

Quantenkorrelationsaufbau und -untersuchung im Strahlungsfeld

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Rostock



vorgelegt von
Semjon Köhnke
geb. am 10. Juni 1988 in Oldenburg i.H.

Juni 2021

Betreuer: Prof. Dr. Boris Hage
Universität Rostock

Zweitgutachter: Prof. Dr. Roman Schnabel
Universität Hamburg

Eingereicht am: 21.06.2021
Verteidigt am: 01.04.2022

Zusammenfassung

Die Quantenkommunikation nutzt für viele Protokolle verschränkte Zustände. In der Praxis ist die Nutzung von verschränkten Zuständen oftmals mit hohem technischen Aufwand verbunden. Beispielsweise können relativ einfache Störungen wie Phasenrauschen dazu führen, dass sich in einem ursprünglich verschränkten Zustand keine Verschränkung mehr nachweisen lässt. Das trägt zu den anhaltenden Diskussionen bei, welche Methoden sich am besten eignen, um Quantenkorrelationen aufzudecken. Neben der Verschränkung stellen Quantenkohärenz oder Quantendiskord häufig diskutierte Konzepte dar.

In dieser Arbeit wird ein Experiment vorgestellt, welches das durchaus realitätsnahe Szenario vom Informationsverlust der optischen Phase nachbildet. Hierfür wurde ein vollständig phasenverrauschter Zwei-Moden gequetschter Zustand hergestellt. Es wird gezeigt, dass sich Quantenkorrelationen mittels Negativitäten in der regularisierten Glauber-Sudarshan P Funktion – einer derzeit wenig beachteten Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung – nachweisen lassen, während andere Konzepte wie Verschränkung oder Quantenkohärenz bei dem Nachweis fehlschlagen. Die Resultate schließen eine umfassende Fehlerbetrachtung des rekonstruierten Zustands mit ein.

Abstract

Quantum communication uses entangled states for many protocols. In practice, the handling of entangled states is often associated with high technical effort. For example, relatively simple disturbances, such as phase noise, can lead to the fact that entanglement can no longer be detected in initially entangled states. This contributes to the ongoing discussions about which notions are best suited to detect quantum correlations. Besides entanglement, quantum coherence and quantum discord are frequently discussed concepts.

In this thesis, an experiment is presented which emulates the quite realistic scenario of phase information loss. For this purpose, a completely phase-randomized two-mode squeezed state was established. The presence of quantum correlations are certified via negativities in the regularized Glauber-Sudarshan P function – a rarely considered concept of nonclassicality of light – while other contemporary concepts like entanglement or quantum coherence fail to certify the quantumness of the state. The results include a comprehensive error analysis of the reconstructed state.

Danksagung

Mein Dank gilt insbesondere meinem Betreuer Prof. Dr. Boris Hage für seinen Rat und seine Hilfsbereitschaft, die zu einem tieferem Verständnis in vielen Bereichen und wesentlich zum erfolgreichen Aufbau der Experimente beigetragen haben. In der Arbeitsgruppe hat er das angenehme Klima geprägt, für das ich auch meinen direkten Kollegen Oskar und Melanie, sowie allen anderen Mitgliedern von Herzen danken möchte. Auch sie standen bei Fragen immer zur Seite und haben zu einer tollen Zusammenarbeit beigetragen.

Weiterhin möchte ich mich bei der Arbeitsgruppe Theoretische Quantenoptik unter Prof. Dr. Werner Vogel bedanken, durch die wir ständig neuen wissenschaftlichen Input bekommen haben und mit der neue Forschungsinhalte in harmonischer Zusammenarbeit publiziert werden konnten.

Die feinmechanische Werkstatt hat uns herausragende Dienste erwiesen. Sie standen bereit und haben jeden Wunsch noch schneller und besser erfüllt als man es sich hätte vorstellen können. Insbesondere Frank werde ich in dankbarer Erinnerung behalten.

Meinen Eltern Ute und Hergen danke ich für ihre verlässliche liebevolle Begleitung, das Wecken naturwissenschaftlichen Interesses und dass sie mich in meinen Zielen gestärkt haben. Und zu guter Letzt ganz lieben Dank an Vanessa, dafür dass sie immer für mich da ist und für einen schönen Ausgleich neben der Arbeit sorgt.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	i
Abstract	iii
Danksagung	v
1 Einleitung	1
2 Theorie	5
2.1 Notation	5
2.1.1 Quantisierung des elektromagnetischen Feldes	5
2.1.2 Quadraturoperatoren	5
2.1.3 Fock Zustände	6
2.1.4 Kohärente Zustände	6
2.1.5 Gequetschte Zustände	8
2.2 Vermessung von Quantenzuständen	8
2.2.1 Balancierte Homodyn-Detektion	9
2.2.2 Quantenzustandstomographie	10
2.2.3 Wigner-Funktion	11
2.2.4 Musterfunktionen	11
2.2.5 Auswirkung von Verlusten	13
2.3 Quantenkorrelationen	13
2.3.1 Verschränkung und Quantenkohärenz	14
2.3.2 Zwei-Moden gequetschter Zustand	15
2.3.3 Quantendiskord	15
2.3.4 Regularisierte P Funktion	16
2.4 Heterodyne Interferometrie	17
2.5 Stromrauschen	19
3 Hardware	21
3.1 Lasersystem	21
3.2 Optisch parametrische Verstärker	22
3.3 Photodetektoren	22
3.4 Subtrahierer	23
3.5 Fehler bei der Digitalisierung	26
4 Kontinuierliche Phasenauslesung	31
4.1 Kontinuierliche Änderung der Phase	31

4.2	Heterodyne Interferometrie	34
4.2.1	Phasenregelschleife	37
4.2.2	Anpassung der Laserfrequenz	37
4.2.3	Referenzoszillator	38
4.2.4	Phasen-Frequenz-Detektor	38
4.2.5	Phasenrauschen	41
4.2.6	Extraterrestrischer Einsatz	47
5	Zwei-Moden gequetschter Zustand	49
5.1	Setup	49
5.2	Parameter des Experiments	50
5.3	Messdatenverarbeitung	53
5.4	Auswertung	54
5.4.1	Kovarianzmatrix	54
5.4.2	Korrelierte Varianz der Differenz und Summe von X_A, X_B	55
5.4.3	Wigner-Funktion	56
6	Phasenrandomisierter Zwei-Moden gequetschter Zustand	59
6.1	Parameter des Experiments	59
6.2	Phasenrandomisierung	59
6.2.1	Erzeugung des Rauschsignals	61
6.2.2	Betrachtung der Referenzphasen	62
6.3	Rekonstruktion der Dichtematrizen	64
6.3.1	Statistische Fehler in der Dichtematrix	67
6.3.2	Monte-Carlo-Simulation	71
6.4	Sampling der P Funktion	72
6.4.1	Vergleich mit Simulation	73
6.5	Fazit und Ausblick	76
6.5.1	Nachweis von Nichtklassizität ohne Kenntnis der optischen Phase	76
6.5.2	Nutzen des phasenrandomisierten TMSV in der Quanteninformation	77
Anhang		79
A	Dichtematrizen	79
B	Elektronisches Rauschen im Transimpedanzverstärker	79
C	Schaltpläne	83
Literaturverzeichnis		91
Eigene Publikationen		97
Präsentationen		99

1. Einleitung

Im Jahr 1935 haben Einstein, Podolsky und Rosen das erste Mal die aus der Quantenmechanik hervorgehende Aussage von stark korrelierten Systemen diskutiert [1]. In dieser wegweisenden Arbeit formulierten Sie ein Gedankenexperiment, das als EPR-Paradoxon bekannt ist und besagt, dass die Quantenmechanik gegen das Prinzip der Lokalität verstößt. Unter Lokalität wird verstanden, dass ein Objekt nur von der direkten Umgebung beeinflusst werden bzw. sich eine Wirkung maximal mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten kann. Dem entgegen stehen die *spukhaften Fernwirkungen* in der Quantenmechanik, welche sich durch den instantanen Kollaps einer gemeinsamen Wellenfunktion mehrerer Teilchen zeigen lassen. Diese spukhafte Fernwirkung wurde wenig später von Schrödinger als *Verschränkung* bezeichnet [2] und kann bspw. bei zwei separierten Teilchen vorliegen, deren Impulse maximal korreliert und Orte maximal antikorreliert sind. Wird der Impuls am ersten Teilchen gemessen, kann damit auch der Impuls des zweiten Teilchens vorhergesagt werden. Gleichzeitig kann der Ort am zweiten Teilchen exakt gemessen werden. Dies steht im anscheinenden Widerspruch zur Heisenbergschen Unschärferelation. Der Grund für diesen Widerspruch wurde in der Unvollständigkeit der Quantenmechanik vermutet, weshalb die Autoren die Suche nach einer besseren Theorie motivierten. Erst Jahrzehnte später formulierte Bell die nach ihm benannte Bell'sche Ungleichung, die experimentell prüfbar war und ein oberes Limit für Korrelationen setzte, die durch Lokalität hervorgerufen sein könnten [3]. Wenig später konnte die Verletzung dieser Ungleichung experimentell und damit die Nichtlokalität in der Quantenmechanik bestätigt werden [4, 5].

Für die Erforschung der Grenzen zwischen klassischer Physik und Quantenphysik ist ein fundamentales Verständnis über Quantenkorrelationen von großer Bedeutung. Um Quantenkorrelationen aufdecken, beschreiben oder quantifizieren zu können wurden verschiedene Konzepte entwickelt. Neben der bereits etablierten Verschränkung [6] findet die Quantenkohärenz in der Ressourcentheorie große Beachtung [7, 8] während andere Typen von Nichtklassizität wie z. B. der Quantendiskord [9] nur noch wenig diskutiert werden. Welches dieser Konzepte sich am besten zur Einordnung von Korrelationen eignet, darüber gibt es laufende Diskussionen [10].

Die Quantenkohärenz vereint die Überlagerung von Zuständen mit der Quantisierung von Observablen und markiert damit die Abkehr von den Prinzipien der klassischen Physik. Die mathematische Beschreibung optischer Felder erfolgt hierbei auf Basis von Phasenraum-Verteilungen und Mehrpunktkorrelationsfunktionen, die auf die klassische elektromagnetische Theorie zurückgehen [11, 12]. Die Quantenkohärenz ist allerdings nicht auf optische Felder beschränkt und wird als Schlüsselkomponente für die aufstrebenden Quantentechnologien gesehen. Um dort Quantenoperationen ausführen zu können, bedarf es einer Formulierung als sogenannte Ressource, weshalb mit der Entwicklung einer Theorie begonnen wurde, in welcher Quantenkohärenz als physikalische Ressource betrachtet wird und damit auf quantitative Weise auch zur Abgrenzung zwischen klassischer Physik und Quantenphysik bzw. klassischer Informationstheorie und Quanteninformationstheorie

dienen soll [13, 14].

Schon etwas eher wurde eine solche Ressourcentheorie für das Konzept der Verschränkung eingeführt [15, 6]. Von den Untersuchungen profitiert nun auch die Quantenkohärenz, insbesondere da das Konzept der Verschränkung in das Konzept von Quantenkohärenz eingeschlossen werden kann. Es wurde gezeigt, dass jeder Zustand mit nichtverschwindender Kohärenz mittels zweiteiligen inkohärenten Operationen für die Herstellung von Verschränkung genutzt werden kann [16, 17].

Das Konzept des Quantendiskords [18, 19] schließt neben Korrelationen von verschränkten Zuständen auch gewisse Korrelationen nicht-verschränkter Zustände mit ein. Es wurde gezeigt, dass die Erzeugung von Diskord durch das Maß an Quantenkohärenz begrenzt ist [20]. Es wurde auch gezeigt, dass das Konzept des Quantendiskords maximal inäquivalent zur Notation der Nichtklassizität in der Quantenoptik ist. In der Quantenoptik werden jegliche Feldkorrelationen, die nicht durch die Maxwell'sche Wellentheorie des Lichts beschrieben werden können, als nichtklassisch ausgewiesen [21, 22]. Die Nichtklassizität in der Quantenoptik wird üblicherweise durch die Glauber-Sudarshan P Funktion repräsentiert, welche Zustände in Phasenraum-Verteilungen beschreibt [11, 12]. Bei der P -Funktion handelt es sich um eine Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung, welche für nichtklassische Zustände negative Werte besitzt, während sie für klassische Zustände immer nicht-negativ ist. Da sich die P -Funktion aufgrund ihrer Singularitäten oftmals nicht rekonstruieren lässt, ist sie in der Praxis zum Nachweis von Nichtklassizität eher ungeeignet. Mit Hilfe von geeigneten Filtern gelang es der AG Theoretische Quantenoptik unter Prof. Vogel allerdings, die P Funktion zu regularisieren und damit auch für experimentelle Messdaten zugänglich zu machen [23, 24]. Sie schafft es sogar in anspruchsvollen Fällen, bspw. unter dem Einfluss von Phasenverrauschung, Nichtklassizität aufzudecken [25]. Phasenverrauschte Zustände besitzen oft nicht die Statistik einer Gauß'schen Verteilung. Die Quantifizierung solcher Verteilungseigenschaften stellt die Ressourcentheorien übrigens vor große Schwierigkeiten [26, 27], obwohl der Bedarf für Anwendungen wie Verschränkungsreinigung, Quantenfehlerkorrektur oder Quantencomputing vorhanden ist.

Die Charakterisierung von Quantenkorrelationen ist entscheidend für die weitere Entwicklung von Quantentechnologien in den Bereichen Kryptographie, Teleportation, Quantencomputing oder Quantenmetrologie. Als prominentes Beispiel sei der Quantenschlüsselaustausch genannt, bei dem zwei Parteien eine gemeinsame Zufallszahl zur Verfügung gestellt wird. Viele der Kommunikationsprotokolle in der Quanteninformatik nutzen dabei die Verschränkung als wesentlichen Bestandteil. Daneben wecken Quantenkorrelationen aber auch immer größeres Interesse in anderen Wissenschaftsfeldern, wie etwa biologischen Systemen.

Die Arbeit gliedert sich in einen Theorieteil, in welchem die Notation festgelegt wird, Konzepte zur Beschreibung von Quantenkorrelationen mathematisch eingeführt und die experimentellen Werkzeuge und Auswertungsmethoden kurz beschrieben werden. Im nächsten Kapitel werden die Hardwarekomponenten vorgestellt bzw. charakterisiert, gefolgt von einer umfangreichen Vorstellung der Phasenauslesungstechnik, welche für die spätere Auswertung der Messdaten unerlässlich ist. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Herstellung und Charakterisierung eines Zwei-Moden gequetschten Zustands auf Basis zweier optisch-parametrischer Verstärker des Typs I. Dieser Aufbau wird anschließend um eine Phasenrandomisierung am Ausgang ergänzt und die gemessenen Zustände mit Hilfe der vorgestellten Konzepte eingeordnet. Die experimentellen Resultate werden außerdem

mit eigens generierten Simulationsdaten verglichen und eine statistische Fehleranalyse durchgeführt.

Den experimentellen Resultaten dieser Arbeit ist eine mehrjährige Aufbauphase vorausgegangen, in der die Präparierung Ein- und Zwei-Moden gequetscher Zustände erstmalig in Rostock realisiert wurde. Die dafür notwendigen Komponenten wurden größtenteils im Eigenbau angefertigt und optimiert. Dabei gab es hilfreiche Unterstützung durch Dr. Oskar Schlettwein, Dr. Melanie Schünemann, Dieter Schick, Steve Jäger, Prof. Boris Hage und die feinmechanische Werkstatt.

In Zusammenarbeit mit unseren Theoriepartnern sind die Ergebnisse meiner Experimente (inklusive meiner Simulationen und Datenanalysen) in verschiedenen Publikationen erschienen [[ASV⁺15](#), [RSA⁺15](#), [KVM⁺17](#), [KAS⁺21](#)].

2. Theorie

In diesem Kapitel werden die Grundlagen des optischen Phasenraums eingeführt und die für die Arbeit relevanten Quantenzustände beschrieben. Im Anschluss wird auf die Quantenzustandsrekonstruktion eingegangen und die dafür notwendigen Werkzeuge und Auswertungsmethoden kurz vorgestellt. Es folgt eine mathematische Betrachtung der verschiedenen Konzepte zum Nachweis von Quantenkorrelationen und abschließend eine klassische Herleitung zur heterodynen Interferometrie.

2.1. Notation

2.1.1. Quantisierung des elektromagnetischen Feldes

In der sogenannten ersten Quantisierung können lediglich physikalische Systeme mit wenigen und einer festen Anzahl von Teilchen beschrieben werden. Erst in der zweiten Quantisierung erfolgt die einheitliche Beschreibung von Teilchen und Feldern. Durch die Wechselwirkung der Felder lassen sich hier die Erzeugung und Vernichtung von Photonen, den Feldquanten des elektromagnetischen Feldes, berücksichtigen. Die Modenentwicklung des elektrischen Feldoperators sei durch

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\lambda} \left(\mathbf{u}_{\lambda}(\mathbf{r}, t) \hat{a}_{\lambda} + \mathbf{u}_{\lambda}^*(\mathbf{r}, t) \hat{a}_{\lambda}^{\dagger} \right) \quad (2.1)$$

gegeben, wobei $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ die Einzelmodenfunktion des elektromagnetischen Oszillators darstellt und beispielsweise eine ebene Welle $\mathbf{u}_0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}$ sein könnte. Die enthaltenen Erzeugungsoperatoren $\hat{a}_{\lambda}^{\dagger}$ und Vernichtungsoperatoren \hat{a}_{λ} werden über die bosonische Vertauschungsrelation definiert:

$$[\hat{a}_{\lambda}, \hat{a}_{\lambda'}^{\dagger}] = \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (2.2)$$

2.1.2. Quadraturoperatoren

Vernichtungs- und Erzeugungsoperator sind nicht hermitesch und daher nicht messbar. Mit Hilfe zweier Linearkombinationen von \hat{a}^{\dagger} und \hat{a} lassen sich allerdings die Real- und Imaginärteile der durch \hat{a} beschriebenen komplexen Amplitude bestimmen:

$$\hat{q} = \hat{a} + \hat{a}^{\dagger}, \quad (2.3)$$

$$\hat{p} = i(\hat{a}^{\dagger} - \hat{a}). \quad (2.4)$$

Diese Linearkombinationen werden als Quadraturoperatoren bezeichnet und erfüllen die Vertauschungsrelation:

$$[\hat{q}, \hat{p}] = 2i. \quad (2.5)$$

Die Amplitudenquadratur \hat{q} und Phasenquadratur \hat{p} sind in der Literatur oft auch mit abweichenden Skalierungsfaktoren zu finden. In der hier gewählten Form besitzt die Varianz von \hat{q} und \hat{p} für den im Folgenden näher beschriebenen Vakuumzustand den Wert 1.

2.1.3. Fock Zustände

Fock-Zustände sind nach dem Physiker Wladimir Alexandrowitsch Fock benannt, werden aber oft auch als Photonenzahl-Zustände bezeichnet. Es handelt sich um Zustände bestimmter Teilchenzahl. Das Produkt aus Erzeugungs- und Vernichtungsoperator wird als Besetzungszahloperator

$$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a} \quad (2.6)$$

definiert. Fock-Zustände sind Eigenzustände des Besetzungszahloperators mit dem Eigenwert n :

$$\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle. \quad (2.7)$$

Für das Hinzufügen oder Vernichten eines Photons gelten die Beziehungen [28, S. 14f]

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad (2.8)$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle. \quad (2.9)$$

Der Vakuum-Zustand $|0\rangle$ ist mit keinem Photon besetzt. Aus ihm können durch wiederholte Anwendung des Erzeugungsoperators \hat{a}^\dagger beliebige Fock-Zustände erzeugt werden:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}|0\rangle. \quad (2.10)$$

Fock-Zustände sind orthogonal

$$\langle n|m\rangle = \delta_{nm} \quad (2.11)$$

und bilden eine vollständige Basis für den Fock-Raum:

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = 1. \quad (2.12)$$

Varianz von Fock-Zuständen Führen wir Messungen von \hat{q} und \hat{p} an einem Ensemble von identisch präparierten Systemen im Zustand $|n\rangle$ durch, so ergeben sich die gemessenen Varianzen zu:

$$\langle(\Delta\hat{q})^2\rangle_n = \langle n|\hat{q}^2|n\rangle - \langle n|\hat{q}|n\rangle^2 = 2n + 1. \quad (2.13)$$

Für den Vakuum-Zustand ($n = 0$) gilt entsprechend:

$$\langle(\Delta\hat{q})^2\rangle_0 = \langle(\Delta\hat{p})^2\rangle_0 = 1. \quad (2.14)$$

2.1.4. Kohärente Zustände

Zur Beschreibung von Laserstrahlung sind Fock-Zustände nicht geeignet, da sie keinerlei Informationen über die Phase enthalten. Für eine bessere Beschreibung betrachten wir eine Lichtwelle. Im Anfangszustand ist das elektromagnetische Feld null. Im nächsten

Schritt wird das elektrische Feld auf einen Wert ungleich null ausgelenkt, sagen wir $|\alpha|$. Mit der Auslenkung des elektrischen Feldes, geht auch die Verschiebung des magnetischen Feldes einher. Analog wird quantenmechanisch mit Hilfe des Verschiebungsoperators \hat{D} der Vakuum-Zustand $|0\rangle$ verschoben, sodass wir den kohärenten Zustand

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle \quad (2.15)$$

erhalten. Die Größe α ist eine komplexe Zahl und wird auch als komplexe Amplitude bezeichnet. Der Verschiebungsoperator ist gegeben durch

$$\hat{D}(\alpha) = \exp(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a}). \quad (2.16)$$

Damit lässt sich der kohärente Zustand in der Fock-Basis darstellen [29, S. 67]:

$$|\alpha\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (2.17)$$

Wird der Vernichtungsoperator \hat{a} auf den kohärenten Zustand angewandt, so zeigt sich nach wenigen Rechenschritten, dass es sich bei kohärenten Zuständen um rechtsseitige Eigenzustände des Vernichtungsoperators handelt:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle. \quad (2.18)$$

Wie die Fock-Zustände sind auch die kohärenten Zustände vollständig, jedoch nicht orthogonal. Das Skalarprodukt von zwei verschiedenen kohärenten Zuständen ist [29, S. 67]

$$\begin{aligned} |\langle\alpha_1|\alpha_2\rangle|^2 &= |\langle 0|\hat{D}^\dagger(\alpha_1)\hat{D}(\alpha_2)|0\rangle|^2 \\ &= \exp(-|\alpha_1 - \alpha_2|^2). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Allerdings ist das Skalarprodukt für sehr unterschiedlich große kohärente Amplituden, also $|\alpha_1 - \alpha_2| \gg 1$, klein. Näherungsweise können die kohärenten Zustände dann als orthogonal angesehen werden.

Die Varianzen von \hat{q} und \hat{p} stimmen für kohärente Zustände mit denen des Vakuums überein. Der Vakuum-Zustand wurde lediglich im Phasenraum verschoben.

$$\langle(\Delta\hat{q})^2\rangle_\alpha = 1 = \langle(\Delta\hat{p})^2\rangle_\alpha \quad (2.20)$$

Statistik kohärenter Zustände Da in Kapitel 2.5 die Schwankungen der Photonenzahl relevant werden, ist noch die Varianz des Besetzungszahloperators \hat{n} von Interesse. Nach [28, S. 46] ergibt sich die Varianz zu

$$(\Delta n)^2 = \langle\hat{n}^2\rangle - \langle\hat{n}\rangle^2 = |\alpha|^2 \quad (2.21)$$

und entspricht damit der Varianz einer Poisson-Verteilung.

2.1.5. Gequetschte Zustände

Praktikabel ist die Einführung eines winkelabhängigen Quadraturoperators,

$$\hat{X}(\varphi) = \hat{q} \cos \varphi + \hat{p} \sin \varphi, \quad (2.22)$$

der sich anteilig aus der Amplituden- und orthogonal dazu stehenden Phasenquadratur ergibt, wobei wir φ als Quadraturwinkel bezeichnen.

Ein Zustand wird als gequetscht bezeichnet, wenn in einer beliebigen Quadratur $\hat{X}(\varphi)$ das Rauschen des Vakuumzustands unterschritten wird:

$$\langle (\Delta \hat{X})^2 \rangle < 1. \quad (2.23)$$

Entsprechend der Heisenbergschen Unschärferelation bedeutet das, dass der Unschärfebereich in der $\pi/2$ versetzten Quadratur größer werden muss.

Mathematisch lässt sich ein gequetscher Zustand

$$|\xi\rangle = \hat{S}(\zeta)|0\rangle \quad (2.24)$$

mithilfe des Squeezing-Operators

$$\hat{S}(\zeta) = \exp\left(\frac{1}{2}\zeta^* \hat{a}^2 - \frac{1}{2}\zeta \hat{a}^{\dagger 2}\right), \quad \zeta = r \exp(i\theta) \quad (2.25)$$

darstellen, wobei θ den Winkel im Phasenraum angibt, unter welcher die Quetschung erfolgt ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) und die Stärke der Quetschung von dem Quetschparameter r ($0 \leq r < \infty$) abhängt.

Für den gequetschten Vakuum-Zustand $|\xi\rangle$ ergeben sich die Varianzen [28, S. 153]

$$\langle (\Delta \hat{q})^2 \rangle = \cosh^2 r + \sinh^2 r - 2 \sinh r \cosh r \cos \theta, \quad (2.26)$$

$$\langle (\Delta \hat{p})^2 \rangle = \cosh^2 r + \sinh^2 r + 2 \sinh r \cosh r \cos \theta \quad (2.27)$$

und für $\theta = 0$ vereinfachen sich die Terme zu:

$$\langle (\Delta \hat{q})^2 \rangle_{\xi} = e^{-2r}, \quad (2.28)$$

$$\langle (\Delta \hat{p})^2 \rangle_{\xi} = e^{2r}. \quad (2.29)$$

In diesem Fall ist die Unschärfe in der Amplitudenquadratur verringert und in der Phasenquadratur entsprechend vergrößert.

Durch zusätzliche Anwendung des Verschiebeoperators \hat{D} kann der gequetschte Vakuumzustand im Phasenraum verschoben werden. Das Ausmaß der Quetschung wird davon nicht beeinflusst.

$$|\alpha, \xi\rangle = \hat{D}(\alpha)\hat{S}(\zeta)|0\rangle \quad (2.30)$$

2.2. Vermessung von Quantenzuständen

Die Vermessung und Charakterisierung von Quantenzuständen ist ein wesentlicher Bestandteil in der Quantenoptik. In den in dieser Arbeit behandelten Experimenten wird

die balancierte Homodyn-Detektion eingesetzt, mit der sich kleinste Fluktuationen von elektrischen Feldern messen lassen. Werden die Fluktuationen für unterschiedliche Phasen bzw. unter unterschiedlichen Projektionswinkeln im Phasenraum erfasst, so kann der Zustand im Idealfall vollständig rekonstruiert werden. Mit Hilfe von Musterfunktionen lässt sich aus den gemessenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen direkt die Dichtematrix des Zustands rekonstruieren [30]. Weiterhin kann auch die Wignerfunktion berechnet werden, deren Projektionen unter dem Quadraturwinkel φ den jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilungen entsprechen. Quantenzustandsrekonstruktionen erlauben nicht nur das Erforschen der Quantenzustände, sondern sind auch ein nützliches Werkzeug zur Prüfung der Quellen.

2.2.1. Balancierte Homodyn-Detektion

Um das Rauschen eines Lichtfelds in einer bestimmten Quadratur $\hat{X}(\varphi)$ zu messen, kommt häufig die balancierte Homodyn-Detektion zum Einsatz. Sie ermöglicht die winkelabhängige Messung der Fluktuationen von elektrischen Feldern. Da ein Quantenzustand bei der Messung zerstört wird, ist für diese Art von wiederholten Messungen ein Ensemble von identisch präparierten Zuständen erforderlich.

Im rechten Teil von Abb. 4.1 ist ein solcher Aufbau schematisch dargestellt. Er besteht aus einem 50:50 Strahlteiler, an welchem das zu untersuchende Lichtfeld (Signal) mit einem deutlich stärkeren Lichtfeld (Lokaloszillator, LO) der gleichen räumlichen und spektralen Mode überlagert wird. An den Ausgängen des Strahlteilers befinden sich zwei Photodetektoren, deren Photoströme oder ggf. äquivalent gewandelte Spannungssignale voneinander subtrahiert werden. Dieses Setup wurde von Yuen und Chan [31] vorgeschlagen und von Abbas et al. [32] zum ersten Mal umgesetzt.

Unter vereinfachten Annahmen — wie der perfekten Interferenz der Lichtfelder und keinerlei Verlusten — lassen wir den klassischen Lokaloszillator $\alpha_{\text{LO}}(t)$ und das Signal

$$\hat{a}_s(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{a}_{\Omega} e^{-i(\Omega-\omega)t} d\Omega \quad (2.31)$$

mit der Seitenbandfrequenz Ω am Strahlteiler interferieren. An den Ausgängen des Strahlteilers erhalten wir unter Berücksichtigung des Phasensprungs entsprechend:

$$\hat{a}_{1,2}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_{\text{LO}}(t) e^{i\varphi} \pm \hat{a}_s(t) \right). \quad (2.32)$$

Der Operator für den Differenzstrom berechnet sich zu

$$\hat{I}_{\Delta}(t) \propto \hat{a}_1^{\dagger}(t) \hat{a}_1(t) - \hat{a}_2^{\dagger}(t) \hat{a}_2(t) = \alpha_{\text{LO}}^* \hat{a}_s(t) e^{-i\varphi} + \alpha_{\text{LO}} \hat{a}_s^{\dagger}(t) e^{i\varphi} = |\alpha_{\text{LO}}| \hat{X}_s(\varphi). \quad (2.33)$$

Da der Differenzstrom proportional zur Stärke des Lokaloszillators ist, kann durch einen hinreichend starken Laser leicht sichergestellt werden, dass die Stromschwankungen größer als das elektronische Dunkelrauschen der Photodetektoren ist.

Nun lässt sich zwar die Varianz des Differenzstroms als Funktion der Lokaloszillatorphase φ messen, allerdings überlagern sich im Experiment oftmals noch klassische Störeinträge mit dem Quantenrauschen, die sich ebenfalls im Photostrom zeigen. Mit Hilfe einer Spektralanalyse lassen sich diese Störungen identifizieren. Für die Untersuchung des Quantenrauschens wird anschließend ein Frequenzbereich gewählt, in welchem die klassischen

Einträge deutlich kleiner sind und damit kaum zum Messresultat beitragen. Entsprechend fahren wir mit einer Fourier-Transformation des Differenzstroms fort

$$\tilde{I}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{I}(t) e^{i\Omega t} dt \propto \hat{a}_{\omega+\Omega} e^{-i\varphi} + \hat{a}_{\omega-\Omega}^{\dagger} e^{i\varphi}, \quad (2.34)$$

wobei sich der Rechte Teil weiter umschreiben lässt zu:

$$\begin{aligned} \hat{a}_{\omega+\Omega} e^{-i\varphi} + \hat{a}_{\omega-\Omega}^{\dagger} e^{i\varphi} &= \frac{1}{2} \left(\hat{q}_{\omega+\Omega} e^{-i\varphi} + i\hat{p}_{\omega+\Omega} e^{-i\varphi} + \hat{q}_{\omega-\Omega} e^{i\varphi} - i\hat{p}_{\omega-\Omega} e^{i\varphi} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\underbrace{\hat{X}_{\omega+\Omega}(\varphi) + \hat{X}_{\omega-\Omega}(\varphi)}_{\text{Amplitudenquadratur}} + \underbrace{i\hat{X}_{\omega+\Omega}(\varphi + \frac{\pi}{2}) - i\hat{X}_{\omega-\Omega}(\varphi + \frac{\pi}{2})}_{\text{Phasenquadratur}} \right). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Der letzte Term zeigt, dass die Quadraturoperatoren vom oberen und unteren Seitenband unter dem Quadraturwinkel φ eine Summe bilden, während für die um $\pi/2$ versetzte Quadratur das Gegenteil der Fall ist. Damit ähneln zwei gequetschte Einzelmoden dem in Kapitel 5 diskutierten Zwei-Moden gequetschten Zustand.

Wird bei der balancierten Homodyndetektion das Rauschen des Vakuumzustands (Quantenrauschlimit) unterschritten, so folgt daraus, dass in beiden Quadraturen gleichzeitig (Anti-)Korrelationen existieren und die Seitenbänder miteinander verschränkt sind (siehe Kapitel 2.3.1).

2.2.2. Quantenzustandstomographie

Werden mit Hilfe der zuvor beschriebenen balancierten Homodyn-Detektion unter einem bestimmten Quadraturwinkel φ wiederholt Messungen an identisch präparierten Zuständen durchgeführt, so lässt sich für die gesammelten Quadraturwerte x ein Histogramm erstellen, das anzeigt, mit welcher Häufigkeit die Messwerte in bestimmten Intervallen auftreten. Im Folgenden werden solche Histogramme als Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\text{pr}(x, \varphi)$ bezeichnet. Durch eine Normierung gemäß der Anzahl der Messwerte ergibt sich die jeweilige Wahrscheinlichkeitsdichte.

Für die vollständige Charakterisierung von Quantenzuständen müssen solche Messungen unter verschiedenen Quadraturwinkeln φ erfolgen. Die Aufnahme dieser Daten für den gesamten Winkelbereich wird als Tomographie bezeichnet. Aus dem Satz dieser Wahrscheinlichkeitsverteilungen lässt sich sowohl die Dichtematrix als auch die Wigner-Funktion des Zustands rekonstruieren, was in den nächsten Unterkapiteln näher beschrieben wird. Beide beschreiben einen Quantenzustand vollständig und lassen sich auch ineinander überführen. Im Jahr 1989 wurde die Anwendung dieser Rekonstruktionsmethoden erstmals vorgeschlagen [33] und 1993 von Raymer et al. experimentell an einem gequetschten Zustand umgesetzt [34]. Die erste Tomographie eines Zwei-Moden gequetschten Zustands mit gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilungen wurde von D'Ariano et al. verkündet [35].

Dadurch dass die Wahrscheinlichkeitsverteilungen keine infinitesimal kleinen Intervalle für die Messwerte aufweisen und auch nur eine begrenzte Zahl an äquidistanten Quadraturwinkeln verwendet wird, stellt sich die Frage, welche Auflösungen mindestens erforderlich

sind. Das wird ausführlich von Leonhardt diskutiert [36, S. 134ff]. Die Antwort hängt von der gewünschten Dimension der Dichtematrix in Fock-Basis ab. Die Anzahl der Phasen sollte mindestens der Dimension entsprechen und die Quadraturauflösung besser als $\pi/(2\sqrt{2(d-1)+1})$ sein, wobei d für die Dimension steht und bei der von mir genutzten Skalierung ein Faktor $\sqrt{2}$ zu ergänzen ist. Die in dieser Arbeit verwendeten Auflösungen liegen weit über den Mindestanforderungen. Für die fünfdimensionalen Rekonstruktionen in Kapitel 6 wurde mit 30 Phasen und einer Quadraturauflösung von 0,1 gearbeitet.

Im Experiment wird der Homodyndetektor für das Durchstimmen des Winkels typischerweise mit einem beweglichen Spiegel im Strahlengang des Lokaloszillators ausgestattet, wodurch sich der optische Weg des Lokaloszillators und damit die relative Phase zwischen Lokaloszillator und Signalfeld frei einstellen lässt. Eine schnelle und hochauflösende Bewegung lässt sich mit Hilfe von Piezoelementen realisieren.

2.2.3. Wigner-Funktion

In der klassischen Physik lassen sich Ort und Impuls für ein Objekt durch einen Punkt im Phasenraum darstellen. Durch wiederholte Messungen lässt sich entsprechend eine Statistik erstellen, aus welcher sich Wahrscheinlichkeiten ableiten lassen, mit denen sich ein Objekt an einem bestimmten Punkt befindet. Quantenzustände unterliegen allerdings der Unschärferelation. Zwei nicht kommutierende Observablen, wie bspw. Ort und Impuls, können nicht gleichzeitig exakt bestimmt werden, sodass sich die Zustände auch nicht durch einen Punkt im Phasenraum darstellen lassen.

Als quantenmechanisches Analogon zur Wahrscheinlichkeitsverteilung hat Eugene Wigner daher die Wigner-Funktion eingeführt [37], die sich mit der in der Arbeit verwendeten Notation wie folgt schreibt:

$$W(q, p) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ipx} \left\langle q - \frac{x}{2} \left| \hat{\rho} \right| q + \frac{x}{2} \right\rangle dx. \quad (2.37)$$

Sie wird auch als Quasi-Wahrscheinlichkeitsverteilung bezeichnet, da ihre Eigenschaften von der klassischen Wahrscheinlichkeitsverteilung abweichen. Beispielsweise kann sie für bestimmte nicht-klassische Zustände negative Werte annehmen.

Projiziert man die Wignerfunktion in Richtung des Quadraturwinkels φ , so erhält man die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Quadratur $\hat{X}(\varphi)$. Umgekehrt lässt sich aus den Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\text{pr}(x, \varphi)$ mit Hilfe der inversen Radon-Transformation die Wigner-Funktion rekonstruieren [36, S. 101f]. Für die Berechnung der in der Arbeit dargestellten Wigner-Funktionen haben ich auf die in MATLAB implementierte Funktion *iradon* mit *Ram-Lak*-Filter zurückgegriffen und die normalisierten Frequenzen auf Werte im Bereich 0,3-0,5 begrenzt.

2.2.4. Musterfunktionen

Die sogenannten Musterfunktionen (engl. pattern functions) erlauben es, aus einem Muster der zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung die entsprechend passende Dichtematrix zu rekonstruieren. In Fock-Basis lässt sich die Dichtematrix wie folgt erstellen

[38]:

$$\rho_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{pr}(x, \varphi) f_{nm}(x) e^{i(n-m)\varphi} dx d\varphi. \quad (2.38)$$

Die Dichtematrix kann sogar ohne das vorherige Erstellen der Histogramme in Echtzeit rekonstruiert werden und ergibt sich dann als statistisches Mittel von x, φ zu:

$$\rho_{nm} = \left\langle f_{nm}(x) \exp[i(n-m)\varphi] \right\rangle_{x, \varphi}. \quad (2.39)$$

Die enthaltenen *amplitude pattern functions* f_{nm} lassen sich durch die ersten Ableitungen der Produkte der regulären und irregulären Wellenfunktionen (Lösungen der Schrödinger-Gleichung) ausdrücken [36, S. 120]

$$f_{nm}(x) = \frac{\partial}{\partial x} [\psi_n(x) \phi_m(x)] \quad (2.40)$$

und numerisch wie folgt berechnen (siehe auch [36, S. 126ff]):

$$f_{nm}(x) = 2x\psi_n(x)\phi_m(x) - \sqrt{2(n+1)}\psi_{n+1}(x)\phi_m(x) - \sqrt{2(m+1)}\psi_n(x)\phi_{m+1}(x). \quad (2.41)$$

Dies gilt für $m \geq n$. Andernfalls nutzen wir den Zusammenhang $f_{nm}(x) = f_{mn}(x)$. Die regulären Wellenfunktionen lassen sich durch die Vorwärts-Rekursion

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{n}} [\sqrt{2x}\psi_{n-1} - \sqrt{n-1}\psi_{n-2}] \quad (2.42)$$

mit den Startwerten

$$\psi_0 = \pi^{-1/4} \exp(-x^2/2), \quad \psi_1 = \pi^{-1/4} \sqrt{2x} \exp(-x^2/2) \quad (2.43)$$

ausrechnen. Für die irregulären Wellenfunktionen empfiehlt sich eine Rückwärts-Rekursion, da die Vorwärts-Rekursion hier stark von der Genauigkeit der Startwerte abhängt:

$$\phi_m = \frac{1}{\sqrt{m+1}} [\sqrt{2x}\phi_{m+1} - \sqrt{m+2}\phi_{m+2}]. \quad (2.44)$$

Den Ausgangspunkt stellt eine semiklassische Lösung

$$\phi_m = \left(\frac{2\pi}{r_m \sin t_m} \right)^{1/2} \sin \left[\frac{r_m^2}{4} (\sin(2t_m) - 2t_m) + \frac{\pi}{4} \right] \quad (2.45)$$

mit dem Bohr-Sommerfeld Radius $r_m = \sqrt{2m+1}$ und $t_m = \arccos(x/r_m)$ dar. Abweichend von [38] lautet der Vorfaktor $\sqrt{2\pi}$ anstelle von $\sqrt{2/\pi}$, siehe [36, S. 125]. Außerhalb des für die semiklassische Näherung sicheren Bereichs $|x| < r_{4M} - (2r_{4M})^{-1/3}$ wird die Vorwärts-Rekursion

$$\phi_m = \sqrt{m/2} x^{-1} \phi_{m-1} \quad (2.46)$$

mit dem Startwert

$$\phi_0 = \pi^{-3/4} x^{-1} \exp(x^2/2) \quad (2.47)$$

genutzt.

2.2.5. Auswirkung von Verlusten

Bei der Messung von gequetschten Zuständen kommt es im Experiment zwangsweise zu Verlusten. Diese treten in der Quetschlichtquelle, im Strahlengang und bei der Detektion auf. Um die Auswirkung solcher Verluste zu beschreiben, bedienen wir uns dem Modell eines Strahlteilers mit dem Transmissionskoeffizienten τ und Reflektionskoeffizienten ρ , für welche $\tau^2 + \rho^2 = 1$ gilt. In die beiden Eingänge treten das Signal \hat{X} und die Vakuum-Mode \hat{v} ein:

$$\begin{pmatrix} \hat{X}_\rho \\ \hat{X}_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho & \tau \\ \tau & -\rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho\hat{X} + \tau\hat{v} \\ \tau\hat{X} - \rho\hat{v} \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

Die Varianzen der Ausgangsmode berechnen sich zu:

$$\langle (\Delta\hat{X}_\rho)^2 \rangle = \rho^2 \langle (\Delta\hat{X})^2 \rangle + \tau^2 \langle (\Delta\hat{v})^2 \rangle, \quad (2.49)$$

$$\langle (\Delta\hat{X}_\tau)^2 \rangle = \tau^2 \langle (\Delta\hat{X})^2 \rangle + \rho^2 \langle (\Delta\hat{v})^2 \rangle. \quad (2.50)$$

Diese Gleichungen können beispielsweise genutzt werden, um die Resultate von Rauschmessungen abzuschätzen, bei denen die Detektionseffizienz $\eta = \tau^2$ beträgt. Umgekehrt kann durch Umstellung der letzten Gleichung und der Normierung $\langle (\Delta\hat{v})^2 \rangle = 1$ von einer gemessenen Varianz $\langle (\Delta\hat{X}_\tau)^2 \rangle$ auf die ursprünglich vorliegende Varianz geschlossen werden

$$\langle (\Delta\hat{X})^2 \rangle = 1 - \frac{1 - \langle (\Delta\hat{X}_\tau)^2 \rangle}{\eta}, \quad (2.51)$$

aus der sich unter Verwendung von Gl. 2.28 bzw. 2.29 auch der Quetschparameter r ableiten lässt.

Ist für einen gequetschten Zustand eine Quantenzustandstomographie durchgeführt worden, lässt sich weiterhin die Gesamteffizienz η direkt aus der minimal gemessenen Varianz $V_{\min} = \min [\langle (\Delta\hat{X}_\tau(\varphi))^2 \rangle]$ und der maximal gemessenen Varianz $V_{\max} = \max [\langle (\Delta\hat{X}_\tau(\varphi))^2 \rangle]$ bestimmen (vgl. Abbildung 4.3):

$$\eta = \frac{(1 - V_{\min})(1 - V_{\max})}{2 - V_{\min} - V_{\max}}. \quad (2.52)$$

Diese Gleichung ergibt sich direkt aus der Kombination von Gl. 2.51 und der Kenntnis, dass sich die ursprünglich vorliegenden Varianzen von Amplituden- und Phasenquadratur invers zueinander verhalten (siehe Gl. 2.28, 2.29).

2.3. Quantenkorrelationen

In der Quantenphysik wurden verschiedene Konzepte eingeführt, um das Maß von Quantenkorrelationen zu beschreiben. Weit verbreitet und diskutiert sind z. B. Verschränkung [6], Quantenkohärenz [7] und Ressourcentheorie [8] oder Quantendiskord [9].

In diesem Kapitel wird kurz abgehandelt, wie die unterschiedlichen Konzepte definiert sind bzw. welche Eigenschaften ein Zustand haben muss, damit Quantenkorrelationen nach dem jeweiligen Konzept vorliegen. Ziel ist, im experimentellen Teil dieser Arbeit für die gemessenen Zustände evaluieren zu können, ob Quantenkorrelationen vorhanden sind.

2.3.1. Verschränkung und Quantenkohärenz

Ein verschränkter Quantenzustand besteht aus zwei oder mehr Teilsystemen, die nicht unabhängig voneinander vollständig beschrieben werden können.

In einer mathematischen Betrachtung bilden zwei Teilsysteme A und B mit den Hilberträumen \mathcal{H}_A und \mathcal{H}_B ein Gesamtsystem mit dem Tensorproduktraum $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$. Mit den Basen $\{|i\rangle_A\}$ für \mathcal{H}_A und $\{|j\rangle_B\}$ für \mathcal{H}_B ergeben sich die Einzelzustände

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle_A &= \sum_i a_i |i\rangle_A, \\ |\beta\rangle_B &= \sum_j b_j |j\rangle_B. \end{aligned}$$

Der allgemeine Zustand in $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ ergibt sich dann zu

$$|\Phi\rangle_{AB} = \sum_{i,j} c_{ij} |i\rangle_A \otimes |j\rangle_B, \quad (2.53)$$

wobei es sich um einen separablen Zustand handelt, falls die Koeffizienten in der Form $c_{i,j} = a_i b_j$ geschrieben werden können. Ist diese Schreibweise nicht für alle i, j möglich, so ist der Zustand verschränkt.

Wählt man als Darstellungsform die Dichtematrix, so ist der Quantenzustand separabel, wenn er in folgender Form ausgedrückt werden kann [39]:

$$\rho_{AB} = \sum_i p_i \rho_i^A \otimes \rho_i^B \quad (2.54)$$

mit $p_i \geq 0$ und $\sum_i p_i = 1$.

Verschränkung und Quantenkohärenz sind zwar konzeptionell unterschiedlich, es wurde aber gezeigt, dass sich ein beliebiges von Null verschiedenes Maß an Quantenkohärenz durch inkohärente Operationen in Verschränkung zwischen dem System und einem ursprünglich inkohärenten System konvertieren lässt [16].

Quanteninkohärente (\mathcal{QI}) Zustände besitzen die folgende Form [40]:

$$\rho_{AB} = \sum_i p_i \rho_i^A \otimes |i\rangle\langle i|^B, \quad (2.55)$$

wobei ρ_i^A willkürliche Quantenzustände des Teilsystems A sind und die Zustände $|i\rangle^B$ zur lokalen inkohärenten Basis von B gehören.

Vollständig inkohärente (\mathcal{I}) Zustände besitzen die Form [41]:

$$\rho_{AB} = \sum_{kl} p_{kl} |k\rangle\langle k|^A \otimes |l\rangle\langle l|^B. \quad (2.56)$$

2.3.2. Zwei-Moden gequetschter Zustand

Der Zwei-Moden gequetschte (Vakuum-)Zustand (engl. *two-mode squeezed (vacuum) state*, kurz: TMSV oder TMSS) besteht aus zwei gequetschten Moden, deren Quadraturen orthogonal zueinander stehen. Experimentell lässt sich ein TMSS durch die Überlagerung zweier Einzelmoden an einem 50:50 Strahlteiler mit einem relativen Phasenversatz von $\pi/2$ realisieren (Typ I). Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung einer Quetschlichtquelle vom Typ II, bei welcher die korrelierten Photonen orthogonal zueinander polarisiert sind. Theoretisch lässt sich ein TMSV wie folgt konstruieren:

$$|\text{TMSV}\rangle = \hat{S}_2(\zeta)|0, 0\rangle = \exp\left(\zeta^* \hat{a}_1 \hat{a}_2 - \zeta \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger\right)|0, 0\rangle. \quad (2.57)$$

In Fock-Basis lautet die Schreibweise [42]:

$$|\text{TMSV}\rangle = \sqrt{1 - \lambda^2} \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n |n\rangle \otimes |n\rangle \quad (2.58)$$

mit $\lambda = \tanh \zeta$.

Wenn die Moden des TMSV einzeln betrachtet werden, dann verbleibt die jeweilige Einzelmode in einem thermischen Zustand:

$$\rho_1 = \text{Tr}_2[|\text{TMSV}\rangle\langle\text{TMSV}|] = (1 - \lambda^2) \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{2n} |n\rangle\langle n|. \quad (2.59)$$

In Kapitel 6 wird ein phasenrandomisierter Zwei-Moden gequetschter Zustand hergestellt und auf seine Quantenkorrelationen hin untersucht. Dieser wurde bereits theoretisch betrachtet [25] und lässt sich durch ein Gemisch von Photonenzahl-Produktzuständen beschreiben:

$$\hat{\rho} = (1 - \lambda^2) \sum_{n \in \mathbb{N}} \lambda^{2n} |n\rangle\langle n| \otimes |n\rangle\langle n|. \quad (2.60)$$

Dieser Zustand besitzt die folgenden Eigenschaften:

- Er ist nicht verschränkt - erkennbar daran, dass seine Form der eines separablen Zustands gleicht (vgl. Gl. 2.54).
- Er weist keine Quantenkohärenz in Fock-Basis auf - erkennbar daran, dass seine Form der eines vollständig inkohärenten Zustands gleicht (vgl. Gl. 2.56).
- Er besitzt keinen Quantendiskord, da Fock-Zustände orthogonal sind (siehe [43]).
- Er verfügt über eine nicht-negative Wigner-Funktion, da es sich um einen gemischten Zustand nicht-negativer Gauß-Verteilungen handelt.
- Er besitzt klassische Subsysteme (thermische Zustände)
- Er ist robust gegen Phasenverrauschung, da er bereits vollständig verrauscht ist.

2.3.3. Quantendiskord

Eine Transinformation ist eine Größe aus der Informationstheorie, welche die Stärke des statistischen Zusammenhangs zweier Zufallsgrößen angibt. Basierend auf solchen Größen

wurde der Quantendiskord als Maß für den Quantencharakter von Korrelationen eingeführt [19, 18]. Mathematisch wurde der Quantendiskord als Differenz der folgenden beiden Transformationen definiert:

$$I(A; B) = H(A) + H(B) - H(A, B), \quad (2.61)$$

$$J(A; B) = H(A) - H(A|B), \quad (2.62)$$

die im klassischen Fall verschwindet. Hierbei sind $H(A)$ und $H(B)$ die Entropien der Teilsysteme A und B, $H(A, B)$ die Blockentropie und $H(A|B)$ die bedingte Entropie. Die quantenphysikalische Analogie zu diesen Entropien ist durch die von Neumann-Entropie gegeben.

Ein Quantenzustand ρ_{AB} besitzt keinen Quantendiskord was das Teilsystem A angeht, falls er in die Form von Gl. 2.55 überführt werden kann. Solche Zustände werden auch classical-quantum (\mathcal{CQ}) genannt [44]. Entsprechend wird ein Zustand ρ_{AB} der Form aus Gl. 2.56 als classical-classical (\mathcal{CC}) bezeichnet.

Es wurde gezeigt, dass der Quantendiskord maximal inäquivalent zur quantenoptischen Nichtklassizität ist [45].

2.3.4. Regularisierte P Funktion

Für die in der Quantenoptik häufig genutzte Normalordnung ist die zugehörige Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung als Glauber-Sudarshan P Funktion bekannt [11, 12]. Mit ihr können Quantenzustände im Phasenraum dargestellt werden. Durch die Faltung mit einem Gauß erhält man die Wigner-Funktion (siehe Abschnitt 2.2.3).

Für den Dichteoperator eines Quantenzustands gilt

$$\hat{\rho} = \int d^{2n} \alpha P(\alpha) |\alpha\rangle \langle \alpha|, \quad (2.63)$$

wobei $|\alpha\rangle = |\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle$ das Multimoden-Produkt von kohärenten Zuständen darstellt. Wenn der Zustand durch ein klassisches Gemisch kohärenter Zustände dargestellt werden kann, lässt sich P als klassische Wahrscheinlichkeitsdichte interpretieren ($P(\alpha) \geq 0$) und der Zustand wird klassisch genannt. Existiert so eine Darstellung nicht, beinhaltet der Zustand Superpositionen von kohärenten Zuständen und wird als nichtklassisch bezeichnet [21, 22]. In diesem Fall treten Negativitäten in $P(\alpha)$ auf. Oftmals sind die Negativitäten allerdings aufgrund der hoch singulären Struktur der P Funktion unzugänglich [46], was den Nichtklassizitätsnachweis für Quantenzustände erschwert. Auf Basis der generalisierten Quasiwahrscheinlichkeitsverteilungen von Agarwal und Wolf [47] begannen Kiesel und Vogel mit der Entwicklung einer gefilterten Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung [23, 24], welche speziell auf den Nachweis von Nichtklassizität ausgelegt ist, indem sie die notwendigen Bedingungen für einen Filter im Fourier-Raum der Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung formulierten. Er sollte:

- Quadratische Integrierbarkeit der charakteristischen Funktion gewährleisten, um auf alle Quantenzustände anwendbar zu sein,
- eine nicht-negative Fourier-Transformierte besitzen, damit keine zusätzlichen Negativitäten eingebracht werden können,

- für eine unendliche Filterbreite die gefilterte charakteristische Funktion gegen die Ursprüngliche konvergieren lassen,
- immer ungleich null sein, um keine Informationen zu verlieren.

Eine die Bedingungen erfüllende Filter-Funktion liefern sie mit:

$$\Omega(\beta) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2} \int d^2\beta' e^{-|\beta+\beta'|^4} e^{-|\beta'|^4}. \quad (2.64)$$

Die gefilterte Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung P_Ω ist damit immer regulär und für alle klassischen Zustände nichtnegativ. So wie die Musterfunktionen in Kapitel 2.2.4 die Rekonstruktion der Dichtematrix ermöglichen, erlaubt hier die von Agudelo et al. vorgestellte Stichprobenformel für Multimodenzustände die Berechnung von P_Ω auf Basis von Quadraturdaten [25]:

$$P_\Omega(\boldsymbol{\alpha}; w) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \prod_{k=1}^n f(x_k[j], \varphi_k[j], \alpha_k; w) \quad (2.65)$$

mit $n = 2$ für einen Zwei-Moden-Zustand und N der Anzahl der gemessenen Quadraturwerte x mit der dazugehörigen Phase φ . Die Filterbreite w kann theoretisch unendlich groß gewählt werden, sollte in der Praxis aber besser klein sein (z. B. $w = 1,3$), um statistische Fehler gering zu halten. Die benötigte Einzelmoden-Musterfunktion lautet [24]:

$$f(x, \varphi, \alpha; w) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} db |b| e^{b^2/2} e^{ibx} \Omega(b/w) e^{2i|\alpha|b \sin(\arg(\alpha) - \varphi - (\pi/2))}. \quad (2.66)$$

Für einen phasenrandomisierten Zustand ergibt sich der phasenunabhängige Ausdruck

$$\begin{aligned} f(x, \alpha; w) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} db |b| e^{b^2/2} e^{ibx} \Omega(b/w) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{2i|\alpha|b \sin(\arg(\alpha) - \varphi - (\pi/2))} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} db |b| e^{b^2/2} e^{ibx} \Omega(b/w) \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi e^{-2i|\alpha|b \sin(\varphi)}}_{J_0(2b|\alpha|)} \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} db |b| e^{b^2/2} e^{ibx} \Omega(b/w) J_0(2b|\alpha|) \end{aligned} \quad (2.67)$$

mit der Bessel-Funktion J_0 .

2.4. Heterodyne Interferometrie

Die Bestimmung der optischen Phase im Homodyndetektor kann durch den zusätzlichen Einsatz von heterodyner Detektion erfolgen. Diese klassische Technik basiert auf der Mischung zweier Signale unterschiedlicher Frequenz, wodurch zwei neue Signale bei der Summe und der Differenz der ursprünglichen Frequenzen entstehen, die als *heterodynes* bezeichnet werden. Auf diese Weise lassen sich etwa Frequenzbereiche in andere Frequenzbereiche verschieben. Die Technik findet vor allem im Bereich der Telekommunikation (Radiowellen) und in der Optik breite Anwendung.

Bei der heterodynen Interferometrie werden Lichtfelder unterschiedlicher Frequenz überlagert, wobei sich die Frequenzen meistens nur leicht (\sim MHz) voneinander unterscheiden. In den hier vorgestellten Experimenten kommen ein Hauptlaser (Master, M) und ein Hilfs laser (Slave, S) mit den Frequenzen ω_M und ω_S zum Einsatz, deren elektrische Felder wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_M(t) &= \mathbf{E}_{0,M} \cdot \exp(i(\omega_M t + \varphi_M)), \\ \mathbf{E}_S(t) &= \mathbf{E}_{0,S} \cdot \exp(i(\omega_S t + \varphi_S)).\end{aligned}$$

Treffen diese auf einen Strahlteiler mit dem Amplitudentransmissionskoeffizient τ und dem Reflexionskoeffizient ρ

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\text{pll}}(t) \\ \mathbf{E}_{\text{exp}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho & \tau \\ \tau & -\rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_S(t) \\ \mathbf{E}_M(t) \end{pmatrix}, \quad (2.68)$$

so berechnet sich das Betragsquadrat des für die Phasenregelschleife (phase-locked loop, pll) verwendeten Ausgangs zu

$$|\mathbf{E}_{\text{pll}}(t)|^2 = \rho^2 \mathbf{E}_{0,S}^2 + \tau^2 \mathbf{E}_{0,M}^2 + 2\rho\tau \mathbf{E}_{0,M} \mathbf{E}_{0,S} \cos((\omega_M - \omega_S)t + \varphi_M - \varphi_S), \quad (2.69)$$

woraus für die Leistung

$$P_{\text{pll}}(t) = \underbrace{\rho^2 P_S + \tau^2 P_M}_{\text{DC}} + \underbrace{2C\rho\tau \sqrt{P_M P_S} \cos((\omega_M - \omega_S)t + \varphi_M - \varphi_S)}_{\text{AC}} \quad (2.70)$$

folgt (vgl. [48]). Hier wurde zusätzlich der Interferenzkontrast C eingebracht, der sich aus dem Verhältnis der Intensitäten von Maxima und Minima ergibt $C = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}$ und im Optimalfall gleich 1 ist.

Das Feld des zweiten Ausgangs (exp) propagiert zu einem 50:50 Strahlteiler und wird dort mit einem optischen Lokalszillator $\mathbf{E}_{\text{LO}}(t) = \mathbf{E}_{0,\text{LO}} \cdot \exp(i(\omega_M t + \varphi_{\text{LO}}))$ überlagert (balancierte Homodyndetektion):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_1(t) \\ \mathbf{E}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{\text{exp}}(t) \\ \mathbf{E}_{\text{LO}}(t) \end{pmatrix}. \quad (2.71)$$

Für die Differenz der Betragsquadrate von \mathbf{E}_1 und \mathbf{E}_2 erhält man unter der Annahme, dass $\mathbf{E}_{0,\text{LO}}$ deutlich größer als $\mathbf{E}_{0,M}$ und $\mathbf{E}_{0,S}$ ist:

$$|\mathbf{E}_1(t)|^2 - |\mathbf{E}_2(t)|^2 \approx 2\mathbf{E}_{0,\text{LO}} \cdot \left(\underbrace{\mathbf{E}_{0,M} \rho \cos(\varphi_M - \varphi_{\text{LO}})}_{\text{DC}} + \underbrace{\mathbf{E}_{0,S} \tau \cos((\omega_M - \omega_S)t + \varphi_{\text{LO}} - \varphi_S)}_{\text{AC}} \right). \quad (2.72)$$

Würde nur ein einzelner Ausgang am Homodyndetektor betrachtet werden, wäre der letzte Term halb so groß und besäße zusätzlich noch den DC-Term $1/2 \cdot \mathbf{E}_{0,\text{LO}}^2$. Der hier dargestellte Fall entspricht damit dem Setup in Abb. 4.5. Für das Zwei-Moden-Experiment (Abb. 5.1) müsste das Ergebnis durch $\sqrt{2}$ geteilt werden, da $\mathbf{E}_{\text{exp}}(t)$ vor der Überlagerung mit dem Lokalszillator auf einen weiteren 50:50 Strahlteiler trifft. Am zweiten Eingang dieses Strahlteilers koppelt dafür ein weiteres Feld $\mathbf{E}_{M,2}$ mit einem relativen Phasenversatz

von $\pi/2$ ein, das die gleiche Frequenz und Amplitude wie \mathbf{E}_M besitzt und zu einem zweiten DC-Beitrag führt.

Der Einsatzzweck dieser Technik wird mit Blick auf Kapitel 4.2.4 klar. Dort wird mit Hilfe einer Phasenregelschleife eine feste Phasenbeziehung zwischen φ_M und φ_S hergestellt. Wird dann die Phase des dort eingesetzten Referenzoszillators mit der runtergemischten Phase vom Homodyndetektor verglichen, so erhält man die Phasenbeziehung zwischen φ_{LO} und φ_M , was der optischen Phase im Homodyndetektor entspricht.

2.5. Stromrauschen

Beim elektrischen Stromfluss können verschiedene Effekte zum Rauschen beitragen. Das Schrotrauschen ist sowohl in der Elektronik als auch in der Optik zu finden. Es zeichnet sich durch seine Poisson-Statistik aus, der auch die kohärenten Zustände unterliegen. Die spektrale Dichte des Schrotrauschens lässt sich nach Schottky [49] wie folgt berechnen:

$$\tilde{i}_{\text{sn}} = \sqrt{2eI}, \quad (2.73)$$

wobei e die Elementarladung und I der durchschnittliche Strom ist. Trifft Licht der Wellenlänge λ auf eine Photodiode, so erfolgt durch den inneren Photoeffekt eine Umwandlung in einen elektrischen Strom

$$I = \frac{\eta_{\text{qe}} e \lambda}{hc} P \quad (2.74)$$

mit der Quanteneffizienz η_{qe} , dem Planckschen Wirkungsquantum h und der Lichtgeschwindigkeit c . Aus Gl. 2.70 ergibt sich somit näherungsweise ($\rho^2 P_S \gg \tau^2 P_M$) für den durchschnittlichen Strom

$$I_{\text{pll}} = \frac{\eta_{\text{qe}} e \lambda}{hc} P_{\text{pll}} \approx \frac{\eta_{\text{qe}} e \lambda}{hc} \rho^2 P_S. \quad (2.75)$$

Weiterhin kann aus dem Stromrauschen ein Rauschen der optischen Phase des Lichts abgeleitet werden [50, S. 122]. Die spektrale Dichte des Phasenrauschens berechnet sich dann zu:

$$\tilde{\varphi} = \frac{\tilde{i}}{I_{\text{pll,ACrms}}}, \quad (2.76)$$

wobei

$$I_{\text{pll,ACrms}} = \frac{\eta_{\text{qe}} e \lambda}{hc} P_{\text{pll,ACrms}} = \frac{\eta_{\text{qe}} e \lambda}{hc} 2C\rho\tau\sqrt{P_M P_S} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.77)$$

den Effektivwert des AC-Anteils aus Gl. 2.70 beschreibt. Dieses AC-Signal wird zur Auswertung der optischen Phase genutzt.

In Abschnitt 4.2.5 wird das gemessene Phasenrauschen im Experiment näher beleuchtet, wobei die einzelnen Rauschquellen berechnet werden und auch das hier vorgestellte elektronische Rauschen einbezogen wird.

3. Hardware

Für die Herstellung und Charakterisierung von nichtklassischem Licht bedarf es einer Reihe von Hardwarekomponenten. Die in der Arbeit behandelten Aufbauten besitzen einige wesentliche Komponenten, die in diesem Kapitel kurz beschrieben bzw. für die entsprechende Quellen angegeben werden, in welchen die Komponenten bereits charakterisiert worden sind. Neben den verwendeten Laser- und Quetschlichtquellen wird insbesondere auf die elektronischen Komponenten zur Detektion eingegangen, verbunden mit der Fragestellung, welche Anforderungen an die Analog-Digital-Wandlung gestellt werden müssen.

3.1. Lasersystem

In den Experimenten kommen zwei sehr ähnliche Laser zum Einsatz. Das Diabolo-Modell von Innolight wird in dieser Arbeit als *Hauptlaser* bezeichnet. Im Innern befindet sich ein Nd:YAG-Kristall, der als monolithischer nicht-planarer Ring Oszillator (NPRO) [51] ausgelegt ist und von Dioden gepumpt wird. Diese Geometrie gewährleistet eine sehr stabile Laserfrequenz, die laut Datenblatt weniger als 1 MHz/min driftet. Außerdem verfügt der Laser über eine sehr schmale Linienbreite von 1 kHz, womit er sich besonders gut für quantenoptische Experimente eignet. Die Frequenz kann zusätzlich über ein externes Steuersignal verstimmt werden, wobei für kleine schnelle Änderungen eine Spannung auf einen Piezoaktor am Kristall gegeben werden kann und für größere Änderungen eine Temperaturanpassung mittels Peltier-Elementen zur Verfügung steht.

Zur Unterdrückung von Intensitätsschwankungen verfügt der Laser über einen *Noise eater*. Dabei handelt es sich um einen Regelkreis, bei dem ein kleiner Teil der Laserleistung mit Hilfe eines Photodetektors gemessen wird. Der gemessene Photostrom dient als Fehlersignal, das dem Regler des Diodenpumpstroms zugeführt wird.

Die Wellenlänge des Lasers beträgt 1064 nm. Das Licht wird teilweise genutzt, um die zweite Harmonische (532 nm) in einem weiteren Resonator zu erzeugen. Zur Stabilisierung des Resonators wird das Licht der fundamentalen Frequenz mit Hilfe eines elektro-optischen Modulators (EOM) bei 12 MHz phasenmoduliert. Die Modulation auf den Lichtfeldern wird außerdem genutzt, um die nachfolgenden *Mode cleaner* zu stabilisieren, welche bei einer Finesse von 422 betrieben worden sind.

Als *Hilfslaser* steht ein Mephisto S von Coherent zur Verfügung. Dieser besitzt weniger Pumpdioden und verzichtet auf die Phasenmodulation und den Resonator zur Erzeugung der zweiten Harmonischen. Sein Piezoaktor kann in einem Bereich von -100 V bis +100 V betrieben werden. Wie in Abschnitt 4.2.4 beschrieben, wird dieser Laser mit einem festen Frequenzversatz zum Hauptlaser betrieben.

3.2. Optisch parametrische Verstärker

In den Experimenten kommen zwei optisch parametrische Verstärker zum Einsatz (engl. optical parametric amplifier, kurz: OPA). Sie wurden durch Melanie Schünemann und Steve Jäger aufgebaut [52] und bilden das Fundament für die vorgestellten Verschränkungsexperimente in dieser Arbeit. OPAs ermöglichen die Herstellung von gequetschtem Licht und machen sich dabei die Nichtlinearität der Polarisierung zu Nutze. Propagieren elektromagnetische Wellen durch Materialien, so muss bei der Herleitung der Wellengleichung aus den Maxwell-Gleichungen auch die Polarisierung

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} \mathbf{E}^2 + \chi^{(3)} \mathbf{E}^3 + \dots \right) \quad (3.1)$$

mit berücksichtigt werden, wobei ϵ_0 die Vakuum-Dielektrizitätskonstante ist. Die Tensoren $\chi^{(i)}$ sind materialabhängig. Bei $\chi^{(1)}$ handelt es sich um die elektrische Suszeptibilität, welche das Verhältnis von dielektrischer Verschiebung (Polarisierung) zu elektrischer Feldstärke beschreibt. Für höhere Ordnungen sind die optischen Antworten nichtlinear. Die zweite Ordnung ist für den elektrooptischen Effekt verantwortlich, welcher eine Änderung der Doppelbrechung in Kristallen linear zur Änderung des einwirkenden elektrischen Feldes bewirkt. Die dritte Ordnung ist Grundlage für die Intensitätsabhängigkeit des Brechungsindex (Kerr-Effekt).

Die hier verwendeten OPAs erzeugen gequetschtes Licht auf Basis der zweiten Ordnung mit Hilfe von Kristallen. Ein OPA besitzt einen Magnesiumoxid dotierten Lithiumniobat Kristall ($\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$), der andere einen periodisch gepolter Kaliumtitanylphosphat-Kristall (KTiOPO_4). Im Folgenden wird das Fundamentalfeld mit einer Wellenlänge von 1064 nm als Signal- und die SHG (532 nm) als Pumpfeld bezeichnet. Breiten sich zwei Wellen unterschiedlicher Frequenz im Kristall aus, so kann es zur Differenzfrequenzerzeugung kommen, bei der das hochenergetische Pump-Photon vernichtet und entsprechend der Energieerhaltung zwei Photonen der halben Frequenz entstehen. Beim umgekehrten Vorgang spricht man von Summenfrequenzerzeugung. Frequenz, Wellenvektor und Polarisation der generierten Photonen sind durch *phase-matching* Bedingungen bestimmt. Es existieren zwei verbreitete Methoden, die als Typ I und Typ II bezeichnet werden, um die Bedingungen zu erfüllen. Bei den hier eingesetzten OPAs wurde die erste Variante gewählt, bei der das Pumpfeld entlang der schnellen Achse des Kristalls polarisiert ist und das Fundamentalfeld entlang der langsamen Achse. Die beiden neu erzeugten Photonen besitzen dann die gleiche Frequenz und Polarisation und bewirken die Quetschung einer Quadratur im Signalfeld. Je nach Phasenlage der beiden Felder spricht man entweder von optisch parametrischer Verstärkung oder Abschwächung des Signals. Bei der Verstärkung tritt eine Quetschung in der Phasenquadratur auf, bei der Abschwächung in der Amplitudenquadratur. Wer nähere Infos zum Aufbau der Squeezer sucht, kann diese in der Masterarbeit von Steve Jäger oder der Dissertation von Melanie Schünemann [52] finden.

3.3. Photodetektoren

Zur Detektion der Lichtfelder werden geeignete Photodioden benötigt. Eine hohe Quanteneffizienz ist unverzichtbar, da Verluste den Nachweis vieler Quantenzustände erschweren oder unmöglich machen.

Die zu untersuchenden Lichtfelder in den Experimenten besitzen eine Wellenlänge von 1064 nm. InGaAs-Photodioden weisen in diesem Bereich eine hohe Quanteneffizienz auf. Die FD300S3 von Fermionics wurde für die Photodetektoren in der balancierten Homodyn-detektion gewählt. Das Gehäuse besitzt kein Schutzfenster, sodass weitere Verluste durch Reflexion am Glas vermieden werden. Die Quanteneffizienz wurde für die eingesetzten Photodioden gemessen und beträgt ca. 95%. Dieser Wert weist allerdings eine große Unsicherheit auf. Um die einfallende Leistung zu bestimmen, wurde der Leistungssensor S121C von Thorlabs verwendet, der für diesen Wellenlängenbereich eine Unsicherheit von $\pm 7\%$ besitzt. Dieser Fehler überträgt sich direkt auf die Quanteneffizienz.

Betrieben wird die Photodiode mit einer Schaltung, die den aufgenommenen Strom über eine Transimpedanzstufe in eine Spannung umwandelt. Die Detektoren verfügen über zwei Ausgänge. Für den AC-Ausgang wird das Signal bei 0,3 MHz hochpassgefiltert und anschließend verstärkt, um das (Quanten-)Rauschen im MHz-Bereich untersuchen zu können. Vor dem DC-Ausgang wird das Signal bei der gleichen Eckfrequenz tiefpassgefiltert, womit dieser Ausgang eine zur einfallenden Lichtleistung proportionale Spannung ausgibt. Bei der balancierten homodyn Detektion wird die Differenz zweier Detektoren betrachtet. Die elektronischen Subtrahierer verfügen an den Eingängen zwar über einstellbare Verstärkungen, können Unterschiede der Transferfunktionen allerdings nicht ausgleichen. Deshalb werden Detektorenpaare benötigt, deren Transferfunktionen identisch sind. In Abb. 3.1 sind die gemessenen Transferfunktionen der Photodetektoren aufgetragen. Für eine BHD werden die Detektoren EPR1 und EPR2 verwendet, für eine zweite BHD entsprechend die Detektoren EPR3 und EPR4. Im relevanten Frequenzbereich von 4-8 MHz lassen sich die Abweichungen in der Amplitude mit 0,02 dB und in der Phase mit 0,01 rad großzügig abschätzen. Außerdem lassen sich auch höher frequente Signale mit der Detektorschaltung erfassen, wie z. B. das später vorgestellte Schwebungssignal bei 50 MHz.

Die Auswertung der gemessenen Quadratursignale beruht auf der Annahme, dass die Detektoren ein lineares Verhalten besitzen. Da die Leistungsschwankungen unseres Lasers durch das Schrotrauschen begrenzt sind, sollte die gemessene Rauschleistung im Idealfall linear mit der Lichtleistung skalieren. In Abb. 3.2 ist die gemessene Rauschleistung am AC-Ausgang des Photodetektors in Abhängigkeit der DC-Spannung aufgetragen. Dabei ist die DC-Spannung idealerweise proportional zum erzeugten Photostrom und damit zur Leistung des Lasers. Das Rauschen wurde bei 6,5 MHz, einer Auflösungsbandbreite von 300 kHz und einer Videobandbreite von 100 Hz mit dem Rigol DSA815-TG aufgenommen. Beide Achsen besitzen eine logarithmische Skalierung, womit eine Gerade ein lineares Verhalten abbildet. Für niedrige Leistungen liefert das mit -70,95 dBm gemessene Dunkelrauschen den größten Beitrag zur Rauschleistung. Da das Dunkelrauschen und das Schrotrauschen unkorreliert sind, lässt es sich einfach abziehen. Das Resultat zeigt das lineare Verhalten des Detektors. Die Messungen wurden auch für die anderen Detektoren durchgeführt. Im Rahmen der Messgenauigkeit des Spektrumanalysators waren die Ergebnisse identisch.

3.4. Subtrahierer

Um die Messungen in den Kapiteln und mit nur zwei schnellen Oszilloskopeingängen möglich zu machen, ist eine elektronische Subtraktion der Photodetektorsignale erforderlich. Neben den Quadraturdaten enthalten die Differenzströme der BHD unter anderem auch ein hochfrequentes Schwebungssignal bei 50 MHz, mit dem die optische Phase ausgelesen

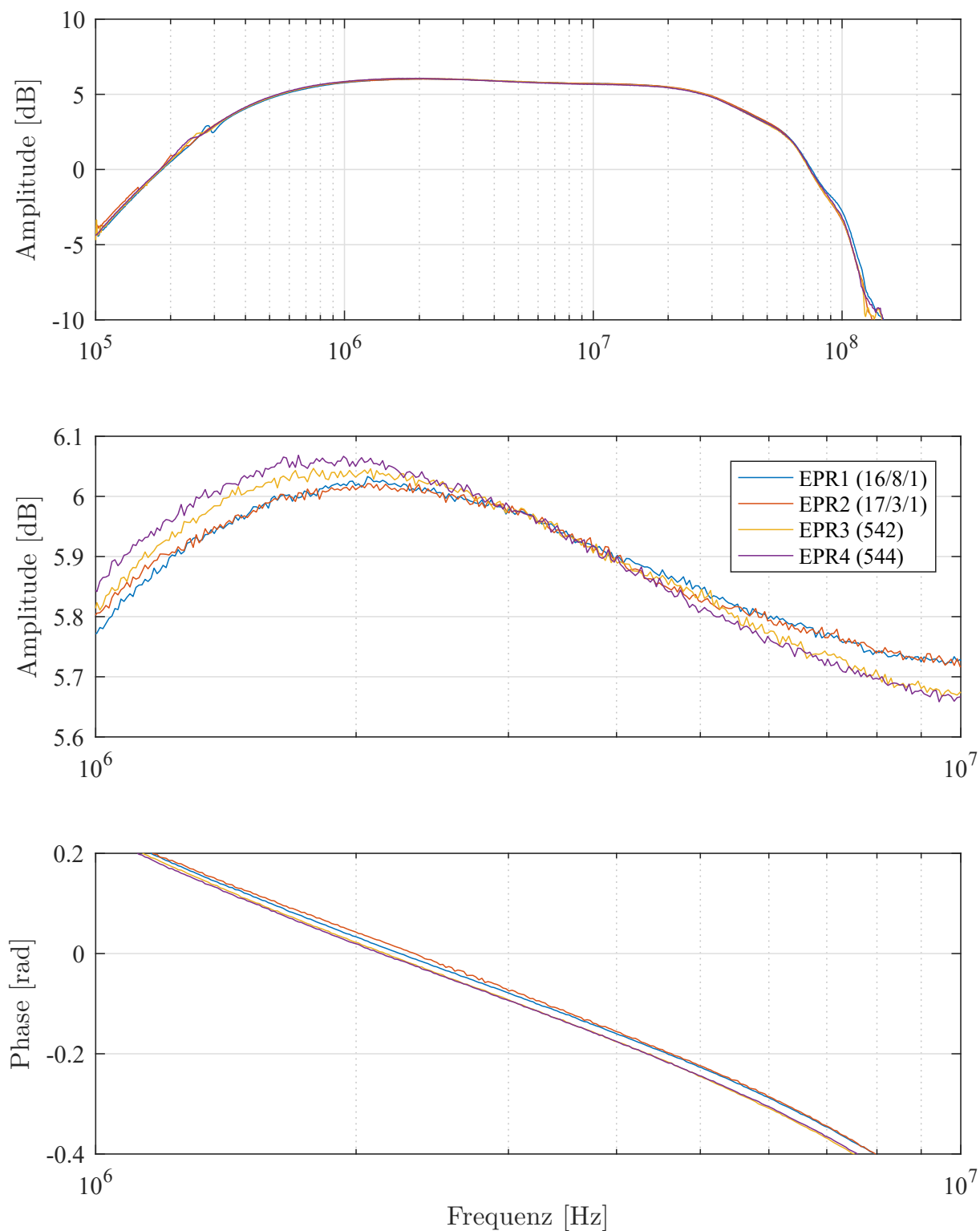


Abbildung 3.1. Gemessene Transferfunktionen der Photodetektoren. Die Photodetektoren EPR1 und EPR2 wurden in einer BHD verwendet, in einer zweiten BHD bildeten EPR3 und EPR4 ein Paar.

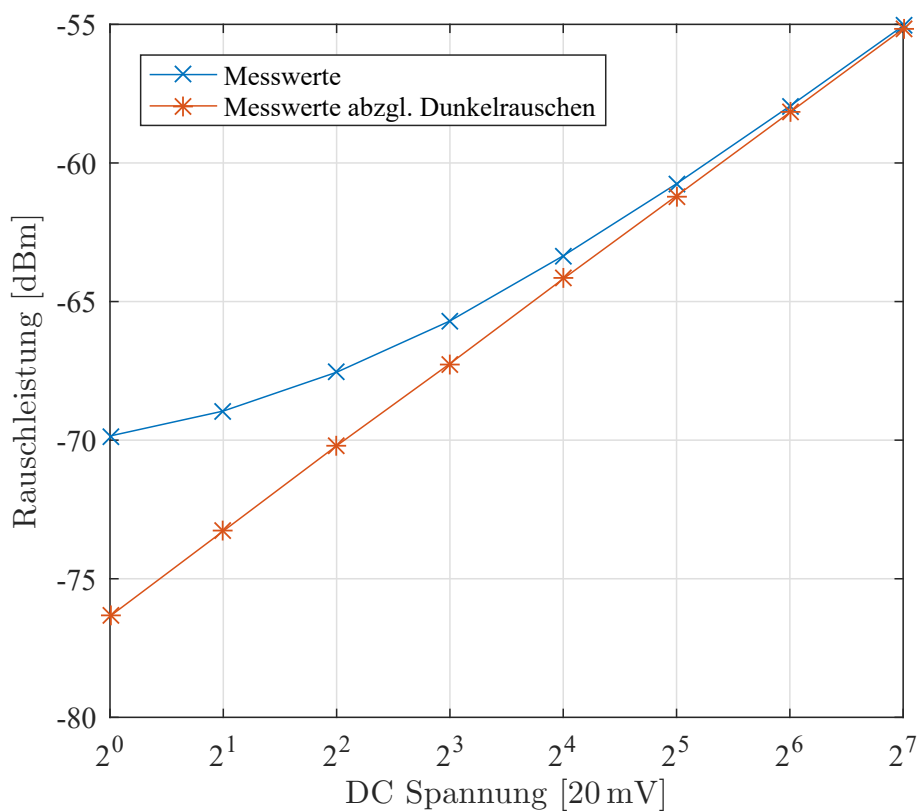


Abbildung 3.2. Rauschleistung am Ausgang des Photodetektors in Abhängigkeit der gemessenen Gleichspannung. Das Rauschen wurde mit einem Spektrumanalysator bei 6,5 MHz mit einer Auflösungsbandbreite von 300 kHz und einer Videobandbreite von 100 Hz aufgenommen. Bei niedrigen Leistungen dominiert das Dunkelrauschen; durch Abzug desselben wird das lineare Verhalten des Detektors sichtbar.

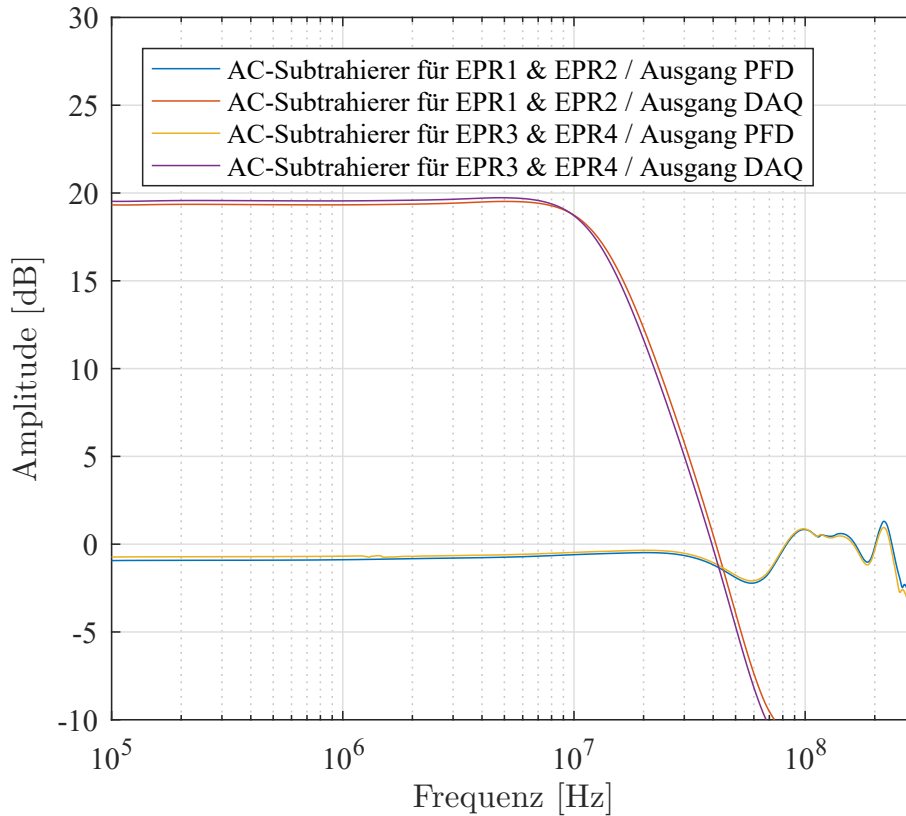


Abbildung 3.3. Transferfunktionen der Subtrahierer. Zu sehen ist ein im ursprünglichen Zustand belassener Ausgang und ein modifizierter Ausgang für die Datenaufnahme (DAQ), der um einen Faktor 10 verstärkt und mit einem Tiefpass bei 10 MHz ausgestattet wurde. Bei der Messung wurde nur ein Eingangskanal versorgt und der andere mit Masse verbunden.

wird (siehe Kapitel 4.2.4). Die Amplituden der Quadratursignale sind im Vergleich zu den klassisch eingebrachten Schwebungssignalen deutlich kleiner, weswegen am Ausgang für die Datenaufnahme ein 10 MHz Tiefpass ergänzt wurde, um die Quadratursignale hochaufgelöst abtasten zu können. Da selbst der kleinstmögliche Spannungsbereich des Oszilloskops noch deutlich größer als die Quadratursignale war, wurde zusätzlich eine 10-fache Verstärkung eingebaut. Ein zweiter Ausgang wurde im ursprünglichen Zustand belassen. Abb. 3.3 zeigt die Transferfunktionen der beiden Ausgänge der Subtrahierer im Vergleich.

3.5. Fehler bei der Digitalisierung

Für unsere Experimente setzen wir selbst entwickelte Photodetektoren ein (siehe Abschnitt 3.3), die über Analogausgänge verfügen. Bei der Signalaufnahme werden die analogen Signale in einen digitalen Datenstrom umgewandelt, damit sie mit dem Computer weiterverarbeitet und gespeichert werden können.

Bei den meisten Experimenten haben wir uns auf die Auswertung von Signalen bis zu einer Frequenz von 10 MHz beschränkt. Nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem muss das Signal mindestens mit der doppelten Rate abgetastet werden. Hierfür stand in

unserem Labor das PXI-5152 Oszilloskop von National Instruments bereit, welches sogar Abtastraten bis zu 2 GS/s ermöglicht. Aliasing-Effekte konnten durch entsprechend hohe Abtastraten (100 bzw. 20 MHz, siehe Kapitel 5.3) und die Nutzung analoger Tiefpässe (Details im nächsten Absatz) vermieden werden. Ein Fehler durch die Zeit-Diskretisierung lässt sich also ausschließen.

Die Auflösung liegt bei diesem Oszilloskop jedoch nur bei 8 Bit. Für den Eingangsbereich des Oszilloskops ist die kleinstmögliche Einstellung zu wählen, bei der das Signal nicht abgeschnitten wird. Damit wird die bestmögliche Auflösung gewährleistet.

In den ungefilterten Spektren unserer Messungen (siehe Abb. 5.3) lässt sich allerdings ein starkes Signal bei 12 MHz ausmachen, das von der Phasenmodulation des Lasers herrührt. Das 12 MHz-Signal befindet sich im Spektrum so nah an dem für uns interessanten Spektralbereich, dass eine hardwareseitige Filterung nicht ohne Weiteres möglich war. Verwendet wurden häufig Tiefpässe höherer Ordnung (Mini Circuits BLP-10.7+), deren Eckfrequenz bei 14 MHz liegt und somit nur eine geringe Abschwächung des 12 MHz Signals zur Folge hatten.

Da für das eigentliche Signal somit effektiv weniger als 8 Bit zur Verfügung stehen, stellt sich die Frage, ab welcher Auflösung die Quantisierung problematisch wird. Auch für Fälle, in denen der Eingangsbereich zu groß gewählt wurde, ist eine Abschätzung interessant, ob die Daten noch verwertbar sind. Oftmals wird hierzu das Signal-Rausch-Verhältnis betrachtet [53], für das gilt:

$$Q_{\text{SNR}} = N \cdot 6,02 \text{ dB} + 1,76 \text{ dB} + 10 \log \left(\frac{f_s}{2 \cdot B} \right), \quad (3.2)$$

wobei N die Anzahl der Bits, f_s die Sampling-Rate und B die Bandbreite des Eingangssignals ist. Der letzte Term kommt durch eine Kombination von Überabtastung und Tiefpassfilterung zustande. Diese Formel beinhaltet allerdings u.a. die Annahme, dass das Signal deutlich größer als die Schrittweite Δ (Intervall zwischen zwei Stufen) ist [54].

Was passiert aber, wenn sich das Signal in derselben Größenordnung wie die Schrittweite befindet? Zur Beantwortung der Frage simulieren wir weißes Rauschen und setzen die Schrittweite $\Delta = 1$, sodass sich unser Signal unter Verwendung der *round*-Funktion entsprechend quantisieren lässt. Dabei wird jeder Wert auf die nächstliegende Quantisierungsstufe auf- oder abgerundet.

In Abb. 3.4 und 3.5 ist das Verhältnis zwischen der Varianz des quantisierten Signals σ_q^2 und der Varianz des analogen Signals σ_a^2 aufgetragen. Das Verhältnis der Varianzen hängt von den Parametern x und b ab, wobei x die Amplitude des Rauschsignals aus dem Zusammenhang $\sigma_a = x \cdot \Delta$ ist und b den Offset des Signalmittelwertes zu einer Quantisierungsstufe darstellt. Außerdem wurde die Skala in den divergierenden Bereichen auf 1,5 limitiert, um eine schöne Darstellung zu gewährleisten.

Aus den Grafiken lässt sich ablesen, dass für große Signalamplituden das Verhältnis σ_q^2/σ_a^2 gegen 1 geht. Das lässt sich einfach erklären, da relativ zur Signalamplitude viele Quantisierungsstufen vorhanden sind. Im umgekehrten Fall können kleine Schwankungen entweder nicht mehr aufgelöst werden, falls der Signalmittelwert nahe der Mitte einer Quantisierungsstufe liegt — hier erhält man immer den gleichen Messwert und unterschätzt die Schwankungen — oder der Signalmittelwert sich zwischen zwei Quantisierungsstufen befindet, sodass der Messwert zwischen diesen hin und her springt und die Schwankungen überschätzt werden.

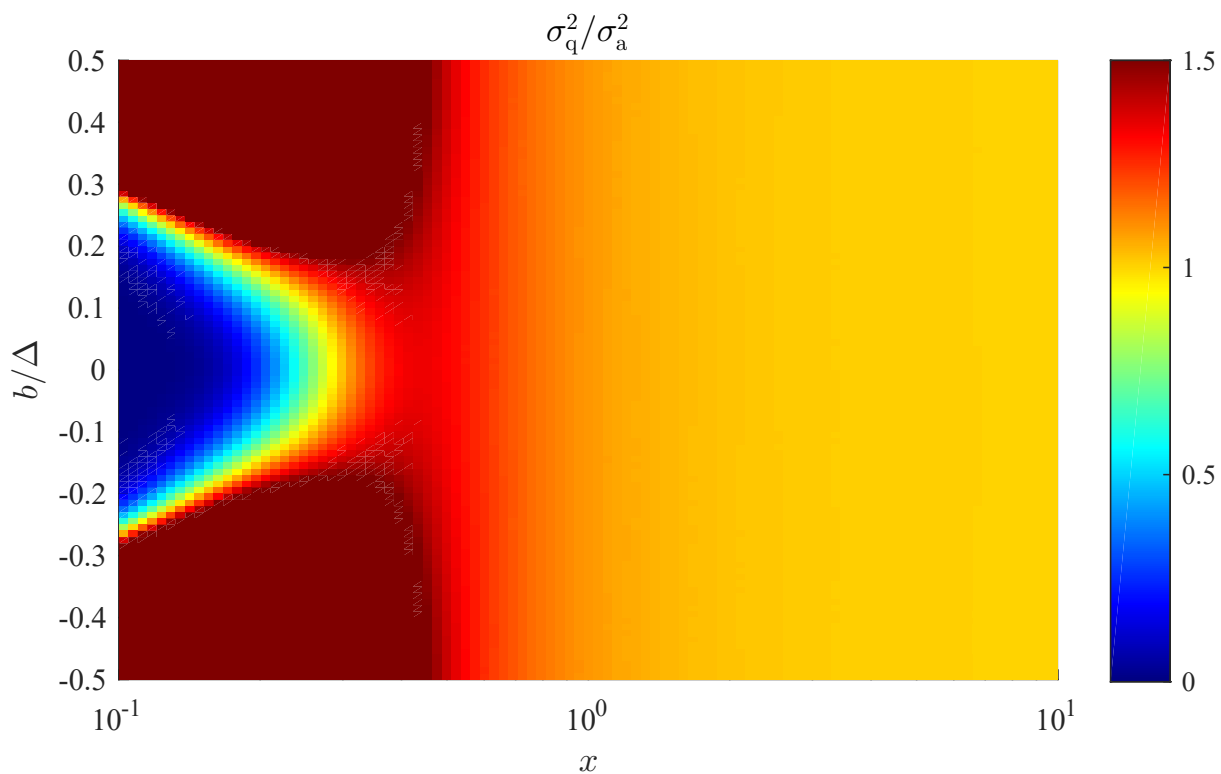


Abbildung 3.4. Verhältnis der Varianzen von quantisiertem und analogem Signal, wobei x für die Amplitude des Rauschsignals und b für den Offset zu einer Quantisierungsstufe steht.

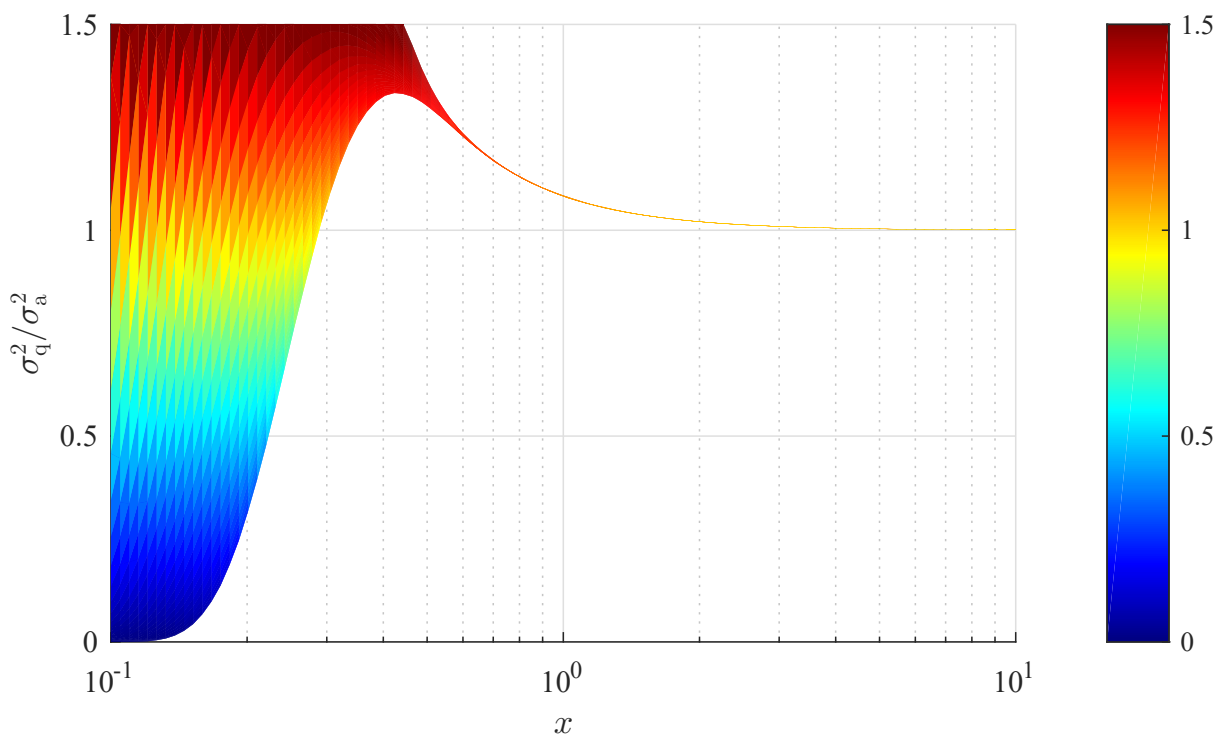


Abbildung 3.5. Verhältnis der Varianzen von quantisiertem und analogem Signal in Abhängigkeit der Signalamplitude x .

Mit Blick auf Abb. 3.5 weicht σ_q^2 für $x = 3$ um ca. 1 % von σ_a^2 ab. Diese Grenze ist willkürlich gewählt und soll im Folgenden nur eine Abschätzung für das benötigte Auflösungsvermögen liefern. Gehen wir weiterhin davon aus, dass uns das Intervall $\pm 3\sigma$ genügt (enthält 99,7% der Messwerte einer Normalverteilung), so ergibt sich die benötigte Anzahl an Quantisierungsstufen von $N_{\min} = 6 \cdot \sigma = 18 \Delta$. Es werden also 7% der zur Verfügung stehenden 2^8 Quantisierungsstufen benötigt.

Leider gibt es ein paar Punkte die den verbleibenden Spielraum (Faktor $13 \approx 4$ Bit) reduzieren:

- Die Signalamplitude kann während einer Messung variieren, z. B. wird bei der Tomographie eines gequetschten Zustands Squeezing und Anti-Squeezing gemessen.
- Störsignale können größer als das eigentlich zu messende Signal sein, z. B. Phasenmodulation bei 12 MHz.
- Soll auch das Dunkelrauschen ohne Anpassung des Eingangsbereichs aufgenommen werden, muss der Dunkelrauschabstand einbezogen werden.

Reicht der vorhandene Spielraum nicht aus, so müssen Einbußen bei der Auflösung des Dunkelrauschens hingenommen werden, da der Eingangsbereich anhand der größten Signale gewählt wird. Allerdings lassen sich mit Hilfe der Simulation für den Bereich $x > 0,6$ Korrekturfaktoren bestimmen, indem σ_q^2 über x aufgetragen wird, für das gemessene $\sigma_{q,\text{exp}}^2$ das entsprechende x ermittelt und letztendlich dann $\sigma_{q,\text{exp}}^2$ durch das Verhältnis aus Abb. 3.5 geteilt wird. Durch dieses Prozedere lassen sich 2 Bit gewinnen. Wohlgemerkt gilt das nur speziell für die Bestimmung von Varianzen. Bei den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen wurden solcherlei Korrekturen nicht angewendet.

Zu beachten ist, dass es sich hier um ein einfaches Modell mit weißem Rauschen handelt, eine Filterung der experimentellen Daten müsste bspw. ebenso in die Simulation einbezogen werden.

(OPA) erzeugt. Hier kommt als nichtlineares Medium ein 11 mm langer, mit 7% MgO dotierter, Lithiumniobat Kristall zum Einsatz. Der Pump-Strahl besitzt eine Leistung von 290 mW, womit wir eine Verstärkung von 2,9 gemessen haben. Das aus dem OPA austretende Lichtfeld (der kohärent verschobene gequetschte Zustand) wird auch als Signal bezeichnet. Um dieses Signal zu untersuchen, eignet sich die BHD, bei welcher das Signal mit einem vergleichsweise starken Lokaloszillator (LO) auf einem 50:50 Strahlteiler überlagert wird. Der gemessene Interferenzkontrast zwischen LO- und Signal-Feld beträgt 98%.

Damit handelt es sich um einen herkömmlichen Aufbau zur Messung gequetschter Zustände. Wie eingangs erwähnt, besteht die experimentelle Aufgabe darin, den Piezoaktor so anzusteuern, dass dieser den Spiegel mit einer näherungsweise konstanten Geschwindigkeit bewegt. Der im Aufbau verwendete Piezoaktor besitzt einen maximalen Hub von wenigen Mikrometern bzw. Perioden bei $\lambda = 1064 \text{ nm}$. Das hat zwar den Vorteil, dass der LO-Strahl nur eine geringe Translation aufweist und damit der Interferenzkontrast konstant bleibt, bringt aber die Einschränkung mit sich, dass nur für eine kurze Zeit gemessen werden kann. Die Phasenänderung durch den Piezoaktor muss nämlich schnell im Vergleich zu Phasenschwankungen äußerer Einflüsse (Temperatur, Luftdruck, etc.) erfolgen. Die Messzeit lässt sich jedoch einfach erhöhen, indem viele Einzelmessungen durchgeführt werden. Dazu empfiehlt sich das Anlegen einer Dreiecksspannung an den Piezoaktor.

Der Photostrom an den einzelnen Photodetektoren lässt sich für eine Einzelmessung durch eine Sinus-Funktion $i_{\text{DC}}(t) = a \sin(\varphi(t)) + b$ mit der Amplitude a und dem Offset b beschreiben (vgl. DC-Anteil in Gl. 2.72). Eine konstante Spannungsänderung am Piezoaktor garantiert allerdings keine konstante Geschwindigkeit des Spiegels. Grund hierfür ist das nichtlineare Verhalten des Piezoaktors, welches wir näherungsweise durch ein Polynom 4. Ordnung berücksichtigt haben:

$$\varphi(t) = gt^4 + ft^3 + et^2 + dt + c. \quad (4.1)$$

In Abb. 4.2 ist der gemessene Photostrom i_{DC} über die Zeit aufgetragen. Außerdem wird die Modellfunktion

$$i_{\text{DC}}(t) = a \sin(gt^4 + ft^3 + et^2 + dt + c) + b \quad (4.2)$$

an die Datenpunkte angepasst und die Güte des Fits anhand des Determinationskoeffizienten R^2 überprüft. Da dieser für alle getätigten Fits mit $R^2 > 99,9\%$ nah an der perfekten Übereinstimmung von 1 liegt, wird die Phasenänderung über die Zeit offenbar gut durch unsere Modellfunktion beschrieben.

Die Photodetektoren verfügen über zwei Ausgänge. Am AC-Ausgang lässt sich der hochfrequente Teil ($f > 1 \text{ MHz}$) des Photostroms messen, während der DC-Ausgang tiefpassgefiltert ist und die durchschnittliche Lichtleistung angibt. Gleichzeitig mit dem i_{DC} -Signal wird auch das Quadratursignal i_{AC}^- aufgenommen, welches sich aus der Differenz der AC-Ausgänge beider Detektoren ergibt. Die Signale werden mit Abtastraten von $f_{\text{s,DC}} = 100 \text{ kS/s}$ und $f_{\text{s,AC}} = 1 \text{ GS/s}$ abgespeichert. Nach einem Resampling der Quadraturdaten auf 20 MS/s bleiben somit 200 Quadraturdatenpunkte pro DC-Datenpunkt.

Der Projektionswinkel des gequetschten Zustands hängt nicht nur von der aus dem i_{DC} -Signal gewonnenen Phase ab. Diese beschreibt lediglich die Beziehung zwischen dem LO und dem Seed-Strahl (kohärente Amplitude des Signals). Der Projektionswinkel lässt sich

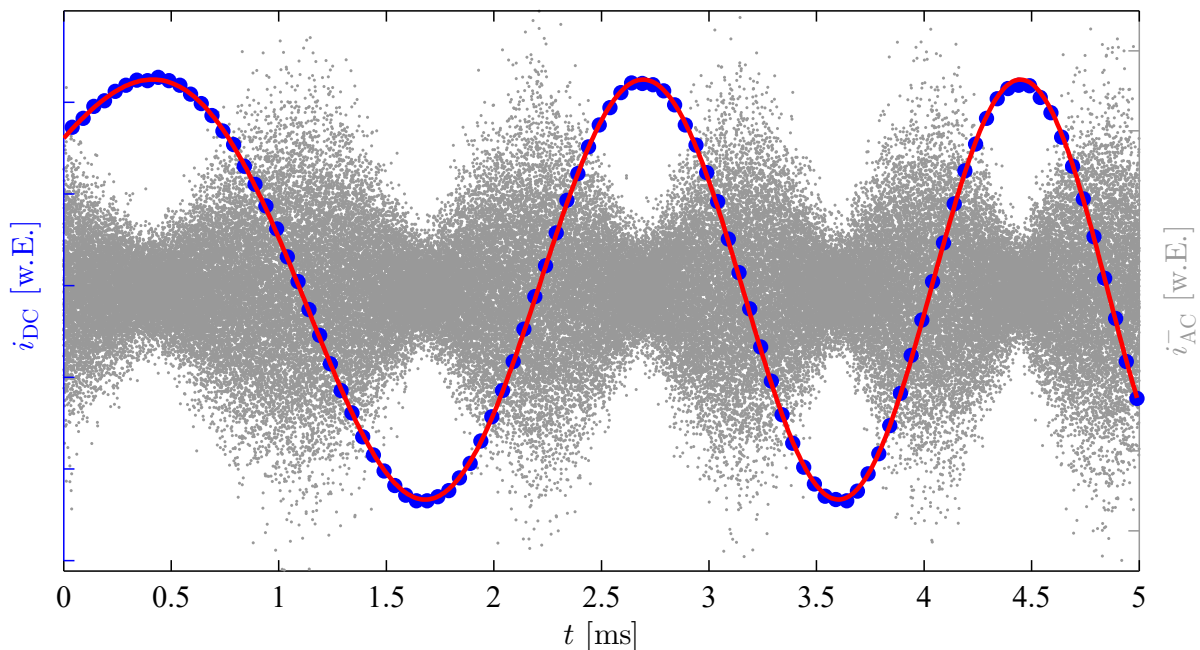


Abbildung 4.2. Gemessene Photoströme bei kontinuierlicher Phasenänderung. Die blauen Kreise entsprechen den gemessenen Werten von $i_{DC}(t)$. Zur besseren Veranschaulichung wurde nur jeder fünfte Messpunkt geplottet. In rot ist die angepasste Modellfunktion zu sehen. Die grauen Punkte zeigen die synchron aufgenommenen Quadraturdaten $i_{AC}^-(t)$.

auch durch die Phasenlage des Pumpfeldes zum Seed-Feld variieren. Im Experiment wird die Pump-Phase zwar auf die Phase des Seed-Strahls geregelt, dennoch können z. B. Drifts in der Elektronik zu einer verfälschten Tomographie-Phase führen.

Um solche Ausreißer zu erkennen, werden sowohl die Varianzen von jeweils 200 aufeinander folgenden Quadraturdatenpunkten berechnet, wie auch aus dem Kurvenverlauf eine Phase rekonstruiert und mit $\varphi(t)$ verglichen. Wichen diese stärker als $\pm 3^\circ$ voneinander ab, wurden solche Messungen verworfen.

Die hier vorgestellte Methode, Quadraturdaten mit kontinuierlicher Phaseninformation zu generieren, wurde in Zusammenarbeit mit Melanie Mraz und Boris Hage in [ASV⁺15] veröffentlicht. Aus dem Datensatz konnten Agudelo et al. direkt die regularisierte P Funktion des gemessenen Zustands berechnen. Im Vergleich zu Methoden, die auf diskreten Phasen basieren, gelang der Nachweis von Nichtklassizität mit einer deutlich höheren Signifikanz. Derselbe Datensatz diente Ryl et al. zur Anwendung eines neuen Nichtklassizitätskriteriums, bei dem das Bochner Kriterium mit auf der charakteristischen Funktion beruhenden Kriterien vereint wurde [RSA⁺15].

Selbstverständlich können die kontinuierlichen Daten auch in diskrete Phasen zusammengefasst werden. Dann lässt sich, wie in Abb. 4.3 zu sehen, für jedes Phasenintervall die Varianz berechnen und der detektierte Quetschgrad von -4,1 dB einfach ablesen. Mit dem Anti-Quetschgrad von +6,1 dB berechnet sich die Gesamteffizienz der Messung zu $\eta = 0,76$ (siehe Gl. 2.52), was einen ursprünglichen Quetschgrad im OPA von -7,1 dB ergibt. Die Wigner-Funktion des Zustands ist in Abb. 4.4 dargestellt.

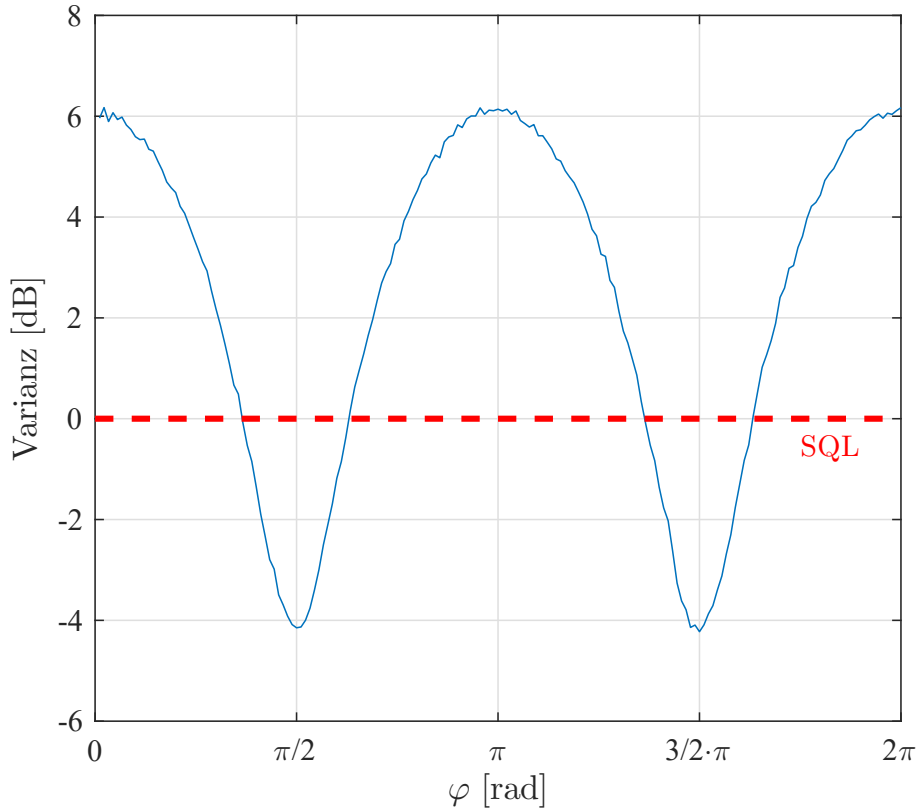


Abbildung 4.3. Varianz der Quadraturdaten

4.2. Heterodyne Interferometrie

Dieses Verfahren basiert auf dem Einsatz eines zweiten Lasers (Hilfslaser), der in einem festen Frequenzabstand zum Hauptlaser betrieben wird. Mit Blick auf die Einführung in Kapitel 2.4 führt die Überlagerung der beiden Lichtfelder zu einem Schwebungssignal, dessen Frequenz genau dem Frequenzabstand der beiden Lichtfelder entspricht. Da diese Laser allerdings von Natur aus bestimmten Frequenzschwankungen unterliegen (siehe Abschnitt 4.2.5), wird eine Phasenregelschleife eingesetzt, die einen konstanten Frequenzabstand herstellt. Die Phasenregelschleife gleicht das Schwebungssignal sowohl in der Frequenz als auch in der Phase an einen Referenzoszillator an:

$$\cos(\omega_{\text{ref}}t + \varphi_{\text{ref}}) \propto \cos((\omega_{\text{M}} - \omega_{\text{S}})t + \varphi_{\text{M}} - \varphi_{\text{S}}). \quad (4.3)$$

Dadurch entsteht eine feste Phasenbeziehung zwischen φ_{M} und φ_{S} . Betrachten wir nun das Ausgangssignal der BHD (Gl. 2.72), so messen wir beim Abgleich mit dem Referenzoszillator neben einer konstanten Phase immer die Differenz zwischen φ_{LO} und φ_{S} . Da φ_{S} eine feste Phasenbeziehung zu φ_{M} besitzt, lässt sich auf diese Weise direkt die Phasenbeziehung zwischen φ_{LO} und φ_{M} auslesen.

In Abb. 4.5 ist die experimentelle Umsetzung dieser Methode schematisch dargestellt. Sie kam bei allen in der Arbeit vorgestellten Zwei-Moden-Experimenten zum Einsatz. Weiterhin wurde sie von Karsten Bölts zur Echtzeit-Quantenzustandsrekonstruktion genutzt [56]. Die einzelnen Komponenten sollen im Folgenden näher beleuchtet werden.

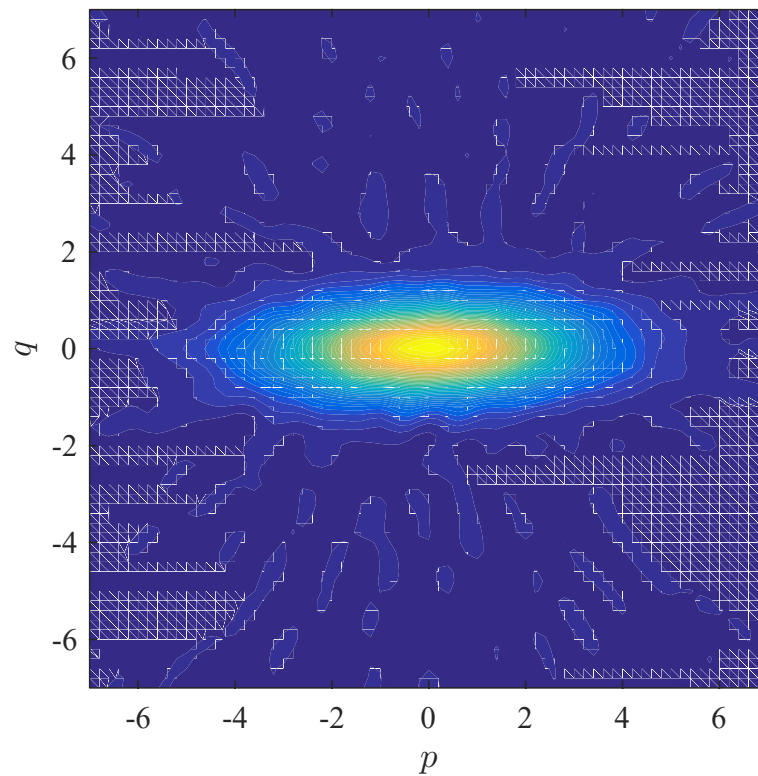


Abbildung 4.4. Wigner-Funktion des gequetschten Zustands. Rekonstruiert über inverse Radon-Transformation (180 Phasen, 11796 Datenpunkte pro Phase, Ram-Lak-Filter mit normalisierter Frequenz von 0,5).

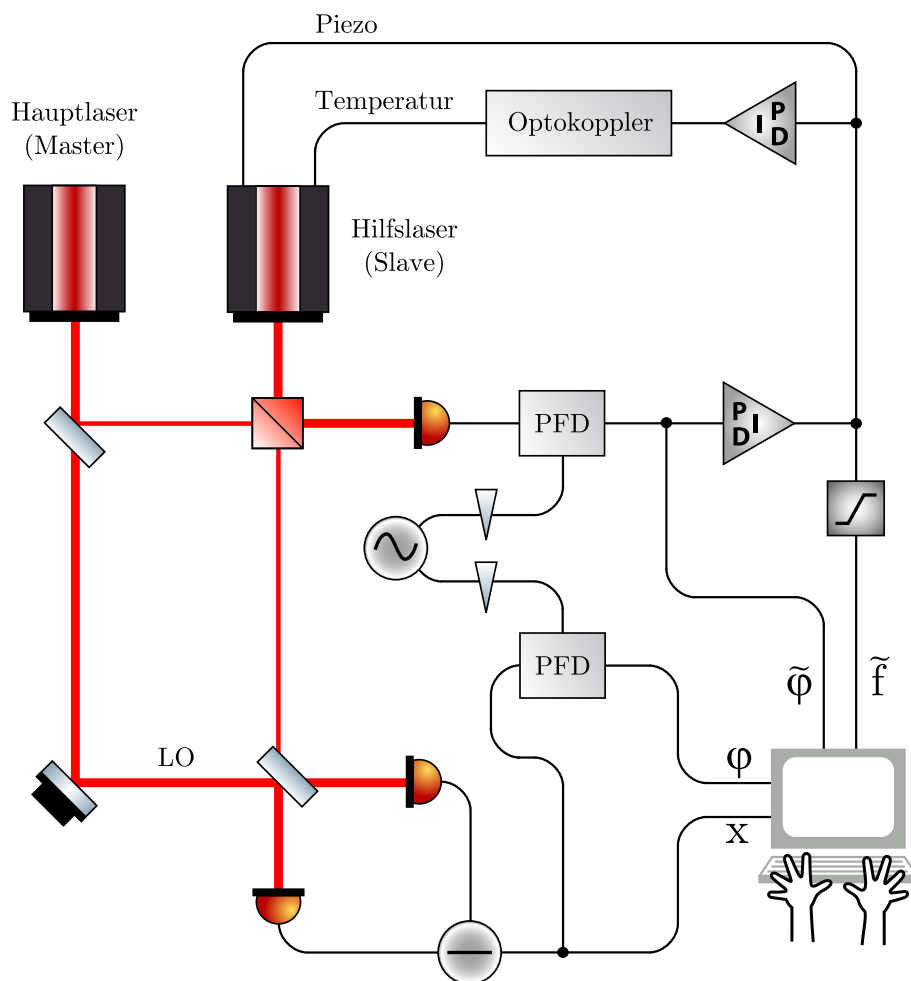


Abbildung 4.5. Experimentelle Umsetzung der Phasenauslesung mittels heterodyner Interferometrie

4.2.1. Phasenregelschleife

Im Allgemeinen besteht eine Phasenregelschleife aus einem Phasen-(Frequenz)-Detektor (PFD), einem Regler und einem steuerbaren Oszillator. Bei dem steuerbaren Oszillator handelt es sich in diesem Fall um das Schwebungssignal zwischen den Lichtfeldern der beiden Lasersysteme aus Abschnitt 3.1. Ein Photodetektor wandelt den oszillierenden Photostrom in ein Spannungssignal um, das vom PFD mit dem Referenzoszillator verglichen wird. Etwaige Abweichungen in Frequenz und Phase werden als Fehlersignal an den Regler weitergegeben. Um den Regelkreis zu schließen, wird ein Stellsignal auf einen Piezoaktor im Hilfs laser gegeben, der die Resonatorlänge ändert und damit die Laserfrequenz verstimmt.

4.2.2. Anpassung der Laserfrequenz

Die Lasersysteme bieten zwei Möglichkeiten an, um die Laserfrequenz durch externe Signale zu steuern.

1. Die Resonatorlänge des Hilfs lasers lässt sich durch eine Steuerspannung am Piezoaktor verändern. Dabei darf allerdings der Spannungsbereich von -100 V bis +100 V nicht überschritten werden. Aus diesem Grund wurde eigens ein HV-Modul angefertigt, das einen Spannungsbereich von -15 bis +90 Volt abdeckt und in Verbindung mit dem Piezoaktor ($C \approx 0,7 \text{ nF}$) eine flache Transferfunktion bis 200 kHz aufweist (C.20). Die spannungsabhängige Frequenzverstimmung des Lasers beträgt 1,83 MHz/V (siehe Abb. 4.8) - zumindest unter der Voraussetzung, dass der Piezo bei geringen Spannungen betrieben wird. In Verbindung mit dem HV-Modul kann also lediglich ein Frequenzbereich von knapp 200 MHz genutzt werden. Das reicht allerdings nicht aus, um einen mehrstündigen Betrieb sicher zu gewährleisten. Da für den Langzeitbetrieb eine Temperaturregelung notwendig ist, kann auf das HV-Modul verzichtet und der Piezoaktor direkt vom Servo getrieben werden (-15 V bis +15 V).
2. Ein deutlich größerer Frequenzbereich lässt sich durch die Änderung der Kristalltemperatur nutzen. Das Regelsignal des ersten Servos wird hierbei als Fehlersignal für die Temperaturregelung verwendet. Die Temperaturregelung gleicht äußerlich den anderen Servos, besitzt allerdings eine entscheidende Modifikation. In der P-Stellung kann mit Hilfe des ursprünglichen Rampen-Frequenz-Potentiometers ein Spannungsoffset auf das Ausgangssignal gegeben werden. Das ermöglicht es, die Schwebungsfrequenz manuell in den Fangbereich des ersten Servos zu fahren - dieser Offset bleibt auch in I-Stellung erhalten.

Diese zweite Regelung hat allerdings zu verstärktem Netzbrummen geführt. Das Problem wird durch den Einsatz eines Optokopplers behoben. Der Eingangsbereich des Optokopplers reicht von 0 V bis 0,2 V. Damit die Temperaturregelung also in beide Richtungen arbeiten kann, empfiehlt sich eine einmalige Anpassung der Temperatur am Laser-Kontrollgerät, sodass die Ausgangsspannung an der Temperaturregelung im Betrieb ca. 0,1 V beträgt.

Durch den kombinierten Einsatz beider Regler, kann die für den Piezo notwendige Spannung vom Servo immer bereitgestellt werden. Der Regelkreis ist damit so lange stabil, bis ein vorgeschalteter Regelkreis (von Mode cleaner oder OPA) am Anschlag ist und dadurch das Schwebungssignal verschwindet.

4.2.3. Referenzoszillator

Die Phasen-Frequenz-Detektoren gleichen das Schwebungssignal mit einem Referenzoszillator ab. Bei der Wahl der Oszillationsfrequenz wird darauf geachtet, dass keine Störsignale im Bereich des für unsere späteren Messungen relevanten Frequenzintervalls (2-10 MHz) auftreten. Da sich auf den Lichtfeldern bereits Phasenmodulationen bei 12 MHz und 35 MHz befinden, soll die Differenz zu diesen nicht in das Intervall fallen, weshalb als Oszillationsfrequenz $f_{\text{ref}} = 50 \text{ MHz}$ gewählt wird.

Bei den Experimenten kommen drei Phasen-Frequenz-Detektoren zum Einsatz. Einer ist Teil der Phasenregelschleife und zwei weitere dienen zum Auslesen der Phasen in den beiden BHD. Für die in dieser Arbeit aufgeführten Experimente hätte es ausgereicht, alle PFD mit dem gleichen Referenzsignal zu versorgen. Für zukünftige Experimente kann es hingegen sinnvoll sein, die ausgelesenen Phasen direkt als Regelsignal weiterzuverwenden. Um auf eine beliebige Phase zu regeln, muss die Phasenbeziehung zwischen dem Schwebungssignal und dem Referenzsignal geändert werden. Ein Frequenzgenerator, bei dem sich die Phasenlage einstellen lässt, würde sich also gut eignen. Für mehr als zwei Kanäle sind Frequenzgeneratoren bei der gewünschten Frequenz allerdings sehr teuer. Eine kostengünstige Alternative stellt das *Evaluation Board AD9959* von Analog Devices dar. Die Platine besitzt vier Ausgangskanäle mit 500 MS/s und 10 Bit Digital-Analog-Wandlern. Mittels direkter digitaler Synthese (DDS) lassen sich nahezu beliebige periodische Schwingungsformen erzeugen. Ansteuern lässt sich die Platine via USB oder manuell über I/O Ports. Letzteres erfolgte mit Hilfe eines Raspberry Pi, der wiederum an das LAN angeschlossen ist. Mit einem von Boris Hage entwickelten MATLAB GUI kann die Platine bequem vom Labor-PC aus angesteuert werden.

4.2.4. Phasen-Frequenz-Detektor

Ein Phasen-Frequenz-Detektor (PFD) vergleicht die Phasenbeziehung zwischen zwei Eingangssignalen und gibt die Phasendifferenz aus, die als Fehlersignal weiter verwendet werden kann. Zusätzlich ist er in der Lage, die Schlupfrichtung anzuzeigen, sofern unterschiedliche Frequenzen vorliegen.

Der zu Grunde liegende Schaltplan (Abb. C.24) wurde von Oskar Schlettwein entworfen. Seine Funktionsweise wird im Folgenden kurz beschrieben, wobei auf die notwendigen Anpassungen näher eingegangen wird.

Die Eingänge für den steuerbaren Oszillator (im Schaltplan mit „SIG“ bezeichnet) und den Referenzoszillator „LO“ sind nahezu identisch aufgebaut. Zunächst durchläuft das jeweilige Signal einen T-Filter. Beim LO-Eingang kann auf eine Filterung verzichtet werden, da die Referenzsignale normalerweise frei von Störungen sind. Auf die Impedanzanpassung sollte allerdings geachtet werden, indem ein 50Ω Widerstand zur Masse geschaltet wird.

Anders verhält es sich mit dem Schwebungssignal aus dem Experiment. Der Photodetektor nimmt neben der Schwebungsfrequenz auch andere Signale auf, die beispielsweise durch die elektrooptische Modulation der Lichtfelder zustande kommen. Für den PFD in der Phasenregelschleife bot sich ein 50 MHz Bandpass an, damit auch ein von der Wunschfrequenz abweichendes Schwebungssignal gefangen werden konnte. In den BHD liegt das 35 MHz Signal aus der Phasenmodulation allerdings in derselben Größenordnung wie das 50 MHz Schwebungssignal. Aufgrund der Nähe im Spektrum wurde ein Quarzfilter entwickelt (siehe Abb. C.22) und eingebaut. Obwohl hierbei keine SMD Bauteile verwendet

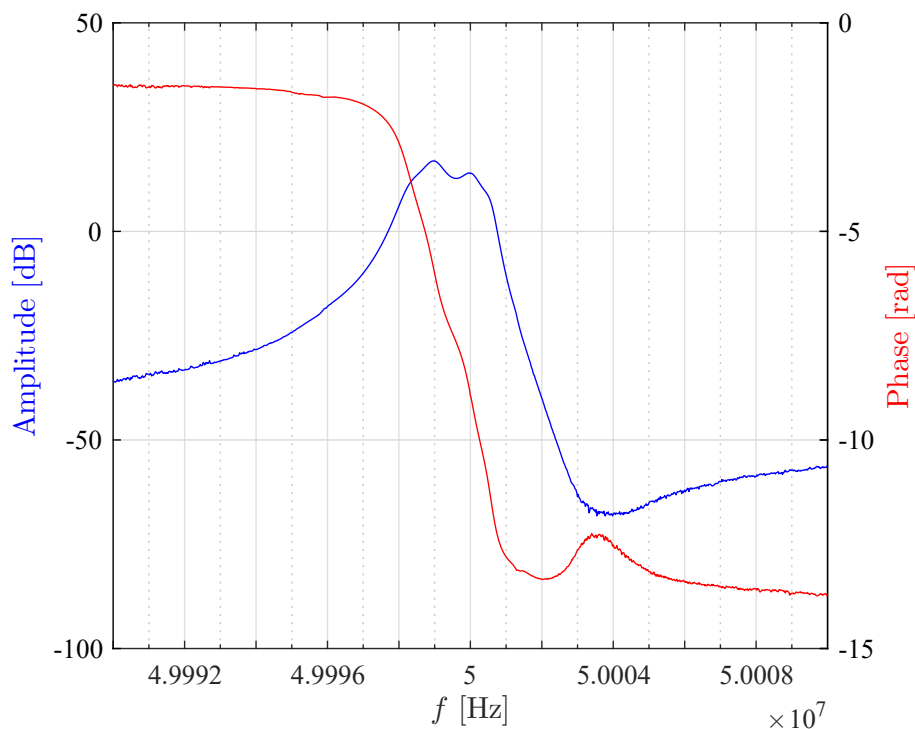


Abbildung 4.6. Transferfunktion des Quarzfilters mit nachgeschaltetem Verstärker (LMH6624).

wurden, entsprach die gemessene Transferfunktion (Abb. 4.6) den Vorstellungen. Auch in der SPICE Simulation betrug die Filterbreite etwa 2 kHz.

Beim ersten Einsatz des PFDs zeigte sich in der ausgelesenen Phase allerdings ein Zeitversatz von 0,5 ms. Damit konnte ganz nebenbei die küpfmüllersche Unbestimmtheitsrelation

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq 1 \quad (4.4)$$

bestätigt werden, nach der die minimale Einschwingdauer Δt eines bandbreitenbegrenzten Signals von der Bandbreite Δf abhängt und beide Größen nicht gleichzeitig beliebig klein werden können. Für die Experimente ist solch eine Verzögerung allerdings viel zu groß, weshalb der Quarzfilter durch eine Kombination von Bandsperre und Bandpass (Abb. C.23) ersetzt wurde. Die gemessene Transferfunktion in Abb. 4.7 zeigt, dass durch diesen Filter das störende 35 MHz Signal gegenüber dem 50 MHz Signal um mehr als 50 dB abgeschwächt wird.

Das gefilterte Signal wird anschließend im PFD verstärkt. Eine möglichst große Verstärkung ist von Vorteil, da steile Flanken ein präzises Schalten der Komparatoren (MAX9691ESA+) gewährleisten. Bei den Komparatoren handelt es sich im Prinzip um 1 Bit Analog-Digital-Wandler, die bei den Nulldurchgängen des Eingangssignals schalten. Bei den Ausgängen der Komparatoren wird ECL-Logik eingesetzt, die extrem kurze Schaltzeiten ermöglicht. Sie müssen allerdings über 50Ω an eine negative Spannungsversorgung (-2 V) angeschlossen sein. Die digitalisierten Signale treffen anschließend auf den eigentlichen Phasen-Frequenz-Detektor (MAX9382). Je nach dem, ob das Referenzsignal dem steuerbaren Oszillator vorausleitet oder umgekehrt, liefert der PFD entsprechend lange Up- bzw. Down-Pulse. Der Tastgrad (engl.: duty cycle) verhält sich somit proportional zur Phase oder zur

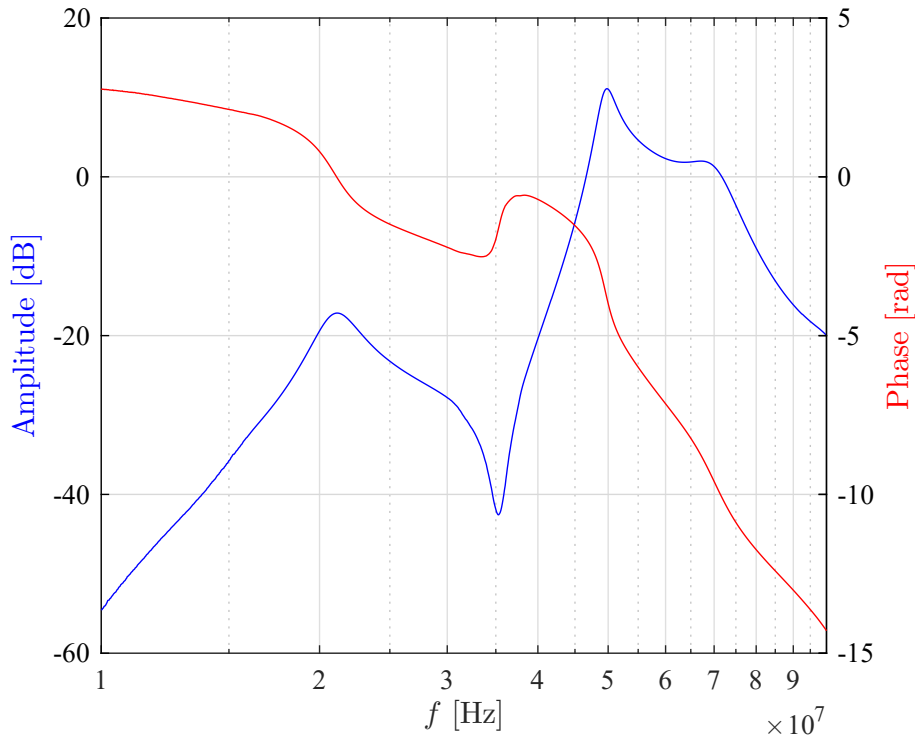


Abbildung 4.7. Transferfunktion des Eingangsfilters vom PFD (Kombination aus Bandsperr- und Bandpass) mit nachgeschaltetem Verstärker (LMH6624).

Bezeichnung	Umrechnungsfaktor $\left[\frac{\text{V}}{2\pi}\right]$
PFD 1 (mit Aufklebern)	2,690
PFD 2 (ohne Aufkleber)	2,647
PFD (Phasenregelschleife)	0,8 (nicht kalibriert)

Tabelle 4.1.: Umrechnungsfaktoren der PFD

Frequenzdifferenz. Zuletzt werden die Ausgänge U und D tiefpassgefiltert und subtrahiert, um ein Fehlersignal zu erhalten. Die Subtraktion erfolgt durch den Instrumentenverstärker INA128U. Dieser ist allerdings nicht in der Lage, genügend Strom zu liefern, wenn ein Aufnahmegerät mit $50\ \Omega$ Eingangsimpedanz angeschlossen wird. Dann bricht die Spannung ein. Deshalb wurde über einen Spannungsfolger ein zweiter Ausgang ergänzt.

Um aus der Ausgangsspannung des PFDs die Phase berechnen zu können, muss eine Kalibrierung erfolgen. Eine einfache Möglichkeit besteht darin, die Phase zwischen den beiden Eingangssignalen linear durchzufahren und den Modulo der Ausgangsspannung zu berechnen. Solange der Divisor von dem korrekten Wert abweicht, ergeben sich Unstetigkeiten in der Phase. Nach einigen Iterationsschritten sollten diese verschwinden und der korrekte Divisor gefunden sein. Die Umrechnungsfaktoren für die PFD, die zum Auslesen der Phasen in den BHD verwendet werden, sind in Tabelle 4.1 angegeben.

4.2.5. Phasenrauschen

Mit welcher Genauigkeit die Phase in den BHD letztlich ausgelesen werden kann, hängt maßgeblich vom Phasenrauschen in der Phasenregelschleife ab. Das Rauschen überträgt sich direkt auf die ausgelesene Phase und stellt somit ein unteres Limit dar.

Zur Auswertung des Phasenrauschens wird bei aktiver Regelschleife das aus dem PFD kommende Fehlersignal aufgenommen. Durch den Umrechnungsfaktor aus Tabelle 4.1 lässt sich daraus direkt die Phaseninformation gewinnen.

Zusätzlich wird das Regelsignal für den Piezoaktor im Hilfslaser über einen 8,5 Hz Hochpass mit aufgenommen. Im Idealfall lässt sich daraus das Frequenzrauschen des Hauptlasers ableiten, da der Hilfslaser diesem folgt und es bestenfalls vollständig kompensiert. Der Hochpass wird eingesetzt, da für niedrige Frequenzen die Amplituden am größten sind und wie in Abschnitt 3.5 bereits erwähnt, das Oszilloskop lediglich ein Auflösungsvermögen von 8 Bit besitzt. Kleine Schwankungen wären bei einem größeren Eingangsbereich also nicht mehr messbar gewesen.

Um aus einer Regelspannung am Piezoaktor den Frequenzversatz des Lasers bestimmen zu können, muss ein entsprechender Koeffizient bekannt sein. Die Angabe im Datenblatt zum *PZT Tuning Coefficient* ist ungenau, da dieser auch zwischen baugleichen Systemen stark variiert. Zur Bestimmung des Koeffizienten wurde ein Sinus-Signal mit $U_{pp} = 1$ V an den Piezoaktor angelegt. Bei einer Sinus-Frequenz von 220 Hz wurde über einen Zeitraum von 20 ms das Schwebungssignal mit $f_s = 1$ GHz aufgenommen. Aus dem Spektrum in Abb. 4.8 lässt sich der Koeffizient mit 1,83 MHz/V ablesen. Hierbei wird angenommen, dass etwaige Frequenzdrifts während der Messung verhältnismäßig klein waren. Diese Annahme wird durch den steilen Abfall der Flanken bei der höchsten und niedrigsten Frequenz gestützt.

Das Phasen- und Frequenzrauschen wurde in den einzelnen Messungen mit $f_s = 2$ MHz über ein Zeitintervall von acht Sekunden aufgenommen. Anschließend wurde die spektrale Dichte berechnet. Für das Phasenrauschen wurde zusätzlich der Effektivwert (rms) im Frequenzintervall von 1 Hz bis 10 kHz berechnet.

Bei einer logarithmischen Darstellung des Spektrums, nimmt auch die Anzahl der Datenpunkte aus der FFT logarithmisch zu. Um eine verrauschte Darstellung bei hohen Frequenzen zu vermeiden, wurde über mehrere Datenpunkte gemittelt, wobei die Anzahl der einfließenden Datenpunkte ebenfalls logarithmisch zunahm.

In Abb. 4.9 ist das Rauschverhalten in Abhängigkeit unterschiedlicher Verstärkungen des Fehlersignals aufgetragen. Wie zu erwarten ist, nimmt das Phasenrauschen mit zunehmender Stärke des Fehlersignals ab. Bei knapp 300 kHz ist ein Peak zu sehen, der die Resonanzfrequenz des Piezoaktors im Hilfslaser widerspiegelt. Gut zu erkennen sind auch die Einträge des Netzbrummens bei 50 Hz und den entsprechenden Harmonischen.

Mit Hilfe von Integratorstufen lässt sich die Verstärkung in der Regelung unterhalb der jeweiligen Grenzfrequenz erhöhen. In Abb. 4.10 ist das Rauschverhalten für unterschiedliche Integratorstufen dargestellt. Dabei konnte unter Verwendung des 50 kHz Integrators das selbst gesteckte Ziel, einen Effektivwert von 0,01 rad zu erreichen, deutlich unterschritten werden.

Ein Blick auf die Kurvenverläufe des Frequenzrauschens zeigt das für NPRO typische 1/f Verhalten. Auch quantitativ stimmt es mit Messungen aus Hannover überein [57].

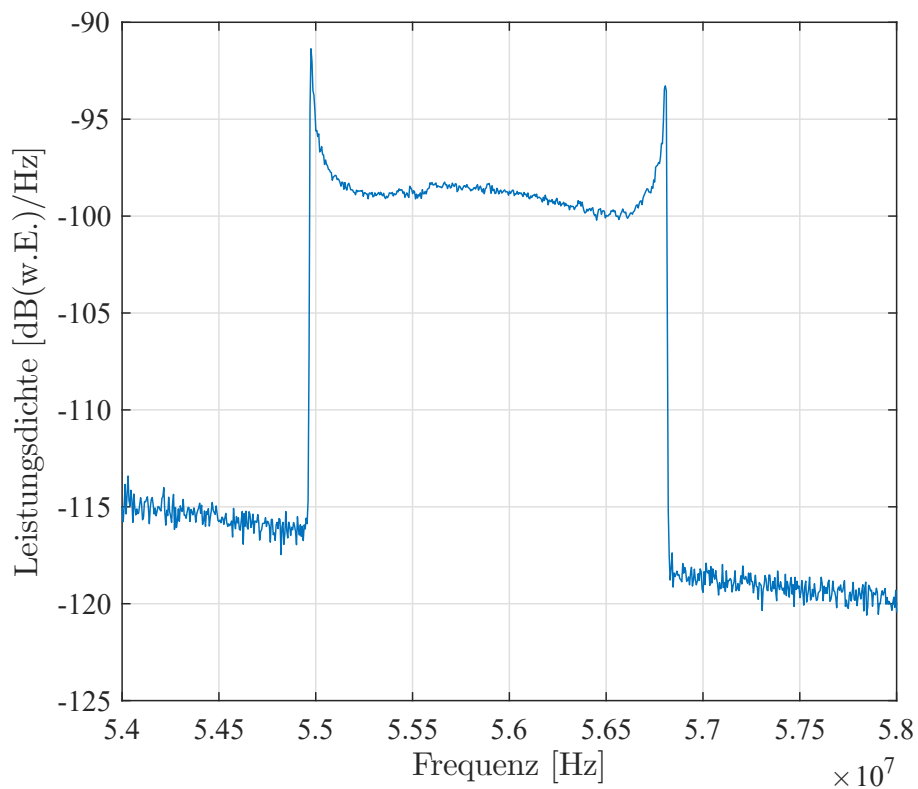


Abbildung 4.8. Schwebungssignal zwischen Haupt- und Hilfslaser. An den Piezoaktor vom Hilfslaser wurde ein Sinus-Signal mit $U_{pp} = 1$ V angelegt, um das entsprechende Frequenzintervall von 1,83 MHz/V zu bestimmen. Diese Kalibrierung wird genutzt, um aus dem Regelsignal das Frequenzrauschen ableiten zu können.

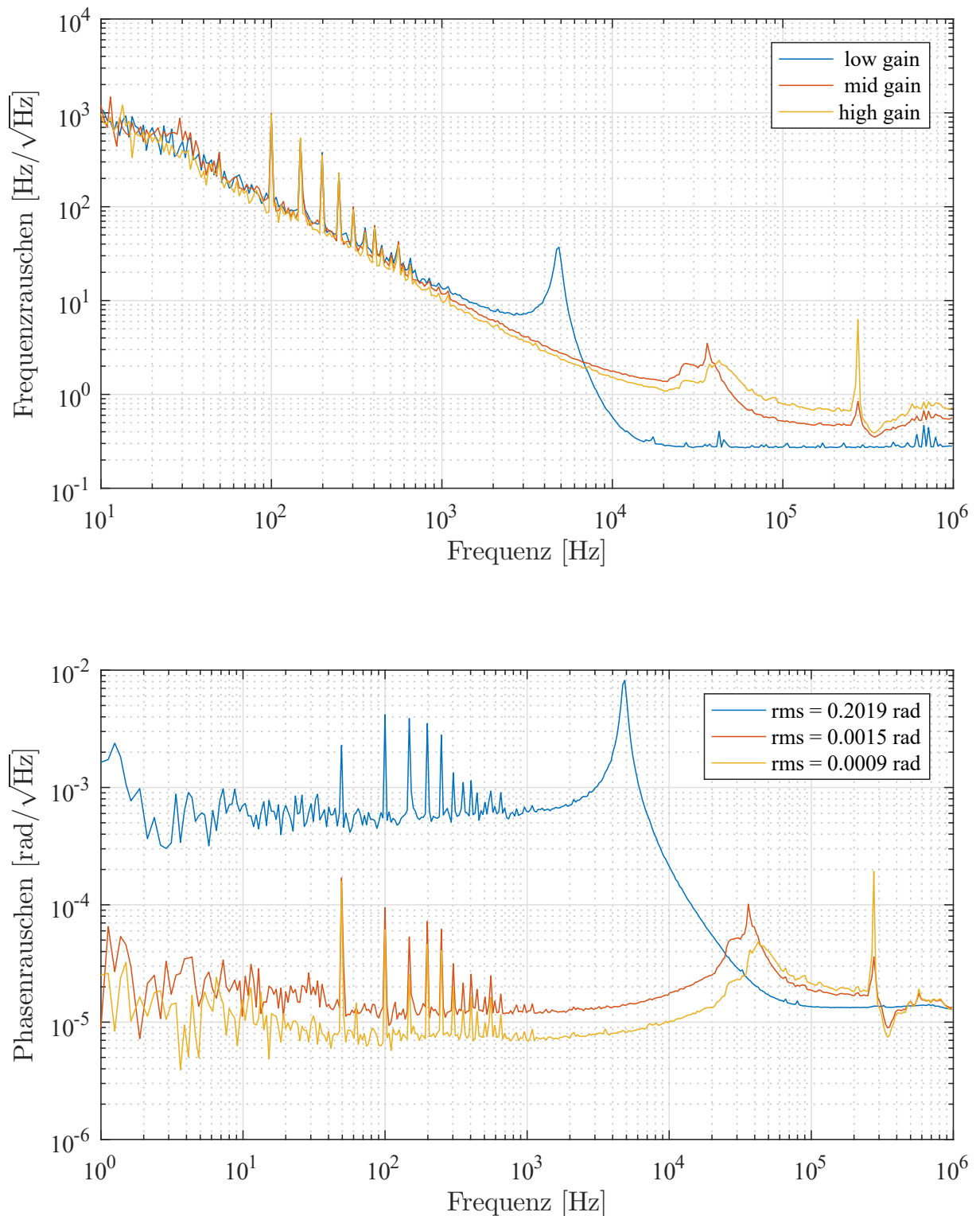


Abbildung 4.9. Frequenz- und Phasenrauschen der Phasenregelschleife in Abh. unterschiedlicher Verstärkungen des Fehlersignals. Diese Messungen wurden mit einem 50 kHz Integrator und bei $P_M = 50 \mu\text{W}$ durchgeführt. Die Effektivwerte (rms) des Phasenrauschens wurden für das Frequenzintervall von 1 Hz bis 10 kHz berechnet.

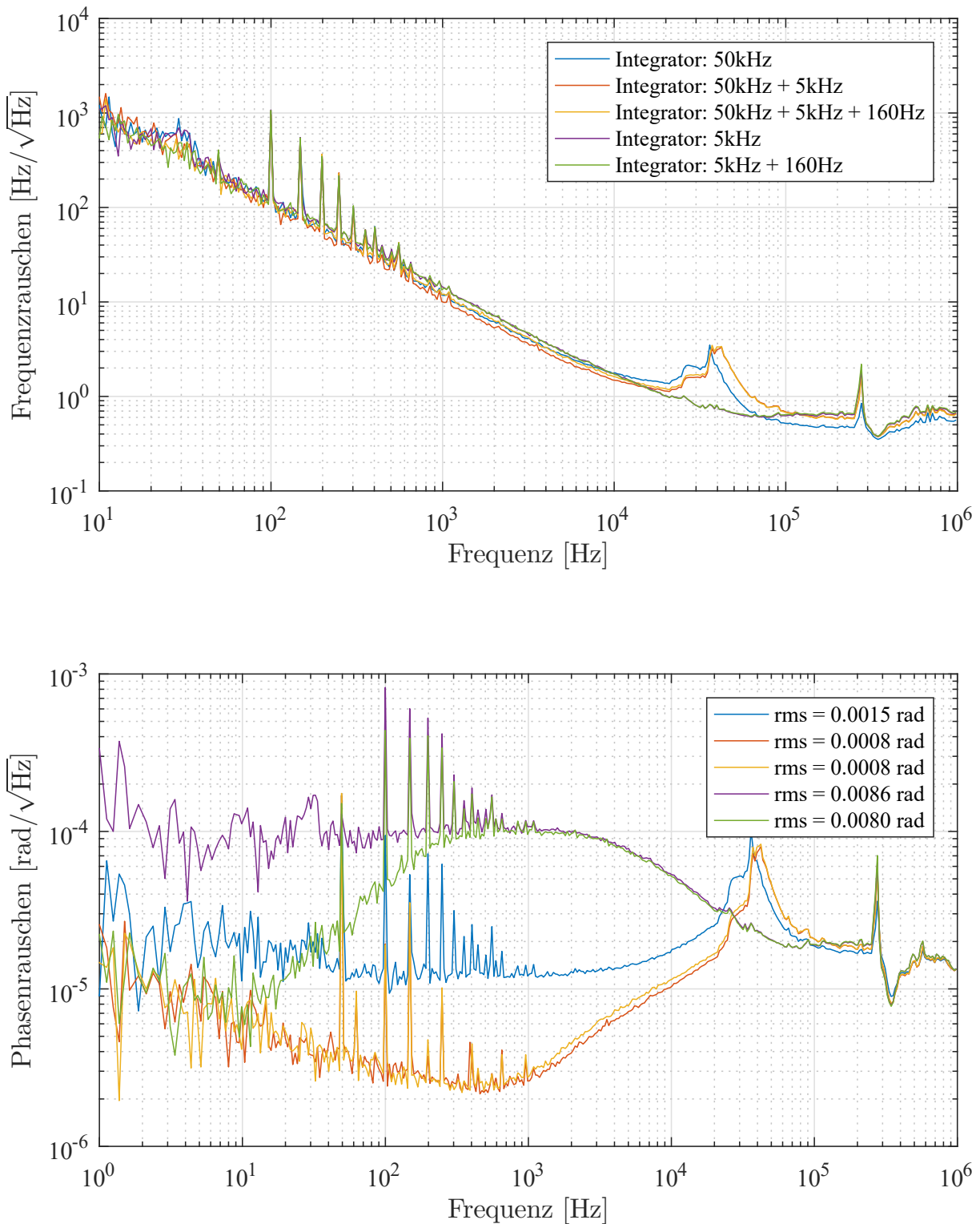


Abbildung 4.10. Frequenz- und Phasenrauschen der Phasenregelschleife für verschiedene Integratorstufen. Diese Messungen wurden bei $P_M = 50 \mu\text{W}$ durchgeführt. Die Effektivwerte (rms) des Phasenrauschens wurden für das Frequenzintervall von 1 Hz bis 10 kHz berechnet.

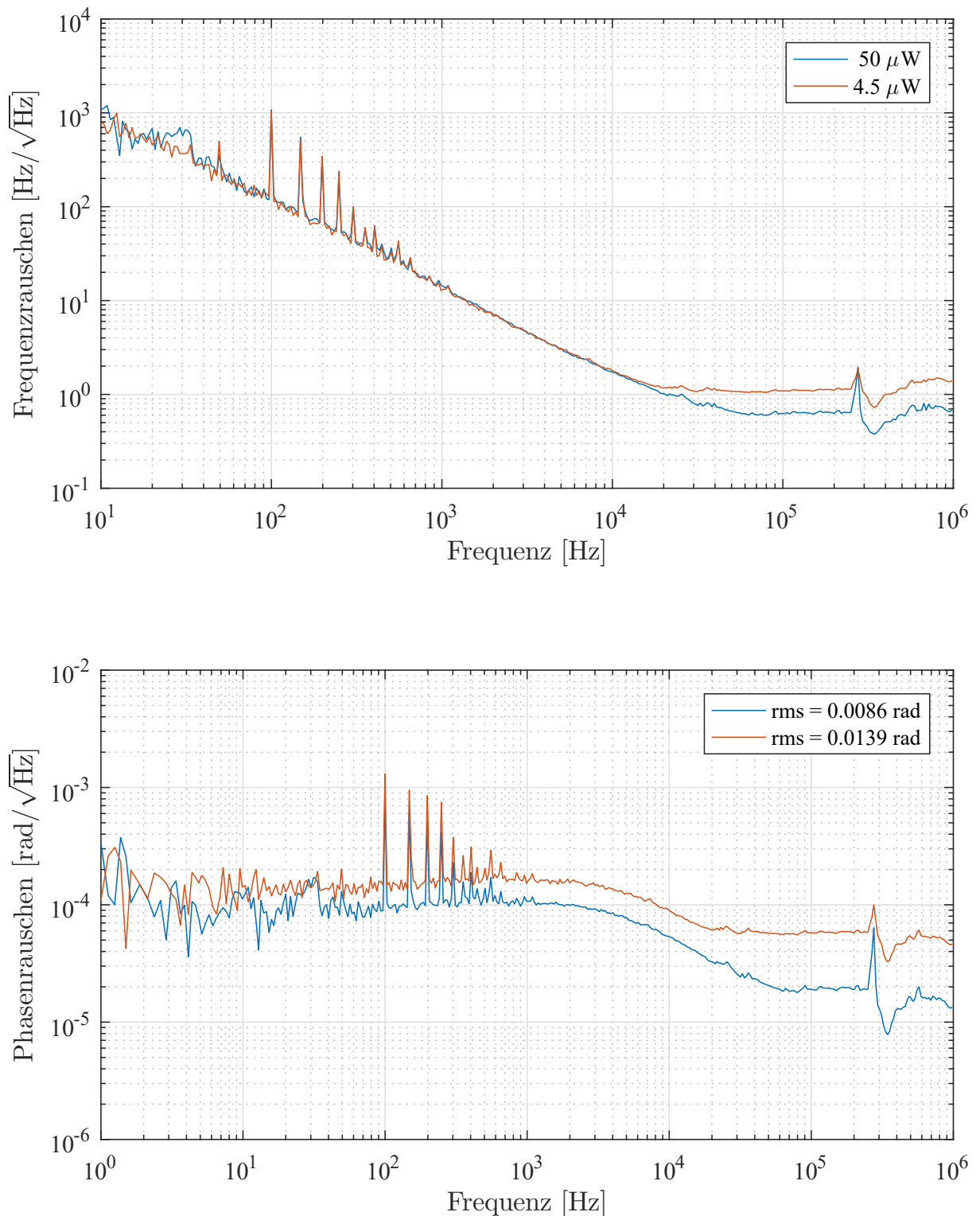


Abbildung 4.11. Frequenz- und Phasenrauschen der Phasenregelschleife für unterschiedliche optische Leistungen des Hauptlasers. Diese Messungen wurden mit einem 5 kHz Integrator durchgeführt. Die Effektivwerte (rms) des Phasenrauschens wurden für das Frequenzintervall von 1 Hz bis 10 kHz berechnet.

Parameter	Wert
t_{HR}	$4,0 \cdot 10^{-4}$
t_{AR}	$8,0 \cdot 10^{-1}$
$\tau = \sqrt{t_{\text{HR}} \cdot t_{\text{AR}}}$	0,018
η_{qe}	0,92
P_S	423 μW
C	$0,42 \pm 0,06$

Tabelle 4.2.: Parameter aus dem Experiment

P_M [W]	$\tilde{\varphi}_{\text{sn}} \left[\frac{\text{rad}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]$	$\tilde{\varphi}_{\text{en}} \left[\frac{\text{rad}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]$	$\tilde{\varphi}_{\text{total}} \left[\frac{\text{rad}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right]$
$4,5 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-5}$	$8,2 \cdot 10^{-6}$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
$5,0 \cdot 10^{-5}$	$8,5 \cdot 10^{-6}$	$2,5 \cdot 10^{-6}$	$8,9 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 4.3.: Theoretisch berechnete Beiträge zum Phasenrauschen

Leistungsabhängigkeit

In Abb. 4.11 ist das Frequenz- und Phasenrauschen der Phasenregelschleife in Abhängigkeit der optischen Leistung des Hauptlasers aufgetragen. Für hohe Frequenzen im Bereich um 10^5 Hz nimmt das Grundrauschen für kleinere optische Leistungen zu.

Eine physikalische Grenze ist durch das Schrotrauschen gegeben. Werden die Gl. (2.76), (2.73) und (2.75) zusammengesetzt, so ergibt sich für das Phasenrauschen dieser frequenzunabhängige Ausdruck:

$$\tilde{\varphi}_{\text{sn}} = \sqrt{\frac{hc}{\lambda C^2 \eta_{qe} \tau^2 P_M}}. \quad (4.5)$$

Eine solche $1/\sqrt{P_M}$ Abhängigkeit lässt sich auch im Experiment erkennen.

Da die Lichtfelder von Haupt- und Hilfslaser im Experiment auf einem Strahlteiler überlagert werden, der eine sehr geringe Transmission aufweist, könnte bei einem schwachen Schwebungssignal auch elektronisches Rauschen eine Rolle spielen. Für beide Ansätze werden im Folgenden die theoretischen Grenzen berechnet.

Im Experiment verwenden wir einen Strahlteiler mit großem Reflexionskoeffizienten, um die Verluste für das Signalfeld gering zu halten. Bei dem eingesetzten Strahlteiler handelt es sich um einen Hot Mirror von Edmund Optics. Für s-polarisiertes Licht bei 1064 nm wurden im Labor für die HR- und die AR-Schicht die Transmissionskoeffizienten bestimmt (siehe Tab. 4.2).

Aus dem elektronischen Beitrag zum Stromrauschen \tilde{i}_{en} , der in der Transimpedanzstufe des Photodetektors zu Stande kommt (siehe B), lässt sich mittels Gl. (2.76) das entsprechende Phasenrauschen berechnen.

In Tabelle 4.3 sind die berechneten Werte für optische Leistungen von 50 μW und 4,5 μW aufgetragen. Der aus der Transimpedanzstufe resultierende Anteil am Phasenrauschen ist gut drei mal kleiner als der des Schrotrauschens. Durch quadratische Addition ergibt sich das theoretische Grundrauschen.

Die berechneten Werte liegen etwa um den Faktor 2 unterhalb der gemessenen Kurven. Es könnte also weitere Rauschquellen wie beispielsweise den Digitalisierungsprozess im PFD geben [58, S. 45]. Ein weiterer möglicher Erklärungsansatz wäre, dass der Interferenzkontrast stärker fehlerbehaftet ist, als angenommen. Zum Zeitpunkt der Spektrenaufnahme lag der Interferenzkontrast nur bei $0,42 \pm 0,06$. Für einen Wert von 0,3 würden Theorie und Experiment zusammen passen. Auch der Eintrag von EM-Strahlung aufgrund schlechter Abschirmung wäre eine Option.

Sicher festzuhalten ist, dass durch höhere optische Leistungen das Phasenrauschen verringert werden kann. Bei den zuvor erprobten dichroitischen Spiegeln sind die Transmissionskoeffizienten noch 1-2 Größenordnungen kleiner, womit die jetzigen Resultate nicht hätten erreicht werden können.

4.2.6. Extraterrestrischer Einsatz

Mit einem Beispiel aus den künftigen kosmischen Aufgabenstellungen lässt sich der *gravierende* Nutzen solcher Technik verdeutlichen. Für das Jahr 2034 ist ein Laserinterferometer namens LISA (Laser Interferometer Space Antenna) geplant, bei dem drei Satelliten ein Dreieck mit 2,5 Millionen Kilometern Seitenlänge bilden [59]. Die Laserstrahlen werden hierfür aufgeweitet und parallelisiert, um die Divergenz möglichst klein zu halten. Dennoch trifft von einem Laserstrahl mit einer Ausgangsleistung von 2 W nur etwa 0,3 nW auf den entfernten Satelliten [60, S. 9]. Würde dieses Licht wie bei einem herkömmlichen Michelson-Interferometer zurückreflektiert werden, kämen pro Minute etwa zehn Photonen zum Satelliten zurück. Deshalb besitzen die anderen beiden Satelliten ebenfalls eigene Lasersysteme und fungieren als optische Transponder [61]. In diesem optischen Transponder muss zwischen dem ein- und ausgehenden Laserstrahl eine feste Frequenzbeziehung hergestellt werden. Dafür kommt eine Phasenregelschleife zum Einsatz. Das Referenzsignal stammt aus einem ultra-stabilen Oszillator und als veränderbarer Oszillator dient das Schwebungssignal, welches bei der Überlagerung des eingehenden Laserstrahls mit einem Teil des ausgehenden Laserstrahls zustande kommt [48, 60]. Der Phasenabgleich soll durch digitale Phasenmeter erfolgen [62]. Abgesehen davon, dass auch Doppler-Verschiebungen zu berücksichtigen sind, funktioniert das Auslesen der Phase am ursprünglichen Satelliten ganz ähnlich wie in unserem Experiment. Die in diesem Kapitel vorgestellte Phasenregelschleife stellt allerdings keine Entwicklung für LISA dar.

LISA soll dazu genutzt werden, Änderungen der Armlängen durch Schwankungen in der Phase zu messen und damit Gravitationswellen nachzuweisen. Am empfindlichsten wird LISA im Frequenzbereich zwischen 0,1 mHz und 0,1 Hz sein [59], der auf der Erde nicht untersucht werden kann.

5. Zwei-Moden gequetschter Zustand

Im Jahr 1935 haben Einstein, Podolsky und Rosen Untersuchungen angeregt, was die Nichtlokalität in der Quantenmechanik anbetrifft [1]. Unter Quanten-Nichtlokalität wird verstanden, dass sich ein Vorgang wie die Zustandsmessung an einem Teilchen instantan auf den gesamten Raum auswirkt, also Fernwirkungen auftreten. Diese Eigenschaft widerspricht den Kenntnissen der klassischen Physik, wo sich die Wirkung eines Vorgangs nur mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten kann. Um den Widerspruch aufzuheben, folgerten sie, dass sofern die Annahme der Lokalität korrekt ist, die noch recht junge Quantenmechanik unvollständig sein müsse und motivierten damit die Suche nach einer besseren Theorie. In ihrem Gedankenexperiment, das als EPR-Paradoxon bekannt ist, werden zwei separierte Teilchen betrachtet, deren Impulse maximal korreliert und Orte maximal antikorreliert sind. Wird der Impuls am ersten Teilchen gemessen, kann damit auch der Impuls des zweiten Teilchens vorhergesagt werden. Gleichzeitig kann der Ort am zweiten Teilchen gemessen werden. Dies steht im Widerspruch zur Heisenbergschen Unschärferelation, nach welcher nur eine Größe genau messbar ist.

Schrödinger hat das Paradoxon in die Struktur einer Zwei-Teilchen-Wellenfunktion gebracht und als *verschränkt* bezeichnet, sofern keine separable Form existiert [2].

Auf Basis von bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen hat Reid 1989 ein EPR-Kriterium für kontinuierliche Variablen formuliert [63]. Dessen experimentelle Umsetzung gelang Ou 1992 [64]. Die korrelierten Photonenpaare (Signal und Idler) wurden dabei durch parametrische Fluoreszenz vom Typ II hergestellt und besaßen zueinander orthogonale Polarisation. Auch mit Typ I Aufbauten (Signal und Idler selber Polarisation) wurden Zwei-Moden gequetschte Zustände hergestellt und das Paradoxon demonstriert, wobei zwei Einzelmoden-Quetschlichtquellen zum Einsatz kamen, deren Felder an einem Strahlteiler überlagert wurden [65]. Mit solcherlei Aufbauten lassen sich verschränkte Zustände kontrolliert herstellen und auch für Anwendungen wie Quantenschlüsselaustausch, Quantenteleportation oder Verschränkungs-austausch nutzen.

Der in diesem Kapitel vorgestellte Aufbau orientiert sich am zuletzt genannten Aufbau und liefert einen Zwei-Moden gequetschten Zustand. Die daraus gewonnenen Messdaten wurden bereits von Tom Ettrich und Boris Hage genutzt, um den Hong-Ou-Mandel-Effekt im kontinuierlichen Regime zu zeigen [Masterarbeit von Tom Ettrich]. Außerdem schafft dieser Aufbau die Basis für das Experiment im nachfolgenden Kapitel.

5.1. Setup

Der experimentelle Aufbau für die Herstellung des Zwei-Moden gequetschten Zustands ist in Abb. 5.1 skizziert. Die Verschränkung beider Einzelmoden passiert an einem 50:50 Strahlteiler, wo die aus den OPAs austretenden Quetschlichtfelder mit einem relativen Phasenversatz von $\pi/2$ überlagert werden. Die Ausgangsstrahlen propagieren zu den balancierten Homodyndetektoren A und B. Mit Hilfe der Phasenschieber in den Lokaloszillatoren

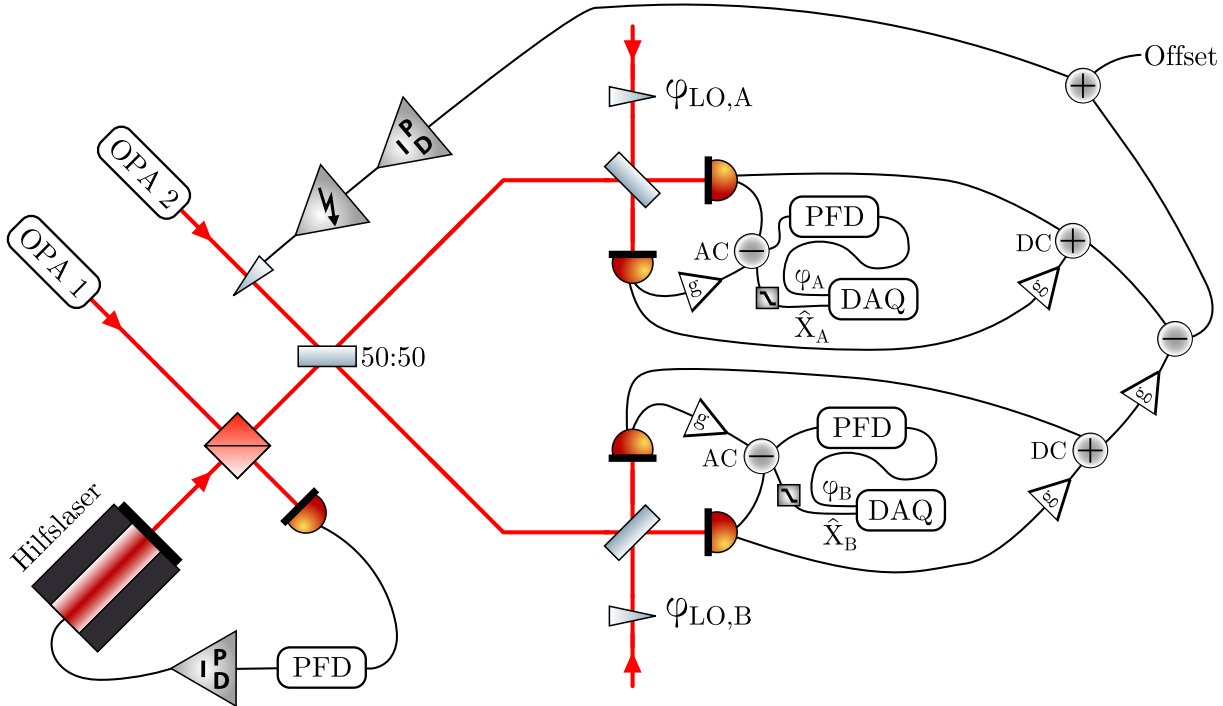


Abbildung 5.1. Aufbau zur Messung des Zwei-Moden gequetschten Zustands. Zwei Einzelmoden gequetschte Zustände werden von zwei OPAs erzeugt und mit einem Phasenversatz von $\pi/2$ an einem 50:50 Strahlteiler überlagert. Beide Ausgangssignale werden mit Hilfe von balancierter Homodyndetektion vermessen.

(LO) lassen sich die Quadraturwinkel einstellen, unter denen die Quadraturen X_A und X_B gemessen werden. Für eine vollständige Zwei-Moden-Quantenzustandstomographie werden für alle Winkelkombinationen Quadraturdaten aufgenommen. Die in den Kapiteln 2.4 und 4.2.4 vorgestellte Technik zur Phasenauslesung kommt hier an beiden Homodyndetektoren zum Einsatz, um die Phaseninformation mit aufzunehmen.

Da die Lichtleistungen der beiden Ausgänge des 50:50 Strahlteilers von der relativen Phasenbeziehung der Quetschlichtfelder abhängen, kann durch eine Regelung der Ausgangsleistung die Phase stabilisiert werden. Unter einem Winkel von $\pi/2$ ist die Leistung in beiden Ausgangsarmen gerade exakt gleich.

Die Photodetektoren lassen sich glücklicherweise auch zur Leistungsmessung verwenden. Sie besitzen einen zweiten Spannungsausgang, dem ein 100 kHz Tiefpass vorgeschaltet ist. Die nicht ganz identischen Verstärkungen der einzelnen Photodetektoren lassen sich über Potentiometer in elektronischen Addierern angleichen. Die Differenz beider Subsysteme stellt dann das Fehlersignal dar, womit auf den Winkel von $\pi/2$ geregelt wird. Ein zusätzlicher Addierer mit variabler Offsetspannung wurde noch zwischengeschaltet, um auch die unterschiedlichen Offsets der Detektoren ausgleichen zu können.

5.2. Parameter des Experiments

Die hier genannten Größen beziehen sich auf die Messung vom 4. April 2017.

Als erstes wurden die Interferenzkontraste an den Strahlteilern optimiert und vermessen. Dafür wurden verhältnismäßig große Signalleistungen P_{Signal} aus den Quetschlichtquel-

Parameter	Wert
C_{EPR}	96,8 %
C_{A1}	95,3 %
C_{A2}	97,7 %
C_{B1}	97,5 %
C_{B2}	96,0 %
P_{Signal}	27 μW
g_1	3,12
g_2	3,14
\bar{g}_1	0,50
\bar{g}_2	0,49
P_{pump1}	264 mW
P_{pump2}	68 mW
$P_{\text{LO,A}}$	815 μW
$P_{\text{LO,B}}$	835 μW
η_{A1}	0,62
η_{B1}	0,56
V_0	-7,8 dB

Tabelle 5.1.: Parameter aus dem Zwei-Moden-Experiment vom 4. April 2017. Die Leistungen wurden mit dem Leistungssensor S121C von Thorlabs gemessen, dessen systematischer Fehler im Bereich von $\pm 7\%$ liegt.

len verwendet, was zusätzliche Neutraldichte-Filter vor den im Regelkreis befindlichen Photodetektoren erforderlich gemacht hat. Durch die größeren Leistungen kommt ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis an den Detektoren zustande. Anschließend wurde der Interferenzkontrast C_{EPR} an einem der Ausgänge des EPR-Strahlteilers durch Angleichung der Signalleistungen optimiert und gemessen. Am zweiten Ausgang wurde der gleiche Interferenzkontrast festgestellt, was für eine gute Einstellung des EPR-Strahlteilers sprach. In den BHD wurden jeweils zwei Interferenzkontraste gemessen. Es wurde jeweils ein OPA-Ausgang geblockt, während der andere mit dem Lokaloszillator überlagert wurde. Der Interferenzkontrast an der BHD A mit dem Signal aus OPA 1 wird entsprechend als C_{A1} bezeichnet. Die Signalleistungen wurden anschließend auf den Wert aus Tabelle 5.1 abgesenkt.

Als nächstes musste sichergestellt werden, dass in beiden Quetschlichtquellen die gleiche Verstärkung g bzw. Abschwächung \bar{g} der Leistung des Signalstrahls erfolgt. Hierzu wurde das Verhältnis der Pumpleistungen so lange angepasst, bis die gleiche Verstärkung und damit auch der gleiche Quetschgrad vorlag. Das Experiment wurde mit abgeschwächtem Signal durchgeführt (Quetschung in der Amplitudenquadratur).

Die dafür notwendigen Pumpleistungen P_{pump} unterscheiden sich deutlich, was auf die unterschiedlichen Kristalle zurückzuführen ist. Die Verstärkung war begrenzt durch die vorhandene Pumpleistung des Lasers. Um die maximale Pumpleistung zu erzielen, wurden die Spiegel im Innern des Hauptlasers nachjustiert, der Diodenstrom auf 2,395 A erhöht und die Temperatur des Kristalls optimiert.

Um die Rauschunterdrückung und die optischen Verluste im System zu bestimmen, wurde

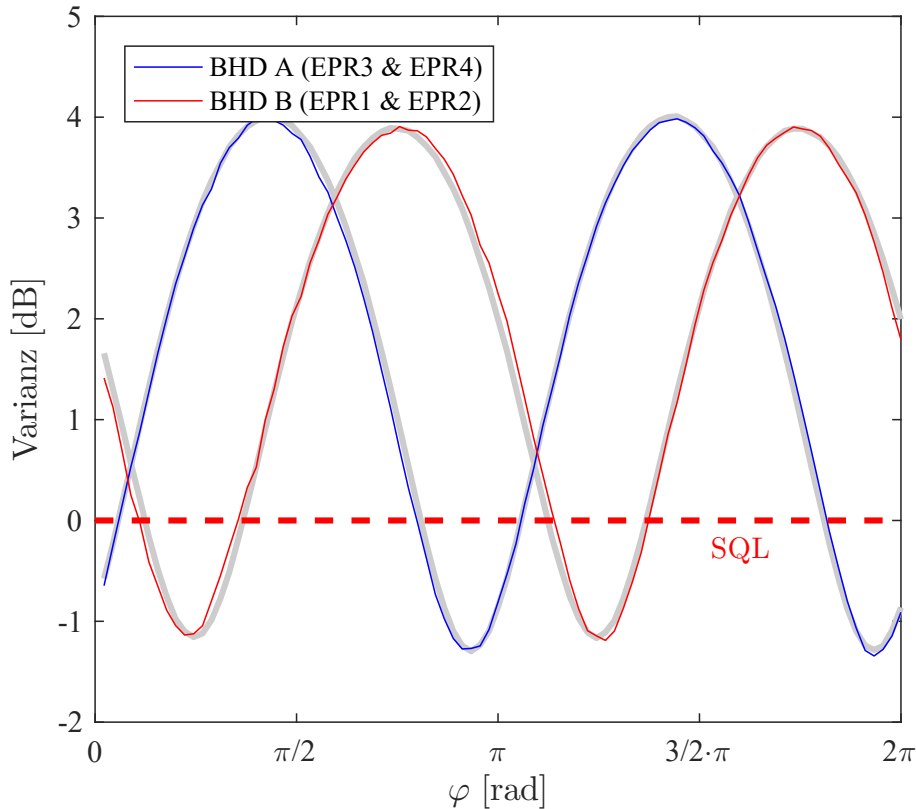


Abbildung 5.2. Varianzen der Quadraturdaten für den gequetschten Zustand aus OPA 1. Grau hinterlegt ist der theoretische Verlauf, welcher sich aus den abgelesenen Minima und Maxima ergibt.

eine Tomographie des Ausgangsfeldes von OPA 1 durchgeführt. Durch die Überlagerung mit dem Hilfslaser können die Daten nach dem Schema aus Abschnitt 4.2.4 aufgenommen werden. Am EPR-Strahlteiler teilt sich das Feld auf die beiden BHD auf, sodass mit beiden BHD gleichzeitig eine Tomographie des Zustands durchgeführt wird, wobei durch den EPR-Strahlteiler jeder Arm einen zusätzlichen Verlust von 50% erfährt. Die Varianzen sind in Abb. 5.2 über die Phase aufgetragen.

Aus den Minima und Maxima berechnen sich die Gesamteffizienzen nach Gl. 2.52 zu 0,31 in der BHD A und 0,28 in der BHD B. Gleicht man den Verlust am EPR-Strahlteiler aus, müssen diese Werte mit einem Faktor 2 multipliziert werden. Dass die Effizienzen voneinander abweichen, liegt vor allem an dem schlechteren Interferenzkontrast in der BHD A. Für die ursprüngliche Rauschunterdrückung ergeben sich -7,7 dB bzw. -7,9 dB. Diese Werte müssten eigentlich identisch sein, da gleichzeitig derselbe Zustand vermessen worden ist. Mögliche Fehler könnten bei der Ausbalancierung des Strahlteilers, der Einstellung der Subtrahierer oder beim Ablesen der Minima und Maxima auftreten.

In der Abb. 5.2 fällt auf, dass Amplituden- bzw. Phasenquadratur nicht mit der Phase am Ursprung zusammenfallen. Dieser Versatz hätte durch die Einstellung der Phase des Referenzoszillators am PFD ausgeglichen werden können. Bei der Messdatenverarbeitung wird dieser Versatz anschließend ausgeglichen, weshalb darauf verzichtet wurde.

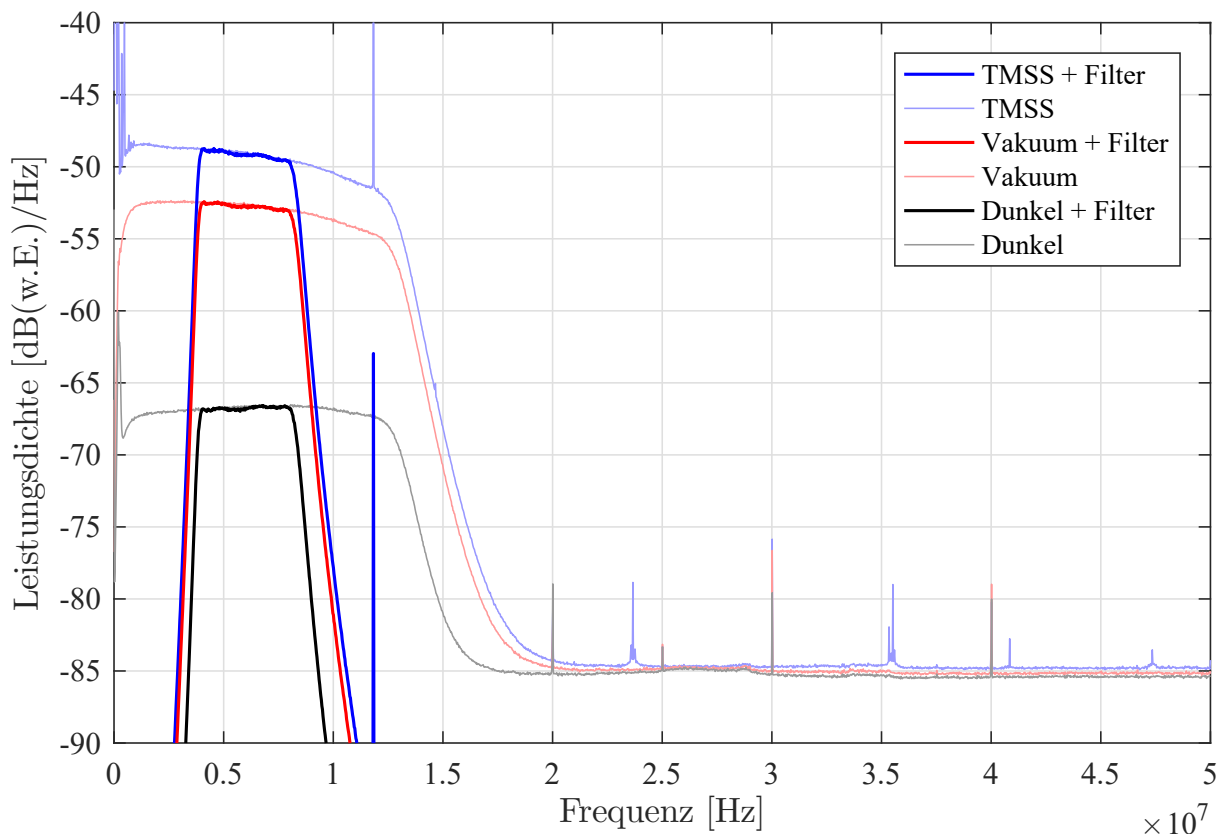


Abbildung 5.3. Spektrale Leistungsdichte der Messdaten

5.3. Messdatenverarbeitung

Mit unserem Datenerfassungssystem von National Instruments und eigenen LabView VI's wurden die relevanten Messgrößen mit zwei Karten synchron erfasst. Die Quadraturdaten wurden mit 100 MHz aufgenommen, während die Phasen aus den PFD und die Monitorausgänge der Hochspannungsmodule mit 100 kHz abgetastet wurden.

Die Quadraturdaten wurden mittels Resampling auf 20 MHz reduziert und im Anschluss das Band zwischen 4 und 8 MHz mit Hilfe von digitalen Tschebyscheff-Filtern 8. Ordnung herausgefiltert. In Abb. 5.3 sind die Spektren ohne Resampling zu sehen. Gut zu erkennen ist, dass im gewählten Frequenzbereich keine relevanten Störquellen zu sehen sind. Der Kurvenabfall, welcher bei ca. 13 MHz einsetzt, wurde durch einen Hardware-Tiefpass (Mini-Circuits BLP-10.7+) mit einer angegebenen Eckfrequenz von 14 MHz erzielt.

Zur Normierung wurde vor und nach der eigentlichen Messung das Rauschen ohne Signalfeld, also nur mit Lokaloszillator, gemessen. Diese Messung wird als Vakuum bezeichnet. Außerdem wurde auch der Dunkelrauschabstand bestimmt, indem sowohl Signal als auch Lokaloszillator geblockt wurden.

Wie im vorherigen Abschnitt bereits angekündigt, wurde außerdem der willkürliche Phasenoffset der PFD korrigiert. Hierfür wurde die Kovarianz beider Subsysteme berechnet, welche lediglich von der Summe beider Phasen (φ_A , φ_B) abhängt, siehe Abb. 5.4. An die Messpunkte wurde ein Sinus gefittet (rote Linie) und der Phasenwert $\Delta\varphi$ für dessen Minimum bestimmt. Aufgrund der Summenabhängigkeit genügt es, die Korrektur von $\Delta\varphi$ bezüglich einer Phase vorzunehmen. Indem $\Delta\varphi$ von der Phase am ersten Homodyndetektor

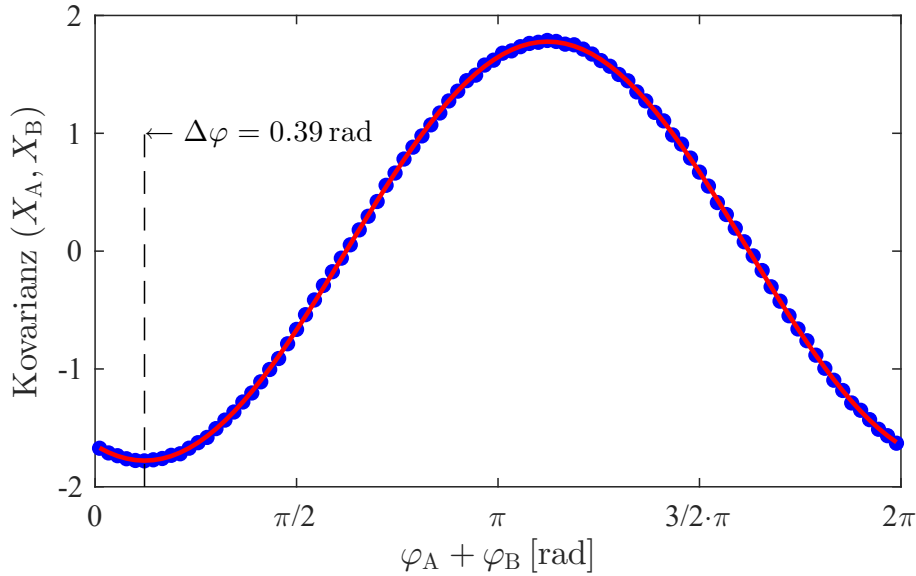


Abbildung 5.4. Aus der Phasenlage der Kovarianz wird ein Korrekturwert $\Delta\varphi$ abgeleitet, um den bestehenden Phasenoffset in den Homodyndetektoren zu korrigieren.

abgezogen wird, ergibt sich für die neue 0 rad Stellung beider BHD eine Antikorrelation der Quadraturdaten. Stehen beide BHD bei $\pi/2$, sind die Quadraturdaten korreliert. Durch eine andere Wahl von $\Delta\varphi$ ließe sich das auch vertauschen. Auf welche Weise die Quadraturdaten korreliert sind, wird im Rahmen der Auswertung im nächsten Unterkapitel 5.4 behandelt.

Der Vorteil dieser nachträglichen Phasen Anpassung besteht darin, dass sie eine hohe Genauigkeit aufweist, und sich auch relativ einfach mehrere Einzelmessungen mit unterschiedlichen Referenzoszillatoren vereinen lassen. Außerdem spart es Zeit beim Experimentieren. Nur wenn die Notwendigkeit besteht, die Phasen in den BHD auf feste Werte zu regeln, macht es Sinn, den Referenzoszillator vorher definiert einzustellen.

5.4. Auswertung

5.4.1. Kovarianzmatrix

Die Varianzen von mehrdimensionalen Variablen lassen sich mit Hilfe der Kovarianzmatrix darstellen. Für Zwei-Moden-Systeme verwenden wir die folgende Schreibweise und erhalten aus den Messdaten:

$$\begin{pmatrix} \langle \Delta^2 q_A \rangle & \langle \Delta q_A \Delta p_A \rangle & \langle \Delta q_A \Delta q_B \rangle & \langle \Delta q_A \Delta p_B \rangle \\ \langle \Delta p_A \Delta q_A \rangle & \langle \Delta^2 p_A \rangle & \langle \Delta p_A \Delta q_B \rangle & \langle \Delta p_A \Delta p_B \rangle \\ \langle \Delta q_B \Delta q_A \rangle & \langle \Delta q_B \Delta p_A \rangle & \langle \Delta^2 q_B \rangle & \langle \Delta q_B \Delta p_B \rangle \\ \langle \Delta p_B \Delta q_A \rangle & \langle \Delta p_B \Delta p_A \rangle & \langle \Delta p_B \Delta q_B \rangle & \langle \Delta^2 p_B \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,34 & -0,17 & -1,77 & -0,11 \\ -0,17 & 2,49 & 0,05 & 1,79 \\ -1,77 & 0,05 & 2,28 & 0,08 \\ -0,11 & 1,79 & 0,08 & 2,19 \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Mit q und p sind hier jeweils die Messungen in Amplituden- bzw. Phasenquadratur gemeint. Positive Einträge zeugen von Korrelation, Negative von Antikorrelation. Mit Hilfe der von Simon und Duan formulierten Ungleichungen für kontinuierliche Variablen kann für Gauß'sche Zustände einfach geprüft werden, ob es sich um einen separablen Zustand

handelt [66, 39]. Unter Verwendung der Notation von Simon muss die folgende Bedingung erfüllt werden:

$$\det(A) \cdot \det(B) + (1 - |\det(C)|)^2 - \text{tr}(AJCJBJC^T J) \geq \det(A) + \det(B). \quad (5.2)$$

Mit der Kovarianzmatrix in der Form

$$V = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & B \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

und

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

erhalten wir durch Einsetzen: $-0,43 \geq 10,78$, womit die Ungleichung nicht erfüllt wird und der Zustand verschränkt ist. In Vorausschau auf das nachfolgende Kapitel sei explizit erwähnt, dass das Kriterium von Simon nur für Gauß'sche Zustände hinreichend und notwendig ist. Da es sich bei dem dort untersuchten phasenrandomisierten Zustand nicht um einen Gauß'schen Zustand handelt, wäre das Kriterium nur noch hinreichend und kommt deshalb nicht weiter zum Einsatz.

5.4.2. Korrelierte Varianz der Differenz und Summe von X_A , X_B

Eine Eigenschaft von Zwei-Moden gequetschten Zuständen ist, dass zwischen den Subsystemen Korrelation bzw. Antikorrelation auftritt, die das Unschärfepinzipp separabler Zustände unterschreitet:

$$\langle \Delta^2(q_A \pm q_B) \rangle = e^{\mp 2\zeta}, \quad \langle \Delta^2(p_A \mp p_B) \rangle = e^{\mp 2\zeta}$$

Durch den selbst gewählten Phasenshift $\Delta\varphi$ liegt eine Antikorrelation vor, wenn in beiden Systemen unter 0 rad gemessen wird. Stellt dies die Amplitudenquadratur q dar, so lautet das Inseparabilitätskriterium für zwei kanonisch konjugierte Variablen nach der Notation von Duan [39]:

$$\langle \Delta^2(\hat{q}_A + \hat{q}_B) \rangle + \langle \Delta^2(\hat{p}_A - \hat{p}_B) \rangle < 4. \quad (5.5)$$

Diese Ungleichung wird von Zwei-Moden gequetschten Zuständen erfüllt und bezieht sich auf ihren Grad an Quantenkorrelation. Der Wert von 4 stellt das Vakuum-Rauschlevel dar, das durch separable Zustände nicht unterschritten werden kann. Zur Prüfung der Ungleichung werden die Varianzen der Summe und Differenz beider Subsysteme für alle Quadraturwinkel berechnet. Dafür wird der Winkelbereich $0 - 2\pi$ in 90 Segmente unterteilt. Die Resultate sind in Abb. 5.5 zu sehen.

Drückt man die Varianz mit Hilfe der phasenabhängigen Quadraturen X_A und X_B aus, so ergibt sich [42]:

$$\langle \Delta^2(X_A \pm X_B) \rangle = (1 - \eta) + \eta \left[\cosh(2\zeta) \pm \cos(\varphi_A + \varphi_B) \sinh(2\zeta) \right]. \quad (5.6)$$

Die Korrelation hängt nur von der Summe und nicht von der Differenz der beiden Phasen

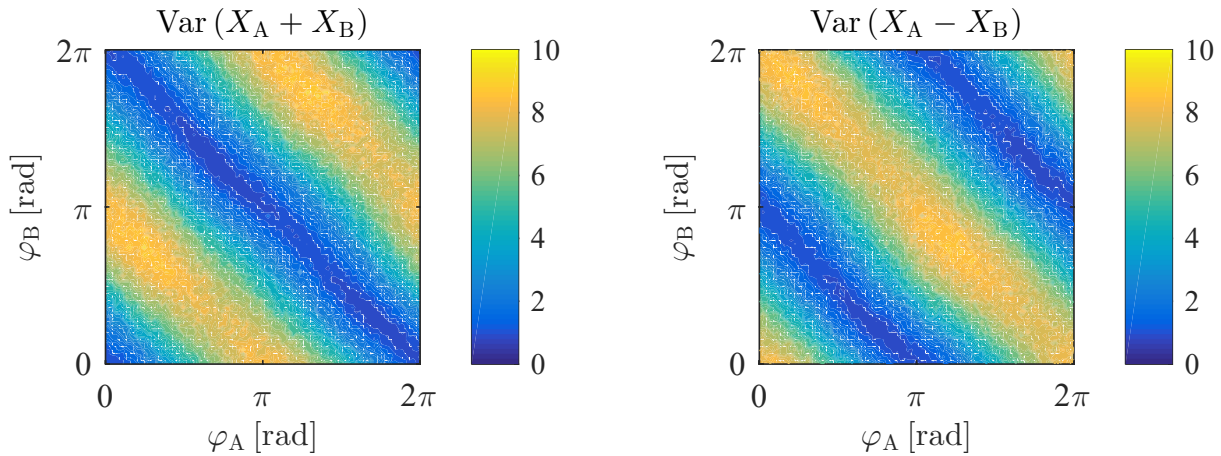


Abbildung 5.5. Varianzen von Summe (links) und Differenz (rechts) der Quadraturen X_A, X_B .

φ_A, φ_B ab. Dieser Zusammenhang ist auf Basis der Messdaten in Abb. 5.6 aufgetragen. Die Summe der Quadraturen nimmt für $\varphi_A + \varphi_B = 0$ den Wert 1,05 an, die Differenz der Quadraturen nimmt für $\varphi_A + \varphi_B = \pi$ den Wert 1,06 an, womit natürlich auch in dieser Notation die Ungleichung $1,05 + 1,06 < 4$ erfüllt wird.

5.4.3. Wigner-Funktion

Auch für den Zwei-Moden gequetschten Zustand lässt sich die Wigner-Funktion rekonstruieren [67]. Die gemessene Wahrscheinlichkeitsverteilung $\text{pr}(x_A, \varphi_A, x_B, \varphi_B)$ ist interpretierbar als Projektion der vierdimensionalen Wigner-Funktion $W(q_A, p_A, q_B, p_B)$, wobei der Projektion in der q_A, p_A -Ebene eine zweite Projektion in der q_B, p_B -Ebene folgt. Für die Rekonstruktion wird wie beim Einmoden-Zustand wieder auf die inverse Radontransformation zurückgegriffen. Zunächst wird die zweite Mode für jede Kombinationen von x_A, φ_A invertiert, womit wir in dem vorgestellten Fall 101×30 Wigner-Funktionen des Subsystems B erhalten. Im Anschluss wird für jede Kombination von q und p im System B , die jeweilige Wigner-Funktion für A berechnet, womit wir die vierdimensionale Wigner erhalten.

In der zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung sind die Phasen φ_A und φ_B in jeweils 30 Phasenbereiche unterteilt, wodurch sich 900 Phasenkombinationen ergeben. Für jede dieser Kombinationen liegen 18400 Quadraturmessungen vor. Die rekonstruierte vierdimensionale Wigner-Funktion ist in Abb. 5.7 dargestellt. Bei der Berechnung mittels inverser Radontransformationen wurde eine normalisierte Filterfrequenz von 0,3 gewählt.

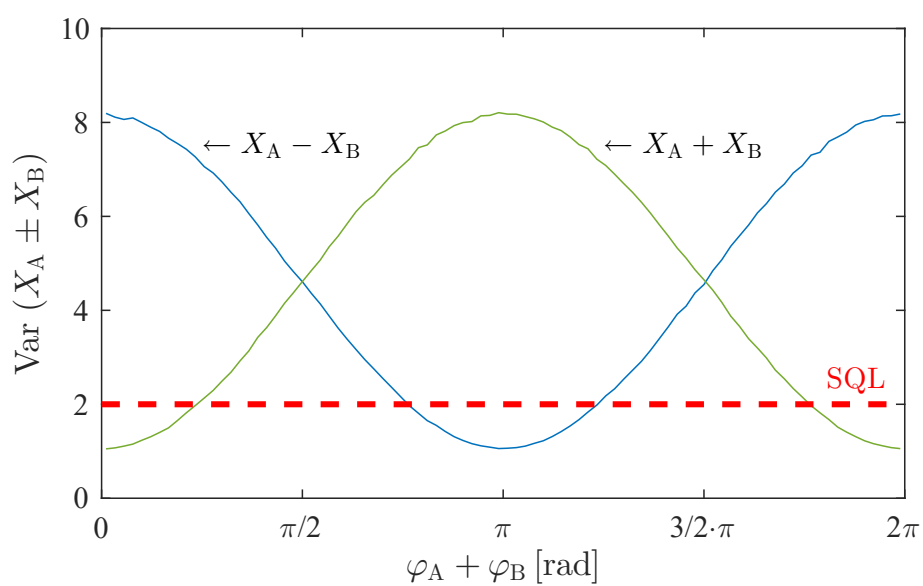


Abbildung 5.6. Varianzen von $X_A \pm X_B$ aufgetragen über die Summe ihrer Quadraturwinkel. Das Vakuum-Rauschlevel wird unterschritten, womit Quantenkorrelationen vorliegen müssen.

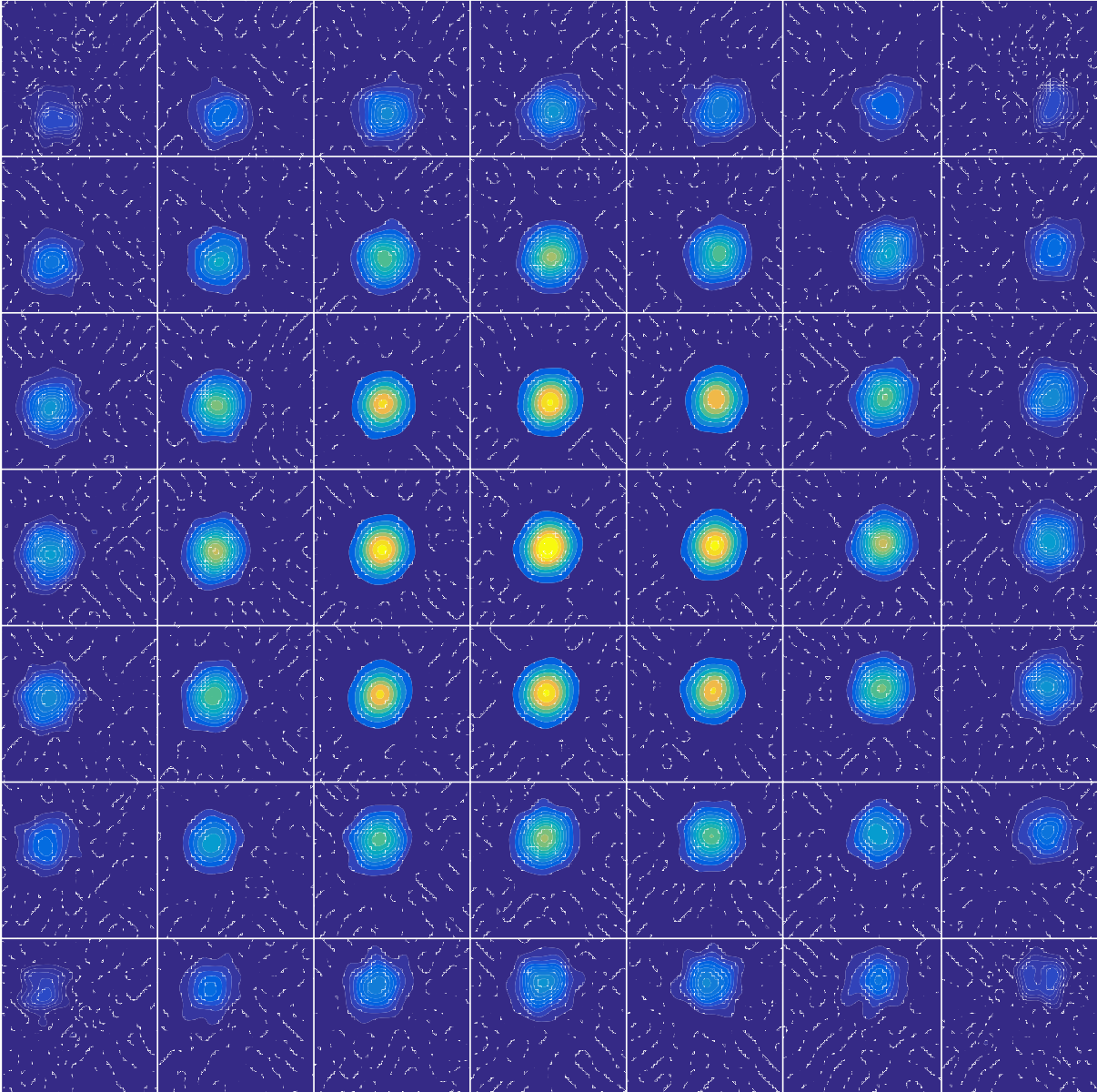


Abbildung 5.7. Wigner-Funktion des Zwei-Moden gequetschten Zustands. Für das Subsystem B ist die Wignerfunktion in Form von 7×7 Quadraten dargestellt, deren q -Werte von unten nach oben und p -Werte von links nach rechts zunehmen, in der Mitte sind beide Null. Innerhalb eines jeden Quadrats ist wiederum die Wignerfunktion von Subsystem A geplottet, bei welchem q und p auch in die bereits erwähnten Richtungen laufen. Man erkennt, dass für kleine q -Werte in B die Wignerfunktion in A große q -Werte annimmt - beide also antikorreliert sind, wohingegen für die p -Quadratur eine Korrelation vorherrscht.

6. Phasenrandomisierter Zwei-Moden gequetschter Zustand

In diesem Kapitel wird zu Beginn die experimentelle Herstellung des phasenrandomisierten Zwei-Moden gequetschten Zustands behandelt, welcher in Kapitel 2.3.2 bereits kurz theoretisch eingeführt wurde. Er basiert auf dem Zwei-Moden gequetschten Zustand aus dem letzten Kapitel, verfügt aber über eine zufällig angeordnete Phasenbeziehung zwischen den Ausgängen A und B. Schematisch ist der zugehörige Aufbau in Abb. 6.1 dargestellt. Es wird die Randomisierungsmethode detailliert vorgestellt und geprüft. Weiterhin wird die verwendete Methodik zur Rekonstruktion der Dichtematrizen vorgestellt. Es folgt die Zustandsrekonstruktion, eine ausführliche Fehleranalyse, sowie ein Vergleich mit eigens erzeugten Simulationsdaten. Zum Schluss findet die Einordnung der Ergebnisse im Hinblick auf Nichtklassizität statt.

Viele der hier präsentierten Inhalte sind vorab von mir auch unter der folgenden Quelle veröffentlicht worden [[KAS⁺21](#)].

6.1. Parameter des Experiments

Die in Tabelle 6.1 aufgeführten Größen geben Aufschluss über den experimentellen Ausgangszustand. Um die Quadraturdaten mit 100 MHz und 8 Bit Auflösung aufnehmen zu können, wurde die Datenaufnahme in regelmäßigen Abständen automatisch pausiert, der Buffer des Oszilloskops geleert und anschließend fortgefahren. Insgesamt erstreckte sich die Aufnahme der Messdaten über einen Zeitraum von mehr als einer halben Stunde. Um speziell die Gains der OPAs auf etwaige Änderungen zu untersuchen, wurde die Messung außerdem wiederkehrend nach jeweils 5-10 Minuten durch mich unterbrochen. Damit hätten im Falle einer Instabilität nur Messdaten aus dem jeweiligen Zeitraum verworfen werden müssen. Die Auswertung der Messdaten wurde sowohl für die Gesamtheit als auch einzeln für die vier Teilmessungen durchgeführt.

6.2. Phasenrandomisierung

Um eine willkürliche und sich ständig ändernde Phasenbeziehung zwischen den beiden Ausgangsarmen A und B herzustellen, genügt es, wenn die Phase eines Arms zufällig ist. Eine naheliegende Lösung wäre, einen Quantenzufallsgenerator zu nutzen, um willkürliche Phasen zu bestimmen und nacheinander einzustellen. Voraussetzung hierfür wäre allerdings, dass die Phasenauslese- und Regelungstechnik fehlerfrei ist. Eine einfachere Möglichkeit besteht darin, die optische Phase direkt durch ein Rauschsignal anzusteuern. In diesem Fall bedarf es keiner Implementierung von Regelkreisen und es kann kontinuierlich gemessen werden, was die Aufnahme einer sich deutlich schneller ändernden Phase ermöglicht.

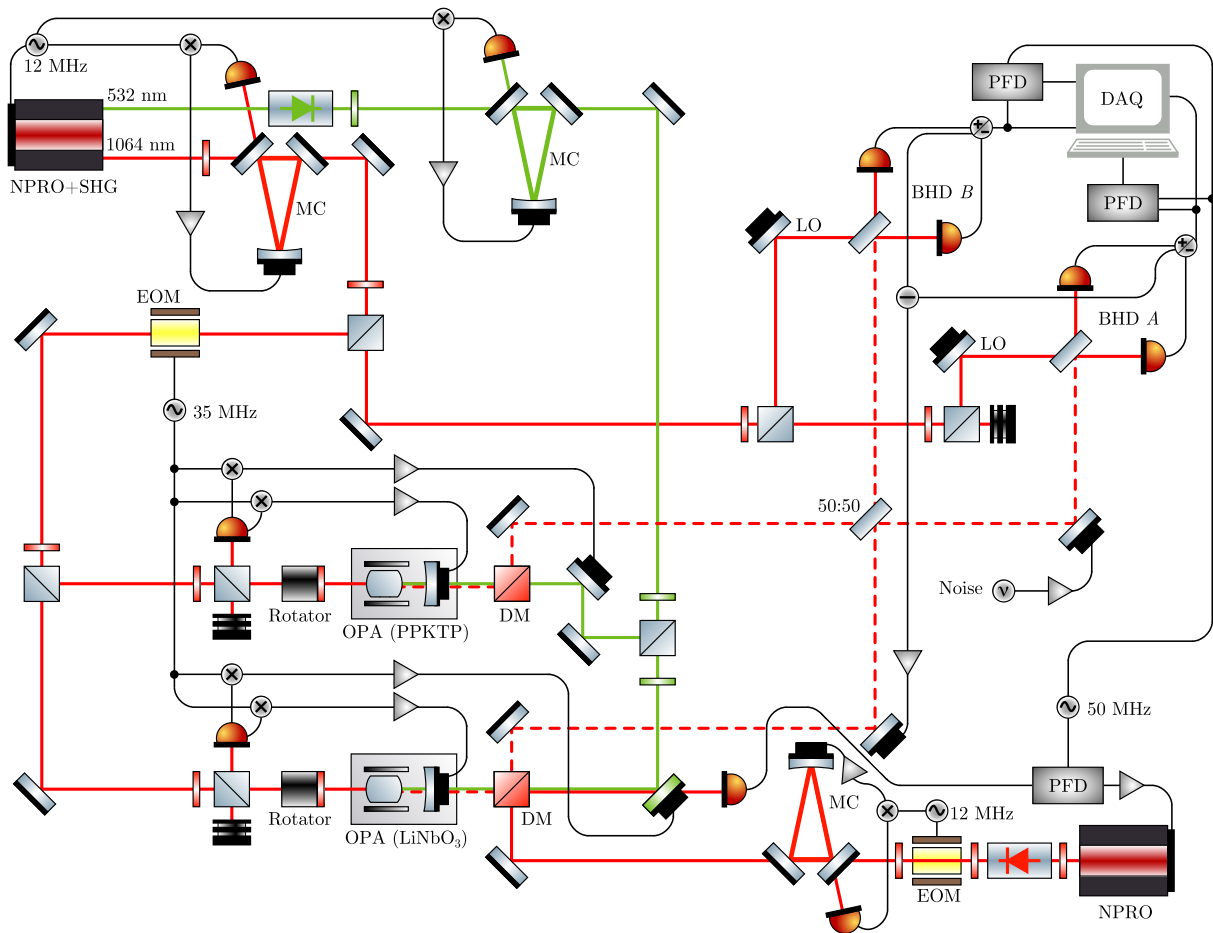


Abbildung 6.1. Skizze des Aufbaus für die Messung des phasenrandomisierten Zwei-Moden gequetschten Zustands. BHD: Balancierter Homodyndetektor; DAQ: Datenaufnahmesystem; DM: Dichroitischer Spiegel; EOM: Elektrooptischer Modulator; LO: Lokaloszillator; MC: Mode cleaner; NPRO: Nichtplanarer Ringoszillator; OPA: Optisch-parametrischer Verstärker; PFD: Phasen-Frequenz-Detektor; PPKTP: Periodisch gepoltes Kaliumtitanylphosphat; SHG: Frequenzverdopplung. [KAS⁺21]

Parameter	Wert
C_{EPR}	96,5 %
C_{A1}	96,0 %
C_{A2}	97,4 %
C_{B1}	97,2 %
C_{B2}	96,2 %
P_{Signal}	30 μW
g_1	2,84
g_2	2,89
\bar{g}_1	0,49
\bar{g}_2	0,50
P_{pump1}	242 mW
P_{pump2}	50 mW
$P_{\text{LO,A}}$	950 μW
$P_{\text{LO,B}}$	950 μW
η_{A1}	0,65
η_{B1}	0,61
V_0	-7,4 dB

Tabelle 6.1.: Parameter des phasenrandomisierten TMSV vom 20. April 2017. Die Leistungen wurden mit dem Leistungssensor S121C von Thorlabs gemessen, dessen systematischer Fehler im Bereich von $\pm 7\%$ liegt.

Wie lässt sich die Anforderung einer gleichverteilten Phase umsetzen? Zunächst muss das Rauschsignal eine hinreichend große Amplitude besitzen. Ansonsten rauscht die Phase nur um den Ausgangswert. Weiterhin muss klar sein, dass es bei der technischen Umsetzung immer eine Bandbreitenlimitierung gibt, sodass eine perfekte Gleichverteilung der Phase erst nach unendlich langer Zeit vorliegen würde. Dass Zufallsexperimente einen nicht verschwindenden statistischen Fehler besitzen, lässt sich aber nicht ändern. Durch eine hohe Bandbreite oder lange Messzeit lässt sich dieser Fehler lediglich reduzieren.

Für die Steuerung der optischen Phase im Experiment bedienen wir uns an der bereits vorhandenen Technik und setzen einen verhältnismäßig großen Piezostapel von PI (P-016.10H) ein, dessen Kapazität (inkl. Kabel) zu 135nF bestimmt und ein HV-Modul entsprechend angepasst wurde (vergleichbarer Schaltplan in Abb. C.21).

6.2.1. Erzeugung des Rauschsignals

Das Rauschsignal wurde in MATLAB generiert und analysiert. Ausgangspunkt für das verwendete Rauschsignal ist ein Array, in welchem die Werte normalverteilt sind, also einer Gauß-Verteilung entsprechen. Um diese Werte fortlaufend an das Hochspannungsmodul zu übergeben, muss eine Abspielfrequenz definiert werden. Selbst wenn man es schaffen würde, das Eingangssignal am HV-Modul mit jedem neuen Wert instantan zu ändern, so würde spätestens der Piezo eine gewisse Zeit benötigen bis die neue Position eingestellt ist. Wie mit dieser Bandbreitenbegrenzung umgegangen worden ist, soll im Folgenden näher erläutert werden.

Das Ziel bestand darin, ein Rauschsignal zu erzeugen, dessen Spektrum auch vollständig vom flachen Teil der Transferfunktion von Hochspannungsmodul und Piezo abgedeckt wird. Auf diese Weise ist sichergestellt, dass die Verteilung der Phase in Simulation und Experiment übereinstimmen. Betrachten wir eine einzelne Frequenzkomponente am Ende des flachen Teils der Transferfunktion, so ist der Piezo in der Lage, innerhalb einer halben Periode von einer minimalen Extremalstelle zur maximalen Extremalstelle zu fahren. Die Abspielrate der Rauschwerte kann also doppelt so hoch wie die Maximalfrequenz des Piezos sein. Die Bewegung innerhalb dieses Zeitraums kann durch Upsampling (Interpolation) angenähert werden. Hierfür wurde ein FIR Tiefpassfilter mit Alias-Korrektur angewendet, sodass eine 100-fach höhere Abtastrate zur Verfügung stand.

Im Anschluss wurde geprüft, ob ein solches Signal zu einer gleichverteilten Phase führt, wenn die Amplitude hinreichend groß gewählt wird; und wenn ja, wie groß die Amplitude hierfür mindestens sein muss. Es zeigte sich, dass eine Gleichverteilung der Phase eintritt, wenn die Standardabweichung des Rauschsignals größer als 3,7 rad gewählt wird. Bei kleineren Amplituden ist eine Häufung um die Ausgangsphase erkennbar. Im Experiment wurde sicherheitshalber eine etwas höhere Skalierung von 4,4 rad gewählt.

Bei der anfänglichen Erzeugung der normalverteilten Rauschwerte wurde außerdem ein Ausschlusskriterium ergänzt, welches alle Werte außerhalb von ± 4 Standardabweichungen entfernt, um zu vermeiden, dass das HV Modul später ein Signal außerhalb seines Spannungsbereichs erhält und der Piezo für die Zeit an einer Position verharrt. Auch für dieses Signal wurde die zuvor angesprochene Prüfung mit gleichem Resultat durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abb. 6.2 dargestellt. Zu sehen ist die Verteilung der Phase für unterschiedlich viele Rauschsignalwerte. Im ersten Bild ist eine Phasenverteilung für ein Signal basierend auf 10 Zufallsrauschwerten zu sehen. Durch das Upsampling sind im Histogramm 1000 Abtastpunkte enthalten. Mit jedem weiteren Bild erhöhen sich diese Zahlen jeweils um den Faktor 10. Beim dritten Bild sind entsprechend 1000 Rauschwerte bzw. 100.000 Abtastpunkte enthalten. Bei einer Abspielfrequenz von 100 kHz würde sich also innerhalb einer Sekunde eine solche Phasenverteilung ergeben.

Das Rauschsignal wurde in einem Format gespeichert, welches für unseren Funktionsgenerator (Rigol) lesbar war. Hierdurch war sichergestellt, dass es keine Unterbrechungen der Signalausgabe gab. Bei der Verwendung von LabView am PC hätte das Risiko bestanden, dass durch sporadische Systemauslastungen die Signalausgabe nicht kontinuierlich passiert.

6.2.2. Betrachtung der Referenzphasen

Da die Dichtematrizen aus den Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\text{pr}(x_A, \varphi_A, x_B, \varphi_B)$ rekonstruiert werden (2.38), müssen die Quadraturdaten zunächst auch bestimmten Phasen von A und B zugewiesen werden, die im Folgenden als Referenzphasen bezeichnet werden.

Wenn sich kein Rauschsignal im Strahlengang befindet, entspricht das Experiment dem des TMSV. Dann werden wie gewohnt mit Hilfe von Phasenfrequenzdetektoren die Phasen an den Homodyndektoren ausgelesen und die Quadraturwerte lassen sich entsprechend zuordnen. Diese durch den Piezo im Lokaloszillatorarm gesetzten Phasen sollen auch jetzt Verwendung finden, ohne dass sich das Rauschsignal darin zeigt.

Die gewählte Methode ist in Abb. 6.3 grafisch dargestellt. Synchron zu den Phasensignalen der PFD von A und B wurde auch der Monitorausgang des Hochspannungsmoduls, mit welchem das Rauschsignal verstärkt wird, aufgenommen. Wurde kein Rauschsignal auf den

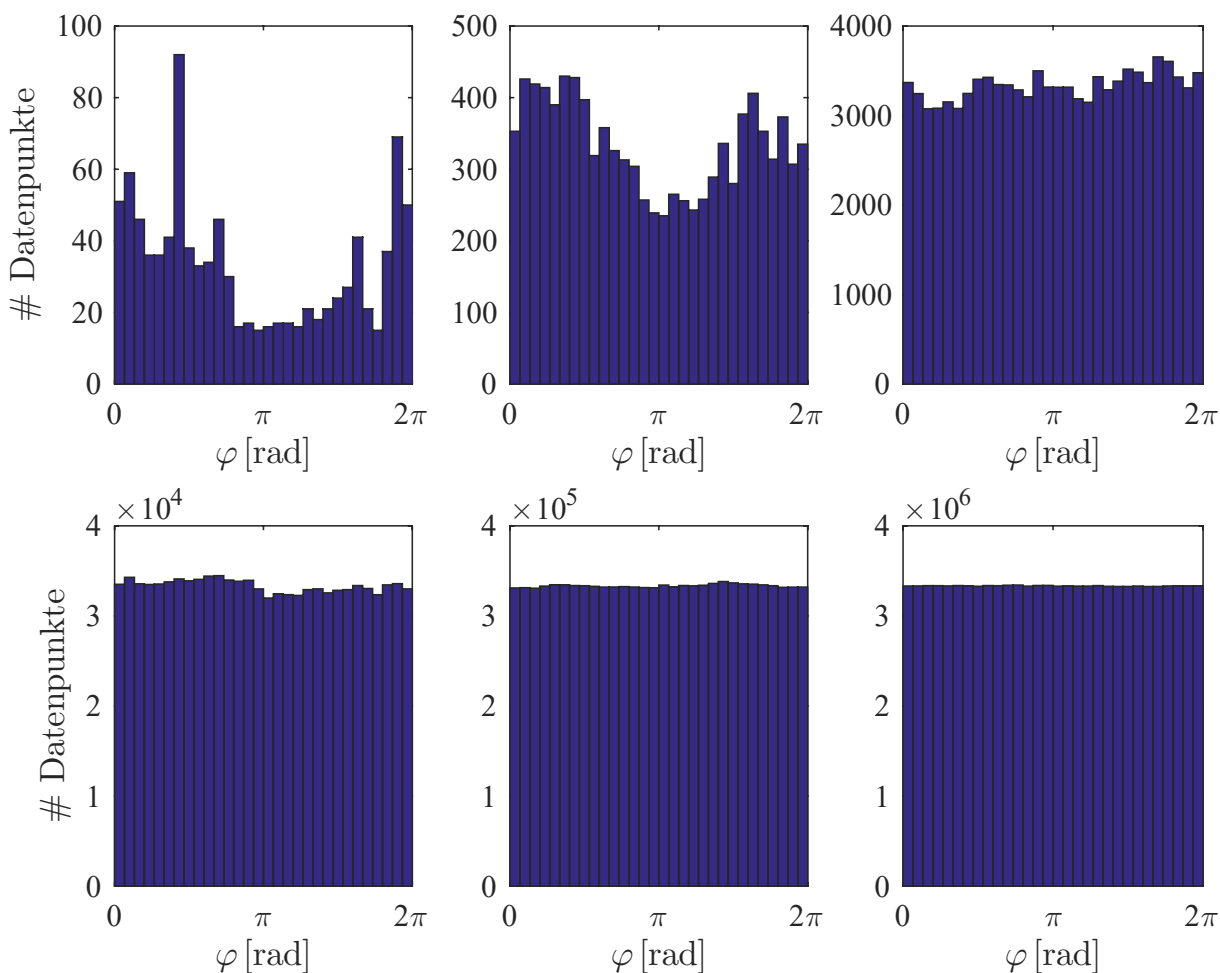


Abbildung 6.2. In den Histogrammen ist die resultierende Phasenverteilung für das generierte Rauschsignal gezeigt. Auf je mehr Rauschwerten das Signal basiert, desto kleiner fallen die relativen Unterschiede bei der Anzahl an Datenpunkten für unterschiedliche Phasen aus. Das erste Histogramm basiert auf 10 Rauschwerten, woraus sich durch Interpolation 1000 Abtastpunkte ergeben. Diese Zahlen nehmen fortlaufend von links nach rechts und von oben nach unten um den Faktor 10 zu.

Hochspannungseingang gegeben, so lag der Offset zwischen 2,2 und 2,3 Volt (rote Linie im obersten Plot).

Genau dann, wenn dieser Offset anlag, also das Rauschsignal einen Beitrag von 0 liefert, wurde die Referenzphase für A bestimmt und bis zum nächsten Nulldurchgang und damit der nächsten Referenzphasenbestimmung konstant gehalten. Die Referenzphase ist also bis zum nächsten Nulldurchgang konstant und ändert sich nicht. Alle in diesem Zeitraum aufgenommenen Quadraturdaten wurden der Referenzphase zugeordnet. Die in diesem Zeitraum auftretenden Störungen oder Drifts werden dadurch Teil des Rauschsignals.

Ergänzend bleibt zu erwähnen, dass die durch das Rauschsignal herbeigeführte Phasenänderung mit einem Delay zum Spannungsausgang am HV-Modul auftrat. Ursächlich ist der Tiefpass, welcher den Piezo vom Überschwingen schützt. Dieser Zeitversatz von 0,12 ms wurde berücksichtigt, indem das HV_{mon} -Signal entsprechend zeitlich versetzt wurde, bevor die Referenzphasenbestimmung stattfand.

Wie eingangs erwähnt, befindet sich im Strahlengang von B kein Rauschsignal, weswegen hier die ausgelesene Phase auch die Referenzphase darstellt, bzw. direkt für die Zuordnung der Quadraturdaten genutzt werden kann.

Aus den Daten erster Testmessungen ging hervor, dass die Referenzphasen keineswegs mit gleicher Häufigkeit auftraten (siehe Abb. 6.4). Sehr gut zu sehen ist für $\varphi_{A,\text{ref}}$ eine Häufung um π , während im Bereich $0 - \pi/2$ beispielsweise kaum Daten erhoben worden sind. Solche durch kleine Phasenänderungen hervorgebrachten Häufungen sind typisch für stabile bzw. thermalisierte Aufbauten und folgen aus Temperaturdrifts oder Luftverwirbelungen.

Das stellt allerdings ein Problem dar, weil die Berechnung der DM auf Daten aller Phasenkombinationen fußt. Selbst wenn jede Phasenkombination gleich gewichtet würde, wäre die Statistik der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der verschiedenen Phasenkombinationen qualitativ sehr unterschiedlich. Natürlich wäre es auch möglich, nur so viele Datenpunkte jeder Phasenkombination zu berücksichtigen, wie für die am wenigsten besetzte Phasenkombination vorliegen. Dadurch würde aber ein großer Anteil der Messdaten vergebens aufgenommen werden. Es empfiehlt sich also, etwas nachzuhelfen. Im Subsystem B begegnen wir dem Problem wie folgt: Am Piezo, der die Lokalszillatorphase von B steuert, liegt kontinuierlich ein Dreiecksignal an, welches für eine relativ ausgewogene Verteilung sorgt. Gut zu erkennen ist aber, dass die Phase nicht genau über eine ganze Anzahl an Perioden läuft, sondern auch Häufungen auftreten. Hier sind die relativen Unterschiede dennoch deutlich kleiner und für alle Phasen steht eine ähnliche Datenmenge zur Verfügung. Die sich ändernde Phase bei B trägt weiterhin dazu bei, dass immer nur relativ kurze Abschnitte des Rauschsignals einer Phasenkombination zugeordnet werden. Da die Auslenkung des Rauschsignals für jeden neuen Abschnitt zufällig ist, beschleunigt diese Zuordnung die Randomisierung für die jeweilige Phasenkombination. An dem Piezo im Lokalszillatorarm von A wurde nun alle $t_{\text{step}} = 0,12236$ s ein neuer willkürlicher Offset eingestellt. Auch dieses Signal wurde vom Funktionsgenerator geliefert. Dadurch ist die Anzahl der Messdaten für alle Phasenkombinationen relativ ausgeglichen, sodass die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der verschiedenen Phasenkombinationen auch eine ähnliche Statistik aufweisen.

6.3. Rekonstruktion der Dichtematrizen

Um die Messresultate des phasenrandomisierten TMSV veranschaulichen und einordnen zu können, werden die Dichtematrizen über geeignete Musterfunktionen in Fock-Basis

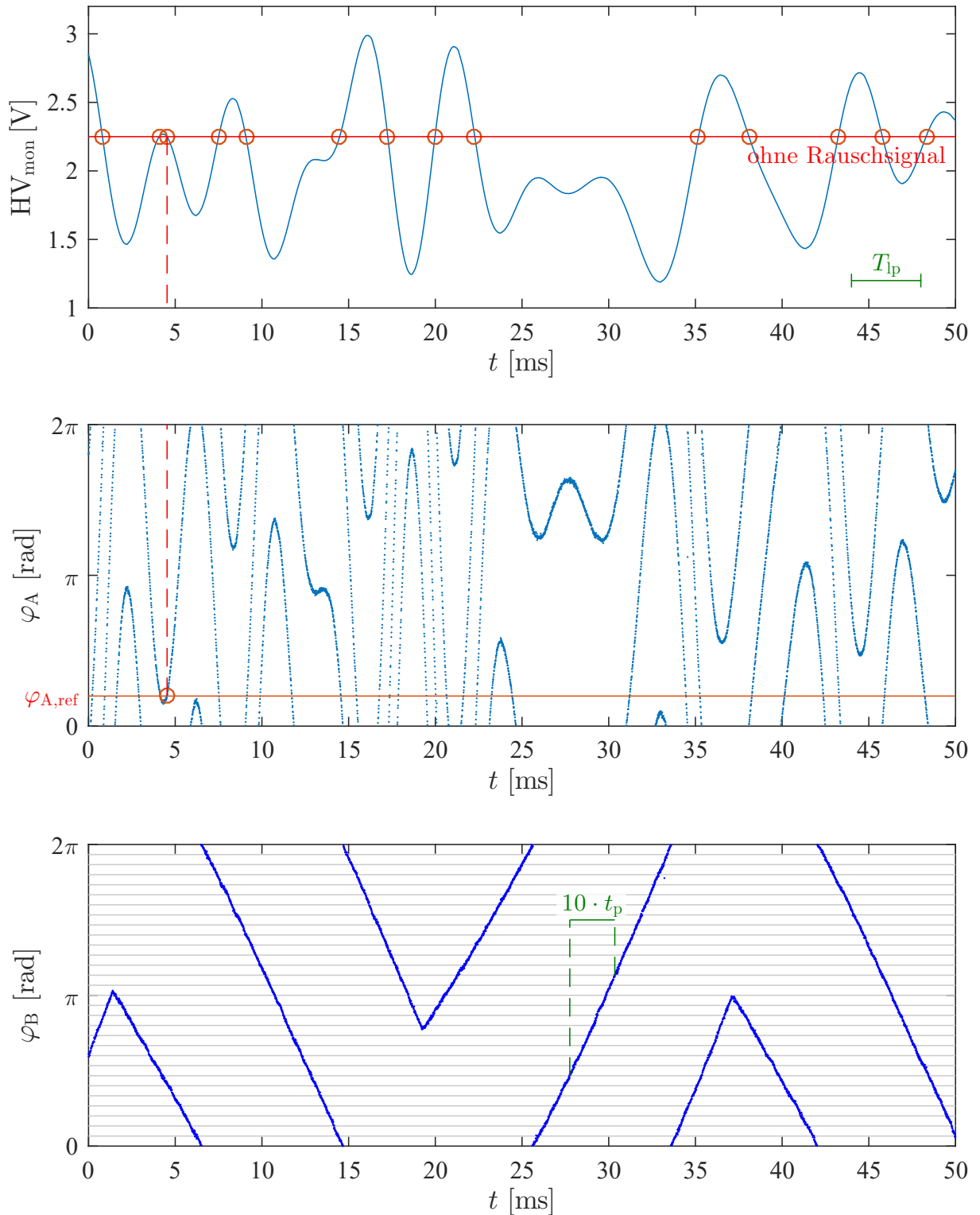


Abbildung 6.3. Festlegung der Referenzphase φ_A . Zu den Zeitpunkten, an denen das Rauschsignal 0 ist (rote Kreise), wird der Wert der aktuellen Phase φ_A der Referenzphase $\varphi_{A,\text{ref}}$ zugewiesen. Die Referenzphase bleibt konstant und erhält ihre nächste Wertzuweisung, sobald das Rauschsignal erneut 0 ist. T_{lp} zeigt die Periodenlänge der höchsten Frequenzkomponente im Rauschsignal. t_p bezeichnet den Zeitraum, in welchem die Phase von B dem selben Phasensegment zugeordnet wird (abh. von Anzahl der Phasensegmente N_φ , sowie Frequenz und Amplitude des Dreiecksignals, und ohne Berücksichtigung von Richtungswechseln).

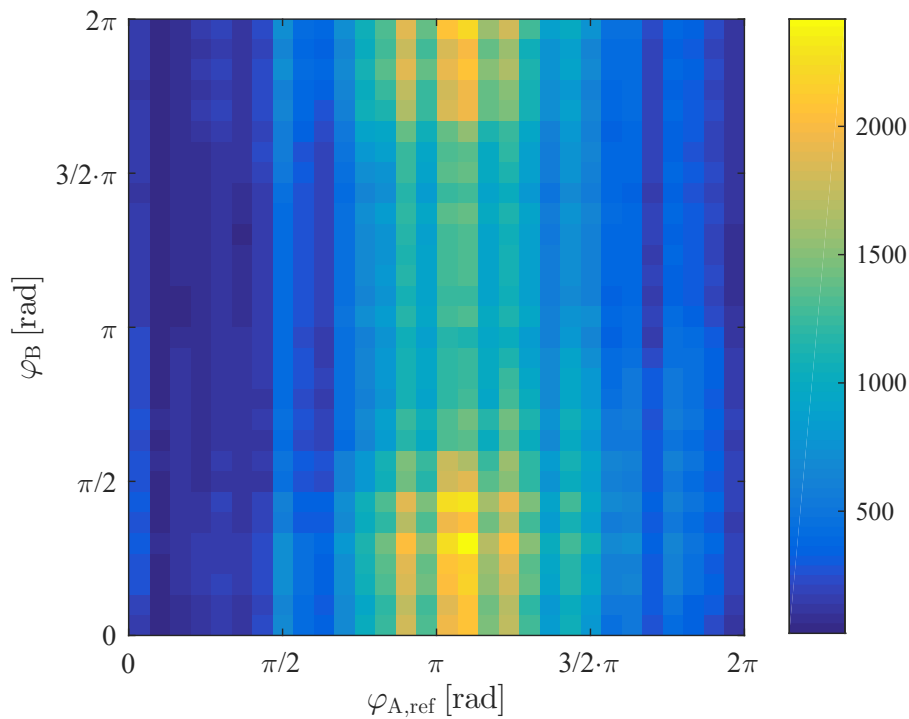


Abbildung 6.4. Häufigkeit der Referenzphasenkombinationen von A und B bei einer Testmessung. Durch den relativ stabilen Aufbau ändert sich die Referenzphase bei A kaum. Beim LO von B wurde bewusst ein Dreiecksignal angelegt, um die Phase kontinuierlich zu ändern. Da das Dreiecksignal von seiner Amplitude aber nicht exakt einem Vielfachen der Periodenlänge entspricht, werden auch hier Häufungen sichtbar. Es wird aber zumindest jede Phase bei B regelmäßig angefahren.

abgeschätzt und bis zur Photonenzahl 4 rekonstruiert (siehe Gl. 2.38).

Um den Rechenaufwand zu reduzieren, werden neue Phasenbereiche definiert. Dabei wird der Bereich $0 - 2\pi$ in $N_\varphi = 30$ gleich große Intervalle gegliedert, die wie folgt aussehen: $[-\frac{1}{2}\frac{2\pi}{N_\varphi}; \frac{1}{2}\frac{2\pi}{N_\varphi})$, $[\frac{1}{2}\frac{2\pi}{N_\varphi}; \frac{3}{2}\frac{2\pi}{N_\varphi})$, \dots , $[(N_\varphi - \frac{3}{2})\frac{2\pi}{N_\varphi}; (N_\varphi - \frac{1}{2})\frac{2\pi}{N_\varphi})$. Daraus ergeben sich für φ_A und φ_B insgesamt $N_\varphi^2 = 900$ verschiedene Phasenkombinationen. Je größer die Winkelabhängigkeit des Zustands ist, desto kleiner müssen die Winkelbereiche gewählt werden, um die Struktur auflösen zu können. Für die Auflösung der Struktur des (phasenrandomisierten) TMSV ist die Wahl von N_φ vollkommen ausreichend.

Anschließend werden die Messdaten anhand ihrer Referenzphasen den neuen Phasenbereichen zugeordnet. Dabei werden für jeden Phasenbereich alle entsprechenden Quadratdaten zusammengeführt und zwei-dimensionale Histogramme von x_A und x_B erstellt, welche die Wahrscheinlichkeitsverteilungen $pr(x_A, \varphi_{A,ref}, x_B, \varphi_B)$ darstellen. Da nicht jedes Histogramm über die gleiche Anzahl an Datenpunkten verfügt, wird durch die Summe der enthaltenen Datenpunkte geteilt, sodass bei der Rekonstruktion jeder Phasenbereich gleich stark gewichtet wird.

In Abbildung 6.5 ist die rekonstruierte Dichtematrix für die mit den Phasenfrequenzdetektoren erfassten Phasen (φ_A, φ_B) dargestellt. Es handelt sich somit um einen herkömmlichen TMSV, welcher die gleichen Ausgangsparameter wie unser phasenrandomisierter TMSV besitzt. Die Grafik besteht aus 5×5 großen Quadraten, welche die Einträge zu den Photonenzahlen (m, n) von Subsystem B zeigen. Innerhalb dieser Quadrate befinden sich jeweils 5×5 kleine Quadrate, die wiederum den Photonenzahlen von Subsystem A zugeordnet sind (k, l) . Die Farbe der kleinen Quadrate gibt den Betrag des jeweiligen Dichtematrixelementes für die jeweilige Photonenzahlkombination k, l, m, n an.

Im direkten Vergleich dazu ist in Abb. 6.6 die rekonstruierte Dichtematrix für den phasenrandomisierten TMSV zu sehen. Im Gegensatz zur vorherigen Abbildung finden sich signifikante Beträge ausschließlich für Photonenzahlkombinationen, bei denen $k = l$ ist, also in der inkohärenten Basis von A. Zu erwarten wäre nach Gl. 2.60, dass auch im Subsystem von B nur Einträge für $m = n$ vorhanden sind. Dass hier aber kleine Einträge für $(m, n) = (2, 0), (0, 2), (3, 1), (1, 3), (4, 2), (2, 4)$ auftauchen, liegt daran, dass in diesem System phasenabhängige Varianzunterschiede gemessen worden sind, die sich auch in der Wignerfunktion von Subsystem B zeigen (siehe Abb. 6.7, rechts). Hier ist anstelle einer Kreisform eine leichte Ellipsenform auszumachen. Diese Varianzunterschiede sollten bei einem idealen TMSV nicht vorkommen. Der Grund hierfür wird vermutlich in dem leicht unterschiedlichen Quetschgrad der Quetschlichtquellen zu finden sein. Eine andere Möglichkeit wäre, dass die beiden Quetschlichtmoden nicht exakt im Winkel von $\pi/2$ zueinander ausgerichtet waren. Wäre auch der Strahlengang von B mit einem Rauschsignal versehen worden, würde die gemessene Dichtematrix eher Abb. 6.8 gleichen, wo größere Einträge nur für $k = l$ und $m = n$ auftauchen.

6.3.1. Statistische Fehler in der Dichtematrix

In der rekonstruierten Dichtematrix besitzen entgegen der analytischen Lösung auch alle anderen Photonenzahlkombination einen Wert abweichend von Null. Zunächst definieren wir eine Größe, durch welche sich das Vorkommen dieser kohärenten Beiträge [13] quantifizieren lässt. Im Anschluss wird die Herkunft näher analysiert.

Um die kohärenten Beiträge zu quantifizieren, haben wir in [KAS⁺21] die folgende Summe

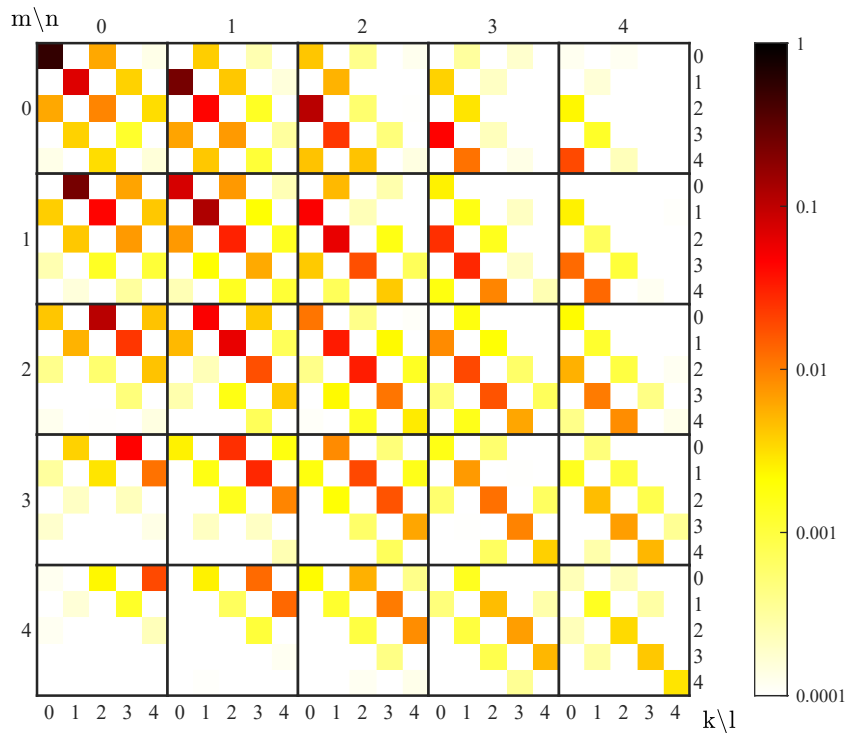


Abbildung 6.5. Rekonstruierte Dichtematrixelemente des Zwei-Moden gequetschten Zustands in Fock-Basis (ohne Phasenrandomisierung, Einzelmessungen 1-4 zusammengefasst). Die farbigen Quadrate zeigen die Absolutwerte der Dichtematrixelemente $|\rho_{(k,l),(m,n)}|$, wobei $\hat{\rho} = \sum_{k,l,m,n} \rho_{(k,m),(l,n)} |k\rangle\langle l| \otimes |m\rangle\langle n|$ ist. Die Photonenzahlen von Subsystem A finden sich unten und rechts (k,l), für das Subsystem B wird die linke und obere Seite genutzt (m,n). [KAS⁺21]

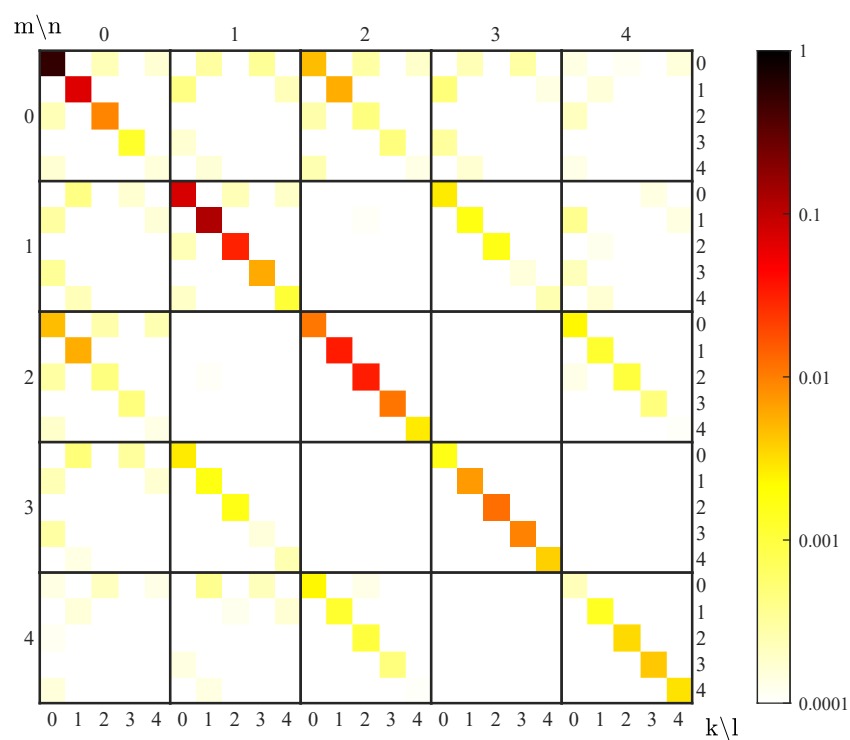


Abbildung 6.6. Rekonstruierte Dichtematrixelemente für den phasenrandomisierten Zwei-Moden gequetschten Zustand (Einzelmessungen 1-4 zusammengefasst). Im Gegensatz zu 6.5 verschwinden die Off-Diagonalelemente und damit die Quantenkohärenz fast vollständig. [KAS⁺21]

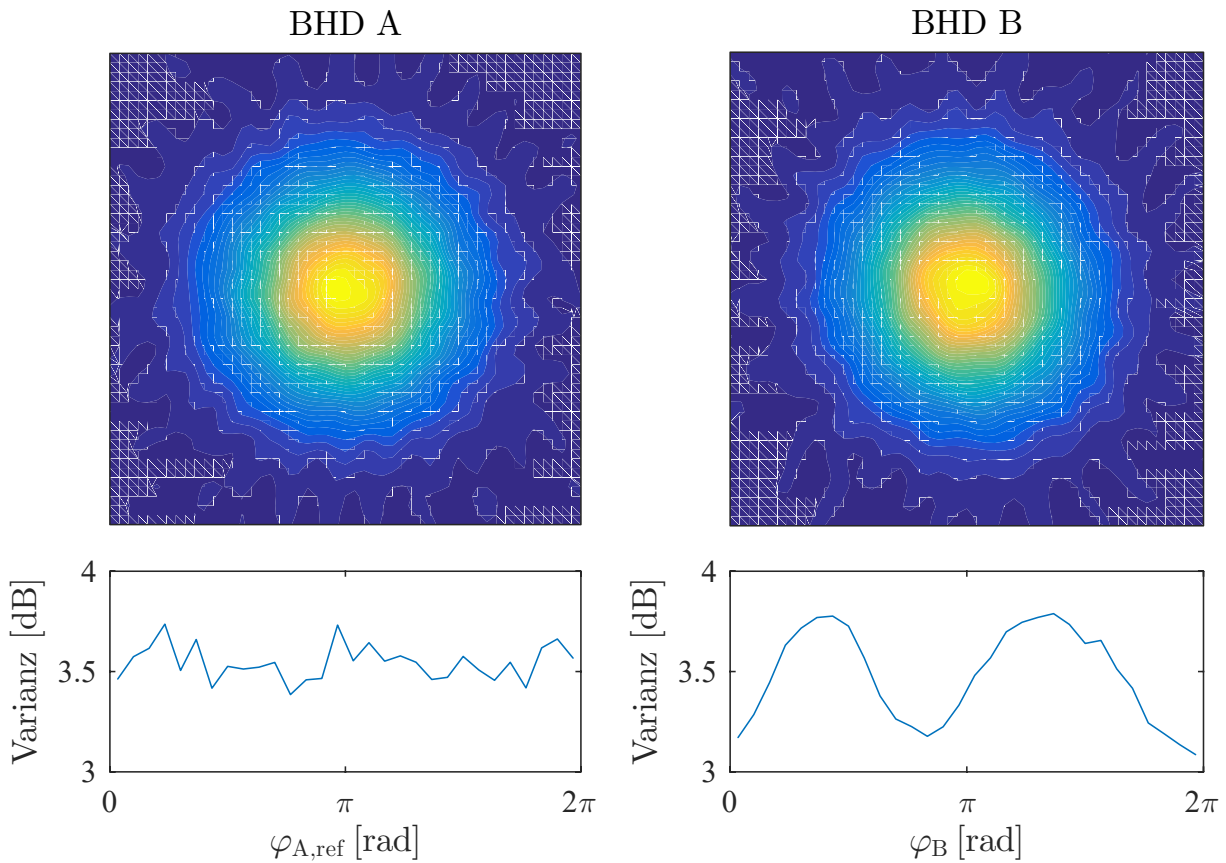


Abbildung 6.7. Rekonstruierte Wigner-Funktionen der einzelnen Subsysteme A und B dargestellt als Contour-Plots (oben) und Varianz normiert auf das Quantenrauschlimit (unten). Für diese Darstellung wurden Messdaten aus Teilmessung 2 verwendet. Die gemessene Varianz an BHD A ist phasenunabhängig, die Wigner-Funktion entsprechend kreisförmig. In Subsystem B ist eine leichte Exzentrizität der Wignerfunktion, bzw. Phasenabhängigkeit der Varianz zu erkennen. Ursächlich hierfür ist, dass im Experiment die beiden Quetschlichtquellen nicht genau den gleichen Quetschgrad besaßen und/oder die Überlagerung derselben nicht exakt unter dem Winkel $\pi/2$ erfolgte. [KAS⁺21]

definiert:

$$\mathcal{C}(\hat{\rho}) \stackrel{\text{def.}}{=} \sum_{\substack{m,n,k,l \in \mathbb{N}: \\ m \neq n, k \neq l}} |(\langle m | \otimes \langle k |) \hat{\rho} (|n \rangle \otimes |l \rangle)|. \quad (6.1)$$

Betrachten wir die Dichtematrix des TMSV (Abb. 6.5), so ergibt sich $\mathcal{C}(|\text{TMSV}\rangle\langle\text{TMSV}|) = 1.789$. Um herauszubekommen, mit welcher Unsicherheit dieser Wert behaftet ist, wurden die Teilmessungen jeweils in 3-4 Segmente gleicher Datenmenge aufgeteilt und schließlich für jedes Segment die Dichtematrix rekonstruiert. In Teilmessung 1 lagen die Werte für \mathcal{C} im Mittel bei 1,822 mit einer Standardabweichung von 0,005. Ähnlich verhielt es sich auch bei den anderen Teilmessungen. In allen Fällen waren die Werte für \mathcal{C} im Mittel größer als der oben genannte und die Standardabweichungen maximal 0,007. Da sich zwischen den Teilmessungen experimentelle Parameter offenbar leicht geändert haben, gab es auch Abweichungen zwischen den Mittelwerten, sodass die Standardabweichung über alle Segmente bei 0,021 lag. Die Erklärung, weshalb die Mittelwerte von \mathcal{C} größer ausfallen, folgt später.

Im Gegensatz zum TMSV, wo sich das Vorkommen von Quantenkohärenz deutlich zeigt, ergibt sich für den phasenrandomisierten TMSV (vgl. Abb. 6.6) ein Wert von $\mathcal{C}_{\text{rand}} = 0,041$. Durch die Randomisierung verringert sich das Vorkommen kohärenter Beiträge um den Faktor 45. Betrachtet man die zuvor signifikanten Einträge, so reduzieren sich deren Einzelbeiträge sogar um Faktoren im hohen dreistelligen Bereich.

6.3.2. Monte-Carlo-Simulation

Da $\mathcal{C}_{\text{rand}}$ mit zunehmender Datenmenge kleiner zu werden scheint, liegt die Vermutung nahe, dass es sich um einen statistischen Einfluss handelt. Verantwortlich dafür sollte die Phasenrandomisierung sein, welche mit zunehmender Datenmenge besser wird.

Um die Statistik besser zu verstehen, wurde eine dem Experiment nachempfundene Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Der Quetschgrad der OPAs und die Verluste in den Ausgängen wurden aber exakt gleich eingestellt. Eine aus den simulierten Daten rekonstruierte Dichtematrix findet sich in Abb. 6.8. Sie basiert auf einer ähnlichen Datenmenge wie das Experiment. Für die kohärenten Beiträge ergibt sich $\mathcal{C}_{\text{MC}} = 0,039 \pm 0.005$. Insgesamt wurde die Simulation $N_{\text{MC}} = 20$ mal durchlaufen, wodurch es möglich wurde, $\sigma(\mathcal{C}_{\text{MC}}) = 0,005$ zu bestimmen, womit die Resultate in Übereinstimmung zu dem Experiment stehen. Weiterhin wurde die Standardabweichung von jedem Dichtematrixelement einzeln bestimmt.

In Abb. 6.9 ist dargestellt, mit welcher Häufigkeit die einzelnen Beträge der kohärenten Elemente ein Vielfaches der eignen Standardabweichung betragen. Die blauen Balken zeigen die Verteilung für die experimentellen Daten im Verhältnis zur aus der MC-Simulation ermittelten Standardabweichungen. Die orange farbigen Balken zeigen die Mittelwerte aus N_{MC} Simulationen, ebenfalls ins Verhältnis gesetzt zur selben Standardabweichung. Die zusätzliche Streckung um den Faktor $\sqrt{N_{\text{MC}}}$ zeigt eindrucksvoll, dass mit Vervielfachung der zugrunde liegenden Datenmenge um den Faktor N , die Beträge der kohärenten Elemente etwa um den Faktor \sqrt{N} abnehmen. Weiterhin haben beide Histogramme große Ähnlichkeit zu einer idealen Gauß-Verteilung komplexer Zahlen, welche normalverteilt um die Null rauschen (schwarze Kurve). Dennoch soll nicht unerwähnt bleiben, dass es unter den experimentellen Daten Ausreißer gibt, bei welchen das Verhältnis von Absolutwert zu Standardabweichung zwischen 3 und 4 liegt. Eine Erklärung hierfür könnte darin bestehen,

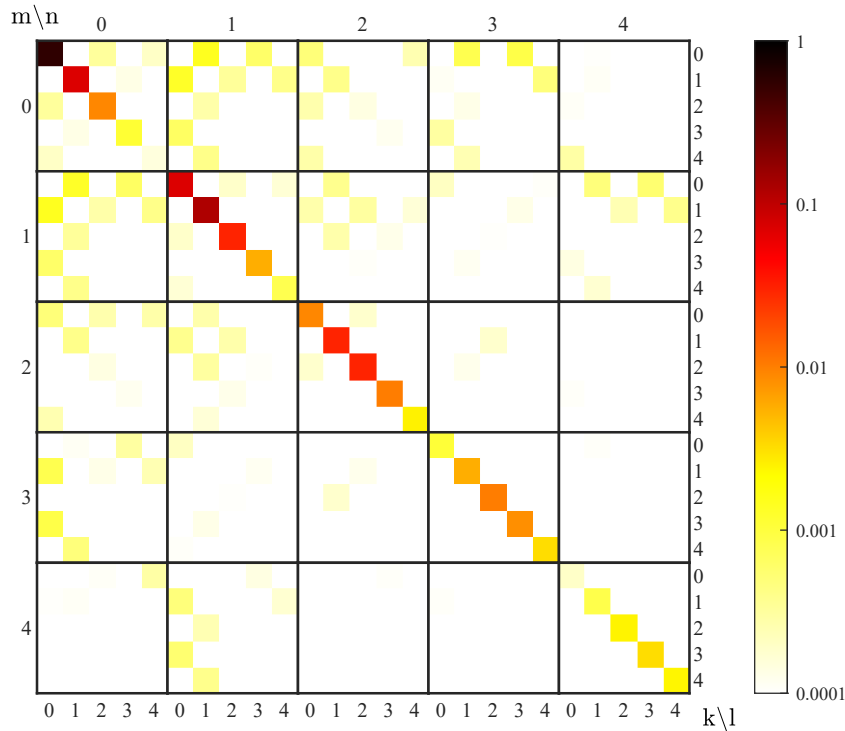


Abbildung 6.8. Beispiel für einen simulierten phasenrandomisierten TMSV mit ähnlicher Datenmenge wie im Experiment.

dass die zugrunde liegenden Standardabweichungen nur aus 20 Simulationen ermittelt worden sind. Wird 400 mal die Standardabweichung aus 20 Stichproben bestimmt, so liegen die kleinsten ermittelten Standardabweichungen bei nur etwa 65-70% des Mittelwertes aller Standardabweichungen. Es gibt also eine beträchtliche Verzerrung bei einzelnen Elementen. Dieser Effekt wirkt sich aber ebenso auf das Histogramm der simulierten Daten aus, wo kein Element außerhalb von 3 Standardabweichungen liegt.

Neben der Phasenrandomisierung gibt es natürlich auch andere Rauschquellen, wie beispielsweise das Schrotrauschen, welche sich vermutlich ähnlich abhandeln lassen. Der statistische Fehler wird in dem Fall deutlich kleiner sein, da die Quadraturdaten mit mehreren Megahertz aufgenommen worden sind, wohingegen sich die Phase viel langsamer geändert hat.

Da sich die kohärenten Restbeiträge gut durch Statistik erklären lassen, bestätigt auch das Experiment, dass in einem phasenrandomisierten TMSV keine signifikante Quantenkohärenz mehr nachweisbar ist. Das schließt automatisch auch das Fernbleiben von Verschränkung und Diskord ein.

6.4. Sampling der P Funktion

Auf Basis der bis zu diesem Punkt diskutierten Konzepte zum Nachweis von Quantenkorrelationen gibt es keine Anzeichen, dass solche in dem phasenrandomisierten TMSV vorliegen. Berechnen wir nun aber die regularisierte Glauber-Sudarshan P Funktion unter Verwendung der Gl. 2.65, 2.67 aus den Messdaten des phasenrandomisierten Zustands, so erhalten wir die in Abb. 6.10 dargestellte Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung. Rot

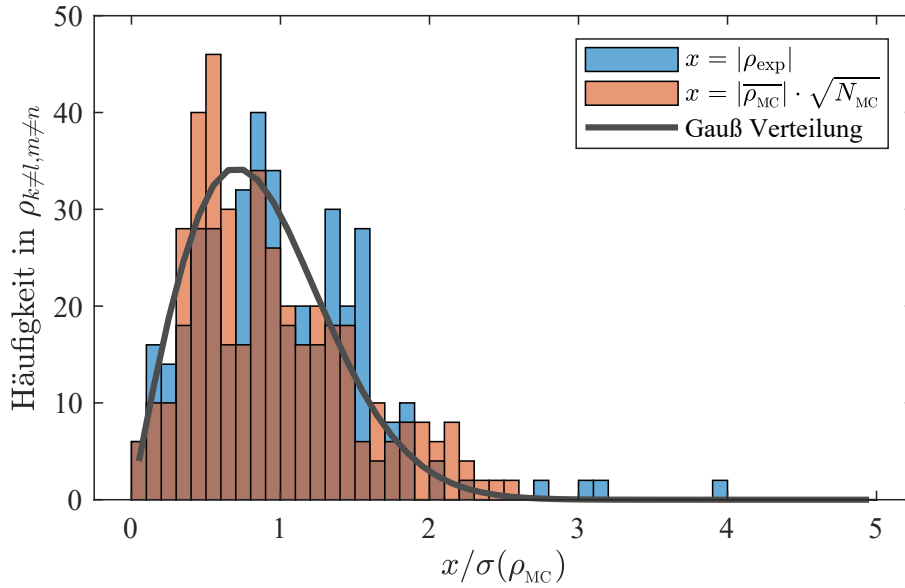


Abbildung 6.9. Histogramm der kohärenten Elemente innerhalb der rekonstruierten Dichtematrix des phasenrandomisierten TMSV. Die Elemente sind jeweils auf die eigene Standardabweichung normiert. Die blauen Balken zeigen die experimentellen Resultate. Die orange farbigen Balken stammen aus der Monte-Carlo Simulation. Die zugehörigen Dichtematrizen finden sich im Anhang, Abb. A.18 und A.19. [KAS⁺21]

eingefärbte Bereiche zeigen negative Werte und damit die Nichtklassizität des Zustands. Um eine Aussage zur Signifikanz der Negativitäten in der regularisierten P Funktion zu machen, wurden die gemessenen Daten in $N = 141$ Ensembles mit jeweils 4×10^7 Quadraturdatenpunkten aufgeteilt und die P Funktion für jedes Ensemble separat ausgerechnet. Der Standardfehler des arithmetischen Mittels ergibt sich zu $\sigma_N = \sigma(P_\Omega(\alpha, \beta)) / \sqrt{N}$, wobei $\sigma(P_\Omega(\alpha, \beta))$ die Standardabweichung eines Ensembles ist. Der Punkt mit der maximalen Signifikanz an Negativität findet sich durch $\Sigma = \max_{\alpha, \beta} [-P_\Omega(\alpha, \beta) / \sigma_N]$.

Da die Signifikanz auch von der Wahl der Filter-Funktion Ω , im Speziellen der Wahl der Filterbreite w , abhängt [24], wurde die regularisierte P Funktion für verschiedene w berechnet. In Abb. 6.12 ist die Signifikanz der Negativität in Abhängigkeit der Filterbreite w aufgetragen. Für $w = 1,3$ ergibt sich am Punkt $P_\Omega(\alpha = 0, \beta = 1,5) = (-1,570 \pm 0,010) \times 10^{-3}$ eine maximale Signifikanz von 153 Standardabweichungen. Mit größerem w wird die Negativität quantitativ zwar größer, was in Abb. 6.11 schön zu sehen ist, jedoch nimmt gleichzeitig auch die statistische Unsicherheit zu.

6.4.1. Vergleich mit Simulation

Zur Untermauerung des experimentellen Befunds und um jeden Einfluss nicht perfekter Randomisierung auszuschließen, wurden Messdaten eines TMSV mit gleichmäßiger Phasenverteilung simuliert. Hierbei wurden dem Experiment ähnliche Parameter gewählt (Rauschunterdrückung: -7,4 dB, Quanteneffizienz: 60%, Filterbreite $w = 1,3$). Anschließend wurde die regularisierte P Funktion auf Basis der selben Stichprobenformel berechnet und ist in Abb. 6.13 dargestellt.

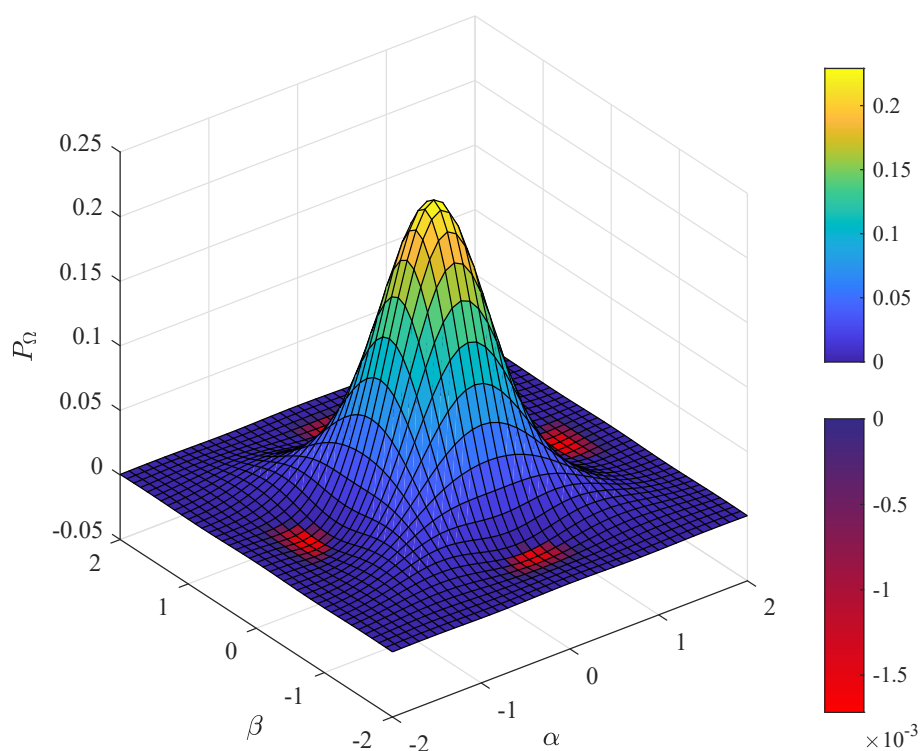


Abbildung 6.10. Regularisierte P -Funktion des experimentell gemessenen phasenrandomisierten TMSV mit der Filterbreite $w = 1,3$. Negative Bereiche sind rot eingefärbt und zeigen die Nichtklassizität des Zustands auf, die durch Superpositionen von kohärenten Zuständen zustande kommt. [KAS⁺21]

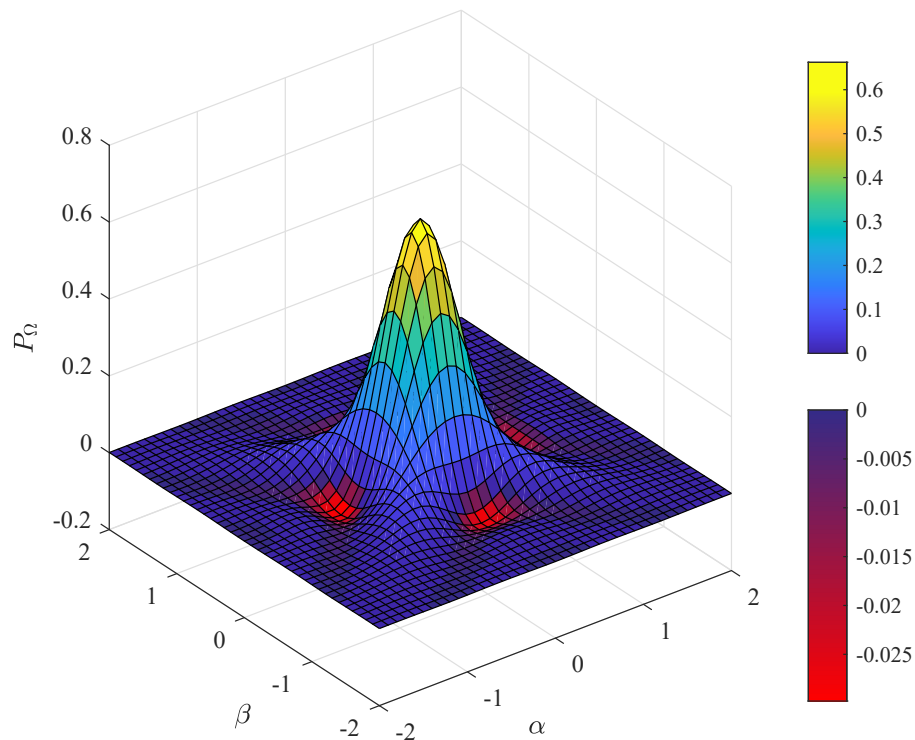


Abbildung 6.11. Regularisierte P -Funktion des experimentell gemessenen phasenrandomisierten TMSV mit der Filterbreite $w = 1,6$. Die Negativitäten sind im Vergleich zur vorherigen Abbildung besser zu erkennen, allerdings weniger signifikant, weil der relative Fehler größer ausfällt. [KAS⁺21]

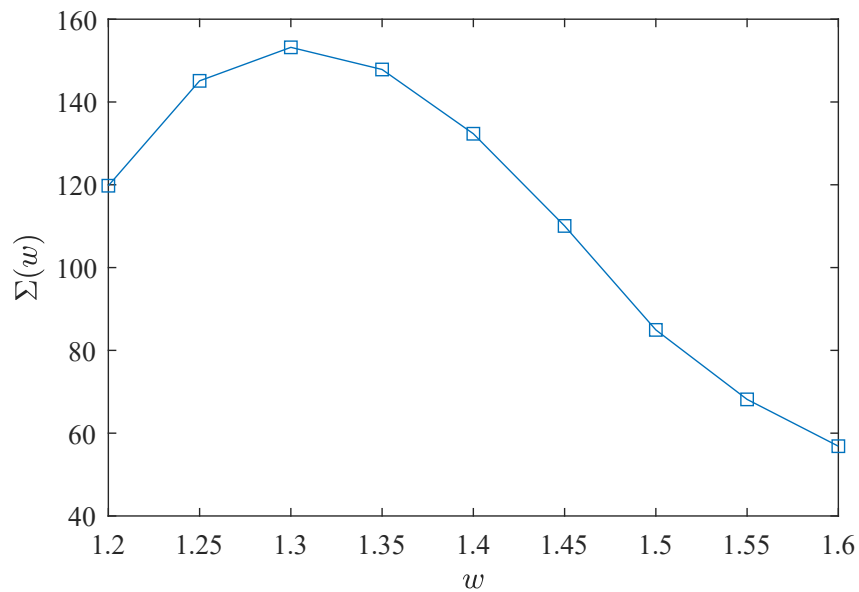


Abbildung 6.12. Signifikanz Σ der Negativität in der regularisierten P -Funktion (P_Ω) in Abhängigkeit der Filterbreite w . [KAS⁺21]

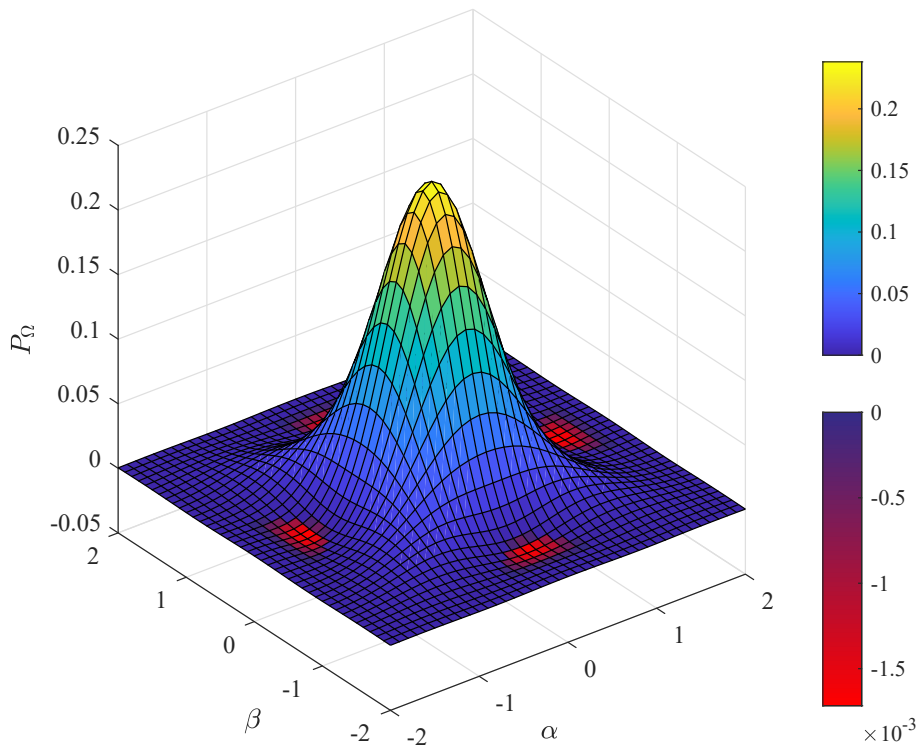


Abbildung 6.13. Regularisierte P -Funktion eines simulierten TMSV mit gleichmäßiger Phasenverteilung. Die Parameter wurden ähnlich zu denen des Experiments gewählt. [KAS⁺21]

6.5. Fazit und Ausblick

Für den hier experimentell realisierten phasenrandomisierten TMSV konnte der nichtklassische Charakter eindeutig aufgezeigt werden, indem die regularisierten P Funktion mit Hilfe der Messdaten berechnet wurde. Die in der P Funktion enthaltenen Negativitäten zeigen die Existenz von Superpositionen kohärenter Zustände an.

Aufgrund der verschwindenden Offdiagonalelemente in der rekonstruierten DM weist der Zustand allerdings keine Quantenkohärenz, Verschränkung oder Diskord auf. Diesen Konzepten gelingt der Nichtklassizitätsnachweis nicht. Zwar stellt der Informationsverlust durch die Phasenverrauschung eine erhebliche Herausforderung dar, allerdings handelt es sich um einen durchaus üblichen Effekt, der gerade bei einer Übertragung von Quantenzuständen über größere Strecken auftreten kann.

6.5.1. Nachweis von Nichtklassizität ohne Kenntnis der optischen Phase

In den wenigsten Experimenten bleibt die optische Phase konstant, ohne dass sie nachgeregelt wird. Beispielsweise kann sich die Position von Spiegeln durch Vibrationen oder thermische Ausdehnung von Komponenten ändern. Soll beispielsweise Quetschung von einem Ein-Moden gequetschten Zustand mit Hilfe der balancierten Homodyndetektion nachgewiesen werden, so bedarf es für eine gewisse Dauer einer bestimmten optischen Phase, bei welcher die gequetschte Quadratur gemessen wird. Je stärker die Quetschung

ist, desto kleiner wird der Bereich, in welchem die Phase stabil gehalten werden muss (vgl. Abb. 4.3). Mit Hilfe der regularisierten P Funktion ist eine solche Phasenstabilität für den Nichtklassizitätsnachweis nicht erforderlich.

6.5.2. Nutzen des phasenrandomisierten TMSV in der Quanteninformation

Wie Jan Sperling in [KAS⁺21] ausgeführt hat, lässt sich der phasenrandomisierte TMSV auch als Quelle für viele Quantenprotokolle nutzen, die auf Verschränkung basieren. So wie ein Ein-Moden gequetschter Zustand mit Hilfe eines Strahlteilers in zwei verschränkte Teilstrahlen aufgeteilt werden kann, so lassen sich auch die beiden Ausgänge des phasenrandomisierten TMSV jeweils noch einmal auf Strahlteiler lenken. In dem hierbei entstehenden Vier-Moden-Zustand existieren dann wiederum verschränkte Subsysteme, sodass wir im Ergebnis sagen können, dass die nichtklassischen Eigenschaften des phasenrandomisierten TMSV, welcher selbst aufgrund der gemittelten Phase keine Zeichen von Verschränkung zeigt, mit kleiner Erweiterung sehr wohl nützlich für die Quanteninformation sein kann.

Anhang

A. Dichtematrizen

B. Elektronisches Rauschen im Transimpedanzverstärker

In Kapitel 4.2.5 wird das Phasenrauschen auf seine einzelnen Beiträge hin untersucht. Um den Einfluss des Transimpedanzverstärkers abschätzen zu können, hilft die folgende theoretische Betrachtung.

In der Transimpedanzstufe unterteilt sich das Rauschen wiederum in Einzelbeiträge, aufgeführt in [50, S. 125]. Für unsere eigenen Photodetektoren ergeben sich die folgenden Werte:

Das Stromrauschen des Transimpedanzwiderstands (Johnson-Rauschen) lässt sich nach

$$\tilde{i}_{\text{Jn}} = \sqrt{\frac{4k_{\text{B}}T}{R}} \quad (\text{B.2})$$

berechnen, worin T die Temperatur und k_{B} die Boltzmann-Konstante ist. Für einen $R_{\text{f}} = 5 \text{ k}\Omega$ Widerstand ergeben sich etwa $\tilde{i}_{\text{Jn}} = 1,8 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Hinzu kommt das Eingangsstromrauschen des Operationsverstärkers. Im Datenblatt vom LMH6624 ist dieses nur für den Frequenzbereich 100 Hz - 10 MHz aufgetragen, ab 30 kHz verhält es sich allerdings nahezu konstant und liegt bei etwa $\tilde{i}_{\text{n}} = 2 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Weiterhin führen die Impedazen von

- der FD300-Photodiode,
 $Z_{\text{pd}} = 1/(j\omega C_{\text{pd}})$ mit $C_{\text{pd}} = 4 \text{ pF}$
- dem Rückkopplungsnetzwerk und
 $Z_{\text{fb}} = R_{\text{f}} + 1/(j\omega C_{\text{f}})$ mit $C_{\text{f}} = 0,5 \text{ pF}$
- der Eingangsimpedanz des Operationsverstärkers
 $Z_{\text{in}} = R_{\text{in}} + 1/(j\omega C_{\text{in}})$ mit $R_{\text{in}} = 4,6 \text{ k}\Omega$, $C_{\text{in}} = 2,0 \text{ pF}$

über die Spannungsrauschdichte ($\tilde{e}_{\text{n}} = 0,92 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$) zu einem weiteren Beitrag. Durch quadratische Addition lassen sich die Beiträge zusammenfassen zu

$$\tilde{i}_{\text{en}} = \sqrt{\tilde{i}_{\text{Jn}}^2 + \tilde{i}_{\text{n}}^2 + \tilde{e}_{\text{n}}^2 \cdot \left| \frac{1}{Z_{\text{pd}}} + \frac{1}{Z_{\text{fb}}} + \frac{1}{Z_{\text{in}}} \right|^2} \quad (\text{B.3})$$

$$= 3,0 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}}{\sqrt{\text{Hz}}}, \quad (\text{B.4})$$

wobei für $\omega = 2\pi f$ die entsprechende Frequenz $f = 50 \text{ MHz}$ eingesetzt wird.

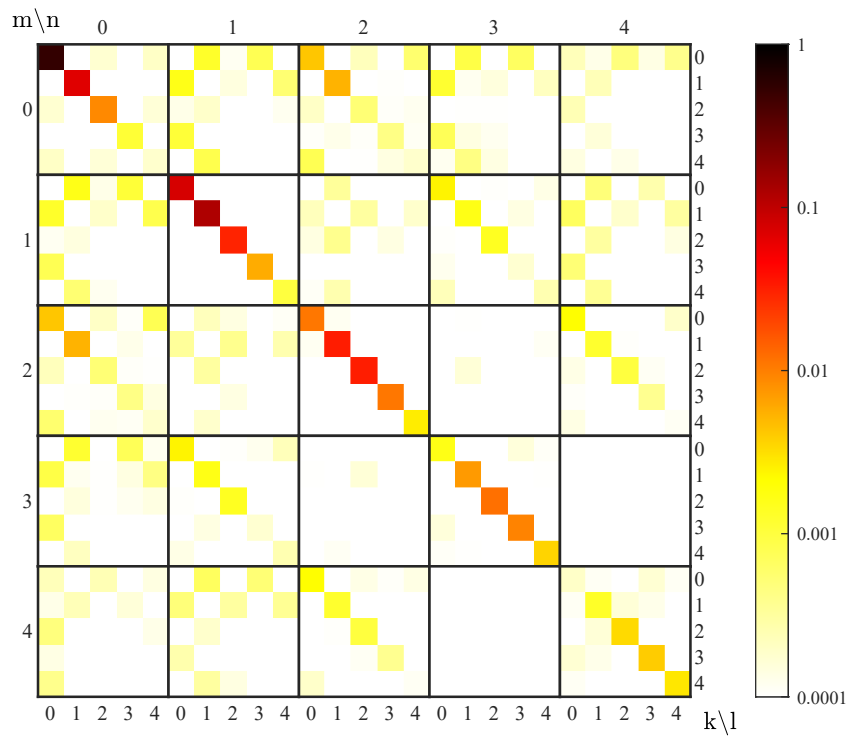


Abbildung A.14. Rekonstruierte Dichtematrixelemente für den phasenrandomisierten TMSV. Enthält Messdaten aus Unterordnern “noise27” bis “noise33”, in der Arbeit als Einzelmessung 1 bezeichnet.

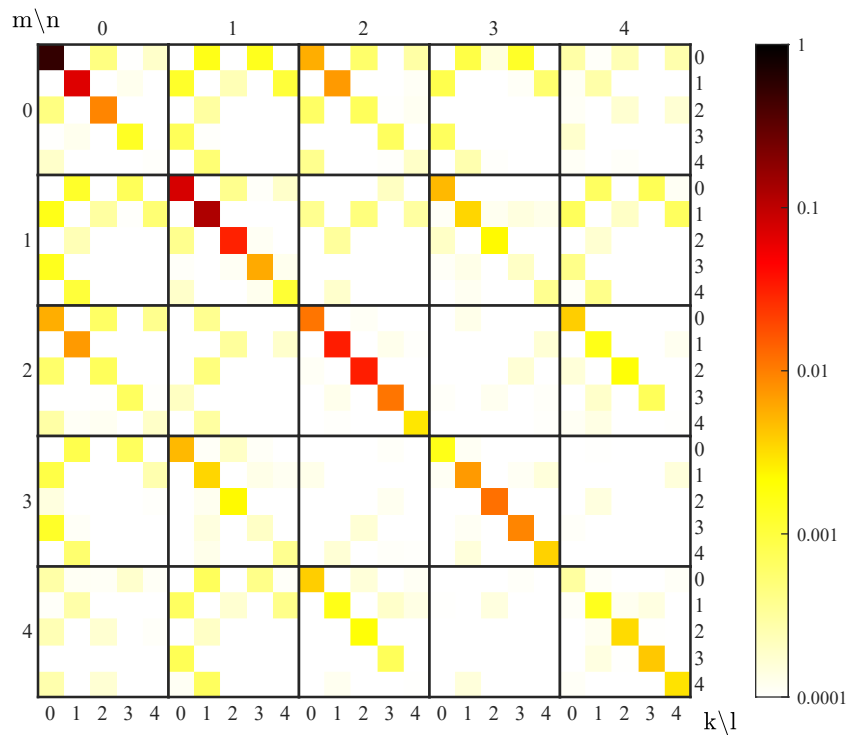


Abbildung A.15. Rekonstruierte Dichtematrixelemente für den phasenrandomisierten TMSV. Enthält Messdaten aus Unterordnern “noise36” bis “noise45”, in der Arbeit als Einzelmessung 2 bezeichnet.

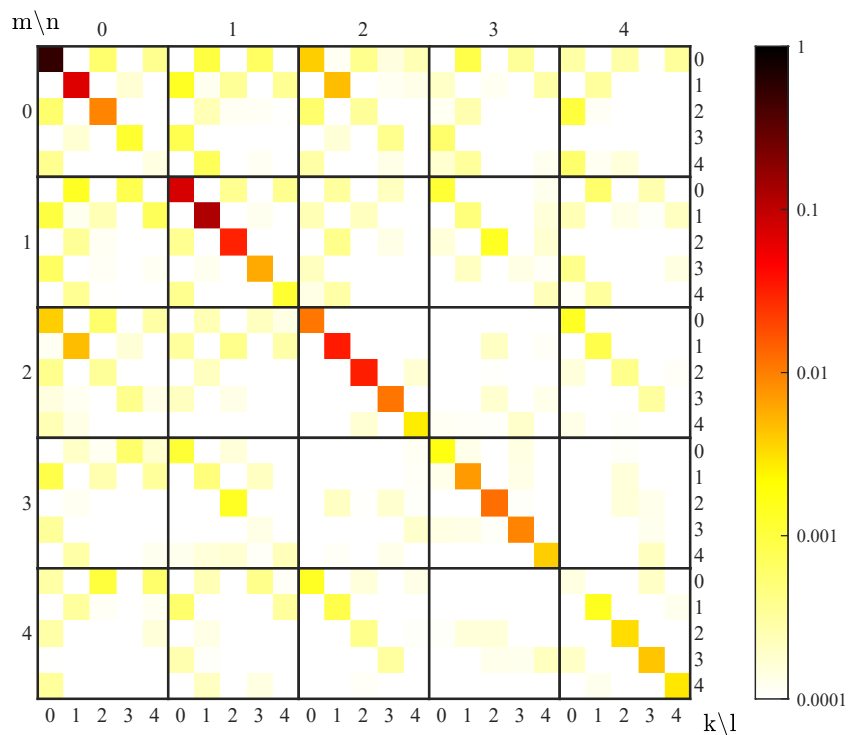


Abbildung A.16. Rekonstruierte Dichtematrixelemente für den phasenrandomisierten TMSV. Enthält Messdaten aus Unterordnern “noise47” bis “noise55”, in der Arbeit als Einzelmessung 3 bezeichnet.

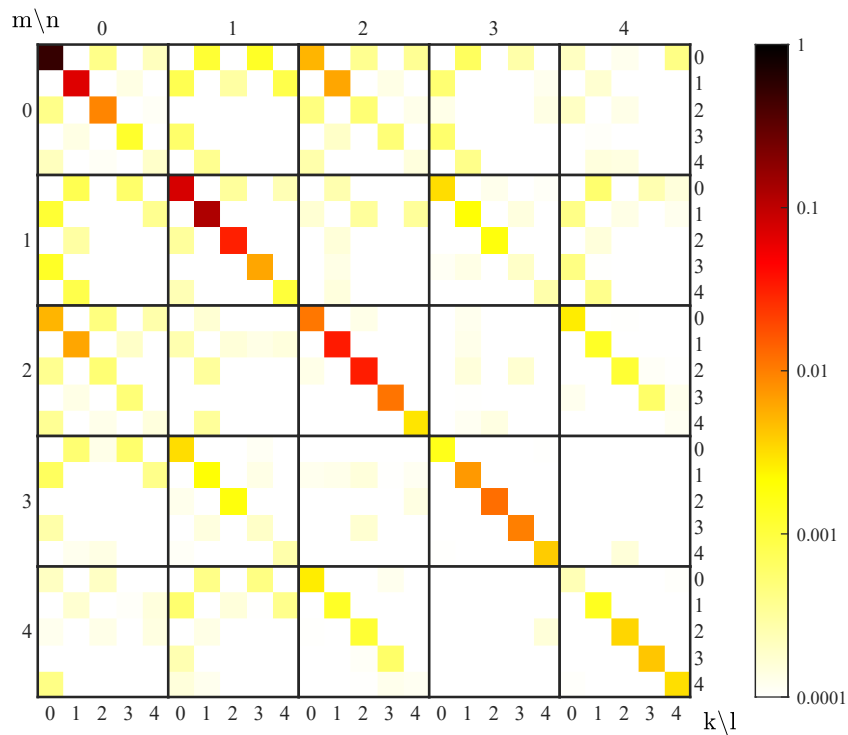


Abbildung A.17. Rekonstruierte Dichtematrixelemente für den phasenrandomisierten TMSV. Enthält Messdaten aus Unterordnern “noise57” bis “noise63”, in der Arbeit als Einzelmessung 4 bezeichnet.

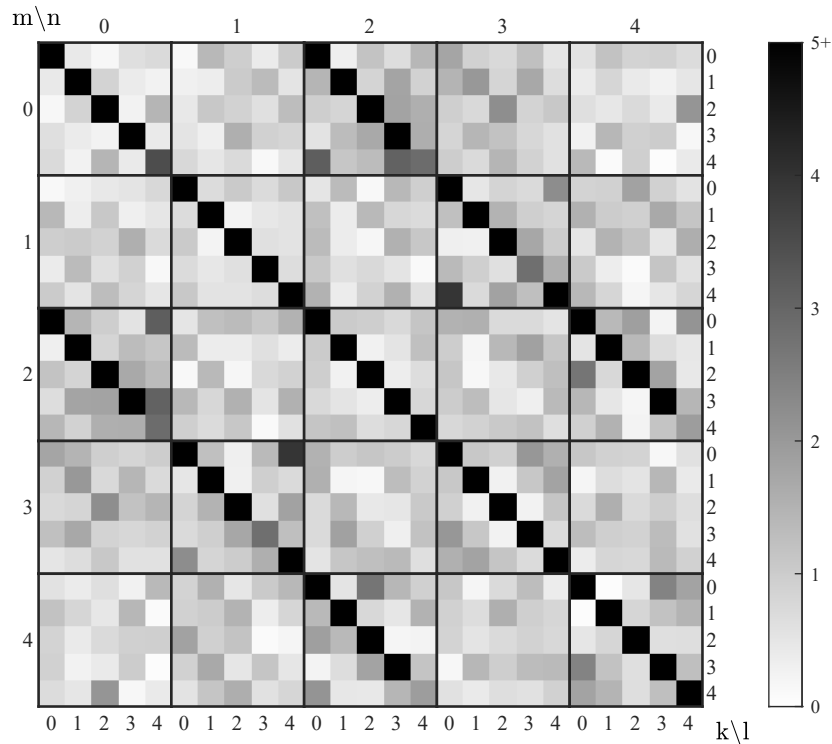


Abbildung A.18. Rekonstruierte DM für den phasenrandomisierten TMSV. Enthält Messdaten der Einzelmessungen 1-4. Die einzelnen Elemente sind auf die jeweils eigene Standardabweichung normiert, welche aus der Monte Carlo Simulation gewonnen wurde.

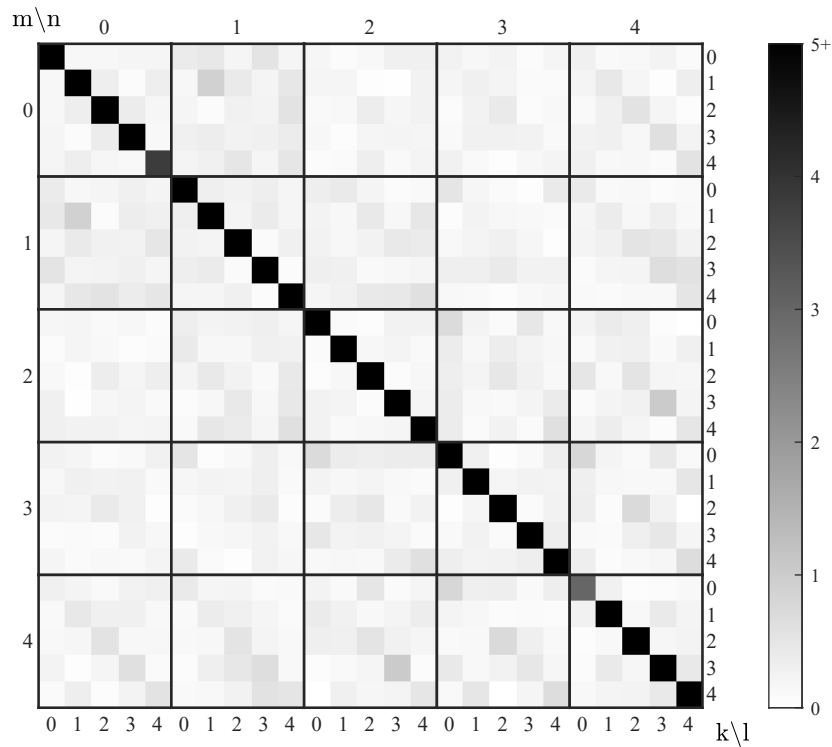
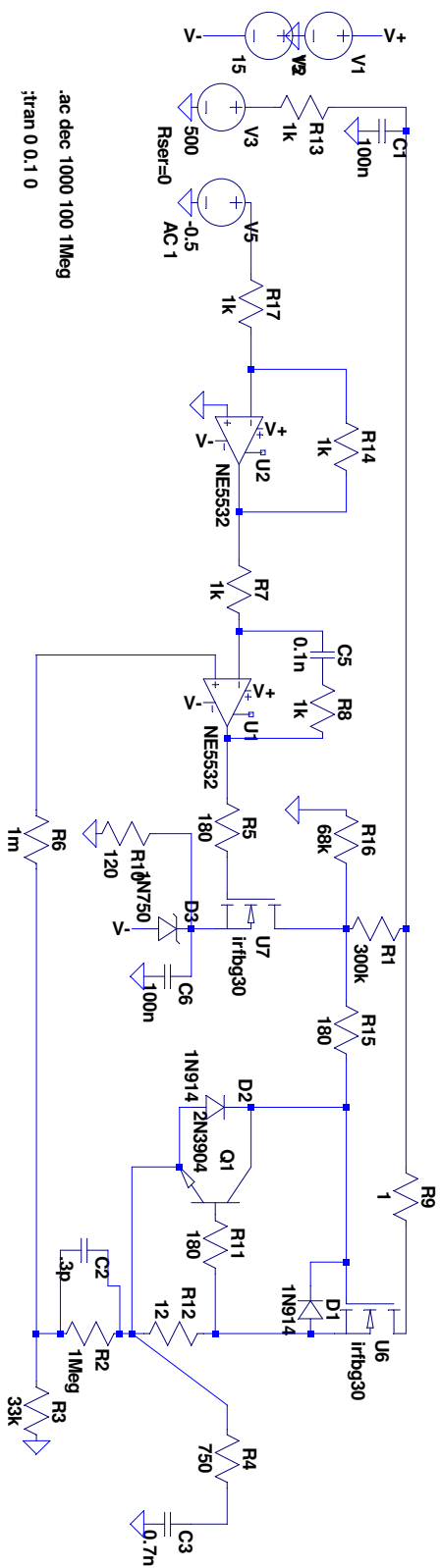


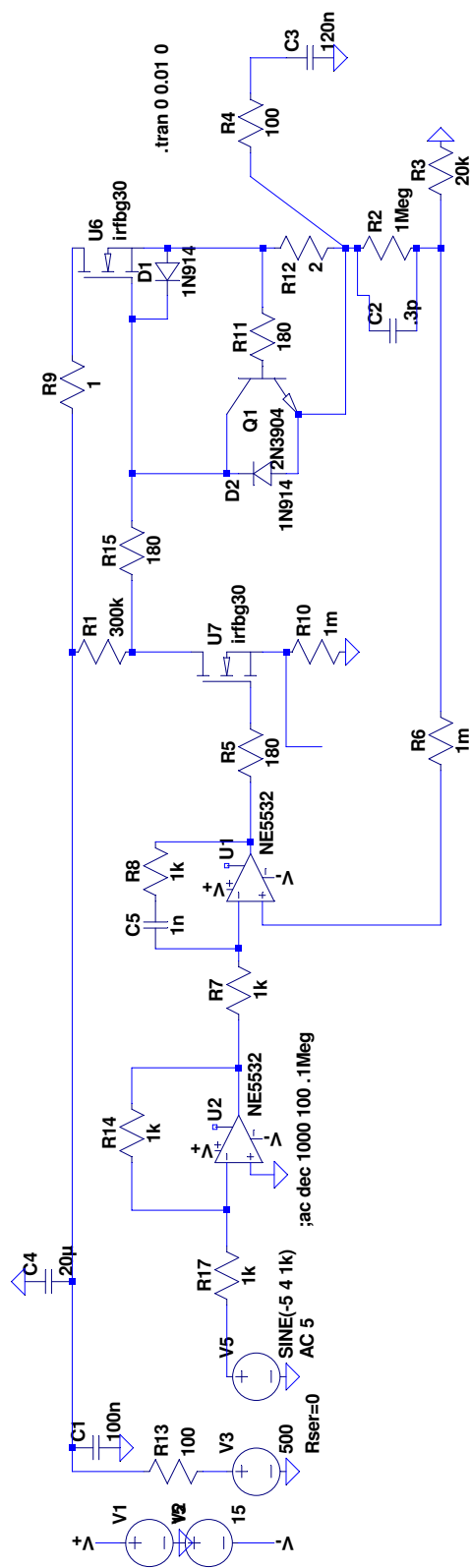
Abbildung A.19. Rekonstruierte DM für den simulierten phasenrandomisierten TMSV. In diesem Fall wurden 20 Simulationen zusammengefasst. Jedes Element wurde auf die zugehörige Standardabweichung aus der Simulation mit einfacher Datenmenge normiert.

C. Schaltpläne



--- C:\Daten\Spice-Simulationen\HVamprHHv2-freqtune.asc ---

Abbildung C.20. Schaltplan eines Hochspannungsmoduls, der für den Betrieb des Piezos im Hilfslaser ausgelegt worden ist.



--- C:\Daten\Spice-Simulationen\HVampHHv2-500fast.asc ---

Abbildung C.21. Schaltplan eines Hochspannungsmoduls, welcher für den Betrieb des häufig eingesetzten Piezo-Modells P-016.00H von PI ausgelegt wurde.

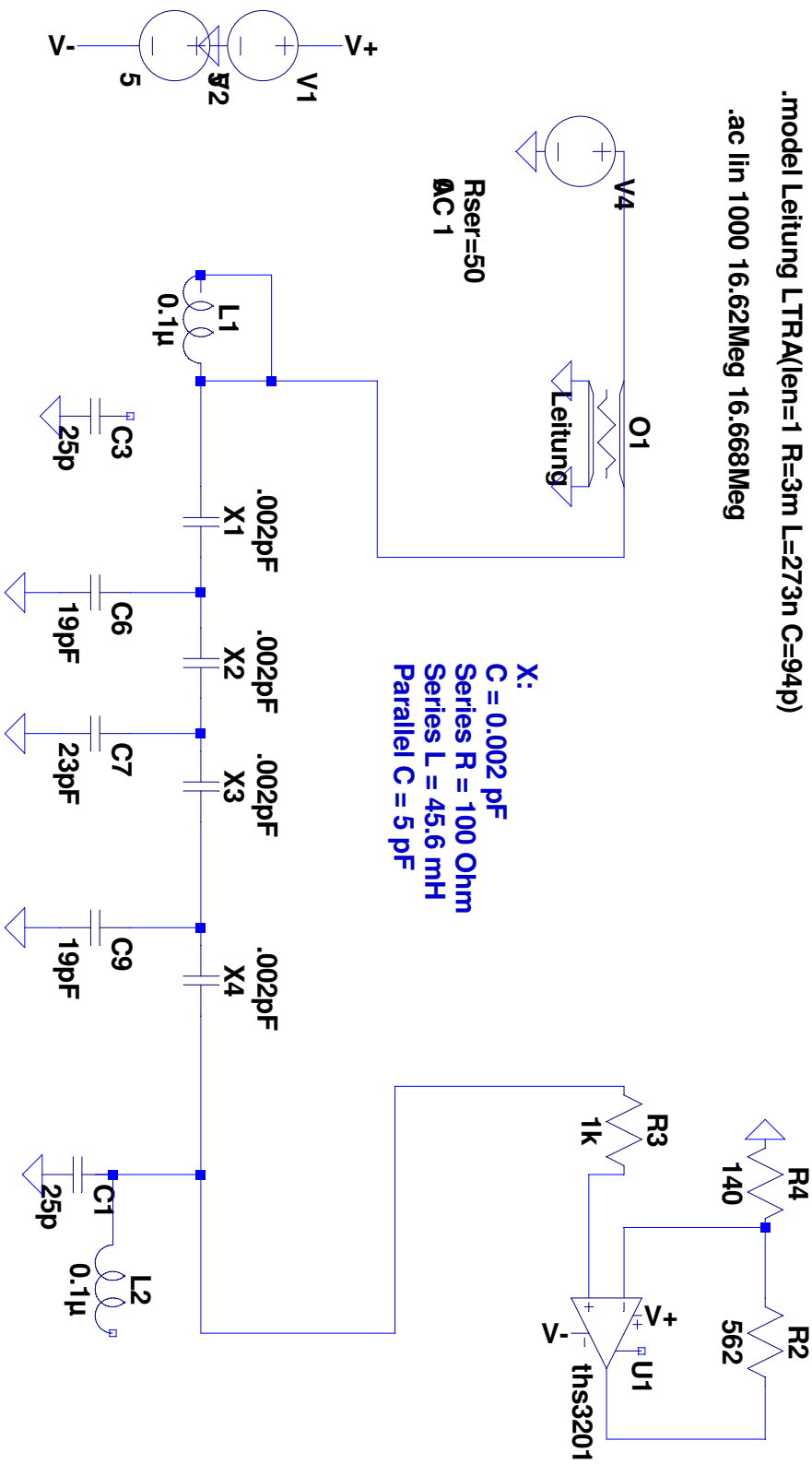


Abbildung C.22. Spice Simulation des Quarz-Filters, welcher im Experiment nicht zum Einsatz gekommen ist.

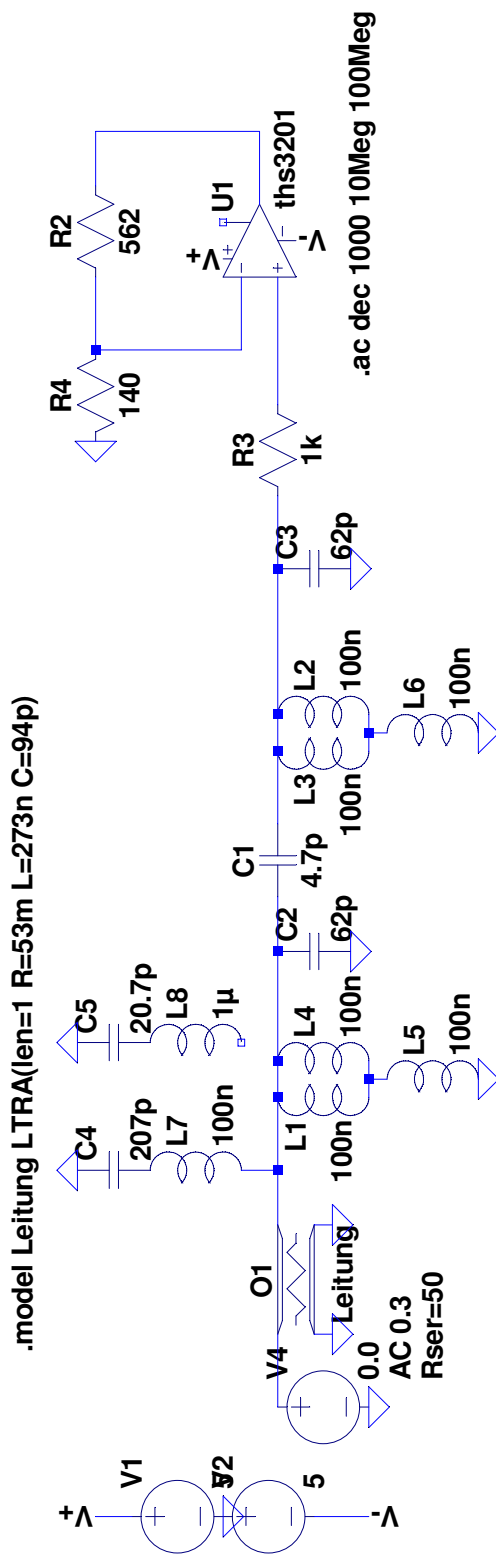


Abbildung C.23. Schaltplan der Bandsperrre bei 35 MHz und Bandpass bei 50 MHz.

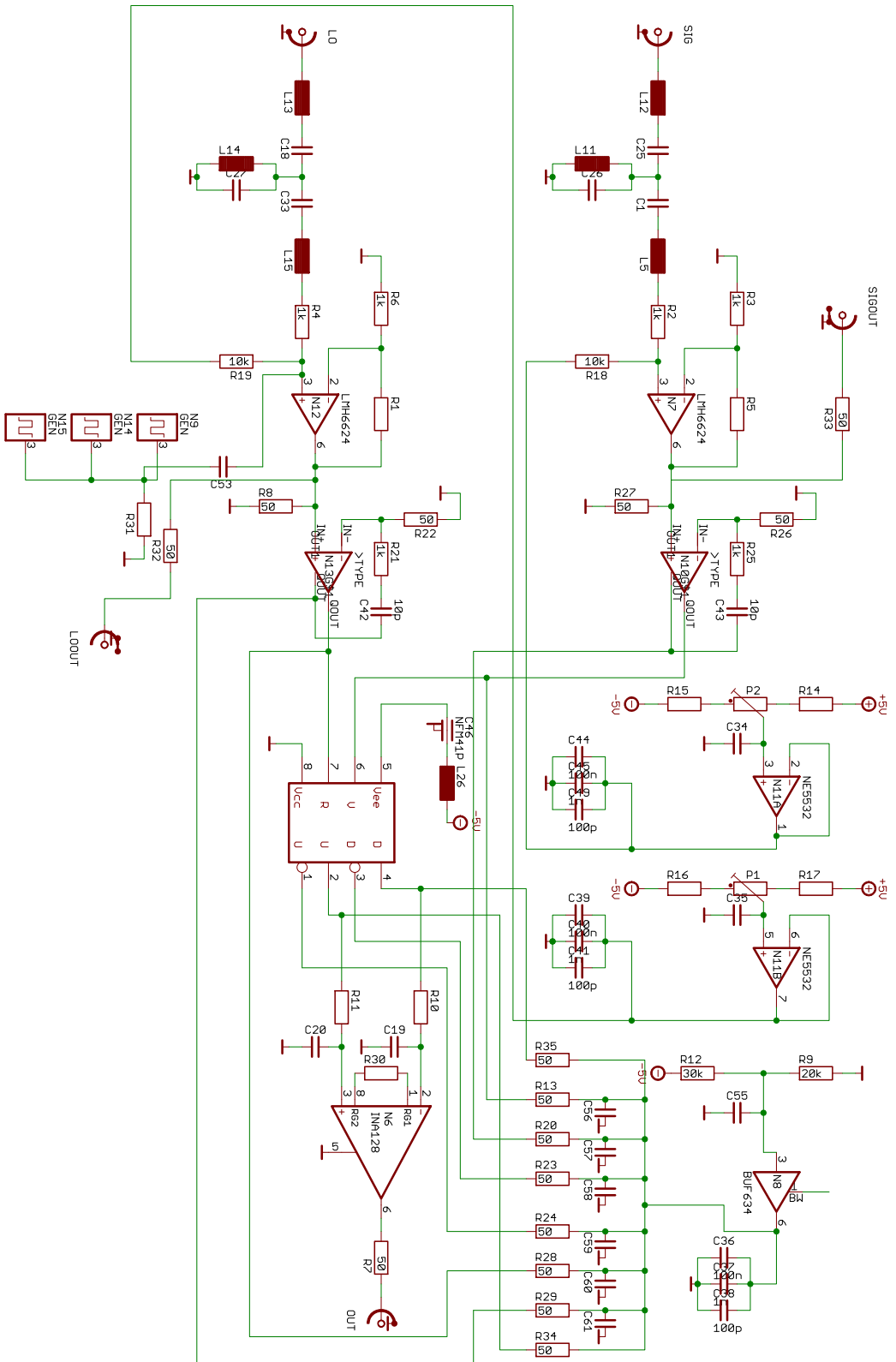


Abbildung C.24. Schaltplan des Phasenfrequenzdetektors.

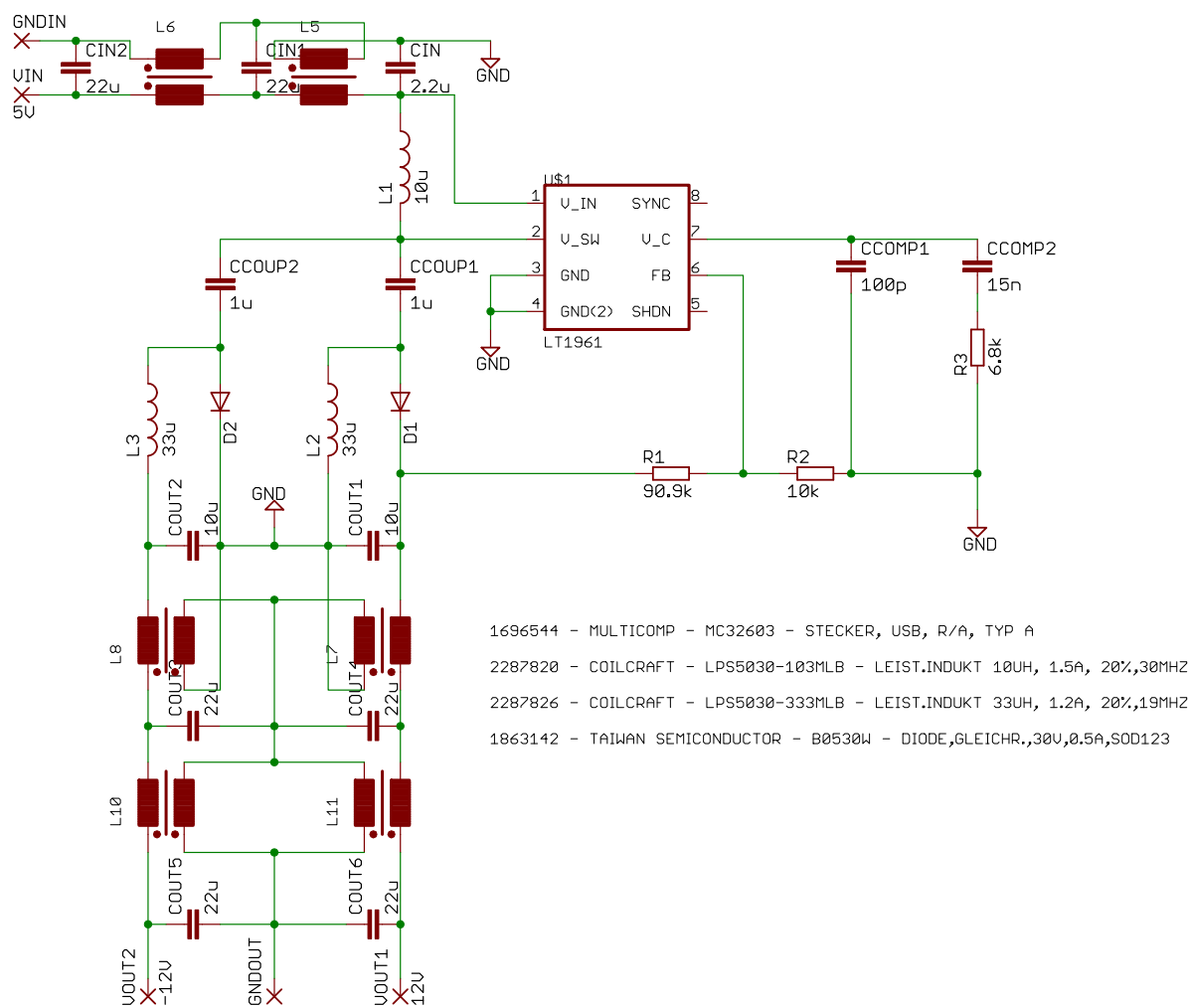


Abbildung C.25. ±12V Spannungsversorgung mit einem IC. Die maximale Ausgangsleistung von 3,6 W ermöglicht die Versorgung eines Photodetektors. Das Design von Keith Szolusha (Linear Technology Corp.) wurde um ein paar Drosselspulen zur Unterdrückung von Gleich- und Gegentaktrauschen ergänzt. Am positiven Ausgang muss erfahrungsgemäß eine kleine Last anliegen.

Literaturverzeichnis

- [1] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, [Phys. Rev. **47**, 777–780 \(1935\)](#).
- [2] E. Schrödinger, *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik*, [Die Naturwissenschaften **23**, 807–812 \(1935\)](#).
- [3] J. S. Bell, *On the Einstein Podolsky Rosen paradox*, [Physics Physique **1**, 195–200 \(1964\)](#).
- [4] S. J. Freedman and J. F. Clauser, *Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories*, [Physical Review Letters **28**, 938–941 \(1972\)](#).
- [5] A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities*, [Physical Review Letters **49**, 91–94 \(1982\)](#).
- [6] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki and K. Horodecki, *Quantum entanglement*, [Reviews of Modern Physics **81**, 865–942 \(2009\)](#).
- [7] A. Streltsov, G. Adesso and M. B. Plenio, *Colloquium : Quantum coherence as a resource*, [Reviews of Modern Physics **89**, \(2017\)](#).
- [8] E. Chitambar and G. Gour, *Quantum resource theories*, [Reviews of Modern Physics **91**, \(2019\)](#).
- [9] K. Modi, A. Brodutch, H. Cable, T. Paterek and V. Vedral, *The classical-quantum boundary for correlations: Discord and related measures*, [Rev. Mod. Phys. **84**, 1655–1707 \(2012\)](#).
- [10] V. Gheorghiu, M. C. de Oliveira and B. C. Sanders, *Nonzero Classical Discord*, [Physical Review Letters **115**, \(2015\)](#).
- [11] E. C. G. Sudarshan, *Equivalence of Semiclassical and Quantum Mechanical Descriptions of Statistical Light Beams*, [Phys. Rev. Lett. **10**, 277–279 \(1963\)](#).
- [12] R. J. Glauber, *Coherent and Incoherent States of the Radiation Field*, [Phys. Rev. **131**, 2766–2788 \(1963\)](#).
- [13] T. Baumgratz, M. Cramer and M. Plenio, *Quantifying Coherence*, [Physical Review Letters **113**, \(2014\)](#).
- [14] F. Levi and F. Mintert, *A quantitative theory of coherent delocalization*, [New Journal of Physics **16**, 033007 \(2014\)](#).

- [15] M. Plenio and S. Virmani, *An introduction to entanglement measures*, [Quantum Information and Computation](#) **7**, 1–51 (2007).
- [16] A. Streltsov, U. Singh, H. S. Dhar, M. N. Bera and G. Adesso, *Measuring Quantum Coherence with Entanglement*, [Phys. Rev. Lett.](#) **115**, (2015).
- [17] N. Killoran, F. Steinhoff and M. Plenio, *Converting Nonclassicality into Entanglement*, [Physical Review Letters](#) **116**, (2016).
- [18] L. Henderson and V. Vedral, *Classical, quantum and total correlations*, [J. Phys. A: Math. Gen.](#) **34**, 6899–6905 (2001).
- [19] H. Ollivier and W. H. Zurek, *Quantum Discord: A Measure of the Quantumness of Correlations*, [Phys. Rev. Lett.](#) **88**, (2001).
- [20] J. Ma, B. Yadin, D. Girolami, V. Vedral and M. Gu, *Converting Coherence to Quantum Correlations*, [Physical Review Letters](#) **116**, (2016).
- [21] U. M. Titulaer and R. J. Glauber, *Correlation Functions for Coherent Fields*, [Physical Review](#) **140**, B676–B682 (1965).
- [22] L. Mandel, *Non-Classical States of the Electromagnetic Field*, [Physica Scripta](#) **T12**, 34–42 (1986).
- [23] T. Kiesel and W. Vogel, *Nonclassicality filters and quasiprobabilities*, [Phys. Rev. A](#) **82**, (2010).
- [24] T. Kiesel, W. Vogel, B. Hage and R. Schnabel, *Direct Sampling of Negative Quasiprobabilities of a Squeezed State*, [Phys. Rev. Lett.](#) **107**, (2011).
- [25] E. Agudelo, J. Sperling and W. Vogel, *Quasiprobabilities for multipartite quantum correlations of light*, [Phys. Rev. A](#) **87**, (2013).
- [26] F. Albarelli, M. G. Genoni, M. G. A. Paris and A. Ferraro, *Resource theory of quantum non-Gaussianity and Wigner negativity*, [Physical Review A](#) **98**, (2018).
- [27] L. Lami, B. Regula, X. Wang, R. Nichols, A. Winter and G. Adesso, *Gaussian quantum resource theories*, [Physical Review A](#) **98**, (2018).
- [28] C. Gerry and P. Knight, *Introductory Quantum Optics*, Cambridge University Press (2005).
- [29] H.-A. Bachor and T. C. Ralph, *A Guide to Experiments in Quantum Optics*, WILEY-VCH Verlag GmbH (2004).
- [30] U. Leonhardt, H. Paul and G. M. D’Ariano, *Tomographic reconstruction of the density matrix via pattern functions*, [Physical Review A](#) **52**, 4899–4907 (1995).
- [31] H. P. Yuen and V. W. S. Chan, *Noise in homodyne and heterodyne detection*, [Optics Letters](#) **8**, 177 (1983).

- [32] G. L. Abbas, V. W. S. Chan and T. K. Yee, *Local-oscillator excess-noise suppression for homodyne and heterodyne detection*, [Optics Letters](#) **8**, 419 (1983).
- [33] K. Vogel and H. Risken, *Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase*, [Physical Review A](#) **40**, 2847–2849 (1989).
- [34] D. T. Smithey, M. Beck, M. G. Raymer and A. Faridani, *Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography: Application to squeezed states and the vacuum*, [Physical Review Letters](#) **70**, 1244–1247 (1993).
- [35] M. Vasilyev, S.-K. Choi, P. Kumar and G. M. D'Ariano, *Tomographic Measurement of Joint Photon Statistics of the Twin-Beam Quantum State*, [Physical Review Letters](#) **84**, 2354–2357 (2000).
- [36] U. Leonhardt and H. Paul, *Measuring the quantum state of light*, [Progress in Quantum Electronics](#) **19**, 89–130 (1995).
- [37] E. Wigner, *On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium*, [Physical Review](#) **40**, 749–759 (1932).
- [38] U. Leonhardt, M. Munroe, T. Kiss, T. Richter and M. Raymer, *Sampling of photon statistics and density matrix using homodyne detection*, [Optics Communications](#) **127**, 144–160 (1996).
- [39] L.-M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac and P. Zoller, *Inseparability Criterion for Continuous Variable Systems*, [Phys. Rev. Lett.](#) **84**, 2722–2725 (2000).
- [40] E. Chitambar, A. Streltsov, S. Rana, M. Bera, G. Adesso and M. Lewenstein, *Assisted Distillation of Quantum Coherence*, [Phys. Rev. Lett.](#) **116**, (2016).
- [41] A. Streltsov, S. Rana, M. N. Bera and M. Lewenstein, *Towards Resource Theory of Coherence in Distributed Scenarios*, [Phys. Rev. X](#) **7**, (2017).
- [42] Y. Kurochkin, A. S. Prasad and A. I. Lvovsky, *Distillation of The Two-Mode Squeezed State*, [Physical Review Letters](#) **112**, (2014).
- [43] A. Datta, *A Condition for the Nullity of Quantum Discord*, [arXiv](#) , (2010).
- [44] M. Piani, P. Horodecki and R. Horodecki, *No-Local-Broadcasting Theorem for Multi-partite Quantum Correlations*, [Phys. Rev. Lett.](#) **100**, (2008).
- [45] A. Ferraro and M. G. A. Paris, *Nonclassicality Criteria from Phase-Space Representations and Information-Theoretical Constraints Are Maximally Inequivalent*, [Phys. Rev. Lett.](#) **108**, (2012).
- [46] J. Sperling, *Characterizing maximally singular phase-space distributions*, [Physical Review A](#) **94**, (2016).

- [47] G. S. Agarwal and E. Wolf, *Calculus for Functions of Noncommuting Operators and General Phase-Space Methods in Quantum Mechanics. I. Mapping Theorems and Ordering of Functions of Noncommuting Operators*, [Physical Review D](#) **2**, 2161–2186 (1970).
- [48] C. Diekmann, F. Steier, B. Sheard, G. Heinzel and K. Danzmann, *Analog phase lock between two lasers at LISA power levels*, [J. Phys. Conf. Ser.](#) **154**, 012020 (2009).
- [49] W. Schottky, *Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern*, [Ann. Phys.](#) **362**, 541–567 (1918).
- [50] Juan José Esteban Delgado (2012), *Laser ranging and data communication for the laser interferometer space antenna*, [Dissertation], Universität Hannover.
- [51] T. J. Kane and R. L. Byer, *Monolithic, unidirectional single-mode Nd:YAG ring laser*, [Optics Letters](#) **10**, 65 (1985).
- [52] Melanie Mraz (2017), *Characterization of nonclassical properties of quantum states generated in an optical parametric amplifier*, [Dissertation], Universität Rostock.
- [53] Walt Kester, *Taking the Mystery out of the Infamous Formula, $SNR = 6.02N + 1.76dB$, and Why You Should Care*, [abgerufen am 23. August 2017](#).
- [54] B. Oliver, J. Pierce and C. Shannon, *The Philosophy of PCM*, [Proceedings of the IRE](#) **36**, 1324–1331 (1948).
- [55] C. Schwemmer, L. Knips, D. Richart, H. Weinfurter, T. Moroder, M. Kleinmann and O. Gühne, *Systematic Errors in Current Quantum State Tomography Tools*, [Phys. Rev. Lett.](#) **114**, (2015).
- [56] Karsten Böltz (2017), *Implementation of a Quantum State Reconstruction Method Based on Kalman Filtering*, [Masterarbeit], Universität Rostock.
- [57] M. Tröbs, L. d’Arcio, G. Heinzel and K. Danzmann, *Frequency stabilization and actuator characterization of an ytterbium-doped distributed-feedback fiber laser for LISA*, [Journal of the Optical Society of America B](#) **26**, 1137 (2009).
- [58] Joachim Kullmann (2012), *Development of a digital phase measuring system with microradian precision for LISA*, [Dissertation], Universität Hannover.
- [59] Karsten Danzmann, *Mission Proposal - Laser Interferometer Space Antenna*, [zuletzt abgerufen am 26.09.2017](#).
- [60] Frank Steier (2008), *Interferometry techniques for spaceborne gravitational wave detectors*, [Dissertation], Universität Hannover.
- [61] R. Pierce, J. Leitch, M. Stephens, P. Bender and R. Nerem, *Intersatellite range monitoring using optical interferometry*, [Appl. Opt.](#) **47**, 5007 (2008).
- [62] Oliver Gerberding (2014), *Phase readout for satellite interferometry*, [Dissertation], Universität Hannover.

-
- [63] M. D. Reid, *Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification*, [Physical Review A](#) **40**, 913–923 (1989).
- [64] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble and K. C. Peng, *Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables*, [Physical Review Letters](#) **68**, 3663–3666 (1992).
- [65] W. P. Bowen, R. Schnabel, P. K. Lam and T. C. Ralph, *Experimental Investigation of Criteria for Continuous Variable Entanglement*, [Physical Review Letters](#) **90**, (2003).
- [66] R. Simon, *Peres-Horodecki Separability Criterion for Continuous Variable Systems*, [Physical Review Letters](#) **84**, 2726–2729 (2000).
- [67] M. G. Raymer, D. F. McAlister and U. Leonhardt, *Two-mode quantum-optical state measurement: Sampling the joint density matrix*, [Physical Review A](#) **54**, 2397–2401 (1996).

Eigene Publikationen

- [ASV⁺15] E. Agudelo, J. Sperling, W. Vogel, S. Köhnke, M. Mraz and B. Hage, *Continuous sampling of the squeezed-state nonclassicality*, [Physical Review A **92**, \(2015\)](#).
- [KAS⁺21] S. Köhnke, E. Agudelo, M. Schünemann, O. Schlettwein, W. Vogel, J. Sperling and B. Hage, *Quantum Correlations beyond Entanglement and Discord*, [Physical Review Letters **126**, \(2021\)](#).
- [KVM⁺17] B. Kühn, W. Vogel, M. Mraz, S. Köhnke and B. Hage, *Anomalous Quantum Correlations of Squeezed Light*, [Physical Review Letters **118**, \(2017\)](#).
- [RSA⁺15] S. Ryl, J. Sperling, E. Agudelo, M. Mraz, S. Köhnke, B. Hage and W. Vogel, *Unified nonclassicality criteria*, [Physical Review A **92**, \(2015\)](#).

Präsentationen

Vorträge:

- 10.10.2014 DFG-SFB 652 Workshop, Plau am See
„Squeezed light and reconstruction of quantum states“
- 04.03.2015 DFG-SFB 652 GRK Workshop, Bentwisch
„Radiation pressure and optomechanics“
- 01.03.2016 DPG Frühjahrstagung (SAMOP), Hannover
„Unified nonclassicality criteria and continuous sampling“
- 28.02.2017 DFG-SFB 652 GRK Workshop, Güstrow
„Quantum correlations in two-mode squeezed vacuum states“
- 08.03.2017 DPG Frühjahrstagung (SAMOP), Mainz
„Detection of quantum correlations without quantum discord“

Poster:

- 15.09.2015 3rd International Conference on Correlation Effects in Radiation Fields,
Rostock
„Phase-diffused entanglement“
- 22.02.2016 Quantum Optics Obergurgl 2016, Österreich
„Unified nonclassicality criteria and continuous sampling“
- 15.06.2017 DFG-SFB 652 Abschlusskolloquium, Rostock
„Continuous sampling of the squeezed-state nonclassicality“