysator ( $\Delta\lambda_{fett,i}$  bzw.  $\Delta\lambda_{mager,i}$ ) entsprechen. Unter der Annahme, dass der Offsetfehler der Lambdasonde vor dem Katalysator auf die zuvor beschriebene Art und Weise kompensiert wurde, sind somit das tatsächliche Luftverhältnis hinter dem Katalysator sowie die gemessene Ausgangsspannung der Sprungsonde bekannt. Dieses Wertepaar bildet einen Punkt einer Kennlinie. Durch die unterschiedlich großen Sprunghöhen  $\Delta\lambda_{fett,i}$  bzw.  $\Delta\lambda_{mager,i}$  können weitere Punkte der Kennlinie ermittelt werden, die das tatsächliche Luftverhältnis hinter dem Katalysator in Abhängigkeit der Sondenspannung abbildet.

In Abhängigkeit des Motorbetriebspunktes stellt sich hinter dem Katalysator stationär eine bestimmte Temperatur ein. Anhand der in unterschiedlichen Motorbetriebspunkten durchgeführten Identifikationsmessungen lässt sich somit die Temperaturabhängigkeit des Messfehlers berücksichtigen. Dazu werden die in den Betriebspunkten ermittelten Sondenkennlinien, von denen einige beispielhaft in Abbildung 6.3 dargestellt sind, zu einem Kennfeld kombiniert. Als zweiter Kennfeld-eingang neben der Sondenspannung wird dabei die Abgastemperatur hinter dem Hauptkatalysator verwendet, die dem Abgastemperaturmodell bzw. dem zusätzlich montierten Thermoelement entnommen werden kann.

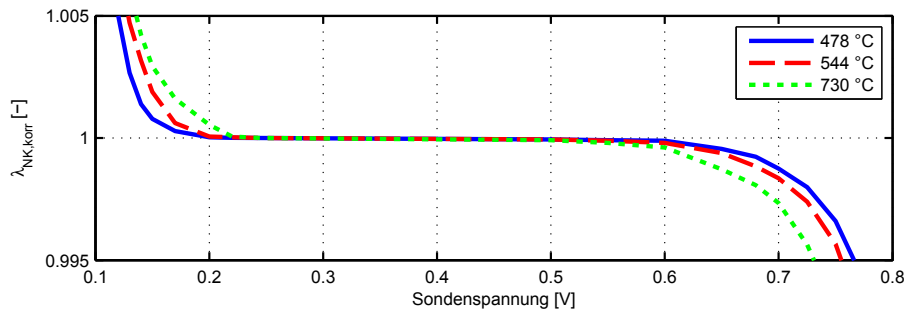


Abbildung 6.3: Korrigiertes Luftverhältnis in Abhängigkeit von Spannung und Temperatur

### Ermittlung der Modellparameter

Anhand der korrigierten Verläufe der Luftverhältnisse und des während der Identifikationsmessungen aufgezeichneten Luftmassenstroms lassen sich die Parameter des Katalysatormodells ermittelt. Bei diesen Modellparametern handelt es sich um die Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$ , die das bezogene Luftverhältnis am Ende der Modellzelle  $j$  in Abhängigkeit der Sauerstoffbeladung  $\Phi_j$  dieser Zelle abbilden. Das Vorgehen zur Bestimmung dieser Kennlinien gliedert sich in zwei Schritte. In einem ersten Schritt wird zunächst anhand der Luftverhältnisse und des Luftmassenstroms die Kennlinie eines den gesamten Katalysator repräsentierenden Ersatzmodells bestehend aus einer Zone ermittelt. Anschließend werden in einem zweiten Schritt auf Basis dieser Kennlinie die gesuchten Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  des Mehrzonenmodells ermittelt.

Zur Unterscheidung von diesen Kennlinien wird nachfolgend die Kennlinie des Einzonenmodells

mit  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$  bezeichnet. Die Größe  $\tilde{\Phi}$  entspricht dabei der Sauerstoffbeladung des gesamten Katalysators. Das Vorgehen zur Bestimmung der Kennlinie des Ersatzmodells wird nachfolgend anhand der Abbildung 6.4 beschrieben. In dieser sind im linken Teil korrigierte Verläufe der Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator bei sprunghaftigen Gemischwechseln dargestellt. Diese Gemischwechsel stellen die Anregung bei den zuvor erläuterten Identifikationsmessungen dar. Zur Vereinfachung der Darstellung sind jedoch die während eines Anregungsblockes durchgeführten wiederholten Gemischwechsel zwischen fetten und mageren Luftverhältnissen nicht eingezeichnet. Im rechten Teil der Abbildung 6.4 sind einzelne Punkte der Kennlinie  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$  sowie mehrere Hilfslinien und Hilfsgrößen dargestellt, die sich anhand der aufgezeichneten Messgrößen berechnen lassen.

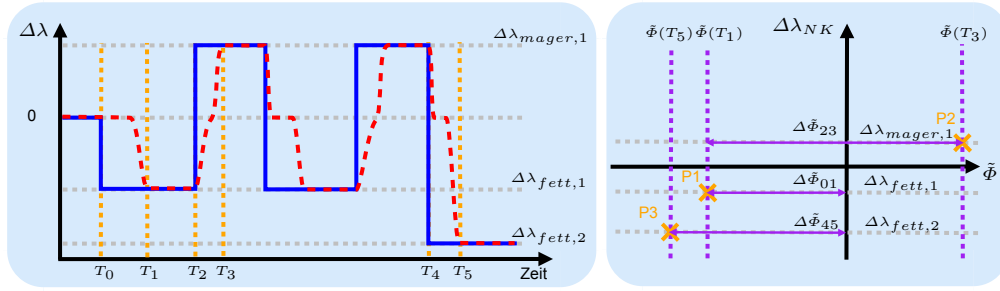


Abbildung 6.4: Ermittlung der Kennlinie  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$

Die Kennlinie  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$  bildet das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator in Abhängigkeit der Sauerstoffbeladung  $\tilde{\Phi}$  ab. Diese Größen lassen sich anhand der korrigierten Luftverhältnisse und des Luftmassenstroms ermitteln. Für die Sauerstoffbeladung  $\tilde{\Phi}(T_1)$  zum Zeitpunkt  $T_1$  gilt dabei

$$\tilde{\Phi}(T_1) = \Delta\tilde{\Phi}_{01} + \tilde{\Phi}(T_0) = \int_{T_0}^{T_1} 0.23 \dot{m}_L (\lambda_{VK,korr} - \lambda_{NK,korr}) dt + \tilde{\Phi}(T_0). \quad (6.1)$$

Zu Beginn der Identifikationsmessungen wurde der Motor über längere Zeit mit einem stöchiometrischen Luftverhältnis betrieben. Zum Zeitpunkt  $T_0$  des ersten Gemischwechsels nach fett gilt daher  $\tilde{\Phi}(T_0) = 0$ . Zum Zeitpunkt  $T_1$  erreicht die Sauerstoffbeladung einen neuen Gleichgewichtszustand und das bezogene Luftverhältnis hinter dem Katalysator stimmt mit dem bezogenen Luftverhältnis vor dem Katalysator  $\Delta\lambda_{fett,1}$  überein. Das Wertepaar  $(\tilde{\Phi}(T_1), \Delta\lambda_{fett,1})$  bildet den ersten Punkt  $P1$  der gesuchten Kennlinie  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$ .

Nach dem Wechsel auf ein mageres Luftverhältnis zum Zeitpunkt  $T_2$  gilt für die Sauerstoffbeladung

$$\tilde{\Phi}(T_3) = \Delta\tilde{\Phi}_{23} + \tilde{\Phi}(T_2) = \int_{T_2}^{T_3} 0.23 \dot{m}_L (\lambda_{VK,korr} - \lambda_{NK,korr}) dt + \tilde{\Phi}(T_2). \quad (6.2)$$

Vor Beginn dieses Gemischwechsels entsprach die Sauerstoffbeladung dem Gleichgewichtszustand zum Zeitpunkt  $T_1$ , d.h., es gilt  $\tilde{\Phi}(T_2) = \tilde{\Phi}(T_1)$ . Die sich nach dem Gemischsprung einstellende neue Gleichgewichtssauerstoffbeladung  $\tilde{\Phi}(T_3)$  und das zugehörige Luftverhältnis  $\Delta\lambda_{mager,1}$  hinter dem Katalysator ergeben den zweiten Punkt  $P2$  der Kennlinie  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$ . Die während der wiederholten



Gemischwechsel zwischen  $\Delta\lambda_{fett,1}$  und  $\Delta\lambda_{mager,1}$  ermittelten Sauerstoffbeladungen (nicht in der Abbildung 6.4 dargestellt) können gemittelt werden, um während der Messungen auftretende Störungen auszugleichen.

Bei den Identifikationsmessungen werden Gemischsprünge mit unterschiedlichen Sprunghöhen  $\Delta\lambda_{fett,i}$  bzw.  $\Delta\lambda_{mager,i}$  durchgeführt. Anhand dieser Gemischsprünge lassen sich weitere Punkte der gesuchten Kennlinie ermitteln. Für die Sauerstoffbeladung zum Zeitpunkt  $T_5$  nach einem Wechsel des Luftverhältnisses auf  $\lambda_{fett,2}$  folgt beispielsweise

$$\tilde{\Phi}(T_5) = \Delta\tilde{\Phi}_{45} + \tilde{\Phi}(T_4) = \int_{T_4}^{T_5} 0.23 \dot{m}_L (\lambda_{VK,corr} - \lambda_{NK,corr}) dt + \tilde{\Phi}(T_4). \quad (6.3)$$

Da weiterhin  $\tilde{\Phi}(T_4) = \tilde{\Phi}(T_3)$  gilt, ergibt sich aus dem Wertepaar  $(\tilde{\Phi}(T_5), \Delta\lambda_{fett,2})$  der Punkt  $P3$  der Kennlinie  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$ . Die Kennlinie kann durch Erhöhung der Anzahl unterschiedlicher Sprunghöhen  $\Delta\lambda_{fett,i}$  bzw.  $\Delta\lambda_{mager,i}$  beliebig verfeinert werden.

Auf die beschriebene Art und Weise lässt sich ein Einzonenmodell parametrieren. Zur Bestimmung der Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  eines Mehrzonenmodells muss ein weiterer Schritt durchgeführt werden. Ausgangspunkt hierfür ist die Überlegung, dass sich die Gesamtbeladung  $\tilde{\Phi}$  des Katalysators aus den Sauerstoffbeladungen der einzelnen Modellzellen zusammensetzt. Nach Erreichen eines Gleichgewichtszustandes der Sauerstoffbeladung muss stets gelten  $\sum_{j=1}^n \Phi_j = \tilde{\Phi}$ . Weiterhin müssen in diesem Fall die Luftverhältnisse am Ende jeder Zelle dem Luftverhältnis vor dem Katalysator entsprechen. Diese Bedingungen können eingehalten werden, wenn die Kennlinie  $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$  bezüglich ihrer Abszisse um einen Faktor  $C_j$  gestaucht wird. Die Höhe dieses Faktors spiegelt den Anteil der jeweiligen Modellzelle  $j$  an der gesamten Sauerstoffspeicherkapazität wieder. Es gilt dabei stets  $0 \leq C_j \leq 1$  sowie  $\sum_{j=1}^n C_j = 1$ . Für das innerhalb der Hinterkatregelung verwendete Dreizonenmodell wird der Einfachheit halber angenommen, dass alle Zellen im gleichen Maße zur Sauerstoffspeicherkapazität des Katalysators beitragen und es wird entsprechend ein Wert  $C_j = 1/3$  verwendet. In diesem Fall ergeben sich identische Kennlinien für die drei Modellzellen. Der entwickelte Modellierungsansatz lässt sich jedoch ebenfalls bei einer ungleichmäßigen Verteilung der Sauerstoffspeicherkapazität entlang der Längsachse, beispielsweise hervorgerufen durch Alterungseffekte, einsetzen. Hierzu sind unterschiedliche Höhen der Wichtungsfaktoren für die einzelnen Zellen zu wählen. Die Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  unterscheiden sich folglich in diesem Fall.

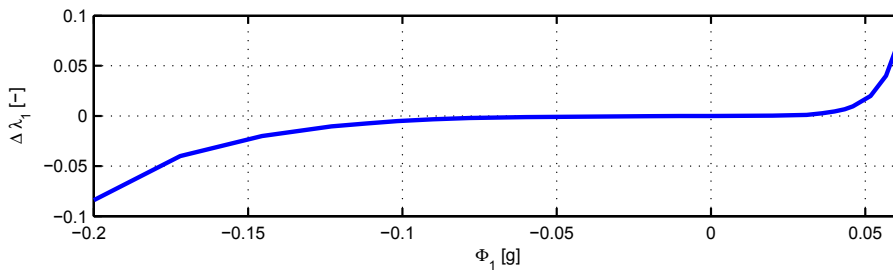


Abbildung 6.5: Kennlinie  $N_1(\Phi_1)$

Anhand der Identifikationsmessungen wurden mit dem beschriebenen Verfahren die Kennlinien für die Modellzellen ermittelt. Die Abbildung 6.5 zeigt mit der Kennlinie  $N_1(\Phi_1)$  beispielhaft das Ergebnis dieser Parameterbestimmung. Die Kennlinienermittlung wurde in unterschiedlichen Motorbetriebspunkten durchgeführt. Es zeigte sich jedoch, dass die Unterschiede der in den ver-

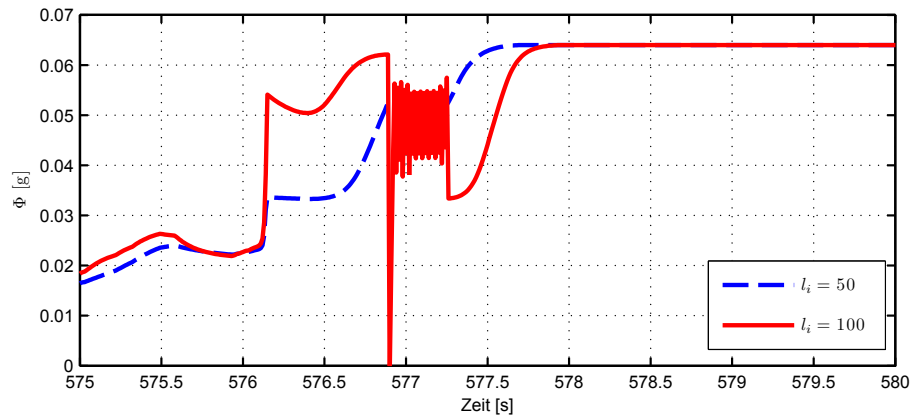
schiedenen Betriebspunkten ermittelten Kennlinien gering sind. Im Gegensatz zu anderen Sauerstoffspeichermodellen kann daher mit der gleichen Kennlinie ein großer Betriebsbereich abgedeckt werden. Dies vereinfacht die Parametrierung des Modells erheblich, da Identifikationsmessungen in deutlich weniger Motorbetriebspunkten durchgeführt werden müssen. Dadurch sinken Zeitaufwand und Kosten für die Parametrierung.

### Parametrierung der Beobachterrückführung

Für den Entwurf der Beobachterrückführungen sowie der beiden Regler (Zustandsregler und Integral-Regler) sind keine weiteren Messungen an Prüfständen erforderlich. Die Ermittlung der entsprechenden Verstärkungen kann auf Basis des parametrisierten Katalysatormodells erfolgen.

Für den Entwurf der Beobachterrückführung  $L$  wurden verschiedene Verfahren getestet, unter anderem ein LQR-Entwurf für das duale linearisierte System und ein Ansatz mittels Polvorgabe. Letztlich wurde mit einer Wahl der Pole, die zu einer Beobacherverstärkung  $L = [L_1, L_2, L_3]^T$  mit drei identischen Elementen führt, die besten Ergebnisse erzielt. Alle Modellzustände werden somit im gleichen Maße korrigiert.

Bei der Wahl der Beobacherverstärkung muss ein Kompromiss zwischen Beobachterdynamik und Empfindlichkeit gegenüber Messrauschen gefunden werden. Einerseits ist eine hohe Beobachterdynamik erforderlich, damit trotz unbekannter Anfangszustände des Modells bei Aktivierung der Regelung dem LQ-Regler schnell korrekte Modellzustände für die Regelung zur Verfügung stehen. Andererseits darf die Beobacherverstärkung nicht so groß gewählt werden, dass es aufgrund von Messrauschen zu starken Oszillationen der beobachteten Zustandsgrößen kommt.



**Abbildung 6.6:** Beobachtete Sauerstoffbeladung  $\hat{\phi}_3$  in Abhängigkeit von  $L$

Zur Ermittlung der Beobacherverstärkung wird ein simulationsbasiertes Verfahren verwendet. Dazu werden Modell und Beobachterrückführung in der Simulationsumgebung **Simulink**<sup>®</sup> nachgebildet und mit gemessenen Verläufen der Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator sowie des Luftmassenstroms gespeist. In den Simulationsrechnungen wird die Beobacherverstärkung nun solange erhöht, bis das Messrauschen im aufgezeichneten Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zu starken Oszillationen in den beobachteten Zustandsgrößen führt. Dieser Betriebszustand ist beispielhaft in Abbildung 6.6 dargestellt. Anhand des ermittelten Maximalwertes der Beobacherverstärkung  $L_{max}$  lässt sich schließlich über den Detuningfaktor  $0 \leq \eta \leq 1$  eine praxistaugliche Beobacherverstärkung  $L = \eta L_{max}$  berechnen. Als günstige Wahl hat sich hierfür ein Detuningfaktor  $\eta = 0.5$  erwiesen.

### Reinitialisierung des Beobachters

In der Praxis sind die Kennlinien zur Berechnung des Luftverhältnisses anhand der SONDENSAN- nung im Allgemeinen auf den Wertebereich  $\lambda = 0.95$  bis  $\lambda = 1.05$  begrenzt. Dies ist in der Charakteristik der Sondenkennlinie begründet. Die Kennliniensteigung nimmt mit zunehmender Entfernung vom stöchiometrischen Punkt ab, sodass solche Luftverhältnisse kaum voneinander zu unterscheiden sind.

Für die Zustandsbeobachtung stellt diese Begrenzung des Luftverhältnisses ein Problem dar. Während Schubabschaltphasen nimmt das Luftverhältnis hinter dem Katalysator bei deaktivierter Hinterkatregelung sehr magere Werte größer  $\lambda = 1.05$  an. In diesem Fall ist der Prozess aufgrund der Begrenzung nicht beobachtbar. Die Beobachterrückführung wird daher deaktiviert.

Während der Schubabschaltphasen nimmt das Luftverhältnis vor dem Katalysator ebenfalls Werte bis zu  $\lambda_{VK} = 16$  an, die außerhalb des normalen Betriebsbereiches der Sonde liegen und daher mit größeren Messunsicherheiten behaftet sind. Zur Vermeidung eines großen Beobachterfehlers aufgrund des unsicheren Eingangssignals Luftverhältnis vor dem Katalysator wird in diesem Fall neben der Berechnung der Beobachterrückführung zusätzlich die Berechnung des Modells ausgesetzt. Im Anschluss an die Katalysatorausträumphase, nach der beide Luftverhältnisse in den üblichen Betriebsbereich zurückgekehrt sind, ist daher eine Reinitialisierung des Beobachters erforderlich.

Da zu diesem Zeitpunkt der Prozess wieder beobachtbar ist, kann die Beladung der letzten Modellzelle (in diesem Fall der dritten Zelle) direkt anhand des korrigierten Luftverhältnisses hinter dem Katalysator mittels der inversen Kennlinie  $N_3^{-1}(\Phi_3)$  bestimmt werden. Zur Korrektur der Sauerstoffbeladungen in den vorderen Modellzellen hat sich eine Multiplikation mit einem luftmas- senstromabhängigen Faktor  $C_B(\dot{m}_L)$  bewährt. Zusammengefasst folgt somit für die beobachteten Zustandsgrößen des Dreizonenmodells bei Reinitialisierung des Beobachters

$$\hat{\Phi}_1 = C_B(\dot{m}_L) \hat{\Phi}_1 \quad (6.4)$$

$$\hat{\Phi}_2 = C_B(\dot{m}_L) \hat{\Phi}_2 \quad (6.5)$$

$$\hat{\Phi}_3 = N_3^{-1}(\Delta\lambda_{NK, \text{kor}}). \quad (6.6)$$

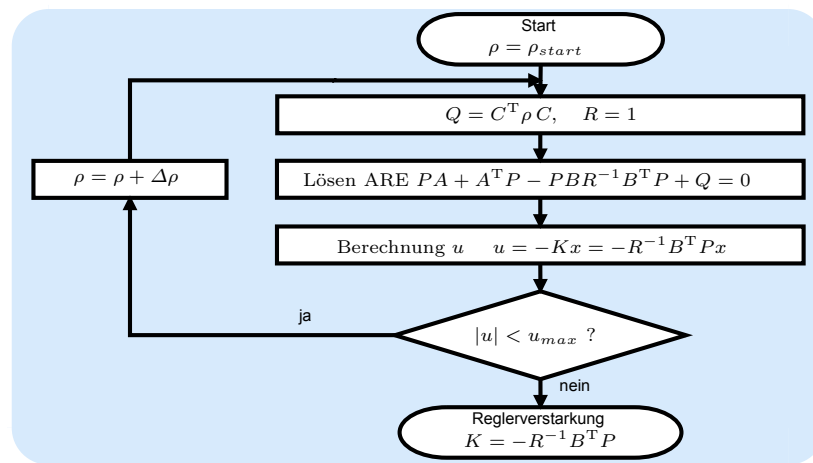
Die Bestimmung der luftmassenstromabhängigen Kennlinie  $C_B(\dot{m}_L)$  erfolgt mittels experimen- teller Systemidentifikation. Dazu werden zunächst Luftmassenstrom und Verläufe der Luftver- hältnisse während Schubabschaltphasen und Katalysatorausträumen unterschiedlich langer Dauer in verschiedenen Motorbetriebspunkten aufgezeichnet. In einem zweiten Schritt dienen die auf- gezeichneten Messgrößen als Eingangsgrößen für Simulationsrechnungen des Katalysatormodells inklusive Reinitialisierungsfunktionalität. Anhand von Simulationen und geeigneter Optimierungs- routinen wird anschließend betriebspunktabhängig der Korrekturfaktor  $C_B(\dot{m}_L)$  derart bestimmt, dass die Summe der quadrierten Abweichungen von gemessenem (bzw. korrigiertem) und prädi- ziertem Luftverhältnis hinter dem Katalysator minimal werden.

### Parametrierung des Zustandsreglers

Abschließend müssen der Rückführvektor  $K$  des Zustandsreglers sowie die Verstärkung  $K_I$  des Integral-Reglers ermittelt werden. Dies erfolgt auf Basis des parametrierten Katalysatormodells unter Verzicht auf weitere Prüfstandsmessungen.

Grundlage für die Ermittlung des Rückführvektors ist der in Abschnitt 4.5 erläuterte LQR- Entwurf des in einer Ruhelage  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0$  linearisierten Mehrzonenmodells. Durch geschick-

te Wahl der Wichtungsmatrizen  $R = 1$  und  $Q = C^T \rho C$  kann dabei die Anzahl der Entwurfsparameter auf einen reduziert werden. Durch einen kleinen Wert von  $\rho$  werden die Abweichungen der Zustandsgrößen von der Ruhelage gegenüber den Stellaufwand weniger stark gewichtet. Dadurch weist der entworfene Regler eine niedrigere Dynamik auf, d.h., es wird eine längere Zeitspanne benötigt, um die Zustände nach einer Auslenkung auf die Sollwerte zurückzuführen. Ein großer Wert von  $\rho$  hat geringere Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom stöchiometrischen Sollwert zur Folge, gleichzeitig steigt der Stellaufwand an. Da die Stellgröße der Hinterkatregelung additiv auf den Sollwert des Lambdareglers eingreift, führt solch ein großer Stellaufwand zu starken Auslenkungen des Luftverhältnisses vor dem Katalysator, die Momentenschwankungen und damit eine Abnahme des Fahrkomforts zur Folge haben. Bei der Wahl des Entwurfsparameters  $\rho$  muss daher ein Kompromiss zwischen Reglerperformance und Stellaufwand gefunden werden.



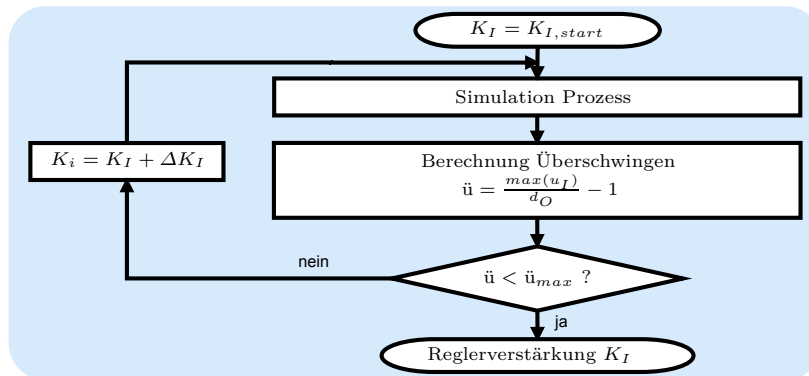
**Abbildung 6.7:** Programmablaufplan zur Bestimmung der Reglerverstärkung  $K$

Hierzu wird das in Abbildung 6.7 dargestellte iterative Verfahren eingesetzt. Grundidee ist dabei eine möglichst hohe Reglerdynamik zu erreichen, ohne einen bezüglich Momentenschwankungen unbedenklichen Stellbereich von  $\pm 0.02$  zu überschreiten. Ausgehend von einem Startwert  $\rho_{start}$  für den Entwurfsparameter werden zunächst die Wichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  aufgestellt. Anschließend wird die Lösung  $P$  der Matrix-Riccati-Gleichung bestimmt. Mittels dieser kann schließlich die Stellgröße für einen vorgegebenen Zustand  $x$  berechnet werden. Bei aktiver Hinterkatregelung treten nach Ende der Katalysatorausräumphase die größten Abweichungen der Zustandsgrößen von der Ruhelage auf. Für diesen Fall ergibt sich daher die maximale Stellgröße. Es wird nun überprüft, ob die für diesen Zustand berechnete Stellgröße betragsmäßig die Stellbegrenzung  $u_{max} = 0.02$  überschreitet. Ist dies nicht der Fall, wird der Entwurfsparameter  $\rho$  um einen kleinen Wert  $\Delta\rho$  erhöht und der Vorgang beginnt mit dem Aufstellen der neuen Wichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  von Neuem. Die iterative Schleife wird solange durchlaufen, bis die Stellbegrenzung erreicht ist und die Reglerdynamik aufgrund möglicher Momentenschwankungen nicht weiter erhöht werden darf. Für die Reglerverstärkung des Zustandsreglers gilt dann  $K = R^{-1} B^T P$ .

Es wurde festgestellt, dass die in unterschiedlichen Motorbetriebspunkten berechneten Rückführmatrizen kaum Unterschiede aufweisen. Es ist daher ausreichend den Zustandsregler für einen repräsentativen Luftmassenstrom zu entwerfen und im gesamten Betriebsbereich eine konstante Reglerverstärkung zu verwenden. Dieser Umstand beschleunigt die Parametrierung.

### Verstärkung des Integral-Reglers

Zur Parametrierung des Integral-Reglers, der für die Kompensation des Messfehlers der Lambda-sonde vor dem Katalysator eingesetzt wird, muss die luftmassenstromabhängige Verstärkung  $K_I$  ermittelt werden. Hierzu wird ebenfalls ein simulationsbasiertes Verfahren eingesetzt, da dadurch auf zeit- und kostenintensive Messungen an Prüfständen verzichtet werden kann. Für die Simulationsrechnungen wird das in Abschnitt 5.1 erläuterte Prozessmodell verwendet. Dieses Modell wird mit der Hinterkatregelung bestehend aus Beobachter, Zustandsregler und Integral-Regler kombiniert.



**Abbildung 6.8:** Programmablaufplan zur Bestimmung der Integrator-Verstärkung  $K_I$

Die Bestimmung der luftmassenstromabhängigen Kennlinie für die Integratorverstärkung erfolgt nach dem in Abbildung 6.8 dargestellten iterativen Vorgehen. Für einen jeweils konstanten Luftmassenstrom wird zunächst ein Startwert  $K_{I,start}$  für die Integratorverstärkung vorgegeben. Anschließend wird eine Simulationsrechnung mit dieser Reglereinstellung durchgeführt. Dabei wird das Prozessmodell durch eine sprungförmige Änderung des Sondenoffsets angeregt (typische Höhe:  $d_O = 0.005$ ). Die in der Simulation berechneten Verläufe des Sondenoffsets und der Stellgröße  $u_I$  des Integral-Reglers werden anschließend ausgewertet. Die Stellgröße des Integral-Reglers kann dabei als ein Schätzwert für den Sondenoffsets aufgefasst werden. Sollte das Überschwingen  $\ddot{u}$  dieses geschätzten Sondenoffsets eine vorgegebene Schwelle  $\ddot{u}_{max}$  überschreiten, so wird die Integratorverstärkung um einen kleinen Betrag  $\Delta K_I$  verringert und eine neue Simulationsrechnung mit den geänderten Parametern durchgeführt. Diese Schleife wird durchlaufen, bis der vorgegebene Grenzwert für das Überschwingen eingehalten wird. Auf diese Weise kann eine Integratorverstärkung ermittelt werden, die einerseits ein schnelles Anlernen des Sondenoffsets und damit eine Kompensation gewährleistet und die andererseits zu keinen zu großen Stelleingriffen des Reglers führt, die starke Oszillationen im gemessenen Luftverhältnis hinter dem Katalysator zur Folge haben können. Wird das beschriebene Vorgehen für unterschiedliche Luftmassenströme  $\dot{m}_L$  durchgeführt, lässt sich abschließend aus den ermittelten Integratorverstärkungen die gesuchte Kennlinie  $K_I(\dot{m}_L)$  konstruieren.

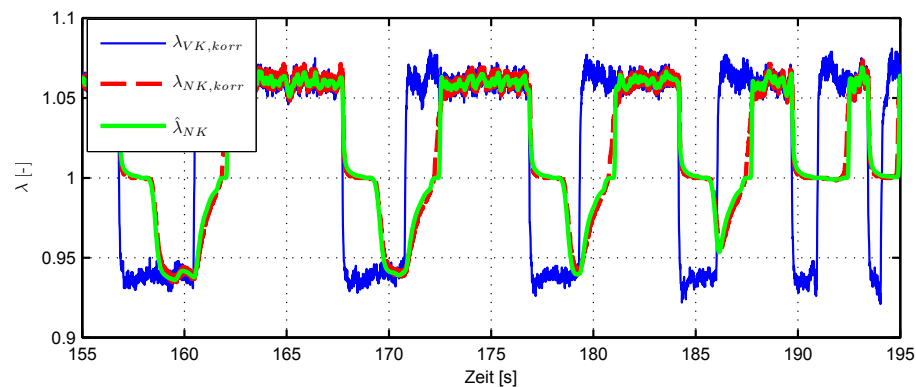
Anhand des in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen Verfahrens lässt sich die entwickelte Hinterkatregelung auf systematische und reproduzierbare Art und Weise anhand weniger Prüfstandsmessungen parametrieren. Die in Abschnitt 1.2 definierte Anforderung A2 wird somit erfüllt. Bevor die Erfüllung der Forderung A1 nach einer hohen Regelgüte unter praxisnahen Betriebsbedingungen geprüft wird, werden im folgenden Abschnitt zunächst die Ergebnisse der Validierung des Katalysatormodells präsentiert.

### 6.3 Modellvalidierung

Ein das Verhalten des Katalysators hinreichend genau abbildendes Modell ist die Voraussetzung für die Erzielung einer hohen Regelgüte mit der entwickelten Hinterkatregelung. Anhand von zwei Fällen (sprungförmige Anregung in einem konstanten Motorbetriebspunkt sowie praxisnaher Fahrbetrieb) wird gezeigt, inwieweit diese Bedingung von dem entwickelten Mehrzonenmodell erfüllt wird.

#### Messungen im konstanten Motorbetriebspunkt

Sprungförmige Änderungen des Luftverhältnisses vor dem Katalysator in einem konstanten Motorbetriebspunkt stellen eine häufig genutzte Anregung zur Bewertung der Güte eines Katalysatormodells dar [BWG00, Bal02, Auc05]. Der Abbildung 6.9 kann die in dieser Arbeit verwendete Form der Anregung entnommen werden. Es handelt sich um sprungförmige Gemischwechsel zwischen mageren und fetten Luftverhältnissen, die durchgeführt werden, nachdem der Katalysator zur Erzielung einer einheitlichen Sauerstoffbeladung zunächst über längere Zeit mit einem mageren Gemisch betrieben wurde (nicht in der Abbildung dargestellt). Während der Messung wird die Zeitdauer zwischen zwei aufeinanderfolgenden Gemischwechseln variiert. Zunächst (linker Teil der Abbildung 6.9) ist die Zeitdauer zwischen den Gemischwechseln ausreichend um einen Gleichgewichtszustand der Sauerstoffbeladung zu erreichen. Dies ist daran zu erkennen, dass die Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator kurzzeitig näherungsweise übereinstimmen. Mit zunehmender Messdauer wird der zeitliche Abstand zwischen den Gemischwechseln verkürzt. Dadurch wird vor Beginn des folgenden Gemischwechsels die Gleichgewichtssauerstoffbeladung nicht erreicht.



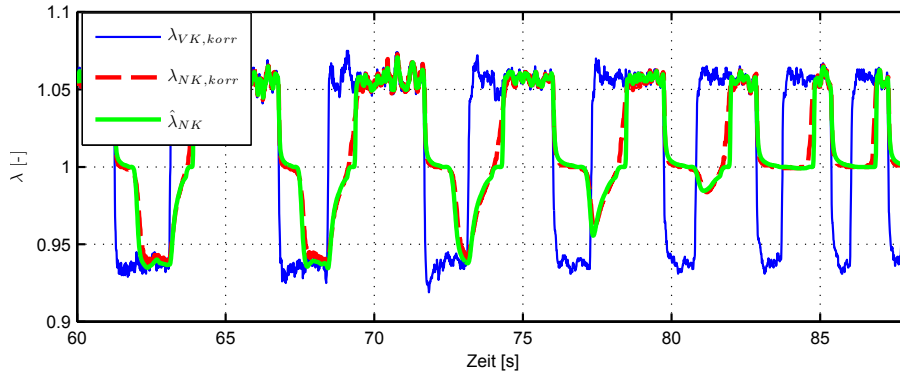
**Abbildung 6.9:** Luftverhältnisse mit Mehrzonenmodell bei sprungförmiger Anregung

Da die Sauerstoffbeladung nicht direkt gemessen werden kann und damit kein Referenzwert für eine Bewertung des Modells zur Verfügung steht, wird nachfolgend das Luftverhältnis hinter dem Katalysator als Bewertungskriterium herangezogen. In Abbildung 6.9 sind das korrigierte Luftverhältnis hinter dem Katalysator sowie der vom Modell prädizierte Wert  $\hat{\lambda}_{NK}$  bei der beschriebenen sprunghaften Änderung des Luftverhältnisses vor dem Katalysator dargestellt.

Ein Vergleich der Luftverhältnisse hinter dem Katalysator zeigt, dass das entwickelte Modell das tatsächliche Verhalten des Katalysators gut abbilden kann. Sowohl bei Gemischwechseln nach Erreichen eines Gleichgewichtszustandes der Sauerstoffbeladung als auch in Fällen, in denen dies nicht zutrifft, sind kaum Unterschiede zwischen dem prädizierten Verlauf des Luftverhältnisses

hinter dem Katalysator und den tatsächlichen Werten zu erkennen. Es lassen sich selbst die kleinen Schwankungen im mageren Luftverhältnis nach Erreichen eines Gleichgewichtszustandes der Sauerstoffbeladung im Modellausgang wiederfinden. Obwohl im Gegensatz zu [PJRBJ00] auf eine gesonderte Beschreibung des Plateaus im zeitlichen Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator verzichtet wird, ist das entwickelte Modell in der Lage die deutlich unterschiedlichen Verläufe des Luftverhältnisses bei Gemischwechseln von mager nach fett und von fett nach mager korrekt abzubilden.

Neben der in Abbildung 6.9 dargestellten Messung bei  $2000 \text{ min}^{-1}$  und relativer Füllung von 70% wurde die Güte des entwickelten Modells in weiteren Motorbetriebspunkten zwischen  $1000$  und  $4000 \text{ min}^{-1}$  bei relativen Füllungen von 30 bis 70% überprüft. Dabei wurden Änderungen des Luftverhältnisses zwischen 0.08 und 0.12 betrachtet. In diesen Fällen wurde ebenfalls eine gute Übereinstimmung von prädictiertem Luftverhältnis hinter dem Katalysator und tatsächlichem Wert festgestellt. Exemplarisch zeigt dies Abbildung 6.10 für einen Motorbetriebspunkt bei  $3000 \text{ min}^{-1}$  und relativer Füllung von 70%.



**Abbildung 6.10:** Luftverhältnisse bei sprungförmiger Anregung, zweiter Betriebspunkt

Es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, dass im Katalysatormodell für alle Motorbetriebspunkte die gleichen Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  verwendet wurden. Die gute Übereinstimmung zwischen tatsächlichem und prädictiertem Verhalten des Katalysators in den verschiedenen Betriebspunkten belegt daher einen großen Gültigkeitsbereich des Modells. Die Möglichkeit die gleiche Kennlinie in allen Motorbetriebspunkten zu nutzen vereinfacht die Parametrierung des Modells erheblich und ist ein Vorteil gegenüber anderen Sauerstoffspeichermodellen (z.B. [BWG97, Bal02, PJRBJ00]), die mit einem Parametersatz lediglich ein kleiner Bereich von Betriebspunkten abdecken können (siehe Untersuchungen in [Tom09, TKD09]).

Zur Einordnung der Güte des in der vorliegenden Arbeit präsentierten Modells ist in Abbildung 6.11 für den Motorbetriebspunkt  $2000 \text{ min}^{-1}$ , relative Füllung 70% der vom Modell aus [BBH01, BBB02, Bal02] prädictierte Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zum Vergleich dargestellt. Bei diesem Modell wird zu Beginn des Gemischwechsels von fett nach mager die Modellstruktur zur Berücksichtigung von Desorptionseffekten umgeschaltet. Dadurch wird die Abbildung eines fetten Luftverhältnisses hinter dem Katalysator bei einem mageren Luftverhältnis vor dem Katalysator ermöglicht. Die Umschaltung der Modellstruktur ist an der sprunghaftigen Änderung des prädictierten Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zu erkennen, die auftritt, sobald das Luftverhältnis vor dem Katalysator den stöchiometrischen Punkt überschreitet. Trotz dieser die Zustandsbeobachtung erschwernenden diskontinuierlichen Strukturumschaltung im Modell sind bei Gemischwechseln vor Erreichen eines Gleichgewichtszustandes der Sauerstoffbeladung

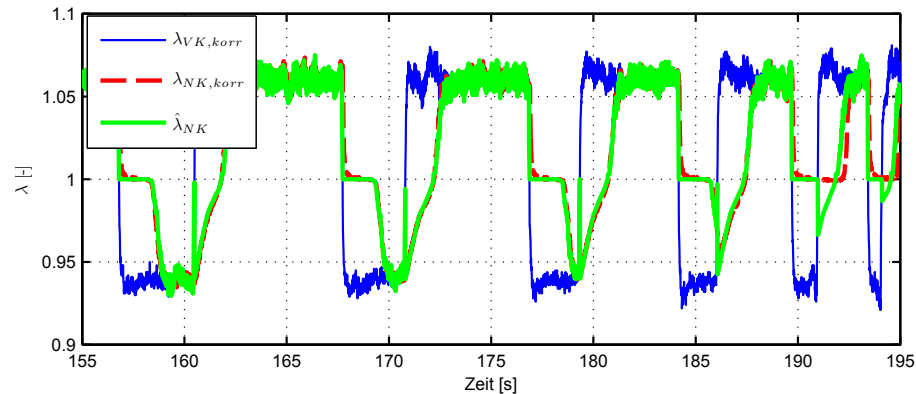


Abbildung 6.11: Luftverhältnisse mit Vergleichsmodell bei sprungförmiger Anregung

die Abweichungen zwischen prädictiertem und tatsächlichem Luftverhältnis hinter dem Katalysator deutlich größer als beim Mehrzonenmodell, wie einem Vergleich mit Abbildung 6.9 entnommen werden kann. Wird hingegen vor Beginn des Gemischwechsels ein Gleichgewichtszustand der Sauerstoffbeladung erreicht, liegt die Höhe der Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator in etwa auf dem Niveau des Mehrzonenmodells. Ein ähnliches Bild ergibt sich bei Verwendung der Sauerstoffspeichermodele aus [BWG00, BWG97] oder [PJRB00], wie dem zuvor vom Autor veröffentlichten Benchmark verschiedener Katalysatormodelle entnommen werden kann [Tom09, TKD09].

### Praxisnahe Anregung

Eine sprungförmige Anregung des Katalysators in einem konstanten Motorbetriebspunkt wird häufig zur Bewertung der Modellgüte eingesetzt (z.B. in [BWG00, Bal02, Auc05]). Für die Praxis sind solche Messergebnisse hingegen von geringer Aussagekraft, da der normale Fahrbetrieb durch häufige und schnelle Arbeitspunktwechsel sowie stark von der Rechteckform abweichende Verläufe des Luftverhältnisses vor dem Katalysator gekennzeichnet ist. Deshalb wurde die Modellgüte zusätzlich bei praxisnaher Anregung überprüft. Dazu wurden während einer Fahrt durch die Innenstadt von Berlin das Luftverhältnis vor dem Katalysator sowie der Luftmassenstrom aufgezeichnet. Diese Größen dienen dem Modell als Eingangsgrößen für die Prädiktion des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator.

In Abbildung 6.12 sind sowohl dieser prädictierte Verlauf als auch die korrigierten Luftverhältnisse vor und hinter dem Katalysator für einen Teil der Messfahrt dargestellt. Trotz eines stark schwankenden Luftverhältnisses vor dem Katalysator und des Durchlaufens vieler unterschiedlicher Motorbetriebspunkte kann das Modell den tatsächlichen Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator gut abbilden. Die größeren Durchbrüche des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator zu den Zeitpunkten 47 und 65 s werden vom Modell bezüglich ihrer Lage und Größe korrekt prädictiert. Die zu Beginn der Messung auftretenden Unterschiede zwischen prädictiertem und tatsächlichem Luftverhältnis hinter dem Katalysator sind auf den unbekannten Anfangszustand des Prozesses (unbekannte Sauerstoffbeladung in einzelnen Bereichen des Katalysators) zurückzuführen. Diese Abweichungen lassen sich durch den vorgesehenen Einsatz einer Beobachterrückführung verringern.

Das Modell wurde unter praxisnahen Bedingungen während vieler weiterer Fahrten validiert



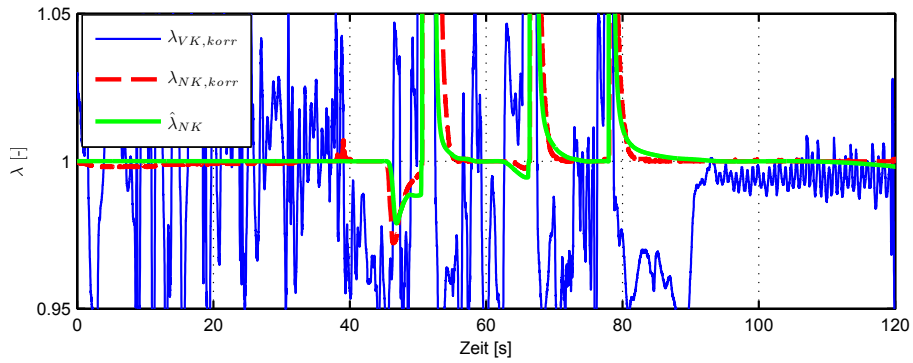


Abbildung 6.12: Straßenmessung mit Mehrzonenmodell

und es wurde im Allgemeinen eine gute Übereinstimmung des prädizierten Luftverhältnisses mit dem tatsächlichen Verlauf festgestellt. In Abbildung 6.13 ist exemplarisch ein Ausschnitt einer weiteren Messung zur Modellvalidierung dargestellt. Bei dieser wurde auf der Straße ein Geschwindigkeitsprofil ähnlich dem NEFZ mit warmem Motor abgefahren. Um die Lesbarkeit der Abbildung zu erhöhen, wurde dabei auf eine Darstellung des Luftverhältnisses vor dem Katalysator verzichtet. Es ist zu erkennen, dass sich selbst kleine Schwankungen des korrigierten Luftverhältnisses im prädizierten Verlauf wiederfinden. Insgesamt ist die Übereinstimmung der Luftverhältnisse sehr gut. Die größeren Abweichungen zwischen prädiziertem und tatsächlichem Luftverhältnis hinter dem Katalysator zu Beginn der Messung sind wiederum Folge des unbekannten Anfangszustandes des Prozesses. Es sei noch erwähnt, dass bei dieser Simulation im Gegensatz zu den zuvor gezeigten Simulationsergebnissen die in Abschnitt 6.2 beschriebene Reinitialisierung des Modells am Ende einer Katalysatorausräumphase aktiv ist (die Beobachterrückführung ist hingegen inaktiv). Dies ist an der starken Änderung des prädizierten Luftverhältnisses nach einer Messzeit von rund 100 s zu erkennen. Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass sich diese Korrekturmaßnahme positiv auf die Modellgüte auswirkt.

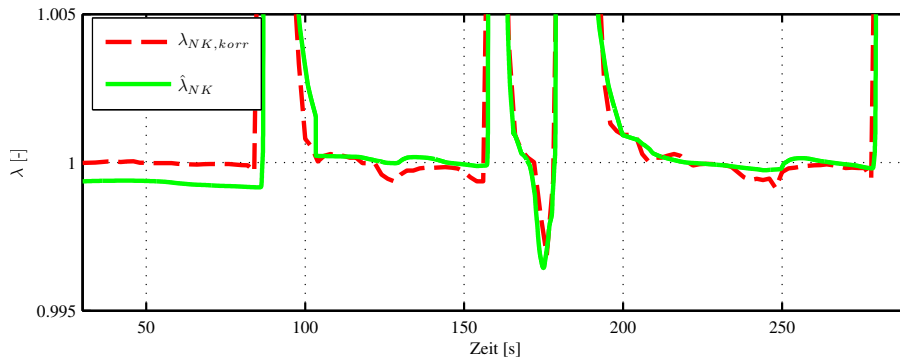


Abbildung 6.13: Luftverhältnisse hinter dem Katalysator mit Reinitialisierung des Modells

Zur Einordnung der Güte des entwickelten Mehrzonenmodells ist in Abbildung 6.14 ein mit dem Modell aus [PJRBJ00] ermittelter Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator dargestellt. Grundlage ist dabei die gleiche Straßenmessung, die in Abbildung 6.12 dargestellt ist. Ein

Vergleich der beiden Abbildungen zeigt, dass der vom Modell aus [PJRB00] prädizierte Verlauf des Luftverhältnisses deutlich unruhiger als der mit dem Mehrzonenmodell ermittelte Verlauf ist. Es wird eine deutlich höhere Anzahl von Durchbrüchen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator in Richtung mager prädiziert als tatsächlich auftritt. Weiterhin werden die Durchbrüche in Richtung fett zu einem signifikant zu frühen Zeitpunkt prädiziert. Auffällig ist zudem das Verhalten nach Ende der Schubabschaltphase, beispielsweise zum Zeitpunkt 50 s. Dort ist eine sprungförmige Änderung des prädizierten Luftverhältnisses aufgrund einer Strukturumschaltung im Modell zu beobachten. Das gemessene Luftverhältnis strebt dem stöchiometrischen Sollwert hingegen verzögert zu. Insgesamt sind die Abweichungen zwischen prädiziertem und tatsächlichem Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator deutlich größer als bei dem Mehrzonenmodell.

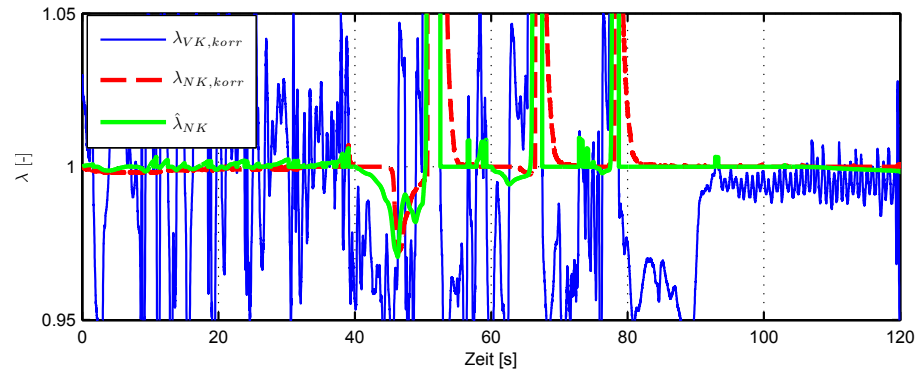


Abbildung 6.14: Straßenmessung mit Vergleichsmodell

### Bewertung der Modellgüte

Zur quantitativen Bewertung der Modellgüte wurde der Wert des Gütefunktional

$$J = \sum_{k=1}^N (\hat{\lambda}_{NK}(k) - \lambda_{NK,korr}(k))^2. \quad (6.7)$$

für bekannte Sauerstoffspeichermodelle bestimmt. Neben dem in dieser Arbeit vorgestellten Mehrzonenmodell werden zum Vergleich die Modelle von Brandt et al. [BWG00, BWG97], Balenovic et al. [BBH01, BBB02, Bal02] sowie Peyton Jones et al. [PJRB00] herangezogen. Betrachtet werden sprungförmige Anregungen im konstanten Motorbetriebspunkt ( $2000 \text{ min}^{-1}$ , 70% relative Füllung) gemäß Abbildung 6.9, sowie die in Abbildung 6.12 dargestellte Straßenfahrt. Bei der Straßenfahrt werden die Schubabschaltphase sowie die Katalysatorausräumphase bei der Berechnung des Gütefunktional nicht berücksichtigt, da während dieser Betriebszustände die Hinterkatregelung inaktiv ist und daher die Genauigkeit des Modells von untergeordnetem Interesse ist. Weiterhin wird im Falle des Mehrzonenmodells auf eine Reinitialisierung am Ende der Katalysatorausräumphase verzichtet, um eine Vergleichbarkeit zu den genannten Sauerstoffspeichermodellen aus der Literatur zu gewährleisten.

In Tabelle 6.2 sind die berechneten Gütefunktionalwerte für die sprungförmige Anregung und die Straßenmessung dargestellt. Anhand dieser Werte ist ersichtlich, dass das Modell von Balenovic et al. das Verhalten des Katalysators bei sprungförmiger Anregung im konstanten Betriebspunkt gut abbilden kann. Die Übereinstimmung von prädiziertem und tatsächlichem Luftverhältnis hin-

Ansatz	$J$ sprungförmige Anregung	$J$ Straßenmessung
Brandt et al.	0.929	1.312
Balenovic et al.	0.654	4.765
Peyton Jones et al.	1.172	0.697
Mehrzonenmodell	0.405	0.451

**Tabelle 6.2:** Vergleich der Güte unterschiedlicher Katalysatormodelle

ter dem Katalysator ist im praxisnahen Fahrbetrieb hingegen unzureichend. Bei dem Modell von Peyton Jones et al. stellt sich die Situation entgegengesetzt dar. Mit diesem Ansatz lässt sich der Verlauf des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator während der Straßenmessung gut abbilden, die Abweichungen des Luftverhältnisses bei sprungförmiger Anregung sind im Vergleich zu den anderen Modellen hingegen stark erhöht. Im Gegensatz dazu kann das in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Mehrzonenmodell in beiden Fällen das Verhalten des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator gleichermaßen gut abbilden. Im Vergleich zu den drei aus der Literatur bekannten Sauerstoffspeichermodeilen ist dabei der Gütefunktionalwert deutlich geringer. Aus der Berücksichtigung räumlicher Effekten der Sauerstoffspeicherung folgt somit eine signifikant höhere Modellgüte.

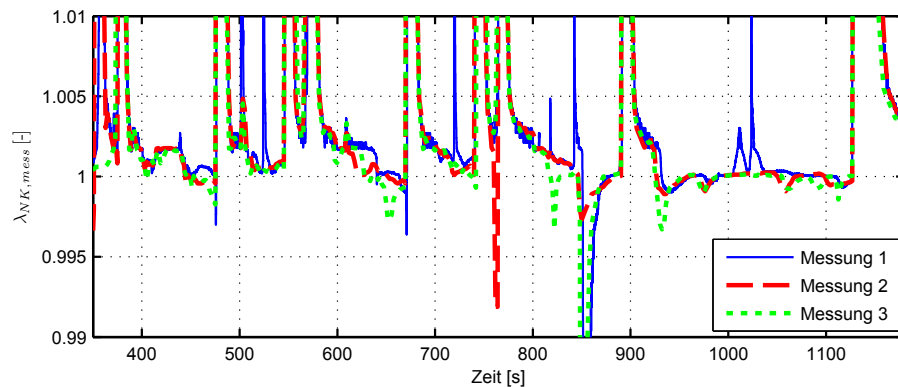
Mit dem in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Ansatz steht somit ein Modell des Dreiwege-Katalysators zur Verfügung, das hinsichtlich Modellgüte bisher eingesetzten Sauerstoffspeichermodeilen überlegen ist. Gleichzeitig ist die Modellkomplexität derart gering, dass eine Berechnung auf gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten in Echtzeit möglich ist. Über die Anzahl der verwendeten Zellen und die Kennlinien  $N_j(\Phi_j)$  lässt sich das Modell flexibel an gegebene Abgassysteme anpassen. Im Gegensatz zu anderen Sauerstoffspeichermodeilen kann mit den gleichen Modellparametern ein großer Motorbetriebsbereich abgedeckt werden. Weiterhin existiert ein systematisches Vorgehen zur Parametrierung des Modells anhand weniger Prüfstandsmessungen.

## 6.4 Validierung der Regelung

Die guten Ergebnisse der Modellvalidierung lassen erwarten, dass sich die hohe Regelgüte des beobachtergestützten Zustandsreglers für das Mehrzonenmodell, die bei den simulativen Untersuchungen mit Nominalmodell in Abschnitt 5.2 festgestellt wurde, in der Praxis bestätigt. Zur Überprüfung dieser Hypothese wurde die entwickelte Hinterkatregelung bestehend aus Beobachter, Zustandsregler und Integral-Regler auf dem Motorsteuergerät des in Abschnitt 6.1 vorgestellten Versuchsfahrzeuges implementiert (siehe auch [TDS11, TDD<sup>+</sup>13]). Zur Bewertung der Regelgüte wurden mehrere Abgastests auf einem Rollenprüfstand der IAV durchgeführt. Dabei wurde neben dem Luftverhältnis hinter dem Katalysator zusätzlich der Schadstoffausstoß während des Neuen Europäischen Fahrzyklus erfasst. Zu Vergleichszwecken wurden zusätzlich mehrere Abgastests unter Verwendung der serienmäßig im Versuchsfahrzeug eingesetzten nichtlinearen PI-Hinterkatregelung durchgeführt.

### Bewertung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator

Nachfolgend soll wie bei den simulativen Untersuchungen in Abschnitt 5.2 zunächst eine Bewertung der Regelgüte auf Basis der Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom stöchiometrischen Sollwert erfolgen.

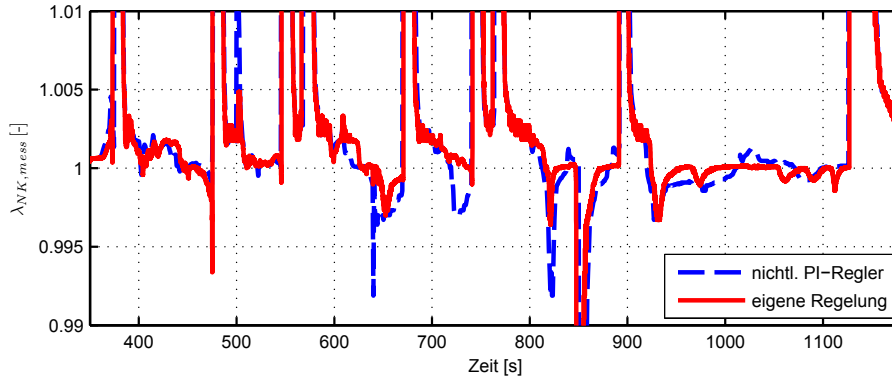


**Abbildung 6.15:** Luftverhältnisse mit entwickelter Regelung bei verschiedenen Abgastests

In Abbildung 6.15 sind die Verläufe des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator während dreier Abgastests dargestellt. Für diese Messungen wurde der beobachtergestützte Zustandsregler mit Mehrzonenmodell als Hinterkatregelung verwendet. Die Abbildung umfasst nicht die erste Phase des NEFZ, da in diesem Zeitbereich die Lambdasonde hinter dem Katalysator die Betriebstemperatur noch nicht erreicht hat und die Hinterkatregelung folglich inaktiv ist.

Die Messungen zur Reglervalidierung wurden auf einem Rollenprüfstand durchgeführt, da dies gegenüber Messungen im normalen Straßenverkehr reproduzierbare Ergebnisse verspricht. Erwartungsgemäß ähnelt sich die drei in Abbildung 6.15 dargestellten Verläufe des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator, insbesondere im Bereich zwischen 400 und 500s oder 900 und 1000s. In anderen Bereichen der Messung sind hingegen größere Unterschiede zwischen den Verläufen zu erkennen, beispielsweise bei 1020s. Diese Abweichungen sind vornehmlich dem Einfluss des Fahrers geschuldet. Während des Fahrzyklus werden Schaltvorgänge sowie Bedienung des Gaspedals nicht von Robotern ausgeführt, sondern von speziell ausgebildetem Bedienpersonal des Rollenprüfstandes. Naturgemäß unterliegen damit genauer Schaltzeitpunkt und Schaltdauer gewissen Streuungen, insbesondere wenn die einzelnen Abgastests von unterschiedlichen Fahrern durchgeführt werden. Da die Dauer des Schaltvorganges (Betätigung der Kupplung) maßgeblich die Freigabe der Schubabschaltung sowie die Höhe der dadurch im Luftverhältnis auftretenden Abmagerung beeinflusst, treten bei einigen Messungen Durchbrüche des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator auf, während bei anderen Messungen die Abmagerung derart gering ist, dass der zusätzliche Sauerstoffeintrag vom Katalysator aufgenommen werden kann und das Luftverhältnis in der Nähe des stöchiometrischen Sollwertes verharret. Weiterhin unterliegt das Luftverhältnis vor dem Katalysator aufgrund von Gemischfehlern stochastischen Schwankungen und trägt ebenfalls zu Unterschieden zwischen den in Abbildung 6.15 dargestellten Verläufen des Luftverhältnisses bei. Aufgrund des insgesamt ähnlichen Verlaufs des Luftverhältnisses und der Tatsache, dass für jedes Regelungskonzept mehrere Messungen durchgeführt wurden, sind anhand der Messdaten der Abgastest dennoch belastbare Aussagen zur Regelgüte möglich.

Die Abbildung 6.16 zeigt einen Vergleich der unter Verwendung von beobachtergestütztem Zustandsregler und nichtlinearem PI-Regler gemessenen Verläufe des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator. Dargestellt ist jeweils die Messung mit den geringsten Abweichungen des Luftverhältnisses vom Sollwert. Die während des NEFZ auftretenden Schubabschaltphasen führen zu einer Auslenkung des Systems aus der Ruhelage. In der Abbildung ist zu erkennen, dass nach Aktivierung der Hinterkatregelung das Luftverhältnis hinter dem Katalysator durch beide Regelungen



**Abbildung 6.16:** Vergleich der Luftverhältnisse mit entwickelter Regelung und PI-Regler

in etwa gleich schnell dem stöchiometrischen Sollwert zugeführt wird. Die Anregelzeit ist somit bei beiden Regelungskonzepten nahezu identisch. Im Falle des nichtlinearen PI-Reglers ist jedoch oftmals nach Durchschreiten des Sollwertes ein ausgeprägtes Überschwingen zu beobachten, insbesondere zu den Zeitpunkten 650 und 720 s. Dadurch ergeben sich bei Nutzung des serienmäßig eingesetzten nichtlinearen PI-Reglers im Vergleich zum beobachtergestützten Zustandsregler mit Mehrzonenmodell größere Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator.

Diese Abweichungen lassen sich quantitativ mit der linearen Betragsregelfläche beschreiben. Für den Vergleich der Regelungen wurde wie in Abschnitt 5.2 die Abweichung des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom Sollwert zur Berechnung der Regelfläche herangezogen. Neben dieser Gesamtregelfläche sind in Tabelle 6.3 zusätzlich die Teilflächen für den mageren und fetten Gemischbereich  $A_{mager}$  bzw.  $A_{fett}$  getrennt angegeben. Diese lassen sich anhand der Hilfssignale

$$\lambda_{A,fett}(t) = \begin{cases} \lambda_{NK,mess}(t), & \text{für } \lambda_{NK,mess}(t) \leq 1 \text{ und HK-Regelung aktiv} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.8)$$

$$\lambda_{A,mager}(t) = \begin{cases} \lambda_{NK,mess}(t), & \text{für } \lambda_{NK,mess}(t) \geq 1 \text{ und HK-Regelung aktiv} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.9)$$

und der Integrale

$$A_{fett} = \int_{T_{start}}^{T_{end}} |\lambda_{A,fett} - 1| dt \quad (6.10)$$

$$A_{mager} = \int_{T_{start}}^{T_{end}} |\lambda_{A,mager} - 1| dt \quad (6.11)$$

berechnen. Dabei werden lediglich die Bereiche zwischen Beginn ( $T_{start}$ ) und Ende ( $T_{end}$ ) der Messung betrachtet, in denen die Hinterkatregelung aktiv ist. Abweichungen des Luftverhältnisses während der Schubabschaltphasen werden folglich bei der Berechnung der Regelflächen nicht berücksichtigt. Damit die berechneten Flächen vergleichbar sind, werden die gleichen Einschaltbedingungen für beide Hinterkatregelungskonzepte verwendet. Die gesamte lineare Betragsregelfläche

ergibt sich als Summe der beiden Teilflächen  $A_{ges} = A_{mager} + A_{fett}$ .

Messung	$A_{fett}$	$A_{mager}$	$A_{ges}$
Nichtlinearer PI-Regler 1	0.144	0.675	0.819
Nichtlinearer PI-Regler 2	0.332	0.397	0.729
Nichtlinearer PI-Regler 3	0.381	0.449	0.830
Beobachtergestützter Zustandsregler 1	0.044	0.581	0.625
Beobachtergestützter Zustandsregler 2	0.075	0.416	0.491
Beobachtergestützter Zustandsregler 3	0.140	0.368	0.508

**Tabelle 6.3:** Vergleich der Regelflächen

Die in Tabelle 6.3 dargestellten Regelflächen weisen im Falle des beobachtergestützten Zustandsreglers sehr geringe Werte für den fetten Gemischbereich auf. Diese sind im Mittel um 70% kleiner als beim nichtlinearen PI-Regler. Diese Verringerung ist maßgeblich auf das deutlich geringere Überspringen nach einer Auslenkung aus der Ruhelage zurückzuführen. Da bei beiden Regelungsstrategien das Luftverhältnis hinter dem Katalysator nach einer Schubabschaltphase etwa gleich schnell dem stöchiometrischen Sollwert zustrebt, liegen die mageren Teilflächen in der gleichen Größenordnung. Diese Teilfläche kann durch Verwendung des beobachtergestützten Zustandsreglers im Mittel lediglich um 10% gesenkt werden. Die Verringerung der Gesamtregelfläche gegenüber dem nichtlinearen PI-Regler liegt im Mittel bei 32%. Dies ist geringer als bei den simulativen Untersuchungen in Abschnitt 5.2 (dort 53%), lässt sich jedoch durch abweichende Störeinflüsse und Betriebsbedingungen bei Simulation und Messung sowie Ungenauigkeiten in dem für die Simulation verwendeten Prozessmodell erklären.

Werden anstatt der Mittelwerte die Regelflächen der Messungen mit den jeweils geringsten Abweichungen des Luftverhältnisses vom Sollwert verglichen, liegt die Verringerung der Betragsregelfläche gegenüber dem nichtlinearen PI-Regler bei nahezu 33%. Selbst die Messung mit beobachtergestütztem Zustandsregler, die die größten Abweichungen des Luftverhältnisses aufweist, besitzt eine um rund 14% geringere Gesamtregelfläche als der Abgastest mit PI-Regelung mit den geringsten Abweichungen vom stöchiometrischen Sollwert. Trotz der Streuungen der berechneten Regelflächen belegen die durchgeführten Messungen somit eine signifikante Verringerung der linearen Betragsregelfläche durch Einsatz des entwickelten Hinterkatregelungskonzeptes.

## Bewertung des Schadstoffausstoßes

Nachdem zuvor die Abweichungen des Luftverhältnisses betrachtet wurden, soll nachfolgend eine Bewertung der Regelgüte auf Basis des Schadstoffausstoßes erfolgen. Dieser ist in der Praxis von höherer Bedeutung als die Betragsregelfläche, da gesetzliche Obergrenzen für die während des NEFZ ausgestoßenen Massen an Kohlenwasserstoffen, Stickoxiden und Kohlenmonoxid existieren, die nicht überschritten werden dürfen. Beide Größen, Schadstoffausstoß und Luftverhältnis hinter dem Katalysator, stehen jedoch in enger Verbindung, wie die Messungen in [KN05] zeigen. Sobald das Luftverhältnis hinter dem Katalysator den stöchiometrischen Sollwert verlässt, steigen die Schadstoffkonzentrationen an. Bei fetten Gemischverhältnissen sind vornehmlich erhöhte Konzentrationen von Kohlenmonoxid und Kohlenwasserstoffen feststellbar, bei mageren Luftverhältnissen hinter dem Katalysator werden vermehrt Stickoxide ausgestoßen.

Aufgrund der deutlich geringeren linearen Betragsregelfläche ist daher bei Verwendung des beobachtergestützten Zustandsreglers ein geringerer Schadstoffausstoß als beim nichtlinearen PI-Regler zu erwarten. Da mit dem entwickelten Regelungskonzept sowohl die Regelfläche für den fetten als

auch für den mageren Gemischbereich verringert wird, ist anzunehmen, dass sowohl die Konzentration von Kohlenmonoxid und Kohlenwasserstoffen im Abgas, als auch der Stickoxidausstoß reduziert werden kann.

Zur Ermittlung des Schadstoffausstoßes wurde ein Teilstrom des Abgases mittels des CVS-Verfahrens in Beuteln gesammelt und anschließend die Konzentration einzelner Schadstoffgruppen mit dem Abgasanalysator ermittelt (siehe Abschnitt 6.1). Anhand dieser Größen konnten schließlich die während des NEFZ ausgestoßenen Schadstoffmassen bestimmt werden. Für die Bewertung der Regelgüte wird die erste Phase des Neuen Europäischen Fahrzyklus (siehe Abbildung 5.2) nicht herangezogen, da in diesem Zeitbereich die Hinterkatregelung inaktiv ist und folglich den Schadstoffausstoß nicht beeinflussen kann. In dieser ersten Phase nach Motorstart ist die Lambdasonde hinter dem Katalysator noch nicht betriebsbereit, da sie erst nach Verdampfen des in der kalten Abgasanlage niedergeschlagenen Kondenswassers auf Betriebstemperatur aufgeheizt werden darf. Diese Maßnahme soll eine Beschädigung des Sensorelementes durch bei Auftreffen von Wassertropfen hervorgerufene Thermoschocks verhindern.

In Tabelle 6.4 sind die für den beobachtergestützten Zustandsregler und den nichtlinearen PI-Regler ermittelten Schadstoffmassen aufgelistet. Betrachtet wird der Ausstoß von Kohlenmonoxid (CO), Kohlenwasserstoffen (HC) und Stickoxiden (NO<sub>x</sub>). Zusätzlich sind die Kohlenwasserstoffmasse ohne Methan (NMHC) sowie die Masse des Stickstoffmonoxids (NO) gesondert angegeben. Bei der zweiten Messung mit der nichtlinearen PI-Hinterkatregelung ist die Abgasmesstechnik ausgefallen. Daher sind für diese Messung keine Schadstoffmassen verfügbar.

Messung	CO [mg]	HC [mg]	NMHC [mg]	NO <sub>x</sub> [mg]	NO [mg]
Nichtlinearer PI-Regler 1	233	29	21	111	76
Nichtlinearer PI-Regler 2	-	-	-	-	-
Nichtlinearer PI-Regler 3	222	27	19	59	39
Beobachtergestützter Zustandsregler 1	185	26	20	64	43
Beobachtergestützter Zustandsregler 2	168	24	17	53	43
Beobachtergestützter Zustandsregler 3	230	28	19	58	39

**Tabelle 6.4:** Schadstoffemissionen der Regelungen in Phase 2 und 3 des NEFZ

Aufgrund des Fahrereinflusses und stochastischer Gemischfehler unterliegen die bei verschiedenen Abgastests mit dem gleichen Regelungskonzept ermittelten Schadstoffmassen gewissen Streuungen. Daher werden zunächst die Mittelwerte der jeweils drei Abgastests pro Regelungskonzept miteinander verglichen. Die zweite Spalte von Tabelle 6.5 gibt die prozentuale Veränderung der mittleren Schadstoffmassen gegenüber dem nichtlinearen PI-Regler bei Verwendung des beobachtergestützten Zustandsreglers an. Erwartungsgemäß ist eine deutliche Verringerung des Ausstoßes aller betrachteten Schadstoffgruppen zu erkennen. Diese liegt für Kohlenmonoxid bei 15%, der Kohlenwasserstoffausstoß wird um 7% gesenkt und die Stickoxidmasse wird um mehr als 30% verringert.

Neben den Mittelwerten wurden zusätzlich die Messungen mit dem jeweils geringsten Schadstoffausstoß pro Konzept miteinander verglichen. Das Ergebnis ist in der dritten Spalte der Tabelle 6.5 angegeben. Demnach können durch Verwendung der neuen Hinterkatregelung die Massen aller limitierten Schadstoffgruppen (CO, HC und NO<sub>x</sub>) im zweistelligen Prozentbereich gesenkt werden. Der Kohlenwasserstoffausstoß kann im Vergleich zum serienmäßig eingesetzten nichtlinearen PI-Regler um 24% verringert werden, der Ausstoß von Kohlenwasserstoffen kann um 11% gesenkt werden und es ist eine Abnahme des Stickoxidausstoßes um 10% zu beobachten.

In der vierten Spalte der Tabelle 6.5 ist weiterhin ein Vergleich der bezüglich Schadstoffaus-

stoß besten Messung mit PI-Regler und des Abgastests mit beobachtergestütztem Zustandsregler mit der höchsten Schadstoffkonzentration im Abgas dargestellt. Selbst bei dieser Worst-Case-Betrachtung sind die Schadstoffmassen bei beiden Regelungskonzepten nahezu gleich.

<i>Schadstoffkomponente</i>	<i>Mittelwert</i>	<i>Beste</i>	<i>Schlechteste - Beste</i>
CO	−15 %	−24 %	+4 %
HC	−7 %	−11 %	+4 %
NMHC	−7 %	−11 %	±0 %
NO <sub>x</sub>	−31 %	−10 %	−2 %
NO	−28 %	−3 %	±0 %

**Tabelle 6.5:** Vergleich der Schadstoffemissionen in Phase 2 und 3 des NEFZ

Die Ergebnisse der Reglervalidierung belegen, dass mit dem in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Konzept für eine modellbasierte Regelung des Luftverhältnisses unter Berücksichtigung der Dynamik des Dreiwege-Katalysators der Schadstoffausstoß gegenüber gegenwärtig in Serie eingesetzten Regelungsstrategien signifikant verringert werden kann. Der beobachtergestützte Zustandsregler für das Mehrzonenmodell erfüllt somit die zuvor definierte Anforderung A1 einer höheren Regelgüte als der nichtlineare PI-Regler in der Praxis. Mittels der Parameter des innerhalb der Regelung verwendeten Modells ist eine Anpassung an verschiedene Abgassystemkonfigurationen möglich (Anforderung A4). Im Gegensatz zum serienmäßig eingesetzten Regler steht für die entwickelte Hinterkatregelung ein systematisches Vorgehen zur Ermittlung dieser Parametrierung anhand weniger Prüfstandsmessungen zur Verfügung, das nicht maßgeblich von der Erfahrung des Applikateurs beeinflusst wird (Anforderung A2). Die durchgeführten Messungen belegen weiterhin die Echtzeitfähigkeit der Regelungsstrategie auf gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten (Anforderung A3). Das Ziel der vorliegenden Arbeit, die Entwicklung einer neuen die Anforderungen A1 bis A4 erfüllenden Hinterkatregelung wurde somit erreicht.



## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Regelung des Luftverhältnisses eines Ottomotors mit Dreiwege-Katalysator. Gegenwärtig verbreitete Konzepte verwenden hierzu einen Lambdaregler mit Vorsteuerung, dem zur Verbesserung der stationären Genauigkeit (Ausgleich von Messfehlern der Lambdasonde vor dem Katalysator) ein zweiter Regelkreis, die Hinterkatregelung, überlagert ist. Die Ermittlung der Parameter des häufig als Hinterkatregelung eingesetzten nichtlinearen PI-Reglers erfolgt durch Applikationsingenieure mit hohem Expertenwissen anhand einer Vielzahl von Abgastests, bei denen die Reglerparameter für definierte Fahrzyklen getunt werden. Die Parametrierung ist daher durch einen hohen Zeit- und Kostenaufwand gekennzeichnet und die erzielten Abgasergebnisse weisen eine hohe Abhängigkeit von der Erfahrung und dem Geschick des Applikateurs auf.

Mit der Entwicklung einer modellbasierten Hinterkatregelung wird neben einer Vereinfachung und Systematisierung der Parametrierung das Ziel verfolgt, den Schadstoffausstoß durch eine stärkere Berücksichtigung der nichtlinearen Dynamik des Katalysators gegenüber gegenwärtig verbreiteten Regelungsstrategien wie dem nichtlinearen PI-Regler zu senken. Durch eine solche Verbesserung der Regelgüte ist es möglich, die aktuellen Abgasgrenzwerte mit einem kleineren Katalysator mit geringerer Edelmetallbeladung einzuhalten und auf diese Weise die Systemkosten für die Abgasnachbehandlung zu senken.

Den Kern der in dieser Arbeit entwickelten Hinterkatregelungsansätze bildet ein mathematisches Modell zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Katalysators. Hierzu eignet sich in besonderer Weise die Klasse der Sauerstoffspeichermodele, da physikalisch-chemische Modelle aufgrund ihrer Komplexität auf aktuellen Motorsteuergeräten nicht in Echtzeit ausgeführt werden können und bei dieser Modellklasse wie bei den vereinfachten physikalisch-chemischen Modellen die Konzentrationen bestimmter Abgasbestandteile als Eingangsgrößen benötigt werden, die in Serien-Fahrzeugen aufgrund der fehlenden Sensorik nicht zur Verfügung stehen. Ein Benchmark bekannter Sauerstoffspeichermodele hat gezeigt, dass trotz der gegenüber empirischen Modellen verbesserten Beschreibung des dynamischen Verhaltens des Katalysators die Übereinstimmung mit der Realität im praxisnahen Fahrbetrieb unzureichend ist. Zusätzlich werden diskontinuierliche Umschaltungen der Modellstruktur durchgeführt, die zu unplausiblen sprungförmigen Verläufen des prädierten Luftverhältnisses hinter dem Katalysator führen und die Konstruktion eines Beobachters erschweren. Ein weiterer Mangel dieser Modelle ist ihre aufwendige Parametrierung, da mit einem Satz von Modellparametern lediglich ein geringer Betriebsbereich des Katalysators abgedeckt werden kann.

Aufgrund der Schwächen bekannter Sauerstoffspeichermodele wurde in dieser Arbeit ein neuer Ansatz zur Modellierung des Katalysators entwickelt. Dieser Ansatz zeichnet sich durch eine erstmals bei Sauerstoffspeichermodellen vorgenommene Berücksichtigung räumlicher Effekte der Sauerstoffspeicherung aus. Dies wird durch die Nutzung eines räumlich diskretisierten Modells erreicht, bei dem mehrere Zellen zur Beschreibung einzelner Bereiche des Katalysators (z.B. Front oder Ende) eingesetzt werden. Die im Rahmen der Modellvalidierung durchgeführten Messungen zeigen, dass das entwickelte Modell das Ein-Ausgangs-Verhalten des Katalysators im praxisnahen Fahrbetrieb gut abbildet. Die Übereinstimmung von tatsächlichem und prädiertem Luftverhältnis hinter dem Katalysator ist signifikant höher als bei Sauerstoffspeichermodellen, die lediglich

die Gesamtmasse des gespeicherten Sauerstoffes betrachten. Trotzdem ist die Modellkomplexität so gering, dass eine echtzeitfähige Berechnung auf gegenwärtig eingesetzten Motorsteuergeräten möglich ist. Mittels der Gesamtzahl der Modellzellen und über den Verlauf der innerhalb der Zellen verwendeten Kennlinien lässt sich das Modell flexibel an unterschiedliche Abgassystemkonfigurationen anpassen.

Auf Basis des Mehrzonen-Katalysatormodells wurden vier Konzepte für eine modellbasierte Hinterkatregelung entwickelt und bewertet. Im Gegensatz zu gegenwärtig verbreiteten Regelungsstrategien nutzen diese moderne Methoden der Regelungstechnik. Als Ansatz für einen systematischen Entwurf einer Regelung auf Basis des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator wird in der vorliegenden Arbeit ein nichtlinearer IMC-Regler präsentiert. Dieser zeichnet sich durch eine einfache Parametrierung aus. Neben den Modellparametern muss lediglich die Filterzeitkonstante eines Tiefpasses bestimmt werden. Aufgrund der totzonenähnlichen Charakteristik des Katalysators ist hingegen die für den Reglerentwurf erforderliche Inversion der Regelstrecke nachteilig.

Daher wurde ein neuartiger ereignisbasierter Regelungsansatz für einen Prozess mit ausgeprägter Totzone und Eingangsstörung entwickelt und für die Hinterkatregelung angewendet. Dieser Ansatz berücksichtigt explizit, dass das Luftverhältnis hinter dem Katalysator einen nahezu stöchiometrischen Wert beibehält, solange bestimmte Grenzen der Sauerstoffbeladung nicht überschritten werden. Diese Beladung wird kontinuierlich mittels eines Einzonenmodells bestimmt und über einen Zustandsregler innerhalb der Totzone gehalten. Durch Verwendung der Sauerstoffbeladung als Regelgröße ist dabei im Vergleich zu einer Regelung basierend auf dem Luftverhältnis hinter dem Katalysator ein früherer Stelleingriff und damit eine Senkung des Schadstoffausstoßes möglich. Eine Korrektur der modellierten Sauerstoffbeladung und eine Schätzung des Messfehlers der Lambdasonde vor dem Katalysator erfolgen lediglich bei Auftreten eines Durchbruches des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator, d.h. ereignisbasiert.

Der dritte Regelungsansatz zeichnet sich durch eine explizite Berücksichtigung räumlicher Effekte der Sauerstoffspeicherung über ein Mehrzonenmodell aus. Er kann als Abwandlung des Dreisondenkonzepts für den amerikanischen Markt aufgefasst werden, bei dem zur Kostenreduktion anstatt einer dritten Lambdasonde im Abgasstrang das Katalysatormodell als virtueller Sensor fungiert. Über die Anzahl der Modellzellen lässt sich dabei leicht mehr als eine zusätzliche Lambdasonde berücksichtigen. Aufgrund des totzonenähnlichen Katalysatorverhaltens erfolgt im Gegensatz zum Dreisondenkonzept eine Regelung der Sauerstoffbeladung mittels eines beobachtergestützten Zustandsreglers.

Abschließend wurde eine nichtlineare Erweiterung des vorhergehenden Ansatzes vorgenommen, die eine stärkere Berücksichtigung der nichtlinearen Prozessdynamik ermöglicht. Bei diesem Konzept wird zur Ermittlung der Sauerstoffbeladung ein Extended Kalman Filter eingesetzt. Die Zustandsregelung basiert auf dem SDRE-Ansatz. Letzteres bedingt die Lösung einer zustandsabhängigen Riccati-Gleichung in jedem Sampleschritt. Es wurde gezeigt, dass dies trotz der begrenzten Rechenleistung aktueller Motorsteuergeräte in Echtzeit möglich ist.

Simulative Untersuchungen zeigen, dass mit allen vier entwickelten Regelungsansätzen die Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator im Vergleich zur weitverbreiteten Hinterkatregelung auf Basis eines nichtlinearen PI-Reglers verringert werden können. Wie erwartet wiesen die Ansätze unter Verwendung der Sauerstoffbeladung als Regelgröße eine höhere Regelgüte als der IMC-Regler auf Basis des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator auf. Durch Berücksichtigung räumlicher Effekte der Sauerstoffspeicherung mittels eines Mehrzonenmodells sowie die stärkere Berücksichtigung der nichtlinearen Prozessdynamik bei Zustandsbeobachtung und Regelung lies sich die Regelgüte weiter steigern. Im Falle von alterungsbedingten Änderungen der Prozessdynamik wurde eine Abnahme der Regelgüte beobachtet. Für den Worst-Case-Fall eines Grenzkatalysators mit 50% geringerer Sauerstoffspeicherkapazität erfüllten alle vorgestellten

Regelungsansätze die Forderung nach robuster Stabilität. Die Forderung nach einer höheren Regelgüte als der PI-Regler wurde vom nichtlinearen IMC-Regler hingegen nicht erfüllt. Insgesamt wies von den vier entwickelten Regelungskonzepten der lineare beobachtergestützte Zustandsregler den besten Kompromiss bezüglich Regelgüte, Parametrierungsaufwand, benötigter Rechenleistung und Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten auf.

Dieser Regelungsansatz wurde auf dem Motorsteuergerät eines Versuchsfahrzeuges mit aufgeladenem Ottomotor und Benzin-Direkteinspritzung implementiert und praktisch erprobt. Die in der vorliegenden Arbeit präsentierten Messergebnisse zeigen, dass die während des Neuen Europäischen Fahrzyklus beobachteten Abweichungen des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator vom stöchiometrischen Sollwert gegenüber dem serienmäßig eingesetzten Regler im Mittel um 32% gesenkt werden konnten. Hierdurch verringerte sich der Schadstoffausstoß. Die während aktiver Hinterkatregelung ausgestoßenen Schadstoffmassen konnten hinsichtlich Kohlenmonoxid um 15% und bezüglich Kohlenwasserstoffen und Stickoxiden um 7% bzw. 30% reduziert werden.

Mit der entwickelten modellbasierten Hinterkatregelung ist somit eine signifikante Senkung des Schadstoffausstoßes gegenüber gegenwärtig verbreiteten Hinterkatregelungsstrategien möglich. Die Parameter des innerhalb der Regelung verwendeten Modells lassen sich anhand weniger Identifikationsmessungen ermitteln. Die Parametrierung des Reglers und Beobachters erfolgt anschließend unter Verzicht auf zeit- und kostenintensive Prüfstandsmessungen anhand des identifizierten Katalysatormodells. Mit dem in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Verfahren ist eine systematische Parametrierung der Regelung möglich, die zu reproduzierbaren Ergebnissen bei Minimierung des Einflusses des Applikateurs führt. Diese Vereinfachung der Parametrierung ist insbesondere in Hinblick auf die aktuell im Rahmen einer zukünftigen Abgasgesetzgebung diskutierten Random Cycles (zufällig aus vordefinierten Bausteinen zusammengesetzte Fahrzyklen) bzw. Messungen des Schadstoffausstoßes im realen Fahrbetrieb auf der Straße mit mobiler Abgasmesstechnik interessant, bei denen die gegenwärtig eingesetzte heuristische Bedatungsstrategie auf Basis vieler Abgastests mit definierten Fahrzyklen an ihre Grenzen stößt.

Untersuchungsbedarf besteht bezüglich einer adaptiven Anpassung der Modellparameter zur Berücksichtigung einer alterungsbedingten Abnahme der Sauerstoffspeicherfähigkeit des Katalysators. Mit einer solchen Anpassung ließe sich die bei den simulativen Untersuchungen mit Grenzkatalysator beobachtete Abnahme der Regelgüte aufgrund von Modellunsicherheiten verringern.

Neue Perspektiven ergeben sich weiterhin durch eine direkte Messung der Sauerstoffbeladung. Gegenwärtig sind hierzu keine serienreifen Sensoren verfügbar, in der Literatur werden jedoch unterschiedliche Messmethoden diskutiert [Rei12]. In Zusammenarbeit mit dem Institut für Oberflächen und Dünnschichttechnik der Hochschule Wismar wurden ebenfalls grundlegende Untersuchungen für die Entwicklung eines solchen Sensors durchgeführt (siehe [FWS08]). Ausgenutzt wird dabei, dass sich die Leitfähigkeit des im Washcoat enthaltenen Ceroxids bei Sauerstoffaufnahme bzw. Sauerstoffabgabe ändert. Ein solcher Sensor bietet Potenzial zur Verbesserung des Zustandsbeobachters unter Beibehaltung der vorgestellten Regelungsstrategie und eröffnet die Möglichkeit einer neuartigen Katalysatordiagnose.



# A Inversion Mehrzonenmodell für variablen Luftmassenstrom

In Abschnitt 4.3 wurde bei der Inversion des Katalysatormodells

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x) u \\ y &= h(x) \\ f(x) &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} -N(x_1) \\ N(x_1) - N(x_2) \\ N(x_2) - N(x_3) \end{bmatrix} \\ g(x) &= 0.23 \dot{m}_L \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\ h(x) &= N(x_3)\end{aligned}\tag{A.1}$$

der Luftmassenstrom  $\dot{m}_L$  als konstant angenommen, um die sich bei der Erläuterung des grundsätzlichen Verfahrens ergebenden Gleichungen übersichtlich zu halten. Da der Luftmassenstrom von der Drehzahl und dem vom Motor abgegebenen Moment abhängt, ist in der Praxis die Bedingung eines konstanten Luftmassenstroms im Allgemeinen nicht erfüllt. Daher wird nachfolgend eine Inversion des Katalysatormodells für einen variablen Luftmassenstrom durchgeführt und es werden die sich ergebenden deutlich komplexeren Gleichungen angegeben.

Das grundsätzliche Vorgehen wurde in Abschnitt 4.3 detailliert erläutert. Zunächst erfolgt mittels eines Diffeomorphismus  $\Theta(x)$  eine Koordinatentransformation in die neuen Koordinaten  $z_i = \Theta_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Die einzelnen Elemente von  $\Theta(x)$  lassen sich dabei anhand der Lie-Ableitungen ermitteln. Im konkreten Fall entspricht der relative Grad  $r$  der Systemordnung  $n = 3$ . Es folgt somit für die Transformationsvorschrift

$$\Theta(x) = \begin{pmatrix} \Theta_1(x) \\ \Theta_2(x) \\ \Theta_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ L_f^{r-1} h(x) \end{pmatrix}.\tag{A.2}$$

Für die zeitliche Ableitung von  $h(x)$  entlang des Vektorfeldes  $f(x)$  gilt

$$\mathcal{L}_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(x)\tag{A.3}$$

bzw. äquivalent

$$\dot{y} = \frac{d}{dt} h(x).\tag{A.4}$$

Bei der Berechnung der zeitlichen Ableitung muss beachtet werden, dass der Luftmassenstrom ebenfalls zeitabhängig ist. Dies führt im Vergleich zu Abschnitt 4.3 zur komplexeren Transforma-

tionsvorschrift

$$\begin{aligned}
\Theta_1(x) &= N(x_3) \\
\Theta_2(x) &= 0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} (N(x_2) - N(x_3)) \\
\Theta_3(x) &= - \left( 0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 N(x_2) + (0.23 \dot{m}_L)^2 \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} (N(x_1) - N(x_2)) \quad (\text{A.5}) \\
&\quad + (0.23 \dot{m}_L)^2 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} (N(x_2) - N(x_3))^2 + \left( 0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 N(x_3) \\
&\quad + (0.23 \dot{m}_L)^2 \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} (N(x_2) - N(x_3)) \ddot{m}_L,
\end{aligned}$$

bei der die Zeitabhängigkeit des Luftmassenstroms lediglich Auswirkungen auf den Term  $\Theta_3(x)$  hat. Die Zustandsraumdarstellung in den transformierten Koordinaten lautet

$$\frac{dz_1}{dt} = \mathcal{L}_f h(x) = \Theta_2(x(t)) = z_2(t) \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{dz_2}{dt} = \mathcal{L}_f^2 h(x) = \Theta_3(x(t)) = z_3(t) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{dz_3}{dt} = \mathcal{L}_f^3 h(x) + \mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^2 h(x(t)) u(t). \quad (\text{A.8})$$

Für die Lie-Ableitungen gilt

$$\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^2 h(x) = (0.23 \dot{m}_L)^3 \frac{\partial N(x_1)}{\partial x_1} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \quad (\text{A.9})$$

sowie mit der vereinfachten Notation  $M = 0.23 \dot{m}_L$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_f^3 h(x) &= -M^3 \frac{\partial N(x_1)}{\partial x_1} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} N(x_1) + M^3 \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \frac{\partial^2 N(x_2)}{\partial x_2^2} [N(x_1) - N(x_2)]^2 \\
&\quad - M^3 \left( \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \right)^2 \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} [N(x_1) - N(x_2)] + M^3 \frac{\partial^3 N(x_3)}{\partial x_3^3} [N(x_2) - N(x_3)]^3 \\
&\quad + M^3 \left( \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^3 [N(x_2) - N(x_3)] - 4M^3 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} [N(x_2) - N(x_3)]^2 \\
&\quad - M^3 \left( \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} [N(x_1) - N(x_2)] \\
&\quad + 3M^3 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} [N(x_1) - N(x_2)] [N(x_2) - N(x_3)] \\
&\quad + 3M^2 \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} [N(x_1) - N(x_2)] \frac{\ddot{m}_L}{\dot{m}_L} + 3M^2 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} [N(x_1) - N(x_2)] \frac{\ddot{m}_L}{\dot{m}_L} \\
&\quad - 3M^2 \left( \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} \right)^2 [N(x_2) - N(x_3)] \frac{\ddot{m}_L}{\dot{m}_L} + M \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3} [N(x_2) - N(x_3)] \frac{\ddot{m}_L}{\dot{m}_L} \ddot{m}_L. \quad (\text{A.10})
\end{aligned}$$

Im Vergleich zu den in Abschnitt 4.3 angegebenen Gleichungen sind keine Änderungen an der Lie-Ableitung  $\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^2 h(x)$  feststellbar und bei der zweiten Lie-Ableitung sind lediglich die letzten vier Terme neu hinzugekommen. Für die Inverse des Modells folgt schließlich

$$u = \frac{1}{\mathcal{L}_g \mathcal{L}_f^2 h(\Theta^{-1}(z))} [\dot{z}_3 - \mathcal{L}_f^3 h(\Theta^{-1}(z))] . \quad (\text{A.11})$$

Dabei stellt  $\Theta^{-1}(z)$  die Rücktransformationsvorschrift zur Ermittlung der ursprünglichen Zustände  $x$  anhand der transformierten Zustände  $z$  dar. Für diese Transformationsvorschrift gilt

$$\Theta^{-1}(z) = \begin{bmatrix} N^{-1} \left( \frac{z_2}{0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2}} + \frac{z_2}{0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}} + \frac{z_3 - z_2^2 \frac{\partial^2 N(x_3)}{\partial x_3^2} \frac{1}{\left(\frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}\right)^2} + z_1 - \frac{z_2}{\dot{m}_L} \ddot{m}_L}{(0.23 \dot{m}_L)^2 \frac{\partial N(x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}} \right) \\ N^{-1} \left( z_1 + \frac{z_2}{0.23 \dot{m}_L \frac{\partial N(x_3)}{\partial x_3}} \right) \\ N^{-1}(z_1) \end{bmatrix} . \quad (\text{A.12})$$

Die für die Inversion benötigten Werte der Ausgangsgröße  $y$  bzw. ihrer zeitlichen Ableitungen (entsprechen den transformierten Zuständen  $z$ ) können analog zu Abschnitt 4.3 über ein Zustandsvariablenfilter ermittelt werden. Auf diese Weise lassen sich ebenfalls die benötigten höheren Ableitungen des Luftmassenstroms bestimmen.





## B Herleitung der Gleichungen für die Nullstellenberechnung eines Polynoms

Bei dem in Abschnitt 4.6 vorgestellten Regelungskonzept wird die SDRE-Methode zur Berechnung der Stellgröße der beobachtergestützten Zustandsregelung eingesetzt. Bei diesem Ansatz ist in jedem Sampleschritt die Lösung einer zustandsabhängigen Riccati-Gleichung erforderlich. Eine rechenaufwendige Teilaufgabe ist dabei die Berechnung der Eigenwerte einer Hamilton-Matrix. Alternativ zu Verfahren auf Basis einer QR-Zerlegung können die Eigenwerte als Nullstellen des charakteristischen Polynoms berechnet werden. Dazu werden in Abschnitt 4.6 zwei Verfahren eingesetzt: Nullstellenberechnung nach Laguerre und Nullstellenberechnung nach Cardano. Aus Platzgründen wurden im genannten Abschnitt lediglich die zur Nullstellenberechnung benötigten Gleichungen angegeben. Die Herleitung dieser Gleichungen wird nachfolgend erläutert.

### B.1 Nullstellenberechnung nach Laguerre

Zunächst soll auf die Herleitung der Rekursionsformel für die Nullstellenberechnung nach Laguerre eingegangen werden. Die Methode nach Laguerre [Mae54] kann zur Bestimmung der ggf. komplexen Nullstellen  $s_\zeta$  eines Polynoms

$$P(s) = \prod_{\zeta=1}^n (s - s_\zeta) = \alpha_\zeta s^\zeta + \alpha_{\zeta-1} s^{\zeta-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 \quad (\text{B.1})$$

eingesetzt werden. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass die Konvergenz für reelle Nullstellen aus jedem Startpunkt garantiert ist. Zusätzlich ist die Methode zur Bestimmung von komplexen Nullstellen geeignet [Mae54], wenn auch in diesem Fall die Konvergenz nicht garantiert ist. Experimente zeigen jedoch, dass eine Nichtkonvergenz selten ist [PTVF92].

Bei der Methode nach Laguerre erfolgt die Nullstellenberechnung in einem iterativen Prozess. Die Herleitung der entsprechenden Iterationsgleichung wird beispielsweise in [PTVF92, RR01, Mae54]) detailliert erläutert. Deshalb wird sie nachfolgend lediglich verkürzt dargestellt. Zur Herleitung der Iterationsgleichung müssen zunächst einige Hilfsgrößen definiert werden. Für die ersten beiden Ableitungen von  $\log P(s)$  gilt

$$\bar{G} = \sum_{\zeta=1}^n \frac{1}{s - s_\zeta} = \frac{\partial P(s)}{\partial s} \frac{1}{P(s)} \quad (\text{B.2})$$

$$\bar{H} = \sum_{\zeta=1}^n \frac{1}{(s - s_\zeta)^2} = \left( \frac{\partial P(s)}{\partial s} \frac{1}{P(s)} \right)^2 - \frac{\partial^2 P(s)}{\partial s^2} \frac{1}{P(s)}. \quad (\text{B.3})$$

Weiterhin werden die Größen

$$\alpha_S(s) = \frac{1}{s - s_\zeta} \quad (\text{B.4})$$

$$\beta_S(s) + \delta_{\tilde{\zeta}}(s) = \frac{1}{s - s_{\tilde{\zeta}}}, \quad \tilde{\zeta} = 1, 2, \dots, n, \quad \tilde{\zeta} \neq \zeta \quad (\text{B.5})$$

$$\delta_S^2(s) = \sum_{\tilde{\zeta}=1, \tilde{\zeta} \neq \zeta}^n \delta_{\tilde{\zeta}}^2(s) \quad (\text{B.6})$$

mit  $\beta_S(s)$  als Mittelwert der  $1/(s - s_{\tilde{\zeta}})$ ,  $\tilde{\zeta} \neq \zeta$  definiert, d.h. es gilt

$$\sum_{\tilde{\zeta}=1, \tilde{\zeta} \neq \zeta}^n \delta_{\tilde{\zeta}}(s) = 0. \quad (\text{B.7})$$

Damit lässt sich für die Ableitungen von  $\log P(s)$

$$\bar{G} = \alpha_S(s) + (n-1) \beta_S(s) \quad (\text{B.8})$$

$$\bar{H} = \alpha_S^2(s) + (n-1) \beta_S^2(s) + \delta_S^2(s) \quad (\text{B.9})$$

schreiben. Aufgelöst nach

$$\alpha_S(s) = \frac{\bar{G} \pm \sqrt{(n-1)(n\bar{H} - \bar{G}^2 - n\delta_S^2(s))}}{n} \quad (\text{B.10})$$

und eingesetzt in Gleichung B.4 folgt

$$s_\zeta = s - \frac{n}{\bar{G} \pm \sqrt{(n-1)(n\bar{H} - \bar{G}^2 - n\delta_S^2(s))}}. \quad (\text{B.11})$$

Wird  $\delta_S^2(s) = 0$  gesetzt, ergibt sich schließlich

$$s_{\zeta, i+1} = s_{\zeta, i} - \frac{n}{\bar{G} \pm \sqrt{(n-1)(n\bar{H} - \bar{G}^2)}}, \quad (\text{B.12})$$

die Iterationsformel nach Laguerre für die Nullstelle  $s_\zeta$ . Für  $i \rightarrow \infty$  konvergiert die Iterierte  $s_{\zeta, i}$  gegen die Nullstelle  $s_\zeta$ . Für eine einfache Nullstelle ist die Konvergenz kubisch (zumindest lokal) [HP77, HPR77, RR01], für mehrfache Nullstellen linear [Mae54, Mek01].

## B.2 Nullstellenberechnung nach Cardano

Eine Alternative zur Nullstellenberechnung nach Laguerre für ein Polynom

$$P(s) = s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0 \quad (\text{B.13})$$

dritter Ordnung stellt die Methode nach Cardano dar. Der Vorteil dieses Ansatzes besteht darin, dass für ein Polynom dritter Ordnung analytische Gleichungen zur Berechnung der Nullstellen

verwendet werden können und diese folglich nicht mit erhöhtem Zeitaufwand iterativ ermittelt werden müssen. Zur Herleitung dieser Gleichungen wird zunächst mittels der Substitution  $\bar{z} = s + \frac{\alpha_2}{3}$  das quadratische Glied beseitigt. Das Ergebnis ist die reduzierte Form

$$P(\bar{z}) = \bar{z}^3 + \tilde{\alpha}_1 \bar{z} + \tilde{\alpha}_0 \quad (\text{B.14})$$

mit

$$\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 - \frac{\alpha_2^2}{3} \quad (\text{B.15})$$

$$\tilde{\alpha}_0 = \frac{2\alpha_2^3}{27} - \frac{\alpha_2\alpha_1}{3} + \alpha_0. \quad (\text{B.16})$$

Dieses Polynom lässt sich mittels der Gleichungen von Cardano auflösen. Mittels des Ansatzes  $\bar{z} = c_0 + c_1$  für die Lösung des reduzierten Polynoms folgt

$$\bar{z}^3 - 3c_0c_1\bar{z} - c_0^3 - c_1^3 = 0. \quad (\text{B.17})$$

Ein Koeffizientenvergleich mit Gleichung B.14 liefert

$$c_0c_1 = -\frac{\tilde{\alpha}_1}{3} \quad (\text{B.18})$$

$$c_0^3 + c_1^3 = -\tilde{\alpha}_0 \quad (\text{B.19})$$

sowie

$$c_0^3 + c_1^3 = -\tilde{\alpha}_0 \quad (\text{B.20})$$

$$c_0^3c_1^3 = -\left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3. \quad (\text{B.21})$$

Werden zwei Kubikwurzeln  $c_0$  und  $c_1$  gefunden, die das Gleichungssystem B.20, B.21 erfüllen, so ist eine Nullstelle des reduzierten Polynoms B.14 ermittelt. Dabei hilft der Satz von Vieta für quadratische Gleichungen. Sind  $\bar{z}_1$  und  $\bar{z}_2$  Nullstellen der quadratischen Gleichung

$$\bar{z}^2 + \hat{\alpha}_1 \bar{z} + \hat{\alpha}_0 = 0, \quad (\text{B.22})$$

so gilt

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = -\hat{\alpha}_1 \quad (\text{B.23})$$

$$\bar{z}_1 \bar{z}_2 = \hat{\alpha}_0. \quad (\text{B.24})$$

Ein Vergleich mit dem Gleichungssystem B.20, B.21 liefert

$$\bar{z}_1 = c_0^3 \quad (\text{B.25})$$

$$\bar{z}_2 = c_1^3 \quad (\text{B.26})$$

$$-\hat{\alpha}_1 = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 = c_0^3 + c_1^3 = -\tilde{\alpha}_0 \quad (\text{B.27})$$

$$\hat{\alpha}_0 = \bar{z}_1 \bar{z}_2 = c_0^3 c_1^3 = -\left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3. \quad (\text{B.28})$$

Damit sind  $\bar{z}_1$  und  $\bar{z}_2$  Lösungen der quadratischen Gleichungen

$$\bar{z}^2 + \tilde{\alpha}_0 \bar{z} - \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3 = 0. \quad (\text{B.29})$$

Dabei gilt

$$\bar{z}_1 = -\frac{\tilde{\alpha}_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3} \quad (\text{B.30})$$

$$\bar{z}_2 = -\frac{\tilde{\alpha}_0}{2} - \sqrt{\left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3}. \quad (\text{B.31})$$

Wegen  $\bar{z}_1 = c_0^3$  und  $\bar{z}_2 = c_1^3$  folgt weiterhin

$$c_0 = \sqrt[3]{-\frac{\tilde{\alpha}_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3}} \quad (\text{B.32})$$

$$c_1 = \sqrt[3]{-\frac{\tilde{\alpha}_0}{2} - \sqrt{\left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3}}. \quad (\text{B.33})$$

In Abhängigkeit des Vorzeichens der Diskriminante

$$D_0 = \left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3 \quad (\text{B.34})$$

lassen sich drei Fälle unterscheiden. Zunächst soll der Fall  $D_0 > 0$  betrachtet werden. In diesem Fall ist eine der Nullstellen der reduzierten Gleichung B.14 reell, die beiden anderen Nullstellen konjugiert komplex. Die Nullstellen ergeben sich aus der Beziehung  $\bar{z} = c_0 + c_1$ . Für  $c_0$  und  $c_1$  existieren jeweils drei Lösungen. Allerdings lassen sich lediglich drei Paare  $\{c_0, c_1\}$  finden, die die Bedingung

$$c_0 c_1 = -\frac{\tilde{\alpha}_1}{3} \quad (\text{B.35})$$

erfüllen. Für die reelle Nullstelle gilt

$$\bar{z}_1 = c_0 + c_1. \quad (\text{B.36})$$

Die beiden komplexen Nullstellen ergeben sich durch Multiplikation mit den beiden primitiven Einheitswurzeln

$$\epsilon_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \quad (\text{B.37})$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \quad (\text{B.38})$$

zu

$$\bar{z}_2 = c_0 \epsilon_1 + c_1 \epsilon_2 = -\frac{c_0 + c_1}{2} + \frac{c_0 - c_1}{2} \sqrt{3} i \quad (\text{B.39})$$

$$\bar{z}_3 = c_0 \epsilon_2 + c_1 \epsilon_1 = -\frac{c_0 + c_1}{2} - \frac{c_0 - c_1}{2} \sqrt{3} i. \quad (\text{B.40})$$

Ein weiterer Fall, der betrachtet werden muss, ist eine Diskriminanten  $D_O = 0$ . Zwei Fälle können zu diesem Ergebnis führen

$$1. \quad \tilde{\alpha}_0 = \tilde{\alpha}_1 = 0 \quad (\text{B.41})$$

$$2. \quad \left(\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}\right)^2 = -\left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3, \quad \tilde{\alpha}_1 \neq \tilde{\alpha}_0. \quad (\text{B.42})$$

Im ersten Fall ergibt sich eine dreifache Nullstelle

$$\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}_3 = 0. \quad (\text{B.43})$$

Für den zweiten Fall ergibt sich eine einfache Nullstelle

$$\bar{z}_1 = \sqrt[3]{-4\tilde{\alpha}_0} = \frac{3\tilde{\alpha}_0}{\tilde{\alpha}_1} \quad (\text{B.44})$$

sowie eine doppelte Nullstelle

$$\bar{z}_2 = \bar{z}_3 = -\sqrt[3]{-\frac{\tilde{\alpha}_0}{2}} = -\frac{1}{2} \frac{3\tilde{\alpha}_0}{\tilde{\alpha}_1}. \quad (\text{B.45})$$

Im Falle von  $D_0 < 0$  müssen zur Berechnung von  $c_0$  und  $c_1$  Wurzeln aus komplexen Zahlen berechnet werden. Dies kann am einfachsten in Polarkoordinaten erfolgen. Eine Alternative ist die Herleitung über trigonometrische Funktionen mit einem Ansatz der Form  $\bar{z} = \bar{r} \cos(\cdot)$ . Nach einigem Rechnen ergibt sich für die drei reellen Nullstellen

$$\bar{z}_1 = 2 \sqrt{-\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}} \cos\left(\frac{\tilde{\varphi}}{3}\right) \quad (\text{B.46})$$

$$\bar{z}_2 = -2 \sqrt{-\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}} \cos\left(\frac{\tilde{\varphi} + \pi}{3}\right) \quad (\text{B.47})$$

$$\bar{z}_3 = -2 \sqrt{-\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}} \cos\left(\frac{\tilde{\varphi} - \pi}{3}\right) \quad (\text{B.48})$$

mit

$$\tilde{\varphi} = \arccos\left(\frac{-\tilde{\alpha}_0}{2 \sqrt{-\left(\frac{\tilde{\alpha}_1}{3}\right)^3}}\right). \quad (\text{B.49})$$

Die Nullstellen des ursprünglichen Polynoms B.13 ergeben sich schließlich mittels der Rücksubstitution

$$s_\zeta = \bar{z}_\zeta - \frac{\alpha_2}{3}, \quad \zeta = 1, 2, 3. \quad (\text{B.50})$$



# C Nomenklatur

## C.1 Abkürzungen

ARX	Auto-Regressive Model with Exogenous Input
CFD	Computational Fluid Dynamics
CO	Kohlenstoffmonoxid
CO <sub>2</sub>	Kohlenstoffdioxid
CPU	Central Processing Unit
CVS	Constant Volume Sampling, Verdünnungsverfahren zur Abgassammlung
EUDC	Extra Urban Driving Cycle
FLOPS	Floating Point Operations per Second
HC	Kohlenwasserstoffe (Hydrocarbons)
IMC	Internal Model Control
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LQR	Linear-Quadratisch-Optimaler Regler (Linear Quadratic Regulator)
LTI	Linear Time Invariant
NARMAX	Nonlinear Auto-Regressive Moving Average with Exogenous Inputs
NEFZ	Neuer Europäischer Fahrzyklus
NMHC	Nicht-Methan-Kohlenwasserstoffe (Non-Methane Hydrocarbons)
NO	Stickstoffmonoxid
NO <sub>x</sub>	Stickoxide
OBD	On-Board Diagnose
PC	Personal Computer
PI	Proportional-Integral Regler
PID	Proportional-Integral-Differential Regler
Pkw	Personenkraftwagen
PM	Partikelmasse (Particulate Matter)
RAM	Random Access Memory
ROM	Read Only Memory
SDC	State Dependent Coefficient, zustandsabhängige Koeffizienten
SISO	Single Input Single Output
SDRE	State Dependent Riccati Equation
SMB	Serieller Mess Bus
UDC	Urban Driving Cycle
US	Unterlagerte Steuerung

## C.2 Formelzeichen

### Lateinische Formelzeichen

Formelzeichen	Beschreibung
$A, A(x)$	Systemmatrix
$A_{CL}$	Systemmatrix des geschlossenen Regelkreises
$A_{Diff}$	Querschnittsfläche des Diffusionspfades in $m^2$
$A_{fett}$	lineare Betragsregelfläche für fette Werte des Luftverhältnisses in s
$A_{ges}$	gesamte lineare Betragsregelfläche in s
$A_{mager}$	lineare Betragsregelfläche für magere Werte des Luftverhältnisses in s
$a$	Koeffizienten eines Polynoms
$a_j$	Realteil der Nullstelle
$B, B(x)$	Eingangs- bzw. Steuermatrix
$b_j$	Imaginärteil der Nullstelle
$C$	Ausgangsmatrix
$C_B(\dot{m}_L)$	luftmassenstromabhängiger Korrekturfaktor für Zustandsgrößen nach Katausräumen
$C_j$	Anteil der Zelle $j$ an der Sauerstoffspeicherkapazität des Katalysators
$C_L$	Umrechnungsfaktor Zylinderfüllung in Luftmassenstrom
$C_n$	Wichtungsfaktor für Katalysatorkennlinie zur Berücksichtigung Alterungseffekte
$C_{O2}$	Sauerstoffspeicherkapazität des Katalysators in kg
$C_\lambda$	multiplikativer Faktor zur Berücksichtigung Fehlbedatung Korrekturkennfeld für $\lambda_{NK}$
$c_0, c_1$	verkürzte Schreibweise für Terme bei Nullstellenberechnung nach Cardano
$d$	Störung, allgemein
$d_A$	Ausgangsstörung
$d_E$	Eingangsstörung
$\hat{d}_E$	prädiizierte Eingangsstörung beim IMC-Regler
$d_G$	Gemischfehler
$d_{NK}$	Messfehler Lambdasonde hinter dem Katalysator
$d_O$	Messfehler Lambdasonde vor dem Katalysator (Offset)
$d_Q$	Quantisierungsfehler Lambdasondenspannung in V
$\tilde{d}_{VK}$	Störung Luftverhältnis vor dem Katalysator (Schwankungen des Luftverhältnisses)
$D$	auf Sauerstoff bezogener Diffusionskoeffizient
$D_0$	Diskriminante bei Nullstellenberechnung
$D_{O2}^*$	Diffusionskoeffizient Sauerstoff in $cm^2 s^{-1}$
$E(\cdot)$	Erwartungswert
$e$	Regeldifferenz, allgemein
$e_{abs}$	absoluter Fehler der berechneten Stellgröße bei Bewertung Verfahren zur Lösung SDRE
$\bar{e}_{abs}$	Mittelwert des absoluten Fehlers
$e_B$	Beobachterfehler



Formelzeichen	Beschreibung
$e_{B,k}$	Schätzfehler zum diskreten Zeitschritt $k$
$e_{NK}$	Regelabweichung Hinterkatregelung
$e_{VK}$	Regelabweichung Lambdaregler
$F(s)$	Filter
$F_2(s)$	zusätzlicher Filter beim IMC-Regler
$F_C$	Faraday-Konstante in $\text{C mol}^{-1}$
$F_k$	Lineare Terme der Taylorreihenentwicklung von $f(\cdot)$
$f(\cdot)$	nichtlineare Funktion
$f_C(\cdot)$	nichtlineare Funktion
$\bar{G}$	erste Ableitung von $\log P(s)$ nach $s$
$G_{abg}(s)$	Übertragungsfunktion zur Beschreibung des Prozessverhaltens im Abgasstrang
$G_{da}(s)$	Störübertragungsfunktion der Ausgangsstörung $d_A$
$G_{de}(s)$	Störübertragungsfunktion der Eingangsstörung $d_E$
$G_w(s)$	Führungsübertragungsfunktion
$G_\lambda(s)$	Übertragungsfunktion zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Lambdasonde
$g(\cdot)$	Eingangs-nichtlinearität bei eingangsaffinen System
$H$	Hamilton-Matrix
$\bar{H}$	zweite Ableitung von $\log P(s)$ nach $s$
$H_k$	Lineare Terme der Taylorreihenentwicklung von $h(\cdot)$
$h(\cdot)$	Ausgangs-nichtlinearität
$h_Q$	Quantisierungsstufe AD-Wandler für Sondenspannung
$I$	Einheitsmatrix
$I_P$	Pumpstrom in A
$I_{ml}$	integrierter Luftmassenstrom zwischen zwei Durchbrüchen in kg
$I_\lambda$	integrierter Sauerstoffbelastung zwischen zwei Durchbrüchen in kg, bei Verwendung von Messwerten für $\lambda$
$i$	Laufvariable
$J$	Gütefunktional, allgemein
$j$	Zählindex für Katalysatorzellen
$K, K(x)$	Reglerverstärkung des Zustandsreglers
$K(v)$	Verstärkungsfaktor Schätzfehler zum Zeitpunkt $T_v$ beim Least Square Verfahren
$K_I$	Verstärkung des Integral-Reglers
$\Delta K_I$	Änderung der Integratorverstärkung beim iterativen Verfahren zur Bestimmung von $K_I$
$K(I, \text{start})$	Startwert zur iterativen Bestimmung von $K_I$
$K_L$	Multiplikativer Faktor für Sauerstoffaufnahme
$K_P$	Verstärkung Proportional-Anteil
$K_R$	Multiplikativer Faktor für Sauerstoffabgaberate
$k$	Zählindex diskreter Zeitschritt
$\mathcal{L}$	Lie-Ableitung, allgemein
$L$	Beobachterverstärkung
$L_{max}$	maximal zulässige Beobachterverstärkung
$L_k$	Beobachterverstärkung des Kalman Filters zum Zeitpunkt $k$
$L_{st}$	stöchiometrischer Luftbedarf

Formelzeichen	Beschreibung
$l$	Entfernung auf Längsachse des Katalysators ( $l = 0$ : Beginn des Katalysators)
$l_{Diff}$	Länge Diffusionspfad in m
$M$	verkürzte Schreibweise für $0.23 \dot{m}_L$
$M_T$	verkürzte Schreibweise für $0.23 \dot{m}_L T_s$
$m_K$	Kraftstoffmasse in kg
$m_{(K,soll)}$	Sollwert für Kraftstoffmasse im Brennraum in kg
$m_L$	Luftmasse in kg
$m_o$	Anstieg Kennlinie oberhalb oberer Schwelle Totzone
$m_{O_2}$	Sauerstoffmasse, allgemein
$\Delta m_{O_2}$	Änderung gespeicherte Sauerstoffmasse bei Gemischwechsel
$\Delta \dot{m}_{O_2}$	Sauerstoffmassenstrom bezogen auf Massenstrom bei $\lambda = 1$ in kg/s
$\Delta \dot{m}_{O_2,in}$	Sauerstoffmassenstrom in den Katalysator hinein in kg/s
$\Delta \dot{m}_{O_2,out}$	Sauerstoffmassenstrom aus dem Katalysator hinaus in kg/s
$\Delta m_{O_2,sp}$	im Katalysator gespeicherte Sauerstoffmasse in kg
$m_u$	Anstieg Kennlinie unterhalb unterer Schwelle Totzone
$N$	Anzahl, z.B. zeitdiskreter Messwerte
$N(\cdot)$	Katalysatorkennlinie einer Zelle (bezogenes Luftverhältnis in Abhängigkeit der Sauerstoffbeladung)
$N(\cdot)^{-1}$	Inverse der Katalysatorkennlinie
$\tilde{N}(\tilde{\Phi})$	Katalysatorkennlinie für Einzonenmodell
$\bar{N}(x)$	verkürzte Schreibweise für den Term $N(x)/x$
$n$	Systemordnung
$n_M$	Motordrehzahl in $\text{min}^{-1}$
$\mathcal{O}$	Ordnung bei Matrizenberechnungen
$P, P(x)$	Lösung der Riccati-Gleichung
$P_0$	Startwert für Lösung Riccati-Gleichung bei iterativen Verfahren
$P(s), P(\bar{z})$	Polynom in $s$ bzw. $\bar{z}$
$\tilde{P}(s)$	Polynom in $s$ nach Ordnungsreduktion
$P_H(s)$	charakteristisches Polynom der Hamilton Matrix
$P(v)$	Kovarianzmatrix zum Zeitpunkt $T_v$ beim Least Square Verfahren
$P_k^-$	Schätzwert für Kovarianz des Schätzfehlers im Prädiktionsschritt des Kalmanfilters
$P_k^+$	Schätzwert für Kovarianz des Schätzfehlers nach Korrektur anhand von Messwerten
$p_i$	Partialdruck Abgaskomponente $i$ in Pa
$p_{O_2}$	Sauerstoffpartialdruck, allgemein in Pa
$p_{O_2, Abgas}$	Sauerstoffpartialdruck im Abgas in Pa
$p_{O_2, Referenz}$	Sauerstoffpartialdruck der Referenzatmosphäre in Pa
$Q, Q(x)$	Wichtungsmatrix für den Zustand beim LQR-Entwurf
$\tilde{Q}$	orthogonale quadratische Matrix bei QR-Zerlegung
$Q_k$	Wichtungsmatrix Kalman Filter zum Zeitpunkt $k$
$q$	Element der Wichtungsmatrix $Q$
$R, R(x)$	Wichtungsmatrix für $u$ beim LQR-Entwurf
$\tilde{R}$	obere Dreiecksmatrix bei QR-Zerlegung
$R_k$	Wichtungsmatrix Kalman Filter zum Zeitpunkt $k$

Formelzeichen	Beschreibung
$R_g$	Universelle Gaskonstante in $\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$
$R_{IMC}$	Kompensator der IMC-Regelung
$r$	relativer Grad eines Systems
$S_C$	Steuerbarkeitsmatrix
$S_k$	Wichtungsmatrix
$s$	Laplace Operator
$s_0$	Startwert für Nullstellenberechnung nach Laguerre
$s_\zeta$	Nullstelle des charakteristischen Polynoms
$s_{\zeta,i}$	Iterierte bei der Berechnung der Nullstelle $s_\zeta$
$T$	Zeitpunkt, allgemein in s
$T_{end}$	Endzeitpunkt für Berechnung eines Integrals oder Gütefunktional in s
$T_{inj}$	Einspritzzeit in s
$T_S$	Samplezeit, Rechenschrittweite in s
$T_{start}$	Startzeitpunkt für Berechnung eines Integrals oder Gütefunktional in s
$T_{t,Abg}$	Totzeit zur Beschreibung von Transportvorgängen im Abgasstrang in s
$T_v$	Zeitpunkt des Durchbruchs des Luftverhältnisses hinter dem Katalysator
$t$	Zeit in s
$U_{nernst}$	Nernst-Spannung in V
$u, u(x)$	Eingangsgröße des Prozesses bzw. Stellgröße
$\hat{u}$	prädizierte Eingangsgröße beim IMC-Regler
$u_C$	Stellgröße des IMC-Reglers
$u_{care}$	Referenzwert Stellgröße zur Bewertung der Verfahren zur Eigenwertberechnung
$u_I$	Stellgröße des Integral-Regler
$u_k$	Eingangsgröße bzw. Stellgröße zum diskreten Zeitpunkt $k$
$u_{max}$	maximal zulässige Stellgröße
$u_{NK}$	Stellgröße der Hinterkatregelung
$u_o$	obere Schaltschwelle der Totzone
$u_{soll}$	Sollwert Stellgröße aus Vorsteuerung
$u_u$	untere Schaltschwelle der Totzone
$u_{VK}$	Stellgröße des Lambdareglers
$u_{VST}$	Stellgröße der Vorsteuerung der Lambdaregelung
$\ddot{u}$	Überschwingen
$\ddot{u}_{max}$	maximal zulässiges Überschwingen
$V(x)$	Lösung Hamilton-Jacobi-Bellman Gleichung
$v$	Zählvariable Durchbrüche Luftverhältnis hinter Katalysator
$w$	Führungsgröße
$x$	Zustand bzw. Zustandsgröße
$\hat{x}$	beobachteter Zustand bzw. Zustandsgröße
$x_0$	Anfangszustand zum Zeitpunkt $T = 0$
$x_k$	Zustand zum diskreten Zeitpunkt $k$
$\hat{x}_k^-$	Schätzwert für den Zustand im Prädiktionsschritt des Kalman Filters
$\hat{x}_k^+$	Schätzwert für den Zustand im Korrekturschritt des Kalman Filters

Formelzeichen	Beschreibung
$x_p$	Punkt im Zustandsraum
$y$	Ausgangsgröße des Systems
$\hat{y}$	vom Modell prädizierte Ausgangsgröße
$\tilde{y}$	Ausgangsgröße lineares Modell für Least Square Schätzung
$y^*$	Ausgang des Filters $F(s)$
$y_k$	Ausgangsgröße zum diskreten Zeitpunkt $k$
$y^{(n)}$	n-te zeitliche Ableitung der Ausgangsgröße
$z$	Zustandsgröße nach Koordinatentransformation
$\bar{z}$	Substitution für Nullstellenberechnung ( $\bar{z} = s^2$ )

### Griechische Formelzeichen

Formelzeichen	Beschreibung
$\alpha$	Koeffizient eines Polynoms, allgemein
$\hat{\alpha}$	Koeffizient eines Polynom
$\tilde{\alpha}$	Koeffizient eines Polynom nach Substitution
$\alpha_C$	Polynom für Berechnung der Reglerverstärkung nach Ackermann-Formel
$\alpha_S(s)$	Hilfsgröße zur Nullstellenberechnung nach Laguerre
$\beta$	Wichtungsfaktor zur Berechnung $R_k$
$\beta_S(s)$	Hilfsgröße zur Nullstellenberechnung nach Laguerre
$\gamma_V$	Vergessensfaktor beim Least Square Verfahren
$\delta$	Wichtungsfaktor zur Berechnung von $Q_k, R_k$
$\delta_S(s)$	Hilfsgröße zur Nullstellenberechnung nach Laguerre
$\delta_{\tilde{\zeta}}$	Hilfsgröße zur Nullstellenberechnung nach Laguerre
$\epsilon_1, \epsilon_1$	Einheitswurzeln
$\zeta$	Zählindex für Nullstellen
$\tilde{\zeta}$	Laufvariable für Nullstellenberechnung
$\eta$	Detunefaktor für Beobachterverstärkung
$\Theta$	normierter Sauerstoffbeladung
$\Theta(x)$	Diffeomorphismus, Vorschrift für Koordinatentransformation
$\Theta^{-1}(x)$	Vorschrift zur Koordinatenrücktransformation
$\theta_P$	Parametervektor
$\vartheta_{abs}$	absolute Temperatur in K
$\vartheta_{Kat}$	Abgastemperatur hinter dem Katalysators in °C
$\lambda$	Luftverhältnis, allgemein
$\Delta\lambda$	auf $\lambda = 1$ bezogenes Luftverhältnis
$\lambda_{BR,soll}$	Sollwert für Luftverhältnis im Brennraum
$\lambda_{A,fett}$	Hilfsgröße zur Berechnung der linearen Betragsregelfläche für den fetten Bereich
$\lambda_{A,mager}$	Hilfsgröße zur Berechnung der linearen Betragsregelfläche für den mageren Bereich
$\lambda_{fett,i}$	Wert für das Luftverhältnis bei fettem Gemischsprung während der Identifikationsmessungen
$\lambda_{mager,i}$	Wert für das Luftverhältnis bei mageren Gemischsprung während der Identifikationsmessungen

Formelzeichen	Beschreibung
$\lambda_{NK}$	Luftverhältnis hinter dem Katalysator
$\hat{\lambda}_{NK}$	vom Modell prädiziertes Luftverhältnis hinter dem Katalysator
$\lambda_{NK,mess}$	gemessenes Luftverhältnis hinter dem Katalysator
$\lambda_{NK,korr}$	korrigiertes Luftverhältnis hinter dem Katalysator
$\lambda_{NK,soll}$	Sollwert für Luftverhältnis hinter dem Katalysator
$\Delta\lambda_o$	obere Schaltschwelle für bezogenes Luftverhältnis hinter Katalysator bei ereignisbasierter Regelung
$\Delta\lambda_u$	untere Schaltschwelle für bezogenes Luftverhältnis hinter Katalysator bei ereignisbasierter Regelung
$\lambda_{VK}$	Luftverhältnis vor dem Katalysator
$\bar{\lambda}_{VK}$	Luftverhältnis vor dem Katalysator ohne Einfluss der Gemischfehler
$\lambda_{VK,mess}$	gemessenes Luftverhältnis vor dem Katalysator
$\lambda_{VK,soll}$	Sollwert für Luftverhältnis vor dem Katalysator
$\nu$	Wichtungsfaktor zur Berechnung von $Q_k$
$\rho$	Wichtungsfaktor bei LQR-Entwurf
$\Delta\rho$	Änderung des Wichtungsfaktors $\rho$ beim iterativen Verfahren zur Bestimmung von $K$
$\rho_{start}$	Startwert für $\rho$ bei iterativer Bestimmung von $K$
$\Sigma$	Prozess
$\hat{\Sigma}$	Prozessmodell
$\Sigma^{-1}$	Inverse des Prozesses
$\tau_{Abg}$	Zeitkonstante zur Berücksichtigung der Gasdurchmischung im Abgasstrang in s
$\tau_f$	Filterzeitkonstante des Tiefpasses bei IMC-Regelung in s
$\tau_{sens}$	Zeitkonstante der Lambdasonde in s
$\Phi$	auf $\lambda = 1$ bezogene Sauerstoffbeladung in kg
$\hat{\Phi}$	beobachtete Sauerstoffbeladung in kg
$\tilde{\Phi}$	Sauerstoffbeladung des Katalysator bei Einzonenmodell in kg
$\Phi_o$	obere Grenze der Sauerstoffbeladung bei Verlassen der toten Zone in kg
$\Phi_u$	untere Grenze der Sauerstoffbeladung bei Verlassen der toten Zone in kg
$\varphi$	Regressionsvektor
$\tilde{\varphi}$	Winkel bei Nullstellenberechnung in rad
$\xi$	Ausgangsstörung
$\Omega$	Umgebung um einem Punkt im Zustandsraum



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Reglerstruktur für das Luftverhältnis . . . . .	2
1.2	Struktur einer verbreiteten nichtlinearen PI-Hinterkatregelung . . . . .	4
2.1	Abgaszusammensetzung eines Ottomotors . . . . .	8
2.2	Schadstoffkonzentration in Abhängigkeit von Luftverhältnis und Zündwinkel . . . . .	8
2.3	Aufbau des Katalysators . . . . .	10
2.4	Konvertierungsraten in Abhängigkeit des Luftverhältnisses . . . . .	12
2.5	Verläufe des Luftverhältnisses bei einem Gemischwechsel von mager nach fett . . . . .	13
2.6	Einfluss der Sauerstoffspeicherfähigkeit auf die Schadstoffkonzentration . . . . .	13
2.7	Kennlinie einer Sprungsonde . . . . .	15
2.8	Gemessene Lambdaverläufe vor und hinter dem Katalysator . . . . .	16
3.1	Lambdasprünge bei fettem Gemisch . . . . .	28
3.2	Struktur einer Modellzelle . . . . .	29
3.3	Modellvorstellung der Sauerstoffbeladung im Katalysator bei einem Gemischwechsel . . . . .	30
3.4	Struktur des Gesamtmodells . . . . .	33
4.1	Struktur des zu regelnden Prozesses mit Lambdaregelung . . . . .	35
4.2	Luftverhältnisse mit und ohne Berücksichtigung der Lambdaregelkreisdynamik . . . . .	36
4.3	Prozessmodell für den Reglerentwurf . . . . .	36
4.4	Strukturen IMC-Regelung: links Standard, rechts für Eingangsstörungen . . . . .	39
4.5	Struktur einer IMC-Regelung für das Luftverhältnis . . . . .	41
4.6	Struktur des Zustandsvariablenfilters . . . . .	43
4.7	Struktur des Kompensators $R_{IMC}$ . . . . .	44
4.8	Ein-Ausgangs-Verhalten einer Totzone . . . . .	46
4.9	Katalysatorkennlinie als Totzone . . . . .	47
4.10	Prozess mit ausgeprägter Totzone . . . . .	49
4.11	Regelung auf $\Delta\lambda_{NK}$ (links) vs. Regelung auf Sauerstoffbeladung (rechts) . . . . .	49
4.12	Struktur einer ereignisbasierten Regelung . . . . .	53
4.13	Struktur Regelung Luftverhältnis mittels ereignisbasierter Regelung . . . . .	53
4.14	Beobachtergestützte Zustandsregelung mit Mehrzonenmodell . . . . .	54
5.1	Blockschaltbild des Prozessmodells . . . . .	73
5.2	Geschwindigkeitsprofil des NEFZ . . . . .	78
5.3	Kennlinie $N_1(\Phi_1)$ in Abhängigkeit von $C_n$ . . . . .	82
6.1	Anordnung der Sensoren im Abgassystem . . . . .	90
6.2	Gemischvertrimmung für die Prozessidentifikation . . . . .	93
6.3	Korrigiertes Luftverhältnis in Abhängigkeit von Spannung und Temperatur . . . . .	95
6.4	Ermittlung der Kennlinie $\tilde{N}(\tilde{\Phi})$ . . . . .	96
6.5	Kennlinie $N_1(\Phi_1)$ . . . . .	97

6.6	Beobachtete Sauerstoffbeladung $\hat{\phi}_3$ in Abhängigkeit von $L$ . . . . .	98
6.7	Programmablaufplan zur Bestimmung der Reglerverstärkung $K$ . . . . .	100
6.8	Programmablaufplan zur Bestimmung der Integrator-Verstärkung $K_I$ . . . . .	101
6.9	Luftverhältnisse mit Mehrzonenmodell bei sprungförmiger Anregung . . . . .	102
6.10	Luftverhältnisse bei sprungförmiger Anregung, zweiter Betriebspunkt . . . . .	103
6.11	Luftverhältnisse mit Vergleichsmodell bei sprungförmiger Anregung . . . . .	104
6.12	Straßenmessung mit Mehrzonenmodell . . . . .	105
6.13	Luftverhältnisse hinter dem Katalysator mit Reinitialisierung des Modells . . . . .	105
6.14	Straßenmessung mit Vergleichsmodell . . . . .	106
6.15	Luftverhältnisse mit entwickelter Regelung bei verschiedenen Abgastests . . . . .	108
6.16	Vergleich der Luftverhältnisse mit entwickelter Regelung und PI-Regler . . . . .	109



# Tabellenverzeichnis

1.1	Abgasgrenzwerte für Pkw mit Ottomotor in mg/km . . . . .	1
3.1	Abhängigkeit der Sauerstoffmassenänderung von der Höhe des Gemischwechsels . .	27
4.1	Rechenzeit für unterschiedliche Implementierungen des Zustandsreglers . . . . .	70
4.2	Abweichungen der berechneten Stellgröße für unterschiedliche Implementierungen des Zustandsreglers . . . . .	71
5.1	Vergleich der Regelflächen mit Nominalmodell . . . . .	79
5.2	Einfluss der Modellgenauigkeit auf die Regelfläche . . . . .	80
5.3	Vergleich der Regelflächen mit Grenzkatalysator . . . . .	83
5.4	Vergleich der Regelflächen mit Nominalmodell, ohne Korrekturkennfeld . . . . .	85
5.5	Bewertung der Regelungskonzepte . . . . .	88
6.1	Technische Daten des Versuchsmotors . . . . .	90
6.2	Vergleich der Güte unterschiedlicher Katalysatormodelle . . . . .	107
6.3	Vergleich der Regelflächen . . . . .	110
6.4	Schadstoffemissionen der Regelungen in Phase 2 und 3 des NEFZ . . . . .	111
6.5	Vergleich der Schadstoffemissionen in Phase 2 und 3 des NEFZ . . . . .	112



# Literaturverzeichnis

- [Ack72] ACKERMANN, J.: Der Entwurf linearer Regelungssysteme im Zustandsraum. In: *Regelungstechnik und Prozessdatenverarbeitung* 7 (1972), S. 297 – 300
- [AG95] ALLGÖWER, F. ; GILLES, E. D.: Einführung in die exakte und näherungsweise Linearisierung nichtlinearer Systeme. In: ENGELL, S. (Hrsg.): *Entwurf nichtlinearer Regelung*. Oldenbourg Verlag, 1995
- [AGO<sup>+</sup>00] AMMANN, M. ; GEERING, H. P. ; ONDER, C. H. ; RODUNER, C. A. ; SHAFAI, E.: Adaptive Control of a Three-Way Catalytic Converter. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 3, 2000, S. 1561 – 1566
- [AIL84] ARNOLD III, W. F. ; LAUB, A. J.: Generalized eigenproblem algorithms and software for algebraic Riccati equations. In: *Proceedings of the IEEE* 72 (1984), Nr. 12, S. 1746 – 1754
- [Al'61] AL'BREKHT, E. G.: On the optimal stabilization of nonlinear systems. In: *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* 25 (1961), S. 1254 – 1265
- [Ala99] ALAMIR, M.: Optimization based non-linear observers revisited. In: *International Journal of Control* 72 (1999), Nr. 13, S. 1204 – 1217
- [AM90] ANDERSON, B. D. O. ; MOORE, J. B.: *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall, 1990
- [And05] ANDERSSON, P.: *Air Charge Estimation in Turbocharged Spark Ignition Engines*, Linköpings Universitet, Diss., 2005
- [AOG02a] AUCKENTHALER, T. S. ; ONDER, C. H. ; GEERING, H. P.: Control-Oriented Investigation of Switch-Type Air/Fuel Ratio Sensors. In: *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*, 2002
- [AOG02b] AUCKENTHALER, T. S. ; ONDER, C. H. ; GEERING, H. P.: Modelling of a Solid-Electrolyte Oxygen Sensor. In: *SAE Paper 2002-01-1293*, 2002
- [AOG04] AUCKENTHALER, T. S. ; ONDER, C. H. ; GEERING, H. P.: Online Estimation of the Oxygen Storage Level of a Three-Way Catalyst. In: *SAE Paper 2004-01-0525*, 2004
- [ARP03] ALIPPI, C. ; RUSSIS, C. de ; PIURI, V.: A neural-network based control solution to air-fuel ratio control for automotive fuel-injection systems. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews* 33 (2003), Nr. 2, S. 259 – 268
- [ARTVA02] AHN, K. ; RAKHA, H. ; TRANI, A. ; VAN AERDE, M.: Estimating Vehicle Fuel Consumption and Emissions based on Instantaneous Speed and Acceleration Levels. In: *Transportation Engineering* 128 (2002), Nr. 2, S. 182 – 190

- [AS95] ANGELIDIS, T. N. ; SKLAVOUNOS, S. A.: A SEM-EDS study of new and used automotive catalysts. In: *Applied Catalysis A: General* 133 (1995), S. 121 – 132
- [Auc05] AUCKENTHALER, T. S.: *Modelling and Control of Three-Way Catalytic Converters*, ETH Zürich, Diss., 2005
- [AVB08] ANDRIGHETTO, P.L. ; VALDIERO, A.C. ; BAVARESCO, D.: Deadzone Compensation in Pneumatic Servo Systems. In: *ABCM Symposium Series in Mechatronics* 3 (2008), S. 501 – 509
- [ÅW08] ÅSTRÖM, K. J. ; WITTENMARK, B.: *Adaptive Control*. 2nd edition. Dover Publications, 2008
- [BA99] BOUTAYEB, M. ; AUBRY, D.: A Strong Tracking Extended Kalman Observer for Nonlinear Discrete-Time Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 44 (1999), Nr. 8, S. 1550–1556
- [Bai01] BAI, E.-W.: Adaptive Dead Zone Inverses for Possibly Nonlinear Control Systems. In: TAO, G. (Hrsg.) ; LEWIS, F.L. (Hrsg.): *Adaptive Control of Nonsmooth Dynamic Systems*. Springer-Verlag, 2001, S. 31 – 48
- [Bal02] BALENOVIC, M.: *Modeling and Model-Based Control of a Three-Way Catalytic Converter*, TU Eindhoven, Diss., 2002
- [Bas07] BASSHUYSEN, R. van (Hrsg.): *Ottomotor mit Direkteinspritzung: Verfahren, Systeme, Entwicklung, Potenzial*. Vieweg, 2007
- [BB94] BENNER, P. ; BYERS, R.: Step Size Control for Newton's Method Applied to Algebraic Riccati Equations. In: *Proceedings of the 5th SIAM Conference on Applied Linear Algebra*, 1994, S. 177 – 181
- [BB98] BENNER, P. ; BYERS, R.: An exact line search method for solving generalized continuous-time algebraic Riccati equations. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 43 (1998), S. 101 – 107
- [BBB02] BALENOVIC, M. ; BACKX, T. ; BIE, T. de: Development of a Model-Based Controller for a Three-Way Catalytic Converter. In: *SAE Paper 2002-01-0475*, 2002
- [BBH01] BALENOVIC, M. ; BACKX, A. C. P. M. ; HOEBINK, J. H. B. J.: On a Model-based Control of a Three-way Catalytic Converter. In: *SAE Paper 2001-01-0937*, 2001
- [BEB04] BALENOVIC, M. ; EDWARDS, J. ; BACKX, T.: Vehicle Application of Model-Based Catalyst Control. In: *Proceedings of the 1st IFAC Symposium Advances in Automotive Control*, 2004, S. 351 – 356
- [BEBD03] BRINKMEIER, C. ; EIGENBERGER, G. ; BÜCHNER, S. ; DONNERSTAG, A.: Transient Emissions of a SULEV Catalytic Converter System Dynamic Simulation vs. Dynamometer Measurements. In: *SAE Paper 2003-01-1001*, 2003
- [Bee00] BEELER, S. C.: *Modeling and Control of Thin Film Growth in a Chemical Vapor Deposition Reactor*, North Carolina State University, Diss., 2000

- [BETZ92] BOZEK, J. W. ; EVANS, R. ; TYREE, C. D. ; ZERAFA, K. L.: Operating Characteristics of Zirconia Galvanic Cells. In: *SAE Paper 920037*, 1992
- [BG01] BRANDT, E. P. ; GRIZZLE, J. W.: Three-Way Catalyst Diagnostics for Advanced Emissions Control Systems. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 5, 2001, S. 3305 – 3311
- [BH75] BRYSON, A. E. ; HO, Y.-C.: *Applied optimal control : optimization, estimation, and control*. Revised Printing. Hemisphere Publ., 1975
- [BHBN99] BALENOVIC, M. ; HOEBINK, J. H. B. J. ; BACKX, A. C. P. M. ; NIEVERGELD, A. J. L.: Modeling of an Automotive Exhaust Gas Converter at Low Temperature Aiming at Control Application. In: *SAE Paper 1999-01-3623*, 1999
- [BL05] BREWERTON, S. ; LETEINTURIER, P.: Rapid gasoline powertrain system design and evaluation using a powertrain starter kit. In: *SAE Paper 2005-01-0062*, 2005
- [Bla06] BLATH, Jan P.: Modelling of Fuel Pressure Dynamics. In: *Proceedings 3. ASIM Workshop, Wismar, Deutschland*, 2006, S. 67 – 78
- [BLKH02] BINIWALE, R. B. ; LABHSETWAR, N. K. ; KOMAR, R. ; HASAN, M. Z.: Catalytic Converter Modeling: Artificial Neural Networks for Perovskite Based Catalysts. In: *SAE Paper 2002-01-0061*, 2002
- [BLM95] BENNER, P. ; LAUB, A. J. ; MEHRMANN, V.: A Collection of Benchmark Examples for the Numerical Solution of Algebraic Riccati Equations I: Continuous-Time Case / Fakultät für Mathematik, TU Chemnitz-Zwickau. 1995. – Forschungsbericht
- [BLT03] BANKS, H. T. ; LEWIS, B. M. ; TRAN, H. T.: Nonlinear Feedback Controllers and Compensators: A State-Dependent Riccati Equation Approach / North Carolina State University, Center for Research in Scientific Computation. 2003. – Forschungsbericht
- [BLT07] BANKS, H. T. ; LEWIS, B. M. ; TRAN, H. T.: Nonlinear feedback controllers and compensators: a state-dependent Riccati equation approach. In: *Computational Optimization and Applications* 37 (2007), Nr. 2, S. 177 – 218
- [BM92] BANKS, S. P. ; MHANA, K. J.: Optimal control and stabilization for nonlinear systems. In: *IMA Journal of Mathematical Control & Information* 9 (1992), S. 179 – 196
- [Bre79] BRETTSCHEIDER, J.: Berechnung des Luftverhältnisses Lambda von Luft-Kraftstoff-Gemischen und des Einflusses von Messfehlern auf Lambda. In: *Bosch Technische Berichte* 6 (1979), S. 177–186
- [Bri06] BRINKMEIER, C.: *Automotive Three-Way Exhaust Aftertreatment under Transient Conditions - Measurements, Modeling and Simulation*, Universität Stuttgart, Diss., 2006
- [BSD97a] BECK, D. D. ; SOMMERS, J. W. ; DIMAGGIO, C. L.: Axial characterization of catalytic activity in close-coupled lightoff and underfloor catalytic converters. In: *Applied Catalysis B: Environmental* 11 (1997), S. 257 – 272

- [BSD97b] BECK, D. D. ; SOMMERS, J. W. ; DiMAGGIO, C. L.: Axial characterization of oxygen storage capacity in close-coupled lightoff and underfloor catalytic converters and impact of sulfur. In: *Applied Catalysis B: Environmental* 11 (1997), S. 273 – 290
- [BTB00] BEELER, S. C. ; TRAN, H. T. ; BANKS, H. T.: Feedback Control Methodologies for Nonlinear Systems. In: *Journal of Optimization Theory and Applications* 107 (2000), Nr. 1, S. 1 – 33
- [BU07] BRAESS, H.-H. (Hrsg.) ; U., Seiffert (Hrsg.): *Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik*. 5. überarb. und erw. Auflage. Vieweg, 2007
- [Bur69] BURGHART, J. H.: A Technique for Suboptimal Feedback Control of Nonlinear Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 14 (1969), Nr. 5, S. 530 – 533
- [BWG97] BRANDT, E. P. ; WANG, Y. ; GRIZZLE, J. W.: A Simplified Three-Way Catalyst Model for Use in On-Board SI Engine Control and Diagnostics. In: *Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control* Bd. 61, 1997
- [BWG00] BRANDT, E. P. ; WANG, Y. ; GRIZZLE, J. W.: Dynamic Modeling of a Three-Way Catalyst for SI Engine Exhaust Emission Control. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 8 (2000), S. 767–776
- [BYL97] BRAILSFORD, A. D. ; YUSSOUFF, M. ; LOGOTHETIS, E. M.: A first-principles model of the zirconia oxygen sensor. In: *Sensors and Actuators B* 44 (1997), S. 321 – 326
- [BYM<sup>+</sup>00] BABA, N. ; YOKOTA, K. ; MATSUNAGA, S. ; KOJIMA, S. ; OHSAWA, K. ; ITO, T.: Numerical Simulation of Deactivation of Three-Way Catalytic Converters. In: *SAE Paper 2000-01-0214*, 2000
- [BZ83] BESTLE, D. ; ZEITZ, M.: Canonical form observer design for non-linear timevariable systems. In: *International Journal of Control* 38 (1983), Nr. 2, S. 419 – 431
- [CB98] CHO, H. ; BAI, E.-W.: Convergence Results for an Adaptive Dead Zone Inverse. In: *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 12 (1998), Nr. 5, S. 451 – 466
- [CBA82] COLVIN, A. D. ; BUTLER, J. W. ; ANDERSON, J. E.: Catalytic Effects on ZrO<sub>2</sub> Oxygen Sensors Exposed to Non-Equilibrium Gas Mixtures. In: *J. Electroanal. Chem.* 136 (1982), S. 179 – 183
- [CBO088] CHEN, D. K. S. ; BISSETT, E. J. ; OH, S. H. ; OSTROM, D. L.: A Three-Dimensional Model for the Analysis of Transient Thermal and Conversion Characteristics of Monolithic Catalytic Converters. In: *SAE Paper 880282*, 1988
- [CC01] CERCÓS, J. N. ; CASIN, J. Q.: Air-fuel ratio control of a gasoline engine by means of a recurrent neural network with differentiated input. In: *Integrated Computer-Aided Engineering* 8 (2001), S. 243 – 255
- [CCM10] CAVINA, N. ; CORTI, E. ; MORO, D.: Closed-loop individual cylinder air-fuel ratio control via UEGO signal spectral analysis. In: *Control Engineering Practice* 18 (2010), Nr. 11, S. 1295 – 1306

- [CCN<sup>+</sup>02] CAPPIELLO, A. ; CHABINI, I. ; NAM, E. K. ; LUE, A. ; ZEID, M. A.: A Statistical Model of Vehicle Emissions and Fuel Consumption / Ford-MIT Alliance. 2002. – Forschungsbericht
- [CCST95] CARNEVALE, C. ; COIN, D. ; SECCO, M. ; TUBETTI, P.: A/F Ratio Control with Sliding Mode Technique. In: *SAE Paper 950838*, 1995
- [CDM96] CLOUTIER, J.R. ; D’SOUZA, C.N. ; MRACEK, C.P.: Nonlinear regulation and nonlinear  $H_\infty$  control via the state-dependent riccati equation technique: Part 1, Theory; Part 2, Examples. In: *Proceedings of the First International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*, 1996, S. 117 – 141
- [CDMF<sup>+</sup>02] CARACENI, A. ; DI MARE, G. ; FERRARA, F. ; SCALA, S. ; SEPE, E.: Hardware in the Loop Testing of EOBD Strategies. In: *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*, 2002
- [CDW01] CHATTERJEE, D. ; DEUTSCHMANN, O. ; WARNATZ, J.: Detailed surface reaction mechanism in a three-way catalyst. In: *Faraday Discuss.* 119 (2001), S. 371–384
- [Cim08] CIMEN, T.: State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey. In: *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, 2008, S. 3761 – 3775
- [CL99] CAMPOS, J. ; LEWIS, F.L.: Deadzone compensation in discrete time using adaptive fuzzy logic. In: *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 7 (1999), Nr. 6, S. 697 – 707
- [Clo94] CLOUTIER, J. R.: Adaptive matched augmentation proportional navigation. In: *Proceedings of the AIAA Missile Sciences Conference*, 1994
- [Clo96] CLOUTIER, J. R.: Time-to-go-less guidance with cross-channel couplings. In: *Proceedings of the AIAA Missile Sciences Conference*, 1996
- [CO02a] CORRADINI, M.L. ; ORLANDO, G.: Practical Stabilization of a Class of Nonlinear Plants with Uncertain Input and Output Nonlinearities. In: *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*, 2002
- [CO02b] CORRADINI, M.L. ; ORLANDO, G.: Robust stabilization of nonlinear uncertain plants with backlash or dead zone in the actuator. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 10 (2002), Nr. 1, S. 158 – 166
- [CO03] CORRADINI, M.L. ; ORLANDO, G.: Robust Practical Stabilization of Nonlinear Uncertain Plants With Input and Output Nonsmooth Nonlinearities. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 11 (2003), Nr. 2, S. 196 – 203
- [Cor01] CORNELIUS, S. J.: *Modelling and Control of Automotive Catalysts*, University of Cambridge, Diss., 2001
- [CS97] CHAN, C.W. ; SUN, X.M.: Design of locally stable deadband compensators for systems with unknown deadband. In: *Proceedings of the Asian Control Conference*, 1997, S. 375 – 378
- [CS02] CLOUTIER, J. R. ; STANSBERRY, D. T.: The Capabilities and Art of State-Dependent Riccati Equation-Based Design. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2002, S. 86 – 91

- [CSS99] CLOUTIER, J. R. ; STANSBERRY, D. T. ; SZNAIER, M.: On the Recoverability of Nonlinear State Feedback Laws by Extended Linearization Control Techniques. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1999, S. 1515 – 1519
- [CSS01] CIOFFI, V. ; SCALA, S. ; SEPE, E.: Control Oriented Modeling of the Exhaust Gas After-Treatment System. In: *MECA01 International Workshop on Modeling, Emissions and Control of Automotive Engines*, 2001
- [DA05] DEPCIK, Ch. ; ASSANIS, D.: One-dimensional automotive catalyst modeling. In: *Progress in Energy and Combustion Science* 31 (2005), S. 308–369
- [DK97] DABROOM, A. ; KHALIL, H.K.: Numerical differentiation using high-gain observers. In: *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, 1997, S. 4790 – 4795
- [DK99] DABROOM, A.M. ; KHALIL, H.K.: Discrete-time implementation of high-gain observers for numerical differentiation. In: *International Journal of Control* 72 (1999), Nr. 17, S. 1523 – 1537
- [DMK04] DI MONTE, R. ; KASPAR, J.: On the role of oxygen storage in three-way catalysis. In: *Topics in Catalysis* 28 (2004), S. 47–57
- [DSM<sup>+</sup>98] DUBIEN, C. ; SCHWEICH, D. ; MABILON, G. ; MARTIN, B. ; PRIGENT, M.: Three-way catalytic converter modelling: fast- and slow-oxidizing hydrocarbons, inhibiting species, and steam-reforming reaction. In: *Chemical Engineering Science* 53 (1998), S. 471–481
- [EA04] ERDEM, E. B. ; ALLEYNE, A. G.: Design of a Class of Nonlinear Controllers via State Dependent Riccati Equations. In: *IEEE Transaction on Control Systems Technology* 12 (2004), Nr. 1, S. 133 – 137
- [EKP08] EICHLSEDER, H. ; KLÜTING, M. ; PIOCK, W. F.: *Grundlagen und Technologien des Ottomotors*. Springer-Verlag, 2008
- [EM86] ECONOMOU, C. G. ; MORARI, M.: Internal Model Control. 5. Extension to Nonlinear Systems. In: *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* 25 (1986), Nr. 2, S. 403 – 411
- [ENB<sup>+</sup>02] ERIKSSON, L. ; NIELSEN, L. ; BRUGARD, J. ; BERGSTRÖM, J. ; PETTERSSON, F. ; ANDERSSON, P.: Modeling of a turbocharged SI engine. In: *Annual Reviews in Control* 26 (2002), Nr. 1, S. 129 – 137
- [Erd01] ERDEM, E. B.: *Analysis and Real-Time Implementation of State-Dependent Riccati Equation Controlled Systems*, University of Illinois, Diss., 2001
- [FCG02] FIENGO, G. ; COOK, J. A. ; GRIZZLE, J. W.: Fore-Aft Oxygen Storage Control. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 2, 2002, S. 1401 – 1406
- [FCG04] FIENGO, G. ; COOK, J. A. ; GRIZZLE, J. W.: Experimental Results on Dual-UEGO Active Catalyst Control. In: *Proceedings IFAC Symposium on Advances in Automotive Control*, 2004, S. 343 – 348



- [Feß10] FESSLER, D. K.: *Modellbasierte On-Board-Diagnoseverfahren für Drei-Wege-Katalysatoren*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2010
- [FGB02] FORTGANG, J. D. ; GEORGE, L. E. ; BOOK, W. J.: Practical Implementation of a Dead Zone Inverse on a Hydraulic Wrist. In: *Proceedings ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Fluid Power Systems and Technology*, 2002, S. 149 – 155
- [FGCK05] FIENGO, G. ; GRIZZLE, J. W. ; COOK, J. A. ; KARNIK, A. Y.: Dual-UEGO Active Catalyst Control for Emissions Reduction: Design and Experimental Validation. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 13 (2005), Nr. 5, S. 722 – 736
- [FGS01] FIENGO, G. ; GLIELMO, L. ; SANTINI, S.: On-board diagnosis for three-way catalytic converters. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 11 (2001), S. 1073–1094
- [FGSC00] FIENGO, G. ; GLIELMO, L. ; SANTINI, S. ; CARACENI, A.: A Fault Diagnosis Algorithm for Three-Way Catalytic Converters. In: *Proceedings of the 5th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2000, S. 97 – 104
- [FGSS02] FIENGO, G. ; GLIELMO, L. ; SANTINI, S. ; SERRA, G.: Control Oriented Models for TWC-equipped Spark Ignition Engines during the Warm-up Phase. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 3, 2002, S. 1761 – 1766
- [FH00] FONG, I.-K. ; HSU, C.-C.: State Feedback Stabilization of Single Input Systems Through Actuators with Saturation and Deadzone Characteristics. In: *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, 2000, S. 3266 – 3271
- [Fie01] FIENGO, G.: *Emissions Control for the Spark Ignition Internal Combustion Engine equipped with Three-Way Catalytic Converter*, Università degli Studi di Napoli Federico II, Diss., 2001
- [Fle77] FLEMING, W. J.: Physical principles governing nonideal behavior of the zirconia oxygen sensor. In: *Journal of the Electrochemical Society* 124 (1977), S. 21 – 28
- [Fra74] FRANK, P. M.: *Entwurf von Regelkreisen mit vorgeschriebenem Verhalten*. G. Braun, 1974
- [Fri96] FRIEDLAND, B.: *Advanced Control System Design*. Prentice Hall, 1996
- [FSVC86] FLYTZANI-STEPHANOPOULOS, M. ; VOECKS, G. E. ; CHARNG, T.: Modelling of heat transfer in non-adiabatic monolith reactors and experimental comparisons of metal monoliths with packed beds. In: *Chemical Engineering Science* 41 (1986), S. 1203–1212
- [FWS08] FEDTKE, P. ; WIENECKE, M. ; SCHÜTZ, A.: Entwicklung eines resistive Oxygen Sensors basierend auf dem System  $(\text{Ce, Al, Zr})_x\text{O}_y\text{-Pd}$  / Hochschule Wismar, Institut für Oberflächen und Dünnschichttechnik. 2008. – Forschungsbericht
- [Gar72] GARRARD, W. L.: Suboptimal feedback control for nonlinear systems. In: *Automatica* 8 (1972), Nr. 2, S. 219 – 221

- [GBPS76] GARNIER, J. E. ; BLUMENTHAL, R. N. ; PANLENER, R. J. ; SHARMA, R. K.: A Thermodynamic Study on CaO-doped Nonstoichiometric Cerium Dioxide. In: *J. Phys. Chem. Solids* 37 (1976), S. 369–378
- [GDC91] GRIZZLE, J. W. ; DOBBINS, K. L. ; COOK, J. A.: Individual cylinder air-fuel ratio control with a single EGO sensor. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 40 (1991), Nr. 1, S. 280 – 286
- [GJ77] GARRARD, W. L. ; JORDAN, J. M.: Design of nonlinear automatic flight control systems. In: *Automatica* 13 (1977), Nr. 5, S. 497 – 505
- [GLLB05] GUEYE, O. ; LABEL, K. ; LAFONTAINE, J. de ; BRUNET, C.-A.: Fine-tuning of a Kalman filter with a genetic algorithm with gradient based optimization methods. In: COFFEY, S. L. (Hrsg.) ; MAZZOLENI, A. P. (Hrsg.) ; LUU, K. K. (Hrsg.) ; GLOVER, R. A. (Hrsg.): *Spaceflight Mechanics*, 2005, S. 2521–2536
- [GM82] GARCIA, C.E. ; MORARI, M.: Internal Model Control - 1. A unifying review and some new results. In: *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* 21 (1982), Nr. 2, S. 308 – 323
- [GM85] GARCIA, C.E. ; MORARI, M.: Internal Model Control - 2. Design procedure for multivariable systems. In: *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* 24 (1985), Nr. 2, S. 472 – 484
- [GO10] GUZZELLA, L. ; ONDER, C. H.: *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*. Springer-Verlag, 2010
- [GRSS98] GLIELMO, L. ; RINALDI, P. ; SANTINI, S. ; SERRA, G.: Modelling and Numerical Simulation of the Dynamic Behaviour of Three Way Catalytic Converters. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications* Bd. 2, 1998, S. 731 – 735
- [Gru08] GRUDEN, D.: *Umweltschutz in der Automobilindustrie. Motor, Kraftstoffe, Recycling*. Teubner+Vieweg, 2008
- [GSG96] GRAEBE, S. F. ; SERON, M. M. ; GOODWIN, G. C.: Nonlinear pH Control with Input Disturbance Rejection. In: *Journal of Process Control* 6 (1996), Nr. 2-3, S. 195 – 202
- [GSG97] GUZZELLA, L. ; SIMONS, M. ; GEERING, H. P.: Feedback linearizing air/fuel-ratio controller. In: *Control Engineering Practice* 5 (1997), Nr. 8, S. 1101 – 1105
- [GSS99] GLIELMO, L. ; SANTINI, S. ; SERRA, G.: A Two-Time-Scale Infinite-Adsorption Model of Three Way Catalytic Converters. In: *Proceedings of the American Control Conference* Bd. 4, 1999, S. 2683 – 2687
- [GSSK08] GHAFFARI, A. ; SHAMEKHI, A. H. ; SAKI, A. ; KAMRANI, E.: Adaptive Fuzzy Control for Air-Fuel Ratio of Automobile Spark Ignition Engine. In: *World Academy of Science, Engineering and Technology* 48 (2008), S. 284 – 292
- [GTG96] GERMANN, H. ; TAGLIAFERRI, S. ; GEERING, H. P.: Differences in Pre- and Post-Converter Lambda Sensor Characteristics. In: *SAE Paper 960335*, 1996

- [HAK<sup>+</sup>94] HASEGAWA, Y. ; AKAZAKI, S. ; KOMORIYA, I. ; MAKI, H. ; NISHIMURA, Y. ; HIROTA, T.: Individual Cylinder Air-Fuel Ratio Feedback Control Using an Observer. In: *SAE Paper 940376*, 1994
- [Har01] HARMSSEN, J. M. A.: *Kinetic modelling of the dynamic behaviour of an automotive three-way catalyst under cold-start conditions*, TU Eindhoven, Diss., 2001
- [Hey88] HEYWOOD, J. B.: *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill, 1988
- [HL96] HUANG, Y. ; LU, W.-M.: Nonlinear Optimal Control: Alternatives to Hamilton-Jacobi Equation. In: *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, 1996, S. 3942 – 3947
- [Hol97] HOLMGREN, A.: *Monolith catalysts for car exhaust: experimental and theoretical studies of oxygen storage, flow and mass transfer*. Licentiate Thesis, Chalmers University of Technology Göteborg, 1997
- [HP77] HANSEN, E. ; PATRICK, M.: A family of root-finding methods. In: *Numerische Mathematik* 27 (1977), Nr. 3, S. 257 – 269
- [HPR77] HANSEN, E. ; PATRICK, M. ; RUSNAK, J.: Some modifications of Laguerre's method. In: *BIT Numerical Mathematics* 17 (1977), Nr. 4, S. 409 – 417
- [HSB08] HEEMELS, W. P. M. H. ; SANDEE, J. ; BOSCH, P. van d.: Analysis of event-driven controllers for linear systems. In: *International Journal of Control* 81 (2008), Nr. 4, S. 571–590
- [HW94] HAN, J. ; WANG, W.: Nonlinear tracking-differentiator. In: *Journal of System Science and Mathematical Sciences* 4 (1994), Nr. 2, S. 177 – 183
- [HWK76] HECK, R. H. ; WEI, J. ; KATZER, J. R.: Mathematical Modeling of Monolithic Catalysts. In: *AIChE Journal* 22 (1976), S. 477–484
- [Ibr01] IBRIR, S.: New differentiators for control and observation applications. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2001, S. 2522 – 2527
- [Ibr04] IBRIR, S.: Linear time-derivative trackers. In: *Automatica* 40 (2004), Nr. 3, S. 397 – 405
- [IEA12] IEA: *World Energy Outlook 2012*. OECD Publishing, 2012
- [Inf07] INFINEON TECHNOLOGIES AG (Hrsg.): *TC1796 32-Bit Single-Chip Microcontroller User's Manual V2.0*. Infineon Technologies AG, July 2007
- [Inf08] INFINEON TECHNOLOGIES AG (Hrsg.): *TC1796 32-Bit Single-Chip Microcontroller TriCore Data Sheet V1.0*. Infineon Technologies AG, April 2008
- [IS99] ITO, K. ; SCHROETER, J. D.: Reduced order feedback synthesis for viscous incompressible flows / North Carolina State University, Center for Research in Scientific Computation. 1999. – Forschungsbericht
- [Isi95] ISIDORI, A.: *Nonlinear Control Systems*. 3rd edition. Springer-Verlag, 1995

- [IXS07] IBRIR, S. ; XIE, W. F. ; SU, C.-Y.: Adaptive tracking of nonlinear systems with non-symmetric dead-zone input. In: *Automatica* 43 (2007), Nr. 3, S. 522 – 530
- [Jac77] JACOBSEN, D. H.: *Extensions of the Linear Quadratic Control, Optimization and Matrix Theory*. Academic Press, 1977
- [Jak06] JAKOBSSON, T.: *Model Based Evaluation of UEGO Performance and Sensitivity*, Linköping University, Diplomarbeit, 2006
- [Jan01] JANG, J. J.: A deadzone compensator of a DC motor system using fuzzy logic control. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews* 31 (2001), Nr. 1, S. 42 – 48
- [JPJP<sup>+</sup>99] JACKSON, R. A. ; PEYTON JONES, J. C. ; PAN, J. ; ROBERTS, J. B. ; CHILDS, P. R. N.: Chemical Aspects of the Dynamic Performance of a Three-Way Catalyst. In: *SAE Paper 1999-01-0312*, 1999
- [JPVS00] JANVIER, C. ; PIJOLAT, M. ; VALDIVIESO, F. ; SOUSTELLE, M.: Thermodynamic description of the nonstoichiometric defect structure of  $Ce_{1-x}Zr_xO_2$  solid solution powders. In: *Solid State Ionics* 127 (2000), S. 207–222
- [JSA07] JOURNÉE, M. ; SCHWEICKHARDT, T. ; ALLGÖWER, F.: Comparative Assessment of Old and New Suboptimal Control Schemes on Three Example Processes. In: *International Journal of Tomography & Statistics* 6 (2007), Nr. 7, S. 45 – 50
- [JSKM97] JAHN, R. ; SNITA, D. ; KUBICEK, M. ; MAREK, M.: 3-D modeling of monolith reactors. In: *Catalysis Today* 38 (1997), S. 39–46
- [Kal60] KALMAN, R. E.: Contributions to the Theory of Optimal Control. In: *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana* 5 (1960), S. 102–119
- [Kal69] KALMAN, R. E.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. In: *Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering* 82 (1969), S. 35 – 45
- [Kat06] KATSEV, S.: *Streamlining of the State-Dependent Riccati Equation Controller Algorithm for an Embedded Implementation*, Rochester Institute of Technology, Kate Gleason College of Engineering, Diplomarbeit, 2006
- [KDKE98] KRICHNER, T. ; DONNERSTAG, A. ; KÖNIG, A. ; EIGENBERGER: Influence of catalyst deactivation on automotive emissions using different cold-start concepts. In: *Studies in Surface Science and Catalysis* 116 (1998), S. 125 – 136
- [KDM03] KHOSSUSI, T. ; DOUGLAS, R. ; MCCULLOUGH, G.: Development and Validation of an Oxygen Storage Model for Three Way Catalysts. In: *SAE Paper 2003-32-0060*, 2003
- [KDR88] KUMAR, B. ; DUTTA ROY, S. C.: Design of digital differentiators for low frequencies. In: *Proceedings of the IEEE* 76 (1988), Nr. 3, S. 287 – 289
- [KET75] KOU, S. R. ; ELLIOTT, D. L. ; TARN, T. J.: Exponential observers for nonlinear dynamic systems. In: *Information and Control* 29 (1975), Nr. 3, S. 204 – 216

- [Kha99] KHALIL, H. K.: High-gain observers in nonlinear feedback control. In: NIJMEIJER, H. (Hrsg.) ; FOSSEN, T. I. (Hrsg.): *New Directions in Nonlinear Observer Design*. Springer-Verlag, 1999, S. 249 – 268
- [KI83] KRENER, A. J. ; ISIDORI, A.: Linearization by output injection and nonlinear observers. In: *Systems & Control Letters* 3 (1983), S. 47 – 52
- [KKS97] KOLTSAKIS, G. C. ; KONSTANDINIDIS, P. A. ; STAMATELOS, A. M.: Development and application range of mathematical models for 3-way catalytic converters. In: *Applied Catalysis B: Environmental* 12 (1997), S. 161–191
- [KKS98] KOLTSAKIS, G. C. ; KANDYLAS, I. P. ; STAMATELOS, A. M.: Three-Way Catalytic Converter Modeling and Applications. In: *Chemical Engineering Communications* 164 (1998), S. 153–189
- [Kle68] KLEINMAN, D.: On an iterative technique for Riccati equation computations. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 13 (1968), S. 114 – 115
- [KLW89] KENNEY, C. ; LAUB, A. J. ; WETTE, M.: A stability-enhancing scaling procedure for Schur-Riccati solvers. In: *Systems & Control Letters* 12 (1989), Nr. 3, S. 241 – 250
- [KLW90] KENNEY, C. ; LAUB, A. J. ; WETTE, M.: Error Bounds for Newton Refinement of Solutions to Algebraic Riccati Equations. In: *Mathematics of Control, Signals, and Systems* 3 (1990), Nr. 3, S. 211 – 224
- [KMD04a] KHOSSUSI, T. ; MCCULLOUGH, G. ; DOUGLAS, R.: Investigation of Oxygen Storage in Three Way Automotive Catalysts. In: *SAE Paper 2004-01-1836*, 2004
- [KMD04b] KHOSSUSI, T. ; MCCULLOUGH, G. ; DOUGLAS, R.: Modelling of oxygen storage in automotive catalysts. In: *Proc. IMechE - Part D: Journal of Automobile Engineering* 218 (2004), S. 1349–1362
- [KML71] KUO, J. C. W. ; MORGAN, C. R. ; LASSEN, H. G.: Mathematical Modeling of CO and HC Catalytic Converter Systems. In: *SAE Paper 710289*, 1971
- [KN05] KIENCKE, U. ; NIELSEN, L.: *Automotive Control Systems. For Engine, Driveline, and Vehicle*. 2nd edition. Springer-Verlag, 2005
- [KOG12] KIWITZ, P. ; ONDER, C. ; GUZELLA, L.: Control-oriented modeling of a three-way catalytic converter with observation of the relative oxygen level profile. In: *Journal of Process Control* 22 (2012), S. 984 – 994
- [KPLC94] KIM, J.-H. ; PARK, J.-H. ; LEE, S.-W. ; CHONG, E. K. P.: A two-layered fuzzy logic controller for systems with deadzones. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 41 (1994), Nr. 2, S. 155 – 162
- [KS97] KOLTSAKIS, G. C. ; STAMATELOS, A. M.: Catalytic Automotive Exhaust After-treatment. In: *Progress in Energy and Combustion Science* 23 (1997), S. 1–39
- [KS99] KAINZ, J. L. ; SMITH, J. C.: Individual Cylinder Fuel Control with a Switching Oxygen Sensor. In: *SAE Paper 1999-01-0546*, 1999

- [LA77] LEE, S.-T. ; ARIS, R.: On the effects of radiative heat transfer in monoliths. In: *Chemical Engineering Science* 32 (1977), S. 827–837
- [LA97] LANGSON, W. ; ALLEYNE, A.: Infinite horizon optimal control of a class of nonlinear systems. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1997, S. 3017 – 3022
- [LA99] LANGSON, W. ; ALLEYNE, A.: A Stability Result with Application to Nonlinear Regulation: Theory and Experiments. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1999, S. 3051 – 3056
- [LA11] LUBLIN, L. ; ATHANS, M.: Linear Quadratic Regulator Control. In: LEVINE, W. S. (Hrsg.): *The Control Handbook. Control System Advanced Methods*. Second Edition. CRC Press, 2011, Kapitel 17
- [Las03] LASSI, U.: *Deactivation Correlations of PD/RH Three-Way Catalysts Designed for Euro IV Emission Limits. Effect of Ageing Atmosphere, Temperature and Time*, University of Oulu, Diss., 2003
- [Lau79] LAUB, A.: A Schur method for solving algebraic Riccati equations. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 24 (1979), Nr. 6, S. 913 – 921
- [Lee03] LEE, J.-H.: Review of zirconia air-fuel ratio sensors for automotive applications. In: *Journal of Materials Science* 38 (2003), S. 4247–4257
- [Leh11] LEHMANN, D.: *Event-based state-feedback control*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 2011
- [Lev98] LEVANT, A.: Robust exact differentiation via sliding mode technique. In: *Automatica* 34 (1998), Nr. 3, S. 379 – 384
- [Lew03] LEWIS, B. M.: *Optimal Control and Shape Design: Theory and Applications*, North Carolina State University, Diss., 2003
- [LGD11] LAUBER, J. ; GUERRA, T. M. ; DAMBRINE, M.: Air-fuel ratio control in a gasoline engine. In: *International Journal of Systems Science* 42 (2011), Nr. 2, S. 277 – 286
- [LGRC09] LÓPEZ-GÁNDARA, C. ; RAMOS, F. M. ; CIRERA, A.: YSZ-Based Oxygen Sensors and the Use of Nanomaterials: A Review from Classical Models to Current Trends. In: *Journal of Sensors* 2009 (2009). – Article ID 258489
- [LK94] LEE, S.-W. ; KIM, J.-H.: Control of systems with deadzones using neural-network based learning controller. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, 1994, S. 2535 – 2538
- [LMFB98] LENNOX, B. ; MONTAGUE, G. ; FRITH, A. ; BEAUMONT, A.: Non-linear model-based predictive control of gasoline engine air-fuel ratio. In: *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 20 (1998), Nr. 2, S. 103 – 112
- [LTWL99] LEWIS, F. L. ; TIM, W. K. ; WANG, L.-Z. ; LI, Z. X.: Deadzone Compensation in Motion Control Systems Using Adaptive Fuzzy Logic Control. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 7 (1999), Nr. 6, S. 731 – 742

- [Luk69] LUKES, D. L.: Optimal regulation of nonlinear dynamical systems. In: *SIAM Journal on Control and Optimization* 7 (1969), Nr. 1, S. 75 – 100
- [Lun07] LUNDIN, E.: *Adaptive air-fuel ratio control for combustion engines*, Linköping University, Diplomarbeit, 2007
- [LY09] LIU, S. ; YAO, B.: Characterization and Attenuation of Sandwiched Deadband Problem Using Describing Function Analysis and Application to Electrohydraulic Systems Controlled by Closed-Center Valves. In: *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 131 (2009), Nr. 3, S. 031002.1 – 031002.7
- [Mae54] MAEHLY, H. J.: Zur iterativen Auflösung algebraischer Gleichungen. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)* 5 (1954), Nr. 3, S. 260 – 263
- [MAM12] MORELOS, M. A. M. ; ANZUREZ MARIN, J.: Fuzzy control strategy for stoichiometric air-fuel mixture in automotive systems. In: *Proceedings World Automation Congress*, 2012, S. 1 – 6
- [MC98] MRACEK, C. P. ; CLOUTIER, J. R.: Control Designs for the Nonlinear Benchmark Problem Via the State-Dependent Riccati Equation Method. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 8 (1998), S. 401 – 433
- [MC09] MERKER, G. P. (Hrsg.) ; CH., Schwarz (Hrsg.): *Grundlagen Verbrennungsmotoren. Simulation der Gemischbildung, Verbrennung, Schadstoffbildung und Aufladung*. 4. überarb. und erw. Auflage. Vieweg + Teubner, 2009
- [MCG93] MORAAL, P. E. ; COOK, J. A. ; GRIZZLE, J. W.: Single sensor individual cylinder air-fuel ratio control of an eight cylinder engine with exhaust gas mixing. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1993, S. 1761 – 1767
- [Meh91] MEHRMANN, V.: *The Autonomous Linear Quadratic Control Problem: Theory and Numerical Solution*. Springer-Verlag, 1991
- [Mek01] MEKWI, W. R.: *Iterative Methods for Roots of Polynomials*, Exeter College, University of Oxford, Diplomarbeit, 2001
- [Mie87] MIELCZARSKI, W.: Observing the state of a synchronous generator Part 1. Theory. In: *International Journal of Control* 45 (1987), Nr. 3, S. 987–1000
- [MM95] MICHALSKA, H. ; MAYNE, D. Q.: Moving Horizon Observers and Observer-Based Control. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 40 (1995), Nr. 6, S. 995 – 1006
- [MMN88] MURASE, I. ; MIORİYAMA, A. ; NAKAI, M.: A Portable Fast Response Air-Fuel Ratio Meter Using An Extended Range Oxygen Sensor. In: *SAE Paper 880559*, 1988
- [MPH01] MIANZO, L. ; PENG, H. ; HASKARA, I.: Transient air-fuel ratio  $H_\infty$  preview control of a drive-by-wire internal combustion engine. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2001, S. 2867 – 2871

- [MPJ03] MUSKE, K. R. ; PEYTON JONES, J. C.: Feedforward/Feedback Air Fuel Ratio Control for an Automotive Catalyst. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2003, S. 1386 – 1391
- [MPJ04a] MUSKE, K. R. ; PEYTON JONES, J. C.: Estimating the Oxygen Storage Level of a Three-Way Automotive Catalyst. In: *Proceeding of the American Control Conference* Bd. 5, 2004, S. 4060 – 4065
- [MPJ04b] MUSKE, K. R. ; PEYTON JONES, J. C.: On-Board Diagnostic and Fault Detection Strategies for an Automotive Three-Way Catalyst. In: *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems*, 2004, S. 847 – 852
- [MPJ06a] MUSKE, K. R. ; PEYTON JONES, J. C.: A model-based si engine air fuel ratio controller. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2006, S. 3284 – 3289
- [MPJ06b] MUSKE, K. R. ; PEYTON JONES, J. C.: Multi-objective model-based control for an automotive catalyst. In: *Journal of Process Control* 16 (2006), S. 27 – 35
- [MPJS08] MUSKE, K. R. ; PEYTON JONES, J. C. ; SCHALLOCK, R. W.: Application of an Adaptive Delay-Compensated PI Controller. In: *Proceedings 17th IEEE International Conference on Control Applications*, 2008, S. 781 – 785
- [MPW00] MANZIE, C. ; PALANISWAMI, M. ; WATSON, H.: Model Predictive Control of a Fuel Injection System with Radial Basis Function Network Observer. In: *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, 2000, S. 359 – 364
- [MSSO06] MERKER, G. ; SCHWARZ, Ch. ; STIESCH, G. ; OTTO, F.: *Verbrennungsmotoren. Simulation der Verbrennung und Schadstoffbildung*. 3., überarbeitete und aktualisierte Auflage. Teubner, 2006
- [MST00] MOGENSEN, M. ; SAMMES, N. M. ; TOMPSETT, G. A.: Physical, chemical and electrochemical properties of pure and doped ceria. In: *Solid State Ionics* 129 (2000), S. 63–94
- [Nie99] NIEUWENHUYS, B. E.: The Surface Science Approach Toward Understanding Automotive Exhaust Conversion Catalysis at the Atomic Level. In: HAAG, W. O. (Hrsg.) ; GATES, B. C. (Hrsg.) ; KNOEZINGER, H. (Hrsg.): *Advances in Catalysis* Bd. 44. Academic Press, 1999, S. 259–328
- [NKO02] NAKAGAWA, S. ; KATOGLI, K. ; OUSUGA, M.: A New Air-Fuel Ratio Feed Back Control for ULEV / SULEV Standard. In: *SAE Paper 2002-01-0194*, 2002
- [NKSB13] NGO, C. ; KOENIG, D. ; SENAME, O. ; BÉCHART, H.: A Reduced Model of Three Ways Catalyst Converter and Stored Oxygen Rate Estimation Using Switched Observer. In: *Proceedings of the 12th European Control Conference*, 2013, S. 3718 – 3723
- [NSHM97] NIEVERGELD, A. J. L. ; SELOW, E. R. ; HOEBINK, J H. B. J. ; MARIN, G. B.: Simulation of a catalytic converter of automotive exhaust gas under dynamic conditions. In: *Studies in Surface Science* 109 (1997), S. 449–458



- [OBK98] OHSAWA, K. ; BABA, N. ; KOJIMA, S.: Numerical Prediction of Transient Conversion Characteristics in a Three-Way Catalytic Converter. In: *SAE Paper 982556*, 1998
- [OC82] OH, S. H. ; CAVENDISH, J. C.: Transients of monolithic catalytic converters: response to step changes in feed stream temperature as related to controlling automobile emissions. In: *Ind Eng Chem Res* 21 (1982), S. 29–37
- [OLR06] ODELSON, B. J. ; LUTZ, A. ; RAWLINGS, J. B.: The Autocovariance Least-Squares Method for Estimating Covariances: Application to Model-Based Control of Chemical Reactors. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 14 (2006), Nr. 3, S. 532–540
- [Ond93] ONDER, C.H.: *Modellbasierte Optimierung der Steuerung und Regelung eines Automotors*, ETH Zürich, Diss., 1993
- [OS00] OSHMAN, Y. ; SHAVIV, I. G.: Optimal tuning of a Kalman filter using genetic algorithms. In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA Paper 2000-4558*, 2000
- [PBG75] PANLENER, R. J. ; BLUMENTHAL, R. N. ; GARNIER, J. E.: A Thermodynamic Study of Nonstoichiometric Cerium Dioxide. In: *J. Phys. Chem. Solids* 36 (1975), S. 1213–1222
- [Pea62] PEARSON, J. D.: Approximation Methods in Optimal Control I. Suboptimal Control. In: *Journal of Electronics and Control* 13 (1962), Nr. 5, S. 453 – 469
- [PFC98] POWELL, J. D. ; FEKETE, N. P. ; CHANG, C.-F.: Observer-Based Air-Fuel Ratio Control. In: *IEEE Control Systems Magazine* 18 (1998), Nr. 5, S. 72 – 83
- [PJ03] PEYTON JONES, J. C.: Modeling Combined Catalyst Oxygen Storage and Reversible Deactivation Dynamics for Improved Emissions Prediction. In: *SAE Paper 2003-01-0999*, 2003
- [PJJ03] PEYTON JONES, J. C. ; JACKSON, R. A.: Potential and pitfalls in the use of dual exhaust gas oxygen sensors for three-way catalyst monitoring and control. In: *Proc. IMechE - Part D: Journal of Automobile Engineering* 217 (2003), S. 475–488
- [PJJR02] PEYTON JONES, J. C. ; JACKSON, R. A. ; ROBERTS, J. B.: The Importance of Reversible Deactivation Dynamics for On-Board Catalyst Control and OBD Systems. In: *SAE Paper 2002-01-0067*, 2002
- [PJM04] PEYTON JONES, J. C. ; MUSKE, K. R.: Model-based OBD for Three-Way Catalyst Systems. In: *SAE Paper 2004-01-0639*, 2004
- [PJRBJ00] PEYTON JONES, J. C. ; ROBERTS, J. B. ; BERNARD, P. ; JACKSON, R. A.: A Simplified Model for the Dynamics of a Three-Way Catalytic Converter. In: *SAE Paper 2000-01-0652*, 2000
- [PJRPJ99] PEYTON JONES, J. C. ; ROBERTS, J. B. ; PAN, J. ; JACKSON, R. A.: Modeling the Transient Characteristics of a Three-Way Catalyst. In: *SAE Paper 1999-01-0460*, 1999

- [PM99] PIEPER, J. K. ; MEHROTRA, R.: Air/fuel ratio control using sliding mode methods. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1999, S. 1027 – 1031
- [Pow02] POWELL, T. D.: Automated Tuning of an Extended Kalman Filter Using the Downhill Simplex Algorithm. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 25 (2002), Nr. 5, S. 901–908
- [PSP<sup>+</sup>94] PATTAS, K. N. ; STAMATELOS, A. M. ; PISTIKOPOULOS, P. K. ; KOLTSAKIS, G. C. ; KONSTANDINIDIS, P. A. ; VOLPI, E. ; LEVERONI, E.: Transient Modeling of 3-Way Catalytic Converters. In: *SAE Paper 940934*, 1994
- [PTVF92] PRESS, W. H. ; TEUKOLSKY, S. A. ; VETTERLING, W. T. ; FLANNERY, B. P.: *Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing*. 2nd edition. Cambridge University Press, 1992
- [Röb04] RÖBENACK, K.: Zum High-Gain-Beobachterentwurf für eingangs-/ausgangs-linearisierbare SISO-Systeme. In: *at-Automatisierungstechnik* 52 (2004), Nr. 10, S. 481 – 488
- [Rei12] REISS, S.: *Direkte Zustandssensorik von Automobilabgaskatalysatoren*, Universität Bayreuth, Diss., 2012
- [RK93] RECKER, D. A. ; KOKOTOVIC, P. V.: Indirect Adaptive Nonlinear Control of Discrete-Time Systems Containing a Deadzone. In: *Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control* Bd. 3, 1993, S. 2647 – 2653
- [RKEJ08] REZAEI, N. ; KORDABADI, H. ; ELKAMEL, A. ; JAHANMIRI, A.: An Optimal Extended Kalman Filter Designed by Genetic Algorithms. In: *Chemical Engineering Communications* 196 (2008), Nr. 5, S. 602 – 615
- [RKRW91] RECKER, D. A. ; KOKOTOVIC, P. V. ; RHODE, D. ; WINKELMAN, J.: Adaptive Nonlinear Control of Systems Containing a Deadzone. In: *Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control*, 1991, S. 2111 – 2115
- [Rob02] ROBERT BOSCH GMBH (Hrsg.): *Abgastechnik für Ottomotoren. Schadstoffminderung und Abgasreinigung, On-Board-Diagnose (OBD), Abgasgesetzgebung, Prüfverfahren*. 6. Ausgabe. Bosch, 2002
- [Rob05] ROBERT BOSCH GMBH (Hrsg.): *Ottomotor-Management. Systeme und Komponenten*. 3. überarb. und erg. Aufl. Vieweg, 2005
- [ROG97] RODUNER, C. A. ; ONDER, C. H. ; GEERING, H. P.: Automated Design of an air/fuel controller for an SI engine considering the three-way catalytic converter in the  $H_\infty$  approach. In: *Proceedings of 5th Mediterranean Conference on Control Systems*, 1997
- [RR01] RALSTON, A. ; RABINOWITZ, P.: *A First Course in Numerical Analysis*. Dover Publications, 2001
- [RS70] RABINER, L. ; STEIGLITZ, K.: The design of wide-band recursive and nonrecursive digital differentiators. In: *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* 18 (1970), Nr. 2, S. 204 – 209

- [RU99] REIF, K. ; UNBEHAUEN, H.: The Extended Kalman Filter as an Exponential Observer for Nonlinear Systems. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 47 (1999), Nr. 8, S. 2324–2328
- [San74] SANDELL, N. R.: On Newton's Method for Riccati Equation Solution. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 19 (1974), Nr. 3, S. 254 – 255
- [San06] SANDEE, J.: *Event-driven control in theory and practice*, TU Eindhoven, Diss., 2006
- [SB93] SCHÄFER, F. ; BASSHUYSEN, R. van: *Schadstoffreduzierung und Kraftstoffverbrauch von Pkw-Verbrennungsmotoren*. Springer-Verlag, 1993
- [SB95] SCHMIEG, S. J. ; BELTON, D. N.: Effect of hydrothermal aging on oxygen storage/release and activity in a commercial automotive catalyst. In: *Applied Catalysis B: Environmental* 6 (1995), S. 127 – 144
- [Sch81] SCHMIDT, S. F.: The Kalman filter - Its recognition and development for aerospace applications. In: *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 4 (1981), Nr. 1, S. 4 – 7
- [Sch95] SCHWEICH, D.: Laboratory Data for Three-Way Catalytic Converter Modeling. In: FRENNET, A. (Hrsg.) ; BASTIN, J.-M. (Hrsg.): *Studies in Surface Science and Catalysis*. Elsevier, 1995, S. 55–72
- [Sch98] SCHERER, M.: *Methoden zur Reduzierung dynamischer Gemischfehler*, Universität-Gesamthochschule Siegen, Diss., 1998
- [Sch07] SCHWARZMANN, D.: *Nonlinear Internal Model Control with Automotive Applications*, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 2007
- [SF10] SUZUKI, S. ; FURUTA, K.: Easy-Implementable On-line Identification Method for a First-Order System Including a Time Delay. In: SILVESTRE-BLANES, J. (Hrsg.): *Factory Automation*. InTech, 2010, Kapitel 30
- [SH04] SOUDER, J. S. ; HEDRICK, J. K.: Adaptive sliding mode control of air-fuel ratio in internal combustion engines. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 14 (2004), Nr. 6, S. 525 – 541
- [SI90] SACHER, C. A. ; INBAR, G. F.: Tracking Of The Muscle Recruitment Characteristic During Adaptive Control Of The Electrically Stimulated Knee. In: *Proceedings of the Twelfth Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 1990, S. 2315 – 2317
- [SKMK12] STEPANEK, J. ; KOCI, P. ; MAREK, M. ; KUBICEK, M.: Catalyst simulations based on coupling of 3D CFD tool with effective 1D channel models. In: *Catalysis Today* 188 (2012), Nr. 1, S. 87 – 93
- [SKTI88] SAJI, K. ; KONDO, H. ; TAKEUCHI, T. ; IGARASHI, I.: Voltage Step Characteristics of Oxygen Concentration Cell Sensors for Nonequilibrium Gas Mixtures. In: *Journal of the Electrochemical Society* 135 (1988), Nr. 7, S. 1686 – 1691

- [SL00] SELMIC, R. R. ; LEWIS, F. L.: Deadzone Compensation in Motion Control Systems Using Neural Networks. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 45 (2000), Nr. 4, S. 602 – 613
- [SLH03] SHYU, K. K. ; LIU, W. J. ; HSU, K. C.: Decentralised variable structure control of uncertain large-scale systems containing a dead-zone. In: *IEE Proceedings Control Theory and Applications* 150 (2003), Nr. 5, S. 467 – 475
- [SLS<sup>+</sup>96] SIEMUND, S. ; LECLERC, J. P. ; SCHWEICH, D. ; PRIGENT, M. ; CASTAGNA, F.: Three-Way Monolithic Converter: Simulations versus Experiments. In: *Chemical Engineering Science* 51 (1996), S. 3709–3720
- [Spi65] SPINDT, R. S.: Air-Fuel Ratios from Exhaust Gas Analysis. In: *SAE Paper 650507*, 1965
- [SRG96] SHAFAI, E. ; RODUNER, Ch. ; GEERING, H. P.: Indirect Adaptive Control of a Three-Way Catalyst. In: *SAE Paper 961038*, 1996
- [SS03] SHENG, J. ; SUN, J. Q.: Sliding control accounting for hardware limitation of mechanical actuators with deadzone. In: *Journal of Sound and Vibration* 266 (2003), Nr. 4, S. 905 – 911
- [SS06] SOUMELIDIS, M. I. ; STOBART, R. K.: Dynamic modelling of three-way catalysts using non-linear identification techniques. In: *Proc. IMechE - Part I: Journal of Systems and Control Engineering* 220 (2006), S. 595–605
- [SSJ04] SOUMELIDIS, M. I. ; STOBART, R. K. ; JACKSON, R. A.: A Nonlinear Dynamic Model for Three-Way Catalyst Control and Diagnosis. In: *SAE Paper 2004-01-1831*, 2004
- [SSJ07] SOUMELIDIS, M. I. ; STOBART, R. K. ; JACKSON, R. A.: A chemically informed, control-oriented model of a three-way catalytic converter. In: *Proc. IMechE - Part D: Journal of Automobile Engineering* 221 (2007), S. 1169–1182
- [Sun02] SUNNEGARDH, E.: *Adaptive Catalyst Model for Control*, Universität Linköping, Diplomarbeit, 2002
- [SV85] SUBRAMANIAM, B. ; VARMA, A.: Reaction kinetics on a commercial three-way catalyst: the carbon monoxide-nitrogen monoxide-oxygen-water system. In: *Ind. Eng. Chem. Prod. Res. Dev.* 24 (1985), S. 512–516
- [SXS<sup>+</sup>13] SU, Q. ; XIE, L. ; SHUAI, S. ; WANG, J. ; SONG, J. ; LI, Z.: Optimization of automotive catalytic converter by numerical modeling and simulation with detailed mechanism. In: *Catalysis Today* 216 (2013), Nr. 1, S. 292 – 298
- [Tao96] TAO, G.: Adaptive Control of Systems with Nonsmooth Input and Output Nonlinearities. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 41 (1996), Nr. 9, S. 1348 – 1352
- [TDBJ07] TOMFORDE, M. ; DÜNOW, P. ; BLATH, J. P. ; JEINSCH, T.: Modellierung eines mengengesteuerten Hochdruck-Kraftstoffsystems für Ottomotoren mit Benzin-Direkteinspritzung. In: *VDI Bericht Nr. 1971*, 2007, S. 803 – 810

- [TDD<sup>+</sup>13] TOMFORDE, M. ; DREWELOW, W. ; DÜNOW, P. ; LAMPE, B. ; SCHULTALBERS, M.: A Post-Catalyst Control Strategy Based on Oxygen Storage Dynamics. In: *SAE Paper 2013-01-0352*, 2013
- [TDS11] TOMFORDE, M. ; DREWELOW, W. ; SCHULTALBERS, M.: Air-fuel ratio control with respect to oxygen storage dynamics. In: *Proceedings 16th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, 2011, S. 242 – 247
- [TK92] TAO, G. ; KOKOTOVIC, P.V.: Adaptive Control of Plants with Unknown Dead-zones. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1992, S. 2710 – 2714
- [TK93] TAO, G. ; KOKOTOVIC, P.V.: Adaptive control of plants with unknown output dead-zones. In: *Proceedings of the 12th IFAC World Congress* Bd. 6, 1993, S. 7 – 10
- [TK94] TAO, G. ; KOKOTOVIC, P.V.: Adaptive Control of Plants with Unknown Dead-Zones. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 39 (1994), Nr. 1, S. 59 – 68
- [TKD09] TOMFORDE, M. ; KUSSEROW, E. ; DREWELOW, W.: Control-oriented models for three-way catalysts. In: CIESLINSKI, J. T. (Hrsg.) ; BARYLSKI, A. (Hrsg.): *Developments in Mechanical Engineering. Vol. 3*. Gdansk University of Technology Publishers, 2009, Kapitel 13
- [TL01] TSANG, K.M. ; LI, G.: Robust nonlinear nominal-model following control to overcome deadzone nonlinearities. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 48 (2001), Nr. 1, S. 177 – 184
- [Tom06] TOMFORDE, M.: *Entwicklung von Simulationsmodellen für verbrennungsmotorische Prozesse*, Hochschule Wismar, Diplomarbeit, 2006
- [Tom09] TOMFORDE, M.: *Vergleich von Modellierungsansätzen für Dreiwege-Katalysatoren unter dem Gesichtspunkt einer modellbasierten Regelung*, Hochschule Wismar, Diplomarbeit, 2009
- [Tor92] TORNAMBÈ, A.: High-gain observers for non-linear systems. In: *International Journal of Systems Science* 23 (1992), Nr. 9, S. 1475 – 1489
- [Tsi89] TSINIAS, J.: Observer design for nonlinear systems. In: *Systems & Control Letters* 13 (1989), Nr. 2, S. 135 – 142
- [TT95a] TAO, G. ; TIAN, M.: Design of adaptive dead-zone inverse for non-minimum phase plants. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 1995, S. 2059 – 2063
- [TT95b] TIAN, M. ; TAO, G.: Control of Nonminimum Phase Plants with Output Dead-zones. In: *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*, 1995, S. 973 – 974
- [TT97a] TIAN, M. ; TAO, G.: Adaptive dead-zone compensation for output-feedback canonical systems. In: *International Journal of Control* 67 (1997), Nr. 5, S. 791 – 812

- [TT97b] TIAN, M. ; TAO, G.: Adaptive Output Dead-Zone Compensation. In: *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control*, 1997, S. 1157 – 1161
- [TTT01] TAWARE, A. ; TAO, G. ; TEOLIS, C.: An adaptive dead-zone inverse controller for systems with sandwiched dead-zones. In: *Proceedings of the American Control Conference*, 2001, S. 2456 – 2461
- [Umw12] UMWELTBUNDESAMT: *Nationale Trendtabellen für die deutsche Berichterstattung atmosphärischer Emissionen*, 2012
- [VAHS99] VIGILD, C. W. ; ANDERSEN, K. P. H. ; HENDRICKS, E. ; STRUWE, M.: Towards robust H-infinity control of an SI engine's air/fuel ratio. In: *SAE Paper 1999-01-0854*, 1999
- [VB68] VARDI, J. ; BILLER, W. F.: Thermal Behavior of Exhaust Gas Catalytic Convertor. In: *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 7 (1968), S. 83–90
- [VDSBA<sup>+</sup>01] VAN DER SCHOOT, M. V. ; BHARGAVA, S. K. ; AKOLEKAR, D. B. ; FÖGER, K. ; WATSON, H. C.: Deterioration of Automotive Catalytic Converters: Physical Catalyst Characterisation. In: *SAE Paper 2001-01-3691*, 2001
- [VG00] VALAPPIL, J. ; GEORGAKIS, C.: Systematic Estimation of State Noise Statistics for Extended Kalman Filters. In: *AIChE Journal* 46 (2000), Nr. 2, S. 292–308
- [Vol04] VOLKSWAGEN AG (Hrsg.): *Selbststudienprogramm 337. Der 2.0l FSI Motor mit Turboaufladung*. Volkswagen AG, 2004
- [WB06] WELCH, G. ; BISHOP, G.: An Introduction to the Kalman Filter / Department of Computer Science, University of North Carolina. 2006 (TR 95-041). – Forschungsbericht
- [WBH<sup>+</sup>02] WINDMANN, J. ; BRAUN, J. ; HAUBER, T. ; TÖBBEN, H. ; ZACKE, P. ; CHATTERJEE, D. ; CORREAN, C. ; DEUTSCHMANN, O. ; MAIER, L. ; TISCHER, S. ; WARNATZ, J.: Three-Dimensional Simulation of the Transient Behavior of a Three-Way Catalytic Converter. In: *SAE Paper 2002-01-0065*, 2002
- [WC75] WERNLI, A. ; COOK, G.: Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem. In: *Automatica* 11 (1975), Nr. 1, S. 75 – 84
- [WCL13] WANG, H. ; CHEN, B. ; LIN, C.: Adaptive Neural Tracking Control for a Class of Stochastic Nonlinear Systems with Unknown Dead-Zone. In: *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* 9 (2013), Nr. 8, S. 3257 – 3269
- [WGB<sup>+</sup>02] WANKER, R. ; GRANTER, H. ; BACHLER, G. ; RABENSTEIN, G. ; ENNEMOSER, A. ; TATSCHL, R. ; BOLLIG, M.: New Physical and Chemical Models for CFD Simulation of Exhaust Gas Lines: A Generic Approach. In: *SAE Paper 2002-01-0066*, 2002
- [WHS03] WANG, X.-S. ; HONG, H. ; SU, C.-Y.: Model reference adaptive control of continuous-time systems with an unknown input dead-zone. In: *IEEE Proceedings Control Theory and Applications* 150 (2003), Nr. 3, S. 261 – 266

- [WJT95] WHITTINGTON, B. I. ; JIANG, C. J. ; TRIMM, D. L.: Vehicle exhaust catalysis: I. The relative importance of catalytic oxidation, steam reforming and water-gas shift reactions. In: *Catalysis Today* 26 (1995), S. 41–45
- [WLD<sup>+</sup>96] WORFOLK, P. ; LEISE, T. ; DOHLEN, B. von ; CHEN, X. ; OTHMAN, S. ; BARRICK, G. ; CALHOUN, D. ; HUANG, X. ; LOMELI, H. ; MICHLER, R. ; BAKER, D.: *A mathematical model for an exhaust oxygen sensor*. IMA preprint series 1422, University of Minnesota, 1996
- [WSH04] WANG, X.-S. ; SU, C.-Y. ; HONG, H.: Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown dead-zone. In: *Automatica* 40 (2004), Nr. 3, S. 407 – 413
- [WYG<sup>+</sup>06] WANG, S. W. ; YU, D. L. ; GOMM, J. B. ; PAGE, G. F. ; DOUGLAS, S. S.: Adaptive neural network model based predictive control for air-fuel ratio of SI engines. In: *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 19 (2006), Nr. 2, S. 189 – 200
- [WZF08] WANG, Z. ; ZHANG, Y. ; FANG, H.: Neural adaptive control for a class of nonlinear systems with unknown deadzone. In: *Neural Computing & Applications* 17 (2008), Nr. 4, S. 339 – 345
- [XG88] XIA, X.-H. ; GAO, W.-B.: On exponential observers for nonlinear systems. In: *Systems & Control Letters* 11 (1988), Nr. 4, S. 319 – 325
- [XYM99] XU, W. ; YUEN, V. W. K. ; MILLS, J. K.: Application of Nonlinear Transformations to A/F Ratio and Speed Control in an IC Engine. In: *SAE Paper 1999-01-0838*, 1999
- [YF76] YOUNG, L. C. ; FINLAYSON, B. A.: Mathematical Models of the Monolith Catalytic Converter: Part I. Development of Model and Application of Orthogonal Collocation. In: *AIChE Journal* 22 (1976), S. 331–343
- [YS01] YOON, P. ; SUNWOO, M.: An adaptive sliding mode controller for air-fuel ratio control of spark ignition engines. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering* 215 (2001), Nr. 2, S. 305 – 315
- [YWW08] YUAN, X. F. ; WANG, Y. N. ; WU, L. H.: Adaptive Inverse Control of Excitation System with Actuator Uncertainty. In: *Neural Process Letters* 27 (2008), Nr. 2, S. 125 – 136
- [YX96] YU, X. ; XU, J.-X.: Nonlinear derivative estimator. In: *Electronics Letters* 32 (1996), Nr. 16, S. 1445 – 1447
- [ZBLS06] ZHONGHUA, W. ; BO, Y. ; LIN, C. ; SHUSHENG, Z.: Robust adaptive deadzone compensation of DC servo system. In: *IEEE Proceedings Control Theory and Applications* 153 (2006), Nr. 6, S. 709 – 713
- [Zei79] ZEITZ, M.: Nichtlineare Beobachter. In: *Regelungstechnik* 27 (1979), Nr. 8, S. 241–272
- [ZFMGO<sup>+</sup>05] ZOTIN, F. M. Z. ; FONSECA MARTINS GOMES, O. da ; OLIVEIRA, C. H. ; NETO, A. A. ; CARDOSO, M. J. B.: Automotive catalyst deactivation: Case studies. In: *Catalysis Today* 107–108 (2005), S. 157 – 167

- [Zha05] ZHANG, Y.: *Experimental and Numerical Study of the Behavior of Three-Way Catalytic Converters under Different Engine Operation Conditions*, Massachusetts Institute of Technology, Diss., 2005
- [ZLT11] ZHOU, N. ; LIU, Y.-J. ; TONG, S.-C.: Adaptive fuzzy output feedback control of uncertain nonlinear systems with nonsymmetric dead-zone input. In: *Nonlinear Dynamics* 63 (2011), Nr. 4, S. 771 – 778
- [ZWZ06] ZHOU, J. ; WEN, C. ; ZHANG, Y.: Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 51 (2006), Nr. 3, S. 504 – 511
- [ZY09] ZHAI, Y. J. ; YU, D. L.: Neural network model-based automotive engine air/fuel ratio control and robustness evaluation. In: *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 22 (2009), Nr. 2, S. 171 – 180
- [Zyg89] ZYGOURAKIS, K.: Transient operation of monolith catalytic converters: a two-dimensional reactor model and the effects of radially nonuniform flow distributions. In: *Chemical Engineering Science* 44 (1989), S. 2075–2086