

Universität
Rostock



Traditio et Innovatio

Methoden zur Analyse der Spannungsqualität im Frequenzbereich bis 500 kHz

Dissertation

zur

Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Informatik und Elektrotechnik
der Universität Rostock

vorgelegt von

Jan-Philipp Kitzig, M. Eng.

geboren in Saarbrücken

aus Düsseldorf

Rostock, 2022

https://doi.org/10.18453/rosdok_id00004115



Dieses Werk ist lizenziert unter einer
Creative Commons Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe
unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz.

Gutachter:

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Li-Jun Cai
Institut für Elektrische Energietechnik
Universität Rostock

Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Gerd Bumiller
Institut Informatik
Hochschule Ruhr West

Drittgutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Rudolf Rabenstein
Lehrstuhl für Multimediakommunikation und Signalverarbeitung
Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Datum der Einreichung: 29.04.2022

Datum der Verteidigung: 01.12.2022

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut Energiesysteme und Energiewirtschaft der Hochschule Ruhr West in Kooperation mit Herrn Professor Li-Jun Cai vom Institut für Elektrische Energietechnik der Universität Rostock.

Mit dieser Danksagung möchte ich mich bei dem großen Kreis an Personen bedanken, ohne deren Hilfe diese Arbeit in der vorliegenden Form so nicht entstanden wäre. Zuerst möchte ich Herrn Professor Li-Jun Cai für die Betreuung und die Begutachtung meiner Arbeit sowie die zahlreichen wertvollen Eingaben zu deren Inhalten im Laufe des Promotionsverfahren danken. Weiterhin möchte ich Herrn Professor Rudolf Rabenstein danken, der sich aus dem bereits begonnenen Ruhestand heraus bereit erklärte, als Drittgutachter in diesem Promotionsverfahren mitzuwirken und dessen Eingaben bezüglich der Systemtheorie und der digitalen Signalverarbeitung äußerst wertvoll für mich waren.

Von ganzem Herzen danke ich Herrn Professor Gerd Bumiller vom Institut Informatik der Hochschule Ruhr West. Mit seiner ansteckenden Begeisterung für dieses hochinteressante und interdisziplinäre Thema leistete er einen maßgeblichen Beitrag zum Gelingen dieses Promotionsverfahrens. Seine Expertise und Passion für die bearbeiteten Themen sowie die hohen Qualitätsanforderungen ermöglichten mir erst die Vollendung dieser Arbeit. Sein Anspruch, neue Ideen und Erkenntnisse stets im wissenschaftlichen Diskurs mit Fachkolleginnen und -kollegen zu diskutieren, führte dazu, dass alleine über das Thema dieser Arbeit zehn wissenschaftliche Veröffentlichungen entstanden sind, die in renommierten Journals und Konferenztagungsbänden veröffentlicht wurden.

Ebenso gilt Herrn Professor Jens Paetzold vom Institut Energiesysteme und Energiewirtschaft der Hochschule Ruhr West mein Dank. Er stand mir stets als kompetenter und streitbarer Ansprechpartner in energietechnischen Themen zur Verfügung. Darüber hinaus konnte ich mich immer darauf verlassen, dass er mir in seiner Funktion als Institutsleiter den nötigen Freiraum für meine Forschungsarbeit gab.

Auch den aktuellen und ehemaligen Mitgliedern unserer Forschungsgruppe möchte ich danken: Nora Nieß, Christoph Szymczyk, Sven Schlaghecke, Stefan Hoffmann und Philipp Horwat halfen nicht nur beim Entwickeln, Ausdiskutieren und Formulieren neuer Ideen, sondern wirkten auch als Co-Autoren an manchen Veröffentlichungen mit und halfen etliche Präsentationen im Rahmen von Probevorträgen mit wertvollen Eingaben zu verbessern. Gesondert erwähnen möchte ich hier Hans Peter Maier, der mir insbesondere gegen Abschluss des Promotionsverfahrens mit seinen detaillierten Analysen und Fragen zum Inhalt der Dissertation mit der Vorbereitung auf die Verteidigung half.

Ein ganz persönlicher Dank gilt meiner Familie und meinem Freundeskreis für die Unterstützung während der Promotionsphase, allen voran meiner lieben Melanie. Ohne ihre Unterstützung wäre diese Arbeit so nicht möglich gewesen! Weiterhin danke ich Sebastian Lui, meinem Vater Thomas Kitzig und meiner Großmutter Emmy Kitzig sowohl für das akribische Gegenlesen der Arbeit als auch ihre emotionale Unterstützung.

Abschließend sei Herr Professor Michael Sauer von der Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes erwähnt. Ihm danke ich dafür, dass er in mir während der frühen Phase meines Studiums die Begeisterung für das Ingenieurwesen weckte, insbesondere für die digitale Messtechnik. Von ihm durfte ich sehr viel lernen! Danke Mic!

Kurzfassung

Mit der stetigen Entwicklung und Verbesserung der Leistungselektronik konnte eine signifikante Effizienzsteigerung der Verbraucher und Erzeuger am elektrischen Energieversorgungsnetz erreicht werden. Die direkte Ankopplung leistungselektronischer Baugruppen an das Stromnetz führt jedoch dazu, dass sich das Stromverhalten dieser Geräte unmittelbar auf das Netz auswirkt. Zwischengeschaltete Transformatoren, die zwischen Netz und Gerät als Puffer wirken konnten, sind heute obsolet. Dadurch kommt es vermehrt zu nicht-linearen Stromverläufen, die über dem Längswiderstand des Netzes als Spannungen abfallen, die sich der sinusförmigen Grundschwingung der Netzspannung überlagern und damit die Spannungsqualität verschlechtern. Signifikant sind hierbei die harmonischen Signalbestandteile, deren Frequenz ein ganzzahliges Vielfaches der Netzfrequenz ist. Sind harmonische Spannungen und Ströme am Anschlusspunkt eines Geräts vorhanden, fließen auf diesen Harmonischen auch Leistungen. Insbesondere die Wirkleistungen sind hier von Interesse, da sich deren Flussrichtung von der Hauptleistungsrichtung und damit der Klassifikation des Geräts als Verbraucher oder Erzeuger unterscheiden kann. Weiterhin können sich diese Emissionen auf andere Netzteilnehmer und das Netz selbst negativ auswirken.

Bei der Messung harmonischer Spektren muss eine Vielzahl von Einflüssen entlang der Messkette berücksichtigt werden, die die Güte der Messung negativ beeinflussen. Insbesondere zeigt sich, dass die Netzfrequenz zeitvariant ist und im Normalbetrieb des Netzes um ihren Nennwert herum oszilliert. Durch den Umbau des Netzes hin zu mehr dezentraler und umrichter gespeister Erzeugung werden diese Oszillationen mittelfristig weiter zunehmen. Damit sind die am Netz gemessenen Signale nicht mehr streng periodisch im signaltheoretischen Sinne, wodurch es bei der Spektralanalyse mittels der auf der Fourier-Transformation basierenden Verfahren der digitalen Signalverarbeitung zu Problemen kommt, setzen diese doch absolute Periodizität zur fehlerfreien Berechnung des Spektrums voraus. Insbesondere der Phasenwinkel kann hierdurch empfindlich verfälscht werden. Zusätzlich erschwert wird die Spektralanalyse durch nicht-harmonische Signale, die von gepulster Leistungselektronik oder Kommunikationssystemen emittiert werden und die sich der Netzspannung zusätzlich überlagern. Die klassischen Methoden zur Spannungsqualitätsanalyse umgehen diese Probleme durch Verlängerung der Messfenster und ausschließliche Bewertung von Betragsspektren.

In dieser Arbeit wird ein Verfahren zur Messung der spektralen Spannungsqualität und harmonischer Leistungsflüsse entwickelt. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf der digitalen Signalverarbeitung der abgetasteten Spannungs- und Stromsignale. Dazu wird zunächst der Periodizitätsbegriff für Netzsignale erweitert, bevor darauf aufbauend das digitale System entwickelt wird. Teil dieser Entwicklung ist eine neue Klasse von Fensterfunktionen, mit denen die Güte der Spektralanalyse verbessert wird sowie eines neuen Qualitätsmaßes zur Bewertung der Güte der Netzfrequenzsynchronizität von Messdaten am echten Netz. Auch in den bestehenden Definitionen der Leistungsgrößen bei verzerrten Netzsignalen sowie der Messgröße Netzfrequenz zeigen sich Lücken, die in dieser Arbeit herausgearbeitet und diskutiert werden. Diese Entwicklungen werden ausführlich validiert, bevor mit einem Laborprototypen anschließend Messungen am echten Netz durchgeführt werden. Es zeigt sich, dass mit dem neuen System eine deutliche Verbesserung der Güte der harmonischen Spektralanalyse erreicht werden kann. Mit den eingeführten Qualitätsmaßen kann in Messdaten dynamisch evaluiert werden, bis zu welcher Frequenz die Qualität der Phaseninformation zur Berechnung harmonischer Wirkleistungen ausreicht.

Abstract

The continuous developments and improvements in power electronics lead to a significant increase in the efficiency of generating units and loads connected to the electrical power grid. However, the direct coupling of power electronic assemblies to the power grid causes those to directly influence the grid by their current draw. Interposed transformers, which could act as a buffer between the grid and the device are now obsolete due to their inefficiencies. This leads to an increase in non-linear currents, which cause a voltage drop across the series resistance of the local power grid. In turn, this results in voltages on higher frequencies that are superimposed on the sinusoidal fundamental component of the grid voltage, impairing the power quality. Harmonic frequencies are of special interest, since they cause the most significant distortion. If harmonic voltages and currents are present at the connection point of a device, there will be power flows on those harmonic frequencies. The active powers are of particular interest, since their direction of flow can differ from the main power flow direction and thus the classification of the device as generating unit or load. Furthermore, those emissions can have a negative impact on other appliances as well as the power grid itself.

A large number of influences along the chain of measurement must be considered when measuring harmonic spectra. Particularly the mains frequency as the fundamental grid frequency is time-variant and oscillates around its nominal value during the normal operation of the grid. With the grid being in a process of transformation towards more decentralized and inverter-fed generation, those oscillations will increase further in the medium term. As a result, the signals measured on the power grid are no longer strictly periodic in the signal-theoretical sense, which causes problems in the spectral analysis. The methods used for spectral analysis in digital signal processing are based on the Fourier transform and require absolute periodicity for an accurate calculation of the spectrum. The phase angle of harmonics in particular is distorted significantly by minor non-periodicities. The spectral analysis is complicated further by additional non-harmonic signals as emitted by pulsed power electronics or mains communication systems. The classical methods for power quality analysis circumvent these problems by extending the measurement time windows and exclusively evaluating magnitude spectra.

In this dissertation, a novel method for measuring the spectral power quality is presented, with an emphasis on accurate phase estimation for harmonic power flow analysis. The work is focused on the digital signal processing of sampled voltage and current signals. At first, the definition of periodicity is extended towards power grid signals, before the digital system is developed on that idea. Part of the developments are a novel class of window functions to further improve the spectral power quality analysis as well as a new quality index to assess the quality of the phase information in measured data. Furthermore, inconsistencies in the definitions of certain power quantities as well as the mains frequency measurand itself are presented and discussed. The developments are extensively validated using simulations, before a prototype is built and used for real-world measurements. A significant improvement in harmonic power quality analysis can be achieved by those developments.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XIX
Tabellenverzeichnis	XXI
Abkürzungsverzeichnis	XXIII
1 Einleitung	1
1.1 Hintergrund	1
1.2 Problemformulierung	2
1.3 Ziel der Arbeit und Forschungsfragen	4
1.4 Veröffentlichungen und Zitierweise	5
1.5 Aufbau der Arbeit	5
2 Grundlagen und Ausgangslage	7
2.1 Mathematische Notation	7
2.1.1 Klammern und Rundungsoperatoren	7
2.1.2 Komplexe Zahlen	8
2.1.3 Matrizen und Vektoren	8
2.1.4 Variablen, Konstanten und Indices	9
2.1.5 Systemtheoretische Begriffe	9
2.2 Begriffsdefinitionen	10
2.2.1 Spektrale Re-Orthogonalisierung	10
2.2.2 Netzfrequenz	10
2.2.3 Rate of Change of Frequency	10
2.2.4 Spannungsqualität	10
2.2.5 Spektralanalyse	11
2.2.6 Phasor	13
2.2.7 Phase	13
2.2.8 Synchrophasor	13
2.3 Die Messkette	14
2.3.1 Ankopplung über Messwandler	14
2.3.2 Analog-Digital-Umsetzer	14
2.3.3 Digitale Signalverarbeitung	15
2.3.4 Messwertausgabe und Schnittstellen	15
2.4 Transformationen	16
2.4.1 Laplace-Transformation	16
2.4.2 z-Transformation	16
2.4.3 Fourier-Transformation	17
2.4.4 Fourier-Reihe	17
2.4.5 Fourier-Transformation für Abtastsignale	19
2.4.6 Diskrete Fourier-Transformation	19
2.4.7 Energieerhaltung und Rücktransformationen	20

2.5	Spektren abgetasteter Signale	21
2.5.1	Einflüsse entlang der Messkette	21
2.5.2	Abtastung periodischer Signale	24
2.5.3	Schlussfolgerungen	27
2.5.4	Spektren in realen Messungen	29
2.5.5	Erweiterte Definition der spektralen Re-Orthogonalisierung	30
2.6	Fensterfunktionen	33
2.6.1	Ansatz	33
2.6.2	Anwendung von Fenstern auf diskrete Signale	34
2.6.3	Darstellungsformen des Fensterkerns	35
2.6.4	Klassifizierung von Fenstern	36
2.7	Stand der Technik und Wissenschaft	40
2.7.1	Normung	40
2.7.2	Messwandler	41
2.7.3	Messung von Synchrophasor, Netzfrequenz und RoCoF	42
2.7.4	Spektralanalyse	44
2.7.5	Netzimpedanz	47
2.7.6	Spannungsqualität und Störaussendung	48
2.7.7	Harmonische Leistungsflüsse	48
2.7.8	Interpolationsverfahren	51
3	Messverfahren	55
3.1	Überblick	55
3.1.1	Ankopplung am Messpunkt	55
3.1.2	Digitales System	56
3.2	Signalkonditionierung	57
3.2.1	Zeitbasen und Takte	58
3.2.2	Analog-Digital-Umsetzung	59
3.2.3	TP ₁ -Filterstufe	59
3.2.4	Interpolationseinheit	60
3.2.5	TPK-Stufe	61
3.3	Phasenregelung	63
3.3.1	Modell des Eingangssignals	64
3.3.2	Frequenzverschiebung	65
3.3.3	Finale Filterstufe	65
3.3.4	Berechnung des Grundswingungsphasors	68
3.3.5	Phasenregelung in einphasiger Konfiguration	68
3.3.6	Phasenregelung in dreiphasiger Konfiguration	69
3.3.7	Ermittlung des Korrekturterms	71
3.3.8	Abgrenzung gegenüber anderen PLL-Verfahren	72
3.4	Dimensionierung	74
3.4.1	Relative Abtastrate am Datenausgang	74
3.4.2	Relative Abtastrate am Ausgang des Interpolators	74
3.4.3	Überlegungen zu Signal-to-Noise ratio (SNR) und Prozessgewinn	75
3.4.4	Auslegung der TP ₁ -Filterstufe	77
3.4.5	Auslegung des MFEU-Takts, der TPK- und TP _f -Stufen	78
3.4.6	Auswahl des Interpolationsverfahrens	82
3.4.7	Parametrierung des Phasenreglers	83

3.5	Ermittlung und Kompensation der Abtastratenabweichung	86
3.5.1	Einfluss auf die Frequenz- und RoCoF-Messung	86
3.5.2	Anforderungen an das Kalibriersignal	86
3.5.3	Ermittlung des Flankenabstands	87
3.5.4	Quantisierung	87
3.5.5	Mittelung und Konfidenzintervall	88
3.5.6	Einschränkung des Messfensters	89
3.6	Spektrale Spannungsqualitätsanalyse	91
3.6.1	Signalvorbereitung	91
3.6.2	Phasoren von Spannung, Strom und Leistung	93
3.7	Entwicklung des Sinusrampenbasisfensters	95
3.7.1	Überlegungen zu Netzsignalen und Fensterfunktionen	95
3.7.2	Entwurfsidee für ein neues Fenster	96
3.7.3	Erweiterung zu neuer Fensterklasse	97
3.8	Messung des RoCoF	98
3.8.1	Betrachtung des RoCoF im messtechnischen Sinn	98
3.8.2	Definition der Differenzierer	99
3.8.3	Frequenzgang des Filters	101
3.9	Qualitätsindex	103
3.9.1	Ansatz	103
3.9.2	Idee	104
3.9.3	Validierung hinsichtlich Synchronizität	104
3.9.4	Validierung hinsichtlich Signal-Rausch-Verhältnis	105
4	Validierung	109
4.1	Aufbau der Simulation	109
4.1.1	Definition der Testsignale	109
4.1.2	Ein- und Ausgangsgrößen der Simulation	110
4.1.3	Metriken	110
4.1.4	Implementierung der Simulation	111
4.1.5	Testszenarien	112
4.2	Abschätzung des Interpolationsfehlers	113
4.2.1	Testszenario	113
4.2.2	Fehlermaß	114
4.2.3	Ergebnisse	114
4.2.4	Diskussion	115
4.3	Stationärer Zustand	117
4.3.1	Testsignale	117
4.3.2	Ergebnisse der Netzfrequenzschätzung	118
4.3.3	Ergebnisse im Spektrum	119
4.4	Frequenzrampe	123
4.4.1	Testsignale	123
4.4.2	Ergebnisse der Netzfrequenzschätzung	124
4.4.3	Ergebnisse im Spektrum	125
4.4.4	Ergebnisse der RoCoF-Schätzung	130
4.5	Amplituden- und Phasensprünge	132
4.5.1	Testsignale	132
4.5.2	Ergebnisse der MFEU-Ausgaben	133
4.5.3	Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung	133

4.5.4	Ergebnisse der RoCoF-Schätzung	135
4.6	Zwischenharmonische	137
4.6.1	Testsignale	137
4.6.2	Reaktion der Netzfrequenzschätzung	138
4.6.3	Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung	139
4.7	Asymmetrisches Drehstromsystem	140
4.7.1	Testsignale	140
4.7.2	Ergebnisse der Frequenzschätzung	140
4.8	Diskussion	142
4.8.1	Messung und Interpretation der Netzfrequenz	142
4.8.2	Betrachtungen im Spektrum	143
4.8.3	Harmonische Leistungsflüsse	144
4.8.4	Bewertung der Güte in echten Messungen	144
5	Entwicklung des Laborprototypen	147
5.1	Aufbau des Messgeräts	147
5.1.1	Spannungsmessung	147
5.1.2	Strommessung	147
5.1.3	Anschlussbox	148
5.1.4	Analog-Digital-Umsetzer	149
5.1.5	Externe Zeitreferenz	149
5.1.6	Besonderheiten des Anschlusses	150
5.2	Implementierung des digitalen Systems	151
5.2.1	Algorithmus	151
5.2.2	Benutzerschnittstelle	152
5.3	Validierung am Tongenerator	153
5.3.1	Aufbau	153
5.3.2	Ergebnisse	155
6	Messungen	159
6.1	Metriken und Zeitsignale	159
6.1.1	Frequenzdynamik	159
6.1.2	Winkelfehler des Grundschwingungsphasors	159
6.1.3	Anzeige von Zeitsignalen	160
6.1.4	Reduzierter Qualitätsindex	160
6.1.5	Normierte harmonische Leistung	161
6.2	Messaufbau	162
6.2.1	Messplatz	162
6.2.2	Messobjekte	162
6.2.3	Referenzmessgerät	164
6.2.4	Szenarien	165
6.3	Ergebnisse	166
6.3.1	Zeitsignale	166
6.3.2	Ausgaben der MFEU	167
6.3.3	Spannung und Strom	170
6.3.4	Bewertung harmonischer Daten mittels Qualitätsindex	171
6.3.5	Berechnung harmonischer Wirkleistung	173
6.3.6	Gesamtleistungsbetrachtung und Vergleich mit Referenzmessung	176

7	Zusammenfassung und Ausblick	179
7.1	Forschungsfragen	179
7.2	Ausblick	182
A	Harmonische Leistungsflüsse	185
A.1	Ziel des Beweises	185
A.2	Ausgangslage	185
A.3	Bestimmung der Abhängigkeiten	186
A.4	Fourier-Reihe	186
A.4.1	Anwendung auf den Strom	186
A.4.2	Anwendung auf die Klemmenspannung	188
A.4.3	Anwendung auf den Spannungsabfall an der Netzimpedanz	189
A.5	Leistungsbetrachtung	189
A.5.1	Betrachtung am Gerät	189
A.5.2	Betrachtung an der Netzimpedanz	190
A.6	Überprüfung auf Plausibilität	190
A.6.1	Energieerhaltung auf den einzelnen Harmonischen	190
A.6.2	Gesamtleistungsbilanz	190
B	Herleitungen und Definitionen	193
B.1	Modell des idealen Abtasters mittels Dirac-Impulskamm	193
B.1.1	Definition des Dirac-Impulses	193
B.1.2	Definition des Dirac-Impulskamms	193
B.1.3	Zeit- und frequenzbezogene Impulskämme	194
B.1.4	Modellierung der idealen Abtastung	195
B.2	Fenstermetriken	196
B.2.1	Metriken des Fenster-Kerns	196
B.2.2	Äquivalente Rauschbandbreite	197
B.2.3	Charakteristika bei Überlappung	197
B.3	Herleitung der diskreten Reglergleichung	199
B.4	Verkürzung der Diskrete Fourier-Transformation (DFT) durch Überlagerung	201
B.5	Abschätzung des Quantisierungsfehlers in 64-Bit-Fließkommazahlen	202
B.5.1	Struktur der Fließkommazahlen	202
B.5.2	Darstellbarer Dynamikbereich der DFT	202
B.5.3	Simulation	202
B.6	Frequenzgang des exponentiellen Glättungsfilters	204
B.6.1	Übertragungsfunktion	204
B.6.2	Filterauslegung	205
C	Aufbau des Laborprototypen	207
C.1	Übertragungsfunktion der Rogowski-Spule	207
C.2	Visualisierung der absoluten Abtastraten im PQMS	208
C.3	Programmablaufpläne zum Messprogramm	209
C.4	Messprogramm	212
C.5	Messaufbauten	214
D	Die Klasse der Sinusrampenfenster	219
D.1	Die Idee der Faltungsfenster	219
D.2	Faltung des Sinusrampenbasisfensters	219
D.3	Charakteristika der Sinusrampenfenster	220

D.4	Vergleich mit anderen Fenstern	222
D.4.1	Untersuchte Fenster	222
D.4.2	Berechnungsparameter	222
D.4.3	Ergebnisse	222
E	Filterkoeffizienten	227
E.1	Filter der TP ₁ -Stufe	227
E.2	Filter der TPK-Stufe	228
E.2.1	TPK-Filter 1	228
E.2.2	TPK-Filter 2	229
E.2.3	TPK-Filter 3	230
E.2.4	TPK-Filter 4	231
E.2.5	TPK-Filter 5	232
E.2.6	TPK-Filter 6	233
E.2.7	TPK-Filter 7	234
E.2.8	TPK-Filter 8	235
E.2.9	TPK-Filter 9	236
E.2.10	TPK-Filter 10	237
E.2.11	TPK-Filter 11	238
E.2.12	TPK-Filter 12	239
E.2.13	TPK-Filter 13	240
E.3	TP _f -Stufe	241
	Eigene Journal-Veröffentlichungen	243
	Eigene Konferenzbeiträge	245
	Literaturverzeichnis	247
	Normenverzeichnis	263

Abbildungsverzeichnis

2.1	Übersicht über die Begrifflichkeiten der Spektralanalyse von Netzsignalen (qualitativ).	12
2.2	Schematische Darstellung der Messkette.	14
2.3	Modell der Messkette zur Erfassung des Signals $x(t)$.	21
2.4	Dirichlet-Kern a) für verschiedene T , b) normiert in logarithmischer Darstellung.	23
2.5	Visualisierung des Beispiels mit $f_s T_0 = 10$ und $N = \lfloor k f_s T_0 \rfloor$.	28
2.6	Kerne der kontinuierlichen Fensterfunktion und des diskreten Fensters am Beispiel der Rechteck-Funktion für a) $N = 10$ und b) $N = 100$.	34
2.7	a) Zeitsignal $w[n]$ und b) Gain-Funktion $G(m)$ verschiedener Fenster.	36
2.8	Gain-Funktion $G(m)$ und Fenster-Metriken am Beispiel des SFT3M-Fensters. a) Haupt- und Nebenkeulen (NK) mit Metriken. b) Darstellung der Nebenkeulendämpfung. c) Flachheitsmaße.	37
2.9	Darstellung der Gruppierung der DFT-Ausgabe nach DIN EN 61000-4-7 [N6].	47
3.1	Modell der Ankopplung des Messsystems in Vierleiternetzen (mit oder ohne PE, gestrichelt). Grau: Anti-Aliasing-Filter. Blau: Spannungs- und Stromwandler.	56
3.2	Schematische Darstellung des PQMS-Konzepts in dreiphasiger Konfiguration. ADU: Analog-Digital-Umsetzer, TP_1 : Erstes Tiefpassfilter, INT: Interpolator, TPK: Tiefpassfilterkaskade, MFEU: Einheit zur Phasenregelung und Netzfrequenzschätzung. SSQA: Spektrale Spannungsqualitätsanalyse.	57
3.3	Digitale Signalverarbeitungskette entlang des Kanals x .	58
3.4	Entwurfsparameter für die TP_1 -Filterstufe (qualitativ).	60
3.5	Darstellung der TPK-Stufe entlang des Kanals x .	61
3.6	Entwurfsparameter für die TPK-Filterstufe (qualitativ).	63
3.7	Einphasige Mains Frequency Estimation Unit (MFEU) auf dem Kanal x . TP_f : Finales Tiefpassfilter, LPC: Berechnung des Grundschwingungsphasors. PID: Phasenregler.	64
3.8	Veranschaulichung der in Frage kommenden Filter für die TP_f -Stufe am Beispiel von $\nu = 3$. a) Frequenzgänge der Filter. Darstellungen in der z -Ebene für b) Mittelwertfilter, c) von-Hann-Filter, d) Hamming-Filter.	68
3.9	Dreiphasige MFEU auf den Kanälen x_1, x_2, x_3 .	70
3.10	Zulässige nominale Abtastraten f_{sn} für $\lambda > \mu$. Die blaue Fläche entspricht dem sich aus Gl. 3.66 ergebenden Toleranzband.	75
3.11	a) SNR-Verlust in Abhängigkeit des Sicherheitsfaktors s_f und des Crest-Faktors einer Sinus- ($c_r = \sqrt{2}$) und Dreiecksschwingung ($c_r = \sqrt{3}$). b) SNR-Gewinn durch Überabtastung für verschiedene Abtastraten bei einer Nutzsignalbandbreite von $f_b = 50$ Hz.	77
3.12	Entwürfe verschiedener Tiefpassfilter für die TP_1 -Stufe. a) Betragsfrequenzgänge bis zur halben Abtastrate π , b) Betrachtung im Durchlassbereich (blaue Fläche), c) Gruppenlaufzeit $\tau_g(\Omega)$ im Durchlassbereich, d) $\Delta\tau_{gd}$ für verschiedene Filterentwürfe (TI/TII: Tschebyscheff I/II, C: Cauer, EQR: Equiripple, DB: Durchlassbereich, SB: Sperrbereich, SDB: Sperr- und Durchlassbereich).	79

3.13	Überlegungen zur Auslegung des MFEU-Takts ν . a) Minimale Filterordnung $N_{\text{fm}}(\nu)$ für die Halbbandfilter gemäß Gl. 3.27 und Gl. 3.28. b) Verringerung der Dämpfung des Filters an einer exemplarischen Frequenz $\Omega_t = \frac{2,4}{2^{\nu-1}}\pi$ durch Überlagerung der periodischen Spektren. c) Gruppenlaufzeiten der Filterkaskade $\hat{\tau}_k(\nu)$ sowie der finalen Filterstufe $\hat{\tau}_f(\nu)$. d) Gesamtgruppenlaufzeit der MFEU $\hat{\tau}_{\text{mfeu}}(\nu)$	81
3.14	Darstellung der Kennwerte der geöffneten Regelstrecke. Das System ist für $n_\nu < 0$ vollständig synchron, bei $n_\nu = 0$ springt die Stellgröße auf $y_c[n_\nu] = 0,1$	84
3.15	Darstellung der Flankenabstandsbestimmung für $r_n = 10$	87
3.16	a) Nominaler Flankenabstand r_n und b) Quantisierung der Abtastratenabweichung (AtRA) \hat{Q}_d für verschiedene nominale Abtastraten f_{sn} in Abhängigkeit der Kalibriersignalfrequenz f_c	88
3.17	Sinusrampenbasisfenster. a) Fensterfunktion $w(x)$. b) Zeitbereichscharakteristika mit Amplitudenflachheit $a(r)$ und Überlappungskoeffizient $c(r)$. c) Normalisierte Gain-Funktion $G(m)$ des Fensters.	97
3.18	Qualitative Darstellung der Berechnung der Rate of Change of Frequency (RoCoF)-Schätzung.	100
3.19	Verlauf des relativen Fehlermaßes e_{rel} für drei Werte von t_w über dem Netzfrequenzbetriebsbereich des Systems.	102
3.20	Verhalten des Qualitätsindex auf dem DFT-Bin $h_0 = 10$ bei zunehmender Asynchronizität für verschiedene Werte von β über $N_q = 200$ Perioden. a) Qualitätsindex im eingeschwungenen Zustand auf dem letzten Periodenindex $N_q - m_{\text{fn}}$. b) Einschwingverhalten über Periodenindex l . Die jeweiligen Werte für $ \hat{\delta} $ entsprechen den Markierungen in a).	105
3.21	a) Stationärer Endwert $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ für verschiedene Werte von β und verschiedene Fenster. b) Überlappungsverhältnis r gemäß Gl. 3.114 und Überlappungskoeffizient der Fenster $c(r)$. Fensterfunktionen: $m_{\text{fn}} = 1$: Rechteck, 2: Sinusrampenbasisfenster, 3: SFT3F, 4: SFT4F (beide aus [73]), 5: HFT90D, 6: HFT116D (beide aus [72]).	107
3.22	Qualitätsindex bei verrauschten Signalen. a) Schätzung für den Erwartungswert $\hat{Q}_\beta(\varrho, r)$ in Abhängigkeit von ϱ unter Verwendung des Sinusrampenbasisfensters (SRB) mit $r = 0,5$. b) Vergleich zwischen Simulationsergebnis mit $N_q = 10^5$ und berechnetem Erwartungswert $\hat{Q}_\beta(\varrho, r)$ für verschiedene Kombinationen aus Fenster und β mit $h_0 = 3$	108
4.1	Gemittelttes modifiziertes Periodogramm des Interpolationsfehlers $\underline{E}_{\text{int}}[m]$ für verschiedene Unterabtastfaktoren ς mit a) $f_t = 5 \text{ kHz}$, b) $f_t = 500 \text{ kHz}$	115
4.2	Betrag des Frequenzfehlers $ e_f[n_\nu] $ während des Einschwingprozesses und Übergang in den eingeschwungenen Zustand für vier verschiedene Soll-Netzfrequenzen. a) Eingangssignale als 64-Bit-Fließkommazahlen. b) Simulation mit Quantisierung von $\Lambda = 12 \text{ Bit}$ auf dem Eingangssignal.	118
4.3	Gemittelttes Betragsspektrum $\hat{U}_x[h]$ berechnet mit $l_{\text{st}} = 100$. a) Ohne zusätzliche Simulation der Quantisierung am Analog-Digital-Umsetzer (ADU). b) $\Lambda = 8 \text{ Bit}$. c) $\Lambda = 12 \text{ Bit}$. Die gepunktete horizontale Linie bei 0 dB entspricht $ \underline{U}[h] $. d) Vergrößert für die dem Zeitsignal aufmodulierten Harmonischen (nicht quantisiert und mit $\Lambda = 12 \text{ Bit}$ quantisiert).	120

4.4	Mittlerer Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ über h a) ohne Quantisierung und b) mit einer Quantisierung von zwölf Bit. Die gestrichelten Linien stellen den maximalen Vektorfehler dar. c) Einschwingprozess des Vektorfehlers $e_v[l, N_h]$ auf der höchsten aufmodulierten Harmonischen N_h ohne Quantisierung und d) mit Quantisierung von zwölf Bit.	122
4.5	Betrag des Frequenzfehlers $ e_f[n_\nu] $ während des Beginns der Frequenzrampe für verschiedene Frequenzänderungsraten. a) Ohne Quantisierung. b) Mit $\Lambda = 12$ Bit.	124
4.6	Gemitteltetes Betragsspektrum $\hat{U}_x[h]$ im quasi-stationären Bereich der Frequenzrampe. Vergleich von nicht-quantisiertem und mit $\Lambda = 12$ Bit quantisiertem Szenario. a) Harmonische bis zur 3.000. Ordnung, b) oberer harmonischer Bereich. c) Vergrößert für die dem Zeitsignal aufmodulierten Harmonischen bei verschiedenen Frequenzänderungsraten.	125
4.7	Gemittelter Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ im quasi-stationären Bereich der Frequenzrampe für verschiedene Frequenzänderungsraten r_{set} . a) Aufgetragen über dem Bereich aller aufmodulierten Harmonischen. b) Im Bereich $\bar{e}_v[h] \leq 5\%$	126
4.8	Mittlerer Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ für ausgewählte Werte von h über dem mittleren Frequenzfehler \bar{e}_f bei verschiedenen Frequenzänderungsraten r_{set}	127
4.9	Vektorfehler $e_v[l, h_0]$ im quasi-stationären Bereich der Frequenzrampe entlang des Periodenindex l auf der harmonischen Ordnung $h_0 = 1801$ für verschiedene Frequenzänderungsraten.	127
4.10	Approximationskoeffizienten a) $a_{\text{ev}}[h]/h$ und b) $b_{\text{ev}}[h]$ für die Funktion des Vektorfehlers $e_v(h, e_f)$ über der harmonischen Ordnung.	128
4.11	Qualitätsindex $Q[l, h_0]$ über Periodenindex l für verschiedene Szenarien und Werte von β . a) $r_{\text{set}} = 0,001$ Hz/s auf $h_0 = 1801$. b) $r_{\text{set}} = 0,02$ Hz/s auf $h_0 = 11.501$	129
4.12	Mittlere Abweichung des Qualitätsindex $\bar{e}_Q[h]$ über dem mittleren Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ für verschiedene Werte von β	130
4.13	RoCoF-Schätzwert $r_{\text{twc}}[n_\nu]$ für verschiedene Werte von t_w . a) Verlauf der RoCoF-Schätzung $r_{\text{twc}}[n_\nu]$ über die gesamte Simulationsdauer, Simulation ohne Quantisierung. b) Vergrößerung des Ausschnitts aus Teilabb. a. c) Ergebnisse der Simulation mit $\Lambda = 12$ Bit.	130
4.14	Ergebnisse der Sprungszenarios. Linke Spalte: Amplitudensprung um $+10\%$ (durchgezogene Linie) und $+1\%$ (gestrichelte Linie). Rechte Spalte: Phasensprung um $\pi/18$ (durchgezogene Linie) und $\pi/180$ (gestrichelte Linie). a) und b) Frequenzfehler $e_f[n_\nu]$ zum Sprungzeitpunkt. c) und d) Betrag des Frequenzfehlers $ e_f[n_\nu] $. e) und f) Verhalten des Betrags des Grundswingungsphasors $ \hat{X}[n_\nu] $. Die gestrichelte vertikale Linie bezeichnet den Sprungzeitpunkt.	134
4.15	Zu erwartender maximaler Vektorfehler während eines a) Amplituden- und b) Phasensprungs nach Vergehen von sieben (gestrichelte Linien) und 14 Perioden (durchgezogene Linien) für verschiedene harmonische Ordnungen.	135
4.16	Betrag der RoCoF-Größe $ r_{\text{twc}}[n_\nu] $ während des a) 10% -Amplitudensprungs und b) $\pi/18$ -Phasensprungs für verschiedene Werte von t_w bei einer Quantisierung von $\Lambda = 12$ Bit.	135
4.17	Ergebnisse des Rundsteuersignal-Szenarios. a) Verlauf des Frequenzfehlers $e_f[n_\nu]$ bei Aufmodulation des Rundsteuersignals. b) Betrag des Frequenzfehlers $ e_f[n_\nu] $, logarithmisch. c) Betrag des Grundswingungsphasors. d) Eingangsspannungssignal mit aufmoduliertem Rundsteuersignal bei $f_{\text{rs}} = 168$ Hz.	138

4.18	Ergebnisse für die Sprungszzenarien im asymmetrischen Drehstromsystem. a) Frequenzfehler während des Amplitudensprungs und c) während des Phasensprungs. c) Beträge der Schätzungen für symmetrische Komponenten und d) Phasoren der drei Spannungen. e) Visualisierung des Drehstromsystems (blau) und des resultierenden Mitsystems (orange) nach dem Amplitudensprung und f) Phasensprung mit eingezeichnetem Mittelpunkt des Drehstromsystems.	141
5.1	Betragsfrequenzgänge der Rogowski-Spulen $ \underline{H}_r(j\omega) $ mit den Nenncharakteristika laut Datenblatt, Nennfrequenzgang des Tiefpassfilters $ \underline{H}_b(j\omega) $ und zu erwartender Frequenzgang des Übertragungskanal der Strommessung $ \underline{H}_i(j\omega) $ mit $R_{t,r} = 1 \text{ M}\Omega$, $M = 64 \text{ nH}$, $R_r = 60 \text{ }\Omega$, $L_r = 190 \text{ }\mu\text{H}$, $C_r = 0 \text{ F}$ als Parameter für die Rogowski-Spule $\underline{H}_r(j\omega)$ und $C_{tp} = 3,3 \text{ nF}$, $R_{tp} = 10 \text{ k}\Omega$ für das Tiefpassfilter $\underline{H}_b(j\omega)$	148
5.2	Schaltplan der Anschlussbox. Oben: Messeingänge Spannung, Eingangsklemmen Rogowski-Spulen. Unten: BNC-Ausgänge zum Anschluss an ADU.	149
5.3	Prüfaufbau mit Tongenerator. Grau: Testinfrastruktur mit Precision Time Protocol (PTP)-Zeitsynchronisation. Grün: Komponenten des Laborprototypen.	153
5.4	Signalmodell für das Testsignal. Blaue Felder: Digitale Signalverarbeitung. Rote Felder: Analoge Filter. Graue Felder: Taktgeneratoren.	155
5.5	Ergebnisse des Versuchs am Tongenerator. a) Frequenzschätzung. b) Frequenzfehler. c) Kurzzeit-Abtastratenabweichung d_k . d) RoCoF-Schätzung. Gemitteltes Betragsspektrum über e) Nutzfrequenzbereich, f) den aufmodulierten Harmonischen. g) Aufmodulierte Harmonische mit Nebenkeulen. h) $e_Q[l, h]$ für ausgewählte Harmonische. i) Gemittelter Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ mit 95 %-Konfidenzintervall. j) $1,96\sigma$ -Wert des Vektorfehlers.	157
6.1	Messplatz mit Schaltschrank (links) und den Kunststoffdurchführungen der Leiter (rechts).	162
6.2	Frequenzumrichter (FU) der Kompressionskältemaschine.	163
6.3	Zeitsignale. a) Leiter-Erde-Spannungen $\hat{u}_1[n_\mu]$, $\hat{u}_2[n_\mu]$ und $\hat{u}_3[n_\mu]$ im Leerlauf. Ströme $\hat{i}_1[n_\mu]$, $\hat{i}_2[n_\mu]$, $\hat{i}_3[n_\mu]$ in den Messszenarien b) TO c) KM.	166
6.4	Histogramme der Frequenz- und RoCoF-Messung. a) Frequenzdynamik $e_{dyn}[n_\nu]$ bei einer Klassenbreite von $0,2 \text{ mHz}$. b)-d) Histogramme der RoCoF-Schätzungen $r_{twc}[n_\nu]$ für b) $t_w = 0,5 \text{ s}$, c) $t_w = 1 \text{ s}$ d) $t_w = 2 \text{ s}$ bei einer Klassenbreite von $0,5 \text{ mHz/s}$	167
6.5	Gegenüberstellung von a) Frequenzschätzung, b) RoCoF-Schätzung sowie c) Betrag und d) Winkelfehler der Grundswingungsphasoren während eines Auschlags in den MFEU-Größen im LL-Szenario. Die grauen Flächen zeigen die Auftrittszeitpunkte des Ereignisses an.	168
6.6	Reaktion des Systems im RS-Szenario auf ein Rundsteuersignal von $f_{rs} = 216,7 \text{ Hz}$. a) Frequenzschätzung. b) RoCoF-Schätzung. c) Betrag und d) Winkelfehler der Grundswingungsphasoren. Die grauen Flächen zeigen den Zeitraum zwischen Beginn und Ende des Rundsteuertelegramms.	169
6.7	Gemitteltes Betragsspektrum der drei Leiter-Erde-Spannungen im LL-Szenario.	170
6.8	Spektrogramm der Spannung $ \hat{U}_1[l, h] $. Es zeigt die Reaktion des Systems im RS-Szenario auf das Rundsteuersignal mit $f_{rs} = 216,7 \text{ Hz}$	171
6.9	Heatmaps für den Qualitätsindex $Q[l, h]$ sowie $Q_f[l, h]$, berechnet aus $\hat{U}_1[l, h]$ für $\beta = 3$ sowie $\beta = 5$ mit den Grenzwerten $Q_{thr} = 0,99$ und $Q_{thr} = 0,999$ im KM-Szenario für die ersten 500 Perioden der Messung anhand vierer Harmonischer.	172

6.10	Betrachtungen zur Berechnung der harmonischen Wirkleistung $\hat{P}_1[l, h]$ im KM-Szenario. Gemittelte Betragsspektren von a) Spannung b) Strom. Qualitätsindices mit $\beta = 5$ auf drei Harmonischen sowie der Grundschiwingung für c) Spannung, d) Strom. e) Abweichung des Qualitätsindex von 1 $e_Q[l, h]$ für Spannung und f) Strom. Harmonische Wirkleistung auf $h = 5$, f) für $h = 7$ und $h = 11$	174
6.11	Normierte harmonische Leistung $\underline{s}_1[l, h]$ auf der Grundschiwingung sowie den Harmonischen $h \in \{5, 7, 11\}$ in a) KM-Szenario und b) TO-Szenario.	175
6.12	Vergleich der Messergebnisse des Laborprototypen mit denen des Referenzmessgeräts. a) Frequenz. b) Wirkleistung. c) Scheinleistung. d) Blindleistung. Die grauen Flächen stellen die Eigenunsicherheit des Referenzmessgeräts gemäß Tabelle 6.1 dar.	177
A.1	Idealisierter Schaltkreis. Links: Netznachbildung mit Innenwiderstand. Rechts: Nichtlineare Last als angeschlossenes Gerät.	185
B.1	Modell des idealen Abtasters. a) Dirac-Impulskamm $\zeta(t)$. b) Kontinuierliches Abtastsignal $u_x(t)$ und modelliertes abgetastetes Signal $\hat{u}_x(t)$. c) Diskretes Signal $u_x[n]$	195
B.2	Überlappungscharakteristika am Beispiel des SFT3M-Fensters. a) Maximum und Minimum der überlappten Fenster. b) Amplitudenflachheit $a(r)$ und Überlappungskoeffizient $c(r)$ mit empfohlenem Überlappungsverhältnis r_{rec}	198
B.3	Darstellung des Beispiels zum Dynamikbereich der 64-Bit-Fließkommazahlen hinsichtlich der DFT mit Schätzwert gemäß Gl. B.44.	203
B.4	Frequenzgang des exponentiellen Glättungsfilters für verschiedene Werte von b_{ef}	204
C.1	Ersatzschaltbild der Rogowski-Spule.	207
C.2	Visualisierung der verschiedenen Abtastraten im Power Quality Measurement System (PQMS) bei $f_e[n_\nu] = 50$ Hz unter Verwendung der in Kapitel 3.4 beschriebenen Auslegungsparameter $\lambda = 18$, $\mu = 15$ und $\nu = 5$	208
C.3	Visualisierung der verschiedenen Abtastraten im PQMS bei $f_e[n_\nu] = 60$ Hz unter Verwendung der in Kapitel 3.4 beschriebenen Auslegungsparameter $\lambda = 18$, $\mu = 15$ und $\nu = 5$	208
C.4	Programmablaufplan zum UI-Thread.	209
C.5	Programmablaufplan zum Haupt-Thread.	210
C.6	Programmablaufplan für einen einzelnen Kanal-Thread.	211
C.7	Startbildschirm des Messprogramms mit Möglichkeiten zum Einstellen der Messbereiche des ADUs sowie Auswahl des Dateispeicherorts.	212
C.8	Echtzeitanzeige der MFEU-Ausgaben während der Messung. Oben links: Netzfrequenzschätzung. Unten links: RoCoF-Schätzung. Oben rechts: Betrag der Grundschiwungsphasoren. Unten rechts: Numerische Differentiation der Beträge der Grundschiwungsphasoren (experimentell, in dieser Arbeit nicht weiter behandelt).	212
C.9	Echtzeitanzeige der Grundschiwungsphasoren der gemessenen Spannung sowie der symmetrischen Komponenten in der komplexen Ebene während der Messung.	213
C.10	Echtzeitanzeige der Ermittlung der Abtastratenabweichung anhand des Kalibrier-signals mit statistischen Auswertungen während der Messung.	213
C.11	Messaufbau mit Laborprototyp, bestehen aus Anschlussbox und Picoscope 4824 (unten links), Messcomputer (unten rechts), Referenzmessgerät (Mitte, am Schalt-schrank) sowie dem Messplatz.	214
C.12	Laborprototyp. Anschlussbox (rechts). Picoscope 4824 (ADU, links).	214

C.13	Ankopplung der Messwandler mit Referenzmessgerät. Links: Rogowski-Spulen des Laborprototypen und Stromwandler des Referenzmessgeräts. Darunter: Ankopplung der Spannungsmessung über geschützte 4 mm-Klemmen. Rechts: Referenzmessgerät.	215
C.14	Validierung des Laborprototypen. Referenzsignalgenerator (links), Tongenerator (mitte), Picoscope 4824 (ADU, rechts).	215
C.15	Kompressionskältemaschine (Mitte) mit umgebendem Prüfstand. Der in Kapitel 6 beschriebene Messplatz befindet sich unmittelbar links davon.	216
C.16	Der in Kapitel 6 beschriebene Trockenofen.	217
D.1	Gefaltete Sinusrampenfenster für $C \in [1; 5]$. a) Fenster $w[n]$, b) Zeitbereichscharakteristika mit Amplitudenflachheit $a(r)$ und Überlappungskoeffizient $c(r)$. c) Normalisierte Gain-Funktion $G(m)$. Die vertikalen gestrichelten Linien in b) stellen das empfohlene Überlappungsverhältnis r_{rec} dar.	220
D.2	Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Hauptkeulenbreite m_{fn} über Nebenkeulendämpfung d_{sl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für $m_{\text{fn}} \leq 5$	224
D.3	Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Hauptkeulenbreite m_{fn} über Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für $m_{\text{fn}} \leq 5$	224
D.4	Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Nebenkeulendämpfung d_{sl} über Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl}	225
D.5	Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Hauptkeulenbreite m_{fn} über mittlerer Flachheit F_{fl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für den Bereich der Nicht-Flat-Top-Fenster.	225
D.6	Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich normalisierter äquivalenter Rauschbandbreite m_{bw} über maximaler Flachheit G_{fl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für den Bereich der Nicht-Flat-Top-Fenster.	226
E.1	Eigenschaften des TP ₁ -Filters. Bode-Diagramm mit a) Betragsfrequenzgang $ \underline{H}_{\text{TP1}}(e^{j\Omega}) $ und b) Phasengang $\arg\{\underline{H}_{\text{TP1}}(e^{j\Omega})\}$. c) Gruppenlaufzeit $\tau_g(\Omega)$. d) Polstellen-Nullstellen-Darstellung.	227
E.2	Eigenschaften des 1. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK1}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK1}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK1}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	228
E.3	Eigenschaften des 2. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK2}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK2}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK2}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	229
E.4	Eigenschaften des 3. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK3}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK3}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK3}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	230
E.5	Eigenschaften des 4. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK4}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK4}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK4}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	231

E.6	Eigenschaften des 5. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK5}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK5}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK5}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	232
E.7	Eigenschaften des 6. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK6}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK6}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK6}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	233
E.8	Eigenschaften des 7. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK7}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK7}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK7}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	234
E.9	Eigenschaften des 8. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK8}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK8}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK8}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	235
E.10	Eigenschaften des 9. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK9}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK9}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK9}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	236
E.11	Eigenschaften des 10. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK10}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK10}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK10}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	237
E.12	Eigenschaften des 11. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK11}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK11}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK11}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	238
E.13	Eigenschaften des 12. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK12}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK12}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK12}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	239
E.14	Eigenschaften des 13. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK13}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPK13}}(e^{j\Omega}) $ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK13}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	240
E.15	Eigenschaften des TP_f -Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPf}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z-Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $ \underline{H}_{\text{TPf}}(e^{j\Omega}) $ (blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPf}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).	241

Tabellenverzeichnis

1.1	Forschungsfragen	4
2.1	Verwendung von Klammertypen	7
2.2	Rundungsoperatoren	8
2.3	Operationen auf komplexen Zahlen	8
2.4	Notation für systemtheoretische Grundbegriffe	9
2.5	Kenngrößen der Spannungsqualität	11
2.6	Verwendete Fenstermetriken	36
2.7	Übersicht über die für diese Arbeit relevanten Normen	40
4.1	Größen in der Simulation zur Abschätzung des Interpolationsfehlers	113
4.2	Parameter der Testsignale zum stationären Zustand	117
4.3	Parameter der Testsignale im Frequenzrampenszenario	123
4.4	Größen im Sprung-Szenario	132
4.5	Größen im Rundsteuersignal-Szenario	137
4.6	Größen im Asymmetrie-Szenario	140
5.1	Übersicht über die im Messprogramm zur Anwendung kommenden Threads . . .	152
5.2	Parameter der Testsignale zur Untersuchung am Tongenerator	154
6.1	Messunsicherheit Referenzmessgerät	165
6.2	Gemessene Szenarien	165
D.1	Fenstermetriken der Sinusrampenfenster bis C5	221
D.2	Übersicht über die im Vergleich verwendeten Fenster, verwendete Parameter sowie Quelle.	223

Abkürzungsverzeichnis

AC	Alternating Current
ADU	Analog-Digital-Umsetzer
AF	Amplitude Flatness
ANF	Adaptive Notch Filter
API	Application Programming Interface
AtRA	Abstratenabweichung
AWG	Arbitrary Waveform Generator
BNC	Bayonet Neill Concelman
CENELEC	Comité Européen de Normalisation Électrotechnique
CIC	Cascaded Integrator Comb
CT	Current Transformer
DAU	Digital-Analog-Umsetzer
DC	Direct Current
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
DIN	Deutsches Institut für Normung
DLL	Dynamic Linked Library
DOI	Digitale Objektidentifikationsnummer
DSP	Digital Signal Processor
DSV	Digitale Signalverarbeitung
DTFT	Discrete-Time Fourier Transform
eIpDFT	Enhanced Interpolated Discrete Fourier Transform
EMV	elektromagnetische Verträglichkeit
ENBW	Equivalent Noise Bandwidth
ENOB	Effective Number of Bits
ENTSO-E	European Network of Transmission System Operators for Electricity
EPLL	Enhanced Phase Locked Loop

Tabellenverzeichnis

FFT	Fast Fourier Transform
FIR	Finite Impulse Response
TPK	FIR Cascade
FPGA	Field Programmable Gate Array
FU	Frequenzumrichter
GPS	Global Positioning System
HGÜ	Hochspannungs-Gleichstromübertragung
IDFT	Inverse Diskrete Fourier-Transformation
IEC	International Electrotechnical Commission
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
IIR	Infinite Impulse Response
IMS	Instrumentation and Measurement Society
INT	Interpolationseinheit
IpDFT	Interpolated Discrete Fourier Transform
ISBN	Internationale Standardbuchnummer
LabVIEW	Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench
LPC	Line Phasor Calculation
LSB	Least Significant Bit
LZI	linear und zeitinvariant
MCS	Mains Communicating System
MFEU	Mains Frequency Estimation Unit
NENBW	Normalized Equivalent Noise Bandwidth
PE	Protective Earth
PEL	Power-Energy Logger
PES	Power & Energy Society
PFC	Power Factor Correction
PLC	Power Line Communication
PLL	Phase-Locked Loop
PMU	Phasor Measurement Unit
XXIV	

POSIX	Portable Operating System Interface
ppm	Parts per Million
PQ	Power Quality
PQMS	Power Quality Measurement System
PTP	Precision Time Protocol
RDFT	Recursive Discrete Fourier Transform
RoCoF	Rate of Change of Frequency
SNR	Signal-to-Noise ratio
SOGI	Second-Order Generalized Integrator
SOS	Second Order Structure
SSQA	Spektrale Spannungsqualitätsanalyse
Spc	Samples per Cycle
THD	Total Harmonic Distortion
TIM	Transactions on Instrumentation and Measurement
TVE	Total Vector Error
UI	User Interface
USB	Universal Serial Bus
UTC	Koordinierte Weltzeit
VCO	Voltage-controlled oscillator
VSC	Voltage-Source Converter
VSM	Virtual Synchronous Machine

1 Einleitung

1.1 Hintergrund

Das elektrische Energieversorgungsnetz befindet sich im Wandel. Sowohl auf Seiten der Erzeuger wie auch der Verbraucher steigt der Anteil leistungselektronisch gekoppelter Geräte in allen Spannungsebenen des Netzes stark an. In Niederspannungsnetzen können dies Schaltnetzteile von Haushaltsgeräten, Ladesysteme für Elektrokraftfahrzeuge oder Umrichter in der Antriebstechnik sein [1, S. 302ff.], in höheren Spannungsebenen beispielsweise Stromrichter, die im Rahmen der Hochspannungs-Gleichstromübertragung (HGÜ) verwendet werden [2, S. 3][3, S. 289ff.]. In vielen Fällen verhalten sich diese Geräte nichtlinear: Gepulste Systeme oder verschiedene Gleichrichtertopologien sorgen dafür, dass die Kurvenform des Stroms vom rein sinusförmigen Verlauf teils stark abweicht. In modernen Geräten werden die leistungselektronischen Baugruppen in der Regel direkt ans Stromnetz angeschlossen. Dazwischengeschaltete Übertrager wie beispielsweise Transformatoren, die mit ihrem Energiespeicher eine Art Pufferwirkung bereitstellten, werden heute aus Effizienzgründen nicht mehr eingesetzt [3, S. 5ff.]. Dadurch beeinflussen das Verhalten und die Eigenschaften der leistungselektronischen Bauteile das umgebende Stromnetz direkt. Dies äußert sich in der Präsenz von harmonischen und zwischenharmonischen Strömen im Frequenzbereich bis 2 kHz und supraharmischen Strömen im Frequenzbereich zwischen 2 kHz und 150 kHz [4]. Es existiert eine große Zahl verschiedener Ansätze zur Kompensation dieser Störungen (engl. *Power Factor Correction*, PFC) [5,6,7], komplett verhindern lassen sie sich jedoch nicht.

Das Stromnetz kann als eine Parallelschaltung aller angeschlossenen Geräte an einer Spannungsquelle verstanden werden. Die Spannungsquelle selbst ist hierbei nicht ideal, sondern mit einem komplexen Innenwiderstand behaftet. Aus Sicht eines einzelnen Geräts bzw. an dessen Anschlusspunkt setzt sich die Netzimpedanz aus dem Schaltungsnetzwerk aller dieser parallel geschalteten Impedanzen zusammen. Die Netzimpedanz stellt sich hierbei als Funktion der Frequenz dar. Neueste Untersuchungen zeigen, dass sie zudem zeitlich volatil ist [C9]. Über die Netzimpedanz am Anschlussort führen die nichtlinearen Ströme zur Entstehung von Spannungen mit den jeweiligen Frequenzen, die sich der sinusförmigen Grundschwingung überlagern [8, S. 2][9] und deren Amplitude bzw. Phase sich aus dem Wert der Netzimpedanz auf der jeweiligen Frequenz ergeben. Diese Spannungen breiten sich dann im Netz weiter aus.

Ferner wird das Netz von Kommunikationssystemen als Übertragungskanal genutzt, beispielsweise von Rundsteueranlagen [J1] oder Schmalband-PLC-Systemen (engl. *Narrowband Power Line Communication*), beispielsweise in Form von intelligenten Energiezählern (engl. *smart meters*) [10, S. 767ff.][11, S. 178ff.]. Während Erstere im Frequenzbereich bis 3 kHz senden [N1, Kap. 4.10.2], erzeugen Letztere zu Kommunikationszwecken Signale im supraharmischen Bereich bis 148,5 kHz [N2, Kap. 4.1]. Neueste Schmalband-PLC-Technologien stoßen dabei sogar in den Frequenzbereich bis 500 kHz vor [12, S. 3]. Zukünftig ist zu erwarten, dass der Einfluss dieser Systeme wächst, da die Durchdringung gerade der Niederspannungsnetze mit Smart Metern in Europa stetig zunimmt [13, S. 4][14, S. 46ff.]. PLC-Systeme erfüllen damit eine grundlegende Aufgabe, die sich der Kernfunktion des Stromnetzes als Medium zum Transport elektrischer Energie überlagert. Die Forschung im Bereich der PLC arbeitet daher an der Sicherstellung einer möglichst reibungsfreien Koexistenz zwischen diesen beiden Funktionen [15][16].

1 Einleitung

All diese der Grundschiwingung überlagerten Emissionen haben vielfältige Auswirkungen. Schutz-einrichtungen können ausgelöst und über Abstrahlungen von Leitungen können Radio- und Funk-systeme gestört werden [17, S. 42], zudem können elektronische Komponenten in Geräten geschädigt werden oder vorschnell altern [18, S. 109ff.]. Generell erhöhen sich hierdurch die Anforderungen an die Störfestigkeit von Geräten [N3, Kap. 3.1.6]. Die Störungen sind von höchst volatilem Charakter: Wenn ein Gerät beispielsweise ein- oder ausgeschaltet wird oder seinen Lastzustand ändert, können sich die Störungsbilder grundlegend verändern. Während die klassische Oberschwingungsanalyse die Daten in Intervallen zu mehreren Perioden betrachtet und diese nach Berechnung weiter aggregiert [N4, Kap. 4.4], kann sie sehr kurzfristige Störungen nur unzureichend abbilden. Um diese messtechnisch erfassen und anschließend bewerten zu können, ist es daher erforderlich, die spektrale Komposition von Spannungs- und Stromsignalen in möglichst kurzen Intervallen so fein wie möglich zu analysieren.

Die Erzeugerseite des Energiesystems befindet sich ebenfalls im Wandel: Der Anteil erneuerbarer Energieträger wie Windkraft oder Photovoltaik an der installierten Gesamterzeugung des Netzes nimmt beständig zu [3, S. 1ff.][19, S. 179]. Diese speisen im Normalfall über Wechselrichter ins Netz ein, was den Anteil konventioneller Einspeiser im Netz reduziert. Konventionelle Erzeuger sind in der Regel über Synchronmaschinen ans Netz gekoppelt, bei denen die physikalisch inhärente Kopplung zwischen Drehzahl und der Frequenz ihrer Ausgangsspannung dazu führt, dass die in ihrer drehenden Masse gespeicherte kinetische Energie in Form von Momentanreserve netzfrequenzstabilisierend wirkt [10, S. 720ff.][19, S. 291ff.]. Im Verbundnetz folgen alle Synchronmaschinen der Netzfrequenz und umgekehrt, weshalb die Regelung der Netzfrequenz auf ihren Sollwert eine wichtige Systemdienstleistung ist, die hauptsächlich von großen Kraftwerksblöcken erbracht wird [N5, Kap. B.7]. Störgröße der Netzfrequenz ist die variable und unbekannte Netzlast: Da das Netz selbst keine Energie speichern kann, muss die Leistung, die zu jedem Zeitpunkt vom Netz bezogen wird, auch zeitgleich eingespeist werden. Hierbei stellt die mechanische Trägheit der rotierenden Teile der Synchronmaschinen in Großkraftwerken und der daran angeschlossenen Turbosätze eine wichtige Energiereserve bereit. Wird die Last größer als die Erzeugung, wird aus diesen rotierenden Systemen kinetische Energie ins Netz eingespeist, was die in Rotation befindlichen Komponenten abbremst und damit deren Drehzahl sowie die Netzfrequenz senkt. Bei Reduktion der Last verhält sich das System umgekehrt, die Netzfrequenz steigt. Daher ist die Netzfrequenz eine wichtige Regelgröße im Netz, die über eine kaskadierte Struktur aus verschiedenen Regelmechanismen stabil gehalten wird [10, S. 715ff.][20, S. 20ff.].

Die Transformation des Energiesystems hin zu mehr umrichter gespeister Erzeugung führt zu einer Reduktion der über Synchronmaschinen ins Netz eingespeisten Leistung im Verhältnis zur Gesamterzeugung. Die Substitution der Trägheit klassischer Synchronmaschinen durch Umrichter (sog. *Virtual Synchronous Machines*, VSMs oder *Synchronverters*) ist Gegenstand der Forschung [21][22][23]. Bis sich hier etablierte und ausgereifte Technologien systemweit etabliert haben, ist mittelfristig mit einer erhöhten Volatilität und Dynamik der Netzfrequenz zu rechnen.

1.2 Problemformulierung

Ist die Netzimpedanz in einem Netz gering und damit die Kurzschlussleistung hoch, so können nichtlineare Verbraucher die Netzspannung kaum negativ beeinflussen. Je höher die Netzimpedanz auf einer gegebenen Frequenz wird, desto höher werden die Spannungen, die durch Ströme auf dieser Frequenz an der Netzimpedanz abfallen und sich der Netzspannung überlagern. Andere Komponenten im gleichen Netz werden dadurch ebenfalls beeinflusst und können die Form ihres Strombezugs ändern. Ist ein Betriebsmittel mit nichtlinearem Strombezug einer verzerrten Spannung ausgesetzt, können auf denjenigen Frequenzen, die sowohl signifikante Spannungen als

auch Ströme aufweisen, Leistungen fließen [24, S. 453ff.]. So wird in [18, S. 109ff.] festgestellt, dass sich Kondensatoren durch Belastungen in gewissen Frequenzbereichen erwärmen können, was zu einer signifikanten Beschleunigung von Alterungsprozessen führen kann. Da die Verzerrungen der Ströme und Spannungen durch nichtlineare passive Schaltungen meistens periodisch mit der Grundschiwingung der Netzspannung sind, handelt es sich bei denjenigen Frequenzen um ganzzahlige Vielfache der Netzfrequenz, sog. Harmonische. Bereits einfache nichtlineare Verbraucher wie beispielsweise Halbbrücken-Gleichrichter führen zu Leistungsflüssen auf harmonischen Frequenzen. Hierzu sei auf Anhang A verwiesen, in dem dies anhand einer Beispielschaltung gezeigt wird. Kommen aktive Störer wie gepulste Schaltnetzteile und Umrichter oder PLC-Systeme hinzu, können auch zwischen- und supraharmische Störungen entstehen [4][25].

Bei Kenntnis der Impedanz bzw. des Stromverhaltens der Verbraucher sowie der Impedanz der Spannungsquelle lässt sich die Entstehung und Ausbreitung dieser Störungen in gewissen Grenzen modellieren [2, S. 569ff. und S. 607ff.][26][27]. In den meisten Fällen sind diese Informationen jedoch nicht oder nur teilweise vorhanden. Ist die Spannungsqualität an einem Anschlusspunkt dann gestört, muss die Ursache messtechnisch ermittelt werden. Die aktiven Normen zur Messung der spektralen Spannungsqualität und zur elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) berücksichtigen ausschließlich die Amplitudeninformation von Signalbestandteilen mit Frequenzen oberhalb der Grundschiwingung. Sollen nun Leistungsflüsse in diesem Bereich gemessen werden, muss eine parallele Messung von Spannungen und Strömen mit genauer Phasenlage erfolgen, um die Leistungsflussrichtung und den Betrag der Leistung bzw. die resultierende Wirkleistung auf den jeweiligen Frequenzen zu ermitteln.

Dabei sind die Anforderungen an das Signal-Rausch-Verhältnis (engl. *Signal-to-Noise ratio*, SNR) auf den Signalen sehr hoch; in den Spektren der Spannungen und Ströme können die verschiedenen Signalkomponenten in ihrer Amplitude mehrere Zehnerpotenzen auseinanderliegen. Die digitale Messtechnik ist jedoch gleich mehreren Effekten ausgesetzt, die die Nutzsignale verzerren, das Grundrauschen erhöhen und das SNR verringern können: Zunächst gibt es auf analoger Seite Störeffekte wie thermisches Rauschen und eingestreute elektromagnetische Störungen [28, S. 59ff.][29, S. 210ff.]. Auch die Messwandler prägen dem Spektrum der Eingangssignale ihren Frequenzgang auf und müssen ggf. kompensiert werden [30, S. 61ff.][31, S. 159ff.][32, S. 154ff.]. Auf Seite des digitalen Teils führt die Abtastung der Signale am Analog-Digital-Umsetzer zu einer zwangsweisen Quantisierung von Werten, was in einem Quantisierungsrauschen resultiert. Hinzu kommen Abweichungen in der Abtastrate und Jitter-Effekte [C7][33,34,35]. Eine signifikante Störquelle in der digitalen Signalverarbeitung selbst stellen die Verfahren zur Analyse von finiten und diskreten Signalen im Frequenzbereich dar, die auf der Fourier-Transformation basieren und nur in Sonderfällen korrekte Spektren berechnen können. Ist das Eingangssignal im betrachteten Messzeitraum beispielsweise nicht stationär und periodisch mit dem Messfenster, kommt es Verzerrungen des Spektrums, die die Güte der Spektralanalyse drastisch reduzieren, allen voran der Leck- oder Lattenzaun-Effekt (engl. *Leakage Effect*) [36, S. 45ff.]. Insbesondere für schwächere Signalanteile kann eine präzise Phaseninformation damit nicht mehr gewährleistet werden. Diese Effekte sind wohlbekannt und gut erforscht [J2][37]. Dennoch gibt es keinen universellen Kompensationsmechanismus, sondern eine Vielzahl von Verfahren, diese Effekte für spezifische Anwendungen zu kompensieren [J1][38,39,40]. Aktuelle Normen zur Messung der spektralen Spannungsqualität versuchen dieses Problem durch längere Messzeiträume, Mittellung mehrerer Spektren und Gruppierung von Frequenzkomponenten zu kompensieren. Es entsteht ein Spannungsfeld zwischen der Verbesserung der Messgüte und Frequenzauflösung durch höhere Messdauer auf der einen und den Anforderungen an die Reduktion ebendieser durch die zunehmende Dynamik in den Netzsignalen und der Netzfrequenz. Soll sich nun der durch die Unschärferelation der Systemtheorie vorgegebenen maximalen Auflösung in Zeit- und Frequenzbereich angenähert werden [41, S. 225ff.][42, S. 560ff.], so sind die Einflüsse des Leck-Effekts zu

reduzieren. Während viele Verfahren versuchen, bestehende Verzerrungen und Fehler zu kompensieren, wird in dieser Arbeit der Ansatz der spektralen Re-Orthogonalisierung verfolgt, die die Vermeidung dieser Fehler bereits vor der Entstehung zum Ziel hat [J1].

1.3 Ziel der Arbeit und Forschungsfragen

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Validierung eines Verfahrens zur Messung der spektralen Spannungsqualität sowie harmonischer Wirkleistungsflüsse mit höchstmöglicher Zeitauflösung im Frequenzbereich der Harmonischen sowie bis in den supraharmischen Frequenzbereich hinein, mindestens bis 150 kHz. Dies ist der in der Forschung zu supraharmischen Emissionen bisher betrachtete Frequenzbereich [4][43], in dem Schmalband-PLC-Systeme in Europa bisher senden dürfen (A- bis D-Band) [N2, Kap. 4.1][44, S. 510]. Aufgrund der zunehmenden Bedeutung der G3-PLC-Systeme können darüber hinaus Messungen im Frequenzbereich bis 500 kHz zukünftig interessant sein, weshalb das Messverfahren auch für diesen Bereich ausgelegt werden soll. Der Betriebsbereich hinsichtlich der Netzfrequenz soll von 44 Hz bis 66 Hz reichen, was einem Bereich von ± 6 Hz um die Nennfrequenz in 50 Hz- bzw. 60 Hz-Netzen entspricht und damit den Anforderungen gemäß [N6, Kap. 4.4.1] mehr als genügt.

Das Messverfahren soll alle entlang der Messkette entstehenden Fehler im Rahmen der digitalen Signalverarbeitung bestmöglich kompensieren. Besonderes Augenmerk liegt hierbei auf der Vermeidung des Leck-Effekts, der bei der angestrebten zeitlich hochauflösenden Messung große Probleme, vor allem hinsichtlich der Genauigkeit der Phaseninformation, bereiten kann, sofern das analysierte Signal nicht exakt periodisch mit der Grundschwingung des harmonischen Systems ist. Hierzu erfolgt in Kapitel 2.5 eine erweiterte Problembeschreibung mit einer exakten Definition des Begriffes.

Diese Arbeit verfolgt dabei den Ansatz der spektralen Re-Orthogonalisierung von Spannungs- und Stromsignalen. Um dies mit der nötigen Güte zu erreichen, wird eine schnelle und präzise Messung der Grundfrequenz des zu messenden harmonischen Systems benötigt. Im Falle der Messungen am Energienetz ist dies die Netzfrequenz, wobei hierfür die Messgröße der Netzfrequenz betrachtet und definiert werden muss. Dies ist auch Teil der vorliegenden Arbeit.

Es ergeben sich für diese Arbeit die in Tabelle 1.1 aufgelisteten Forschungsfragen:

Tabelle 1.1: Forschungsfragen

Nr.	Frage
1	Wie stark verfälschen Abweichungen der Netzfrequenz sowie deren Dynamik die spektrale Analyse der Spannungsqualität bei konstanter Abtastrate und mit welchem Aufwand und in welcher Güte lassen sich diese Effekte kompensieren?
2	Wie lässt sich eine robuste und schnelle spektrale Re-Orthogonalisierung realisieren?
3	Welche Verbesserungen in der Spannungsqualitätsanalyse lassen sich durch spektrale Re-Orthogonalisierung erreichen?
4	Bis zu welcher Frequenz lassen sich durch spektrale Re-Orthogonalisierung Vorteile in der spektralen Spannungsqualitätsanalyse realisieren?
5	Bis zu welcher Frequenz kann ein auf spektraler Re-Orthogonalisierung basierendes Messverfahren die Spannungsqualität zufriedenstellend messen?

Im Rahmen der Forschungsfrage 1 muss erarbeitet werden, welche Abweichungen der Netzfrequenz von ihrem Sollwert und welche Netzfrequenzgradienten im Normalbetrieb des Netzes zu erwarten sind. Danach müssen die gängigen Verfahren zur Kompensation des Leck-Effekts hinsichtlich ihrer Qualität und der Anwendbarkeit auf Netzsignale untersucht werden.

Die Antwort auf Forschungsfrage 2 besteht in der Vorstellung des entwickelten PQMS-Algorithmus (engl. *Power Quality Measurement System*) und erfolgt in Kapitel 3.

Die Forschungsfragen 3 bis 5 werden in den Kapiteln 4 und 5 beantwortet. Speziell zur Beantwortung der vierten Forschungsfrage wurde ein spezielles Validierungswerkzeug in Form eines Qualitätsindexes entwickelt, das in Kapitel 3.9 vorgestellt wird, bevor die eigentliche Validierung des Algorithmus stattfindet.

1.4 Veröffentlichungen und Zitierweise

Während der Arbeit an dieser Promotion wurde eine regelmäßige Veröffentlichung von Teilergebnissen angestrebt. Hieraus sind im Laufe der Zeit dreizehn Veröffentlichungen hervorgegangen, davon zwei Journal-Beiträge in den IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement (TIM) und elf Konferenzenbeiträge, davon fünf auf Tier-1-Konferenzen der IEEE-Gesellschaften *Instrumentation and Measurement Society* (IMS) und *Power & Energy Society* (PES). In Kapiteln, deren Inhalte gänzlich oder in Teilen bereits veröffentlicht sind, wird zu Beginn auf die entsprechenden Veröffentlichungen hingewiesen.

Die wissenschaftliche Qualitätssicherung im Rahmen der Veröffentlichungen wurde dadurch sichergestellt, dass jede Einreichung von mindestens zwei den Autoren unbekannten Rezensentinnen bzw. Rezensenten begutachtet wurde (engl. *single blind peer review*). Alle Veröffentlichungen sind über die Online-Bibliothek des IEEE abrufbar und verfügen über eine Digitale Objektidentifikationsnummer (DOI) bzw. eine ISBN.

Am Ende dieser Dissertation finden sich vier Literaturverzeichnisse: Das Erste auf Seite 243 beinhaltet die eigenen Journal-Veröffentlichungen, die in der Arbeit mit dem Präfix 'J' indiziert werden ([J1],[J2]). Das zweite Literaturverzeichnis beinhaltet die eigenen Konferenzbeiträge und indiziert die Einträge mit dem Präfix 'C' ([C1]-[C11]). Das allgemeine Literaturverzeichnis enthält die Fremdliteratur und verwendet keinen Präfix. Bei umfangreicheren Werken wie Büchern wird in der Regel eine Seitenzahl angegeben, auf die sich das Zitat bezieht. Hinzu kommt ein separates Normenverzeichnis, das bei Verweisen mit dem Präfix 'N' indiziert wird. Bei Normen werden statt Seitenzahlen die Abschnitts- bzw. Kapitelnummern angegeben.

1.5 Aufbau der Arbeit

Zunächst wird die in der Arbeit verwendete mathematische Notation eingeführt, darauf folgen grundlegende Definitionen verschiedener Operationen und Transformationen, die im weiteren Verlauf der Arbeit Anwendung finden. Danach schließen sich eine Beschreibung der Messkette sowie eine erweiterte Problemstellung an, wobei die ersten beiden Forschungsfragen beantwortet werden. Darauf folgt eine Beschreibung des aktuellen Standes von Technik und Wissenschaft sowie der bestehenden Normung. Im nächsten Kapitel wird der PQMS-Algorithmus als Werkzeug zur Erfüllung der Ziele dieser Arbeit eingeführt und beschrieben. Im sich anschließenden Kapitel wird dieser Algorithmus hinsichtlich der Forschungsfragen 3-5 validiert. Im Anschluss wird die Entwicklung des Laborprototypen beschrieben. Zum Abschluss werden Beispiele aus Feldmessungen gezeigt und analysiert.

2 Grundlagen und Ausgangslage

2.1 Mathematische Notation

Das Thema dieser Arbeit umfasst verschiedene Disziplinen der Ingenieurwissenschaften. Da in den verschiedenen wissenschaftlichen Arbeitsfeldern unterschiedliche mathematische Notationen und Definitionen verwendet werden, soll dieses Kapitel die in dieser Arbeit verwendete Notation eindeutig festlegen.

2.1.1 Klammern und Rundungsoperatoren

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der digitalen Signalverarbeitung abgetasteter energie-technischer Größen. Digitale Signale zeichnen sich durch eine Diskretisierung in Zeit- und Wertebereich aus. In den folgenden Kapiteln finden sich Gleichungen, in denen sowohl kontinuierliche als auch diskrete Größen miteinander verrechnet werden. Daher werden zur Verbesserung der Lesbarkeit kontinuierliche und diskrete Größen durch die verwendeten Klammertypen unterschieden. Tabelle 2.1 ordnet die verwendeten Klammertypen ihrer entsprechenden Bedeutung zu.

Tabelle 2.1: Verwendung von Klammertypen

Klammertyp	Beispiele	Anwendungsfall
runde Klammern	$x(t)$, $f(x)$, $(a+b) \cdot c$, $\vec{I} = (I_1, I_2, I_3)^T$	kontinuierliche Signale, Funktionsargumente, Gruppierungen, Vektoren und Matrizen
eckige Klammern	$x[n]$, $a[k]$, $n \in [0; N[$	diskrete Signale, Indizierung von Folgen, Intervallangaben
geschweifte Klammern	$\arg\{\underline{X}\}$, $x_f[n] = \text{FIR}\{x[n]\}$, $\delta[n] = \begin{cases} 1 & \forall n = 0 \\ 0 & \forall n \neq 0 \end{cases}$, $\underline{X}(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$	nicht-funktionale mathematische Operationen (z. B. Real-, Imaginärteil von komplexen Zahlen; rekursive Operationen, Filterung von Signalen), Mengendefinitionen, bedingte Definitionen, Integraltransformationen
spitze Klammern	$\langle x \rangle$, $\langle x[n] \rangle$	Erwartungswert einer Größe oder eines Signals

Für Gruppierungen werden ausschließlich runde Klammern eingesetzt, auch bei mehreren Gruppierungsebenen. In diesem Fall können die Größen der Klammern variieren. Die Arbeit mit diskreten Signalen erfordert das Berechnen diskreter Indices mittels solcher Operationen, die für reelle Zahlen definiert sind. Um hieraus vor der Indizierung wieder ganze Zahlen zu erhalten, werden deshalb Rundungsoperationen eingesetzt. Diskrete Indices werden stets von null an indiziert. Tabelle 2.2 definiert die in dieser Arbeit eingesetzten Rundungsoperatoren. Diese Operatoren sind auf der Menge der reellen Zahlen $x \in \mathbb{R}$ definiert. An dieser Stelle sei auf die

2 Grundlagen und Ausgangslage

Definition des kaufmännischen Rundungsoperators hingewiesen, der die nächstgelegene ganze Zahl ausgibt.

Tabelle 2.2: Rundungsoperatoren

Operation	Formelzeichen	Beschreibung
Aufrunden	$\lceil x \rceil$	Liefert die nächsthöhere ganze Zahl ^a .
Abrunden	$\lfloor x \rfloor$	Liefert die nächstniedrigere ganze Zahl ^a .
Runden	$\lfloor x \rceil$	Liefert die nächstgelegene ganze Zahl (kaufmännisches Runden) ^a .

^aGilt für alle $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$, ansonsten $\lceil x \rceil = \lfloor x \rfloor = \lfloor x \rceil = x \quad \forall \quad x \in \mathbb{Z}$

2.1.2 Komplexe Zahlen

Größen, die auf der Menge der komplexen Zahlen definiert sind, werden stets durch einen Unterstrich kenntlich gemacht: $\underline{X} \in \mathbb{C}$. Ausnahmen stellen hier aus Gründen der Kompatibilität mit der in der Literatur gängigen Notation die Variablen der Laplace-Transformation s sowie der z-Transformation z dar. Die imaginäre Einheit ist definiert als $j = \sqrt{-1}$. Tabelle 2.3 listet die in dieser Arbeit verwendeten Operatoren zum Zugriff auf komplexe Zahlen auf.

Tabelle 2.3: Operationen auf komplexen Zahlen

Operation	Formelzeichen	Beschreibung
Betrag	$ \underline{X} $	Liefert den Betrag einer komplexen Zahl.
Realteil	$\operatorname{Re}\{\underline{X}\}$	Liefert den Realteil einer komplexen Zahl.
Imaginärteil	$\operatorname{Im}\{\underline{X}\}$	Liefert den Imaginärteil einer komplexen Zahl.
Winkel/Argument	$\arg\{\underline{X}\}$	Liefert den Winkel einer komplexen Zahl.
Konjugation	\underline{X}^*	Liefert die Konjugation einer komplexen Zahl.

Es gelten damit die Zusammenhänge $\underline{X} = \operatorname{Re}\{\underline{X}\} + j\operatorname{Im}\{\underline{X}\} = |\underline{X}| \cdot e^{j\arg\{\underline{X}\}}$ sowie $\underline{X} \cdot \underline{X}^* = |\underline{X}|^2$.

2.1.3 Matrizen und Vektoren

Formelzeichen für Matrizen sind stets Großbuchstaben in Fettschrift wie beispielsweise \mathbf{A} . Einzelne Elemente einer Matrix werden mit kursivgeschriebenen Subindizes beschrieben, so stellt $\mathbf{A}_{i,j}$ das Element in der i -ten Zeile und der j -ten Spalte von \mathbf{A} mit $i, j \in \mathbb{Z}$ dar. Die Transponierte einer Matrix wird als \mathbf{A}^T beschrieben, die Inverse als \mathbf{A}^{-1} . Vektoren stellen Spezialfälle von Matrizen dar und werden mit einem Vektorpfeil über der Größe dargestellt, wie beispielsweise in \vec{x} . Auf ein einzelnes Element eines Vektors wird ebenfalls mit einem Subindex zugegriffen, dann jedoch ohne Vektorpfeil. So stellt x_i das i -te Element von \vec{x} dar. Die Indices der Elemente von Matrizen und Vektoren beziehen sich auf die Zeilen bzw. Spaltennummer und werden daher von 1 aufsteigend indiziert.

2.1.4 Variablen, Konstanten und Indices

Kontinuierliche Zeitsignale werden als Funktion der Zeitvariablen $t \in \mathbb{R}$ dargestellt, z. B. $x(t)$. Hierbei stellt t eine lokal definierte Größe dar, der jeweilige Definitionsbereich wird an der Stelle, an der das Signal beschrieben wird, eingeführt. So kommen in der Arbeit mehrere, teilweise unterschiedliche Definitionen für t vor. Gleiches gilt für die diskreten Zeitsignale wie beispielsweise $x[n]$, die als Funktion des universellen Zeitindex $n \in \mathbb{Z}$ geschrieben werden. Der Bereich, in dem n sich für das jeweilige Signal bewegt, wird jeweils lokal spezifiziert. Im Frequenzbereich werden in kontinuierlichen Signalen verschiedene Frequenzgrößen verwendet, die mit dem jeweiligen Signal inklusive ihres Wertebereichs eingeführt werden. Für diskrete Frequenzsignale wird der universelle Frequenzindex $m \in \mathbb{Z}$ verwendet, dessen genauer Wertebereich ebenfalls lokal eingeführt wird.

In dieser Arbeit wird zwischen Variablen und Konstanten insofern unterschieden, als Variablen stets kursiv geschrieben werden und Konstanten nicht-kursiv. Konstanten im Sinne dieser Notation sind Größen, die entweder einen definierten Wert haben, beispielsweise Naturkonstanten, oder deren Wert sich während der dargestellten Berechnungen nicht ändert, z.B. Auslegungsparameter von Filtern. Bei Subindices erweitert sich diese Menge um deskriptive Zeichen, die ebenfalls nicht-kursiv dargestellt werden. So kann beispielsweise der nicht-kursive Subindex in $x_f[n]$ dafür stehen, dass das Signal gefiltert wurde. Variablen im Subindex werden auch kursiv geschrieben. So kann beispielsweise $x_{f\alpha}[n]$ das gefilterte Signal auf einem Messkanal α darstellen. Die genauen Zusammenhänge werden bei der Einführung der jeweiligen Größen erklärt. Griechische Buchstaben sind hierbei in der Regel Variablen vorbehalten, eine Ausnahme stellt hierbei der Delta-Operator Δ dar, der eine Differenz oder Abweichung anzeigt.

2.1.5 Systemtheoretische Begriffe

Die im Rahmen dieser Arbeit zitierten Lehrbücher [36,41,45,46,47,48] verwenden voneinander abweichende Formelzeichen für die grundlegenden Begriffe der Systemtheorie. Daher werden diese in Tabelle 2.4 für diese Arbeit eindeutig festgelegt.

Tabelle 2.4: Notation für systemtheoretische Grundbegriffe

Größe	kontinuierliche Systeme	diskrete Systeme
Komplexe Frequenzvariable	s	z
Impulsantwort	$h(t)$	$h[n]$
Sprungantwort	$h_\varepsilon(t)$	$h_\varepsilon[n]$
Übertragungsfunktion	$\underline{H}(s)$	$\underline{H}(z)$

Die Formelzeichen können im Rahmen der oben vorgestellten Notation um Indices oder weitere Zeichen ergänzt werden.

2.2 Begriffsdefinitionen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Begriffe definiert, die Kernbestandteil dieser Arbeit sind.

2.2.1 Spektrale Re-Orthogonalisierung

Unter dem Begriff der spektralen Re-Orthogonalisierung wird der Versuch verstanden, die Parameter eines diskreten, zeitlimitierten Signals derart zu verändern, dass unter der Annahme der Periodizität des Ursprungssignals dessen Spektrum ohne Verzerrungen mit den Methoden der diskreten Adaptionen der Fourier-Transformation wiederhergestellt werden kann. Eine Herleitung der dahinterstehenden Problematik erfolgt in Kapitel 2.5. Erst danach kann der Begriff eindeutig definiert werden, was in Kapitel 2.5.5 erfolgt.

2.2.2 Netzfrequenz

Netzfrequenz (engl. *mains frequency*) ist die Bezeichnung für die Frequenz der Grundschiwingung in Energienetzen, also derjenigen Frequenz, auf der die Leistung übertragen werden soll. Der Sollwert der Netzfrequenz beträgt in Europa 50 Hz, in Teilen des amerikanischen Kontinents sowie Asiens kommen auch 60 Hz-Netze vor [10, S. 306ff.]. Die Netzfrequenz ist physikalisch an die Drehzahl der ans Netz angeschlossenen Synchronmaschinen gekoppelt und ergibt sich am Anschlusspunkt der Maschine aus dem Produkt ihrer Drehzahl und ihrer Polzahl [10, S. 309ff.][N1, Kap. 3.2.1].

In dieser Arbeit ist die Netzfrequenz zentraler Bestandteil der Betrachtungen. Im Folgenden wird ihr Momentanwert als unbekannte Funktion $f_r(t)$ modelliert, der Nennwert wird mit dem Formelzeichen f_n bezeichnet. Die Definition der Netzfrequenz als Messgröße ist Gegenstand dieser Arbeit und wird in Kapitel 4.8.1 diskutiert.

2.2.3 Rate of Change of Frequency

Der englische Begriff *Rate of Change of Frequency* (RoCoF) bezeichnet die Änderungsrate der Netzfrequenz. Im Deutschen ist der englische Begriff bzw. die Abkürzung RoCoF mittlerweile üblich. Es finden sich mehrere Definitionen des RoCoF (vgl. [C3]): Der Europäische Verband der Betreiber von Übertragungsnetzen für Elektrizität (ENTSO-E) definiert in [49] einen *initialen RoCoF*, der die instantane Änderungsrate der Netzfrequenz nach der Trennung entweder einer Last oder einer Erzeugungseinheit vom Netz bezeichnet, noch bevor die Regelmechanismen des Netzes eingreifen. Hierbei handelt es sich um eine Netzkenngroße, in die Trägheitsdaten des Netzes eingerechnet werden. Ferner wird die Größe RoCoF von der ENTSO-E in [50, S. 7] als die zweite Ableitung des absoluten Winkels eines äquivalenten Netzspannungsphasors definiert, der seinerseits als monofrequente harmonische Schwingung definiert ist. In der IEEE/IEC-Norm 60255-118-1 zu Synchrophasor-Messgeräten [N7, Kap. 4.5] wird die Messgröße RoCoF ähnlich definiert.

2.2.4 Spannungsqualität

Das Wort *Spannungsqualität* (engl. *Power Quality*, PQ) stellt einen Sammelbegriff dar, unter dem verschiedene Kriterien bzw. Messgrößen zusammengefasst und mit ihren Soll- bzw. Grenzwerten in Relation gesetzt werden [10, S. 740ff.][N8, Kap. 3.18]. Hier sei erwähnt, dass Gegenstand sowohl des englischen als auch des deutschen Begriffs ausschließlich die Spannung an einem definierten Punkt im Netz ist. Die Spannungsqualität ist zusammen mit der Zuverlässigkeit und der

Servicequalität Teil der Versorgungsqualität in elektrischen Energienetzen [10, S. 740ff. und S. 937ff.]. Eine hohe Spannungsqualität liegt dann vor, wenn die entsprechenden Werte innerhalb ihrer Toleranzwerte bzw. nah an ihren Sollwerten liegen. Die Spannungsqualität wird durch Netzzurückwirkungen von ans Netz angeschlossenen Geräten negativ beeinflusst. Die Spannungsqualität berücksichtigt hauptsächlich die in Tabelle 2.5 dargestellten Größen [51, S. 14ff.].

Tabelle 2.5: Kenngrößen der Spannungsqualität

Kriterium/Größe	Beschreibung
Spannungsänderung	Änderung des Effektivwerts der Spannung
Flicker	Kurzzeit- bzw. Langzeitflickerstärke nach [N9]
Asymmetrie der Versorgungsspannung	Ausbildung eines Gegen- oder Nullsystems im Drehstromnetz
Oberschwingungen	Definition in Kapitel 2.2.5
Zwischenharmonische	Definition in Kapitel 2.2.5
Spannungsschwankung	Folge von Spannungsänderungen

Die Netzfrequenz selbst gehört laut deutschsprachigen Quellen wie [51, S. 14ff.] nicht zur Spannungsqualität. Manche Normen, wie die IEC61000-4-30 oder EN 50160, zählen Sie jedoch explizit hinzu [N8, Kap. 4.2.1][N4, Kap. 5.1.1]. Weitere spektrale Größen wie supraharmonische Komponenten gehören nicht zur klassischen Definition der Spannungsqualität, werden zukünftig jedoch eine größere Rolle spielen und sind auch Gegenstand dieser Arbeit [52][53].

Spannungsqualität wird immer an einer Stelle des Netzes gemessen und lässt Aussagen über den Zustand des Netzes am gemessenen Knoten zu. Aus parallelen, verteilten Spannungsqualitätsmessungen lassen sich dann weiterführende Aussagen über das Netz ableiten. Hierauf begründen sich beispielsweise die synchronisierten Phasormessgeräte (engl. *Phasor Measurement Unit*, PMU), die verteilt im Netz winkelnau die Spannungen und Ströme auf der Grundschiwingung messen [54, S. 3ff.]. Auf die normativen Vorgaben zur Spannungsqualität wird in Kapitel 2.7.6 gesondert eingegangen.

Die Sicherstellung einer hohen Spannungsqualität unterliegt in Deutschland staatlicher Aufsicht durch die Bundesnetzagentur. Diese gibt jährlich einen Bericht zum aktuellen Stand der Versorgungs- und Spannungsqualität in Deutschland heraus [55].

2.2.5 Spektralanalyse

In dieser Arbeit werden verschiedene Signalbestandteile und Frequenzbereiche unterschieden, die im Folgenden definiert werden. Abb. 2.1 ordnet die Begrifflichkeiten einander grafisch zu.

Grundschiwingung und Grundfrequenz

Der Begriff der Grundschiwingung (engl. *fundamental*) bezieht sich auf die Grundfrequenz eines harmonischen Systems. Bei Betrachtungen am Stromnetz ist diese die Netzfrequenz. Eine Periodendauer der Grundfrequenz wird Grundschiwingung genannt. Die Grundschiwingung hat die harmonische Ordnung $h = 1$.

2 Grundlagen und Ausgangslage

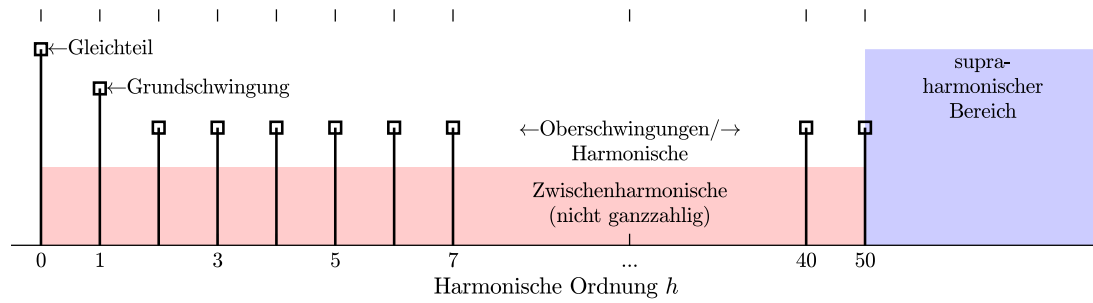


Abb. 2.1: Übersicht über die Begrifflichkeiten der Spektralanalyse von Netzsignalen (qualitativ).

Harmonische Ordnung

Die harmonische Ordnung h ist eine relative Frequenzangabe, die sich auf die Grundfrequenz bezieht, bei Messungen am Netz also auf den aktuellen Wert der Netzfrequenz $f_r(t)$. Um von der harmonischen Ordnung h auf eine absolute Frequenz $f_h(t)$ umzurechnen, wird diese mit der Netzfrequenz gemäß Gl. 2.1 multipliziert:

$$f_h(t) = hf_r(t). \quad (2.1)$$

Je nach Anwendung kann die harmonische Ordnung Element der ganzen Zahlen oder der reellen Zahlen sein. Sie korreliert bei spektralen Betrachtungen mit dem Frequenzindex m . Entspricht das Zeitfenster der Spektralanalyse genau einer Grundschwingung, gilt $m = h$.

Oberschwingungen und Harmonische

Oberschwingungen und Harmonische (engl. *harmonics*) sind solche Signalanteile, deren Frequenz ein ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz darstellt, also $|h| \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Für die Spannungsqualität relevant sind Oberschwingungsspannungen. Diese werden durch nichtlinearen Strombezug von angeschlossenen Geräten verursacht, was in Oberschwingungsströmen resultiert, die durch die Netzimpedanz am Anschlusspunkt fließen und dort zur Überlagerung der Grundschwingungsspannung mit störenden Oberschwingungen führen [N8, Kap. 3.6]. Auf die normativen Bestimmungen hinsichtlich der Pegel für Oberschwingungen wird in Kapitel 2.7.6 gesondert eingegangen. Der Begriff der Oberschwingung ist je nach Norm implizit bis zur 40. [N8, Kap. 3.6] oder 50. Ordnung [N4, Kap. 5.8.1] definiert. In dieser Arbeit wird für alle ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz durchgehend der Term Harmonische verwendet, auch oberhalb der 50. Ordnung.

Gleichteil

Der Gleichteil (engl. *DC part*) beschreibt das zeitliche Mittel eines Spannungs- oder Stromsignals über eine Periodendauer. Der Gleichteil ist stets reellwertig. Die harmonische Ordnung des Gleichteils ist null ($h = 0$).

Zwischenharmonische

Zwischenharmonische (engl. *interharmonics*) sind solche Signalanteile, deren Frequenz kein ganzzahliges Vielfaches der Grundschwingung ist und die innerhalb des Frequenzbereiches der Oberschwingungen liegen, also $h \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ mit $h \leq 50$. Sie können sowohl auf einer dedizierten Frequenz auftreten als auch als breitbandige Störung [N8, Kap. 3.8][17, S. 61ff.]. Ursache für Ersteres können beispielsweise Rundsteuersignale sein [C5][J1].

Supraharmonische

Supraharmonische (engl. *supraharmonics*) sind diejenigen Signalbestandteile, deren Frequenz oberhalb des Bereichs der Oberschwingungen liegt, also oberhalb der 40. bzw. 50. Harmonischen Ordnung. Hierbei wird nach gängiger Auffassung nicht mehr zwischen ganzzahligen und nicht-ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz unterschieden. In dieser Arbeit wird der Übergang vom harmonischen zum supraharmonischen Bereich an der 50. Harmonischen festgelegt. Für Supraharmonische gilt also $h \in \mathbb{R}$ mit $h > 50$ [56][N1, Kap. 4.11][N6, Kap. B.1]. Eine obere Grenze für den supraharmonischen Bereich ist nicht eindeutig definiert und reicht je nach Quelle von 30 kHz bis 150 kHz.

2.2.6 Phasor

Als *Phasor* wird in dieser Arbeit die statische komplexwertige Repräsentation einer monofrequenten Signalkomponente bezeichnet. Hierbei stellt der Betrag des Phasors den Effektivwert der Schwingung dar. Sein Winkel ergibt sich aus dem Argument des positiv drehenden komplexen Rotators bzw. der die Schwingung beschreibenden Cosinusfunktion zu einem vorher definierten Nullzeitpunkt. Dieser Nullzeitpunkt ergibt sich in der Regel aus dem Beginn des Messfensters.

2.2.7 Phase

Der Begriff *Phase* kommt in dieser Arbeit häufig vor. Aufgrund der mehrfach vorhandenen, unterschiedlichen Bedeutungen dieses Wortes bedarf es hier einer Definition. In der Sprache der Energietechnik steht das Wort *Phase* dabei umgangssprachlich für die Außenleiter eines Drehstromsystems bzw. den spannungsführenden Leiter bei Betrachtungen von Wechselstrom (vgl. [57, S. 515]). Im Rahmen dieser Arbeit kommt die Verwendung dieser Definition nur insofern zum Einsatz, als von Messaufbauten und Systemkonfigurationen als *einphasig* oder *dreiphasig* gesprochen wird. Ersteres bezieht sich hierbei auf Wechselstromapplikationen, letzteres auf solche am Drehstrom. Die Begriffe *Phase* und davon abgeleitet *Phasenlage* bezeichnen im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich das Argument eines komplexen Phasors oder allgemein einer komplexen Größe.

2.2.8 Synchrophasor

Der Begriff *Synchrophasor* ist in der IEEE/IEC-Norm 60255-118-1 [N7] definiert als eine komplexwertige Repräsentation der Grundschiwingung, deren Phasenlage die Winkeldifferenz zwischen der gemessenen Grundschiwingung und einer mit der UTC-Zeit synchronisierten und mit der Nennnetzfrequenz schwingenden Größe darstellt. Analog zur obigen Definition des Phasors entspricht der Betrag des komplexwertigen Synchrophasors dem Effektivwert der Grundschiwingung. Synchrophasor-Messungen sind die Aufgabe von synchronisierten Phasormessgeräten (PMUs).

2.3 Die Messkette

Ziel eines Messgeräts ist die möglichst präzise Schätzung des wahren Werts einer physikalischen Größe [N10, Kap. 2, Nr. 1.3]. Hierbei kann die physikalische Größe in der Regel nicht direkt abgelesen bzw. erfasst werden, sondern muss über einen Sensor oder Messwandler in ein Messsignal umgewandelt werden, worauf dann die weitere Verarbeitung erfolgt. Die Folge von Elementen eines Messgeräts, die den Weg des Messsignals von der Aufnahme der Messgröße bis zur Bereitstellung der Ausgabe bildet, wird *Messkette* [N10, Kap. 2, Nr. 4.3] genannt.

Heutzutage arbeiten die meisten Messgeräte digital, was bedeutet, dass das vom Messwandler kommende Signal - in der Regel ein Spannungssignal - digitalisiert werden muss. Dies erfolgt über einen Analog-Digital-Umsetzer (ADU), der die Spannung mit einem definierten Takt abtastet. Abb. 2.2 zeigt die Messkette eines digitalen Spannungsqualitätsmessgeräts.

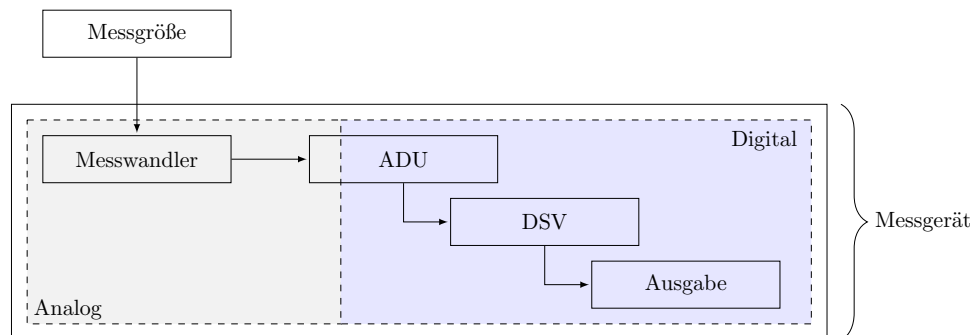


Abb. 2.2: Schematische Darstellung der Messkette.

Die sich anschließende digitale Signalverarbeitung (DSV) berechnet die Zielgrößen, bevor diese dann ausgegeben werden [N4, Kap. 4.2].

2.3.1 Ankopplung über Messwandler

Im Falle von Messungen am Stromnetz sind die Messgrößen Spannungen und Ströme. Spannungen können zwar prinzipiell direkt gemessen werden, die Nennspannungen im Stromnetz sind jedoch unabhängig von der Spannungsebene derart groß, dass sie in der Regel in eine niedrigere Spannung umgewandelt werden müssen, bevor sie für das Messgerät und die messende Person sicher erfasst werden können. Ströme müssen in jedem Fall über Messwandler in ein Spannungssignal umgewandelt werden. Für Spannungs- und Strommesswandler sind eine Vielzahl von Wirkprinzipien bekannt, die für unterschiedliche Anwendungen geeignet sind. Hierauf wird in Kapitel 2.7.2 ausführlich eingegangen.

2.3.2 Analog-Digital-Umsetzer

Die analogen Ausgangssignale der Messwandler werden anschließend am ADU verarbeitet. Dieser Schritt stellt den Übergang von analogen zu digitalen Signalen dar, die sowohl zeit- als auch wertdiskret sind. Der ADU wird deshalb als Messumsetzer klassifiziert [N11, Kap. 3.3.2]. Zunächst wird hierzu über ein Abtast-Halte-Glied die zu messende Spannung fixiert. Danach wandelt der ADU diese in eine binäre Zahl um, die als ein ganzzahliges Vielfaches einer Mindestquantisierung verstanden werden kann. Diese entspricht im binären Zahlenraum dem niederwertigsten Bit (engl. *least significant bit*, LSB) [58, S. 969ff.]. Der Wertebereich der binären Ausgabe ist für jeden ADU definiert, seine Dimension wird als Exponent zur Basis 2 in Bit angegeben. Die Abtastung erfolgt zu definierten Zeitpunkten, deren zeitlicher Abstand das Abtastintervall T_s darstellt,

dessen Kehrwert die Abtastrate f_s ist. Diese wird in dieser Arbeit in der Einheit *Samples pro Sekunde* (Sa/s) angegeben.

Rein formal stellt die Abtastung eines zeitkontinuierlichen in ein zeitdiskretes Signal und die Umsetzung, also die Wandlung einer Spannung in eine diskrete Form, zwei aufeinanderfolgende Schritte dar [36, S. 2], die in dieser Arbeit jedoch als ein Prozess zusammengefasst werden.

Die Analog-Digital-Wandlung ist fehlerbehaftet: So kann die Abtastrate von ihrem Sollwert abweichen, außerdem erzeugt der Umsetzungsprozess Quantisierungsrauschen, um nur zwei Störquellen zu nennen. Die Bestimmung des Einflusses sowie die Kompensation dieser Störungen ist ebenfalls Gegenstand dieser Arbeit und findet im Rahmen der DSV statt.

2.3.3 Digitale Signalverarbeitung

Die Digitale Signalverarbeitung berechnet die gesuchten Messgrößen bzw. Eigenschaften der Signale aus den abgetasteten diskreten Wertefolgen. Bei Messungen der Spannungsqualität werden aus den digitalisierten Zeitsignalen der Spannungen und Ströme mittels DSV diejenigen Größen berechnet, die zusammengesetzt die Spannungsqualität ergeben. In dieser Arbeit liegt der Fokus auf dem Erreichen einer möglichst amplituden- und winkelgenauen Spektralanalyse von Spannung und Strom mit dem Ziel der Berechnung harmonischer Leistungsflüsse und Wirkleistungsflüsse auf Störfrequenzen. Die DSV stellt einen mächtigen und flexibel einsetzbaren Werkzeugkasten zur Messwertanalyse dar. Durch die zunehmende Leistungsfähigkeit moderner Halbleitertechnik lassen sich zunehmend komplexe und rechenintensive Algorithmen in Echtzeit implementieren [48, S. 2ff.], wie auch in dem in dieser Arbeit vorgestellten Algorithmus umgesetzt.

2.3.4 Messwertausgabe und Schnittstellen

Die berechneten Messwerte können auf verschiedenen Wegen ausgegeben werden: Direkt über eine Anzeige oder als analoge bzw. digitale Messwertausgabe zur Weiterverarbeitung in dem Messgerät nachgeschalteten Systemen, wie es beispielsweise in [N12] für PMUs definiert ist. Die Messwerte können auch auf Speichermedien zur späteren Verarbeitung gespeichert werden.

2.4 Transformationen

Die in dieser Arbeit verwendeten Integraltransformationen und deren Adaptionen für diskrete Signale werden im Folgenden definiert. Sie unterscheiden sich in einigen Punkten von den gängigen Definitionen, worauf an den jeweiligen Stellen hingewiesen wird. Es werden weiterhin nur Fälle der Transformationen für eindimensionale und reellwertige Zeitsignale betrachtet.

2.4.1 Laplace-Transformation

Die Laplace-Transformierte $\underline{X}(s) = \mathcal{L}\{x(t)\}$ einer reellwertigen und über $t \in \mathbb{R}^+$ integrierbaren Funktion $x(t)$ lässt sich gemäß Gl. 2.2 berechnen (aus [45, S. 627ff.]):

$$\underline{X}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt := \mathcal{L}\{x(t)\}. \quad (2.2)$$

Die komplexe Frequenzvariable ist definiert als $s = \sigma + j\omega$ mit $s \in \mathbb{C}$ und $\sigma, \omega \in \mathbb{R}$. Die Laplace-Transformation wird unter anderem zum Lösen von Differentialgleichungen im Bildbereich verwendet. Dies erleichtert beispielsweise die Analyse analoger Schaltungen, weshalb die Laplace-Transformation in dieser Arbeit bei der Beschreibung und Analyse der Messwandler verwendet wird. Mit ihr können ausschließlich zeitkontinuierliche Signale analysiert werden, die als mathematische Funktion beschrieben werden können, sofern diese obigen Anforderungen genügt. Die Laplace-Transformierte gemäß obiger Definition bildet demnach ein Abbild einer reellwertigen Funktion über der komplexen Frequenzvariable s .

2.4.2 z-Transformation

Die z-Transformation kann als Adaption der kontinuierlichen Laplace-Transformation auf zeitdiskrete Signale verstanden werden. Statt zum Lösen von Differentialgleichungen wird sie bei Differenzgleichungen eingesetzt, wie sie beispielsweise bei der Auslegung und Dimensionierung digitaler Filter vorkommen [36, S. 104ff.][59, S. 9ff.]. Die z-Transformation wird in dieser Arbeit bei der Auslegung der verschiedenen Filterstufen des PQMS-Algorithmus verwendet. Die einseitige z-Transformierte $\underline{X}(z) = \mathcal{Z}\{x[n]\}$ eines diskreten Eingangssignals $x[n]$ unendlicher Länge ist definiert gemäß Gl. 2.3 (aus [36, S. 85], Notation adaptiert):

$$\underline{X}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n} := \mathcal{Z}\{x[n]\}. \quad (2.3)$$

z ist hierbei die namensgebende komplexe Frequenzvariable. Es gilt $z = e^{sT_s}$ mit $s = \sigma + j\omega$ und $z, s \in \mathbb{C}$ sowie $\sigma, \omega \in \mathbb{R}$ in Analogie zur Laplace-Transformation. $T_s \in \mathbb{R}^+$ stellt hierbei das Abtastintervall dar. Die Eigenschaften digitaler Filter können über die z-Transformierte in der z-Ebene als Pol-Nullstellen-Darstellung abgebildet werden [36, S. 106]. Die in dieser Arbeit verwendete Darstellung der Koeffizienten digitaler Filter lässt sich über die z-Transformierte herleiten: Wird ein digitales, rückgekoppeltes Filter (engl. *Infinite Impulse Response filter*, IIR) mit N_b Zählerkoeffizienten $b[i]$ und N_a Nennerkoeffizienten $a[k]$ mit $i \in [0; N_b - 1]$ und $k \in [1; N_a]$ auf ein Eingangssignal $x[n]$ angewendet, so lässt sich das Ausgangssignal $y[n]$ wie folgt darstellen:

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N_b-1} b[i] x[n-i] - \sum_{k=1}^{N_a} a[k] y[n-k]. \quad (2.4)$$

Im z-Bildbereich lässt sich diese Gleichung dann mit den z-Transformierten $\underline{Y}(z) = \mathcal{Z}\{y[n]\}$ und $\underline{X}(z) = \mathcal{Z}\{x[n]\}$ gemäß Gl. 2.5 schreiben, die sich durch Anwendung des Verschiebungssatzes der z-Transformation herleiten lassen [36, S. 91]. Hier wird der Vorteil der z-Transformation

ersichtlich, eine Verschiebung um $-i$ Werte im Zeitbereich wird im z -Bildbereich zu einer Multiplikation mit z^{-i} :

$$\underline{Y}(z) = \sum_{i=0}^{N_b-1} b[i] z^{-i} \underline{X}(z) - \sum_{k=1}^{N_a} a[k] z^{-k} \underline{Y}(z). \quad (2.5)$$

Durch Ausmultiplizieren lässt sich die z -Transformierte des Ausgangssignals dann als Produkt der z -Transformierten des Eingangssignals und der Übertragungsfunktion des digitalen Filters $\underline{H}(z)$ darstellen:

$$\underline{Y}(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N_b-1} b[i] z^{-i}}{1 + \underbrace{\sum_{k=1}^{N_a} a[k] z^{-k}}_{= \underline{H}(z)}} \underline{X}(z) = \underline{H}(z) \underline{X}(z). \quad (2.6)$$

Für nicht-rückgekoppelte Filter (engl. *Finite Impulse Response filter*, FIR) wird die Anzahl der Nennerkoeffizienten $N_a = 0$, wodurch der Nenner von $\underline{H}(z)$ zu 1 wird. Durch diese Darstellung können FIR-Filter als Sonderfälle der IIR-Filter gesehen werden, ohne dass die 1 im Nenner als eigener Nennerkoeffizient angegeben werden muss.

2.4.3 Fourier-Transformation

Die Fourier-Transformation überführt eine zeitkontinuierliche und über \mathbb{R} integrierbare Funktion bzw. ein Signal $x(t)$ in den Frequenzbereich und erzeugt die Fourier-Transformierte $\underline{X}(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$. Hierbei ist die Frequenzvariable $\omega \in \mathbb{R}$ ebenfalls kontinuierlich. Sie ist für eindimensionale Signale gemäß Gl. 2.7 definiert (aus [47, S. 57][45, S. 625][36, S. 29]):

$$\underline{X}(j\omega) = \int_{\mathbb{R}} x(t) e^{-j\omega t} dt := \mathcal{F}\{x(t)\}. \quad (2.7)$$

Zwischen der Kreisfrequenz ω und der Frequenz f im klassischen Sinne besteht die Beziehung $\omega = 2\pi f$. Es können, wie auch bei der Laplace-Transformation, ausschließlich Signale analysiert werden, die als zeitkontinuierliche Funktion vorliegen. Die Fourier-Transformierte kann als Sonderfall der Laplace-Transformation für die rein imaginäre Laplace-Frequenzvariable $s = \sigma + j\omega$ mit $\sigma = 0$ gesehen werden. Demnach entspricht die Fourier-Transformierte der Laplace-Transformierten entlang ihrer imaginären Achse. Aus Gründen der Kompatibilität mit der Laplace-Transformation wird die Fourier-Transformierte als Funktion von $j\omega$ dargestellt.

2.4.4 Fourier-Reihe

Von besonderem Interesse in dieser Arbeit sind die Spektren periodischer Signale. Periodisch mit der Periodendauer $T_0 \in \mathbb{R}^+$ ist ein zeitkontinuierliches Signal $x(t)$ dann, wenn gilt:

$$x(t) = x(t + kT_0) \quad \forall k \in \mathbb{Z}. \quad (2.8)$$

Bei periodischen Signalen im Sinne von Gl. 2.8 enthält eine Periode damit alle für zur Analyse relevanten Informationen. Damit vereinfacht sich die Fourier-Transformation nach Gl. 2.7 von einem uneigentlichen Integral hin zu einem Integral über die Periodendauer T_0 . Der Fourier-Reihe liegt die Annahme zugrunde, dass ein periodisches Signal im Sinne von Gl. 2.8 als Superposition ungedämpfter harmonischer Funktionen dargestellt werden kann [60, S. 9]. Gemäß [61, S.

2 Grundlagen und Ausgangslage

44ff.] entwickelt die Fourier-Reihe das periodische Signal $x(t)$ dabei in ein System normierter Orthogonalfunktionen. Seien

$$s_h(t) = (e^{j\omega_0 t})^h = e^{jh\omega_0 t} \quad (2.9)$$

diese Orthogonalfunktionen mit $s_h(t) \in \mathbb{C}$ sowie $h \in \mathbb{Z}$ und $t \in \mathbb{R}$, die jeweils mit dem h -fachen der Winkelgeschwindigkeit $\omega_0 = 2\pi/T_0$ rotieren. Dann kann die Fourier-Reihe in ihrer komplexen Form wie folgt definiert werden (vgl. [45, S. 613]), wobei die Folgenglieder $\underline{c}[h] \in \mathbb{C}$ die komplexen Gewichte der einzelnen Orthogonalfunktionen darstellen:

$$x(t) = \sum_{h \in \mathbb{Z}} \underline{c}[h] s_h(t) = \sum_{h \in \mathbb{Z}} \underline{c}[h] e^{jh\omega_0 t}. \quad (2.10)$$

Wird die Menge der Orthogonalfunktionen $s_h(t)$ als Basis eines unendlichdimensionalen unitären Vektorraums verstanden, so kann komplexes Skalarprodukt (auch *Innenprodukt*) zweier dieser Basiselemente mit $h_1, h_2 \in \mathbb{Z}$ über eine Periodendauer die Orthogonalität gezeigt werden (vgl. [45, S. 258ff.]):

$$\int_0^{T_0} s_{h_1}(t) s_{h_2}(t)^* dt = \int_0^{T_0} e^{jh_1\omega_0 t} e^{-jh_2\omega_0 t} dt = \begin{cases} 0 & \forall h_1 \neq h_2 \\ T_0 & \forall h_1 = h_2 \end{cases}. \quad (2.11)$$

Über diese sog. *Orthogonalitätsrelationen* ergeben sich die Berechnungsvorschriften zur Bestimmung der Gewichte $\underline{c}[h]$ aus dem gegebenen Signal $x(t)$ (vgl. [62, S. 123ff.]). Diese werden nachfolgend Fourier-Koeffizienten der harmonischen Ordnung h genannt und ergeben sich wie folgt (aus [45, S. 613]):

$$\underline{c}[h] = \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} x(\tau) e^{-jh\omega_0 \tau} d\tau := \text{FR}\{x(t)\}. \quad (2.12)$$

Die Koeffizienten können als komplexes Spektrum interpretiert werden. Durch die Skalierung mit dem Kehrwert der Periodendauer wird dieses diskrete Spektrum zum Amplitudenspektrum skaliert. Der Koeffizient mit dem Index h entspricht damit der komplexen Frequenzinformation auf der Frequenz m/T_0 bzw. dem *Phasor* gemäß Kapitel 2.2.6. Der Startzeitpunkt der Integration $t \in \mathbb{R}$ hat auf den Betrag $|\underline{c}[h]|$ der Koeffizienten keinen Einfluss, gemäß dem Verschiebungssatz der Fourier-Transformation führt eine Zeitverschiebung lediglich zu einer Phasendrehung auf allen Koeffizienten [47, S. 75ff.]. Da h über ganz \mathbb{Z} definiert ist, wird das Spektrum zweiseitig, wobei für reellwertige Zeitsignale die konjugiert-komplexe Symmetriebeziehung

$$\underline{c}[h] = \underline{c}[-h]^* \quad (2.13)$$

gilt (vgl. [47, S. 70ff.]). Die hier dargestellte komplexe zweiseitige Fourier-Reihe ist die in dieser Arbeit verwendete Form. Andere gebräuchliche Formen berechnen über eine Cosinus- bzw. Sinustransformation den Real- bzw. Imaginärteil oder Betrag und Phase der Fourier-Koeffizienten für das einseitige Spektrum. Die Umrechnung vom einseitigen ins zweiseitige Spektrum erfolgt über die Darstellung der Cosinus-Funktion als Summe zweier rotierender komplexer Zeiger. Dies wird an der Rücktransformation der Fourier-Koeffizienten zum Zeitsignal deutlich, indem die Fourier-Reihe gemäß ihrer Definition in Gl. 2.10 wie folgt umgeformt wird:

$$x(t) = \underline{c}[0] + \sum_{h=1}^{\infty} \left(\underline{c}[h] e^{jh\omega_0 t} + \underline{c}[h]^* e^{-jh\omega_0 t} \right). \quad (2.14)$$

Aufgrund der konjugiert-komplex zusammenhängenden Koeffizienten können die Koeffizienten für harmonische Ordnungen gleichen Betrages $|h|$ gruppiert werden, wobei der Gleichteil $\underline{c}[0]$

gesondert behandelt werden muss. Der in der Klammer stehende Term entspricht der um den Faktor 2 skalierten Exponentialform des Cosinus. Dementsprechend kann die Gleichung auch folgendermaßen geschrieben werden:

$$x(t) = \underline{c}[0] + \sum_{h=1}^{\infty} \underbrace{2|\underline{c}[h]|}_{=a[h]} \cos(h\omega_0 t + \underbrace{\arg\{\underline{c}[h]\}}_{=\varphi[h]}). \quad (2.15)$$

Hierbei entspricht die Amplitude $a[h] = 2|\underline{c}[h]|$ dem doppelten Betrag der Fourier-Koeffizienten, allerdings nur für $h > 0$. Die Phase des Cosinus $\varphi[h] = \arg\{\underline{c}[h]\}$ entspricht dem Winkel der komplexen Fourier-Koeffizienten. Eine umfassende grafische Darstellung dieser Zusammenhänge findet sich in [60, S. 15].

2.4.5 Fourier-Transformation für Abtastsignale

Bei den in der DSV betrachteten Signalen handelt es sich um diskrete Signale $x[n]$ mit $n \in [0; N-1]$, also einer endlichen Länge, die durch die Anzahl der Abtastwerte N ausgedrückt wird. Endliche Signale haben stets ein kontinuierliches Spektrum, wobei es keine Rolle spielt, ob das zugrundeliegende Signal periodisch ist oder nicht. Die Fourier-Transformation für Abtastsignale (engl. *Discrete-Time Fourier Transform*, DTFT) berechnet dieses kontinuierliche Spektrum $\underline{X}(e^{j\Omega}) \in \mathbb{C}$ als Funktion der normierten Frequenz $\Omega \in \mathbb{R}$ für Signale endlicher Länge wie folgt (aus [J2]):

$$\underline{X}(e^{j\Omega}) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jn\Omega} := \text{DTFT}\{x[n]\}. \quad (2.16)$$

Die Schreibweise der Transformation als Funktion des komplexen Zeigers $e^{j\Omega}$ ist durchaus üblich [48, S. 58][36, S. 25], hierdurch kann die DTFT als Sonderfall der z-Transformation für alle rein imaginären Werte von z verstanden werden:

$$e^{j\Omega} = e^{j\omega T_s} = e^{sT_s} = z \quad \forall \quad s = \sigma + j\omega \text{ mit } \sigma = 0. \quad (2.17)$$

Hierbei ergibt sich die normierte Frequenz zu

$$\Omega = \omega T_s. \quad (2.18)$$

Da das Spektrum diskreter Signale periodisch ist, gilt dies auch für die Spektren, die mit der DTFT berechnet werden. In dieser Arbeit wird das zweiseitige Spektrum in der Regel zwischen der negativen und positiven Nyquist-Frequenz abgebildet, daher ist $\Omega \in [-\pi, \pi]$. Es sei darauf hingewiesen, dass die Definition gemäß Gl. 2.16 von den üblichen Definitionen insofern abweicht, als der Skalierungsfaktor N^{-1} in der Hintransformation eingerechnet wird und nicht in der Rücktransformation (vgl. [63, S. 72][48, S. 147]).

2.4.6 Diskrete Fourier-Transformation

Die diskrete Fourier-Transformation (DFT) ist die Abbildung des mittels DTFT berechneten Spektrums an äquidistanten Frequenzpunkten, berechnet also ein diskretes Spektrum $\underline{X}[m] \in \mathbb{C}$ mit $m \in \mathbb{Z}$. Das Spektrum der DFT ist aufgrund des diskreten Eingangssignals $x[n]$ mit $n \in [0; N-1]$ der Länge N ebenfalls periodisch. Für das zweiseitige Spektrum wird der diskrete Frequenzindex $m \in \mathbb{Z}$ im Intervall $[-N/2; N/2]$ iteriert. Die DFT ist gemäß Gl. 2.19 definiert (aus [J2]):

$$\underline{X}[m] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} := \text{DFT}\{x[n]\}. \quad (2.19)$$

Auch hier wird der Skalierungsfaktor N^{-1} entgegen üblicher Definitionen in der Hintransformation eingeführt. Damit gibt die DFT direkt das zweiseitige Amplitudenspektrum aus. Die Frequenzachse der DFT wird in *Bins* angegeben. Ein diskreter Index m wird als ein *DFT-Bin* bezeichnet. Eine Umrechnung zwischen der normierten Frequenz der DTFT und der Bin-Achse der DFT ist gemäß Gl. 2.20 möglich (aus [J2]):

$$m = \frac{\Omega N}{2\pi} \leftrightarrow \Omega = \frac{2\pi m}{N}. \quad (2.20)$$

Eine Besonderheit der DFT ist, dass sie besonders effizient berechnet werden kann. Diese auf Berechnungseffizienz optimierten Algorithmen werden als schnelle Fourier-Transformation (engl. *Fast Fourier Transform*, FFT) bezeichnet [64][36, S. 66ff.][65, S. 231ff.]. Die FFT ist als Funktion in den Bibliotheken vieler Programmierungsumgebungen vorhanden und ist mittlerweile eine Standardoperation in der Mess- und Nachrichtentechnik. Die Ergebnisse von DFT und FFT sind in signaltheoretischen Überlegungen gleich, daher können beide Begriffe synonym verwendet werden. In dieser Arbeit wird ausschließlich die Bezeichnung DFT verwendet. In den Implementierungen der Algorithmen wird diese dann mittels FFT angewandt. Zur Rückberechnung des Zeitsignals $x[n]$ aus dem zweiseitigen Spektrum $\underline{X}[m]$ wird die inverse DFT (IDFT) verwendet:

$$x[n] = \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} \underline{X}[m] e^{j\frac{2\pi}{N}nm} := \text{IDFT}\{x[n]\} \quad (2.21)$$

Dabei gilt nur dann $x[n] \in \mathbb{R}$, wenn $\underline{X}[m] = \underline{X}[N-m]^*$ gilt, also das Spektrum konjugiert-komplex symmetrisch um den Gleichteil ist. Analog zur FFT existiert auch für die IDFT eine schnelle Implementierung (engl. *Inverse Fast Fourier Transform*, IFFT).

2.4.7 Energieerhaltung und Rücktransformationen

Die hier eingeführten Transformationen verfügen alle über entsprechende Rücktransformationen, die die Transformation umkehren und das ursprüngliche Signal aus der Bildfunktion bzw. dem Spektrum bilden. Außer der inversen Fourier-Reihe gemäß Gl. 2.10 und der IDFT nach Gl. 2.21 werden in dieser Arbeit keine dieser Rücktransformationen verwendet, weshalb sie auch nicht explizit eingeführt werden.

Nach den Sätzen von Parseval und Plancherel muss die Energie eines Signals im Frequenzbereich gleich seiner Energie im Zeitbereich sein [65, S. 10, S. 78ff., S. 134ff.][36, S. 26][48, S. 59ff.]. Die Skalierung der Signale muss dabei entweder in der Hin- oder Rücktransformation erfolgen [66, S. 199ff.]. Wohin die Skalierungsfaktoren nun gesetzt werden, variiert zwischen den bekannten Lehrbüchern [65, S. 62][45, S. 626] und anderen wissenschaftlichen Arbeiten: So wird die DFT in [67] analog zu dieser Arbeit mit dem Vorfaktor in der Hintransformation definiert. Ebenso gibt es Definitionen ohne jegliche Vorfaktoren und Skalierung [68, S. 9]. In dieser Arbeit wären die Definitionen der Transformationen bei Verzicht auf Vorfaktoren in den Hintransformationen ohne weitere Skalierung ineinander umzurechnen. Da im Weiteren jedoch die Messung periodischer Signale im Vordergrund steht, deren Spektrum aus diskreten Werten mit Amplitude und Phase besteht, werden in den Definitionen von Fourier-Reihe sowie der DTFT und der DFT die Skalierungsfaktoren $1/T_0$ bzw. $1/N$ in die Hintransformation einbezogen, wodurch die Lesbarkeit von Gleichungen verbessert werden soll. Jedoch ergibt sich damit beispielsweise in der Überführung der z -Transformation in die DTFT mit $\sigma = 0$ noch ein zusätzlicher Skalierungsfaktor N .

2.5 Spektren abgetasteter Signale

In diesem Kapitel wird ein Modell für die Einflüsse der Messkette auf die zu messenden Signale entwickelt.

2.5.1 Einflüsse entlang der Messkette

Die Messkette wird im Folgenden abstrakt für einen Messkanal betrachtet. Abb. 2.3 zeigt den Signalverlauf durch die einzelnen Komponenten der Messkette. Das zu erfassende Ursprungssignal sei $x(t)$ mit $x, t \in \mathbb{R}$. Zunächst werden außer der Integrierbarkeit im Sinne der Fourier-Transformation keine weiteren Anforderungen an das Signal gestellt.

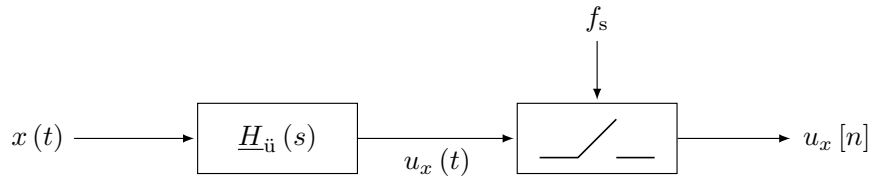


Abb. 2.3: Modell der Messkette zur Erfassung des Signals $x(t)$.

Das Signal $x(t)$ kann hierbei eine beliebige physikalische Größe darstellen. Sie wird im folgenden über einen Übertragungskanal mit der bekannten Laplace-Übertragungsfunktion $\underline{H}_{\ddot{u}}(s)$ in eine abtastbare Spannung $u_x(t)$ gewandelt, die am ADU mit der Abtastrate f_s zum diskreten Spannungssignal $u_x[n]$ mit $n \in \mathbb{Z}$ abgetastet wird. Nachfolgend sind insbesondere die Eigenschaften der abgetasteten Signale entlang der Frequenzachse von Interesse - also der imaginären Achse in der s -Ebene. Die komplexe Frequenzvariable bei mittels Laplace-Transformation hergeleiteten Übertragungsfunktionen vereinfacht sich damit zu $s = j\omega$ mit $\sigma = 0$, sodass die Fourier-Transformation zur Analyse der Signale zur Anwendung kommt.

Einfluss des Übertragungskanals

Das Spektrum $\underline{X}(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$ des Ursprungssignals kann mittels Fourier-Transformation berechnet werden. Von der Laplace-Übertragungsfunktion des Übertragungskanals sind ferner nur die Werte entlang der imaginären Achse $\underline{H}_{\ddot{u}}(j\omega)$ für die folgenden Überlegungen relevant. Damit ergibt sich das Spektrum des Signals, das am ADU anliegt, als $\underline{U}_x(j\omega) = \mathcal{F}\{u_x(t)\}$ aus dem Produkt dieser beiden Spektren:

$$\underline{U}_x(j\omega) = \underline{H}_{\ddot{u}}(j\omega) \underline{X}(j\omega). \quad (2.22)$$

Gemäß dem Faltungssatz entspricht dies im Zeitbereich der Faltung der beiden Zeitsignale, also $u_x(t) = x(t) * h_{\ddot{u}}(t)$, wobei $h_{\ddot{u}}(t)$ die Impulsantwort des Übertragungskanals darstellt, die über die inverse Fourier-Transformation aus dessen Übertragungsfunktion dargestellt werden kann.

Physikalisch gesehen handelt es sich bei den Hauptkomponenten des Übertragungskanals um den Messwandler mit der Übertragungsfunktion $\underline{H}_x(s)$ sowie einer eventuellen weiteren analogen Filterstufe mit $\underline{H}_f(s)$, sodass der Übertragungskanal als Produkt dieser beiden Übertragungsfunktionen dargestellt werden kann:

$$\underline{H}_{\ddot{u}}(s) = \underline{H}_x(s) \underline{H}_f(s). \quad (2.23)$$

Der Übertragungskanal kann auch aus weiteren Komponenten bestehen, beispielsweise den Messkabeln, die je nach Messanforderung durchaus Einfluss haben können. Für das Modell in dieser Arbeit ist die Modellierung des Kanals mit Messwandler und Filterstufe jedoch ausreichend.

Einfluss der Abtastung

Das Zeitintervall zwischen zwei Abtastwerten ergibt sich zu $T_s = 1/f_s$ mit $\omega_s = 2\pi f_s$. Wird das Signal $u_x(t)$ nun abgetastet, so kann das abgetastete Signal $\hat{u}_x(t)$ als Multiplikation mit einem zeitabhängigen Dirac-Impulskamm $\zeta(t)$ gemäß Gl. 2.24 modelliert werden, dessen Zacken einen Abstand von T_s aufweisen [47, S. 110ff.][36, S. 35ff.]. Das Modell der Abtastung mittels Dirac-Impulskamm sowie dessen Fourier-Transformierte $\underline{\Upsilon}(j\omega)$ sind in Anhang B.1 beschrieben.

$$\hat{u}_x(t) = u_x(t) \zeta(t) = u_x(t) T_s \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - nT_s) \quad (2.24)$$

Der Dirac-Impulskamm ist selbstreziprok bezüglich der Fourier-Transformation [47, S. 85ff.], bildet im Frequenzbereich also sich selbst ab. Im Falle des gestauchten Dirac-Impulskamms ergibt sich dessen Fourier-Transformierte $\mathcal{F}\{\zeta(t)\} = \underline{\Upsilon}(j\omega)$ zu [36, S. 35ff.]:

$$\underline{\Upsilon}(j\omega) = \omega_s \sum_{m \in \mathbb{Z}} \delta(\omega - m\omega_s). \quad (2.25)$$

Ferner sei $\hat{\underline{U}}_x(j\omega) = \mathcal{F}\{\hat{u}_x(t)\}$ die Fourier-Transformierte des abgetasteten Signals. Aus der Multiplikation mit dem Dirac-Impulskamm im Zeitbereich wird im Frequenzbereich eine Faltung mit dessen Fourier-Transformierter $\underline{\Upsilon}(j\omega)$. Unter Ausnutzung der Ausblendeigenschaft lässt sich für das Spektrum schreiben:

$$\hat{\underline{U}}_x(j\omega) = \underline{U}_x(j\omega) * \omega_s \sum_{m \in \mathbb{Z}} \delta(\omega - m\omega_s) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \underline{U}_x(j\omega - jm\omega_s). \quad (2.26)$$

Es wird ersichtlich, dass die Fourier-Transformierte des abgetasteten Signals durch die Abtastung zu einer unendlichen Summe überlagerter und verschobener Fourier-Transformierter des analogen Ausgangssignals wird. Die Verschiebung dieser Transformierten entspricht einer Frequenzverschiebung von $m f_s$ mit $m \in \mathbb{Z}$. Damit wird das Spektrum periodisch mit der Abtastrate f_s . Soll das abgetastete Signal eine eindeutige Abbildung des Kontinuierlichen sein, darf es zwischen den einzelnen Summentermen aus Gl. 2.26 nicht zu Überlappungen kommen. Hieraus ergibt sich das Abtasttheorem nach Shannon und Nyquist [36, S. 39ff.]: Das kontinuierliche Zeitsignal am ADU muss bandbegrenzt sein und darf maximal Frequenzanteile bis zur halben Abtastrate $f_s/2$ beinhalten:

$$\underline{U}_x(j\omega) = 0 \quad \forall \quad |\omega| > \pi f_s. \quad (2.27)$$

Die bei Nichteinhaltung dieser Bedingung entstehenden Verzerrungen werden als Aliasing oder Alias-Effekt bezeichnet [47, S. 115][48, S. 185ff.]. Sie sind aus dem digitalen Signal nicht mehr zu kompensieren und müssen daher unbedingt vermieden werden. Ist das Ursprungssignal $x(t)$ nicht entsprechend bandbegrenzt, muss die Erfüllung der Bedingung durch ein im Übertragungskanal enthaltenes Tiefpassfilter sichergestellt werden, woraus sich die Anforderungen an $\underline{H}_f(s)$ ergeben.

Einfluss der Signallänge

In der Praxis kann keine Messung eine unendliche Dauer haben. Diese ist endlich und in der Regel bekannt. Sie wird in Form einer Multiplikation mit der Rechteckfunktion der Breite $T \in \mathbb{R}^+$

modelliert. Damit kann das abgetastete Signal $\hat{u}_x(t)$ aus Gl. 2.24 nun als Multiplikation mit der gemäß Gl. 2.29 definierten Rechteckfunktion $\text{rect}(t/T)$ beschrieben werden:

$$\hat{u}_x(t) = u_x(t) \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \zeta(t). \quad (2.28)$$

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \forall x \in [0; 1[\\ 0 & \forall x \notin [0; 1[\end{cases} \quad (2.29)$$

Mit dem Faltungssatz der Fourier-Transformation ergibt sich für das Spektrum damit eine kaskadierte Faltung:

$$\hat{\underline{U}}_x(j\omega) = \underline{U}_x(j\omega) * \underline{D}_T(j\omega) * \underline{\Upsilon}(j\omega). \quad (2.30)$$

Die Fourier-Transformierte $\underline{D}_T(j\omega) = \mathcal{F}\{\text{rect}(t/T)\}$ der um T gestreckten Rechteck-Funktion ergibt sich über den Ähnlichkeitssatz der Fourier-Transformation aus derjenigen der normalisierten Rechteck-Funktion zu

$$\underline{D}_T(j\omega) = \frac{j}{\omega T} (e^{-j\omega T} - 1) \quad (2.31)$$

mit

$$|\underline{D}_T(j\omega)| = \left| \frac{2}{\omega T} \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right| \quad (2.32)$$

und wird als Dirichlet-Kern ersten Grades bezeichnet [47, S. 80][69]. Abb. 2.4 zeigt diesen in verschiedenen Konfigurationen. Anhand der Formel wird ersichtlich, dass der Dirichlet-Kern im Frequenzbereich eine zwar asymptotisch abfallende, jedoch unbegrenzte Ausdehnung hat.

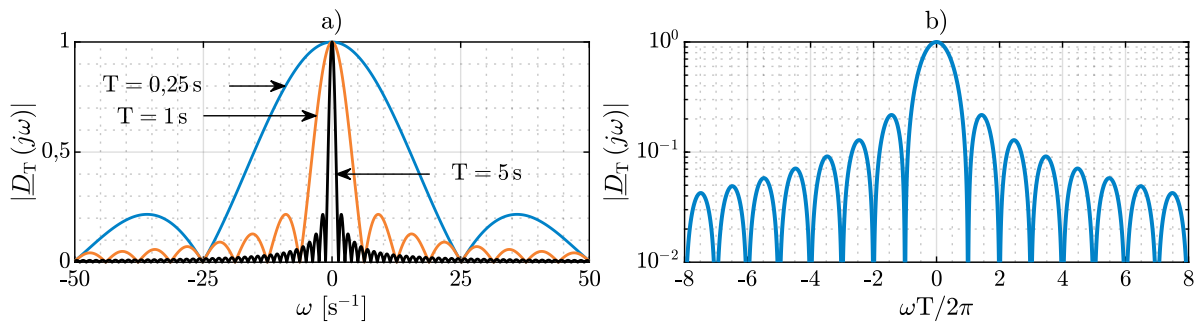


Abb. 2.4: Dirichlet-Kern a) für verschiedene T , b) normiert in logarithmischer Darstellung.

Durch Resubstitution des Spektrums $\underline{X}(j\omega)$ des Ursprungssignals $x(t)$ gemäß Gl. 2.22, ergibt sich

$$\hat{\underline{U}}_x(j\omega) = \underline{D}_T(j\omega) * \underline{\Upsilon}(j\omega) * \underline{H}_{\text{ü}}(j\omega) \underline{X}(j\omega). \quad (2.33)$$

Damit lassen sich alle festgestellten Einflüsse der Messkette in einer Gleichung zusammenfassen, die die Einflüsse von Übertragungskanal, Abtastung und Signaldauer abbildet.

2.5.2 Abtastung periodischer Signale

Nun sei das Ursprungssignal $x(t)$ periodisch mit der Periodendauer $T_0 \in \mathbb{R}^+$ gemäß Gl. 2.8. Damit ergibt sich ein diskretes Spektrum $\underline{X}[h] = \text{FR}\{x(t)\}$ mit dem harmonischen Index $h \in \mathbb{Z}$ gemäß Kapitel 2.4.4, wobei jeder Frequenzindex der absoluten Frequenz hf_0 bzw. der Kreisfrequenz $h\omega_0$ mit $f_0 = T_0^{-1}$ und $\omega_0 = 2\pi f_0$ entspricht.

Spektrum abgetasteter periodischer Signale

Damit wird auch das Spektrum des abzutastenden Signals $u_x(t)$ diskret, wobei der Übertragungskanal nur noch an den Stellen $\underline{H}_{\text{ü}}(jh\omega_0)$ berücksichtigt wird:

$$\underline{U}_x[h] = \underline{H}_{\text{ü}}(jh\omega_0) \underline{X}[h]. \quad (2.34)$$

Das diskrete Spektrum kann nun durch Multiplikation mit einem um ω_0 gestreckten Dirac-Impulskamm als Funktion der kontinuierlichen Frequenz ω modelliert werden:

$$\underline{U}_x(j\omega) = \sum_{h \in \mathbb{Z}} \underline{U}_x[h] \omega_0 \delta(\omega - h\omega_0). \quad (2.35)$$

Aus den kaskadierten Faltungen in Gl. 2.33 wird durch die Ausblendeigenschaft des Dirac-Impulses eine zweifache diskrete Faltung. Dadurch ergibt sich das Spektrum des abgetasteten Signals $\hat{\underline{U}}_x(j\omega)$ zu

$$\begin{aligned} \hat{\underline{U}}_x(j\omega) &= \underline{U}_x(j\omega) * \underline{D}_T(j\omega) * \underline{\Upsilon}(j\omega) \\ &= \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{h \in \mathbb{Z}} \underline{U}_x[h] \underline{D}_T(j\omega - jh\omega_0 - jm\omega_s). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Das Spektrum des abgetasteten Signals besteht demnach aus einer unendlichen Zahl aufaddierter Dirichlet-Kerne, die mit dem jeweiligen Fourier-Koeffizienten des diskreten Spektrums gewichtet sind. Nun zeigen sich die Einflüsse von Abtastung und Signaldauer auf das Spektrum.

Anforderungen an die Signaldauer

Der Dirichlet-Kern wird mit zunehmender Signaldauer T schmaler und nähert sich für den Grenzübergang $T \rightarrow \infty$ einem Dirac-Impuls an [47, S. 96ff.], womit das Spektrum bei unendlicher Dauer wieder diskret würde. Es ist der Dirichlet-Kern, der das diskrete Spektrum des Ursprungssignals erst kontinuierlich werden lässt. Bei Betrachtung dieses Kerns gemäß Gl. 2.31 bzw. seines Betrags nach Gl. 2.32 fällt auf, dass die Nullstellen im Abstand von $2\pi k/T$ mit $k \in \mathbb{N}$ verteilt sind:

$$\underline{D}_T(j\omega) = 0 \quad \forall \quad \omega = \pm \frac{2\pi}{T} k. \quad (2.37)$$

Die in der inneren Summe entlang der Fourier-Koeffizienten aufsummierten Kerne in Gl. 2.36 sind im Abstand von ω_0 angeordnet. Bei Betrachtung des inneren Summenterms ist festzustellen: Wird die Signaldauer T so dimensioniert, dass das Maximum jedes Dirichlet-Kerns und die Nullstellen der benachbarten Kerne aufeinanderfallen, so werden sich die Kerne an genau diesen Frequenzpunkten nicht mehr beeinflussen. An genau diesen Punkten bildet sich ein Abbild des diskreten Spektrums des Ursprungssignals. Hieraus ergibt sich folgende Bedingung:

$$\frac{2\pi}{T} = \omega_0. \quad (2.38)$$

Diese lässt sich so umstellen, dass die Aufnahmedauer in Abhängigkeit der Periodendauer des Ursprungssignals angegeben werden kann:

$$T = kT_0 \quad \forall \quad k \in \mathbb{N}. \quad (2.39)$$

Nur wenn diese Bedingung erfüllt ist, kann es im kontinuierlichen Spektrum des diskreten Signals $u_x[n]$ Punkte geben, an denen das Spektrum des Ursprungssignals korrekt abgelesen werden kann.

Anforderungen an die Abtastrate

Der äußere Summenterm in Gl. 2.36 ist derjenige, der das Spektrum periodisch mit der Abtastrate f_s werden lässt. Aufgrund der unendlichen Breite des Dirichlet-Kerns im Frequenzbereich beeinflussen sich die einzelnen Summenterme und damit die einzelnen Teilspektren ebenfalls gegenseitig. Soll das Ursprungsspektrum unverzerrt reproduziert werden, so müssen die Nullstellen der Dirichlet-Kerne auch mit der Abtastrate synchronisiert werden. Dann muss in Analogie zu Gl. 2.39 gelten, dass die Breite des Messfensters T ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastrate ist. Dieses ganzzahlige Vielfache entspricht der Anzahl der Abtastwerte $N \in \mathbb{N}$. Da diese in zeitdiskreten Systemen stets ganzzahlig ist, muss bei ihrer Berechnung aus Abtastrate und Signaldauer abgerundet werden. Zur vollständigen Synchronisation der Nullstellen des Dirichlet-Kerns muss zusätzlich gelten:

$$N = \lfloor Tf_s \rfloor = Tf_s. \quad (2.40)$$

Aus Gl. 2.39 und Gl. 2.40 lässt sich nun folgende Bedingung an die Anzahl der Abtastwerte N in Abhängigkeit der Grundperiode des harmonischen Systems als auch der Abtastrate darstellen:

$$N = \lfloor kT_0f_s \rfloor = kT_0f_s \quad \forall \quad k \in \mathbb{N}. \quad (2.41)$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so fallen für jeden Dirichlet-Kern die Nullstellen der benachbarten Kerne im Spektrum gemäß Gl. 2.36 auf dessen Maximum, weshalb an genau diesen Punkten das diskrete Ursprungsspektrum abgebildet wird, sofern ebenfalls die Bedingung für die Bandbegrenzung des Eingangssignals gemäß Gl. 2.27 eingehalten wird. Diese lässt sich für die Abtastung periodischer Signale umschreiben:

$$\underline{U}_x[h] = 0 \quad \forall \quad |h| > \frac{f_s}{2f_0}. \quad (2.42)$$

Es lässt sich also festhalten: Das Spektrum eines diskreten, zeitbegrenzten Abtastsignals kann nur dann das Spektrum des am ADU anliegenden kontinuierlichen periodischen Signals abbilden, wenn Abtastrate und Signaldauer mit dessen Grundfrequenz synchronisiert sind und Aliasing durch entsprechende Auslegung der Abtastrate verhindert wird.

Beziehung zur DTFT

Bei der Berechnung der Fourier-Transformierten des abgetasteten, zeitbegrenzten Zeitsignals $\hat{u}_x(t)$ aus Gl. 2.28 gemäß Kapitel 2.4.3 kann durch Ausnutzen der Summationsregel der Integration sowie der in Kapitel B.1 beschriebenen Ausblendeigenschaft des Dirac-Impulses Folgendes formuliert werden:

$$\begin{aligned}
 \hat{\underline{U}}_x(j\omega) &= \mathcal{F}\{\hat{u}_x(t)\} \\
 &= \int_{\mathbb{R}} u_x(t) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right) \zeta(t) e^{-j\omega t} dt \\
 &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} u_x(nT_s) \operatorname{rect}\left(\frac{nT_s}{NT_s}\right) e^{-j\omega nT_s} \int_{\mathbb{R}} T_s \delta(t - nT_s) dt \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} u_x(nT_s) e^{-j\omega nT_s}.
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Die absolute Kreisfrequenz ω lässt sich durch Zusammenfassung mit dem Abtastintervall T_s zur normierten Kreisfrequenz

$$\Omega = \omega T_s = 2\pi f T_s \tag{2.44}$$

umstellen. An dieser Stelle wird die Schreibweise für zeitdiskrete Signale mit eckigen Klammern eingeführt:

$$u_x[n] := u_x(nT_s). \tag{2.45}$$

Durch Einsetzen dieser Schreibweise in Gl. 2.43 verschwinden alle absoluten Frequenzen sowie das Abtastintervall. Das Spektrum des abgetasteten Signals lässt sich damit wie folgt schreiben:

$$\hat{\underline{U}}_x(e^{j\Omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} u_x[n] e^{-jn\Omega} = N \cdot \text{DTFT}\{u_x[n]\}. \tag{2.46}$$

Das Spektrum entspricht der mit dem Faktor N skalierten Rückgabe der DTFT gemäß Kapitel 2.4.5. Die DTFT ist also die vollständige Lösung der Fourier-Transformation für diskrete Signale. Damit bildet sie auch alle Störungen bzw. Verzerrungen gemäß den obigen Beschreibungen ab.

Beziehung zur DFT und spektrale Orthogonalität

Wird die DFT als Diskretisierung der DTFT im Frequenzbereich aufgefasst, so entspricht das diskrete Spektrum

$$\hat{\underline{U}}_x[m] = \text{DFT}\{u_x[n]\} \tag{2.47}$$

der DFT im Falle periodischer Eingangssignale der Abtastung des in Gl. 2.36 definierten Spektrums. Durch Einsetzen von Gl. 2.20 in Gl. 2.44 lässt sich die Kreisfrequenz in Abhängigkeit des DFT-Indexes m darstellen:

$$\omega[m] = \frac{2\pi}{NT_s} m. \tag{2.48}$$

Gilt Gl. 2.41, so entspricht der Abstand der DFT-Bins genau dem Abstand der Nullstellen der Dirichlet-Kerne im Spektrum. Damit fallen die diskreten Frequenzpunkte der DFT genau auf diejenigen Punkte im Spektrum, an denen die Dirichlet-Kerne sich nicht gegenseitig beeinflussen:

$$\Delta\omega[m] = \omega[m+1] - \omega[m] = \frac{2\pi}{NT_s} = \frac{2\pi}{kT_0}. \tag{2.49}$$

Nur dann bildet die DFT das Spektrum des analogen Eingangssignals an jedem k -ten Bin genau ab und es gilt:

$$\hat{\underline{U}}_x[kh] = \underline{U}_x[h]. \quad (2.50)$$

Damit ist das mittels DFT aus der begrenzten Anzahl von Abtastwerten N bestimmte Spektrum $\hat{\underline{U}}_x[kh]$ gleich den Fourier-Koeffizienten des periodischen Signals $\underline{U}_x[h]$, das am ADU anliegt. Dieser Zustand wird nachfolgend als *vollständige spektrale Orthogonalität* bezeichnet, da die Werte auf jedem k -ten DFT-Bin damit den Gewichten der einzelnen Orthogonalfunktionen $s_h(t)$ der Fourier-Reihe gemäß Gl. 2.10 entsprechen.

Beispiel

Die zeitbegrenzte Abtastung eines periodischen Signals soll im Folgenden anhand eines einfachen Beispiels veranschaulicht werden. Am ADU liege das periodische Spannungssignal $u_x(t)$ mit dem diskreten Spektrum

$$\underline{U}_x[h] = \begin{cases} (3,5 - |h|) \text{ V} & \forall |h| \leq 3 \\ 0 & \forall |h| > 3 \end{cases} \quad (2.51)$$

für alle $h \in \mathbb{Z}$ an. Weiterhin sei $f_s T_0 = 10$, womit Gl. 2.42 erfüllt ist. Nun wird die Signaldauer T gemäß Gl. 2.39 berechnet, wobei der Wert für k variiert wird. Das Beispiel ist in Abb. 2.5 visualisiert.

Zunächst zeigen die Teilabbildungen a) und c) das Spektrum für $k = 1$, dem minimalen zulässigen Wert von k zur Erfüllung von Gl. 2.41. Teilabbildung a) zeigt hierbei die einzelnen, mit den diskreten Spektralwerten gewichteten Dirichlet-Kerne; in Teilabbildung c) zeigt sich die Periodizität des Spektrums mit der Abtastrate. Da in diesem Szenario alle Bedingungen erfüllt sind, entsprechen die DFT-Bins genau den Werten des Testspektrums, es gilt Gl. 2.50.

Im Gegensatz hierzu zeigen die Teilabbildungen b) und d) den Fall $k = 1,5$. Damit ist Gl. 2.41 nicht mehr erfüllt und es kommt zum Übersprechen der einzelnen Dirichlet-Kerne, wie in b) gezeigt. In Teilabbildung d) ist zu sehen, wie das kontinuierliche Spektrum des abgetasteten Signals verzerrt wird: Das kontinuierliche Spektrum überlappt nicht mehr mit dem diskreten Ausgangsspektrum, damit besteht keine Möglichkeit mehr, dessen wahre Werte zu ermitteln. Ferner liegen die DFT-Bins auch nicht mehr auf den korrekten Frequenzkoordinaten und tasten das Spektrum um die Sollwerte herum ab.

Teilabbildung e) zeigt den Fall für $k = 5$. Da alle Bedingungen erfüllt sind, gilt wieder Gl. 2.50. Allerdings ist zu sehen, dass aufgrund der höheren Signaldauer die einzelnen Dirichlet-Kerne enger geworden sind, wodurch die Frequenzauflösung verbessert wurde. In Teilabbildung f) ist $k = 5,4$ und es kommt wieder zu Verzerrungen. Die DFT-Bins liegen nicht mehr auf den Soll-Frequenzen, zudem sind die zwischen den einzelnen Komponenten liegenden Bins nicht mehr null. Hier werden also signifikante Amplituden auf Frequenzen angezeigt, die im Ausgangssignal nicht vorhanden sind.

2.5.3 Schlussfolgerungen

Durch die Zeitlimitierung der Signale bei realen Messungen kommt es im Zeitbereich zu einer Multiplikation mit der Rechteck-Funktion, was die kontinuierliche Faltung im Frequenzbereich mit deren Fourier-Transformierter, dem Dirichlet-Kern $\underline{D}_T(j\omega)$, zur Folge hat. Durch diese Faltung beeinflussen sich Werte auf unterschiedlichen Frequenzen. Im Falle eines Ursprungssignals mit kontinuierlichem Spektrum kann dieses aus dem abgetasteten Signal nicht mehr fehlerfrei

2 Grundlagen und Ausgangslage

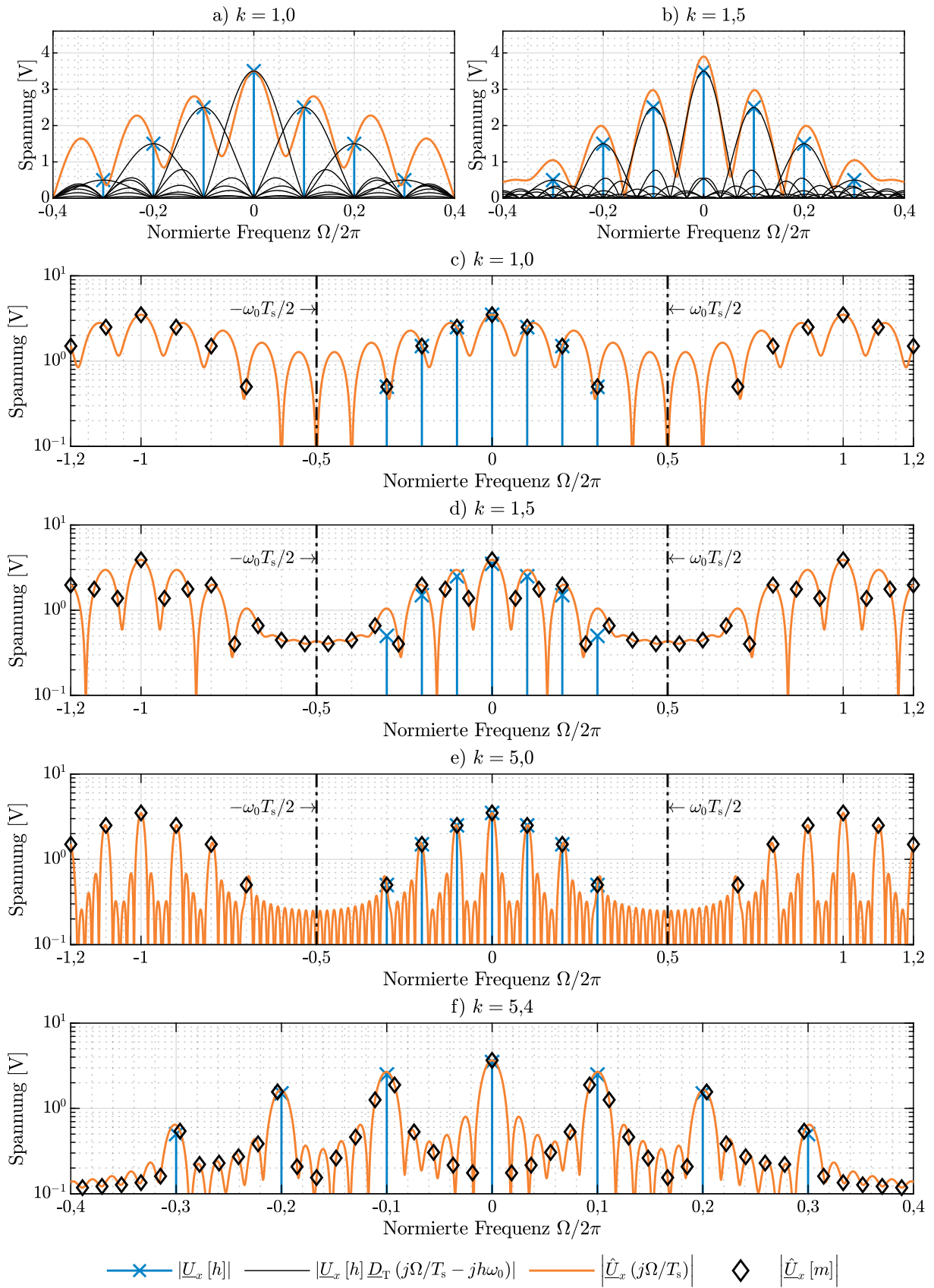


Abb. 2.5: Visualisierung des Beispiels mit $f_s T_0 = 10$ und $N = \lfloor k f_s T_0 \rfloor$.

rekonstruiert werden. Ausschließlich für periodische Eingangssignale mit diskretem Spektrum lässt sich - wie oben gezeigt - unter Einhaltung der Bedingungen in Gl. 2.41 und Gl. 2.42 das Ursprungsspektrum exakt rekonstruieren. Wird eine der obigen Bedingungen nicht eingehalten, kommt es zu spektralen Verzerrungen aufgrund der Überlappung der Dirichlet-Kerne. Die so zustande kommenden Verzerrungen stellen den eingangs beschriebenen Leck-Effekt dar.

Die minimale Frequenzauflösung ist dabei durch die Breite des Dirichlet-Kerns vorgegeben. Erst in der nächsten Nullstelle darf ein Maximum der benachbarten Spektralkomponente liegen, damit die spektrale Orthogonalität im abgetasteten Spektrum abgebildet werden kann. Mit zunehmender Signaldauer wird der Abstand dieser Nullstellen geringer. Damit kann die Präsenz des Leck-Effekts auch als Resultat der Unschärferelation der Systemtheorie gesehen werden, die besagt, dass das Produkt von Bandbreite und Dauer eines Signals ein nicht zu unterschreitendes Minimum hat [41, S. 225ff.][42, S. 560ff.].

Zyklische Faltung der DFT

In anderen Herleitungen der Problemstellung wird von der zyklischen Faltung der DFT gesprochen [48, S. 582ff.][36, S. 55ff.]: Der DFT liegt die Annahme zugrunde, dass das Eingangssignal mit dem Messfenster exakt periodisch ist. Genau dann liefert sie korrekte Ergebnisse zurück [54, S. 24ff.]. Implizit deckt sich dies mit den obigen Feststellungen: Nur periodische Signale können mit der DFT korrekt analysiert werden und das auch nur dann, wenn die entsprechenden Bedingungen in Gl. 2.41 und Gl. 2.42 erfüllt sind. Bei jeder Abweichung hiervon ist mit Fehlern zu rechnen, da das Signal dann im Messfenster nicht mehr periodisch ist.

2.5.4 Spektren in realen Messungen

Bei Messung der Spannungsqualität oder harmonischer Leistungsflüsse ergeben sich bei echten Messungen einige Probleme, die es zu quantifizieren gilt.

Periodizität der Signale

Offensichtlich sind am Stromnetz gemessene Signale nicht streng periodisch im Sinne der Definition in Gl. 2.8. Aufgrund der zuvor dargestellten vielfältigen Gründe enthalten sie außer den harmonischen Komponenten, also den Oberschwingungen, auch noch zwischen- und supraharmische Signalbestandteile. Zudem unterliegt die Grundfrequenz des Systems, die Netzfrequenz, zeitlichen Änderungen. Damit kann nicht mehr davon ausgegangen werden, dass das Ursprungssignal periodisch ist. Dies impliziert, dass das Spektrum der Signale am Netz nicht mehr diskret ist. Aufgrund der Faltung mit dem Dirichlet-Kern kann das somit kontinuierliche Spektrum des Ursprungssignals bei Messungen begrenzter Messdauer nicht mehr rekonstruiert werden.

Daher müssen Annahmen und Vereinfachungen getroffen werden, um aus den Messungen am Netz sinnvolle Schlüsse ziehen zu können: Zunächst wird davon ausgegangen, dass die signaltheoretisch energiereichsten Signalbestandteile immer noch harmonische Komponenten sind, die Signale also zumindest annähernd periodisch sind. Allerdings ist die Periodendauer an den unbekannten Wert der Netzfrequenz $f_r(t)$ gebunden. Bei Messungen am Stromnetz lässt sich für das Ausgangssignal des Übertragungskanal unter der Annahme, dass die zeitliche Änderung der Netzfrequenz vernachlässigbar gering ist, folgende Näherung formulieren:

$$u_x(t) \approx u_x\left(t + \frac{k}{f_r(t)}\right) \quad \forall k \in \mathbb{Z} \quad \text{sofern} \quad \frac{df_r(t)}{dt} \approx 0. \quad (2.52)$$

Dadurch wird implizit davon ausgegangen, dass das Signal für den betrachteten Messzeitraum stationär ist. Nicht-harmonische Signalkomponenten werden damit als Störungen betrachtet.

Stationär bedeutet zudem, dass im betrachteten Zeitraum keine Änderungen der Netzimpedanz, Ein- oder Ausschaltvorgänge oder Ähnliches stattfinden. Wird die Messdauer zwecks Verbesserung der spektralen Auflösung verlängert, kann diese Annahme immer schwerer aufrechterhalten werden. Es entsteht ein Spannungsfeld zwischen notwendiger Verlängerung der Messdauer und der Gültigkeit der Annahme eines stationären Zustands. Eine einfache Verkürzung der Messfenster führt zu nicht akzeptablen Fehlern, vor allem in der Phaseninformation. Auf der anderen Seite führt eine Verlängerung der Messfenster oder Mittelung über mehrere Spektren dazu, dass Störungen zwar reduziert werden, jedoch werden kurzfristige Effekte von Interesse ebenfalls stark gedämpft. Der Umgang mit diesem Spannungsfeld ist bis heute Gegenstand wissenschaftlicher Arbeiten und Diskussionen in Normungsgremien. So wird die Oberschwingungsanalyse gemäß DIN EN 61000-4-7 beispielsweise über zehn Perioden berechnet. Diese betrachtet jedoch nur das Amplitudenspektrum und die Signalenergie, wofür über mehrere benachbarte DFT-Bins gruppiert wird. Der Stand der Wissenschaft hierzu wird in Kapitel 2.7.4 erläutert.

Weitere Einflüsse in der Messkette

Das vorgestellte Modell der Messkette geht vom Übertragungskanal als LZI-System aus. In echten Messsystemen können die Teilkomponenten des Übertragungskanals, allen voran die Messwandler, nichtlineares Verhalten zeigen. Zudem unterliegen die Frequenzgänge der Wandler aufgrund von Alterungsprozessen der analogen Komponenten sowie Umwelteinflüssen, wie Temperatur, Feuchte oder Feldern jeglicher Art Änderungen, die zum Messzeitpunkt entweder bekannt sein oder durch Kalibrierung ermittelt werden müssen. Unabhängig vom gewählten Messwandler wird in dieser Arbeit angenommen, dass dieser als LZI-System modelliert werden kann. Nichtlineare Effekte, beispielsweise die Sättigung eines Eisenkerns, werden hier nicht betrachtet. Im realen Betrieb bedeutet dies, dass die Messwandler so ausgelegt sein müssen, dass sich die Messgröße stets im linearen Bereich des Wandlers bewegt bzw. eine im Wandler integrierte Korrektur des nichtlinearen Verhaltens hin zu einem linearen Ausgangssignal stattfindet. Die Kompensation der Messwandler sowie deren Modellierung und Kalibrierung ist Gegenstand aktueller Forschung und wird ebenfalls im folgenden Kapitel weiter betrachtet.

Bei der Analog-Digital-Umsetzung analoger in digitale Signale kommt es zu Quantisierungsrauschen. Auch Jitter-Effekte und Abweichungen in der Abtastrate beeinflussen die Güte der späteren Signalverarbeitung. Während dem Quantisierungsrauschen mit einer gezielten Überabtastung und anschließender Tiefpassfilterung sinnvoll begegnet werden kann, sind Jitter-Effekte grundsätzlich schwieriger zu kompensieren. Jitter entsteht, wenn der Auslösezeitpunkt der Abtastung rauschbehaftet ist und die Steilheit einer aufsteigenden Flanke beim Auslösen beschränkt ist. Bei ADUs, in denen die Abtastrate von einem kristallinen Frequenzgenerator erzeugt wird, sind diese Effekte allerdings bei den in dieser Arbeit verwendeten Abtastraten unterhalb von 50 MSa/s vernachlässigbar [34]. Die Abweichung der Abtastrate von ihrem Sollwert hingegen stellt einen relevanten systemischen Fehler dar und fällt insbesondere bei der Messung zeitabhängiger Größen wie Frequenz und RoCoF ins Gewicht. Die Schwere der Abweichung hängt von der Qualität der in den ADUs verwendeten Frequenzgeneratoren ab, die in der Regel auf kristallinen Oszillatoren basieren [33]. Temperaturänderungen, aber auch Alterungsprozesse in den Kristallen, sind Gründe für Änderungen in der Abtastrate [70].

2.5.5 Erweiterte Definition der spektralen Re-Orthogonalisierung

Mit den in diesem Kapitel angestellten Überlegungen kann die Definition des Begriffs der *spektralen Re-Orthogonalisierung* aus Kapitel 2.2.1 verfeinert werden. Zunächst gilt es festzuhalten, dass vollständige spektrale Orthogonalität gemäß Gl. 2.50 nur dann gilt, wenn Gl. 2.41 und Gl. 2.42 erfüllt sind. Alle zu dieser Einsicht führenden Überlegungen basieren auf der Annahme, dass das

zugrundeliegende kontinuierliche Zeitsignal am ADU streng periodisch im Sinne von Gl. 2.8 ist. Nun wurde ausführlich diskutiert, dass die am Netz gemessenen Spannungs- und Stromsignale schon deshalb diese Bedingung nicht erfüllen, da ihre Grundfrequenz - die Netzfrequenz $f_r(t)$ - zeitvariant ist und den Signalen daher keine feste Periodendauer T_0 zugeordnet werden kann.

Netzfrequenzsynchrone Zeitbasis

Nachfolgend sei eine relative Zeitbasis mit der einheitenlosen Variable $\hat{\tau} \in \mathbb{R}$ angenommen, die exakt synchron mit der Grundperiode der Netzschnwingung sei und in der im Abstand von 1 genau eine Grundperiode vergehe. Weiterhin sei auch die Netzfrequenz auf dieser Zeitbasis als $\hat{f}_r(\hat{\tau})$ definiert. Dann lässt sich als Kehrwert der Netzfrequenz auch eine Grundperiodendauer als Funktion der Zeitbasis $\hat{\tau}$ aufstellen:

$$\hat{T}_0(\hat{\tau}) = \frac{1}{\hat{f}_r(\hat{\tau})}. \quad (2.53)$$

Damit kann zu jedem Wert von $\hat{\tau}$ ein absoluter Zeitstempel in Abhängigkeit von $\hat{\tau}$ definiert werden:

$$t_{\hat{\tau}}(\hat{\tau}) = \int_0^{\hat{\tau}} \hat{T}_0(\tau) d\tau. \quad (2.54)$$

Beide Zeitbasen sollen einen gemeinsamen Nullzeitpunkt haben, der dem Startzeitpunkt der Messung entspricht:

$$t_{\hat{\tau}}(0) = 0. \quad (2.55)$$

Anwendung auf Netzsignale

Sei $x(t)$ nun ein Signal, das ausschließlich aus einer Grundschnwingung mit der Frequenz $f_r(t)$ und ganzzahligen Vielfachen dieser Frequenz $hf_r(t)$ bestehe. Mit den komplexen Koeffizienten $\underline{c}[h]$ lässt sich ein solches Signal über eine auf der Zeitbasis $\hat{\tau}$ berechnete Fourier-Reihe analog zu Gl. 2.10 formulieren:

$$x(t_{\hat{\tau}}(\hat{\tau})) = \hat{x}(\hat{\tau}) = \sum_{h \in \mathbb{Z}} \underline{c}[h] e^{jh2\pi\hat{\tau}}. \quad (2.56)$$

Hierbei stellt diese Reihe auf der Zeitbasis $\hat{\tau}$ ebenfalls ein System normierter Orthogonalfunktionen dar, die periodisch mit 1 sind. Analog zu Gl. 2.11 kann gezeigt werden:

$$\int_0^1 e^{jh_1 2\pi\hat{\tau}} e^{-jh_2 2\pi\hat{\tau}} d\hat{\tau} = \begin{cases} 0 & \forall h_1 \neq h_2 \\ 1 & \forall h_1 = h_2 \end{cases}. \quad (2.57)$$

Damit ist $\hat{x}(\hat{\tau})$ ebenfalls auf der Zeitbasis $\hat{\tau}$ periodisch mit 1:

$$\hat{x}(\hat{\tau}) = \hat{x}(\hat{\tau} + \kappa) = x(t_{\hat{\tau}}(\hat{\tau})) = x(t_{\hat{\tau}}(\hat{\tau} + \kappa)) \quad \forall \kappa \in \mathbb{Z}. \quad (2.58)$$

Durch die Verwendung der netzfrequenzsynchrone Zeitbasis $\hat{\tau}$ fällt die Einschränkung einer im Vergleich zum Beobachtungszeitraum kleinen Netzfrequenzänderung aus Gl. 2.52 weg. Nachfolgend soll davon ausgegangen werden, dass sich die Signale im Netz als eine solche auf der Zeitbasis $\hat{\tau}$ periodische Funktion modellieren lassen. Dann kann das Ziel des in dieser Arbeit entwickelten Messverfahrens darin verstanden werden, die Koeffizienten $\underline{c}[h]$ der netzfrequenzsynchrone Fourier-Reihe gemäß Gl. 2.56 zu bestimmen. Zwischenharmonische und andere, nicht

derart modellierbare Signalbestandteile werden als additiv überlagerte Störung angesehen, die es zu eliminieren gilt.

Anwendung auf diskrete Signale

Aus den vorherigen Überlegungen wurde klar, dass die Fourier-Koeffizienten unter Einhaltung von Gl. 2.41 und Gl. 2.42 mittels DFT eindeutig bestimmt werden können, da dann spektrale Orthogonalität vorliegt. Zur Erinnerung: Die in Gl. 2.41 verwendeten Größen sind zum einen die Anzahl der Abtastwerte N , die Grundperiode des periodischen Signals T_0 , die Abtastrate f_s sowie die (ganzzahlige) Anzahl betrachteter Grundperioden k . Nun stellt sich die Frage, wie dieser Sachverhalt auf eine zeitvariante Grundperiodendauer $\hat{T}_0(\hat{\tau})$ angepasst werden kann. Bei konstanter Abtastrate f_s würde die Zeitvarianz der Grundperiode dafür sorgen, dass die Bedingung nicht mehr sicher erfüllt würde, sofern die Abtastrate f_s vorher mit dem Nennwert der Netzfrequenz f_n abgestimmt wäre.

Die Abtastrate stellt nun eine Stellschraube zur Wiederherstellung dieser Bedingung dar und kann ebenfalls zeitvariant gestaltet und der aktuellen Grundperiode des zu messenden Systems angepasst werden. Nachfolgend sei $\hat{T}_s(\hat{\tau})$ das Abtastintervall in Abhängigkeit der Zeitbasis $\hat{\tau}$, entsprechend dem Kehrwert der Abtastrate. Dann kann Gl. 2.41 wie folgt umformuliert werden:

$$N = \left\lfloor k \frac{\hat{T}_0(\hat{\tau})}{\hat{T}_s(\hat{\tau})} \right\rfloor = k \frac{\hat{T}_0(\hat{\tau})}{\hat{T}_s(\hat{\tau})}. \quad (2.59)$$

Die netzfrequenzsynchrone Abtastung kann durch Definition der Grundperiodendauer als ganzzahliges Vielfaches $\hat{T}_s(\hat{\tau}) \hat{\mu} = \hat{T}_0(\hat{\tau})$ des Abtastintervalls mit $\hat{\mu} \in \mathbb{N}$ beschrieben werden. Dadurch kürzen sich beide Terme heraus und es gilt:

$$N = k \hat{\mu}. \quad (2.60)$$

Für die netzfrequenzsynchron abgetasteten Signale gilt Gl. 2.50 also immer, es besteht vollständige spektrale Orthogonalität. Die dynamische Anpassung der Abtastrate des digitalen Systems bzw. des *Takts* auf die aktuelle Grundperiode des zu messenden, in der relativen Zeitbasis $\hat{\tau}$ periodischen Signals stellt dabei den Prozess der *spektralen Re-Orthogonalisierung* dar. Eine besondere Bedeutung kommt hierbei der Bestimmung der Netzfrequenz in der netzfrequenzsynchrone Zeitbasis $\hat{f}_r(\hat{\tau})$ zu, ist sie doch der Ausgangspunkt der hier angestellten Überlegungen.

2.6 Fensterfunktionen

Aufgrund der Bedeutung von Fensterfunktionen in dieser Arbeit werden die Grundlagen und der Stand der Technik bezüglich dieser in diesem Kapitel zusammengefasst. Teile dieses Kapitels stammen aus der Eigenveröffentlichung [J2].

2.6.1 Ansatz

Der Einfluss der Signaldauer T wurde in Gl. 2.28 als Multiplikation mit der Rechteck-Funktion modelliert. Diese stellt das Messfenster der entsprechenden Länge dar und sorgt dafür, dass das Spektrum des Eingangssignals mit dem Dirichlet-Kern $\underline{D}_T(j\omega)$ gefaltet wird. Die Idee hinter Fensterfunktionen ist, die Rechteckfunktion durch eine beliebige Funktion zu ersetzen, deren Fourier-Transformierte für die jeweilige Anwendung vorteilhaftere Eigenschaften hat. Mit diesem Ansatz wird die zeitliche Limitierung des abgetasteten Signals $\hat{u}_x(t)$ aus Gl. 2.28 zu einer Multiplikation mit einer zunächst beliebigen Fensterfunktion $w(x)$ erweitert:

$$\hat{u}_x(t) = u_x(t) w\left(\frac{t}{T}\right) \zeta(t). \quad (2.61)$$

Für die Fensterfunktion muss gelten:

$$w(x) = 0 \quad \forall \quad x \notin [0; 1[. \quad (2.62)$$

Damit ist die Rechteck-Funktion nur noch eine unter vielen Fensterfunktionen. In Gl. 2.33 und Gl. 2.36 kann der Dirichlet-Kern $\underline{D}_T(j\omega)$ durch das Spektrum der Fensterfunktion bzw. deren Kern $\underline{W}_T(j\omega) = \mathcal{F}\{w(t/T)\}$ substituiert werden.

Normierte Frequenzachse

Zum Vergleich der Fensterfunktionen ist es von Vorteil, deren Kerne unabhängig von der Signaldauer T zu betrachten. Da die Nullstellenposition von Fensterfunktionen im Folgenden besonders von Interesse ist, wird an dieser Stelle die normierte Frequenzgröße $m \in \mathbb{R}$ eingeführt, die die Frequenz auf den Nullstellenabstand des normierten Dirichlet-Kerns gemäß Gl. 2.37 normiert:

$$m = \frac{\omega T}{2\pi}. \quad (2.63)$$

Damit kann für jede Fensterfunktion $w(t/T)$ das normierte Spektrum

$$\underline{W}(m) = \underline{W}_T(j2\pi m) = \underline{W}_T(j\omega T) \quad (2.64)$$

berechnet werden. Der Wert $m = 1$ entspricht dem Abstand der diskreten Frequenzpunkte der DFT der Fensterfunktion, weshalb die Einheit von m im Folgenden *Bins* genannt wird.

Spektren diskreter Fensterfunktionen

Werden die Fenster-Funktion und der Dirac-Impulskeim aus Gl. 2.61 zu einer abgetasteten Fensterfunktion $\hat{w}(t) = w(t/T) \zeta(t)$ zusammengefasst, lässt sich das Spektrum des abgetasteten Signals $\hat{U}_x(j\omega)$ als Faltung des Eingangsspektrums mit der Fourier-Transformierten der abgetasteten Fensterfunktion $\hat{W}(j\omega) = \mathcal{F}\{\hat{w}(t)\} = \underline{W}(j\omega) * \underline{\Upsilon}(j\omega)$ schreiben:

$$\hat{U}_x(j\omega) = \hat{W}(j\omega) * \underline{U}_x(j\omega). \quad (2.65)$$

2 Grundlagen und Ausgangslage

Wird $\hat{W}(j\omega)$ betrachtet, zeigt sich, dass dieses Spektrum periodisch mit der Abtastrate f_s wird. Damit überlappen die verschobenen Kerne der Fensterfunktion und beeinflussen sich gegenseitig. Das Spektrum einer abgetasteten Fensterfunktion - nachfolgend einfach *Fenster* genannt - weicht also vom Kern der zugrundeliegenden kontinuierlichen Fensterfunktion ab. Ein aus N Abtastwerten bestehendes Fenster lässt sich aus der Fensterfunktion $w(x)$ direkt ableiten:

$$w[n] = w\left(\frac{n}{N}\right). \quad (2.66)$$

In Gl. 2.43 wurde gezeigt, dass das Spektrum dieses Fensters über die DTFT vollständig berechnet werden kann. Mit Einführung der normierten Frequenzachse m für den Kern des Fensters gemäß Gl. 2.20 lässt sich schreiben:

$$\hat{W}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} w[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nm}. \quad (2.67)$$

Damit lassen sich die Spektren der kontinuierlichen Fensterfunktion und die des diskreten Fensters vergleichen. In Abb. 2.6 werden die Spektren der kontinuierlichen Rechteck-Funktion (der Dirichlet-Kern) und das Spektrum des daraus abgeleiteten Rechteck-Fensters auf der normierten Frequenzachse miteinander verglichen.

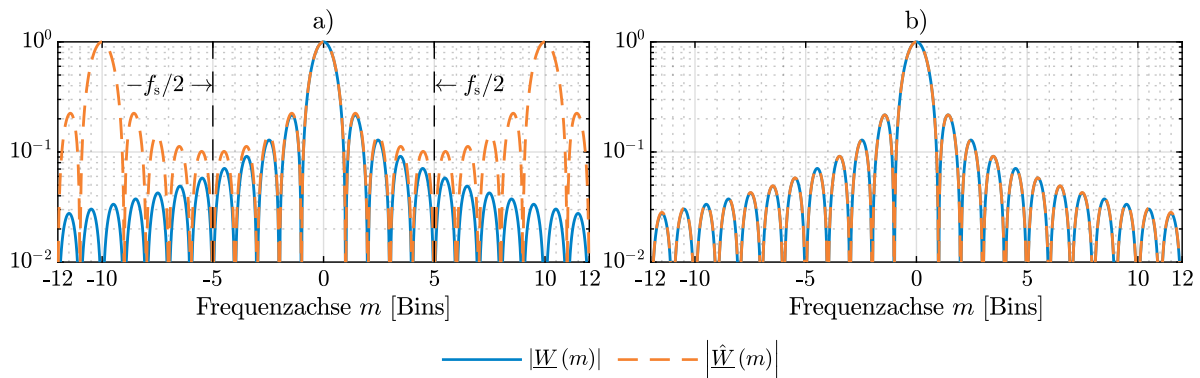


Abb. 2.6: Kerne der kontinuierlichen Fensterfunktion und des diskreten Fensters am Beispiel der Rechteck-Funktion für a) $N = 10$ und b) $N = 100$.

In Unterabbildung a) ist $N = 10$, damit entspricht $m = 5$ der normierten halben Abtastrate. Dort wird das Spektrum des diskreten Fensters periodisch fortgesetzt, während der Dirichlet-Kern weiter asymptotisch abfällt. Mit Wahl einer entsprechend größeren Anzahl von Abtastwerten N verschiebt sich dieser Spiegelpunkt weiter nach außen und die Periodizität kann zunehmend vernachlässigt werden. Unterabbildung b) zeigt die Spektren für $N = 100$. Hier ist zu sehen, dass die Spektren sich im betrachteten Bereich augenscheinlich vollständig überlagern und sich Abweichungen in den nicht dargestellten Bereich verlagert haben. Beim Vergleich der Kerne von Fensterfunktionen sollte daher die DTFT über das diskrete Fenster berechnet werden, um diese Effekte zu berücksichtigen.

2.6.2 Anwendung von Fenstern auf diskrete Signale

Sei das diskrete Eingangssignal $u_x[n]$ von zunächst beliebiger Länge $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, abgetastet mit der Abtastrate f_s . Nachfolgend wird eine Anzahl von Abtastwerten N festgelegt, die sich aus dem gewünschten Frequenzabstand der DFT-Bins $\Delta f_{\text{dft}} \in \mathbb{R}^+$ zu

$$N = \frac{f_s}{\Delta f_{\text{dft}}} \quad (2.68)$$

ergibt. Damit kann das Eingangssignal in $N_q \in \mathbb{N}$ gefensterte Teilsignale $u_{wx}[q, n]$ mit $q \in [0; N_q - 1]$ der Länge N zerlegt werden. Hier erfolgt die Multiplikation mit dem Fenster der Länge N :

$$u_{wx}[q, n] = u_x[n + qN_{\text{ov}}(r)] w[n] \quad \forall n \in [0; N - 1]. \quad (2.69)$$

Die einzelnen Teilsignale sind jeweils um $N_{\text{ov}}(r)$ Abtastwerte zueinander verschoben, können sich demnach also auch überlappen. Für ein vorgegebenes Überlappungsverhältnis $r \in [0; 1[$ ergibt sich $N_{\text{ov}}(r)$ zu

$$N_{\text{ov}}(r) = \lfloor (1 - r)N \rfloor. \quad (2.70)$$

Für kleine N kann sich hier ein Rundungsfehler ergeben, was in einer Abweichung des echten Überlappungsverhältnisses $r_r = 1 - N_{\text{ov}}(r)/N$ resultieren würde. Im Folgenden kann angenommen werden, dass N hinreichend groß ist, sodass $r_r \approx r$. Im nächsten Schritt wird dann für jedes Teilsignal die DFT berechnet. Das Resultat ist eine Reihe von diskreten Spektren $\hat{U}_{wx}[q, m]$:

$$\hat{U}_{wx}[q, m] = \text{DFT} \{u_{wx}[q, n]\}. \quad (2.71)$$

Diese Reihe von aufeinanderfolgenden Spektren wird später auch vom in dieser Arbeit vorgestellten Algorithmus verwendet. Ferner liegt sie verschiedenen bekannten Verfahren zur Abschätzung der Rauschleistungsdichte bzw. der Rauschleistung in (quasi-)stationären Prozessen mittels Mittelung von Periodogrammen zugrunde, wie beispielsweise den bekannten Methoden nach Bartlett und Welch [71][67][36, S. 195ff.].

2.6.3 Darstellungsformen des Fensterkerns

Da ein Fenster $w[n]$ in der Regel reellwertig ist, wird sein Kern konjugiert-komplex um $m = 0$ gespiegelt. Es ist daher zulässig, nur eine Seite des Kerns zu Vermessungszwecken zu berechnen. Aufgrund der unterschiedlichen Definitionen von Fensterfunktionen in der Literatur wird hierfür zunächst das normierte Betragsspektrum $g(m)$ eingeführt:

$$g(m) = \frac{|\hat{W}(m)|}{|\hat{W}(0)|}. \quad (2.72)$$

Damit gilt für jede Fensterfunktion $g(0) = 1$. Die erste Nullstelle m_{fn} mit $g(m_{\text{fn}}) = 0$ dieser Funktion ist eine wichtige Fenstermetrik. Sie beschreibt den Übergang von der *Hauptkeule* des Fensters ($m \leq m_{\text{fn}}$) zu seinen *Nebenkeulen* ($m > m_{\text{fn}}$). Gemäß Definition der normierten Frequenzachse in Gl. 2.63 hat der Dirichlet-Kern die erste Nullstelle bei $m_{\text{fn}} = 1$. Ferner wird die logarithmische Gain-Funktion eingeführt:

$$G(m) = 20 \log_{10}(g(m)). \quad (2.73)$$

Damit können die Betragsspektren in Dezibel (dB) ausgedrückt werden, der in der Literatur gängigen Einheit zur Vermessung von Fenstern [37][72]. Abb. 2.7 zeigt Zeitsignal und Gain-Funktion für verschiedene Fensterfunktionen.

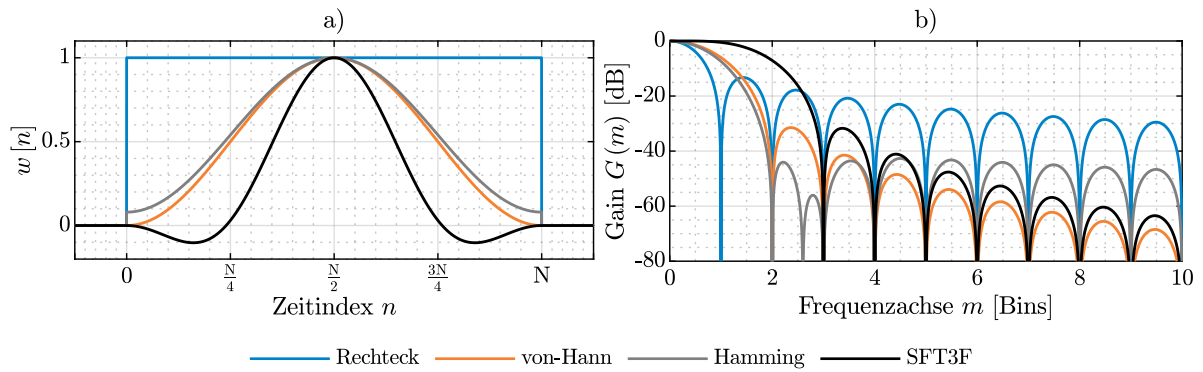


Abb. 2.7: a) Zeitsignal $w[n]$ und b) Gain-Funktion $G(m)$ verschiedener Fenster.

2.6.4 Klassifizierung von Fenstern

Für jedes Fenster bzw. dessen Kern können Kenngrößen ermittelt werden, an denen diese sich mit anderen Fenstern vergleichen lassen. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Metriken sind in Tabelle 2.6 aufgelistet und in Abb. 2.8 am Beispiel des SFT3M-Fensters aus [73] grafisch dargestellt. Die Formeln zu ihrer Berechnung finden sich in Anhang B.2.

Tabelle 2.6: Verwendete Fenstermetriken

Metrik	Formelzeichen	Kurzbeschreibung
Hauptkeulenbreite	m_{fn}	Erste Nullstelle im Spektrum der Fensterfunktion
NENBW	m_{bw}	Normalisierte äquivalente Rauschbandbreite
-3 dB-Breite	Δm_{3dB}	Abstand zwischen den zwei Punkten des zweiseitigen Spektrums, an denen die Gain-Funktion -3 dB unterschreitet
Nebenkeulen-dämpfung	d_{sl}	Rate, mit der die Nebenkeulen über m abfallen
Nebenkeulen-unterdrückung	G_{hsl}	Höhe der höchsten Nebenkeule mit dazugehörigem Frequenzindex m_{hsl}
Maximale und mittlere Flachheit	G_{fl}, F_{fl}	Maße für die Abweichung von der 0 dB-Linie für $ m \leq 0,5$
Amplitudenflachheit	$a(r)$	Maß für die Gleichgewichtung von Abtastwerten in aufeinanderfolgenden Spektren
Überlappungskoeffizient	$c(r)$	Maß für die Korrelation zwischen aufeinanderfolgenden Spektren

Es gibt keine ideale Fensterfunktion, die für alle Anwendungen gleichermaßen geeignet ist. Stattdessen finden sich in der Literatur zahlreiche Vorschläge für Fenster, die für spezielle Anwen-

dungsfälle optimiert sind. So kann der Leck-Effekt in den sog. *Nahbereichs-Leck-Effekt* (engl. *close range spectral leakage*) und den *Fernbereichs-Leck-Effekt* (engl. *far distant spectral leakage*) unterschieden werden. Erster tritt in unmittelbarer Nähe einer nicht mit dem Messfenster synchronen Frequenzkomponente auf und kann durch eine höhere Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} gedämpft werden. Der Fernbereichs-Leck-Effekt entsteht durch den asymptotischen Abfall der Nebenkeulen entlang der Frequenzachse. Durch eine höhere Nebenkeulendämpfung d_{sl} können diese Störungen vermindert werden. Die bekannten Fensterfunktionen sind in der Regel auf eine dieser beiden Metriken hin optimiert. Im Folgenden wird daher kurze Übersicht über den aktuellen Stand der Wissenschaft hinsichtlich Fensterfunktionen gegeben.

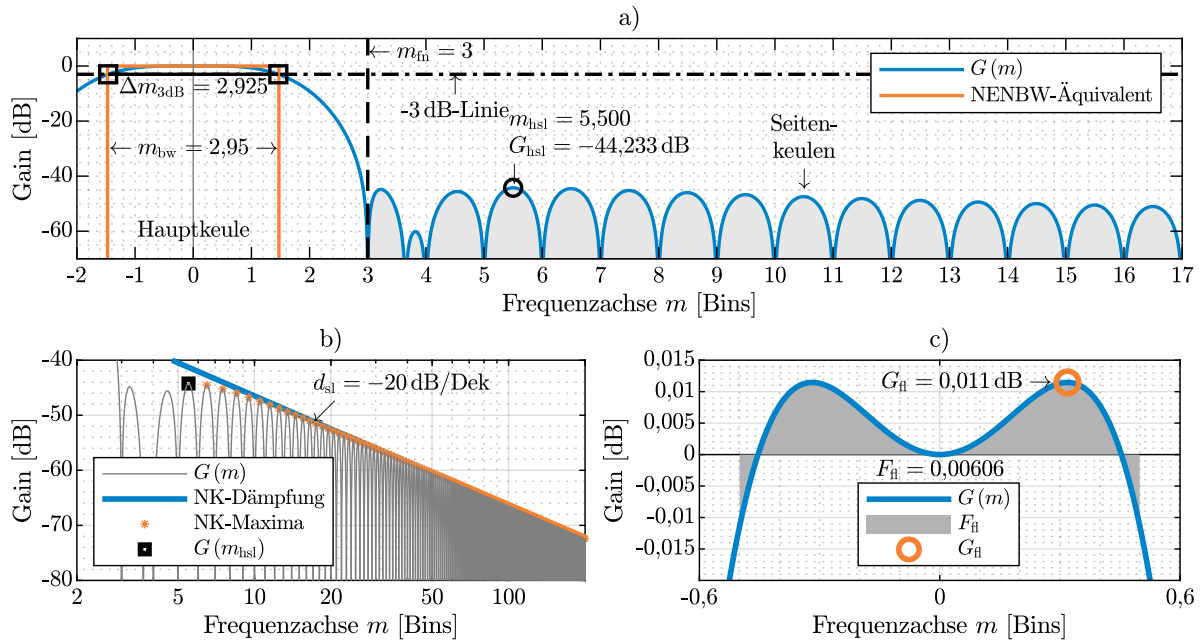


Abb. 2.8: Gain-Funktion $G(m)$ und Fenster-Metriken am Beispiel des SFT3M-Fensters. a) Haupt- und Nebenkeulen (NK) mit Metriken. b) Darstellung der Nebenkeulendämpfung. c) Flachheitsmaße.

Essentielle Fenster

Zu den bekanntesten Fensterfunktionen zählen das von-Hann- und das Hamming-Fenster, die erstmals in [74] vorgestellt wurden. Beide Fenster haben ihre erste Nullstelle bei $m_{\text{fn}} = 2$. Während von-Hann besonders auf eine hohe Nebenkeulendämpfung von $d_{\text{sl}} = -60\text{ dB/Dek}$ ausgelegt wurde, zeichnet sich das Hamming-Fenster durch eine hohe Nebenkeulenunterdrückung von $G_{\text{hsl}} = -42,7\text{ dB}$ aus. Beide Fenster sind Teil der Klasse der Cosinussummenfenster; von-Hann gehört zudem noch zu den Raised-Cosine-Fenstern (auch \cos^a -Fenster) [37, S. 60][66], die aus mit $a \in \mathbb{N}$ potenzierten Cosinus-Funktionen bestehen.

Das Bartlett-Fenster bildet im Zeitsignal ein Dreieck ab und fällt daher mit $d_{\text{sl}} = -40\text{ dB/Dek}$ ab [71][75], ebenso wie das Welch-Fenster. Letzteres bildet eine nach unten geöffnete Parabel ab; seine erste Nullstelle liegt bei $m_{\text{fn}} = 1,43$, weshalb es für die harmonische Analyse nur bedingt geeignet ist [67].

Kaiser-Bessel-Fenster

Diese Fenster-Klasse wurde von Kuo und Kaiser 1966 vorgestellt [76]. Sie zeichnen sich durch den Design-Parameter $\alpha \in \mathbb{R}^+$ aus, mit dem sowohl die Hauptkeulenbreite, NENBW als auch die Flachheitsmaße eingestellt werden können, was sie für bestimmte Anwendungen prädestiniert. Aufgrund der Verwendung modifizierter Bessel-Funktionen erster Ordnung werden sie Kaiser-Bessel-Fenster genannt [37][77].

Cosinussummenfenster

Die Cosinussummenfenster stellen eine Oberklasse von Fenstern dar, zu denen viele in der Literatur beschriebene Fenster gehören. Sie bestehen aus einer Summe von $N_c \in \mathbb{N}$ gewichteten Cosinustermen. In der Literatur wird in der Regel direkt das diskrete Fenster formuliert [72, S. 39], das sich für eine Länge N wie folgt ergibt:

$$w[n] = \sum_{i=0}^{N_c-1} a[i] \cos\left(\frac{2\pi i}{N} n\right) \quad \forall \quad \frac{n}{N} \in [0; 1], \quad (2.74)$$

wobei $w[n] = 0 \quad \forall \quad n/N \notin [0; 1]$. Hierbei beinhaltet die diskrete Folge $a[i]$ die einzelnen Gewichte der Cosinustermine. Durch diese Gewichtungen bietet diese Fensterklasse eine beliebig große Zahl von Freiheitsgraden, womit Optimierungen für spezifische Anwendungen möglich sind. So wurden in [78] Fenster für unterschiedliche Hauptkeulenbreiten, Nebenkeulendämpfungen und -unterdrückungen optimiert [37]. In [79,80] werden Cosinussummenfenster für die Anwendung in Synchrophasormessungen parametrisiert. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass sich diese Fenster als eine Summe unterschiedlich gewichteter und entlang der Frequenzachse verschobener Dirichlet-Kerne darstellt. Sollen die Fenster im Spektralbereich durch Faltung appliziert werden, so vereinfacht sich diese zu einer Faltung mit den einzelnen Gewichten $a[i]$ [73].

Flat-Top-Fenster

Die Klasse der Flat-Top-Fenster fasst diejenigen Fenster zusammen, die für den Zweck der Bestimmung von Amplituden einzelner Spektralkomponenten optimiert wurden, beispielsweise in Spektralanalysatoren [72, S. 38]. Das Ziel ist die Optimierung der Flachheitsmaße G_{fl} und F_{fl} gegen null. Je besser dieses Ziel von einem Fenster erreicht wird, desto breiter wird in der Regel seine Hauptkeule. Flat-Top-Fenster sind gut erforscht und sind meistens als Cosinussummenfenster konstruiert [72,73,81] oder werden daraus als Faltungsfenster abgeleitet [82].

Faltungsfenster

Wird ein diskretes Fenster im Zeitbereich $(C - 1)$ -mal mit sich selbst gefaltet wobei $C \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, so wird dessen Kern nach dem Faltungssatz der Fourier-Transformation mit C potenziert. Mit diesem Ansatz wurden in [84] die Faltungsfenster begründet. Durch die C -fache Faltung werden die Hauptkeulenbreite m_{fl} , die Nebenkeulendämpfung d_{sl} und -unterdrückung G_{hsl} mit dem Faktor C multipliziert. Dieser Ansatz wird in [82] genutzt, um bestehende Flat-Top-Fenster weiter zu verbessern. Ebenso wird die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Fenster-Funktion damit weiter optimiert.

Hybride Fenster

Mischformen der einzelnen Fenster wie beispielsweise das Bartlett-Hann-Fenster, bei dem das Bartlett'sche Dreieck dem von-Hann-Fenster überlagert wurde [85], existieren und sind ebenfalls

gut erforscht. Ebenso wird in [86] die Klasse der *Generalized Adaptive Polynominal Windows* (GAP-Fenster) vorgestellt, die auf der Optimierung einzelner bekannter Fensterfunktionen basiert.

2.7 Stand der Technik und Wissenschaft

In diesem Kapitel wird der aktuelle Stand von Technik und Wissenschaft im Hinblick auf die zuvor beschriebenen Probleme und Effekte entlang der Messkette beschrieben.

2.7.1 Normung

Das Thema dieser Arbeit berührt eine Vielzahl verschiedener Normenreihen und Anwendungsrichtlinien. Tabelle 2.7 soll eine Übersicht über die wichtigsten Normen in diesen Bereichen geben. Zu den erlaubten Grenzwerten sowie zur Messung der Spannungsqualität gibt es verschiedene Normen unterschiedlicher Institutionen, allen voran der *International Electrotechnical Commission* (IEC), des *Europäischen Komitees für elektrotechnische Normung* (CENELEC) sowie des IEEE. Die Normen von IEC und CENELEC wurden in Deutschland als DIN EN bzw. DIN EN IEC oder EN-Norm zugelassen. Sofern Berechnungen aus den Normen zitiert werden, wird deren Notation der dieser Arbeit angepasst. Es sei darauf hingewiesen, dass sich der englische Begriff *standard* im Falle der IEEE-Veröffentlichungen nicht eindeutig ins Deutsche übersetzen lässt und sowohl für Normen als auch für Handlungsempfehlungen stehen kann.

Tabelle 2.7: Übersicht über die für diese Arbeit relevanten Normen

Norm	Typ	Inhalt
EN 50160	CENELEC-Norm	Anforderungen an Spannungsqualität in öffentlichen Netzen
IEC 61000-2 (Reihe)	IEC-Normen	Umgebungsbedingungen und Verträglichkeitspegel
IEC 61000-3 (Reihe)	IEC-Normen	Grenzwerte
IEC 61000-4-30	IEC-Norm	Messung der Spannungsqualität
IEC 61000-4-7	IEC-Norm	Messung von Oberschwingungen und Zwischenharmonischen
IEEE Std. 1459	IEEE-Standard	Definitionen elektrischer Messgrößen der Spannungsqualität
DIN 40110-1	DIN-Norm	Definitionen von Wechselstromgrößen
IEC/IEEE Std. 60255-118-1	gemeinsamer IEC/IEEE-Standard	Messung von Synchrophasoren, Netzfrequenz und RoCoF
IEC 61869 (Reihe)	IEC-Normen	Anforderungen an Messwandler
IEC/TR 61869-103	IEC- Anwendungsrichtlinie	Anwendung von Messwandlern bei Messung der Spannungsqualität
IEC 60044 (Reihe)	IEC-Normen	Elektronische Messwandler von 15 Hz bis 100 Hz

In den folgenden Kapiteln werden die Inhalte der einzelnen Normen soweit erklärt, als es für den Inhalt dieser Arbeit erforderlich ist.

2.7.2 Messwandler

Es gibt eine Vielzahl von Messprinzipien, mit denen Spannung und Strom in verschiedenen Spannungsebenen im Energienetz gemessen werden können. Dieses Kapitel soll einen Überblick hierüber verschaffen.

Normen

In der DIN EN 61000-4-7 finden sich Genauigkeitsanforderungen an die Eingangssignale von Spannungsqualitätsmesssystemen [N6, Kap. 5.3]. Diese gehen jedoch nicht spezifisch auf die Genauigkeit der nötigen Messwandler ein sondern betrachten diese als Teil des abstrakten Messgeräts. Mit den Anforderungen an und der Güte von Messwandlern sowie deren Prüfung beschäftigt sich die IEC-Normenreihe 61869. In Teil 1 werden die allgemeinen Anforderungen an Messwandler unter verschiedenen Betriebsbedingungen [N13, Kap. 4] sowie Bemessungswerte (Kap. 5) beschrieben. Die Teile 2-6 beschreiben zusätzliche Anforderungen an Stromwandler, induktive Spannungswandler, kombinierte Wandler, kapazitive Spannungswandler sowie Kleinsignal-Messwandler [N14]-[N18].

Ausführliche Informationen über die zu erwartenden Einflüsse verschiedener Spannungs- und Strommesswandlertypen für verschiedene Spannungsebenen auf die Messungen gemäß DIN EN 61000-4-30 gibt die technische Richtlinie DIN IEC/TR 61869-103 [N19, Kap. 6]. Für das Messkonzept dieser Arbeit von besonderem Interesse ist Kapitel 6.4 über elektronische Messwandler, da hier die später verwendeten Messwandlertypen hinsichtlich ihrer Frequenzstabilität beschrieben werden. So wird festgestellt, dass ohmsche Spannungsteiler in ihrem Frequenzgang hin zu höheren Frequenzen durch Streukapazitäten und die Länge der Verbindungskabel zum Messgerät begrenzt sind (Kap. 6.4.3.2.1.2), während kapazitive Spannungswandler bei niedrigen Frequenzen ungenauer sind, nach oben jedoch bis ca. 1 MHz genaue Ergebnisse liefern können (Kap. 6.4.3.2.2.2). Konventionellen Stromwandlern auf Transformatorbasis (engl. *Current Transformer*, CT) werden schlechte Eigenschaften in höheren Frequenzen unterstellt, während Rogowski-Spulen und optische Spannungswandler in allen Frequenzbereichen hohe Amplituden- und Phasenstabilität in ihren Frequenzgängen aufweisen (Kap. 6.4.3.1.2.2 bzw. Kap. 6.4.4.3.2.2).

Der Vollständigkeit halber sei als weitere Normenreihe zu elektronischen Spannungs- und Strommesswandlern die IEC 60044-Reihe [N20][N21] erwähnt. Diese behandelt allerdings nur Wandler für den Einsatz mit elektrischen Mess- und Schutzvorrichtungen bei Frequenzen von 15 Hz bis 100 Hz, weshalb sie für diese Arbeit uninteressant ist.

Stand der Wissenschaft

Die gängigen Verfahren zur Strommessung in elektrischen Energienetzen sind induktive Stromwandler (engl. *Current Transformer*, CT) und Rogowski-Spulen. CTs sind günstig, haben jedoch schlecht zu kalibrierende Frequenzgänge in höheren Frequenzen oder weisen aufgrund ihres Wirkprinzips gar nichtlineares Verhalten auf [87,88]. Werden sie dennoch für Messungen oberhalb der Grundschwingung verwendet, gibt es Verfahren zu ihrer Kalibrierung und Kompensation bis ca. 40 kHz [89,90]. Es lässt sich also feststellen, dass CTs zur stationären Messung von Strömen im harmonischen und supraharmischen Bereich mit gewissem Aufwand bedingt geeignet sind.

Bei mobilen Messungen haben Rogowski-Spulen einen entscheidenden Vorteil: Sie sind keine inhärent geschlossenen Systeme und können um den zu vermessenden Leiter gelegt werden, ohne diesen trennen zu müssen. Die Installation des Messgeräts bedingt also nicht die Außerbetriebsetzung der zu vermessenden Betriebsmittel. Rogowski-Spulen sind zudem biegsam, weshalb sie sich auch zur Installation in engen räumlichen Verhältnissen eignen, beispielsweise in Schaltschränken. Die Messspannung einer Rogowski-Spule ist proportional zur zeitlichen Ableitung des

Primärstroms [30, S. 127][91], weshalb sie den Gleichteil des Stroms nicht messen können. Damit stellen sie ein differenzierendes Filter dar. Rogowski-Spulen sind Gegenstand aktueller Forschung und kommen in einer Vielzahl von Anwendungsfeldern vor: So werden die Einflüsse sowohl der Position der Spule um den Primärleiter als auch naher Störfeldemittenten auf die Güte der Messung erforscht [92,93]. Neben verbesserten Modellen [94] wird auch an Kalibrierungsverfahren [95,96] und Verfahren zur Kompensation im Rahmen der DSV geforscht [97].

In energietechnischen Anwendungen weniger gängige Verfahren zur Strommessung sind Sensoren auf Basis des Hall-Effekts [31, S. 172ff.][98] sowie optische Stromwandler auf Basis des Faraday-Effekts [30, S. 132ff.][99,100]. Aufgrund ihres guten Frequenzganges werden auch Strommesswiderstände gelegentlich zur Messung kleiner Ströme (bis etwa 10 A) verwendet [101], problematisch dabei ist jedoch die quadratisch mit dem Strom zunehmende Verlustleistung sowie die aufwändige galvanische Trennung bei Mehrleitermessungen.

Zur Spannungsmessung werden heutzutage hauptsächlich kapazitive, resistive oder kapazitiv-resistive Spannungsteiler verwendet, die die hohe Eingangsspannung in eine für Mensch und Messgerät weniger gefährliche Messspannung wandeln [30, S. 141ff.]. Die Modellierung und Kalibrierung dieser Wandler ist ebenfalls Gegenstand der Forschung [102,103,104].

2.7.3 Messung von Synchrophasor, Netzfrequenz und RoCoF

Die Messgröße der Netzfrequenz weicht von der eigentlichen Definition im energietechnischen Sinne ab, die sie als Drehzahl einer großen Synchronmaschine versteht, die in einem theoretischen Zentrum des Energienetzes steht. Die Netzfrequenz wird jedoch an vielen verschiedenen Punkten des Netzes gemessen und in der Regel steht hierfür keine Synchronmaschine zur Verfügung, deren Drehzahl bestimmt werden kann. Stattdessen werden Spannungen gemessen, aus denen die Frequenz errechnet werden kann. Diese Spannungen können jedoch auch von lokalen Störungen überlagert werden, die die Frequenzmessung erschweren, weshalb eine Entkopplung der Definitionen von Netzfrequenz und lokaler Frequenz Gegenstand der Forschung ist [105,106,107,108]. Die ENTSO-E beschreibt einen *äquivalenten Netzspannungsphasor* [50, S. 7], dessen Winkelgeschwindigkeit der Netzfrequenz entspricht. Einen ähnlichen Ansatz verfolgt der IEEE/IEC-Standard 60255-118-1 [N7, Kap. 4.4], der Frequenz und RoCoF als erste bzw. zweite Ableitung des Phasors der Mitsystemkomponente der gemessenen Spannung definiert.

Es zeigt sich, dass die Messgrößen von Phasor, Netzfrequenz und RoCoF eng miteinander verbunden sind. Alle leistungselektronisch ans Netz gekoppelten Einspeiser müssen sich mit der Netzspannung und ihrer Frequenz synchronisieren, um netz- und selbstverträglich einspeisen zu können [3, Kap. 4]. In Netzen wird die PMU-Messtechnik zunehmend eingesetzt, um quasi-stationäre bzw. dynamische Zustände zu messen und den Zustand des Netzes mit Mitteln der State-Estimation abzuschätzen [54, S. 133ff.].

Normung

Die DIN EN 61000-4-30 definiert die Anforderungen an die Netzfrequenzmessung [N4, Kap. 5.1] derart, dass sie alle 10 s einen Frequenzmesswert liefern muss. Die Messunsicherheit darf hierbei ± 10 mHz nicht überschreiten und muss in 50 Hz-Netzen den Messbereich 42,5 Hz bis 57,5 Hz abbilden können. Die maximale Messunsicherheit ist damit schärfer als der Wert von ± 15 mHz, der sich implizit aus den Anforderungen für die Synchronisation des Messfensters bei der Messung von Oberschwingungen bei einer Netzfrequenz von 50 Hz gemäß DIN EN 61000-4-7 ergibt [N6, Kap. 4.4.1]. Hierbei gehen beide Normen nicht auf die Definition der Netzfrequenz als Messgröße ein. An das Verhalten der Messung bzw. deren Trägheit im Falle einer sich während der Messung ändernden Netzfrequenz oder gar die Reaktion des Messsystems auf Störungen bzw. Änderungen der gemessenen Netzspannung werden keine Anforderungen gestellt bzw. Prüfscenarien definiert.

Wesentlich ausführlichere Anforderungen an die Netzfrequenzmessung werden im IEC/IEEE-Standard 60255-118-1 für Synchrophasor-Messgeräte gestellt [N7]. Die Messung von Netzfrequenz und RoCoF ist inhärenter Bestandteil dieser Messgeräte. Die Messgrößen für Netzfrequenz und RoCoF werden als erste bzw. zweite Ableitung der Phasenlage des komplexen Phasors der Grundschwingung definiert [N7, Kap. 4.3]. Es werden konkrete Fehlermaße eingeführt (Kap. 5.2.2), wonach Prüfscenarien sowie Grenzwerte für die zwei Genauigkeitsklassen P (engl. *protective*, schnelle und weniger genaue Messung für Schutzeinrichtungen) und M (engl. *measurement*, präzisere und trägere Messung für Auswertung und Analyse) definiert werden (Kap. 6). In Kapitel 4 wird die Netzfrequenzschätzung des in dieser Arbeit vorgestellten PQMS-Algorithmus gegen diese Testszenarien validiert.

Verfahren zur Frequenzmessung und Synchronisation

Übersichten zu gängigen Frequenzmessverfahren finden sich in [109, S. 44ff.] und [110]. Zu den frühesten Frequenzmessverfahren gehörten mechanische oder elektrische Resonanzmesser, die eine analog ablesbare Frequenzmessgröße in grober Auflösung anzeigen können [54, S. 73ff.]. Ein simples Verfahren zur Messung von Frequenz und RoCoF ist das Zählen von Nulldurchgängen, wie es beispielsweise in [111, S. 41ff.] oder [109, S. 51ff.] realisiert wurde. Es ist jedoch träge und stör anfällig [112][3, S. 51ff.]. Zur Messung des Spannungswinkels und der Frequenz existieren Verfahren auf Basis der Fourier-Analyse und der DFT [110,113], beispielsweise die rekursive DFT (engl. *Recursive Discrete Fourier Transform*, RDFT) [3, S. 50ff.].

Moderne Frequenzmessverfahren basieren auf dem Konzept der Phasenregelschleife (engl. *Phase-Locked Loop*, PLL) [3, S. 51ff.]. Hierbei wird ein interner Oszillator mit einem äußeren Eingangssignal synchronisiert. Dies kann sowohl digital als auch analog erfolgen - beispielsweise in Form von spannungsgeregelten Oszillatoren (engl. *Voltage-controlled oscillator*, VCO). Grundsätzlich besteht eine PLL aus einem Phasendetektor, der die interne Phasenlage mit der des externen Eingangssignals vergleicht, einer Filterung und einer Regelung. Jede dieser Komponenten kann beliebig komplex werden. Die Quellen [109, S. 44ff.] und [3, S. 51ff.] geben hier einen umfassenden Überblick. Insbesondere die In-Quadratur-PLL ist für diese Arbeit relevant: Das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren basiert ebenfalls auf diesem Konzept und wird später mit diesen Verfahren verglichen und abgegrenzt. Dabei besteht der Phasendetektor aus einem Quadratursignalgenerator, der auf verschiedene Weisen implementiert werden kann. Zu nennen sind hierbei das einfache Verzögerungsglied, die Hilbert-Transformation und die inverse Park-Transformation. Die PLLs können durch zusätzliche adaptive Filter (engl. *Adaptive Notch Filter*, ANF) in ihrer Robustheit verbessert werden. Hieraus ergeben sich die Konzepte der *Enhanced PLL* und der *Second-Order Generalized Integrator-PLL*, die ihrerseits noch feiner klassifiziert werden können.

Verfahren zur Messung von Synchrophasoren

Gemäß dem IEC/IEEE-Standard 60255-118-1 gehörten die Netzfrequenz und der RoCoF gemeinsam mit den komplexwertigen Synchrophasor-Werten aller Leiterspannungen und -ströme in einem Einphasen- oder Drehstromsystem zu den Pflichtausgaben einer PMU. Die Ausgabe erfolgt synchronisiert mit der UTC-Weltzeit in einer definierten Ausgaberate (engl. *reporting rate*) [N7, Kap. 4]. Der Standard beschreibt zusätzlich eine Referenz-Architektur für PMUs [N7, Kap. D]. Das Verhalten dieser Referenz-Architektur ist gut erforscht, in [114,115] werden weitere Verbesserungen vorgeschlagen. Seit dem ersten PMU-Vorschlag 1983 [113][54, S. 4] sind eine Vielzahl weiterer PMU-Algorithmen veröffentlicht worden, die auf anderen Prinzipien basieren. Vergleiche einiger dieser Verfahren finden sich beispielsweise in [116,117].

Zu diesen Verfahren zählen solche, die auf der DFT basieren. Darunter gibt es Ansätze wie die der auf der Clarke-Transformation basierten DFT [118] sowie die interpolierte DFT (engl. *Inter-*

polated Discrete Fourier Transform, IpDFT) mit ihren Weiterentwicklungen [119,120,121,122]. Hier wird versucht, den durch den Leck-Effekt entstandenen Fehler iterativ zu berechnen und zu kompensieren. Weitere Verfahren basieren, ähnlich wie die oben genannten Verfahren, auf einer Enhanced PLL [123]. Weiterhin gibt es Verfahren auf Kalman-Filter-Basis [124] sowie auf der Approximation der Fourier-Transformation mittels Taylor-Reihenentwicklung (sog. Taylor-Fourier-Transformation) [125,126] basierend. Diese Verfahren zeigen gute Compliance mit den Anforderungen des Standards und wurden in [127] weiter verfeinert. Weitere Ansätze beschäftigen sich mit dynamischen Phasor-Modellen [128], der Wavelet-Transformation [129,130] sowie nichtlinearen Frequenzschätzern [54, S. 78ff.].

2.7.4 Spektralanalyse

Die Analyse der Spektren gemessener Signale ist seit jeher von Interesse in verschiedenen Disziplinen der Ingenieurwissenschaften. Die gezeigten Effekte bei der Analyse diskreter Signale sind wohl bekannt und gut erforscht, sodass es eine Vielzahl von Methoden gibt, diese bei Vorhandensein bestimmter Informationen über das zugrundeliegende Signal zu mindern. Hierbei ist zwischen den parametrischen und nicht-parametrischen Schätzverfahren zu unterscheiden. Erste setzen das Vorhandensein von Information über das zugrundeliegende Signal voraus, letztere kommen a priori ohne zusätzliche Information aus.

Periodogramme

Ist über das Eingangssignal $u_x[n] \in \mathbb{R}$ nichts bekannt, so lässt es sich mit den Methoden der Stochastik analysieren. Zunächst kann aus dem Zeitsignal die Schätzung der Kovarianzfolge $\hat{\psi}[n]$ berechnet werden, die ein Maß für die stochastische Unabhängigkeit der einzelnen Abtastwerte ist. Hierzu wird das Signal gemäß Kapitel 2.6.2 in Teilsignale fester Länge N zerlegt und gefenstert. Die Kovarianzfolge berechnet sich für jedes Teilsignal $u_{wx}[q, n]$ dann mit Hilfe des Korrelationsproduktes (aus [36, S. 192], vgl. [47, S. 206]):

$$\hat{\psi}[q, n] = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u_{wx}[q, n+i] u_{wx}[q, n], \quad (2.75)$$

wobei $u_{wx}[q, n+i] = 0 \quad \forall \quad n+i \geq N$. Nach dem Wiener-Khintchin-Theorem [131, S. 107ff.] ergibt sich die Schätzung des spektralen Leistungsdichtespektrums als Fourier-Transformierte der Kovarianzfolge $\hat{\psi}[q, n]$. In der Regel wird diese aus Gründen der Performanz nur an diskreten Frequenzpunkten via DFT berechnet:

$$\hat{\Psi}_q[m] = \frac{N}{c_f} \cdot \text{DFT} \left\{ \hat{\psi}[q, n] \right\} = \frac{N}{c_f} \cdot |\text{DFT} \{ u_{wx}[q, n] \}|^2 := \text{Per} \{ u_{wx}[q, n] \}. \quad (2.76)$$

Eine einzelne solche Schätzung für einen Wert von q wird *Periodogramm* genannt [132, S. 24]. Dieses kann gemäß obiger Gleichung aus der Schätzung der Kovarianzfolge oder nach dem Satz von Parseval direkt aus dem Spektrum des gefensterten Signals berechnet werden. Der Term c_f kompensiert den Signalenergieverlust durch die Fensterfunktion und ergibt sich gemäß [67] zu

$$c_f = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} w[n]^2. \quad (2.77)$$

Wird ein anderes als das Rechteckfenster verwendet, wird in der englischsprachigen Literatur von einem modifizierten Periodogramm (engl. *modified periodogram* [67]) gesprochen.

An dieser Stelle sei auf drei Besonderheiten der Notation im Vergleich mit [36, S. 192ff.] hingewiesen: Zunächst wird auf die konjugiert-komplexe Multiplikation bei der Berechnung der Kovarianzfunktion verzichtet, da von ausschließlich reellwertigen Eingangssignalen ausgegangen wird. Weiterhin erfolgen alle Berechnungen mit dem für jedes Teilsignal $u_{wx}[q, n]$ konstanten Teilsignalindex $q \in [0; N_q - 1]$. Zuletzt erfolgt durch die abweichende Definition der DFT in Kapitel 2.4.6 anstatt einer Division eine Multiplikation mit dem Faktor N .

Die Kovarianzfunktion und Periodogramme spielen in dieser Arbeit später bei der Validierung des vorgestellten Algorithmus eine Rolle. Die Berechnung eines einzelnen Periodogramms ist oft nicht zielführend, stattdessen wird über verschiedene Verfahren zur Mittelung mehrerer Periodogramme (in diesem Fall entlang des diskreten Indexes q) versucht, die Varianz des Prozesses auf Kosten der Frequenzauflösung und des durch den Leck-Effekt entstehenden Fehlers zu verbessern. Hier sind die bekannten Methoden von Bartlett und Welch sowie deren Adaptionen und Weiterentwicklungen zu nennen [67,71,133,134,135]. Die Methode nach Welch basiert grundsätzlich auf der Einstellung eines Überlappungsverhältnisses r bei der Erzeugung des gefensterten und zerlegten Signals $u_{wx}[q, n]$. Danach werden die einzelnen Periodogramme berechnet und gemittelt:

$$\hat{\Psi}[m] = \frac{1}{N_q} \sum_{q=0}^{N_q-1} \hat{\Psi}_q[m]. \quad (2.78)$$

Die Schätzung des Spektrums $\hat{\Psi}[m]$ ist demnach der Mittelwert der modifizierten Periodogramme.

Interpolated DFT-Algorithmen

Ist über das zugrundeliegende Signal $u_x(t)$ bekannt, dass es eine einzige harmonische Schwingung unbekannter Amplitude, Frequenz und Phase enthält und über den Betrachtungszeitraum stationär ist, so können diese Parameter auch bei Nichteinhaltung der Bedingung in Gl. 2.41 mit der IpDFT unter Verwendung von Fenstern der Raised-Cosine-Klasse mit geradem Exponenten analytisch ermittelt werden [66,121]. Hierzu wird zwischen dem höchsten und seinen benachbarten DFT-Bins interpoliert. Auch wenn diese Idealisierung in der Praxis nicht gegeben ist, eignet sich die Methode gut für Frequenz- und Phasenschätzungen und findet daher unter anderem in der Messung von Synchrophasoren breite Anwendung (vgl. Kapitel 2.7.3). Die Weiterentwicklungen des Algorithmus reichen von der Kompensation der gegenseitigen Beeinflussung von negativer und positiver Spektralkomponente bei kleinen Frequenzen (*enhanced IpDFT*, eIpDFT)[120] über Adaptionen für Raised-Cosine-Fenster mit ungeradem Exponenten [136] bis zur iterativen Kompensation des Leck-Effekts bei Präsenz eines monofrequenten Störsignals [121], für periodische Signale (*weighted DFT*) [137] oder sogar Signale mit beliebigen Frequenzkomponenten [38]. Für die Messung bei instationären Verhältnissen wird in [138] ein Algorithmus vorgestellt. Vergleiche verschiedener IpDFT-Methoden finden sich in [40,139].

Spektrale Re-Orthogonalisierung

Bei Messungen am Stromnetz kann für das diskrete Eingangssignal $u_x(t)$ angenommen werden, dass es sich um ein mit nicht-harmonischen Störungen überlagertes periodisches Signal im Sinne von Gl. 2.58 handelt. Im Falle von Messungen der Spannungsqualität werden je nach Konfiguration eine bis drei Spannungen und Ströme gemessen. Für die Spannungssignale kann angenommen werden, dass die Frequenzkomponente mit der höchsten Amplitude die Grundschwingung ist. Für Stromsignale kann dies nicht immer angenommen werden.

Ist die Messung der Grundswingungskomponenten von Spannungen und Strömen das Ziel, so sind die vorgestellten IpDFT-Algorithmen gut dafür geeignet. Für die Messung von Harmonischen eignen sich diese jedoch mit zunehmender harmonischer Ordnung weniger, zumal Harmonische in dieser Algorithmenklasse in der Regel als Störungen angesehen werden, die es zu dämpfen gilt. In [137] wurde die IpDFT für geringe harmonische Ordnungen $h \leq 10$ mit akzeptablen Fehlern realisiert, allerdings auf Kosten eines längeren Messfensters.

Sollen akkurate Messungen der Amplitude und Phase auch für höhere Harmonische realisiert werden, muss daher versucht werden, sich der in Gl. 2.41 bzw. Gl. 2.60 formulierten Synchronisation von Signaldauer, Abtastrate und Grundperiode des harmonischen Systems bestmöglich anzunähern, also den Zustand der vollständigen spektralen Orthogonalität zu erreichen. Dann können diese Größen bestenfalls mit vernachlässigbarem Fehler gemäß Gl. 2.50 direkt aus den Werten der DFT ausgelesen werden. Gemäß den in Kapitel 2.5.5 angestellten Überlegungen erfordert dies eine Anpassung der Abtastrate des zu analysierenden Signals an die Grundfrequenz des zu messenden Systems.

Für energietechnische Anwendungen wurde dies bereits umgesetzt: So wird in [140, S. 25ff. und S. 47ff.] ein Spannungsqualitätsmessgerät mit Oberschwingungsmessung vorgestellt, das über eine PLL mit VCO und nachgeschaltetem Frequenzteiler die Abtastrate für den ADU derart anpasst, dass eine netzfrequenzsynchrone Abtastung mit dem 112-fachen der Grundfrequenz realisiert wird. Dies genügt bei einer Fensterlänge von acht Grundperioden für eine Amplitudenbewertung im Oberschwingungsbereich bis zur 50. Ordnung.

1995 wurde von der Siemens AG ein Patent eingereicht [141], das eine ähnlich geartete netzfrequenzsynchrone Abtastung realisiert, allerdings mit einer niedrigeren Abtastrate. Das Konzept nutzt den Aliasing-Effekt und skaliert die variable Abtastrate derart, dass höhere Harmonische, die oberhalb der halben Abtastrate liegen, zwischen den niederen Harmonischen in das Spektrum hereingefaltet werden. Auf diese Art kann die Abtastrate niedriger sein, als sie nach dem Abtasttheorem sein müsste. Weitere Ansätze zur Realisierung einer netzfrequenzsynchrone Abtastung am ADU mit dem Ziel der spektralen Re-Orthogonalisierung in ähnlichen Frequenzbereichen wurden in [142,143,144,145] realisiert.

Sollen höhere Frequenzbereiche abgebildet werden, kommt die Anpassung der Abtastrate am ADU an ihre Grenzen. Die Erzeugung eines variablen Abtasttakts ist analogen Effekten unterworfen, vor allem Jitter-Effekte kommen dann zum Tragen. Die Verwendung eines ADUs mit konstanter Abtastrate kann diese analogen Effekte für Abtastraten unterhalb von 50 MSa/s stark verringern [34]. Die Herstellung der spektralen Orthogonalität kann stattdessen im digitalen System erfolgen, indem auf eine netzfrequenzsynchrone Zeitbasis unterabgetastet wird. Diese Idee wurde erstmals in [146,147] vorgestellt. Auf ihr basiert auch die Grundidee des in dieser Arbeit vorgestellten Algorithmus.

Weitere Verfahren

Weitere Verfahren zur Spektralanalyse sind die Methode nach Prony, die in [148] auf ihre Tauglichkeit für energietechnische Anwendungen untersucht wurde. Sie kann als Erweiterung der Fourier-Reihe um exponentiell gedämpfte sinusförmige Schwingungen betrachtet werden. Auch sei an dieser Stelle die Wavelet-Transformation erwähnt, die eine mathematische Beschreibung für nicht-periodische Signale darstellt, die im Frequenzbereich approximiert werden sollen [149, S. 10ff.]. Zur Anwendung kommt sie vor allem in Datei-, Bild- sowie Tonkompressionsverfahren.

Normung

Das Verfahren zur Messung von Oberschwingungen nach der DIN EN 61000-4-7 [N6] sei hier genannt, das für 50 Hz-Netze eine Fensterbreite von 200 ms, also ca. 10 Perioden, vorgibt und

dabei eine Synchronisation der Abtastrate mit der Grundfrequenz des Energieversorgungsnetzes vorsieht. Hierbei darf der Synchronisationsfehler $\pm 0,03\%$ nicht überschreiten, was bei 50 Hz einer Abweichung von $\pm 0,015$ Hz entspricht. Moderne Messgeräte synchronisieren die Abtastrate hierbei etwa einmal pro Sekunde (vgl. [150, S. 73]). Das mittels DFT ermittelte Spektrum weist dann eine Frequenzauflösung von etwa 5 Hz auf. Um die Signalenergie der Oberschwingungen möglichst genau zu approximieren, werden die DFT-Bins quadratisch aufaddiert. Die Norm spricht hier von *Gruppierung*, Abb. 2.9 zeigt diese Gruppierung schematisch.

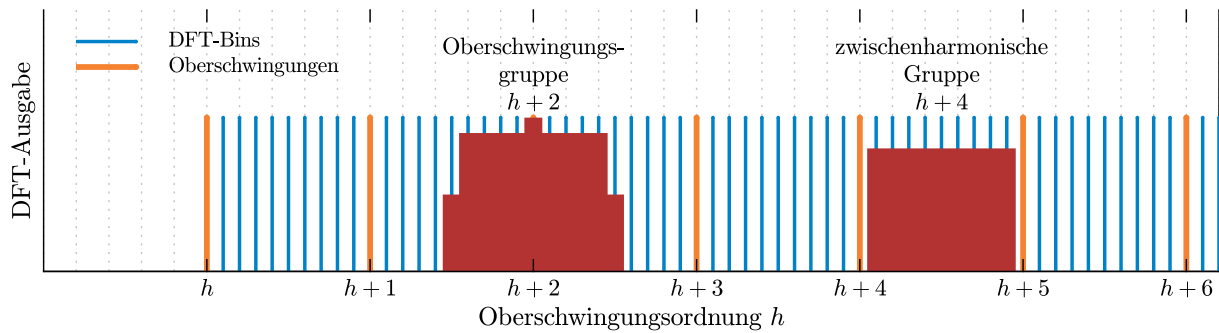


Abb. 2.9: Darstellung der Gruppierung der DFT-Ausgabe nach DIN EN 61000-4-7 [N6].

Die Norm stellt zudem in Kapitel 5.6 fest, dass die obigen Betrachtungen nur im Falle stationärer Eingangssignale zulässig sind. Im Falle von Schwankungen der Spannungsamplitude wird versucht, die hieraus resultierenden spektralen Artefakte dadurch zu kompensieren, dass weniger DFT-Bins gruppiert werden. Hierfür werden Oberschwingungs-Untergruppen definiert, die einen weniger weiten zwischenharmonischen Bereich aufaddieren, wie Abb. 2.9 entnommen werden kann.

Weiterhin werden in der DIN EN 61000-4-7 verschiedene Verzerrungsfaktoren eingeführt, beispielsweise die Oberschwingungs-Gesamtverzerrung und die Gesamtverzerrung der Oberschwingungsgruppe. Diese entsprechen grundsätzlich der harmonischen Gesamtverzerrung (engl. *Total Harmonic Distortion*, THD) gemäß Definition im IEEE-Standard 1459 [N22, Kap. 3.1.2.1], werden jedoch entweder mit den DFT-Bins der Oberschwingungen für die jeweilige Oberschwingungsgruppe gebildet. Die THD ist vergleichbar mit dem Klirrfaktor nach DIN 40110-1 [N23, Kap. 2.3]. Der Unterschied besteht darin, dass die Normierungsgröße bei der THD der Effektivwert der Grundschwingung ist und beim Klirrfaktor der Gesamteffektivwert.

2.7.5 Netzimpedanz

Die Netzimpedanz ist die zentrale Größe für viele energietechnische Anwendungen. Sie ist wichtig für die Stabilität des Netzes, insbesondere bei zunehmender Durchdringung leistungselektronisch gekoppelter Komponenten in höheren Spannungsebenen [151,152], für die Auswirkungen harmonischer Ströme auf die Netzspannung sowie in höheren Frequenzbereichen für die Leistungsfähigkeit und Reichweite von PLC-Geräten [44, S. 48ff.][153]. Daher ist die Kenntnis der Netzimpedanz von zentraler Bedeutung, die entweder durch Modellierung oder Messung erlangt bzw. durch hybride Algorithmen abgeschätzt werden kann (engl. *estimation*) [154,155].

Große Einspeiser in höheren Spannungsebenen, beispielsweise als Spannungsquelle fungierende Wechselrichter (engl. *Voltage-Source Converter*, VSC), beeinflussen die Netzimpedanz in Abhängigkeit ihrer internen Regelung, wofür in [156] entsprechende Modelle entwickelt wurden, genauso wie für die Regelung dieser Einspeiser in Abhängigkeit von Echtzeit-Impedanzmessdaten [157]. Zur Abschätzung der Ausbreitung von Harmonischen ist die harmonische Impedanz (engl. *harmonic impedance*) von besonderem Interesse, sodass verschiedene Ansätze zu ihrer Modellierung

[158,159] und Messung [160,161,162] veröffentlicht wurden. Ansätze zur Messung der Netzimpedanz reichen weit zurück [163,164,165] und werden beständig weiterentwickelt. Im Bereich der PLC ist die Kenntnis der Netzimpedanz am Anschlusspunkt eines PLC-Geräts wichtig für die Betriebsart des Senders und Optimierung des Datendurchsatzes [166], weshalb ihre Messung hierfür große Bedeutung hat [167][C9].

2.7.6 Spannungsqualität und Störaussendung

Eine wichtige Norm für die Spannungsqualität ist die CENELEC-Norm DIN EN 50160 [N8], die die wesentlichen Merkmale der Versorgungsspannung an der Schnittstelle zwischen öffentlichem Stromnetz und dem Netznutzer definiert. Sie legt diese Merkmale für die Nieder-, Mittel- und Hochspannungsebene fest. Als wesentliche Merkmale werden die Frequenz, die Höhe, die Kurvenform und die Symmetrie der Leiterspannungen genannt.

Besonders die Grenzwerte für die Kurvenform in Niederspannungsnetzen, die sich aus Oberschwingungen, Zwischenharmonischen und Supraharmonischen zusammensetzt, sind momentan in Beratung. Im supraharmonischen Bereich, also oberhalb von 2 kHz werden Grenzwerte nur für Kommunikationssysteme festgelegt, die das Netz als Übertragungskanal nutzen (engl. *Mains Communicating System*, MCS). Für andere Betriebsmittel abseits der MCS sowie MCS, die im Frequenzbereich zwischen 95 kHz und 150 kHz arbeiten, wird mit der Änderung A2:2019 erstmals über die Einführung von Grenzwerten im Frequenzbereich bis 150 kHz beraten, allerdings werden noch keine konkreten Werte festgelegt. Stattdessen wird auf die Normen zur Störaussendung und Störfestigkeit in diesem Frequenzbereich verwiesen. Für Rundsteuersignale wird die sogenannte Meister-Kurve definiert, die die maximale Amplitude der Rundsteuersignale im Verhältnis zur Nennamplitude der Grundschwingung definiert [N1, Kap. 4.10.2]. Unterhalb von 500 Hz darf diese maximal 9 % betragen.

Die Normenreihe 61000 der IEC bzw. ihre europäischen und deutschen Äquivalente betrachten die elektromagnetische Verträglichkeit: So werden in Teil 2 der Reihe Umgebungsbedingungen und Verträglichkeitspegel festgelegt. Besonders zu erwähnen im Kontext dieser Arbeit ist hier die DIN EN 61000-2-2 [N1, Kap. 4], die die elektromagnetischen Verträglichkeitspegel für ungewollte Aussendungen in Niederspannungsnetzen definiert. Hierbei wird zwischen dem Frequenzbereich oberhalb der 40. Harmonischen (2 kHz in 50 Hz-Netzen) und 9 kHz sowie zwischen 9 kHz und 150 kHz unterschieden. Zudem wird eine Messbandbreite von 200 Hz festgelegt.

Während die oben genannten Normen die Spannungspegel definieren, werden in den Normen DIN EN 61000-3-2 und DIN EN 61000-3-12 die Grenzwerte für Oberschwingungsströme von Geräten mit verschiedenen Eingangsströmen beschrieben [N24][N25]. Ferner werden in der DIN EN 61000-6-3 Störaussendungsgrenzwerte für Wohnbereich, Geschäfts- und Gewerbebereiche sowie Kleinbetriebe [N26] und in abgeschwächter Form für Industriebereiche in der DIN EN 61000-6-4 festgelegt [N27].

Die Forschung widmet sich vor allem den Auswirkungen supraharmonischer Störungen auf andere Netzteilnehmer [8,18].

2.7.7 Harmonische Leistungsflüsse

Die DIN 40110-1 definiert Wechselstromgrößen wie Wirk-, Blind- und Scheinleistung bei verzerrten Spannungen und Strömen [N23, Kap. 3.5.2]. Im Folgenden wird die Notation aus der Norm an die der Arbeit angepasst. Sie definiert die Spannungs- und Stromsignale $u(t)$ und $i(t)$ im Zeitbereich als Fourier-Summen mit den Fourier-Koeffizienten bzw. Effektivwerten $U_0[h]$ und $I_0[h]$ sowie den Phasenlagen $\varphi_u[h], \varphi_i[h] \in [0; 2\pi[$ auf der Oberschwingungsordnung $h \in \mathbb{N}$ gemäß Gl. 2.80 bzw. Gl. 2.81. Der Gleichteil ($h = 0$) wird hierbei nicht berücksichtigt. Um mit der Notation dieser Arbeit übereinzustimmen, werden diese Werte in die komplexen Phasoren

$$\underline{U}[h] = U_0[h] e^{j\varphi_u[h]} \quad \text{und} \quad \underline{I}[h] = I_0[h] e^{j\varphi_i[h]} \quad (2.79)$$

überführt. Gemäß Norm ergeben sich die Zeitsignale von Spannung und Strom dann wie folgt:

$$u(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sqrt{2} U_0[h] \cos(h\omega t + \varphi_u[h]) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\underline{U}[h] e^{jh\omega t} + \underline{U}[h]^* e^{-jh\omega t} \right) \quad (2.80)$$

$$i(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sqrt{2} I_0[h] \cos(h\omega t + \varphi_i[h]) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\underline{I}[h] e^{jh\omega t} + \underline{I}[h]^* e^{-jh\omega t} \right). \quad (2.81)$$

Damit ergibt sich die Wirkleistung auf der Frequenzkomponente h zu

$$P[h] = U_0[h] I_0[h] \cos(\varphi_u[h] - \varphi_i[h]) = \operatorname{Re} \{ \underline{U}[h] \underline{I}[h]^* \}. \quad (2.82)$$

Die Gesamtwirkleistung P_g ergibt sich dann aus der Summe aller dieser Teilwirkleistungen gemäß Gl. 2.83, die Gesamtscheinleistung S_g ist aus dem Produkt der Gesamteffektivwerte von Spannung und Strom definiert (Gl. 2.84), wobei keine Scheinleistung für einzelne harmonische definiert wird:

$$P_g = \sum_{h=1}^{\infty} P[h] \quad (2.83)$$

$$S_g = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} U_0[h]^2 \sum_{h=1}^{\infty} I_0[h]^2} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} |\underline{U}[h]|^2 \sum_{h=1}^{\infty} |\underline{I}[h]|^2}. \quad (2.84)$$

Damit sind die Wirk- und Scheinleistungen eindeutig definiert. Die Gesamtblindleistung Q_g wird nur implizit aus diesen beiden berechnet:

$$Q_g = \sqrt{S_g^2 - P_g^2}. \quad (2.85)$$

Gemäß Norm ist es unzulässig, Aussagen über die jeweiligen Blindkomponenten der Leistung auf den einzelnen Harmonischen zu tätigen. Der IEEE-Standard 1459 übernimmt viele dieser Definitionen aus der DIN 40110-1 und adaptiert sie auf die im angelsächsischen Raum üblichen Notation [N22, Kap. 2], zudem werden die Begriffe für Wechselstromgrößen auf Drehstromgrößen in Dreileiternetzen erweitert (Kap. 3.2). Es findet sich jedoch keine eindeutige Definition oben genannter Größen für Drehstromsysteme, die alle Fälle abdeckt. Im angesprochenen IEEE-Standard 1459 werden verschiedene Fälle unterschieden, wobei in Szenarien mit rein sinusförmigen oder harmonisch verzerrten Spannungen und Strömen unterteilt wird, die dann nochmal in Fälle mit symmetrischer oder asymmetrischer Belastung in Drei- und Vierleiternetzen unterschieden werden.

Der allgemeine Fall ist der der verzerrten Spannungen in einem asymmetrischen Drehstromsystem in [N22, Kap. 3.2.3.1], wobei zur Modellierung jedoch Kenntnisse über die Topologie und Leitungseigenschaften des Drehstromsystems mit einbezogen werden. Im Falle von Messungen an Energiesystemen darf a priori kein Wissen über das zugrundeliegende System vorausgesetzt werden, dennoch müssen sich aus den Messwerten von Spannung und Strom Leistungsgrößen errechnen lassen. Im Folgenden werden Ansätze erarbeitet, aus den vorhandenen Modellen entsprechende Größen abzuleiten.

Leistungsdefinition in asymmetrisch belasteten Vierleiternetzen

In Vierleiternetzen werden drei Leiter-Erde-Spannungen, drei Leiterströme und je nach Konfiguration der Neutralleiterstrom gemessen. Hier gilt das Superpositionsprinzip, sodass das System am Messpunkt als Summe dreier phasenverschobener Einphasensysteme betrachtet werden kann. Im Folgenden sei \hat{x} ein Platzhalter für eine von drei Größen x_1, x_2, x_3 , die in aufsteigender Reihenfolge ein rechtsdrehendes Drehstromsystem ergeben. Dann stellen die Größen $\underline{U}_{\hat{x}}[h]$ und $\underline{I}_{\hat{x}}[h]$ die komplexen Phasoren der Spannungen gegen Neutralleiter sowie die Ströme auf dem Leiter \hat{x} entlang der harmonischen Ordnung h dar. Es lässt sich pro Leiter und harmonischer Ordnung eine Größe berechnen, die die Dimension einer Leistung hat, jedoch nicht der Definition der Scheinleistung gemäß Norm entspricht:

$$\underline{S}_{\hat{x}}[h] = \underline{U}_{\hat{x}}[h] \underline{I}_{\hat{x}}[h]^* . \quad (2.86)$$

Sie wird nachfolgend als komplexwertige *harmonische Leistung* bezeichnet. Der Realteil dieser Größe entspricht dann der harmonischen Wirkleistung gemäß DIN 40110-1:

$$P_{\hat{x}}[h] = \operatorname{Re} \{ \underline{S}_{\hat{x}}[h] \} , \quad (2.87)$$

für die Summenwirkleistung über alle Harmonische auf einem Leiter lässt sich dann schreiben:

$$P_{g\hat{x}} = \sum_{h=1}^{\infty} P_{\hat{x}}[h] . \quad (2.88)$$

Damit ergibt sich für die Gesamtwirkleistung im Drehstromsystem

$$P_g = P_{gx1} + P_{gx2} + P_{gx3} . \quad (2.89)$$

Für die Schein- und Blindleistung wird die Defintion aus dem IEEE-Standard nachfolgend etwas abgewandelt. Dieser definiert in Kap. 3.2.2.4 bzw. Kap. 3.2.2.5 zwei Scheinleistungsgrößen aus [168] für asymmetrische Drehstromsysteme, allerdings bei rein sinusförmigen Signalen. Mit einer Adaption der Scheinleistungsdefinition für Wechselstromgrößen aus Gl. 2.84,

$$S_{g\hat{x}} = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} |\underline{U}_{\hat{x}}[h]|^2 \sum_{h=1}^{\infty} |\underline{I}_{\hat{x}}[h]|^2} , \quad (2.90)$$

kann die *arithmetische* Scheinleistung eingeführt werden:

$$S_a = S_{gx1} + S_{gx2} + S_{gx3} . \quad (2.91)$$

Eine weitere Scheinleistungsdefinition ist die *Vektorscheinleistung* aus [N22, Kap. 3.2.2.6], wobei hierfür die Kenntnis einer Blindleistung erforderlich ist, die wiederum nur für sinusförmige Signalverläufe definiert ist. Wird diese Vektorscheinleistung der arithmetischen Scheinleistung gleichgesetzt, lässt sich die Gleichung nach der unbekannten Blindleistung umstellen. Es ergibt sich:

$$Q_g = \sqrt{S_a^2 - P_g^2} . \quad (2.92)$$

Der IEEE-Standard weist darauf hin, dass beide Scheinleistungsdefinitionen veraltet seien und statt ihrer die *Effektivscheinleistung* (engl. *Effective apparent power*) gemäß [N22, Kap. 3.2.2.8] verwendet werden solle. Zur korrekten Berechnung dieser Größe wird allerdings Kenntnis des Leitungswiderstandes vorausgesetzt. Dies widerspricht jedoch der in dieser Arbeit gestellten Bedingung, dass a priori kein Wissen über das zu messende System vorausgesetzt werden darf. Auch

diese Definition der Schein- und Blindleistung im IEEE-Standard ist Gegenstand kontroverser interdisziplinärer Diskussionen zwischen der Messtechnik und der elektrischen Energietechnik [169].

Leitungsdefinition in asymmetrisch belasteten Dreileiternetzen

In Dreileiternetzen fällt der Neutralleiter weg, sodass sich alle Leiterströme zu jedem Zeitpunkt zu null addieren müssen. Durch den Wegfall des Neutralleiters fällt allerdings auch die Referenz für die Messung der Leiterspannungen weg. In der Regel werden daher die Leiter-Leiter-Spannungen bzw. die verketteten Spannungen gemessen. Nach [N22, Kap. 3.2.2.1] wird für solche Netze nur die Momentanleistung eindeutig definiert, es erfolgen keine weiteren Leistungsdefinitionen für Dreileiternetze. Da im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich in Niederspannungs-Vierleiternetzen gemessen wird, soll an dieser Stelle auf eine entsprechende Modellbildung verzichtet werden.

Verzerrungsmaße

Die Oberschwingungsgesamtverzerrung (engl. *Total Harmonic Distortion*, THD) nach [N22, Kap. 3.1.2.1] dient als einheitenloses Maß für die Verzerrung eines Spannungs- oder Stromsignals und ist eine in energietechnischen Anwendungen wichtige Größe. Sie stellt den Gesamteffektivwert des Spannungs- oder Stromsignals im Verhältnis zum Effektivwert der Grundschiwingung dar. Sie ergibt sich für das harmonische Spektrum der Spannung $\underline{U}_{\hat{x}}[h]$ auf dem Leiter \hat{x} wie folgt:

$$V_{u\hat{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{h=2}^{\infty} |\underline{U}_{\hat{x}}[h]|^2}{|\underline{U}_{\hat{x}}[1]|^2}}. \quad (2.93)$$

Analog hierzu wird die THD $V_{i\hat{x}}$ für den Strom auf dem jeweiligen Leiter berechnet.

2.7.8 Interpolationsverfahren

Da das in dieser Arbeit vorgestellte Messkonzept ein Interpolationsverfahren zur Abstratenänderung nutzt, wird hier ein Überblick über die gängigen Verfahren gegeben. Es sei darauf hingewiesen, dass in der englischsprachigen Literatur zwischen der Überabtastung (engl. *interpolation* oder *oversampling*) und der Unterabtastung (engl. *decimation*) unterschieden wird (vgl. [170]). Der hier verwendete Interpolationsbegriff unterscheidet sich damit von dem englischen Begriff und bezieht sich generell auf die Berechnung eines Wertes, der zwischen zwei Stützstellen liegt. Ein umfassender Überblick zu den Interpolationsverfahren findet sich in [171, S. 37ff.]. In dieser Arbeit kommen allerdings nur eindimensionale Interpolationsverfahren mit reellwertigen Stützpunkten zur Anwendung, weshalb die folgende Übersicht sich auch nur auf diese beschränkt.

Die Aufgabe der Interpolation

Die Aufgabe eines Interpolationsverfahrens ist die Ermittlung einer kontinuierlichen Funktion $\hat{f}(x) \in \mathbb{R}$ mit $x \in \mathbb{R}$, die aus einer gegebenen Menge von $N + 1$ Stützpunkten (x_i, y_i) mit $i \in [0; N]$ derart berechnet werden soll, dass die Funktionswerte an den Stützstellen x_i exakt den Stützordinaten y_i entsprechen:

$$\hat{f}(x_i) = y_i. \quad (2.94)$$

Ist diese Bedingung erfüllt, können auch an Punkten $x \neq x_i$ außerhalb der Stützstellen Funktionswerte berechnet werden. In der digitalen Signalverarbeitung werden Interpolatoren zur Änderung der Abtastrate verwendet, wobei die zeitdiskreten Werte des Eingangssignals dabei die Stützordinaten darstellen. Ein grundsätzliches Problem hierbei ist, dass bei der Modellierung und Berechnung der Interpolationsfunktion $\hat{f}(x)$ Annahmen über den Charakter des zugrundeliegenden kontinuierlichen Signals getroffen werden müssen. Aus diesem Grund existiert eine Vielzahl von Interpolationsverfahren.

Numerische Interpolationsverfahren

Kann die Interpolationsfunktion $\hat{f}(x)$ als linear von einer Folge von Koeffizienten $a[k] \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$ abhängiger Term ausgedrückt werden, handelt es sich um ein lineares Interpolationsproblem (vgl. [171, S. 37]). Hierzu gehört die Interpolation durch Polynome sowie die trigonometrischen Interpolationsverfahren. Letztere finden bei der Analyse periodischer Vorgänge Anwendung, die in Kapitel 2.4 dargestellten diskreten Transformationen können auch als trigonometrisches Interpolationsverfahren verstanden werden (vgl. [171, S. 72ff.]) und [45, S. 360]). Bei den Verfahren zur Polynominterpolation sei die Lagrange-Interpolation genannt, die die Interpolationsfunktion wie folgt definiert:

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=0}^N y_i \prod_{k=0, k \neq i}^N \frac{x - x_k}{x_i - x_k} \quad \forall i \neq k. \quad (2.95)$$

Hierbei entspricht die Anzahl der Stützstellen $N + 1$ dem Grad der Interpolation. Im Nenner des Bruchs ist offensichtlich der Abstand zwischen zwei Stützstellen angegeben. Sind diese äquidistant, was bei digitalen Signalen in der Regel gegeben ist, kann der Term vereinfacht werden (vgl. [172, S. 878]):

$$\hat{f}(x) = \hat{f}(x_0 + \lambda_i \Delta x) = \sum_{k \in \mathbb{M}_k} A(k, \lambda_i) y_i + R_{\text{int}}(\lambda_i). \quad (2.96)$$

Hierbei ist Δx der Abstand zwischen zwei Stützstellen. Das Argument x wird zu einer Summe aus einer Stützstelle x_0 und dem rationalen Anteil eines Stützstellenabstandes $\lambda_i \Delta x$ mit $\lambda_i \in \mathbb{R}$, auch Interpolationsgewicht genannt. Die Menge \mathbb{M}_k , in der sich der Summenindex k bewegt sowie die Formeln zur Berechnung der Polynomkoeffizienten $A(k, \lambda_i)$ sind in [172, S. 878] und [173, S. 307] zu finden. Allerdings sind auch die Lösungen hierfür bis zu einem gewissen Grad in denselben Nachschlagewerken direkt zu finden. Zur Bestimmung des Restgliedes $R_{\text{int}}(\lambda_i)$, das den Fehler der Interpolationsfunktion zu einem gegebenen λ_i darstellt, ist Kenntnis der den Stützstellen zugrundeliegenden Funktion $f(x)$ nötig, die mindestens N mal differenzierbar sein muss. Nach [173, S. 310] ist die Lagrange-Interpolation hinsichtlich der Unterdrückung von Aliasverzerrungen nicht optimal. Da ausschließlich die Stützpunkte in die Berechnung eingehen - was im Falle der in dieser Arbeit diskutierten Signale den diskreten Zeitsignalen entspricht - können sich negative Auswirkungen im Spektrum ergeben.

Andere Polynominterpolationsverfahren wandeln die Lagrange-Methode ab, sodass sich Vorteile in der numerischen Genauigkeit oder bei größerer Anzahl von Stützpunkten ergeben. Genannt seien hier das Verfahren nach Newton oder die Methode der dividierten Differenzen (vgl. [45, S. 359ff.] und [171, S. 39ff.]). Auch sei die Methode der Spline-Interpolation erwähnt, die nicht über die Gesamtmenge aller Stützpunkte interpoliert, sondern aus abschnittsweise definierten Polynomen besteht, die in Abhängigkeit voneinander definiert sind und je nach Grad eine Stetigkeit bis zu einer bestimmten Ableitungsordnung herstellen (vgl. [45, S. 364ff.]).

Verfahren basierend auf digitalen Filtern

Die Anpassung der Abtastrate eines digitalen Signals - mit Ausnahme der Unterabtastung um einen ganzzahligen Faktor - stellt ebenfalls eine Interpolation dar, da neue Werte außerhalb der bestehenden Stützstellen errechnet werden müssen. Die Über- bzw. Unterabtastung, also die Erhöhung bzw. Verringerung der Abtastrate eines digitalen Eingangssignals um einen rationalen Faktor $\hat{\varsigma} \in \mathbb{Q}$, ist in [173, S. 302ff.] beschrieben. Hierbei wird zunächst eine Überabtastung um einen Wert $\hat{\varsigma}_a \in \mathbb{N}$ vorgenommen. Die $\hat{\varsigma}_a - 1$ Werte zwischen zwei Abtastwerten der Eingangsfolge werden beispielsweise mit Nullen aufgefüllt, was im Spektrum eine $\hat{\varsigma}_a$ -fache Periodizität zusätzlich zur Periodizität des diskreten Spektrums selbst erzeugt - durch das Auffüllen mit Nullen kann das Spektrum analog zur Herleitung des Abtasttheorems in Kapitel 2.5.1 ebenfalls als Multiplikation mit einem (nun digitalen) Dirac-Impulskamm dargestellt werden. Durch eine entsprechende Tiefpassfilterung werden diese zusätzlichen Artefakte dann herausgefiltert. Wird hierfür ein ideales Tiefpassfilter mit rechteckigem Betragsfrequenzgang verwendet, handelt es sich um einen idealen Interpolator, wie er auch in [59, S. 432ff.] beschrieben wird. Durch Einhalten eines Sicherheitsabstandes zwischen der höchsten im Eingangssignal enthaltenen Frequenz und dessen Nyquist-Frequenz können die Anforderungen an dieses Filter reduziert werden.

Das derart überabgetastete Signal wird dann um einen ebenfalls ganzzahligen Faktor $\hat{\varsigma}_u \in \mathbb{N}$ unterabgetastet. Filter, die die Anforderungen der Über- und Unterabtastung erfüllen, nennen sich Interpolationsfilter. Durch die Kombination von Über- und Unterabtastung lassen sich rationale Abtastratenänderungen von

$$\hat{\varsigma} = \frac{\hat{\varsigma}_a}{\hat{\varsigma}_u}. \quad (2.97)$$

erzielen. Verfahren zum Entwurf entsprechender Interpolationsfilter sind beispielsweise in [174] beschrieben.

Eine weitere Möglichkeit zur Über- oder Unterabtastung um einen ganzzahligen Faktor stellen die CIC-Filter (engl. *Cascaded Integrator Comb*) dar, die in [170] vorgestellt wurden. Hier wird eine Kaskade von Integratoren mit der gleichen Anzahl von Differenzierern kombiniert. Zwischen diesen beiden Sektionen kann eine Über- oder Unterabtastung erfolgen. Die Frequenzgänge der beiden Sektionen kombinieren sich zu einem Tiefpass. CIC-Filter sind äußerst effizient zu implementieren, da sie ohne Multiplikationen auskommen.

3 Messverfahren

In diesem Kapitel wird das Messkonzept vorgestellt, das die spektrale Re-Orthogonalisierung von am Stromnetz gemessenen Spannungs- und Stromsignalen mit dem Ziel betreibt, deren Spektren möglichst amplituden- und phasengenau mit minimalen Messfensterbreiten zu messen. Es erfolgt zunächst die Beschreibung des Systems. Die Abgrenzung gegenüber anderen Lösungen und die Validierung der Einzelkomponenten sowie des Gesamtsystems schließen sich in Kapitel 4 an. Im Folgenden wird das Messkonzept mit dem Akronym PQMS (*Power Quality Measurement System*) abgekürzt.

Hierbei wird zuerst das Konzept unter Zuhilfenahme abstrakter Auslegungsparameter beschrieben. Danach werden diesen Parametern konkrete Werte im Rahmen der Auslegung zugeordnet. In diesem Schritt werden auch die einzelnen Filterentwürfe vorgestellt. Die Inhalte dieses Kapitels sind Gegenstand der Eigenveröffentlichungen [J1] und [C4,C5,C6].

3.1 Überblick

Das Messkonzept des PQMS baut auf der in [146,147] vorgestellten Idee auf, die Netzfrequenzsynchronizität der gemessenen Signale nicht durch direkte Anpassung der Abtastrate am ADU sondern durch variable Unterabtastung im digitalen System unter Verwendung eines Interpolationsverfahrens zu realisieren. Die Güte der Synchronizität soll direkt im System bewertet und die Abtastrate am Ausgang des Interpolators damit nachgeregelt werden. Prinzipiell entspricht dies einer digitalen Phasenregelschleife. Dadurch soll erreicht werden, dass die Spannungs- und Stromsignale in exakt 2^μ mit $\mu \in \mathbb{N}$ Abtastwerten pro Grundperiode (engl. *samples per cycle*, Spc) abgebildet werden mit dem Ziel, die in Gl. 2.58 formulierte Periodizität der realen Netzsignale auf einer relativen Zeitbasis für die Ausgangssignale des Systems wie folgt zu formulieren:

$$u_x[n_\mu] = u_x[n_\mu + k2^\mu] \quad \forall n_\mu, k \in \mathbb{Z}. \quad (3.1)$$

Im Vergleich mit Kapitel 2.5.5 gilt dann $\hat{\mu} = 2^\mu$. Die Darstellung als Zweierpotenz erleichtert den Entwurfsprozess des Systems in den nachfolgenden Kapiteln, zudem ergeben sich in der späteren Implementierung Geschwindigkeitsvorteile bei der Berechnung der DFT via FFT (vgl. Kapitel 2.4.6 sowie [36, S. 79]).

3.1.1 Ankopplung am Messpunkt

Das erste Glied der Messkette gemäß dem in Kapitel 2.5 vorgestellten Modell ist der Übertragungskanal, in den das Ursprungssignal $x(t)$ hineingeführt wird und der die Messspannung $u_x(t)$ ausgibt. Dieser Übertragungskanal wiederum besteht aus einem Messwandler und der zur Vermeidung von Aliasing benötigten Filterstufe. Wird dieses Modell auf Messungen am elektrischen Energienetz angewandt, ist die Messkette separat für jedes zu messende Spannungs- und Stromsignal zu definieren.

Abb. 3.1 zeigt das auf Vierleiternetze mit Neutralleiter und Schutzleiter (engl. *Protective Earth*, PE) adaptierte Modell der Messkette [10, S. 995ff.]. Die blauen Glieder stellen hierbei die Messwandler mit entsprechenden Laplace-Übertragungsfunktionen $\underline{H}_x(s)$ dar, die grauen Glieder

entsprechen dem Anti-Aliasing-Filter mit der Übertragungsfunktion $\underline{H}_f(s)$. Das Ausgangssignal der Filterstufe entspricht dem abzutastenden Messsignal $u_x(t)$ für den jeweiligen Messkanal.

Der Index x ist im Folgenden der Platzhalter für das Ursprungssignal am Netz, also eine Spannung oder einen Strom. $u_x(t)$ steht für das Ausgangssignal des Übertragungskanals, also immer ein Spannungssignal. Die Kennzeichnung der Spannungen und Ströme erfolgt im Verbrauchersystem, sodass ein Leistungsfluss von der Quelle zur Senke positiv im Sinne der Notation dieser Arbeit ist.

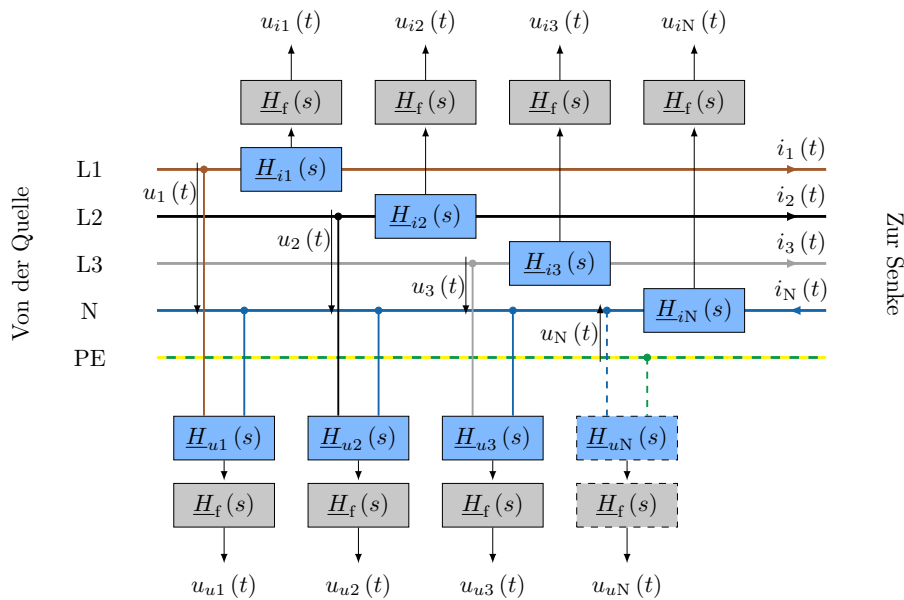


Abb. 3.1: Modell der Ankopplung des Messsystems in Vierleiternetzen (mit oder ohne PE, gestrichelt).
Grau: Anti-Aliasing-Filter. Blau: Spannungs- und Stromwandler.

3.1.2 Digitales System

Die analogen Ausgangssignale $u_x(t)$ der Übertragungskanäle gemäß obiger Messkettendefinition werden anschließend zu den ADUs geleitet, wo sie parallel abgetastet werden. Daran schließt sich die kanalspezifische Signalaufbereitung (im Folgenden *Konditionierung* genannt) zur spektralen Re-Orthogonalisierung an. Eine Übersicht über das DSV-Konzept wird in Abb. 3.2 gegeben. Hierbei wird die Signalverarbeitungskette entlang eines Messkanals mit den Indices $x \in \{u1, u2, u3, uN, i1, i2, i3, iN\}$ beschrieben. Die Indices $x1, x2, x3$ stellen dabei in der Regel die Kanäle der drei Leiter-Erde-Spannungen, also die Elemente $u1, u2, u3$ aus der Gesamtmenge der Kanalindices dar.

Die Schätzung der Netzfrequenz erfolgt auf den konditionierten Signalen in der *Mains Frequency Estimation Unit* (MFEU). Die spektrale Spannungsqualitätsanalyse erfolgt im entsprechenden Modul ebenfalls auf den konditionierten Signalen (SSQA-Modul, *Spektrale Spannungsqualitätsanalyse*). Nachfolgend werden die einzelnen Elemente dieses digitalen Systems im Detail beschrieben.

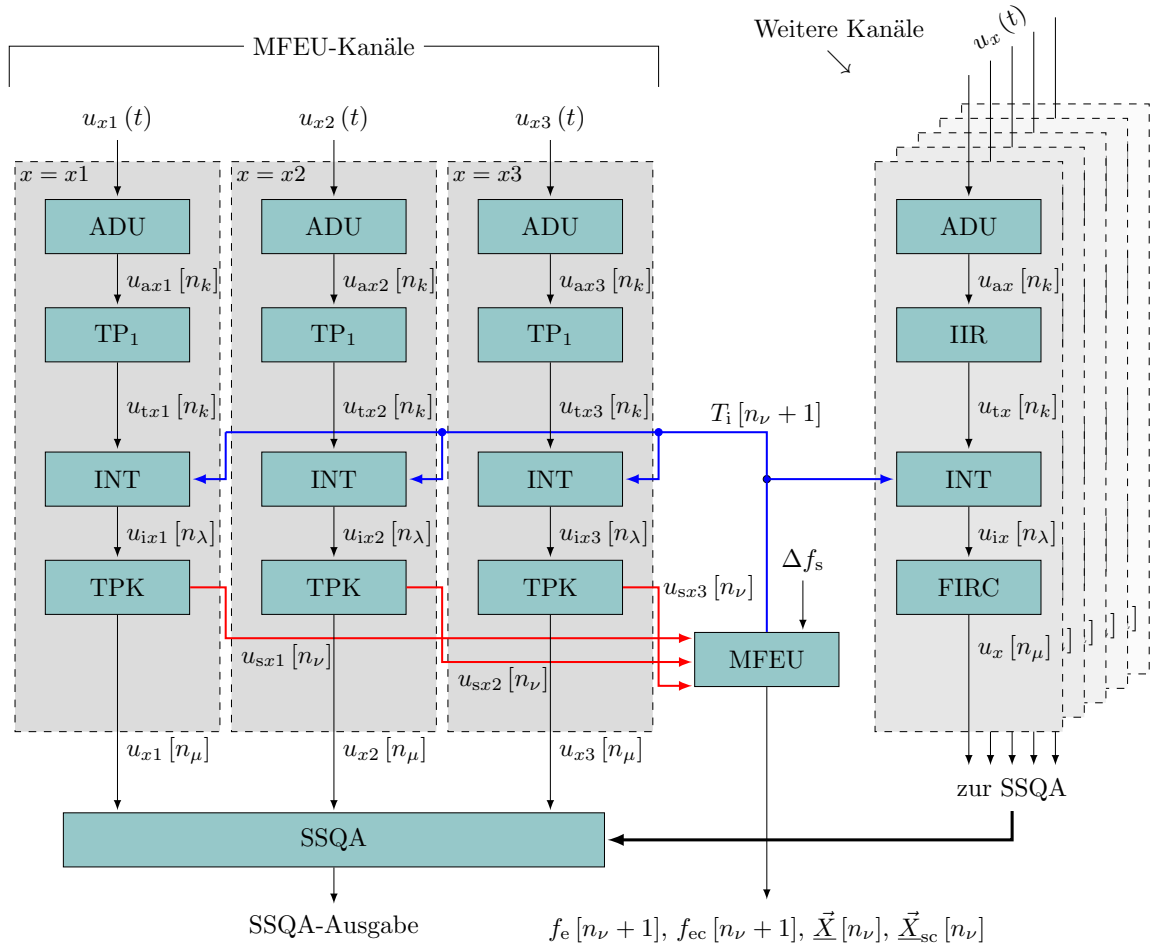


Abb. 3.2: Schematische Darstellung des PQMS-Konzepts in dreiphasiger Konfiguration. ADU: Analog-Digital-Umsetzer, TP_1 : Erstes Tiefpassfilter, INT: Interpolator, TPK: Tiefpassfilterkaskade, MFEU: Einheit zur Phasenregelung und Netzfrequenzschätzung. SSQA: Spektrale Spannungsqualitätsanalyse.

3.2 Signalkonditionierung

Die Signalverarbeitung erfolgt parallel auf bis zu acht Kanälen bei Messung in voller Konfiguration an einem Vierleiternetz mit Schutzleiter. Abb. 3.3 zeigt die Glieder dieser Kette entlang eines Kanals. Zur Auslegung des Systems werden die Parameter $\lambda, \mu, \nu \in \mathbb{N}$ verwendet, wobei $\lambda \geq \mu \geq \nu$.

Das analoge Eingangssignal $u_x(t)$ wird am ADU im Intervall T_s abgetastet. Das digitale Ausgangssignal des ADUs $u_{ax}[n_k]$ wird im nächsten Schritt einem Tiefpassfilter zugeführt (TP_1). Nach der Filterung erfolgt die Interpolation auf die variable Zeitbasis in der Interpolationseinheit (INT). Eine sich anschließende Kaskade aus Tiefpassfiltern (TPK) sorgt für weitere Tiefpassfilterung und Unterabtastung. Das Ausgangssignal dieser Kaskade $u_x[n_\mu]$ bildet genau 2^μ Spc ab. Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten näher beschrieben.

Eine Darstellung der entsprechenden Abtastraten und Takte für eine angenommene konstante Netzfrequenz nach erfolgter Auslegung der Parameter λ, μ, ν findet sich im Anhang C.2.

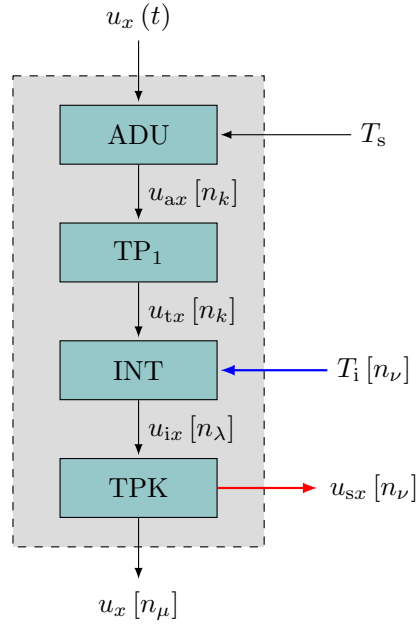


Abb. 3.3: Digitale Signalverarbeitungskette entlang des Kanals x .

3.2.1 Zeitbasen und Takte

Bei der vorgestellten digitalen Signalverarbeitungskette handelt es sich um ein Multiraten-System gemäß [36, S. 276ff.], wobei die Abtastraten in den dem Interpolator nachgeschalteten Gliedern nicht mehr zu der des ADU synchron sind, sondern der Netzfrequenz nachgeführt werden. Die Zeitindizes n_λ , n_μ und n_ν sind miteinander synchronisiert.

Die diskreten Signale auf der Zeitbasis der ADU werden mit dem Zeitindex n_k indiziert. Bei Kenntnis des Abtastintervalls $T_s = 1/f_s$ kann der mit den jeweiligen Zeitindizes korrelierende Zeitpunkt seit Beginn der Messung $t_k[n_k]$ wie folgt berechnet werden:

$$t_k[n_k] = \frac{n_k}{f_s} = n_k T_s. \quad (3.2)$$

Das Ausgangssignal des Interpolators $u_{ix}[n_\lambda]$ soll das Eingangssignal $u_x(t)$ in exakt 2^λ Sps abbilden. Die Signale auf dieser Zeitbasis werden mit n_λ indiziert. Der mit dem Index korrelierende Zeitpunkt lässt sich aus der Folge der bisher berechneten Abtastintervalle am Ausgang des Interpolators $T_i[n_\nu]$ berechnen:

$$t_\lambda[n_\lambda] = \sum_{i=1}^{n_\lambda} T_i \left[\lfloor 2^{\nu-\lambda} i \rfloor \right]. \quad (3.3)$$

Da dieses Abtastintervall in der MFEU berechnet wird, die intern mit dem zur Zeitbasis n_λ zwar synchronen, jedoch um $2^{\lambda-\nu}$ reduzierten Takt n_ν arbeitet, muss dieser auch bei der Berechnung von $t_\lambda[n_\lambda]$ durch entsprechende Skalierung berücksichtigt werden. Die Signale, die von der dem Interpolator angehängten Filterkaskade TPK zu Analyse Zwecken ausgegeben werden, verwenden den Zeitindex n_μ . Dieser verhält sich zur Zeitbasis des Interpolators wie folgt:

$$n_\mu = \lfloor 2^{\mu-\lambda} n_\lambda \rfloor. \quad (3.4)$$

Der mit dem jeweiligen Wert von n_μ korrespondierende Zeitpunkt $T_i[n_\nu]$ ergibt sich zu

$$t_\mu [n_\mu] = 2^{\lambda-\mu} \sum_{i=1}^{n_\mu} T_i [\lfloor 2^{\nu-\mu} i \rfloor] . \quad (3.5)$$

Die MFEU arbeitet mit einer Abtastrate von 2^ν Werten pro Grundperiode und nutzt intern den Zeitindex

$$n_\nu = \lfloor 2^{\nu-\lambda} n_\lambda \rfloor = \lfloor 2^{\nu-\mu} n_\mu \rfloor , \quad (3.6)$$

der aufgrund der Synchronizität mit n_λ und n_μ in Abhängigkeit dieser beiden Indices angegeben werden kann. Für den korrespondierenden Relativzeitpunkt ergibt sich

$$t_\nu [n_\nu] = 2^{\lambda-\nu} \sum_{i=1}^{n_\nu} T_i [i] . \quad (3.7)$$

Hier werden die einzelnen Folgenglieder von $T_i [n_\nu]$ direkt aufsummiert und dann mit dem festen Abtastratenverhältnis zwischen Interpolator und MFEU skaliert. Bei Rekapitulation der Überlegungen in Kapitel 2.5.5 fällt auf, dass es sich bei den oben definierten Zeitpunkten um diskrete und auf die Takte des PQMS angepasste Darstellungen der Gl. 2.54 handelt.

3.2.2 Analog-Digital-Umsetzung

Das analoge Eingangssignal $u_x(t)$ wird am ADU zum abgetasteten Signal

$$u_{ax} [n_k] := u_x (t_k [n_k]) \quad (3.8)$$

umgesetzt. Im Folgenden wird angenommen, dass die Abtastung mit der *nominalen* Abtastrate f_{sn} erfolgen soll, sich am ADU jedoch die *echte* Abtastrate f_s einstellt, wobei deren Abweichung

$$\Delta f_s = f_s - f_{sn} \quad (3.9)$$

vom Nominalwert in diesem Schritt zunächst unbekannt ist und später ermittelt und kompensiert wird. Der Wert von f_{sn} wird in Kapitel 3.4.3 anhand der Anforderungen an das System bestimmt.

3.2.3 TP₁-Filterstufe

Da in der Interpolationseinheit eine variable Unterabtastung erfolgt, muss das Signal zuvor zur Vermeidung von Aliasing tiefpassgefiltert werden. Das sich dem ADU anschließende Glied der Signalverarbeitungskette ist daher ein Filter mit Tiefpasscharakteristik und der noch auszulegenden Übertragungsfunktion $\underline{H}_{TP1}(z)$.

Die Filterdämpfung soll im Durchlassbereich bis zur Grenzfrequenz Ω_d nur geringe Abweichungen von maximal $\delta_d = 0,001$ dB haben. Hierdurch ergibt sich folgende Bedingung an $\underline{H}_{TP1}(z)$:

$$-\delta_d \leq 20 \log_{10} (|\underline{H}_{TP1}(e^{j\Omega})|) \leq \delta_d \quad \forall \quad |\Omega| \in [0; \Omega_d] . \quad (3.10)$$

Als Durchlassbereich wird gemäß der Zielstellung der Arbeit der Frequenzbereich bis $f_g = 500$ kHz definiert, was mit der noch auszulegenden nominalen Abtastrate f_{sn} für das Intervallende des Durchlassbereichs

$$\Omega_d = 2\pi \frac{f_g}{f_{sn}} \quad (3.11)$$

ergibt. Weiterhin soll der Filterfrequenzgang nach dem Durchlassbereich möglichst rasch abfallen und bis zu einer Frequenz Ω_s die Sperrdämpfung $\delta_s = -60$ dB unterschritten haben:

$$20 \log_{10} (|\underline{H}_{\text{TP1}}(e^{j\Omega})|) \leq \delta_s \quad \forall \quad |\Omega| \geq \Omega_s. \quad (3.12)$$

Da die darauffolgende Interpolationseinheit eine Unterabtastung höchstens bis zur halben Abtastrate vornimmt, ergibt sich $\Omega_s = \pi/2$. Die Auslegungsparameter des Filters werden in Abb. 3.4 qualitativ dargestellt. Der im Filterentwurfsprozess erzeugte Betragsfrequenzgang muss innerhalb der grauen Fläche liegen.

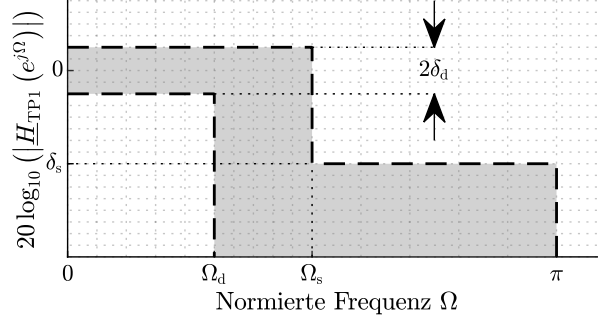


Abb. 3.4: Entwurfsparameter für die TP₁-Filterstufe (qualitativ).

Ferner soll die Verzerrung des Signals im Durchlassbereich möglichst gering gehalten werden. Diese ergibt sich aus einer sich über Ω veränderlichen Gruppenlaufzeit bei der Verwendung rückgekoppelter Filter. Die Gruppenlaufzeit $\tau_g(\Omega)$ kann gemäß [36, S. 233ff.] aus der Ableitung der Phase der Übertragungsfunktion zu

$$\tau_g(\Omega) = -\frac{d}{d\Omega} \arg \{ \underline{H}_{\text{TP1}}(e^{j\Omega}) \} \quad (3.13)$$

berechnet werden. Zur Vermeidung von Verzerrung soll im Filterentwurfsprozess der Term

$$\Delta\tau_{\text{gd}} = \max_{\Omega \in [0; \Omega_d]} \{ \tau_g(\Omega) \} - \min_{\Omega \in [0; \Omega_d]} \{ \tau_g(\Omega) \} \quad (3.14)$$

minimiert werden. Das Ausgangssignal des Filters $u_{tx}[n_k]$ wird in Abhängigkeit des Eingangssignals formal zunächst wie folgt beschrieben:

$$u_{tx}[n_k] = \text{TP}_1 \{ u_{ax}[n_k] \}. \quad (3.15)$$

Die Auslegung des Filters, seines Typs sowie die Art der Implementierung erfolgt in Kapitel 3.4.4.

3.2.4 Interpolationseinheit

Die Aufgabe der Interpolationseinheit ist die Unterabtastung des Signals auf eine Abtastrate im Intervall $[0,5; 1] f_s$. Hierzu muss sie zwischen den mit f_s eingehenden Abtastwerten interpolieren. Der Zeitpunkt, zu dem der interpolierte Abtastwert berechnet werden soll, entspricht $t_\lambda[n_\lambda]$ gemäß Gl. 3.3. Der diesem Zeitpunkt nächstgelegene niedrigere Index auf der ADU-Zeitbasis ergibt sich wie folgt:

$$n_{\lambda,k}[n_\lambda] = \lfloor t_\lambda[n_\lambda] f_s \rfloor. \quad (3.16)$$

Im nächsten Schritt kann hieraus das Interpolationsgewicht $\lambda_i \in [0; 1]$ bestimmt werden, das die relative Lage des Zeitpunkts $t_\lambda[n_\lambda]$ zwischen dem nächstniedrigeren und dem nächsthöheren Abtastwert auf der ADU-Zeitbasis angibt:

$$\lambda_i = (t_\lambda [n_\lambda] - n_{\lambda,k} [n_\lambda] T_s) f_s. \quad (3.17)$$

Mit diesen beiden berechneten Größen kann das Ausgangssignal am Interpolator $u_{ix} [n_\lambda]$ durch Interpolation zwischen den beiden Werten auf den Indices $n_{\lambda,k} [n_\lambda]$ und $n_{\lambda,k} [n_\lambda] + 1$ mit dem Gewicht λ_i berechnet werden:

$$u_{ix} [n_\lambda] = \text{INT} \{u_{tx} [n_k], \lambda_i\}. \quad (3.18)$$

Die Auswahl eines geeigneten Interpolationsverfahrens bzw. die Auslegung der Interpolationsoperation erfolgt in Kapitel 3.4.6. Dieses Ausgangssignal bildet bei voller Netzfrequenzsynchronizität der MFEU eine Grundperiode des zugrundeliegenden Signals in 2^λ Werten ab. Es wird anschließend der TPK-Stufe zugeführt.

3.2.5 TPK-Stufe

Die Tiefpassfilterkaskade (TPK) dient dazu, das Ausgangssignal des Interpolators weiter zu filtern und aus der Interpolation stammende Artefakte im Spektrum zu dämpfen. Weiterhin soll sie die Abtastrate des zur SSQA herausgeführten Signals auf die in Kapitel 3.1 deklarierte Zielabtastrate von 2^μ Sps reduzieren. Abb. 3.5 zeigt die TPK-Stufe schematisch für einen Kanal.

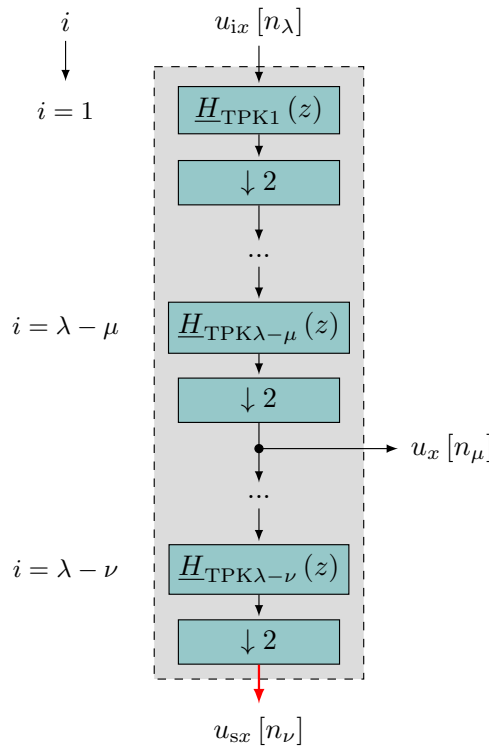


Abb. 3.5: Darstellung der TPK-Stufe entlang des Kanals x .

Nach jedem Filterschritt wird die Abtastrate halbiert. Somit müssen vor der Ausgabe des Analysesignals $u_x [n_\mu]$ genau $\lambda - \mu$ Filter und Unterabtastungen durchlaufen werden. Die Filterkette wird auf diesem Signal fortgeführt, bis insgesamt $\lambda - \nu$ Schritte durchlaufen sind und die Taktrate der MFEU erreicht ist, wo das Signal $u_{sx} [n_\nu]$ ausgegeben wird. Beginnend beim Ausgangssignal

3 Messverfahren

des Interpolators werden die einzelnen Filterstufen $\underline{H}_{\text{TPK}i}(z)$ mit dem Index $i \in [1; \lambda - \nu]$ angezeigt. Damit kann für jede Filterstufe

$$u_{\text{TPK}i} \left[\left\lfloor \frac{n_\lambda}{2^i} \right\rfloor \right] = \text{TPK}_i \left\{ u_{\text{TPK}i-1} \left[\left\lfloor \frac{n_\lambda}{2^{i-1}} \right\rfloor \right] \right\} \quad (3.19)$$

geschrieben werden. Im linken Teil der Gleichung repräsentiert die Division des Indexes n_λ mit der jeweiligen Zweierpotenz die Unterabtastung. Im rechten Teil steht $\text{TPK}_i \{ \}$ für die Filterung durch das Filter mit dem entsprechenden Frequenzgang $\underline{H}_{\text{TPK}i}(z)$. Mit $u_{ix}[n_\lambda]$ als Eingangssignal in die Kaskade gilt $u_{\text{TPK}0}[n_\lambda] = u_{ix}[n_\lambda]$. Nach $\lambda - \mu$ Kaskadenschritten wird das Signal

$$u_x[n_\mu] = u_{\text{TPK}\lambda-\mu}[n_\mu] \quad (3.20)$$

mit n_μ gemäß Gl. 3.4 ausgeleitet. Analog hierzu gilt für das Ausgangssignal zur MFEU

$$u_{sx}[n_\nu] = u_{\text{TPK}\lambda-\nu}[n_\nu] \quad (3.21)$$

mit n_ν gemäß Gl. 3.6. Entwurf und Implementierung der Filter ist Gegenstand späterer Kapitel.

Anforderungen an die Nutzdatenfilter

An die bis zur Herausleitung der Nutzdaten $u_x[n_\mu]$ durchlaufenen Filter der Kaskade $i \in [1; \lambda - \mu]$, ergibt sich wie bei der TP_1 -Stufe eine maximale Dämpfung im Durchlassbereich bis $f_g = 500 \text{ kHz}$ von $\delta_d = 0,001 \text{ dB}$. Diese Bedingung ist aufgrund des variablen Takts der dem Interpolator nachgeschalteten Stufen nicht absolut zu definieren. Aufgetragen auf einer absoluten Frequenzachse würde die Filtercharakteristik in Abhängigkeit der geschätzten Netzfrequenz gestaucht oder gestreckt werden. Die Grenzfrequenz für das i -te Filter Ω_{di} kann aus dem maximal gestauchten Zustand dieses Frequenzgangs abgeschätzt werden, der sich ergibt, wenn die Netzfrequenz dem Minimum des in Kapitel 1.3 definierten Betriebsbereichs von $f_{\min} = 44 \text{ Hz}$ entspricht. In diesem Falle ergibt sich die Abtastrate f_{si} zu

$$f_{si} = 2^{\lambda-i+1} f_{\min}. \quad (3.22)$$

Anschließend kann die Anforderung an die Grenzfrequenz definiert werden:

$$\Omega_{di} = 2\pi \frac{f_g}{f_{si}} = \frac{\pi f_g}{2^{\lambda-i} f_{\min}} \quad \text{mit } i \in [1; \lambda - \mu]. \quad (3.23)$$

Analog zur Gl. 3.12 ergibt sich damit als Bedingung an die Filter

$$-\delta_d \leq 20 \log_{10} (|\underline{H}_{\text{TPK}i}(e^{j\Omega})|) \leq \delta_d \quad \forall \quad |\Omega| \in [0; \Omega_{di}] \quad \text{mit } i \in [1; \lambda - \mu]. \quad (3.24)$$

Abb. 3.6 zeigt die Entwurfparameter qualitativ.

Da sich Ω_{di} durch die mit jeder Iteration von i zunehmende Unterabtastung für jedes zusätzliche Filter in der Kaskade der halben Nyquist-Frequenz bei $\pi/2$ weiter annähert, würde dessen Steilheit im Übergangsbereich ebenfalls zunehmen, sofern eine Sperrdämpfung δ_{sk} bis dahin unterschritten werden soll. Je nach verwendetem Filtertyp würde dies nur durch eine längere Impulsantwort oder höhere Gruppenlaufzeitunterschiede im Grenzbereich erreicht werden können. Wird die Sperrfrequenz derart gelegt, dass die Sperrdämpfung vor der Unterabtastung bei einer Frequenz kleiner $\pi - \Omega_{di}$ erreicht wird, kommt es durch die Unterabtastung zwar zu einem Hineinfalten höherer Frequenzen in das unterabgetastete Signal, jedoch wird der Durchlassbereich nicht unzulässig beeinflusst. Somit ergibt sich eine weitere Filteranforderung:

$$20 \log_{10} (|\underline{H}_{\text{TPK}i}(e^{j\Omega})|) \leq \delta_{sk} \quad \forall \quad |\Omega| \geq \pi - \Omega_{di} \quad \text{mit } i \in [1; \lambda - \mu]. \quad (3.25)$$

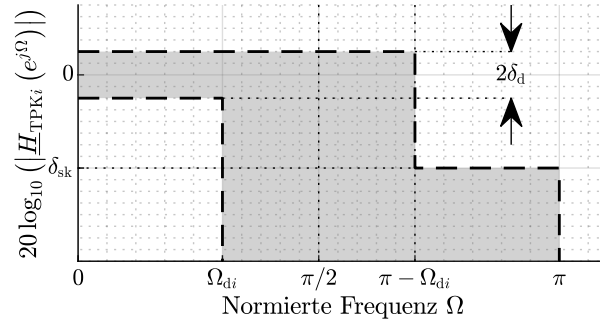


Abb. 3.6: Entwurfsparameter für die TPK-Filterstufe (qualitativ).

Es wird ersichtlich, dass die formulierten Anforderungen an die Filter ausschließlich von der unteren Grenze des Betriebsbereichs des Systems sowie λ abhängen und nicht mehr von einer absoluten Abtastrate. Die Filteranforderungen entsprechen dem Toleranzschema für Halbbandfilter [59, S. 101ff.].

Anforderungen an die MFEU-Filter

Für die Filter der Kaskadenstufen $i \in [\lambda - \mu + 1; \lambda - \nu]$ reduzieren sich die Anforderungen an den Durchlassbereich, da diese Signale nur noch zur Bestimmung der Netzfrequenz und der Phasoren der Grundschiwingung in der MFEU verwendet werden, wozu die Kenntnis der Dämpfung dieser Filterstufen ausreicht. Hieraus lässt sich ableiten, dass die Signalkomponente von Interesse in diesen Daten nur noch die Grundschiwingung selbst ist. Bei einer relativen Abtastrate von $2^{\lambda-i+1}$ Spc ist die Grundschiwingung diejenige Komponente, die auf die relative Frequenz

$$\Omega_{\text{gs}i} = 2^{-\lambda+i}\pi \quad (3.26)$$

fällt. Hieraus ergibt sich die Anforderung an den Durchlassbereich, wobei an dessen Güte $\delta_{\text{dm}} > \delta_{\text{d}}$ wesentlich geringere Anforderungen gestellt werden können als bei den Nutzdatenfiltern:

$$-\delta_{\text{dm}} \leq 20 \log_{10} (|\underline{H}_{\text{TPK}i}(e^{j\Omega})|) \leq \delta_{\text{dm}} \quad \forall \quad |\Omega| \leq \Omega_{\text{gs}i} \quad \text{mit } i \in [\lambda - \mu + 1; \lambda - \nu]. \quad (3.27)$$

Um auch hier den Filteraufwand zu minimieren, werden die Anforderungen an den Sperrbereich analog zu den Nutzdatenfiltern für Halbbandfilter definiert:

$$20 \log_{10} (|\underline{H}_{\text{TPK}i}(e^{j\Omega})|) \leq \delta_{\text{sk}} \quad \forall \quad |\Omega| \geq \pi - \Omega_{\text{gs}i} \quad \text{mit } i \in [\lambda - \mu + 1; \lambda - \nu]. \quad (3.28)$$

Je niedriger der Wert für ν gewählt wird, desto mehr Filterstufen ergeben sich und desto enger werden die Anforderungen an jedes zu entwerfende Filter.

3.3 Phasenregelung

Die Mains Frequency Estimation Unit (MFEU) verarbeitet die aus der TPK-Stufe zugeführten Signale $u_{\text{sx}}[n_\nu]$ und bestimmt aus ihnen den neuen Wert der Abtastrate am Ausgang der Interpolationseinheit $T_i[n_\nu + 1]$. Somit wird die Schleife geschlossen und das System wird zur Phasenregelschleife (PLL). Die MFEU schätzt die Netzfrequenz ausschließlich aus den gemessenen Signalen. Im nächsten Kapitel wird zunächst die einphasige Netzfrequenzschätzung beschrieben, die in Abb. 3.7 dargestellt ist.

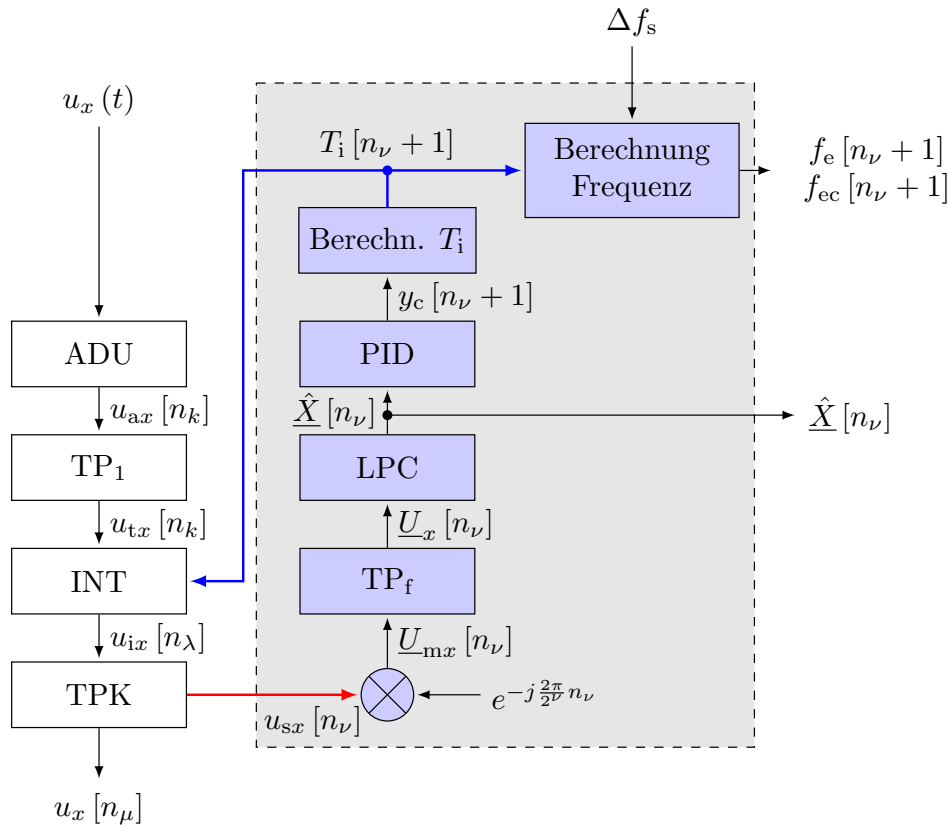


Abb. 3.7: Einphasige MFEU auf dem Kanal x . TP_f : Finales Tiefpassfilter, LPC: Berechnung des Grundschwingungsphasors. PID: Phasenregler.

3.3.1 Modell des Eingangssignals

Im Folgenden wird angenommen, dass das Signal $u_{sx}[n_\nu]$ als monofrequente, mit der unbekannten echten Netzfrequenz $f_r(t)$ oszillierende Schwingung modelliert werden kann. Sie habe die Amplitude $U_x \in \mathbb{R}^+$, zudem die Startphase $\varphi_x \in [0; 2\pi[$. Dann kann das Signal als Cosinusfunktion

$$u_{sx}[n_\nu] = U_x \cos(\theta(t_\nu[n_\nu]) + \varphi_x) \quad (3.29)$$

dargestellt werden, wobei sich der Winkel $\theta(t)$ während der Dauer der Messung T für einen gegebenen Zeitpunkt $t \in [0; T[$ aus dem Integral der Netzfrequenz über den Zeitraum seit dem Start der Messung ergibt:

$$\theta(t) = 2\pi \int_0^t f_r(\tau) d\tau. \quad (3.30)$$

Es wird zunächst vereinfachend angenommen, dass die Netzfrequenz $f_r(t)$ über den Messzeitraum konstant sei. Dann vereinfacht sich der Winkel am Zeitpunkt $t_\nu[n_\nu]$ zu

$$\theta(t_\nu[n_\nu]) = 2\pi f_r(t_\nu[n_\nu]) t_\nu[n_\nu]. \quad (3.31)$$

Eingesetzt in Gl. 3.29 lässt sich das Signal $u_{sx}[n_\nu]$ dann in der Exponentialform des Cosinus wie folgt schreiben:

$$u_{sx}[n_\nu] = \frac{U_x}{2} \left(e^{-j(2\pi f_r(t_\nu[n_\nu])t_\nu[n_\nu] + \varphi_x)} + e^{j(2\pi f_r(t_\nu[n_\nu])t_\nu[n_\nu] + \varphi_x)} \right). \quad (3.32)$$

3.3.2 Frequenzverschiebung

Es wird ein Maß für den aktuellen Schätzwert der Netzfrequenz eingeführt: Wenn das Ausgangssignal am Interpolator die Netzsignale in genau 2^λ Sps darstellt, dann kann mit Kenntnis des Abtastintervalls $T_i[n_\nu]$ aus dieser Beziehung die Netzfrequenzschätzung

$$f_e[n_\nu] = \frac{1}{2^\lambda T_i[n_\nu]} \quad (3.33)$$

berechnet werden. Danach wird das Eingangssignal mit einem mit diesem Frequenzschätzwert rotierenden Zeiger multipliziert. Das aus diesem Mischprozess berechnete Signal $\underline{U}_{mx}[n_\nu]$ wird komplexwertig:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{mx}[n_\nu] &= u_{sx}[n_\nu] e^{-j2\pi f_e[n_\nu]t_\nu[n_\nu]} \\ &= \frac{U_x}{2} \left(e^{-j(2\pi(f_r(t_\nu[n_\nu]) + f_e[n_\nu])t_\nu[n_\nu] + \varphi_x)} + e^{j(2\pi(f_r(t_\nu[n_\nu]) - f_e[n_\nu])t_\nu[n_\nu] + \varphi_x)} \right). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Bei Betrachtung des Produkts $f_e[n_\nu]t_\nu[n_\nu]$ fällt auf, dass es sich mit Gl. 3.7 und Gl. 3.33 wie folgt umformulieren lässt:

$$f_e[n_\nu]t_\nu[n_\nu] = \frac{2^{-\nu}}{T_i[n_\nu]} \sum_{k=1}^{n_\nu} T_i[k]. \quad (3.35)$$

Nachfolgend wird die oben getroffene Annahme der Konstanz der Netzfrequenz um die der vollen Synchronizität der PLL ergänzt. Dann ist auch $T_i[i]$ konstant über alle $i \in [1; n_\nu]$ und Gl. 3.35 vereinfacht sich zu:

$$f_e[n_\nu]t_\nu[n_\nu] = \frac{2^{-\nu} n_\nu T_i[i]}{T_i[n_\nu]} = \frac{n_\nu}{2^\nu}. \quad (3.36)$$

Damit kann die Mischung aus Gl. 3.34 durch simple fortwährende Rotation im relativen Takt der MFEU ausgedrückt werden:

$$\underline{U}_{mx}[n_\nu] = u_{sx}[n_\nu] e^{-j2\pi f_e[n_\nu]t_\nu[n_\nu]} = u_{sx}[n_\nu] e^{-j\frac{2\pi}{2^\nu} n_\nu}. \quad (3.37)$$

Wie erwartet entspricht eine volle Rotation um 2π im MFEU-Takt 2^ν Schritten. Diese Erkenntnis ist für die spätere Implementierung wichtig. Aus Gründen der verbesserten Lesbarkeit wird die weitere Beschreibung der MFEU allerdings die Darstellung im absoluten Zeitsystem mit dem Produkt $f_e[n_\nu]t_\nu[n_\nu]$ verwenden.

3.3.3 Finale Filterstufe

Gemäß dem Signalmodell in Gl. 3.34 enthält das heruntergemischte Signal $\underline{U}_{mx}[n_\nu]$ zwei rotierende Zeiger, die mit den Frequenzen $f_r(t_\nu[n_\nu]) + f_e[n_\nu]$ bzw. $f_r(t_\nu[n_\nu]) - f_e[n_\nu]$ rotieren. Im Falle voller Synchronizität mit der Netzfrequenz gilt $f_r(t_\nu[n_\nu]) = f_e[n_\nu]$, wodurch sich die Frequenzen dieser beiden Zeiger zum einen als doppelte Netzfrequenz und zum anderen als Gleichteil ergeben. Diesen Gleichteil gilt für die nachfolgenden Betrachtungen zu extrahieren, während der hochfrequente Anteil aus dem Signal eliminiert werden soll. Hierfür wird eine finale Filterstufe TP_f mit der Übertragungsfunktion $\underline{H}_{TP_f}(z)$ verwendet:

$$\underline{U}_x[n_\nu] = \text{TPf}\{\underline{U}_{\text{mx}}[n_\nu]\}. \quad (3.38)$$

Mit der Taktrate der MFEU von 2^ν Spc können gemäß dem Abtasttheorem Frequenzen mit höchstens $2^{\nu-1}$ Spc dargestellt werden. Im Falle voller Synchronizität fällt der hochfrequente Term in dieser Notation auf eine Frequenz von -2 Spc, wodurch sich als Anforderung an dieses Tiefpassfilter ergibt:

$$|\underline{H}_{\text{TPf}}(e^{j\Omega_f})| = 0 \quad \text{mit} \quad \Omega_f = \frac{-2}{2^{\nu-1}}\pi = -2^{-\nu+2}\pi. \quad (3.39)$$

Ferner soll der Gleichteil das Filter ungedämpft passieren, wodurch sich

$$|\underline{H}_{\text{TPf}}(e^{j0})| = 1 \quad (3.40)$$

ergibt. Für ein rein sinusförmiges Signal, wie es in Gl. 3.29 dargestellt wird, sind diese Filteranforderungen ausreichend.

Zusätzliche Anforderungen durch Harmonische

An dieser Stelle muss vom Modell des rein sinusförmigen Signals jedoch abgewichen werden, da die vorgeschalteten Filterstufen Harmonische zwar dämpfen, jedoch nicht vollständig eliminieren. Versuche haben gezeigt, dass die sich anschließende Phasenregelung auf harmonische Kontamination äußerst empfindlich reagiert. Durch die Frequenzverschiebung fällt im eingeschwungenen Zustand jede Harmonische auf die Frequenz der ihr um eine Ordnung niedrigeren Harmonischen. Ein eventueller Gleichteil im Eingangssignal wird auf den ersten negativen harmonischen Index heruntergemischt. Daher wird die Anforderung in Gl. 3.39 derart erweitert, dass der Filterfrequenzgang auf jeder harmonischen Frequenz eine Nullstelle aufweisen soll:

$$|\underline{H}_{\text{TPf}}(e^{\pm j\Omega_{fi}})| = 0 \quad \forall \quad \Omega_{fi} = \frac{i}{2^{\nu-1}}\pi \quad \text{mit} \quad i \in [1; 2^{\nu-1} - 1]. \quad (3.41)$$

Die Nullstellen sind konjugiert-komplex zueinander definiert, dadurch weist das Filter eine reellwertige Impulsantwort auf. Ferner ist eine einfache Nullstelle auf die Nyquist-Frequenz zu legen, die bei Synchronizität auch eine harmonische Frequenz darstellt. Es muss gelten:

$$|\underline{H}_{\text{TPf}}(e^{j\pi})| = 0. \quad (3.42)$$

Damit sind insgesamt $N_{\text{mw}} - 1 = 2^\nu - 1$ Nullstellen definiert. Damit lassen sich verschiedene Filter entwerfen, die obige Anforderungen erfüllen. Die einfachste Lösung ergibt sich, indem das Filter als nicht-rekursives Filter ausgelegt wird. In diesem Fall sind die Nullstellen des Zählerpolynoms direkt gegeben und der Frequenzgang $\underline{H}_{\text{TPf}}(z)$ lässt sich in Nullstellenschreibweise direkt formulieren, wobei die Impulsantwort des Filters $\hat{h}_{\text{mw}}[i]$ durch Ausmultiplizieren auch sofort errechnet werden kann:

$$\underline{H}_{\text{TPf}}(z) = \frac{(z - e^{j\pi})}{z^{N_{\text{mw}}-1}} \prod_{i=1}^{2^{\nu-1}-1} (z - e^{j\Omega_{fi}}) (z - e^{-j\Omega_{fi}}) = \sum_{i=0}^{N_{\text{mw}}-1} \hat{h}_{\text{mw}}[i] z^{-i}. \quad (3.43)$$

Bei Betrachtung der Nullstellen fällt auf, dass ein Filter gesucht ist, dessen Nullstellen äquidistant über sein Spektrum verteilt sind und das den Gleichteil durchlässt. Im Vergleich mit dem in Kapitel 2.32 bzw. Abb. 2.4 vorgestellten Dirichlet-Kern sticht heraus, dass dessen Frequenzgang genau diesen Anforderungen genügt. In der Tat besteht die Impulsantwort des so definierten Filters aus $N_{\text{mw}} = 2^\nu$ Einsen, stellt also ein Mittelwertfilter dar.

Zusätzliche Anforderungen durch Zwischenharmonische

Beim Frequenzgang des Mittelwertfilters weist die erste Nebenkeule eine minimale Dämpfung von $-13,2\text{ dB}$ auf. In Labormessungen am Campus Bottrop der Hochschule Ruhr West zeigen sich jedoch zusätzlich zu Harmonischen regelmäßig kurze, zwischenharmonische Störungen auf dedizierten Frequenzen. Hierbei handelt es sich um Rundsteuersignale, die vom örtlichen Verteilnetzbetreiber beispielsweise zur Umschaltung von älteren Stromzählern verwendet werden. Das Rundsteuersignal mit der niedrigsten Frequenz wird mehrmals täglich auf 168 Hz ausgestrahlt. Bei einer realen Netzfrequenz, die etwa dem Nennwert von 50 Hz entspricht, ergibt sich damit eine Zwischenharmonische der harmonischen Ordnung $h = 3,36$. Durch die Frequenzmischung liegt dieser Wert im gemischten Signal ungefähr auf dem $2,36$ -fachen der Grundschiwingung. In diesem Bereich hat der Frequenzgang des Mittelwertfilters eine Dämpfung von etwa -18 dB . Die Amplitude des Störsignals wurde bei annähernd 9% der Amplitude der Grundschiwingung gemessen (vgl. Kapitel 2.7.6), was für die folgende Phasenregelung eine signifikante Störgröße darstellt. Auf Kosten der Gruppenlaufzeit der finalen Filterstufe lassen sich kompliziertere Filter auslegen, die die in Gl. 3.43 definierten Nullstellenbedingungen erfüllen und zusätzlich eine bessere Dämpfung in diesen Frequenzbereichen bieten.

Hierfür bieten sich die in Kapitel 2.6.4 definierten essentiellen Fensterfunktionen an. Werden diese durch Faltung anstatt einer Multiplikation im Zeitbereich appliziert, so entspricht dies einer Tiefpassfilterung mit dem entsprechenden Frequenzgang des Fensters. Wird beispielsweise die dem von-Hann-Fenster zugrundeliegende Funktion symmetrisch mit $N_{\text{hn}} = 2^{\nu+1} - 1$ Werten abgetastet, so weist deren z -Transformierte genau $N_{\text{hn}} - 1$ Nullstellen auf, wobei die Bedingungen in Gl. 3.41 und Gl. 3.42 erfüllt werden. Dazu kommen weitere Nullstellen, darunter eine doppelte bei $\Omega = \pi$. Die Impulsantwort des Filters berechnet sich wie folgt:

$$\hat{h}_{\text{hn}}[n] = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi}{2^{\nu}} (n+1) \right) \right) \quad \forall n \in [0; N_{\text{hn}} - 1]. \quad (3.44)$$

Ebenso kann mit einem auf dem Hamming-Fenster basierenden Filter verfahren werden. Dieses weist im Vergleich zu von-Hann ein weiteres konjugiert-komplexes Nullstellenpaar auf, wodurch die erste Nebenkeule besser gedämpft wird. Daher ist die symmetrische Impulsantwort der Länge $N_{\text{hm}} = 2^{\nu+1}$ um einen Abtastwert länger und ergibt sich zu

$$\hat{h}_{\text{hm}}[n] = 0,54 - 0,46 \cos \left(\frac{\pi}{2^{\nu}} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right) \quad \forall n \in [0; N_{\text{hm}} - 1]. \quad (3.45)$$

Abb. 3.8 zeigt die Frequenzgänge des Mittelwertfilters (analog zum Rechteck-Fenster), sowie die der auf dem von-Hann- bzw. Hamming-Fenster basierenden Filter am Beispiel von $\nu = 3$.

Das Mittelwertfilter besitzt ausschließlich die in Gl. 3.43 beschriebenen Nullstellen und stellt damit die Minimallösung dar. Die Länge der Impulsantwort $\hat{h}_{\text{mw}}[i]$ entspricht der um 1 erhöhten Anzahl der Nullstellen und beträgt damit genau 2^{ν} . Das von-Hann-Filter verbessert die Dämpfung der Nebenkeulen durch die zusätzlichen Nullstellen, die auf dem Einheitskreis genau zwischen denen des Mittelwertfilters liegen. Durch die doppelte Nullstelle wird die Dämpfung der letzten Nebenkeule verbessert (vgl. Abb. 3.8c). Das Hamming-Filter wiederum verfügt über eine bessere Dämpfung der ersten Nebenkeule, durch zwei zusätzliche, konjugiert-komplexe und nicht auf dem Einheitskreis liegende Nullstellen in der Nähe der ersten Nullstelle (vgl. Abb. 3.8d).

Die Entscheidung für eine der dargestellten Filterfunktionen bezieht noch andere Faktoren mit ein und wird in Kapitel 3.4.5 dargestellt. In jedem Fall ergibt sich die Impulsantwort des zu implementierenden Filters durch Skalierung der oben beschriebenen Filterimpulsantworten auf eine Gleichteilverstärkung von 0 dB , wie hier am Beispiel des von-Hann-Filters gezeigt:

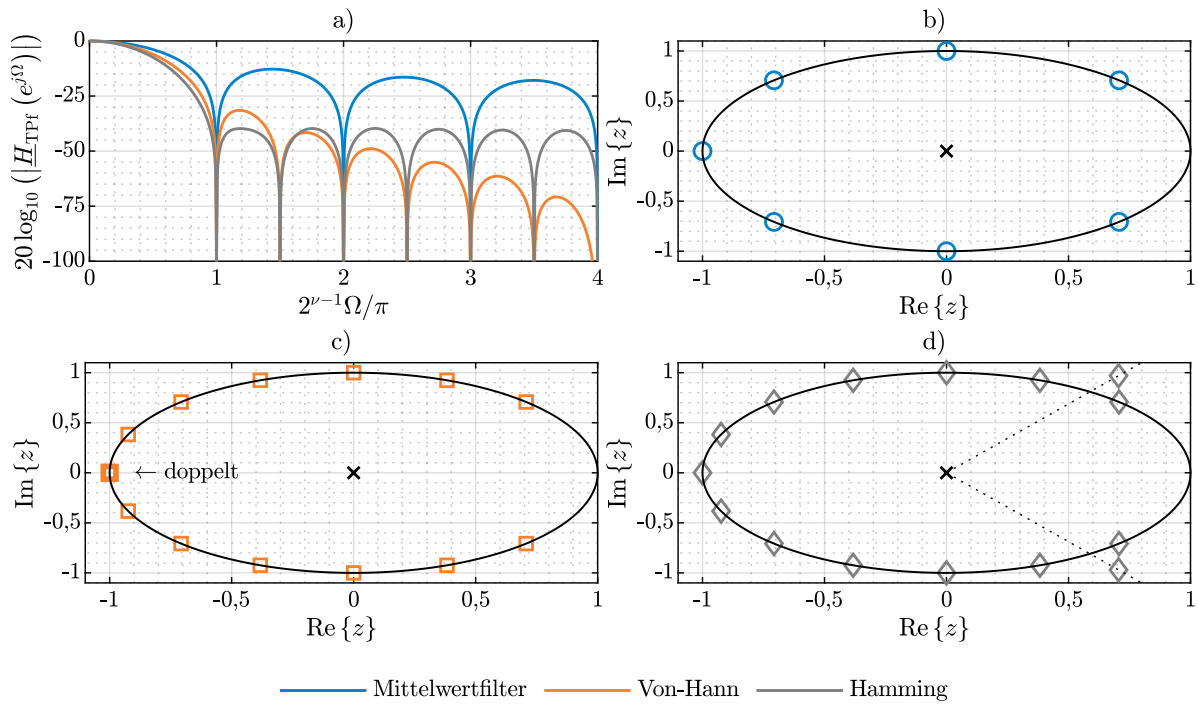


Abb. 3.8: Veranschaulichung der in Frage kommenden Filter für die TP_f-Stufe am Beispiel von $\nu = 3$. a) Frequenzgänge der Filter. Darstellungen in der z -Ebene für b) Mittelwertfilter, c) von-Hann-Filter, d) Hamming-Filter.

$$h_{\text{TPf}}[i] = \frac{\hat{h}_{\text{hn}}[i]}{\sum_{k=0}^{N_{\text{hn}}-1} \hat{h}_{\text{hn}}[k]}. \quad (3.46)$$

3.3.4 Berechnung des Grundswingungsphasors

Aus $\underline{U}_x[n_\nu]$ kann der Phasor der Grundswingung $\hat{\underline{X}}[n_\nu]$ des Netzsignals $x(t)$ berechnet werden, wobei hierzu der Frequenzgang des jeweiligen Messwandlers auf dem Kanal x bekannt sein muss:

$$\hat{\underline{X}}[n_\nu] = \frac{\sqrt{2}\kappa_c(f_e[n_\nu])}{\underline{H}_x(j2\pi f_e[n_\nu])} \underline{U}_x[n_\nu]. \quad (3.47)$$

Hierbei korrigiert der Term $\kappa_c(f_e[n_\nu])$ die Dämpfung und Phasenverschiebung der TPK-Stufe in Abhängigkeit der aktuellen Netzfrequenzschätzung. Diese Berechnung erfolgt in der LPC-Stufe (engl. *Line Phasor Calculation*).

3.3.5 Phasenregelung in einphasiger Konfiguration

Das Signal $\hat{\underline{X}}[n_\nu]$ besteht gemäß oben definiertem Modell nur noch aus einer Komponente mit Nullfrequenz, die jedoch komplexwertig ist. Ihr Betrag entspricht der echten Netzspannung und ihre Phasenlage enthält sowohl die Startphase φ_x sowie die Winkelkorrektur durch Kompensation des Messwandlers und der Filterkette wie einen von der Differenz zwischen echter und geschätzter Netzfrequenz abhängigen Term. Aus Gl. 3.38 und Gl. 3.47 ergibt sich für die Phase von $\hat{\underline{X}}[n_\nu]$:

$$\arg \left\{ \hat{\underline{X}}[n_\nu] \right\} = 2\pi (f_r(t_\nu[n_\nu]) - f_e[n_\nu]) t_\nu[n_\nu] + \varphi_x + \arg \left\{ \frac{\kappa_c(f_e[n_\nu])}{\underline{H}_x(j2\pi f_e[n_\nu])} \right\}. \quad (3.48)$$

Die Differenz dieser Phase von null wird als Regelabweichung einem Regler zugeführt, der als Stellgröße die nächste Iteration der Abweichung des Abtastintervalls am Ausgang des Interpolators von seinem Nominalwert berechnen soll:

$$y_c[n_\nu + 1] = K_{\text{PID}} \left(- (1 + \tau_v) \arg \left\{ \hat{\underline{X}}[n_\nu] \right\} + \left(\frac{1}{\tau_n} - \tau_v \right) z[n_\nu] + \tau_v z[n_\nu - 1] \right). \quad (3.49)$$

Die Parameter des Reglers sind der Proportionalbeiwert K_{PID} , die Nachstellzeit τ_n sowie die Vorhaltezeit τ_v mit $K_{\text{PID}}, \tau_n, \tau_v \in \mathbb{R}^+$. Aufgrund der netzfrequenzsynchronen Abtastrate werden die Nachstell- und Vorhaltezeit hier als einheitenlose und auf das Abtastintervall normierte Größen angegeben. An dieser Stelle beginnt der nächste Takt $n_\nu + 1$. Die Größe $z[n_\nu]$ stellt hierbei die aggregierte Summe der Phasenlagen dar:

$$z[n_\nu] = - \sum_{i=0}^{n_\nu-1} \arg \left\{ \hat{\underline{X}}[i] \right\}. \quad (3.50)$$

Zur Herleitung obiger Gleichungen aus der bekannten Gleichung des zeitkontinuierlichen PID-Reglers sei auf Anhang B.3 verwiesen. Aus der Stellgröße $y_c[n_\nu + 1]$ kann anschließend das neue Abtastintervall am Ausgang des Interpolators berechnet werden:

$$T_i[n_\nu + 1] = (1 + y_c[n_\nu + 1]) T_{i0}. \quad (3.51)$$

Hierbei ist T_{i0} der Startwert des Abtastintervalls bei $n_\nu = 0$. Er kann prinzipiell beliebig gewählt werden, wobei es der Dauer des Einschwingprozesses zuträglich ist, wenn er dem Wert entspricht, den das Ausgangssignal des Interpolators beim Nominalwert der Netzfrequenz innehat:

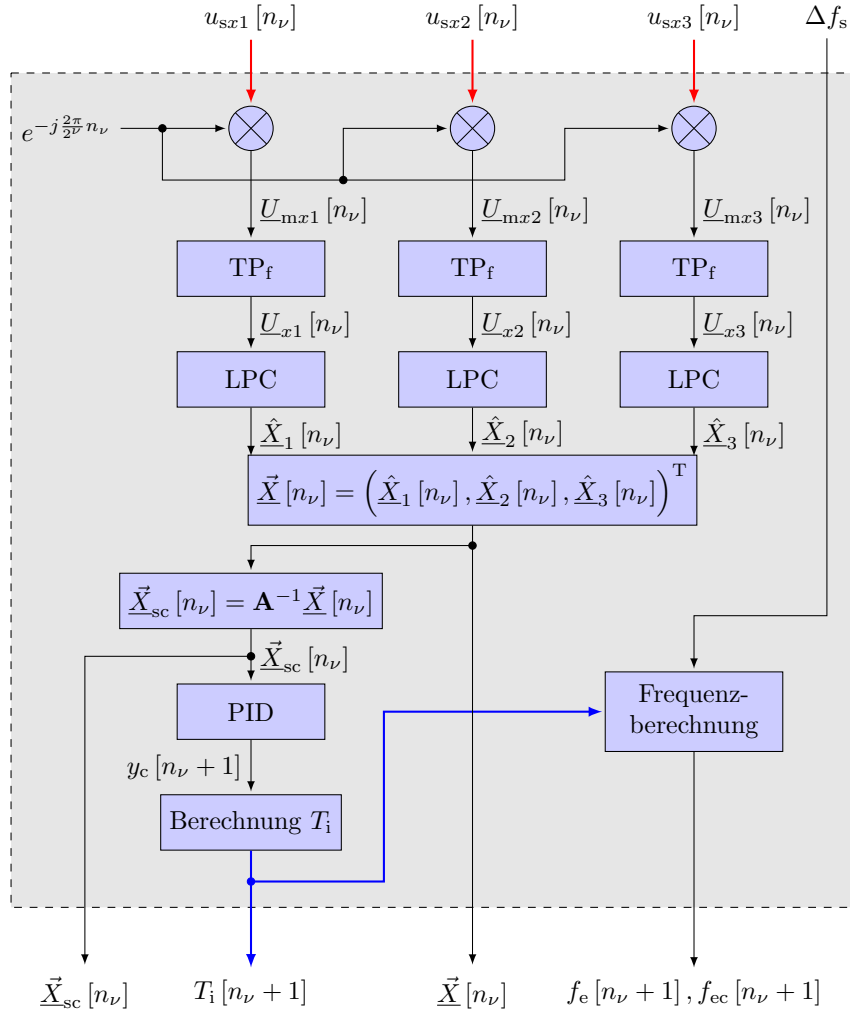
$$T_{i0} = \frac{1}{2\lambda f_n}. \quad (3.52)$$

Die Auslegung der Reglerparameter wird in Kapitel 3.4.7 beschrieben. Indem die Stellgröße des Reglers nur die Abweichung des Abtastintervalls vom Nominalwert darstellt, wird ein Nulldurchgang oder gar die Negation von $T_i[n_\nu + 1]$ verhindert. Wie später dargestellt, erleichtert dies auch die Ermittlung der Regelparameter. Damit ist die Phasenregelschleife geschlossen: $T_i[n_\nu + 1]$ wird an die Interpolatoren aller Messkanäle weitergeleitet, die dieses neue Abtastintervall übernehmen.

3.3.6 Phasenregelung in dreiphasiger Konfiguration

Bei Messungen am Drehstromnetz ist es zweckmäßig, die Netzfrequenz aus der Information auf allen drei Leiter-Erde-Spannungen zu schätzen. Hierzu bietet sich die Transformation der drei einzelnen Spannungen in ihre symmetrischen Komponenten an. Anschließend kann die Phasenregelung auf dem Phasenwinkel der Mitsystemkomponente erfolgen. Diesen Ansatz verfolgt auch der IEEE-Standard zu Synchrophasormessgeräten [N7, Kap. D.4]. Die Methode der Zerlegung in symmetrische Komponenten ist in [3, S. 355ff.] beschrieben.

Zur dreiphasigen Phasenregelung werden anstatt des Platzhalters x die drei Platzhalter x_1, x_2 und x_3 verwendet. Diese können prinzipiell für beliebige Messkanäle des PQMS stehen, wichtig ist hierbei jedoch, dass sie auf der Grundschiwingung in aufsteigender Folge ein rechtsdrehendes

Abb. 3.9: Dreiphasige MFEU auf den Kanälen x_1, x_2, x_3 .

Drehstromsystem abbilden. Die Verarbeitung aus der Filterkaskade heraus über den Mischprozess und die finale Tiefpassfilterstufe TP_f erfolgt analog zur einphasigen Konfiguration. Winkel- und Amplitudenfehler aufgrund von Abweichungen in den Frequenzgängen der Messwandler würden die anschließende Berechnung der Mitsystemkomponente stören, weshalb die Kompensation der Messwandler vorher erfolgen muss. Aus den drei Ausgangssignalen der TP_f -Stufe $\underline{U}_{x1}[n_\nu]$, $\underline{U}_{x2}[n_\nu]$ und $\underline{U}_{x3}[n_\nu]$ werden die drei Grundswingungsphasoren der Eingangssignale $\hat{X}_1[n_\nu]$, $\hat{X}_2[n_\nu]$ und $\hat{X}_3[n_\nu]$ berechnet und im Vektor $\vec{X}[n_\nu]$ zusammengefasst. Hierbei wird der Frequenzgang des jeweiligen Messwandlers auf der Grundswingung, sprich der aktuellen Netzfrequenzschätzung, berechnet:

$$\vec{X}[n_\nu] = \begin{pmatrix} \hat{X}_1[n_\nu] \\ \hat{X}_2[n_\nu] \\ \hat{X}_3[n_\nu] \end{pmatrix} = \sqrt{2} \underline{k}_c(f_e[n_\nu]) \begin{pmatrix} \underline{U}_{x1}[n_\nu] \underline{H}_{x1}(j2\pi f_e[n_\nu])^{-1} \\ \underline{U}_{x2}[n_\nu] \underline{H}_{x2}(j2\pi f_e[n_\nu])^{-1} \\ \underline{U}_{x3}[n_\nu] \underline{H}_{x3}(j2\pi f_e[n_\nu])^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

Danach können die Transformationsmatrix \mathbf{A} sowie die ihr inverse Matrix \mathbf{A}^{-1} mit dem komplexen Rotationsoperator $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$ definiert werden:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{pmatrix} \leftrightarrow \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.54)$$

Damit kann im nächsten Schritt der Vektor $\vec{\underline{X}}_{\text{sc}}[n_\nu]$ berechnet werden, der die Mitsystemkomponente $\hat{\underline{X}}_{\text{ms}}[n_\nu]$, die Gegensystemkomponente $\hat{\underline{X}}_{\text{gs}}[n_\nu]$ und die Nullsystemkomponente $\hat{\underline{X}}_{\text{ns}}[n_\nu]$ enthält:

$$\vec{\underline{X}}_{\text{sc}}[n_\nu] = \begin{pmatrix} \hat{\underline{X}}_{\text{ms}}[n_\nu] \\ \hat{\underline{X}}_{\text{gs}}[n_\nu] \\ \hat{\underline{X}}_{\text{ns}}[n_\nu] \end{pmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \vec{\underline{X}}[n_\nu]. \quad (3.55)$$

Die Mitsystemkomponente ist die für die Phasenregelung relevante Größe. Mit ihrer Phase kann analog zu Gl. 3.49 für den Reglerausgang

$$y_c[n_\nu + 1] = K_{\text{PID}} \left(-(1 + \tau_v) \arg \left\{ \hat{\underline{X}}_{\text{ms}}[n_\nu] \right\} + \left(\frac{1}{\tau_n} - \tau_v \right) z[n_\nu] + \tau_v z[n_\nu - 1] \right) \quad (3.56)$$

mit

$$z[n_\nu] = - \sum_{i=0}^{n_\nu-1} \arg \left\{ \hat{\underline{X}}_{\text{ms}}[n_\nu] \right\} \quad (3.57)$$

geschrieben werden. Die Berechnung des neuen Ausgabeintervalls am Interpolator erfolgt gemäß Gl. 3.51. Die Vektoren $\vec{\underline{X}}[n_\nu]$ und $\vec{\underline{X}}_{\text{sc}}[n_\nu]$ sind weitere Ausgaben der dreiphasigen MFEU.

3.3.7 Ermittlung des Korrekturterms

Für die korrekte Berechnung der Grundswingungsphasoren kompensiert der Korrekturterm $\underline{\kappa}_c(f_e[n_\nu])$ den Phasenversatz des Systems sowie die Dämpfung der einzelnen Filter. Er setzt sich aus drei Teilgliedern zusammen, einem pro Filterstufe:

$$\underline{\kappa}_c(f_e[n_\nu]) = \underline{\kappa}_{\text{TP1}}(f_e[n_\nu]) \cdot \underline{\kappa}_{\text{TPK1}} \cdot \underline{\kappa}_{\text{TPf}}. \quad (3.58)$$

Die TP₁-Stufe ist die einzige, auf der mit der absoluten Abtastrate f_s abgetastet wird und bei der deshalb eine Abhängigkeit von der aktuellen Netzfrequenzschätzung $f_e[n_\nu]$ besteht. Es ergibt sich

$$\frac{1}{\underline{\kappa}_{\text{TP1}}(f_e[n_\nu])} = \underline{H}_{\text{TP1}} \left(e^{j2\pi f_e[n_\nu] T_s} \right). \quad (3.59)$$

Alle anderen Filter laufen auf netzfrequenzsynchronen Taktraten und die Grundswingung wird im eingeschwungenen Zustand stets am gleichen Punkt des Filterfrequenzganges abgebildet. Da für die finale Filterstufe Gl. 3.40 gilt und die Grundswingung dort bereits die Frequenzmischung durchlaufen hat, ergibt sich

$$\underline{\kappa}_{\text{TPf}} = 1. \quad (3.60)$$

Der Korrekturterm der Tiefpassfilterkaskade ergibt sich aus dem Produkt der einzelnen Frequenzgänge der Filter auf der Grundswingung:

$$\frac{1}{\kappa_{\text{TPK1}}} = \prod_{i=1}^{\lambda-\nu} \underline{H}_{\text{TPK}i} (e^{j\Omega_{\text{gs}i}}). \quad (3.61)$$

Die normierte Grundschiwingung $\Omega_{\text{gs}i}$ berechnet sich in Abhängigkeit des Indexes der Filterstufe gemäß Gl. 3.26.

3.3.8 Abgrenzung gegenüber anderen PLL-Verfahren

In diesem Kapitel soll das Verfahren zur Herstellung der Synchronizität im vorgestellten PQMS-Algorithmus mit den gängigen Verfahren zur Netzsynchronisation von Wechselrichtern auf Basis von Phasenregelschleifen (PLLs) verglichen werden. Der Vergleich basiert auf den in [3, Kap. 4] vorgestellten Verfahren und den darin verwendeten Quellen.

Synchronisationszweck

Zunächst muss der Zweck der Synchronisation der Systeme betrachtet werden: Das PQMS ist als reines Messsystem konzipiert. Die Aufgabe ist die Messung der Spannungsqualität, wobei der Fokus auf der spektralen Spannungsqualität und harmonischen Leistungsflüssen liegt. Die Netzfrequenz- und RoCoF-Messung sind dabei zunächst Zwischengrößen, die zur Anpassung der Abtastrate bestimmt werden. Die Synchronisation eines Wechselrichters hingegen soll sicherstellen, dass Wirkleistung möglichst verlustarm und netzverträglich eingespeist werden kann. Während ein Synchronisationsfehler im Messsystem lediglich die Güte der Messung reduziert, kann ein solcher Fehler bei einem Wechselrichter schwerwiegende Folgen für den Betrieb desselben, der dahinterliegenden Anlagen oder gar des lokalen Netzes haben. Dementsprechend sind bei der Auslegung der Synchronisationsverfahren für Wechselrichter andere Prioritäten zu setzen als bei einer reinen Messaufgabe. Hier bietet sich ein Vergleich mit den Synchrophasormessgeräten (PMUs) an, die nach Norm in Anlagen mit Fokus auf Netzschutz (P-Klasse, engl. *protective*) oder Messgenauigkeit (M-Klasse, engl. *measurement*) unterschieden werden.

Ist das Verhältnis der eingespeisten Leistung eines Wechselrichters im Vergleich zur Kurzschlussleistung des Netzes sehr klein, kann der Einfluss seiner Einspeisung auf das Netz im Rahmen der nachfolgenden Betrachtungen vernachlässigt werden. In diesem Fall kann die Betrachtung der Synchronisation auf das reine Einstellen einer Winkelgleichheit zwischen dem internen Oszillator des Wechselrichters und der extern anliegenden Netzspannung reduziert werden.

Einordnung in klassische PLL-Strukturen

Beim Vergleich der in Kapitel 3.3 eingeführten Komponenten der MFEU mit den in [3, Kap. 4.2.2.1] genannten Kernelementen einer klassischen PLL sei erneut auf Abb. 3.7 verwiesen. Dann lässt sich der Frequenzmischprozess gemäß Kapitel 3.3.2 als Phasendetektor identifizieren. Die anschließende Tiefpassfilterung durch das Filter der TP_F-Stufe entspricht dem Schleifenfilter (engl. *loop filter*), der den durch die Frequenzmischung entstandenen hochfrequenten Anteil herausfiltert. Der sich anschließende Regler kommt auch in klassischen PLL-Verfahren vor - die Regelgröße ist beim PQMS jedoch nicht der zur Frequenzmischung verwendete Winkel, sondern das Ausgabeintervall des Interpolators.

Hier liegt der Hauptunterschied zu den klassischen PLL-Verfahren: Der PQMS-Algorithmus nutzt die Abtastrate des digitalen Systems als Stellgröße, um den Phasenfehler zwischen dem internen System und dem externen Eingangssignal auszuregulieren und ist damit ebenfalls asymptotisch stabil. Dies führt zu einer inhärenten Anpassung der Eigenschaften des digitalen Systems

wie beispielsweise der Filterkennlinien der TPK- und TP_f -Stufe auf die Grundfrequenz des jeweiligen Eingangssystems. Das Filter der TP_f -Stufe passt sich damit stets so an, dass eine seiner Nullstellen genau auf die doppelte Grundfrequenz des Eingangssignals fällt und ähnelt in seiner Funktion damit den bei klassischen PLLs zur Anwendung kommenden adaptiven Filtern (vgl. *Adaptive Notch Filter* (ANF), [3, Kap. 4.5]). Während ANF ihre Eigenschaften über die Minimierung einer Kostenfunktion einstellen (vgl. [175]), erfolgt dies im Falle des PQMS-Algorithmus über die Adaption der internen Abtastrate. Durch die Ausgestaltung des TP_f -Filters werden auch harmonische Störungen asymptotisch gegen null gedämpft. Im Falle voller Synchronizität ist das Eingangssignal des Phasenreglers Null, womit die Struktur der MFEU mit der einer Enhanced PLL (EPLL) verglichen werden kann, wie sie beispielsweise in [176, Kap. 2] beschrieben ist.

Art der Phasendetektion

Durch die Frequenzmischung wird der Phasor der Grundschiwingung heruntergemischt. Im Falle voller Synchronizität wird daraus ein reellwertiger Gleichteil, dessen Phasenlage und damit die Regelgröße zu null wird. Im Prinzip entspricht diese Frequenzmischung mit anschließender Filterung der Hochfrequenzkomponente dem Vorgehen der DFT für $m = 1$ gemäß ihrer Definition in Kapitel 2.4.6. Der Unterschied liegt darin, dass die DFT mit einem Signal definierter Länge arbeitet und die Tiefpassfilterung durch die Summation der einzelnen komplexen Werte entlang der Zeitachse vornimmt - die Summation entspricht der Tiefpassfilterung mit einem entsprechend ausgelegten Mittelwertfilter. In der MFEU werden die Signale als beständiger Eingangsdatenstrom vermischt, gefiltert und der Regelung zugeführt. Diese Herangehensweise erlaubt die Betrachtung der Signale nach der TP_f -Stufe im Frequenzbereich. Hierdurch kann die Transformation der Grundschiwingungsphasoren in die symmetrischen Komponenten gemäß Kapitel 3.3.6 erfolgen und erlaubt die einfache Realisierung der dreiphasigen MFEU.

3.4 Dimensionierung

Nachdem das Systemkonzept beschrieben ist, kann die Dimensionierung erfolgen. In diesem Kapitel werden Werte für λ, μ, ν und f_{sn} festgelegt sowie die Filter entworfen.

3.4.1 Relative Abtastrate am Datenausgang

Die zur SSQA-Einheit ausgehenden Daten sollen eine Grundperiode der Netzsignale in 2^μ Spc abbilden. Mit der Grenzfrequenz des Durchlassbereichs $f_g = 500$ kHz muss analog zur TPK-Stufe der maximal gestauchte Zustand bei minimaler Netzfrequenz von $f_{\text{min}} = 44$ Hz betrachtet werden, in dem das System die niedrigste absolute Abtastrate aufweisen würde. Es ergibt sich aus dem Abtasttheorem:

$$2^\mu f_{\text{min}} \geq 2f_g. \quad (3.62)$$

Nach Umstellen der Gleichung nach μ und Einsetzen obiger Parameter lässt sich schreiben:

$$\mu \geq \log_2 \left(\frac{f_g}{f_{\text{min}}} \right) + 1 = 14,47. \quad (3.63)$$

Da $\mu \in \mathbb{N}$ wird $\mu = 15$ festgelegt. Damit ist das Abtasttheorem unabhängig von der aktuellen Netzfrequenz $f_r(t)$ bis zur Grenzfrequenz f_g sicher erfüllt.

3.4.2 Relative Abtastrate am Ausgang des Interpolators

Der beschriebene Interpolator soll eine Unterabtastung auf eine variable Abtastrate im Intervall $[0,5; 1] f_s$ ermöglichen. Ein Verlassen dieses Bereichs soll verhindert werden und dennoch muss der gewünschte Betriebsbereich des Systems abgebildet werden. Damit lassen sich folgende Bedingungen aufstellen:

$$\begin{aligned} 2^\lambda f_{\text{max}} &\leq f_{\text{sn}} \\ 2^\lambda f_{\text{min}} &\geq \frac{f_{\text{sn}}}{2} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Aufgelöst nach λ lässt sich folgende Ungleichung herleiten:

$$\log_2 \left(\frac{f_{\text{sn}}}{2f_{\text{min}}} \right) \leq \lambda \leq \log_2 \left(\frac{f_{\text{sn}}}{f_{\text{max}}} \right). \quad (3.65)$$

Durch Einsetzen des Verhältnisses $f_{\text{max}}/f_{\text{min}}$ in den linken Term ergibt sich als Toleranzband für λ

$$\log_2 \left(\frac{f_{\text{sn}}}{f_{\text{max}}} \right) - \log_2 \left(\frac{2f_{\text{min}}}{f_{\text{max}}} \right) \leq \lambda \leq \log_2 \left(\frac{f_{\text{sn}}}{f_{\text{max}}} \right). \quad (3.66)$$

Mit den gewählten Werten von f_{min} und f_{max} ergibt sich für λ damit ein Intervall der Breite von

$$\log_2 \left(\frac{2f_{\text{min}}}{f_{\text{max}}} \right) \approx 0,415, \quad (3.67)$$

was zu einer wichtigen Erkenntnis führt: Zu jeder nominalen Abtastrate f_{sn} kann es maximal einen ganzzahligen Wert von λ geben. Ferner gibt es Bereiche von f_{sn} , in denen kein ganzzahliger Wert von λ zu den gegebenen Bedingungen abgebildet werden kann. Abb. 3.10 bildet diesen Sachverhalt ab.

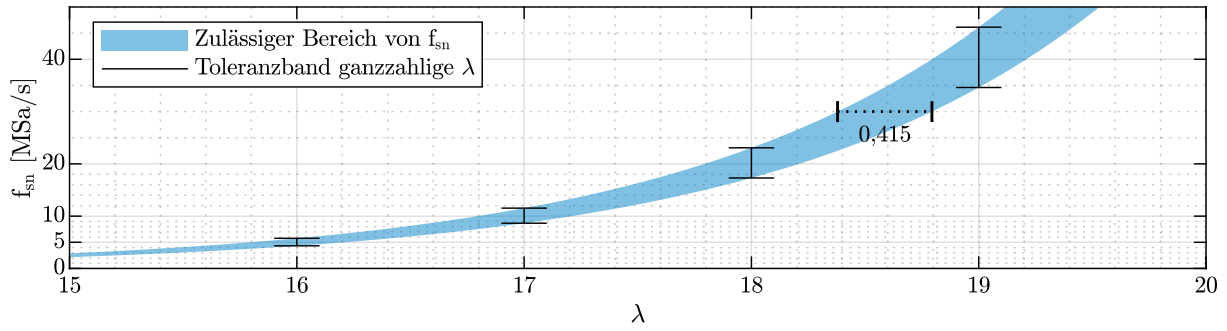


Abb. 3.10: Zulässige nominale Abtastraten f_{sn} für $\lambda > \mu$. Die blaue Fläche entspricht dem sich aus Gl. 3.66 ergebenden Toleranzband.

Wie erwartet zeigt sich, dass die Abtastrate für jedes Inkrement von λ verdoppelt werden muss. In die gezeigten Toleranzbänder fallen gängige Abtastraten von industrieeüblichen ADUs von 5, 10, 20 und 40 MSa/s. Die finale Entscheidung für eine dieser Abtastraten muss im Rahmen mehrerer Abwägungen geschehen. Zunächst ist zu betrachten, welche Abtastrate in einem Labor-Prototypen bei paralleler Abtastung auf acht Kanälen noch zuverlässig zu verarbeiten ist. Sie sollte daher so niedrig wie möglich und so hoch wie nötig gewählt werden. Als Hilfe bei der Auslegung kann daher die Betrachtung des durch die Quantisierung maximal zu erwartenden SNRs helfen.

3.4.3 Überlegungen zu SNR und Prozessgewinn

Zwei hauptsächliche Störeinflüsse können das SNR in den Signalen verschlechtern: Der Leck-Effekt und das Quantisierungsrauschen. Ersterer wird durch die angestrebte spektrale Re-Orthogonalisierung für die mittels DFT berechneten Spektren verbessert (vgl. Abb. 2.5). Damit bleibt das Quantisierungsrauschen als limitierender Faktor übrig.

Der durch die Quantisierung entstehende Fehler hängt in seiner Ausprägung und Wiederholrate von der Kurvenform des abzutastenden Signals und der Höhe des Quantisierungsschrittes ab. Für ausreichend feine Quantisierungen und hinreichend rauschbehaftete Signale kann das Quantisierungsrauschen als additiver gleichverteilter weißer Rauschprozess modelliert werden [36, S. 213][48, S. 193ff.]. Für die Abschätzung des maximalen SNR in dieser Arbeit soll dieses Modell genügen.

Der ADU liefere Signale mit einer Wortlänge von Λ Bit. Inklusive des Vorzeichenbits resultiert die Rauschleistung aus der Varianz des Rauschprozesses aus der Quantisierung $Q_{sc} = 2^{-(\Lambda-1)}U_{sc}$ zu

$$\sigma_r^2 = \frac{Q_{sc}^2}{12} = \frac{2^{-2(\Lambda-1)}U_{sc}^2}{12}, \quad (3.68)$$

wobei sich der Faktor $\frac{1}{12}$ aus der Varianz der Gleichverteilung ergibt [45, S. 689]. Die Leistung des Nutzsignals σ_s^2 ergibt sich als Quadrat seines Effektivwerts σ_s . Das SNR ϱ entspricht dem Verhältnis der Leistungen von Nutzsignal und Rauschprozess und wird in der Regel logarithmisch in dB ausgedrückt (vgl. [48, S. 196ff.]):

$$\varrho = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_s^2}{\sigma_r^2} \right) \text{ dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{\sqrt{12}\sigma_s}{2^{-(\Lambda-1)}U_{sc}} \right) \text{ dB}. \quad (3.69)$$

3 Messverfahren

Unter Anwendung der Logarithmusgesetze lässt sich dieser Term weiter auflösen, sodass Konstanten herausgezogen werden können:

$$\varrho \approx \left(10,79 + 6,02 (\Lambda - 1) - 20 \log_{10} \left(\frac{U_{sc}}{\sigma_s} \right) \right) \text{ dB}. \quad (3.70)$$

An dieser Stelle sei erwähnt, dass sich diese Gleichung in andere gängige Darstellungen wie beispielsweise in [177] umrechnen lässt, sofern die dort getroffenen Annahmen und Notationen entsprechend berücksichtigt werden. Gerne wird beispielsweise das Vorzeichenbit nicht mit betrachtet, wodurch sich die Konstante 10,79 in Gl. 3.70 verringert.

Da es sich beim Quantisierungsrauschen um einen weißen Rauschprozess handelt, ist seine Rauschleistungsdichte über das gesamte Spektrum des digitalen Signals annähernd konstant. Die Rauschleistung ist gemäß Gl. 3.68 allerdings ausschließlich von der Quantisierung selbst abhängig. Damit wird die Rauschleistung bei höherer Abtastrate über einen weiteren Frequenzbereich gespreizt und die Rauschleistungsdichte nimmt dementsprechend ab. Mit einer höheren Abtastrate kann das SNR also weiter verbessert werden. Bei anschließender Unterabtastung muss darauf geachtet werden, dass eine entsprechende digitale Tiefpassfilterung erfolgt, damit sich die Rauschleistung auf den höheren Frequenzen durch die Unterabtastung nicht in den Nutzfrequenzbereich hereinfaltet und das SNR wieder verschlechtert. Dieser Vorgang der Überabtastung verbessert das SNR im Idealfall um etwa 3 dB pro Verdopplung der Abtastrate oder anders ausgedrückt: Eine Vervierfachung der Abtastrate entspricht dem Zugewinn eines Bits an ADU-Auflösung [48, S. 201ff.]. Die in [177] gewählte Darstellung stellt den idealen SNR-Zugewinn als Funktion der Nutzsignalbandbreite f_b und der Abtastrate dar. Durch Einsetzen dieser in Gl. 3.70 lässt sich die SNR-Abschätzung wie folgt schreiben:

$$\varrho \approx \left(10,79 + 6,02 (\Lambda - 1) - 20 \log_{10} \left(\frac{U_{sc}}{\sigma_s} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{f_{sn}}{2f_b} \right) \right) \text{ dB}. \quad (3.71)$$

Es lassen sich also eindeutig Parameter ausmachen, die das SNR verbessern bzw. verschlechtern. Während jedes zusätzliche Bit an ADU-Auflösung das SNR um etwa 6,02 dB verbessert, wird es mit zunehmendem Verhältnis von maximaler Eingangsspannung U_{sc} zum Effektivwert des Nutzsignals σ_s schlechter. Soll der ADU-Eingang voll angesteuert werden, entspricht dieses Verhältnis dem Crest-Faktor c_r der zugrundeliegenden Schwingungsform. Bei sinusförmigen Kurvenformen verschlechtert sich das SNR daher um etwa -3 dB. Daher wird dieses Verhältnis ersetzt durch das Produkt aus Crest-Faktor c_r und einem Sicherheitsfaktor $s_f \geq 1$, mit dem eine Reserve im Wertebereich des ADU dimensioniert werden kann, um Clipping zu vermeiden:

$$\varrho \approx \left(10,79 + 6,02 (\Lambda - 1) - 20 \log_{10} (c_r s_f) + 10 \log_{10} \left(\frac{f_{sn}}{2f_b} \right) \right) \text{ dB}. \quad (3.72)$$

Die potentiellen Gewinne durch Überabtastung werden den Verlusten durch Crest-Faktor und Sicherheitsfaktor in Abb. 3.11 gegenübergestellt. Wird davon ausgegangen, dass die Grundschwingung der Netzspannung im Vergleich zu den Harmonischen signifikant größer ist, lässt sich eine annähernd sinusförmige Kurvenform, also $c_r \approx \sqrt{2}$ annehmen. Bei einem Sicherheitsfaktor von $s_f = 1,5$ ergibt sich dann bereits ein Verlust von etwa 6,5 dB.

Im Falle von Messungen der Spannungsqualität tut sich hier ein weiteres Spannungsfeld auf: Einerseits sollen die ADUs gut angesteuert werden, andererseits muss genügend Messbereichsreserve vorhanden sein, um eventuelle Sprünge nach oben abzufangen. Bei der Netzspannung darf diese in Niederspannungsnetzen im Normalbetrieb um $\pm 10\%$ um den Nennwert schwanken, bevor überhaupt eine Überhöhung oder Unterspannung erreicht ist [N8, Kap. 4.2.2.1], weshalb ein Sicherheitsfaktor von mindestens $s_f = 1,5$ empfehlenswert ist.

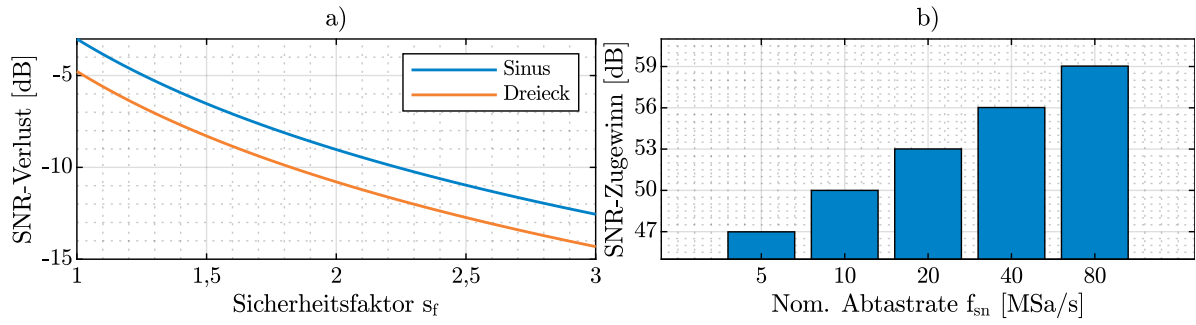


Abb. 3.11: a) SNR-Verlust in Abhängigkeit des Sicherheitsfaktors s_f und des Crest-Faktors einer Sinus- ($c_r = \sqrt{2}$) und Dreiecksschwingung ($c_r = \sqrt{3}$). b) SNR-Gewinn durch Überabtastung für verschiedene Abtastraten bei einer Nutzsignalbandbreite von $f_b = 50$ Hz.

Für Stromsignale ist die Abschätzung der Aussteuerung bei Unkenntnis der zu erwartenden Ströme noch schwieriger, da sich sowohl die Kurvenformen als auch die Effektivwerte zwischen verschiedenen Geräten und Betriebszuständen stark verändern können. Dennoch sollten die Stromkanäle mindestens bis zum Nennstrom des zu untersuchenden Geräts ausgelegt sein. Nicht berücksichtigt werden hier die Einflüsse der Messwandler, die aufgrund ihrer integrierenden oder differenzierenden Eigenschaften zusätzliche Anforderungen an die Messbereichsauslegung stellen können, wie es beispielsweise bei Rogowski-Spulen der Fall ist (vgl. Kapitel 2.7.2).

Festlegung der Abtastrate

Je höher die Abtastrate wird, desto besser wird auch der SNR-Zugewinn, wobei jede Verdopplung mit einer signifikanten Zunahme der Rechenleistung bei späteren Implementierungen einhergeht. Nach obigen Überlegungen wird für die Spannungsmessung ein Sicherheitsfaktor von $s_f = 1,5$ festgelegt. Wird der Eingangswertebereich des ADU entsprechend auf den Messwandler abgestimmt, ist bei Abweichungen von der sinusförmigen Kurvenform sowie Spannungsüberhöhungen ausreichend Reserve im Messbereich des ADU vorhanden. Die Verbesserung des SNR um etwa 3 dB bei Verdopplung der Abtastrate ist bis 20 MSa/s gerechtfertigt, sodass im Folgenden $f_{sn} = 20$ MSa/s für das System festgelegt wird. Gemäß Gl. 3.66 ergibt sich damit $\lambda = 18$.

3.4.4 Auslegung der TP₁-Filterstufe

Die Anforderungen an die TP₁-Filterstufe gemäß Kapitel 3.2.3 lassen sowohl die Verwendung von rekursiven als auch nicht-rekursiven Filtern zu. Aufgrund der Abtastrate von $f_{sn} = 20$ MSa/s muss diese Entscheidung auch unter Berücksichtigung des Implementierungsaufwandes und der zur Verfügung stehenden Hardware erfolgen. Das PQMS soll im ersten Schritt als echtzeitfähiges System auf einem Labor-Rechner ausgeführt werden können, spezialisierte Hardware wie digitale Signalprozessoren (DSPs) oder gar FPGAs stehen erst in späteren Schritten an. In Anbetracht dessen ist jede Reduktion von Multiplikationen und Additionen pro Abtastwert von Vorteil.

Verwendung nicht-rekursiver Filter

Durch ihren linearen Phasengang und damit konstante Gruppenlaufzeit stellen nicht-rekursive Filter das Optimum hinsichtlich der Verzerrungsfreiheit im Durchlassbereich dar. Der Term $\Delta\tau_{gd}$ gemäß Gl. 3.14 wird hierbei sicher null. Andererseits stellen diese den höchsten Implementierungsaufwand dar: Ein nicht-rekursives Filter ungerader Ordnung N_{fir} kann aufgrund seiner symmetri-

schen Impulsantwort mit $(N_{\text{fir}} + 1) / 2$ Multiplikationen und N_{fir} Additionen unter Verwendung von N_{fir} Speicherstellen implementiert werden. Beim Entwurf eines den in Abb. 3.4 dargestellten Anforderungen hinsichtlich Durchlass- und Sperrbereich entsprechenden Filters mit minimaler Ordnung unter Verwendung des Equiripple-Verfahrens (vgl. Kapitel 3.4.5) beträgt die minimale Filterordnung $N_{\text{fir}} = 17$. Dieses so entworfene Filter wird in Abb. 3.12 unter der Bezeichnung EQR mit seinen Eigenschaften gezeigt. Im Durchlassbereich zeichnen sich diese Filter durch eine geringe Abweichung von der 0 dB-Linie aus. Sie fallen bis zur Sperrgrenze Ω_s ab, kurz nach der sie die erste Nullstelle haben. Im Sperrbereich wird das Unterschreiten der Sperrdämpfung δ_s durch entsprechend platzierte weitere Nullstellen sichergestellt.

Verwendung rekursiver Filter

Rekursive Filter können im Vergleich zu nicht-rekursiven Filtern in der Regel effizienter implementiert werden [48, S. 510ff.], da sie mit weniger Speicherstellen und Additionen auskommen. Sie können direkt als konsekutive Blöcke in der Direktform I bzw. II (DFI bzw. DFII) über entsprechende MATLAB-Funktionen entworfen werden (vgl. [48, S. 354ff.]). Die im Folgenden verwendeten Entwurfsmethoden basieren alle auf der Überführung der Anforderungen an das diskrete Filter in ein normiertes, kontinuierliches Tiefpasssystem, auf das dann die Methoden des kontinuierlichen Filterentwurfs nach Tschebyscheff oder Cauer angewendet werden (vgl. [59, S. 155ff.]). Nachfolgend werden Filterentwürfe betrachtet, die die in Kapitel 3.2.3 formulierten Bedingungen mit minimaler Ordnung erfüllen. Diese Entwürfe sind mit ihren Eigenschaften ebenfalls in Abb. 3.12 dargestellt. Der Unterschied in den Verfahren liegt in dem Bereich, in dem die Tschebyscheff-Approximation erfolgt, was sowohl im Durchlassbereich (Tschebyscheff I), im Sperrbereich (Tschebyscheff II) oder beiden Bereichen (Cauer- bzw. elliptische Filter) erfolgen kann (vgl. [59, S. 196ff.][48, S. 460ff.]).

Allen Filterentwürfen gemein ist, dass sie die Bedingungen mit der Ordnung $N_{\text{iir}} = 4$ erfüllen und somit jeweils als zwei kaskadierte DFII-Blöcke implementiert werden können. Damit ergeben sich $2N_{\text{iir}} + 1$ Multiplikationen und $2N_{\text{iir}}$ Additionen unter Verwendung von N_{iir} Speicherstellen.

Vergleich der Filtertypen

Die Anzahl der Multiplikationen entspricht somit genau der des entworfenen nicht-rekursiven Filters, während sich die Anzahl der Additionen mehr als halbiert. Der Implementierungsaufwand ist bei den rekursiven Filtern demnach nicht unerheblich geringer, weshalb die Wahl im Folgenden auf ein Filter rekursiven Typs fällt. Unter den vorgestellten Filterentwürfen zeigen diejenigen vom Typ Tschebyscheff II und Cauer mit genauer Einhaltung der Sperrbereichsdämpfung die geringsten Gruppenlaufzeitunterschiede im Durchlassbereich, allerdings sind diese bei allen Filtern weit unterhalb von 0,5 Abtastwerten und werden daher als vernachlässigbar angesehen. Das Filter vom Typ Tschebyscheff I mit genauer Einhaltung der Sperrbereichsdämpfung zeigt im Durchlassbereich besonders niedrige Abweichungen von der 0 dB-Linie und fällt auch nach der Sperrfrequenz Ω_s weiter ab, weshalb die Wahl auf dieses Filter fällt.

Sämtliche in dieser Arbeit verwendeten Filter aller Stufen werden mit ihren Koeffizienten und Polstellen-Nullstellen-Diagrammen in Anhang E genau spezifiziert.

3.4.5 Auslegung des MFEU-Takts, der TPK- und TP_f-Stufen

Der MFEU-Takt wird über den Auslegungsparameter ν bestimmt, die auf die Grundschiwingung bezogene Abtastrate beträgt somit 2^ν Spc. Um das System hinsichtlich Geschwindigkeit und Robustheit zu optimieren, sind verschiedene Gesichtspunkte zu betrachten. Da rekursive Filter keine konstante Gruppenlaufzeit aufweisen und nicht linearphasig sind, wird für den Entwurf der

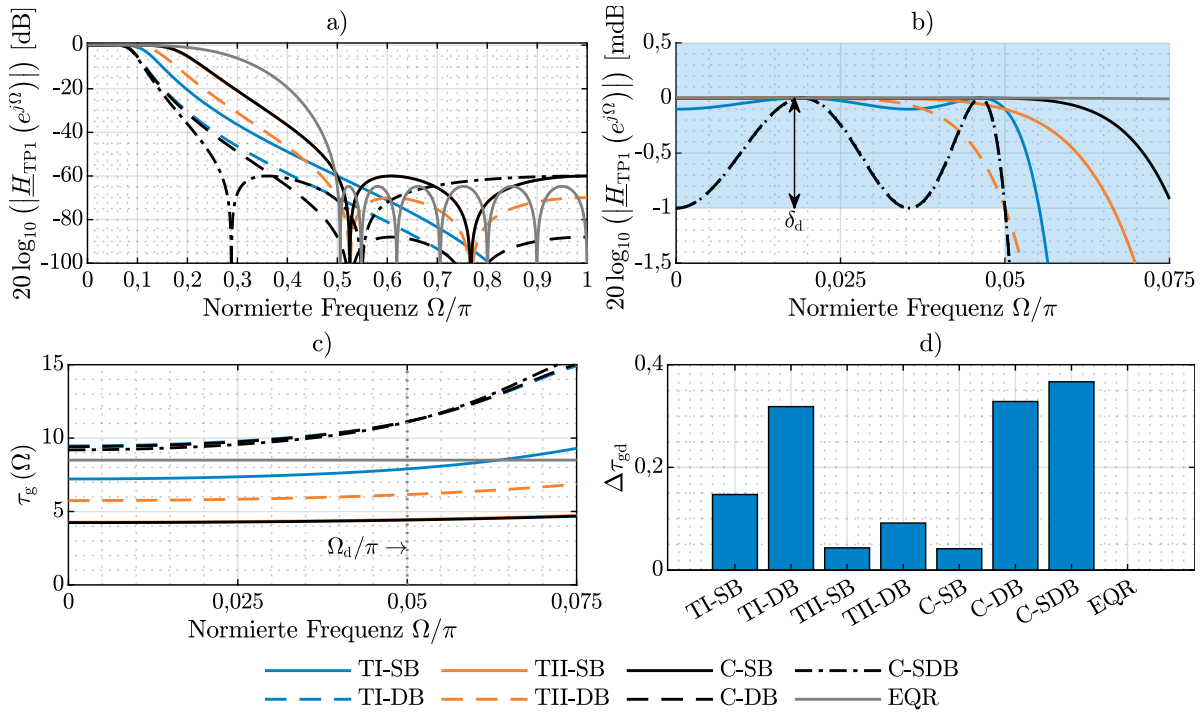


Abb. 3.12: Entwürfe verschiedener Tiefpassfilter für die TP₁-Stufe. a) Betragsfrequenzgänge bis zur halben Abtastrate π , b) Betrachtung im Durchlassbereich (blaue Fläche), c) Gruppenlaufzeit $\tau_g(\Omega)$ im Durchlassbereich, d) $\Delta\tau_{gd}$ für verschiedene Filterentwürfe (TI/TII: Tschebyscheff I/II, C: Cauer, EQR: Equiripple, DB: Durchlassbereich, SB: Sperrbereich, SDB: Sperr- und Durchlassbereich).

TPK-Stufe auf nicht-rekursive Filter zurückgegriffen. Damit kann eine konstante Gruppenlaufzeit und eine lineare Phase sichergestellt werden.

Absolute untere Auslegungsgrenzen

Entsprechend Kapitel 3.2.5 wird für jede Kaskadenstufe ein den Bedingungen in Gl. 3.27 und Gl. 3.28 entsprechendes Halbbandfilter entworfen. Der Übergangsbereich zwischen Durchlass- und Sperrbereich wird mit jeder Unterabtastung schmäler. Bei $\nu = 1$ fallen das Ende des Durchlassbereichs und der Beginn des Sperrbereichs bei $\pi/2$ genau aufeinander, dementsprechend muss $\nu > 1$ sein. Dies erscheint logisch, da die Grundschiwingung ansonsten genau auf die Nyquist-Frequenz fallen würde. Wird mit einem üblichen Verfahren zum Entwurf nicht-rekursiver Halbbandfilter der minimalen Filtergrad $N_{fm}(\nu)$ in Abhängigkeit von ν ermittelt, so ergibt sich das in Abb. 3.13a dargestellte Bild. Hier wurde $N_{fm}(\nu)$ mit der MATLAB-Implementierung des Equiripple-Verfahrens gemäß [48, S. 491ff.][174] ermittelt. Es ist davon auszugehen, dass andere Entwurfsverfahren für nichtrekursive Filter ähnliche Ergebnisse liefern.

Periodizität der Filterfrequenzgänge

Das Ziel hinter der Formulierung weiterer Bedingungen in Bezug auf das TP_f-Filter gemäß Gl. 3.38 war eine verbesserte Dämpfung von Zwischenharmonischen niedriger harmonischer Ordnung. Da es sich um ein zeitdiskretes System handelt, wohnt ihm zwangsweise ein periodisches Spektrum inne, sodass sich für abnehmende Werte von ν zunehmend der bereits bei den Fens-

terfunktionen in Kapitel 2.6.1 festgestellte Effekt der Überlagerung benachbarter Fensterkerne feststellen lässt. Dies reduziert die Dämpfung auf den Nebenkeulen, was für kleine ν durchaus Verschlechterungen von mehreren dB bedeuten kann. Um dies zu veranschaulichen, wird die Dämpfung $\Delta H(\nu)$ an einer beliebigen Frequenz Ω_t und den für ein gegebenes ν berechneten Filterfrequenzgang wie folgt berechnet:

$$\Delta H(\nu) = 20 \log_{10} \left(\left| \frac{\underline{H}_{\text{TPf}}(e^{j\Omega})}{\underline{H}_{\text{id}}(\Omega)} \right| \right) \Big|_{\Omega=\Omega_t}. \quad (3.73)$$

Hierbei stellt $\underline{H}_{\text{id}}(\Omega)$ den Frequenzgang der kontinuierlichen Fensterfunktion dar, die diesem Effekt nicht unterliegt. Abb. 3.13b zeigt diesen Sachverhalt für die drei diskutierten Filter bei der 2,4-fachen Frequenz der Grundschwingung. Wie erwartet, wird der Einfluss des periodischen Spektrums mit zunehmenden Werten von ν vernachlässigbar. Interessant ist die Verbesserung der Dämpfung des von-Hann-Filters bei $\nu = 4$, wo sich durch die komplexe Überlagerung der Fensterkerne Real- und Imaginärteile derart aufsummieren, dass sich der Betrag reduziert. Es lässt sich jedoch feststellen, dass die Periodizität der Frequenzgänge für $\nu \geq 6$ vernachlässigbar wird.

Gesamtgruppenlaufzeit aller Filter

Ferner gilt es die Gruppenlaufzeit der TPK-Stufe und des finalen Tiefpassfilters TP_f gemäß ihrer Beschreibung in Kapitel 3.2.5 bzw. Kapitel 3.3.3 zu diskutieren. Die Gruppenlaufzeit eines nicht-rekursiven Filters ist über der Frequenz konstant und beträgt die Hälfte der Filterordnung [59, S. 10]. Sei $N_{\Omega f}$ die Ordnung des Filters der TP_f -Stufe in Abhängigkeit der verwendeten Filterfunktion. Bezogen auf die Anzahl der Abtastwerte einer Grundperiode lässt sich die Gruppenlaufzeit der TP_f -Stufe $\hat{\tau}_f(\nu)$ wie folgt schreiben:

$$\hat{\tau}_f(\nu) = \frac{N_{\Omega f}}{2} \cdot \frac{1}{2^\nu} = \frac{N_{\Omega f}}{2^{\nu+1}} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{für Mittelwertfilter} \\ 1 - \frac{1}{2^{\nu+1}} & \text{für von-Hann-Filter} \\ 1 & \text{für Hamming-Filter.} \end{cases} \quad (3.74)$$

Während die Gruppenlaufzeit für das Mittelwertfilter und das Hamming-Filter konstant sind, nimmt sie mit abnehmenden Werten von ν beim von-Hann-Filter ab. Es lässt sich auch die Gruppenlaufzeit der Filterkaskade bestimmen, die für kleinere ν aufgrund der höheren Zahl von Kaskadenstufen höher wird. Diese ergibt sich aus der minimalen Filterordnung $N_{\text{fm}}(\nu)$ für jedes Filter der Kaskade. Da das letzte Filter der Kaskade auf dem Takt $\nu + 1$ läuft, muss zur Berechnung der Laufzeit bezogen auf eine Periode mit diesem Takt dividiert werden. Dabei haben die Filter auf höheren Kaskadenstufen ein entsprechend ihrer Abtastrate um eine Zweierpotenz kleinere Laufzeit verglichen mit dem Takt des letzten Filters. Es ergibt sich für die Gruppenlaufzeit der Kaskade:

$$\hat{\tau}_k(\nu) = \sum_{i=1}^{\mu-\nu} \frac{N_{\text{fm}}(\mu-i)}{2} 2^{-\mu+i-1} = \sum_{i=1}^{\mu-\nu} N_{\text{fm}}(\mu-i) 2^{-\mu+i-2}. \quad (3.75)$$

Abb. 3.13c zeigt die beiden Gruppenlaufzeiten für verschiedene ν sowie für die drei Filtertypen. Die Gesamtgruppenlaufzeit der Filterkaskade bis zum Takt der MFEU in Vielfachen einer Grundperiode kann durch Addition dieser beiden Größen berechnet werden:

$$\hat{\tau}_{\text{mfeu}}(\nu) = \hat{\tau}_k(\nu) + \hat{\tau}_f(\nu). \quad (3.76)$$

Sie ist in Abb. 3.13d dargestellt. Offensichtlich überwiegt für kleine ν der Einfluss der höheren minimalen Filterordnung. Für $\nu \geq 5$ wird der Einfluss der Kaskade vernachlässigbar und die Gruppenlaufzeit der TP_F-Stufe überwiegt.

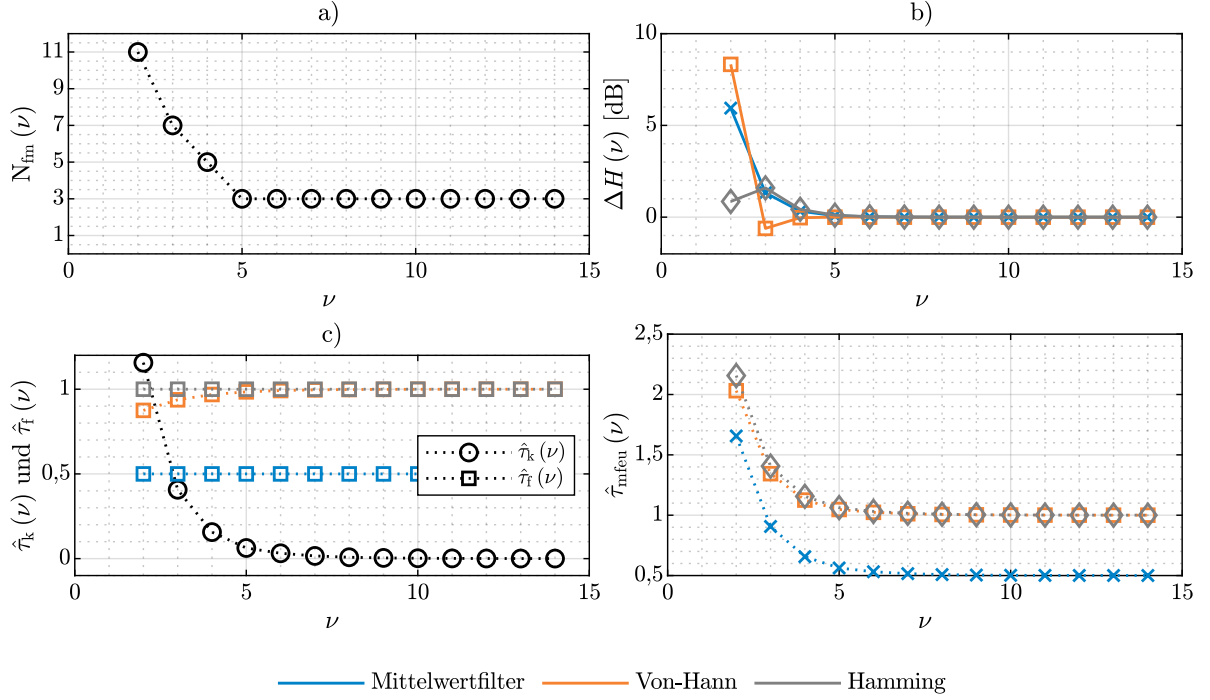


Abb. 3.13: Überlegungen zur Auslegung des MFEU-Takts ν . a) Minimale Filterordnung $N_{\text{fm}}(\nu)$ für die Halbbandfilter gemäß Gl. 3.27 und Gl. 3.28. b) Verringerung der Dämpfung des Filters an einer exemplarischen Frequenz $\Omega_t = \frac{2,4}{2\nu-1}\pi$ durch Überlagerung der periodischen Spektren. c) Gruppenlaufzeiten der Filterkaskade $\hat{\tau}_k(\nu)$ sowie der finalen Filterstufe $\hat{\tau}_f(\nu)$. d) Gesamtgruppenlaufzeit der MFEU $\hat{\tau}_{\text{mfeu}}(\nu)$.

Es lässt sich also feststellen, dass eine Reduktion des MFEU-Takts für $\nu \geq 5$ nur minimalen Einfluss auf die Laufzeit des Systems sowie die Dämpfung von Zwischenharmonischen hat. Da in der MFEU lediglich die Grundschiwingung von Interesse ist, ist eine möglichst hohe Unterabtastung hinnehmbar. Je kleiner ν gewählt wird, desto weniger Berechnungsaufwand kosten die komplexe Frequenzmischung sowie die Frequenzregelung pro Grundperiode. Bei $\nu = 5$ ist der negative Einfluss der spektralen Periodizität gegenüber höheren Werten vernachlässigbar. Deshalb wird im Folgenden

$$\nu = 5 \quad (3.77)$$

festgelegt. Aufgrund seiner im Vergleich zu den anderen Filtern guten Dämpfungseigenschaften wird das von-Hann-Filter für die TP_F-Stufe verwendet.

3.4.6 Auswahl des Interpolationsverfahrens

Für die Unterabtastung des Ausgangssignals der TP₁-Stufe $u_{tx}[n_k]$ auf den Takt des Interpolators wurde in Kapitel 3.2.4 ein noch zu bestimmendes Interpolationsverfahren verwendet. Das Interpolationsgewicht λ_i gibt den Abstand des zu berechnenden interpolierten Werts zwischen zwei äquidistant abgetasteten Werten auf der ADU-Zeitbasis mit den Indices $n_{\lambda,k}[n_\lambda]$ und $n_{\lambda,k}[n_\lambda] + 1$ an.

Anforderungen

Im eingeschwungenen Zustand ist das Ziel dieser Interpolationsaufgabe die Überführung einer äquidistant abgetasteten Wertefolge in eine nicht notwendigerweise äquidistant abgetastete Folge mit niedrigerer Abtastrate. Dies stellt eine Änderung der Abtastrate im Vergleich zu der des ADU um einen Faktor

$$\varsigma \in [0,5; 1] \quad (3.78)$$

dar, es handelt sich also um eine Unterabtastung. Dieser Faktor entspricht dem Verhältnis der Abtastrate am Interpolator zu derjenigen des ADU. Mit Gl. 3.33 ergibt er sich damit zu

$$\varsigma = \frac{2^\lambda f_e[n_\nu]}{f_s} = \frac{1}{T_i[n_\nu] f_s} \quad (3.79)$$

und ist damit ausschließlich vom Zielabstastintervall des Interpolators $T_i[n_\nu]$ abhängig, das seinerseits direkt aus der Stellgröße des Reglerausgangs berechnet wird. Damit ist $\varsigma \in \mathbb{R}$ zunächst irrational. Das Interpolationsverfahren soll auch so implementiert werden können, dass ς das in Gl. 3.78 definierte Intervall auch kurzzeitig verlassen kann, was während des Einschwingprozesses des Systems nach Start der Messung nötig ist.

Da das System in Echtzeit lauffähig sein soll, muss das Interpolationsverfahren kausal sein - es dürfen nur der aktuelle sowie vergangene Abtastwerte zur Berechnung des Ausgabewerts verwendet werden. Durch die Anforderung der Echtzeitfähigkeit ergibt sich zusätzlich die Notwendigkeit, das Verfahren effizient implementieren zu können. Da im ersten Schritt des Prototypenbaus keine spezialisierten FPGAs oder DSP-Prozessoren zur Verfügung stehen, kommt diesem Punkt im Rahmen dieser Arbeit eine besondere Bedeutung zu. Die Signalverarbeitung gemäß der vorherigen Kapitel bei einer Abtastrate von $f_{sn} = 20 \text{ Msa/s}$ auf mehreren parallelen Kanälen stellen für einen gewöhnlichen Prozessor einen erheblichen Berechnungsaufwand dar, weshalb jede Einsparung arithmetischer Operationen für die Implementierung im Laborprototypen vorteilhaft ist.

In Frage kommende Verfahren

Die in Kapitel 2.7.8 beschriebenen Interpolationsverfahren, die auf geschickter Kopplung von Über- und Unterabtastung basieren, kommen aus zwei Gründen zur Anwendung im PQMS nicht in Frage: Zum einen können sie lediglich rationale Abtastatenänderungen $\hat{\varsigma} \in \mathbb{Q}$ abbilden, während sich der Unterabstastfaktor $\varsigma \in \mathbb{R}$ gemäß Gl. 3.79 als Element der Menge der reellen Zahlen darstellt, demnach nicht notwendigerweise rational ist. In der späteren Implementierung wird ς zwingend als rationale Zahl angenähert, da der Wertebereich der digitalen Signale beschränkt ist. Bei den angesprochenen Verfahren würde dies aufgrund der notwendigen feinen Quantisierung des Abtastintervalls $T_i[n_\nu]$ jedoch zu großen Werten für die Über- und Unterabstastfaktoren $\hat{\varsigma}_a, \hat{\varsigma}_u$ nach Gl. 2.97 führen. Dies wiederum hätte ineffiziente Implementierungen aufgrund der komplexen Strukturen zur Folge. Weiterhin ändert sich das Ausgabeintervall am Interpolator $T_i[n_\nu]$ mit

jeder Iteration der MFEU, sodass sich für alle $2^{\lambda-\nu}$ Werte am Interpolatorausgang eine neue, nicht vorhersagbare Konfiguration dieses Systems ergäbe.

Aus diesem Grund muss ein konventionelles numerisches Interpolationsverfahren gewählt werden. Die Spline-Interpolation scheidet ebenfalls aus. Die abschnittsweise Definition der Splinopolynome würde bedeuten, dass für jeden neu einkommenden Abtastwert am Interpolatoreingang ein neuer Satz von Polynomkoeffizienten berechnet werden müsste. Bei der Anwendung der Lagrange-Interpolation mit einem gegebenen Grad $N + 1$ gemäß Gl. 2.96 ergeben sich die Koeffizienten $A(k, \lambda_i)$ als Funktionen des Interpolationsgewichts λ_i , das sich bei gemäß Gl. 3.17 ebenfalls für jeden neuen Wert des Ausgangstakts am Interpolator ändert. Bei Betrachtung der Lösungen der Lagrange-Koeffizienten bis zum fünften Grad nimmt der Berechnungsaufwand quadratisch mit dem Grad zu [172, S. 879]. Bezüglich der Kausalität des Systems ergibt sich zudem, dass der berechnete Ausgabewert bei Interpolationen höheren Grades mehrere Abtastwerte hinter dem aktuellsten Eingangswert am Interpolatoreingang liegt, was sich in einer zusätzlichen Systemträgheit manifestieren würde.

Implementierung des gewählten Verfahrens

Um diese Trägheit sowie den Berechnungsaufwand für den Laborprototypen gering zu halten, wird daher für das PQMS die Lagrange-Interpolation zweiten Grades verwendet. Der Platzhalter in Gl. 3.18 kann damit durch folgende Berechnung ersetzt werden:

$$u_{ix}[n_\lambda] = u_{tx}[n_{\lambda,k}[n_\lambda]](1 - \lambda_i) + u_{tx}[n_{\lambda,k}[n_\lambda] + 1]\lambda_i. \quad (3.80)$$

Eine Abschätzung des durch die Interpolation entstehenden Fehlers im Signal wird in Kapitel 4.2 getroffen.

3.4.7 Parametrierung des Phasenreglers

Zur Parametrisierung des Reglers wird zunächst die Regelstrecke bei geöffnetem Regelkreis betrachtet. Wird die Stellgröße $y_c[n_\nu + 1]$ geändert, ändert sich das Ausgabeintervall des Interpolators $T_i[n_\nu + 1]$. Ist die Änderung positiv, so wird dieses Abtastintervall größer. Dementsprechend sinkt die Abtastrate im gesamten System ab dem Interpolator. Unter der Annahme, dass $f_s = f_{sn}$, lässt sich der Takt der MFEU mit Gl. 3.33 und Gl. 3.51 auf eine absolute Abtastrate von

$$f_{sm}[n_\nu] = 2^\nu f_e[n_\nu] = \frac{2^\nu}{2^\lambda T_i[n_\nu]} = \frac{2^{\nu-\lambda}}{(1 + y_c[n_\nu]) T_{i0}} \quad (3.81)$$

umrechnen. Liegt am Systemeingang ein ideales monofrequentes Signal mit nominaler Netzfrequenz f_n an, ist $y_c[n_\nu] = 0$, das Abtastintervall am Interpolator entspricht also genau T_{i0} und die Abtastrate der MFEU ergibt sich zu

$$f_{sm0} = \frac{2^{\nu-\lambda}}{T_{i0}}. \quad (3.82)$$

Bei einer plötzlichen Änderung auf einen konstanten Wert von $y_c[n_\nu] \neq 0$ aus diesem Zustand heraus ändert sich die Abtastrate am Interpolator und damit auch der Takt der MFEU gemäß Gl. 3.81. Damit entsteht ein zeitlich fortschreitender Phasenfehler in der Regelgröße, die die Phasenlage des Signals $\hat{X}[n_\nu]$ ist. Dessen Steigung hängt vom Verhältnis dieser beiden Abtastraten ab. Es lässt sich schreiben:

$$\arg\{\hat{X}[n_\nu + 1]\} - \arg\{\hat{X}[n_\nu]\} = \frac{2\pi}{2^\nu} \left(1 - \frac{f_{sm0}}{f_{sm}[n_\nu]}\right) = \frac{2\pi}{2^\nu} y_c[n_\nu]. \quad (3.83)$$

3 Messverfahren

Es wird offensichtlich, dass dieser Phasenfehler konstant mit der Zeit fortschreitet und sich nicht an einem stationären Arbeitspunkt einschwingt. Es handelt sich hierbei im regelungstechnischen Sinne um eine Regelstrecke ohne Ausgleich (vgl. [178, S. 52ff.]). Der Integrierbeiwert dieser Regelstrecke berechnet sich durch Division der Steigung der Regelgrößenänderung mit dem Stellgrößensprung. Wird der Term Gl. 3.83 durch die Änderung der Stellgröße dividiert, ergibt sich der Integrierbeiwert als Rotationskonstante des MFEU-Taktes:

$$K_i = \frac{2\pi}{2^\nu}. \quad (3.84)$$

Zur Bestimmung geeigneter Regelparameter fehlt noch die charakteristische Verzugszeit der Regelstrecke. Diese ergibt sich aus den Verzögerungen der Filter entlang der Regelstrecke, entspricht also der Gesamtgruppenlaufzeit $\hat{\tau}_{\text{mfe}}(\nu)$. Da aufgrund des variablen Takts keine absoluten Zeiten ermittelt werden können, wird diese Zeitkonstante auf die Anzahl der Abtastwerte im Takt der MFEU bezogen und ergibt sich zu

$$\tau_u = \hat{\tau}_{\text{mfe}}(\nu) 2^\nu. \quad (3.85)$$

Ermittlung der Regelparameter

Damit können die Regelparameter nach den Einstellregeln nach Chien, Hrones und Reswick ermittelt werden, wobei die Bezugsgröße ein einzelner Abtastwert anstatt einer absoluten Zeitdauer ist. Die Einstellregeln für Störungsverhalten ohne Überspringen zeigen gute Resultate (vgl. [178, S. 114]), sodass sich folgende Konstanten ergeben:

$$K_{\text{PID}} = \frac{0,95}{K_i \tau_u}, \quad (3.86)$$

$$\tau_n = 2,4\tau_u, \quad (3.87)$$

$$\tau_v = 0,42\tau_u. \quad (3.88)$$

Die oben eingeführten Kennwerte der geöffneten Regelstrecke bei Sprung der Stellgröße werden in Abb. 3.14 beispielhaft für $y_c[n_\nu] = 0,1$ dargestellt.

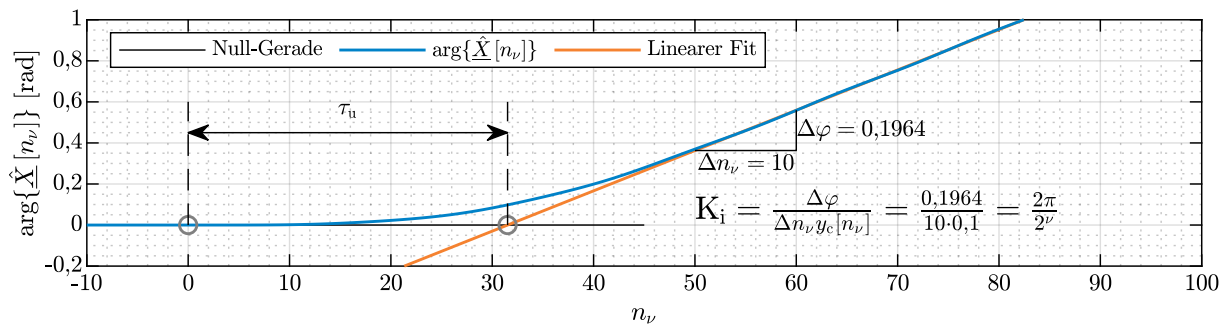


Abb. 3.14: Darstellung der Kennwerte der geöffneten Regelstrecke. Das System ist für $n_\nu < 0$ vollständig synchron, bei $n_\nu = 0$ springt die Stellgröße auf $y_c[n_\nu] = 0,1$.

Die Verzugszeit der Regelstrecke ist bei gegebener Systemkonfiguration konstant bezogen auf den MFEU-Takt. Bei steigender Netzfrequenz wird das System in einer absoluten Zeitbasis schneller reagieren, da sich der MFEU-Takt proportional zur Netzfrequenz erhöht.

Obige Herleitung zur Bestimmung der Regelparameter erfolgt anhand der einphasigen Konfiguration. Für die dreiphasige Regelung können die gleichen Regelparameter verwendet werden, da sich die beiden Algorithmen ausschließlich durch die Ermittlung der symmetrischen Komponenten unterscheiden, wodurch die Trägheit des Systems nicht beeinflusst wird. In den Implementierungen wird die Regelung nach Beginn der Messung erst ab einem Index von $n_\nu \geq 2^{\nu+1}$ eingeschaltet, also nachdem zwei Perioden vergangen sind. Damit wird sichergestellt, dass die Speicherstellen der Filter vollständig initialisiert sind.

3.5 Ermittlung und Kompensation der Abtastratenabweichung

Der Inhalt dieses Kapitels ist Gegenstand der Eigenveröffentlichung [C7]. Gemäß Kapitel 3.2.2 wird bei der Abtastung der analogen Signale am ADU davon ausgegangen, dass sich eine von der nominalen Abtastrate f_{sn} abweichende echte Abtastrate f_s einstellt. Die Größe dieser Abweichung hängt von der Güte des für die Erzeugung des Abtasttakts verwendeten Oszillators ab. Als Maß für diese Abweichung wird die *normierte Abtastratenabweichung* (AtRA) $d \in \mathbb{R}$ eingeführt:

$$d = \frac{\Delta f_s}{f_{\text{sn}}}. \quad (3.89)$$

Dieses Maß ist eine Standardangabe in den Datenblättern von ADUs mit integriertem Oszillator und wird in der Regel in der Einheit ppm (engl. Parts per Million) angegeben. Eine einheitliche Bezeichnung ist für diese Größe indes nicht definiert. Je nach Güte des Taktgenerators einer ADU-Lösung kann die AtRA ab Werk im Bereich zweistelliger ppm-Werte liegen. Durch Alterungsprozesse kann sich diese mit der Zeit weiter verschlechtern. Beispielsweise wird für den in der späteren Implementierung verwendeten ADU ein Bereich von $|d| \leq 20$ ppm ab Werk mit einer zulässigen Verschlechterung von 5 ppm/Jahr durch Alterung angegeben [179].

3.5.1 Einfluss auf die Frequenz- und RoCoF-Messung

Für die Güte der Phasenregelung und damit die Abtastrate der zur Spannungsqualitätsanalyse verwendeten Ausgabedaten im PQMS-Algorithmus ist diese Abweichung nicht weiter relevant, solange sie sich in einem Bereich bewegt, der den Arbeitsbereich des Interpolators nicht verlässt. Je nach Ausprägung fällt sie aber bei der Berechnung der zeitbezogenen Größen Frequenz und RoCoF ins Gewicht. Hier stellt sie einen relevanten systematischen Fehler dar, den es zu kompensieren gilt. Läuft der ADU zu schnell, wird die Phasenregelung die Abtastrate am Interpolatorausgang $T_i[n_\nu]$ entsprechend erhöhen, um die Synchronizität aufrechtzuerhalten. Eine Erhöhung von $T_i[n_\nu]$ bedeutet gemäß Gl. 3.33 eine Verringerung der Frequenzschätzung $f_e[n_\nu]$. Diese Änderung ist proportional zur AtRA. Bei Kenntnis ihres Wertes d kann daher eine korrigierte Netzfrequenzschätzung $f_{\text{ec}}[n_\nu]$ berechnet werden:

$$f_{\text{ec}}[n_\nu] = f_e[n_\nu] \frac{f_{\text{sn}} + \Delta f_s}{f_{\text{sn}}} = f_e[n_\nu] (1 + d). \quad (3.90)$$

Da die Berechnung des RoCoF auf der Frequenzschätzung basiert, sollte hierfür $f_{\text{ec}}[n_\nu]$ verwendet werden. Gemäß dieser Gleichung ergibt sich für $d = 20$ ppm im Arbeitsbereich des PQMS bereits ein Frequenzschätzfehler von etwa 1 mHz.

3.5.2 Anforderungen an das Kalibriersignal

Eine Ermittlung der AtRA kann nur bei Zufuhr eines externen periodischen Kalibriersignals erfolgen, das eine wesentlich höhere Frequenzstabilität und -genauigkeit als der verwendete ADU aufweist. Hier bieten sich entweder hochgenaue, offenbeheizte Quarzkristallgeneratoren an [180], oder Systeme mit externer Zeitreferenz [N28, Kap. B.3]. Ferner sollte das Signal innerhalb seiner Periode möglichst steile Flanken aufweisen, um Fehlzählungen zu vermeiden. Rechtecksignale eignen sich in besonderem Maße hierfür. Die Frequenz des Kalibriersignals wird im folgenden mit f_c bezeichnet.

3.5.3 Ermittlung des Flankenabstands

Der ADU tastet auf allen verwendeten Kanälen mit der gleichen, jedoch noch unbekannten Abtastrate f_s ab. Auf dem Kanal c , auf dem das Kalibriersignal anliegt, wird dann das diskrete Kalibriersignal

$$u_{ac}[n_k] = u_c[n_k] + \varepsilon_c[n_k] \quad (3.91)$$

abgetastet, das aus dem Kalibriersignal $u_c[n_k]$ und einem additiven Rauschterm $\varepsilon_c[n_k]$ besteht. Es wird ein Spannungsgrenzwert $U_{gw} \in \mathbb{R}$ festgelegt, bei dessen Überschreiten eine steigende Flanke gezählt wird. Dieser Wert sollte, ebenso wie Amplitude des Kalibriersignals, derart gewählt werden, dass der Rauschterm $\varepsilon_c[n_k]$ möglichst vernachlässigt werden kann. Eine aufsteigende Flanke im Signal $u_{ac}[n_k]$ wird dann gezählt, wenn für zwei aufeinanderfolgende Abtastwerte gilt:

$$u_{ac}[n_k + 1] \geq U_{gw} \quad \text{und} \quad u_{ac}[n_k] < U_{gw}. \quad (3.92)$$

In dem Fall wird der Flankenähler $N_f \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ um 1 erhöht und der Index $n_{k,r}[N_f] = n_k$ wird gespeichert. Für alle gezählten Flanken N_f kann dann der Flankenabstand

$$r[N_f] = n_{k,r}[N_f] - n_{k,r}[N_f - 1] \quad (3.93)$$

berechnet werden. Um den Einfluss des Rauschterms $\varepsilon_x[n_k]$ weiter zu vermindern, wird die Zählung über ein Ausschlussintervall der Länge einer viertel Periode des Kalibriersignals ausgesetzt. Weiterhin kann aus der nominalen Abtastrate f_{sn} und der Frequenz des Kalibriersignals f_c der nominale Flankenabstand

$$r_n = \frac{f_{sn}}{f_c} \quad (3.94)$$

bestimmt werden. Abb. 3.15 zeigt den Prozess beispielhaft für $r_n = 10$.

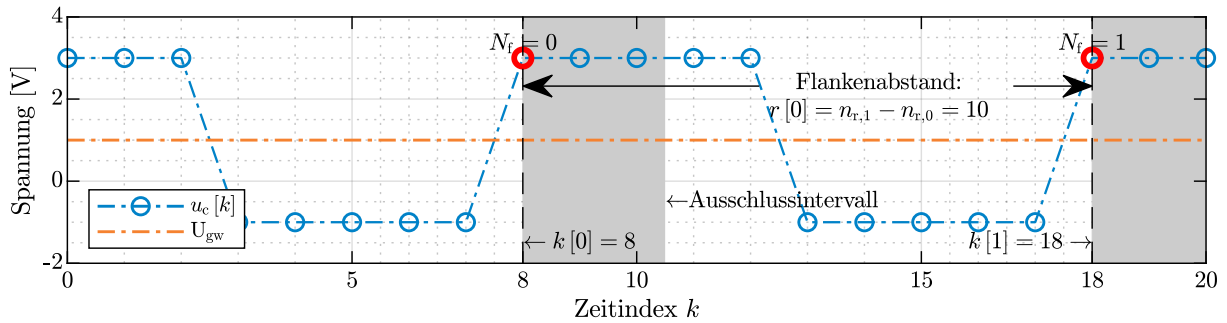


Abb. 3.15: Darstellung der Flankenabstandsbestimmung für $r_n = 10$.

3.5.4 Quantisierung

Der berechnete Flankenabstand $r[N_f]$ stellt eine ganzzahlige Differenz dar. Damit wird die Quantisierung der Flankenabstände bei Verringerung des Verhältnisses von nominaler Abtastrate zu Kalibriersignalfrequenz größer. Die Quantifizierung der AtRA $\hat{Q}_d = r_n^{-1}$ lässt sich als Kehrwert des nominalen Flankenabstandes darstellen. Abb. 3.16 zeigt r_n und \hat{Q}_d in Abhängigkeit von f_c .

3 Messverfahren

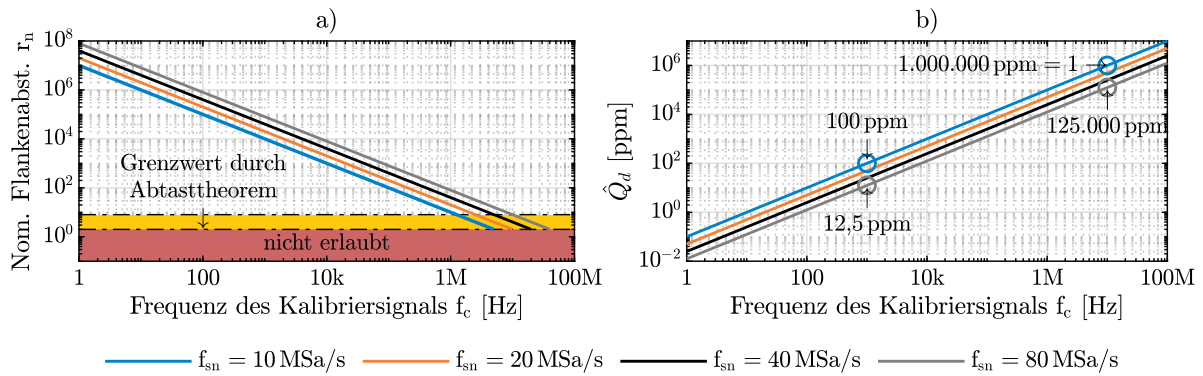


Abb. 3.16: a) Nominaler Flankenabstand r_n und b) Quantisierung der AtRA \hat{Q}_d für verschiedene nominale Abtastraten f_{sn} in Abhängigkeit der Kalibriersignalfrequenz f_c .

Auch bei der Ermittlung der Flankenabstände muss das Abtasttheorem beachtet werden: Es bedarf mindestens zweier Abtastwerte für die Flankenzählung, im Bereich bis $r_n = 8$ kann es bei ungünstiger Phasenlage jedoch zu Fehlzählungen kommen. Weiterhin wird aus der Abbildung ersichtlich, dass die Quantisierung mit zunehmender Kalibriersignalfrequenz f_c gröber wird. Für eine feinere Auflösung der AtRA ist demnach eine einzelne Flankenzählung nicht ausreichend und es muss eine stochastische Analyse der ermittelten Flankenabstände $r[N_f]$ erfolgen.

3.5.5 Mittelung und Konfidenzintervall

Nachfolgend werden zeitlich unveränderliche, wahre Werte für den Flankenabstand und die AtRA $r_t, d_t \in \mathbb{R}^+$ angenommen. Diesem Wert soll sich möglichst genau aus den gemessenen Werten angenähert werden. Im Falle eines konstanten wahren Werts reicht eine Mittelwertbildung aus. Der Mittelwert über alle beobachteten Flankenabstände $r[N_f]$ ergibt sich zu

$$r_1 = \frac{1}{N_f - 1} \sum_{i=0}^{N_f-2} r[i], \quad (3.95)$$

während sich die Standardabweichung wie folgt berechnet:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{N_f - 2} \sum_{i=0}^{N_f-2} (r[i] - r_1)^2}. \quad (3.96)$$

Mit steigender Anzahl beobachteter Flankenabstände $N_f - 1$ wird die Quantisierung sowohl von r_1 als auch σ_1 feiner. Damit lässt sich eine Schätzung für die echte Abtastrate $f_{s,lt}$ berechnen:

$$f_{s,lt} = r_1 f_c. \quad (3.97)$$

Damit ergibt sich für die AtRA gemäß Gl. 3.9 und Gl. 3.89 zu

$$d_1 = \frac{\Delta f_{s,lt} - f_{sn}}{f_{sn}} = \frac{(r_1 - r_n) f_c}{f_{sn}}. \quad (3.98)$$

Das Konfidenzintervall, in dem d_1 um den wahren Wert herum liegt, soll ermittelt werden. Hierzu wird zunächst angenommen, dass die ermittelten Flankenabstände einer Normalverteilung mit dem Mittelwert r_1 und der Varianz $\sigma_1^2 / (N_f - 1)$ folgen (vgl. [181, S. 143ff.]):

$$r[i] \sim \mathcal{N}\left(r_1, \frac{\sigma_1^2}{N_f - 1}\right). \quad (3.99)$$

Dadurch ergibt sich ein Intervall $[r_u; r_o]$, in dem der wahre Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von

$$\mathcal{P}(r_u \leq r_1 \leq r_o) = \eta \quad (3.100)$$

liegt. Als nächstes wird die standardisierte Zufallsvariable Z eingeführt, mit dem die Verteilung in eine Standardnormalverteilung $\mathcal{N}(0, 1)$ überführt werden kann:

$$Z = \frac{\sqrt{N_f - 1}(r_1 - r_t)}{\sigma_1}. \quad (3.101)$$

Damit kann das η -Konfidenzintervall der AtRA $K_{\eta,dl}$ aus Gl. 3.100 durch Einsetzen von Gl. 3.101 und Umstellung nach r mit anschließender Substitution durch Gl. 3.98 hergeleitet werden, wobei $\mathbb{F}(x) \in [0; 1]$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist:

$$K_{\eta,dl} = \left[r_1 - \frac{\mathbb{F}\left(\frac{1+\eta}{2}\right) \sigma_1}{\sqrt{N_f - 1}}; r_1 + \frac{\mathbb{F}\left(\frac{1+\eta}{2}\right) \sigma_1}{\sqrt{N_f - 1}} \right]. \quad (3.102)$$

Wird r_n nach Gl. 3.94 aufgelöst, so lässt sich die Breite des Konfidenzintervalls $e_{\eta,dl}$ nach der Kalibriersignalfrequenz f_c und der nominalen Abtastrate f_{sn} umstellen:

$$e_{\eta,dl} = \frac{2\mathbb{F}\left(\frac{1+\eta}{2}\right) \sigma_1 f_c}{f_{sn} \sqrt{N_f - 1}}. \quad (3.103)$$

Unter der Annahme, dass alle aufsteigenden Flanken erfasst und gezählt werden, so nimmt die Anzahl der pro Zeiteinheit gezählten Flanken N_f proportional zur Kalibriersignalfrequenz f_c zu. In Gl. 3.103 steht N_f im Nenner allerdings unter einer Wurzel. Die Breite des Konfidenzintervalls ergibt sich dann wie folgt:

$$e_{\eta,dl} \sim \sqrt{f_c}. \quad (3.104)$$

Damit ist gezeigt, dass niedrigere Kalibriersignalfrequenzen den wahren Wert der AtRA mit einer höheren Sicherheit ermitteln können.

3.5.6 Einschränkung des Messfensters

Bei der Herleitung des Schätzwertes für die AtRA r_1 und der Breite des Konfidenzintervalls $e_{\eta,dl}$ wurde eine zeitlich konstante Abweichung der Abtastrate $d(t) = d$ angenommen. In diesem Fall sind obige Annahmen legitim. In der Praxis schwanken die wahren Werte allerdings. Hierbei spielen vor allem Temperaturänderungen eine Rolle, sodass sich die AtRA insbesondere während der Aufwärmphase des ADUs ändern kann. Um diesem Effekt Rechnung zu tragen, wird eine Anzahl zu betrachtender Flankenabstände N_r festgelegt. Mit dieser kann der Mittelungshorizont

$$n_s(N_f) = \begin{cases} N_f - 1 & \forall N_f < N_r + 1 \\ N_r & \forall N_f \geq N_r + 1 \end{cases} \quad (3.105)$$

definiert werden, der die Anzahl der zu berücksichtigenden Flankenabstände angibt. Damit kann für die Kurzzeit-Größen geschrieben werden:

$$r_k = \frac{1}{n_s(N_f)} \sum_{i=0}^{n_s(N_f)-1} r [i + N_f - 1 - n_s(N_f)], \quad (3.106)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{n_s(N_f)} \sum_{i=0}^{n_s(N_f)-1} (r [i + N_f - 1 - n_s(N_f)] - r_k)^2}, \quad (3.107)$$

$$d_k = \frac{(r_k - r_n) f_c}{f_{sn}}, \quad (3.108)$$

$$e_{\eta,dk} = \frac{2\mathbb{F}\left(\frac{1+\eta}{2}\right) \sigma_k f_c}{f_{sn} \sqrt{n_s(N_f)}}. \quad (3.109)$$

Durch die Sättigung im Nenner von Gl. 3.109 hängt die Breite des Konfidenzintervalls ab dem Überschreiten von N_f beobachteten Flankenabständen nur noch von der Standardabweichung und der Kalibriersignalfrequenz f_c ab. Es sei hier angemerkt, dass die einfache Mittelung gemäß Gl. 3.105 aufgrund der äußerst langsamen Änderung der AtRA verwendet werden kann. Bei schnelleren Änderungen könnte auch eine exponentielle Glättung erwogen werden, die aktuelle Werte höher gewichtet.

3.6 Spektrale Spannungsqualitätsanalyse

Mit den konditionierten Spannungs- und Stromdaten auf dem Ausgabebetakt μ kann nachfolgend die spektrale Analyse der Spannungsqualität erfolgen. Im Prototypenstatus wird das System so implementiert, dass die konditionierten Daten für jeden Kanal $u_x[n_\mu]$ während der Messung in Dateien geschrieben werden und die Analyse der Spannungsqualität danach - nicht in Echtzeit - erfolgt. Nach Abschluss der Prototypenphase soll diese Analyse jedoch in Echtzeit erfolgen, weshalb diese als kausales System ausgelegt wird.

3.6.1 Signalvorbereitung

Ziel der spektralen Re-Orthogonalisierung war das Erreichen der in Gl. 3.1 formulierten Quasi-Periodizität. Damit kann das Signal in volle Perioden zerlegt werden und wird als zweidimensionale Größe

$$u_x[l, n] = u_x[2^\mu l + n] \quad (3.110)$$

dargestellt. Hierbei stellt $l \in [0; N_q - 1]$ den Periodenindex dar, wobei N_q die Anzahl der aufgenommenen Perioden ist. Im späteren Echtzeitsystem würde N_q durch die kontinuierliche Analyse einkommender Daten beständig weiter erhöht. Der Index n bildet nur noch das Intervall $n \in [0; 2^\mu - 1]$ ab.

Fensterung und Überlappung

Bei voller Synchronizität mit der Netzfrequenz würden nur noch Signale mit nicht-ganzzahligem harmonischen Index $h \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ spektrale Verzerrungen verursachen. Aufgrund der inhärenten Fensterung mit dem Rechteckfenster würden solche Störungen allerdings schlecht gedämpft und noch immer für Leck-Effekt sorgen. Mit einer entsprechenden Fensterfunktion kann dies weiter reduziert werden.

Wie in Kapitel 2.6 erläutert, hat jedes vom Rechteckfenster abweichende Fenster eine Hauptkeulenbreite $m_{\text{fn}} > 1$. Dadurch stellt sich die in Kapitel 2.5.2 dargestellte Faltung eines diskreten Spektrums mit dem Dirichlet-Kern als Sonderfall für das Rechteck-Fenster dar. Für andere Fensterfunktionen muss Gl. 2.41 daher erweitert werden und es gilt

$$N = \lfloor kT_0 f_s m_{\text{fn}} \rfloor = kT_0 f_s m_{\text{fn}} \quad \forall k \in \mathbb{N}. \quad (3.111)$$

Das Messfenster muss demnach mindestens m_{fn} Perioden umfassen. Um dennoch für jede Grundschwingung eine Analyse ausführen zu können, werden die Messfenster zwar auf m_{fn} erweitert, wobei sie sich jedoch überlappen. Da hauptsächlich die harmonischen Signalbestandteile von Interesse sind, wird die DFT-Länge auf das notwendige Minimum von 2^μ Werten durch Aufsummierung von Teilfenstern verkürzt, ohne das Messfenster einzuschränken. Die Herleitung dieses Sachverhalts ist in Anhang B.4 dargestellt. Es ergibt sich für jeden Periodenindex l das gefensterter Signal

$$u_{\text{wx}}[l, n] = c_w \sum_{i=0}^{m_{\text{fn}}-1} u_x[l + i, n] w[2^\mu i + n], \quad (3.112)$$

wobei c_w den Korrekturfaktor für den Signalenergieverlust durch das Fenster selbst darstellt und wie folgt berechnet wird:

$$c_w = \left(\sum_{n=0}^{2^\mu m_{\text{fn}} - 1} w[n] \right)^{-1}. \quad (3.113)$$

Aus Gl. 3.112 wird ersichtlich, dass diese periodenweise Überlappung nur mit Fenstern mit ganzzahligen $m_{\text{fn}} \in \mathbb{N}$ erfolgen kann. Sie entspricht einer konsekutiven Fensterung gemäß Kapitel 2.6.2 mit einem Überlappungsverhältnis von

$$r = \frac{m_{\text{fn}} - 1}{m_{\text{fn}}}, \quad (3.114)$$

das nur von m_{fn} abhängt und sich für größere m_{fn} dem Wert $r = 1$ annähert. Für eine effiziente Implementierung sind hier also Fensterfunktionen mit geringer Hauptkeulenbreite zu wählen. Über die Auswahl und den Einfluss der Fenster auf die Güte der Spektralanalyse wird später eingegangen.

Transformation in den Frequenzbereich

Das zweidimensionale gefensterte und überlappede Signal $u_{\text{wx}}[l, n]$ wird mittels DFT in den Frequenzbereich transformiert, wobei c_w den Skalierungsfaktor gemäß Gl. 2.19 bereits enthält:

$$\hat{U}_{\text{wx}}[l, m] = \sum_{n=0}^{2^\mu - 1} u_{\text{wx}}[l, n] e^{-j \frac{2\pi}{2^\mu} mn}. \quad (3.115)$$

Damit ergibt sich ein zweidimensionales Spektrum, bei dem der Periodenindex l eine Zeitachse und der Frequenzindex $m \in [-2^{\mu-1}; 2^{\mu-1} - 1]$ das zweiseitige Spektrum der jeweiligen Periode bis hin zur $2^{\mu-1}$ -ten Harmonischen abbilden. Allerdings bildet dieses das unkompenzierte Spektrum der Messspannung am ADU $u_x(t)$ ab. Um das Spektrum des Eingangssignals $\hat{X}[l, m]$ zu berechnen, muss noch mit der Übertragungsfunktion des jeweiligen Messwandlers $\underline{H}_x(s)$ sowie dem Einfluss der Filter im PQMS dahin umgerechnet werden:

$$\hat{X}[l, m] = \frac{\kappa_{\text{pq}}(m, \bar{f}_{\text{ec}}[l])}{\underline{H}_x(j2\pi m \bar{f}_{\text{ec}}[l])} \hat{U}_{\text{wx}}[l, m]. \quad (3.116)$$

Hierbei ist zu beachten, dass der Frequenzpunkt der Übertragungsfunktion sowie der Korrekturterm von der aktuellen Netzfrequenzschätzung abhängig sind. Da innerhalb des Messfensters von einem stationären Zustand ausgegangen werden muss, ist zu überlegen, welcher Wert der Netzfrequenzschätzung verwendet wird. Die MFEU gibt 2^ν Frequenzschätzwerte pro Grundperiode aus, sodass über das Messfenster insgesamt $2^\nu m_{\text{fn}}$ Werte zur Verfügung stehen. Werden diese gemittelt, steht für jeden Periodenindex l ein entsprechender Wert zur Verfügung:

$$\bar{f}_{\text{ec}}[l] = \frac{1}{2^\nu m_{\text{fn}}} \sum_{i=0}^{2^\nu m_{\text{fn}} - 1} f_{\text{ec}}[2^\nu l + i]. \quad (3.117)$$

Der von der aktuellen Netzfrequenzschätzung abhängige Korrekturterm für die Filter berechnet sich als Funktion des Frequenzindex m und der Netzfrequenzschätzung $\bar{f}_{\text{ec}}[l]$ wie folgt:

$$\kappa_{\text{pq}}(m, \bar{f}_{\text{ec}}[l]) = \left(\underline{H}_{\text{TP1}} \left(e^{j2\pi m \bar{f}_{\text{ec}}[l] T_s} \right) \cdot \prod_{i=1}^{\lambda-\mu} \underline{H}_{\text{TPKi}} \left(e^{jm \Omega_{\text{gs}i}} \right) \right)^{-1}. \quad (3.118)$$

Das Vorgehen erfolgt analog zu dem der LPC-Stufe in der MFEU gemäß Kapitel 3.3.7, wobei T_s dem Kehrwert der echten Abtastrate f_s entspricht und Ω_{gsi} die Frequenz der Grundschiwingung im i -ten Filter der TPK-Stufe gemäß Gl. 3.26 darstellt.

3.6.2 Phasoren von Spannung, Strom und Leistung

Das beschriebene Verfahren soll auf die gemessenen Spannungs- und Stromsignale angewandt werden. Hierzu wird der Platzhalter \hat{x} analog zu Kapitel 2.7.7 eingeführt. Für einphasige Messaufbauten wird nur ein Leiter betrachtet, während für dreiphasige Messungen drei Kanalindices $x1, x2, x3$ verwendet werden, die wiederum für drei Spannungs- oder Stromkanäle stehen, die in aufsteigender Folge ein rechtsdrehendes Drehstromsystem auf der Grundschiwingung ergeben.

Schätzungen für Spannung und Strom

Im nächsten Schritt können auf den Messungen basierende Schätzungen für die in Kapitel 2.7.7 eingeführten Spannungen, Ströme und Leistungen eingeführt werden. Da die über die DFT ermittelten Signale per Definition zweiseitige periodische Spektren darstellen, muss noch in das einseitige Spektrum überführt werden. Aufgrund des reellwertigen Charakters der Zeitsignale stellt jeder DFT-Bin die Amplitude der jeweiligen positiven oder negativen Frequenzkomponente dar, die zueinander konjugiert-komplex sind. Mit einer Multiplikation mit $\sqrt{2}$ kann dann auf den Effektivwert der entsprechenden Spannung bzw. des Stroms respektive den komplexen Phasor umgerechnet werden. Eine Ausnahme stellt hierbei der Gleichteil auf $h = 0$ dar, der keiner weiteren Skalierung bedarf. Durch oben beschriebene Überlappung und Aufsummierung der gefensterten Teilsignale entspricht jeder DFT-Bin unabhängig von der verwendeten Fensterfunktion der entsprechenden harmonischen Ordnung h . Es gilt

$$h = m \quad \forall \quad m \geq 0, \quad (3.119)$$

damit lassen sich mit Gl. 3.116 die Schätzungen von Spannung und Strom für harmonische Ordnungen $h \in [0; 2^{\mu-1} - 1]$ in Abhängigkeit des Periodenindex l berechnen:

$$\hat{U}_{\hat{x}}[l, h] = \frac{\sqrt{2}\kappa_{pq}(h, \bar{f}_{ec}[l])}{\underline{H}_{u\hat{x}}(j2\pi h \bar{f}_{ec}[l])} \hat{U}_{wu\hat{x}}[l, h], \quad (3.120)$$

$$\hat{I}_{\hat{x}}[l, h] = \frac{\sqrt{2}\kappa_{pq}(h, \bar{f}_{ec}[l])}{\underline{H}_{i\hat{x}}(j2\pi h \bar{f}_{ec}[l])} \hat{U}_{wi\hat{x}}[l, h]. \quad (3.121)$$

Damit kann für jeden Leiter \hat{x} eine Schätzung für die in Gl. 2.86 eingeführte komplexwertige harmonische Leistung $\hat{S}_{\hat{x}}[h]$ bestimmt werden:

$$\hat{S}_{\hat{x}}[l, h] = \hat{U}_{\hat{x}}[l, h] \hat{I}_{\hat{x}}[l, h]^*. \quad (3.122)$$

Analog zu Gl. 2.87 ergibt sich dann die Schätzung für die harmonische Wirkleistung auf einem Leiter als Realteil dieser Größe:

$$\hat{P}_{\hat{x}}[l, h] = \text{Re} \left\{ \hat{S}_{\hat{x}}[l, h] \right\} = \text{Re} \left\{ \hat{U}_{\hat{x}}[l, h] \hat{I}_{\hat{x}}[l, h]^* \right\}. \quad (3.123)$$

Für die Summenwirkleistung auf einem Leiter und die Gesamtwirkleistung im Drehstromsystem gilt dann

$$\hat{P}_{g\hat{x}}[l] = \sum_{h=1}^{2^{\mu-1}-1} \hat{P}_{\hat{x}}[l, h], \quad (3.124)$$

$$\hat{P}_g[l] = \hat{P}_{gx1}[l] + \hat{P}_{gx2}[l] + \hat{P}_{gx3}[l]. \quad (3.125)$$

Zur Berechnung einer Schätzung für die Scheinleistung auf einem Leiter \hat{x} nach Gl. 2.84 müssen die Gesamteffektivwerte von Spannungen und Strömen multipliziert werden (vgl. Gl. 2.90):

$$\hat{S}_{g\hat{x}}[l] = \sqrt{\sum_{h=1}^{2^{\mu-1}-1} \left| \hat{\underline{U}}_{\hat{x}}[l, h] \right|^2 \sum_{h=1}^{2^{\mu-1}-1} \left| \hat{\underline{I}}_{\hat{x}}[l, h] \right|^2}. \quad (3.126)$$

Folgende Schätzungen ergeben sich für die arithmetische Scheinleistung sowie die Blindleistung:

$$\hat{S}_a[l] = \hat{S}_{gx1}[l] + \hat{S}_{gx2}[l] + \hat{S}_{gx3}[l], \quad (3.127)$$

$$\hat{Q}_g[l] = \sqrt{\hat{S}_a[l]^2 - \hat{P}_g[l]^2}. \quad (3.128)$$

Ebenso lassen sich für jeden Leiter entsprechende Schätzungen für die THD-Werte entlang des Periodenindex l für Spannung und Strom berechnen:

$$\hat{V}_{u\hat{x}}[l] = \sqrt{\frac{\sum_{h=2}^{2^{\mu-1}-1} \left| \hat{\underline{U}}_{\hat{x}}[l, h] \right|^2}{\left| \hat{\underline{U}}_{\hat{x}}[l, 1] \right|^2}}, \quad (3.129)$$

$$\hat{V}_{i\hat{x}}[l] = \sqrt{\frac{\sum_{h=2}^{2^{\mu-1}-1} \left| \hat{\underline{I}}_{\hat{x}}[l, h] \right|^2}{\left| \hat{\underline{I}}_{\hat{x}}[l, 1] \right|^2}}. \quad (3.130)$$

3.7 Entwicklung des Sinusrampenbasisfensters

Es stellt sich die Frage, welches Fenster für die in Kapitel 3.6 definierte spektrale Analyse der Spannungsqualität verwendet werden soll. In diesem Kapitel werden die Anforderungen an dieses Fenster definiert. Da sich in der Literatur keines findet, das diese Anforderungen erfüllt, wird für diese Anwendung ein neues Fenster entwickelt. Der Inhalt dieses Kapitels ist Gegenstand der Veröffentlichung [J2].

3.7.1 Überlegungen zu Netzsignalen und Fensterfunktionen

Durch die spektrale Re-Orthogonalisierung der Spannungs- und Stromsignale wird die gegenseitige Beeinflussung von Harmonischen im Spektrum durch den Nahbereichs-Leck-Effekt minimiert. Im in Abb. 2.5 dargestellten Beispiel würde vom Zustand in Teilabb. d in den in Teilabb. a übergegangen. Zwischenharmonische Störungen können jedoch noch immer zu Verzerrungen des Spektrums führen. Da die Frequenzauflösung für die Betrachtung der Harmonischen am absoluten Minimum gewählt wird, überlagern sich diese Zwischenharmonischen den entsprechenden DFT-Bins und sorgen dort für Verzerrungen durch den Fernbereichs-Leck-Effekt. Wie stark benachbarte DFT-Bins beeinflusst werden und wie lange dieser Einfluss entlang der Frequenzachse signifikant ist, hängt hauptsächlich von der Nebenkeulendämpfung d_{sl} ab (vgl. Abb. 2.8).

Anforderungen an den Frequenzgang des Fensters

Es wird also eine Fensterfunktion benötigt, die eine möglichst hohe Nebenkeulendämpfung innehat, während aufgrund der spektralen Re-Orthogonalisierung und der damit einhergehenden Reduktion des Nahbereichs-Leck-Effekts die Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} nur eine untergeordnete Rolle spielt. Weiterhin wird sich das resultierende Überlappingsverhältnis gemäß Gl. 3.114 mit zunehmender Hauptkeulenbreite m_{fn} dem Wert $r = 1$ annähern, wodurch der Berechnungsaufwand steigt. Ferner verlängert sich die Breite des Messfensters für die DFT nach Gl. 3.113 ebenfalls mit m_{fn} , sodass diese Größe bei der Auswahl des Fensters zu minimieren ist.

Anforderungen an die Zeitbereichsmetriken des Fensters

Nachfolgend sollen die Überlappungscharakteristika des Fensters gemäß ihrer Definition in Anhang B.2 betrachtet werden. Es ist auf eine möglichst gute Amplitudenflachheit $a(r)$ für das gegebene Überlappingsverhältnis zu achten. Damit wird sichergestellt, dass alle Abtastwerte möglichst mit gleicher Gewichtung in die spektrale Betrachtung eingehen. Der Überlappungskoeffizient $c(r)$ sollte möglichst niedrig sein und das empfohlene Überlappingsverhältnis r_{rec} sollte sich in der Nähe des sich aus Gl. 3.114 ergebenden Wertes für r befinden.

Anwendung bekannter Fenster

Je kleiner die Hauptkeulenbreite m_{fn} gewählt wird, desto weniger Fenster erfüllen die oben aufgestellten Bedingungen. Für das Minimum $m_{fn} = 2$ finden sich noch das Bartlett- bzw. Dreiecksfenster nach [71] sowie das von-Hann-Fenster, die in Kapitel 2.6.4 als essentielle Fenster klassifiziert wurden. Da $m_{fn} = 2$ ergibt sich ein resultierendes Überlappingsverhältnis von $r = 0,5 = r_{rec}$ für beide Fenster. Zudem gilt für beide $a(0,5) = 1$, sodass eine vollständige Amplitudenflachheit bei der Spektralanalyse erreicht wird. Beim Bartlett-Fenster liegt der Überlappungskoeffizient bei $c(0,5) = 0,25$, bei von-Hann beträgt er $c(0,5) = 0,167$ (vgl. [72, S. 28ff.]).

Sowohl bei der Nebenkeulenunterdrückung als auch bei der Nebenkeulendämpfung ist das von-Hann-Fenster mit $G_{hsl} = -31,5$ dB und $d_{sl} = -60$ dB/Dek dem Bartlett-Fenster deutlich überlegen ($G_{hsl} = -26,5$ dB und $d_{sl} = -40$ dB/Dek). Fensterfunktionen mit einer höheren Nebenkeu-

lendämpfung als das von-Hann-Fenster zeichnen sich sowohl durch eine höhere Hauptkeulenbreite als auch durch schlechtere Zeitbereichsmetriken im Sinne der hier gestellten Anforderungen aus. Hier sei beispielsweise das Fenster mit $m_{\text{fn}} = 3$ und $d_{\text{sl}} = -100 \text{ dB/Dek}$ aus [78] erwähnt.

3.7.2 Entwurfsidee für ein neues Fenster

Auch wenn das von-Hann-Fenster bereits gut für die Spektralanalyse gemäß Kapitel 3.6 geeignet ist, wäre ein Fenster mit gleichen Zeitbereichsmetriken und einer noch höheren Nebenkeulendämpfung wünschenswert. Gemäß obigen Überlegungen darf dies auch auf Kosten der Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} geschehen. Wird die dem Fenster zugrundeliegende Fensterfunktion $w(x)$ im Sinne von Gl. 2.62 betrachtet, erfüllt diese die Bedingung $a(0,5) = 1$ genau dann, wenn gilt:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} w\left(x - \frac{k}{2}\right) = 1 \quad \forall \quad k \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}. \quad (3.131)$$

Für folgende Überlegungen wird zunächst von einer um $x = 0$ symmetrischen Fensterfunktion

$$\hat{w}(x) = w\left(x + \frac{1}{2}\right) \quad (3.132)$$

ausgegangen. Soll diese eine gegenüber dem von-Hann-Fenster größere Nebenkeulendämpfung haben, so müssen alle Ableitungen bis mindestens zur zweiten sowie die Fensterfunktion selbst an den Randstellen null werden (vgl. Anhang B.2.1):

$$\hat{w}\left(\frac{1}{2}\right) = \hat{w}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{d\hat{w}(x)}{dx} \Big|_{|x|=\frac{1}{2}} = \frac{d^2\hat{w}(x)}{dx^2} \Big|_{|x|=\frac{1}{2}} = 0. \quad (3.133)$$

Weiterhin soll die Fensterfunktion im Mittelpunkt ihr Maximum haben, sodass

$$\hat{w}(0) = 1. \quad (3.134)$$

Die Idee ist, das Bartlett-Fenster durch Überlagerung mit einer entsprechend parametrisierten Sinusfunktion derart zu modifizieren, dass es Gl. 3.131 und Gl. 3.133 vollständig erfüllt. Für die rechte Seite von $\hat{w}(x)$ wird folgender Ansatz gewählt:

$$\hat{w}(x) = a + bx + c \cdot \sin(d\pi x) \quad (3.135)$$

mit

$$a, b, c, d \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{und} \quad x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]. \quad (3.136)$$

Mit obigen Bedingungen lassen sich die Parameter bestimmen. Aus der zweiten Ableitung ergibt sich $d = 2k$ für alle $k \in \mathbb{Z}$. Wird für k ein geradzahliger Wert gewählt, so ergibt sich $c = 1/k\pi$ und $b = -2$. Aus Gl. 3.134 folgt $a = 1$. Die Symmetrie um $x = 0$ kann durch Verwendung der Betragsfunktion hergestellt werden, da die erste und die zweite Ableitung an dieser Stelle ebenfalls null sind. Damit ergibt sich

$$\hat{w}(x) = 1 + \frac{1}{k\pi} \sin(2k\pi |x|) - 2|x|. \quad (3.137)$$

Die normalisierte Fensterfunktion im Intervall $x \in [0; 1]$ ergibt sich durch Umkehrung von Gl. 3.132. Für $k = 2$ wird der kleinste zulässige Wert gewählt. Die so entstandene Fensterfunktion definiert das *Sinusrampenbasisfenster*:

$$w(x) = 1 + \frac{1}{2\pi} \sin\left(4\pi \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) - 2 \left|x - \frac{1}{2}\right|. \quad (3.138)$$

Das diskrete Fenster der Länge N ergibt sich damit durch entsprechende Skalierung gemäß Gl. 2.66. Dann lassen sich die logarithmische Gain-Funktion, die Fenstermetriken sowie die Zeitbereichscharakteristika gemäß den in Kapitel 2.6 und Anhang B.2 postulierten Gleichungen ermitteln. Diese Metriken werden in Abb. 3.17 dargestellt.

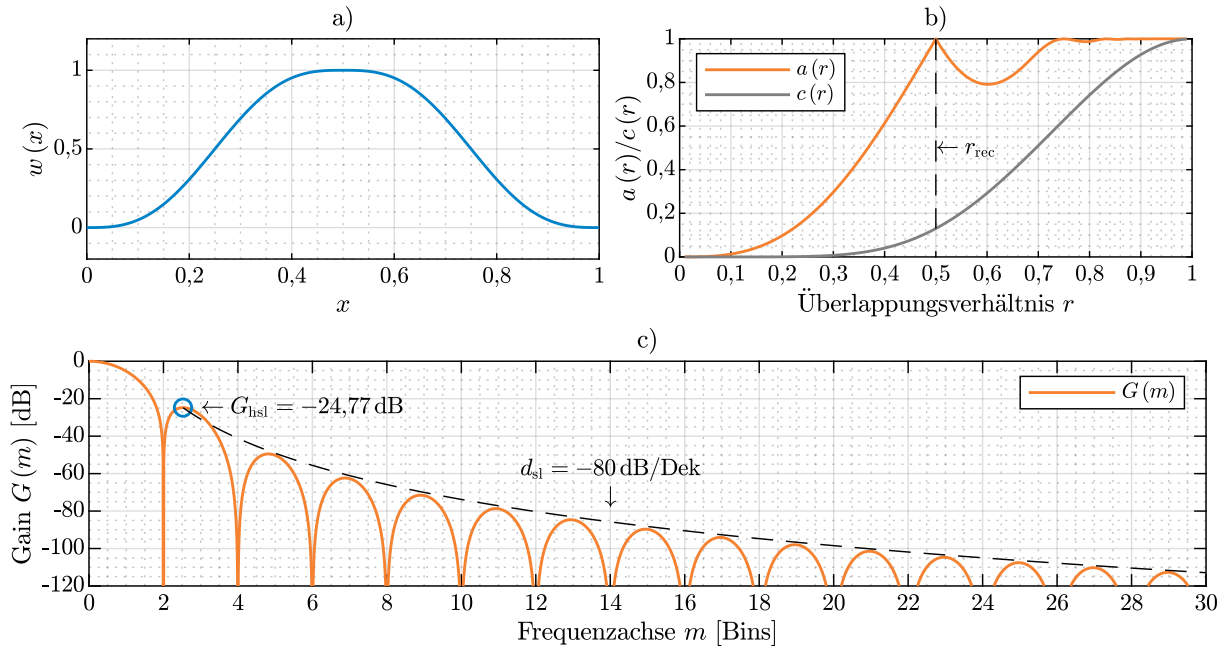


Abb. 3.17: Sinusrampenbasisfenster. a) Fensterfunktion $w(x)$. b) Zeitbereichscharakteristika mit Amplitudenflächigkeit $a(r)$ und Überlappungskoeffizient $c(r)$. c) Normalisierte Gain-Funktion $G(m)$ des Fensters.

Es lässt sich feststellen, dass das entworfene Fenster die gewünschten Eigenschaften zeigt. Die erste Nullstelle und damit die Hauptkeulenbreite liegt bei $m_{fn} = 2$, während die Nebenkeulendämpfung bei -80 dB/Dek liegt. Im Vergleich zum von-Hann-Fenster hat dieses Fenster allerdings seine Nullstellen in einem konstanten Abstand von 2 Bins. Die Nebenkeulenunterdrückung liegt mit -24.77 dB in etwa auf dem Niveau des Bartlett-Fensters. Mit einer NENBW von $m_{bw} = 1.59$ Bins liegt es geringfügig über dem von-Hann-Fenster mit 1,5 Bins und dem Bartlett-Fenster mit 1,33 Bins.

3.7.3 Erweiterung zu neuer Fensterklasse

Das Wort *Basis* im Namen des Fensters deutet an, dass das entworfene Fenster auch als Basis für eine neue Klasse von Fenstern dienen kann. Da diese abgeleiteten Sinusrampenfenster für die Analyse der Spannungsqualität in dieser Arbeit nicht verwendet werden, sei hier auf den Anhang D sowie die Eigenveröffentlichung [J2] verwiesen.

3.8 Messung des RoCoF

Aus der um die Abtastratenabweichung korrigierten Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ kann über eine Differentiation eine Schätzgröße für den RoCoF berechnet werden. Der Inhalt dieses Kapitels ist Gegenstand der Veröffentlichung [C3].

3.8.1 Betrachtung des RoCoF im messtechnischen Sinn

Die Definition des RoCoF aus energietechnischer Sicht ist eindeutig und wurde in Kapitel 2.2.3 beschrieben. Aus messtechnischer Sicht ist die Definition einer entsprechenden Messgröße nicht derart eindeutig: Während in den Arbeiten der ENTSO-E und der IEEE der RoCoF als zweite Ableitung des absoluten Winkels eines äquivalenten Netzspannungsphasors definiert ist (vgl. [50, S. 7][N7, Kap. 4.5]), stellt sich die Frage, wie dieser zu definieren ist. Es ist offensichtlich, dass die an einem beliebigen Messpunkt des Netzes gemessene Spannung die Information über die Netzfrequenz im energietechnischen Sinne und damit auch über den RoCoF enthält, diese jedoch von lokal induzierten Störsignalen überlagert werden kann, wodurch die Messung verfälscht wird (vgl. [182, S. 77ff.]).

Einflüsse des lokalen Netzes am Messpunkt

Als Beispiel sei hier ein lokales Netz mit geringer Kurzschlussleistung genannt, in dem ein großer einphasiger Verbraucher seinen Lastzustand ändert. Dadurch kommt es zu einer sprunghaften Änderung des Effektivwerts der Grundschiwingung einer der Leiter-Erde-Spannungen. Zeigt der Verbraucher zusätzlich stark induktives oder kapazitives Verhalten, käme noch ein Sprung der Phasenlage hinzu. Diese Änderungen wären ausschließlich lokal verursacht und hätten mit der zugrundeliegenden Netzfrequenz nichts zu tun. Dennoch würde jedes nicht-parametrische Netzfrequenzschätzverfahren, wozu auch das in dieser Arbeit vorgestellte gehört, auf diese Änderungen reagieren. Im Falle der dreiphasigen Netzfrequenzschätzung würde ein Amplitudensprung auf einer Leiter-Erde-Spannung einen Phasen- und Amplitudensprung der Mitsystemkomponente verursachen, auf den die Regelung entsprechend reagieren würde.

Um diese Effekte voneinander zu trennen, wurde in [106] die Einführung des *zugrundeliegenden RoCoF* (engl. *underlying RoCoF*) vorgeschlagen, der beispielsweise gegen Phasensprünge im lokalen Netz immun wäre. Eine Definition der Messgröße erfolgt in der Quelle jedoch nicht und ist Gegenstand aktueller Forschung. Die Einflüsse von Störungen auf die RoCoF-Messung sind in [105] diskutiert.

Anforderungen an RoCoF-Filter

Wird dieses Beispiel zu einem größeren lokalen Netz erweitert, an das eine unbekannte Anzahl von Verbrauchern angeschlossen ist, die ihre Lastzustände beliebig ändern können, so werden Netze mit endlicher Kurzschlussleistung dadurch vielen kleinen Amplituden- und Phasensprüngen ausgesetzt sein, die sich dem zugrundeliegenden Spannungssignal überlagern und zu Verzerrungen führen. Zur Berechnung einer Schätzung des RoCoF im energietechnischen Sinn muss die Netzfrequenzschätzung differenziert werden - durch den Frequenzgang eines Differenzierers werden höherfrequente Störungen jedoch zusätzlich verstärkt. Bei der Berechnung ist daher die Differentiation bis zu einer Grenzfrequenz zulässig, darüber hinaus sollte jedoch eine Tiefpassfilterung erfolgen. Implizit wird dies beispielsweise in der Anwendungsregel 4120 des VDE gefordert [N29, Kap. 10.2.4.3], wo Anforderungen an Erzeugungsanlagen bei schnellen Frequenzänderungen gestellt werden. Hier wird der RoCoF über ein gleitendes Zeitfenster von 0,5 s, 1 s und 2 s definiert

(vgl. [183]). Diese Zeitfenster sollen auch zur RoCoF-Schätzung in diesem Kapitel herangezogen werden.

Wird die Netzfrequenzschätzung als eine durch rauschartige Fehler verfälschte Wertefolge gemäß [59, S. 417ff.] angesehen, so kann zur Berechnung der RoCoF-Schätzung ein glättender Differenzierer verwendet und ausgelegt werden. Als Besonderheit ist hier zu beachten, dass die Frequenzschätzung auf dem selbst netzfrequenzsynchronen MFEU-Takt erfolgt, was aufgrund der absoluten Zeitfensterangaben durch eine dynamische Anpassung der Filterkennlinie kompensiert werden muss. Zusätzlich soll das System als kausales System entworfen werden, um es in Echtzeit implementieren zu können.

3.8.2 Definition der Differenzierer

Es stehen viele Möglichkeiten zur Verfügung, entsprechende Differenzierer-Filter zu entwerfen. Hierzu sei auf [59, S. 405ff.] sowie die entsprechenden Filterentwurfstools von MATLAB verwiesen. Aufgrund der Notwendigkeit der Filterkennlinienanpassung an die aktuelle Netzfrequenzschätzung wird hier jedoch ein einfaches Filter gewählt, analog zu den Differenziererstufen der CIC-Filter [170]. Wird der kontinuierliche RoCoF $r_{\text{tw}}(t)$ als Differenz der Netzfrequenz in einem zeitlichen Abstand t_w , normiert auf dieses Zeitfenster, betrachtet, lässt sich für das kausale System schreiben:

$$r_{\text{tw}}(t) = \frac{f_r(t) - f_r(t - t_w)}{t_w}. \quad (3.139)$$

Im zeitdiskreten System kann diese Größe als Faltung mit der Impulsantwort eines nicht-rekursiven Filters der Länge $N_i + 1$ dargestellt werden. Sie ergibt sich dann zu:

$$h_{\text{tw}}[n] = \frac{1}{t_w} \begin{cases} 1 & \forall n = 0 \\ 0 & \forall n \in [1; N_i - 1] \\ -1 & \forall n = N_i. \end{cases} \quad (3.140)$$

Hierbei stellt N_i Anzahl der Abtastwerte auf dem MFEU-Takt dar, die der Breite des Messfensters für die Differenziation t_w am nächsten kommt:

$$N_i = \lfloor 2^\nu f_{\text{ec}}[n_\nu] t_w \rfloor. \quad (3.141)$$

Die Messung des RoCoF ist allerdings nur dann von Interesse, wenn sich die Netzfrequenz signifikant ändert. In diesem Fall ergibt sich beim vorgestellten Messkonzept eine sich ebenfalls anpassende Abtastrate der Netzfrequenzschätzung selbst - die Werte können nicht mehr annähernd als zeitlich äquidistant angesehen werden. Bei Anwendung eines konventionellen Differenzierfilters würde sich die Filterkennlinie auf einer absoluten Frequenzachse damit ändern und die RoCoF-Schätzung verfälschen. Diesen Effekt gilt es daher zusätzlich zu kompensieren:

Zunächst wird die Annahme getroffen, dass sich die Netzfrequenz im Intervall $t \in [t - t_w; t]$ nicht ändere. Dann lässt sich ein Zeitindex $n_{\nu,1}[n_\nu]$ im Intervall $[0; n_\nu - 1]$ definieren, der dem Zeitpunkt $t - t_w$ am nächsten liegt:

$$n_{\nu,1}[n_\nu] = n_\nu - N_i = n_\nu - \lfloor 2^\nu f_{\text{ec}}[n_\nu] t_w \rfloor. \quad (3.142)$$

Nun wird die Annahme etwas gelockert: Die Netzfrequenz ändere sich strikt linear im Intervall $[t - t_w; t]$. Dann lässt sich mit Hilfe des Indexes $n_{\nu,1}[n_\nu]$ das Mittel der Netzfrequenzschätzung im zwischen den Indices n_ν und $n_{\nu,1}[n_\nu]$ ermitteln. Derjenige Index, der für die eigentliche RoCoF-Schätzung verwendet wird, ergibt sich mit diesem Frequenzmittel zu:

$$\begin{aligned}
 n_{\nu,2}[n_{\nu}] &= n_{\nu} - \left\lfloor \frac{2^{\nu} (f_{\text{ec}}[n_{\nu}] + f_{\text{ec}}[n_{\nu,1}[n_{\nu}]])}{2} t_{\text{w}} \right\rfloor \\
 &= n_{\nu} - \lfloor 2^{\nu-1} (f_{\text{ec}}[n_{\nu}] + f_{\text{ec}}[n_{\nu,1}[n_{\nu}]]) t_{\text{w}} \rfloor.
 \end{aligned}
 \tag{3.143}$$

Damit lässt sich die RoCoF-Schätzung mit der sich dynamisch anpassenden Filterkennlinie wie folgt berechnen:

$$r_{\text{twc}}[n_{\nu}] = \frac{f_{\text{ec}}[n_{\nu}] - f_{\text{ec}}[n_{\nu,2}[n_{\nu}]]}{t_{\text{w}}}.
 \tag{3.144}$$

In Abb. 3.18 wird die Berechnung des Indexes $n_{\nu,2}[n_{\nu}]$ qualitativ veranschaulicht: Bei konstanter Netzfrequenz sind alle Abtastwerte äquidistant abgetastet. Die Differenz der aktuellen Messzeit $t_{\nu}[n_{\nu}]$ von derjenigen am Index $n_{\nu,1}[n_{\nu}]$ entspricht ungefähr - von der Quantisierung abgesehen - der gesuchten Zeitdifferenz t_{w} :

$$t_{\nu}[n_{\nu,1}[n_{\nu}]] \approx t_{\nu}[n_{\nu}] - t_{\text{w}}.
 \tag{3.145}$$

(Teilabb. a). Unterliegt die Netzfrequenz einer Änderung, so ändert sich aufgrund des netzfrequenzsynchrone Takts der MFEU auch das absolute Abtastintervall (Teilabb. b). Durch die nicht-äquidistante Abtastung gilt Gl. 3.145 nicht mehr. Allerdings kann der Frequenzschätzwert am Index $n_{\nu,1}[n_{\nu}]$ dazu verwendet werden, den Mittelwert der Frequenz in zwischen diesem und dem aktuellen Schätzwert zu ermitteln.

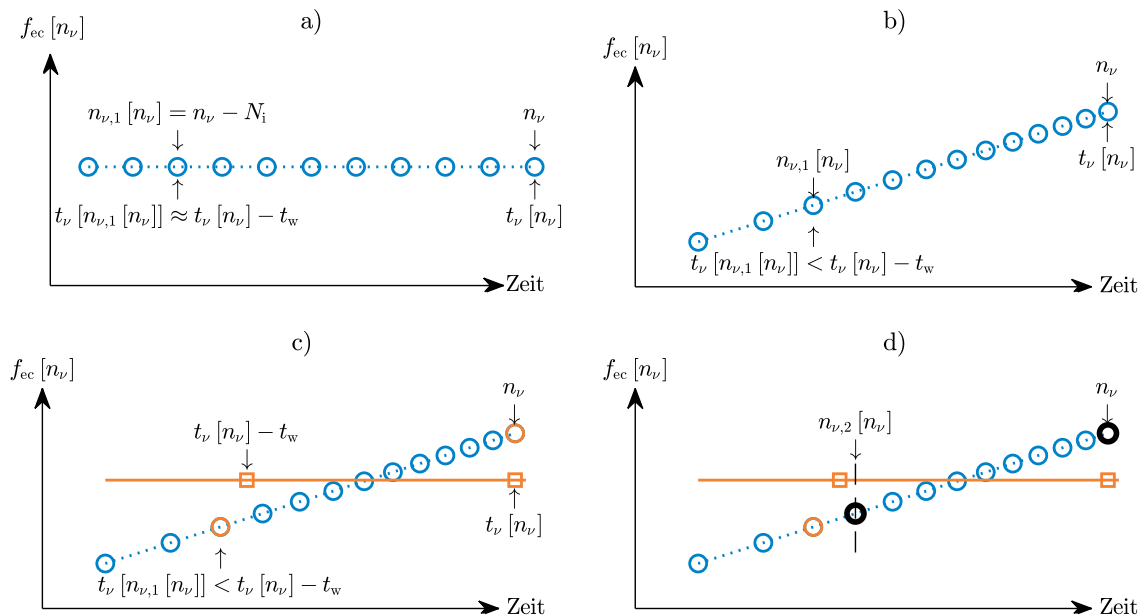


Abb. 3.18: Qualitative Darstellung der Berechnung der RoCoF-Schätzung.

Hierzu muss die Annahme der linearen Frequenzänderung in diesem Intervall getätigt werden (Teilabb. c). Mit diesem Mittelwert der Frequenz kann dann der Index $n_{\nu,2}[n_{\nu}]$ ermittelt werden, der die geringste Abweichung zum gesuchten Zeitpunkt $t_{\nu}[n_{\nu}] - t_{\text{w}}$ hat (Teilabb. d).

3.8.3 Frequenzgang des Filters

Im nächsten Schritt soll der Frequenzgang dieses glättenden Differenzierers ermittelt werden, um die Güte der Differentiation sowie der Tiefpassfilterung zu ermitteln.

Nullstellen des diskreten Differenzierers

Die z-Transformierte der Impulsantwort $h_{\text{tw}}[n]$ gemäß Gl. 3.140 ergibt sich zu

$$\underline{H}_{\text{tw}}(z) = \mathcal{Z}\{h_{\text{tw}}[n]\} = \sum_{n=0}^{N_i} h_{\text{tw}}[n] z^{-n} = \frac{1}{t_w} (1 - z^{-N_i}). \quad (3.146)$$

Dann kann mit $z = e^{j\Omega}$ nach den Nullstellen im Frequenzgang aufgelöst werden:

$$\underline{H}_{\text{tw}}(e^{j\Omega_0}) = 0 \quad \forall \quad \Omega_0 = \frac{2\pi}{N_i} k = \frac{2\pi}{\lfloor 2^\nu f_{\text{ec}}[n_\nu] t_w \rfloor} k \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z}. \quad (3.147)$$

Zur Darstellung auf einer absoluten Frequenzachse muss nach Gl. 2.18 mit der absoluten Abtastrate des MFEU-Takts multipliziert werden, wodurch sich die absoluten Nullstellen ergeben:

$$\omega_z = \frac{2\pi \cdot 2^\nu f_{\text{ec}}[n_\nu]}{\lfloor 2^\nu f_{\text{ec}}[n_\nu] t_w \rfloor} k. \quad (3.148)$$

Ab der Nullstelle bei $k = 1$ zeigt das Filter Tiefpasscharakter. Es wird ersichtlich, dass diese Grenzfrequenz durch Hinzufügen weiterer Nullen, also einer Vergrößerung von N_i , herabgesetzt werden kann.

Nullstellen des kontinuierlichen Differenzierers

Jetzt sollen die Nullstellen des kontinuierlichen RoCoF-Differenzierers gemäß Gl. 3.139 betrachtet werden. Sei $\mathcal{F}\{f_r(t)\}$ die Fourier-Transformierte der unbekannten, echten Netzfrequenz $f_r(t)$. Dann lässt sich damit auch die Fourier-Transformierte von $r_{\text{tw}}(t)$ berechnen:

$$\begin{aligned} \underline{R}_{\text{tw}}(j\omega) = \mathcal{F}\{r_{\text{tw}}(t)\} &= \frac{1}{t_w} \int_{-\infty}^{\infty} (f_r(t) - f_r(t - t_w)) e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{t_w} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f_r(t) e^{-j\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t - t_w) e^{-j\omega t} dt \right). \end{aligned} \quad (3.149)$$

Mit dem Verschiebungssatz der Fourier-Transformation lässt sich dann schreiben:

$$\underline{R}_{\text{tw}}(j\omega) = \frac{1}{t_w} (\mathcal{F}\{f_r(t)\} - \mathcal{F}\{f_r(t)\} e^{-j\omega t_w}) = \frac{1}{t_w} (1 - e^{-j\omega t_w}) \mathcal{F}\{f_r(t)\}. \quad (3.150)$$

Ohne weitere Kenntnis über $\mathcal{F}\{f_r(t)\}$ lässt sich feststellen, dass $\underline{R}_{\text{tw}}(j\omega)$ folgende Nullstellen hat:

$$\omega_c = \frac{2\pi}{t_w} k \quad \forall \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (3.151)$$

Wie erwartet wird die Fourier-Transformierte null beim Gleichteil mit $\omega = 0$. Darüber hinaus liegt die nächste Nullstelle analog zum digitalen Differenzierer für $k = 1$ bei $2\pi/t_w$.

Fehler im diskreten System

Beim Vergleich der Frequenzgänge des diskreten und des kontinuierlichen Differenzierers fällt auf, dass $\omega_z = \omega_c$ bei $k = 1$ gilt, wenn durch die Rundung bei der Berechnung von N_i kein Fehler entsteht:

$$\lfloor 2^\nu f_{ec} [n_\nu] t_w \rfloor = 2^\nu f_{ec} [n_\nu] t_w. \quad (3.152)$$

In dem Fall kürzt sich der Term $2^\nu f_{ec} [n_\nu]$ heraus. Abweichungen werden mit abnehmender Quantisierung durch die Rundung ebenfalls geringer, was sowohl bei längeren Glättungsintervallen t_w als auch für höhere Netzfrequenzschätzungen $f_{ec} [n_\nu]$ der Fall ist. Zur Abschätzung des Fehlers bei der RoCoF-Schätzung kann die Differenz zwischen der realen Zeitdifferenz und t_w berechnet werden. Diese ergibt sich zu

$$e_{\text{abs}} = \frac{N_i}{2^\nu f_{ec} [n_\nu]} - t_w. \quad (3.153)$$

Durch Normierung auf t_w lässt sich ein relatives Fehlermaß ermitteln:

$$e_{\text{rel}} = \frac{e_{\text{abs}}}{t_w} = \frac{N_i}{2^\nu f_{ec} [n_\nu] t_w} - 1 = \frac{\lfloor 2^\nu f_{ec} [n_\nu] t_w \rfloor}{2^\nu f_{ec} [n_\nu] t_w} - 1. \quad (3.154)$$

Dieses Fehlermaß ist in Abb. 3.19 für die gewählte Systemkonfiguration mit $\nu = 5$ abgebildet. In Teilabb. a ist zu sehen, dass der Fehler mit zunehmenden Werten für $f_{ec} [n_\nu]$ und t_w abnimmt, da die Quantisierung durch die Rundung feiner wird. In Teilabb. b wird der Bereich um 50 Hz gezeigt, in dem zu erkennen ist, wie die Filterkennlinie durch die Rundung umschaltet und der Fehler sägezahnförmig um null herum begrenzt wird. Für $t_w = 0,5$ s liegt der Fehler bei maximal 0,06%.

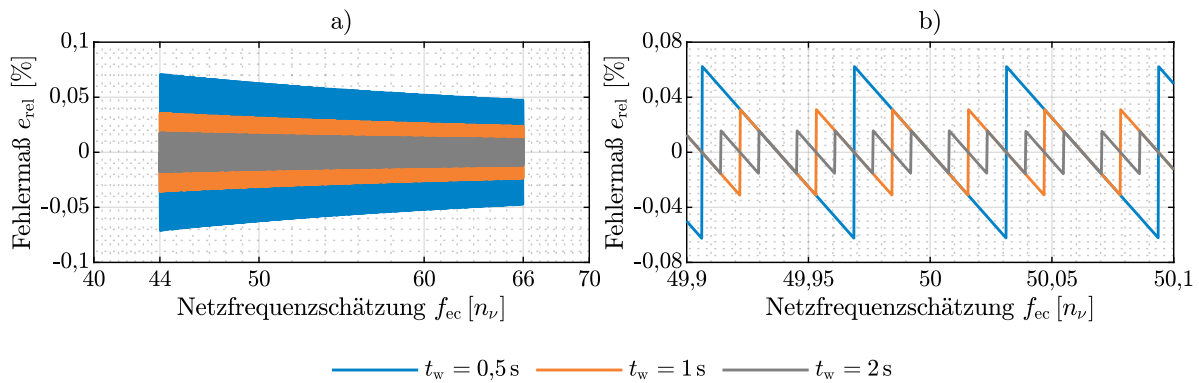


Abb. 3.19: Verlauf des relativen Fehlermaßes e_{rel} für drei Werte von t_w über dem Netzfrequenzbetriebsbereich des Systems.

Im Rahmen der Validierung in Kapitel 4.4.4 wird gezeigt, dass diese Fehlerbetrachtung mit dem während einer Frequenzrampe auftretenden Fehler in der RoCoF-Schätzung übereinstimmt.

3.9 Qualitätsindex

Zur Evaluation der Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung durch PQMS bedarf es spezieller Metriken. Dazu wird in diesem Kapitel ein neuartiger Qualitätsindex eingeführt, der eine einheitenlose Maßzahl für den Grad der Synchronizität einer Harmonischen auf einem DFT-Bin bzw. die Qualität der Phaseninformation darstellt, indem er die zeitliche Änderung der Phasenlage bewertet. Er kann auf Messdaten angewendet werden, um deren Synchronizität mit der Grundschwingung anzuzeigen. Die dahinterliegende Idee wird in Kapitel 3.9.2 erläutert, zunächst wird der Index noch in Formeln eingeführt. Der Qualitätsindex ist Gegenstand der Eigenveröffentlichung [C1].

3.9.1 Ansatz

Ausgangssignal für die Bestimmung des Qualitätsindexes ist das zweidimensionale Spektrum $\hat{\underline{X}}[l, m]$, das aus den SSQA-Ausgabewerten des PQMS gemäß Kapitel 3.6 berechnet wurde.

Berechnung des Indexes

Der reellwertige Qualitätsindex $Q[l, m] \in [0; 1]$ wird entlang des Periodenindex l für einen gegebenen Frequenzindex m berechnet:

$$Q[l, m] = \frac{\text{avg} \left\{ \text{Re} \left\{ \hat{\underline{X}}[l, m] \right\} \right\}^2 + \text{avg} \left\{ \text{Im} \left\{ \hat{\underline{X}}[l, m] \right\} \right\}^2}{\text{avg} \left\{ \left| \hat{\underline{X}}[l, m] \right|^2 \right\}}. \quad (3.155)$$

Hierbei steht die Operation $\text{avg} \{ \}$ für einen noch nicht näher spezifizierten Mittelungsprozess entlang des Periodenindex l . Der Qualitätsindex setzt die Summe des quadrierten Mittels des Realteils sowie des Imaginärteils des Eingangssignals ins Verhältnis zum gemittelten Betragsquadrat.

Mittelungsprozess

Der Mittelungsprozess kann auf verschiedenen Wegen realisiert werden. Für die Anwendung in dieser Arbeit wird ein exponentielles Glättungsfiler, also ein rückgekoppeltes Filter, verwendet. Für eine beliebige Größe $\underline{\mathcal{X}}[l, m] \in \mathbb{C}$ ergibt sich der Mittelungsprozess wie folgt:

$$\bar{\underline{\mathcal{X}}}[l, m] = \text{avg} \{ \underline{\mathcal{X}}[l, m] \} = b_0 \underline{\mathcal{X}}[l, m] + (1 - b_0) \bar{\underline{\mathcal{X}}}[l - 1, m]. \quad (3.156)$$

Die Grenzfrequenz und damit der Tiefpasscharakter des Filters wird über den Entwurfsparameter $b_0 \in [0; 1]$ eingestellt. Für die folgenden Überlegungen ist es sinnvoll, diesen Parameter logarithmisch auszudrücken, weshalb das Maß $\beta \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ eingeführt wird:

$$b_0 = \frac{1}{2^\beta}. \quad (3.157)$$

Für höhere Werte von β tendiert b_0 also gegen Null, wodurch der aktuelle Wert in Gl. 3.156 weniger stark gewichtet wird. Schnelle Änderungen werden damit zunehmend unterdrückt, der Tiefpasscharakter des Filters verstärkt. Zum Frequenzgang des exponentiellen Glättungsfilters sei auf den Anhang B.6 verwiesen. Für $\beta = 0$ gilt damit $Q[l, m] = 1$.

3.9.2 Idee

Im Falle voller spektraler Orthogonalität eines stationären periodischen Signals im Sinne von Kapitel 2.5 fällt jede Signalkomponente auf einen dedizierten DFT-Bin, der den Phasor der jeweiligen Signalkomponente vollständig repräsentiert. Die Nullstellen der Dirichlet-Kerne, mit denen das diskrete Ursprungsspektrum gefaltet wird, fallen genau auf die benachbarten DFT-Bins.

Synchronizität

Im Falle eines rauschfreien Signals ist die Phaseninformation auf dem jeweiligen DFT-Bin bei voller spektraler Orthogonalität konstant und ändert sich nicht über den Periodenindex l . Dieser Zustand ist erreicht, wenn die Frequenzschätzung des PQMS exakt ist, also $f_{ec}[n_\nu] = f_x(t_\nu[n_\nu])$ gilt und das Eingangssignal streng periodisch ist. Sobald dieser Zustand der Synchronizität verlassen wird, fängt die Phase des Phasors an, sich über die Zeit, also von Spektrum zu Spektrum entlang des Periodenindex l zu drehen. Durch die Rotation des Phasors folgen Real- und Imaginärteil einer Cosinus- bzw. Sinusfunktion, deren Winkelgeschwindigkeit vom Grad der Synchronizität abhängt. Der Qualitätsindex gemäß seiner Definition in Gl. 3.155 erfasst diese Änderungen, sie werden jedoch durch den Mittelungsprozess mit zunehmender Asynchronizität weiter gedämpft. Dadurch reduziert sich der Zähler des Bruchs in Gl. 3.155, während die Phasendrehung im Nenner aufgrund der Betragsbetrachtung keine Änderung hervorruft. Der Qualitätsindex nimmt ab.

Signal-Rausch-Verhältnis

Dem deterministischen Teil des Signals können sich Rauschprozesse additiv überlagern. In abgetasteten Signalen ist das Quantisierungsrauschen eine solche Rauschquelle (vgl. Kapitel 3.4.3), ferner sind die analogen Signale vor dem ADU ebenfalls Rauschprozessen wie thermischem Rauschen oder eingestrahltten elektromagnetischen Störungen ausgesetzt. Nachfolgend wird angenommen, dass auf den gemäß Kapitel 3.6 analysierten Signalen durch den PQMS-Algorithmus der Zustand voller spektraler Orthogonalität erreicht wurde. Dann ist keine Phasendrehung über dem Periodenindex l mehr zu erwarten. Durch den Rauschprozess werden sich Real- und Imaginärteil des jeweiligen DFT-Bins jedoch zwischen den einzelnen Periodenindices l durch das Rauschen ändern, wobei die Stärke der Änderung von der Leistung des Rauschprozesses abhängt. Dadurch kommt es bei der Berechnung der Phase zu einem Phasenrauschen. Bei der Berechnung des Zählers in Gl. 3.155 wird dieses Rauschen in Real- und Imaginärteil auf dem DFT-Bin über l durch die Tiefpassfilterung gedämpft, während im Zähler lediglich die Änderung im Betrag des Phasors gedämpft wird. Daher wird der Qualitätsindex mit zunehmender Rauschleistung abnehmen und sich im Falle eines reinen Rauschsignals am Eingang um einen von der Schärfe des Tiefpasscharakters der in Gl. 3.156 realisierten Mittelung abhängigen Erwartungswert einpendeln. In diesem Sinne kann der Qualitätsindex - unter der Annahme vollständiger spektraler Orthogonalität - als Maß zur Abschätzung des Signal-Rausch-Verhältnisses auf einem gegebenen DFT-Bin verwendet werden, also des Verhältnisses der deterministischen Signalleistung zur Rauschleistung. Diese Behauptung wird in Kapitel 3.9.4 mit Simulationen gestützt.

3.9.3 Validierung hinsichtlich Synchronizität

Zunächst soll die Reaktion des Qualitätsindex auf zunehmende Asynchronizität des Eingangssignals mit dem Messfenster untersucht werden. Dies erfolgt in einer Simulation mit einem Testsignal.

Testsignal

Es sei folgendes diskretes Testsignal gegeben, das auf dem Takt der SSQA-Ausgabedaten definiert sei, wobei N_q die Anzahl der gemessenen Perioden im aufgenommenen Signal abbilde:

$$u_x[n_\mu] = \cos\left(\frac{2\pi}{2^\mu} (h_0 + \hat{\delta}) n_\mu\right) \quad \forall n_\mu \in [0; 2^\mu N_q - 1]. \quad (3.158)$$

Die Störgröße $|\hat{\delta}| \in [0; 0,5]$ stellt das Maß der Asynchronizität dar, $h_0 \neq 0$ denjenigen DFT-Bin, auf den die Frequenzkomponente bei voller Synchronizität fallen soll und der später ausgewertet wird. Im nächsten Schritt wird dieses Signal der Signalverarbeitungskette gemäß Gl. 3.112 bis Gl. 3.116 zugeführt, woraus das zweidimensionale Spektrum $\hat{X}[l, m]$ berechnet wird, das wiederum die Eingangsgröße zur Berechnung des Qualitätsindex darstellt.

Ergebnisse

Als Fensterfunktion wird das Sinusrampenbasisfenster gemäß Kapitel 3.7 verwendet. Abb. 3.20 zeigt die Eigenschaften des Qualitätsindex in dieser Signalkonfiguration. Als Signalparameter wurde $h_0 = 10$ und $N_q = 200$ verwendet, wobei die Ergebnisse für andere Werte von h_0 gleich bleiben.

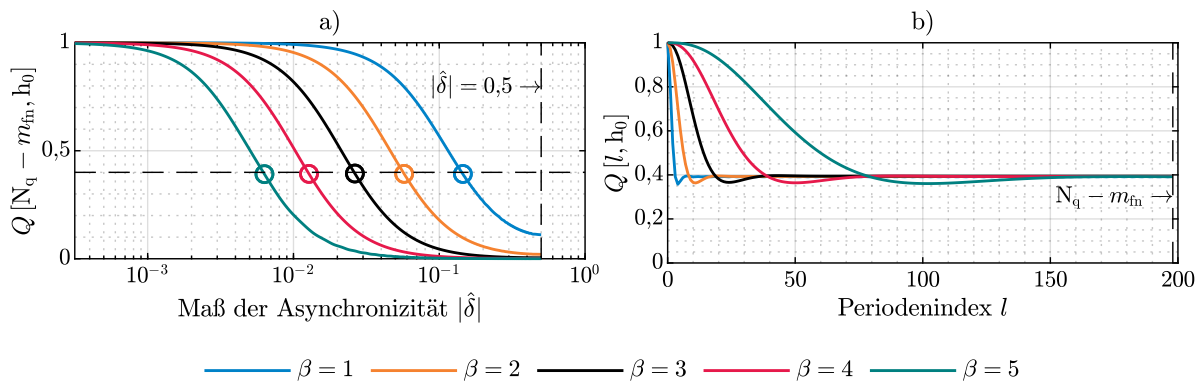


Abb. 3.20: Verhalten des Qualitätsindex auf dem DFT-Bin $h_0 = 10$ bei zunehmender Asynchronizität für verschiedene Werte von β über $N_q = 200$ Perioden. a) Qualitätsindex im eingeschwungenen Zustand auf dem letzten Periodenindex $N_q - m_{fn}$. b) Einschwingverhalten über Periodenindex l . Die jeweiligen Werte für $|\hat{\delta}|$ entsprechen den Markierungen in a).

In Teilabb. a ist der Qualitätsindex auf dem letzten Periodenindex $l = N_q - m_{fn}$ und dem DFT-Bin h_0 zu sehen. Mit zunehmender Asynchronizität nimmt der Index ab, wobei über den Entwurfsparameter β eingestellt werden kann, wie scharf der Index auf zunehmende Asynchronizität reagiert. Das hier dargestellte Verhalten ist symmetrisch für positive und negative Asynchronizitäten, weshalb nur der Betrag der Größe $\hat{\delta}$ aufgetragen wird.

Teilabb. b zeigt den Index auf dem DFT-Bin h_0 entlang des Periodenindex l . Der Einschwingprozess des exponentiellen Glättungsfilters ist abhängig vom gewählten Wert für β und nimmt für höhere Werte aufgrund der niedrigen Grenzfrequenz des Tiefpasses zu. Gleiches gilt bei gemessenen Signalen für die Reaktion auf die Veränderung von Signalparametern.

3.9.4 Validierung hinsichtlich Signal-Rausch-Verhältnis

In diesem Kapitel soll der vorgestellte Qualitätsindex hinsichtlich der Möglichkeit zur Abschätzung des Signal-Rausch-Verhältnisses ϱ untersucht werden.

Reaktion auf weißes Rauschen

Sei $x_r[n]$ ein mittelwertfreies weißes Rauschsignal der Länge N , dessen Rauschleistung σ_r^2 bekannt sei. Die Kovarianzfolge dieses Signals gemäß Gl. 2.75 nähert sich für $N \rightarrow \infty$ dem diskreten Dirac-Impuls an, das entsprechende Periodogramm zeigt eine konstante Rauschleistung über der gesamten Bandbreite. Wird die Signalverarbeitungskette aus Kapitel 3.6 zur Berechnung des zweidimensionalen Spektrums $\hat{X}[l, m]$ auf dieses Signal angewendet, so wird sich die Varianz der Real- und Imaginärteile auf einem Bin m entlang des Periodenindex wie folgt ergeben:

$$\text{Var} \left\{ \text{Re} \left\{ \hat{X}[l, m] \right\} \right\} = \text{Var} \left\{ \text{Im} \left\{ \hat{X}[l, m] \right\} \right\} = \frac{m_{\text{bw}}}{2m_{\text{fn}}} \sigma_r^2. \quad (3.159)$$

Dabei folgen $\text{Re} \left\{ \hat{X}[l, m] \right\}$ und $\text{Im} \left\{ \hat{X}[l, m] \right\}$ entlang l weiterhin der Ursprungsverteilung des Ausgangssignals $x_r[n]$. Die Rauschleistung nimmt mit der äquivalenten Rauschbandbreite m_{bw} des verwendeten Fensters zu und reduziert sich um den Faktor m_{fn} , da dies die Anzahl der Perioden pro DFT in der Signalverarbeitungskette gemäß Gl. 3.112 darstellt.

Einen entscheidenden Einfluss auf das Spektrum des Rauschprozesses hat das Überlappungsverhältnis r , das sich gemäß Gl. 3.114 als Funktion der Hauptkeulbreite m_{fn} der gewählten Fensterfunktion ergibt: Dadurch, dass sich die Signale teilweise überlappen, werden aufeinanderfolgende Werte entlang der l -Achse auf gegebenen DFT-Bins m nicht mehr voneinander stochastisch unabhängig sein. Wird die Kovarianzfolge gemäß Gl. 2.75 entlang eines DFT-Bins berechnet, so wird sich diese mit zunehmendem Überlappungsverhältnis weiter vom Dirac-Impuls entfernen. Damit wird auch das Periodogramm keine konstante Rauschleistung mehr anzeigen, da das Spektrum des Rauschprozesses mit dem Frequenzgang des exponentiellen Glättungsfilters multipliziert wird. Aus dem weißen Rauschprozess wird ein farbiger Rauschprozess. Aufeinanderfolgende Werte im Spektrum sind nicht mehr stochastisch unabhängig, was auch für die Phaseninformation gilt. Dadurch wird der daraus berechnete Qualitätsindex bei einem reinen Rauschprozess nicht null werden. Er wird sich in Abhängigkeit des gewählten Werts von β und des Überlappungsverhältnisses r einem Erwartungswert $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ annähern. Abb. 3.21 zeigt in Teilabb. a diesen stationären Endwert $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ in Abhängigkeit der Hauptkeulbreite m_{fn} der Fensterfunktionen. Es zeigt sich, dass die Unterschiede zwischen den einzelnen Fenstern vom Überlappungskoeffizienten $c(r)$ des Fensters am gegebenen Überlappungsverhältnis r abhängen. Die in Teilabb. a gezeigten Unterschiede folgen dem in Teilabb. b dargestellten Überlappungskoeffizienten. Stellt $E\{Q_{r,\beta}[l, m]\}$ den Erwartungswert für den Qualitätsindex entlang l unter Verwendung des Rechteckfensters bei gegebenen β dar, so kann $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ wie folgt berechnet werden:

$$\hat{Q}_{f,\beta}(r) = E\{Q_{r,\beta}[l, m]\} (1 + c(r)). \quad (3.160)$$

In Teilabb. b wird zusätzlich das resultierende Überlappungsverhältnis r gemäß Gl. 3.114 für verschiedene Hauptkeulbreiten m_{fn} dargestellt. Die zur Erzeugung dieser Darstellungen verwendeten Fensterfunktionen sind in der Bildunterschrift genannt.

Mit Kenntnis des Erwartungswerts $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ kann im nächsten Schritt eine Betrachtung des Verhaltens dieses Qualitätsindex bei Anwendung auf ein mit Rauschen überlagertes deterministisches Signal erfolgen. Es sei noch darauf hingewiesen, dass die Art des Rauschprozesses bzw. dessen Verteilungsfunktion für diese Betrachtungen keine Rolle spielen, solange es sich um einen Prozess mit konstanter Rauschleistungsdichte - also einen weißen Rauschprozess - handelt, dessen Rauschleistung σ_r^2 bekannt ist.

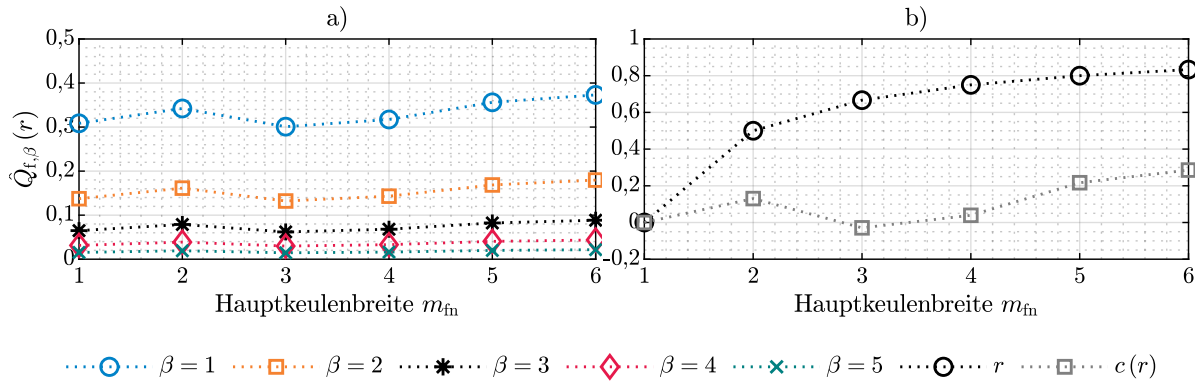


Abb. 3.21: a) Stationärer Endwert $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ für verschiedene Werte von β und verschiedene Fenster. b) Überlappungsverhältnis r gemäß Gl. 3.114 und Überlappungskoeffizient der Fenster $c(r)$. Fensterfunktionen: $m_{\text{fm}} = 1$: Rechteck, 2: Sinusrampenbasisfenster, 3: SFT3F, 4: SFT4F (beide aus [73]), 5: HFT90D, 6: HFT116D (beide aus [72]).

Reaktion auf rauschbehaftete Signale

Wird der Qualitätsindex als Verhältnis der deterministischen Signalleistung zur Rauschleistung angesehen, so wird er sich mit abnehmendem SNR dem Erwartungswert des reinen Rauschsignals $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ annähern. Ist das Ursprungssignal ein monofrequentes Signal, das bei einem gegebenen SNR ϱ mit einem weißen Rauschprozess überlagert wurde, so lässt sich folgende empirische Schätzung für den Erwartungswert des Qualitätsindex unter der Annahme vollständiger Synchronizität ($\hat{\delta} = 0$) aufstellen:

$$\hat{Q}_{\beta}(\varrho, r) = \frac{10^{\varrho/20} + \hat{Q}_{f,\beta}(r)}{10^{\varrho/20} + 1}. \quad (3.161)$$

Hierbei stellt der Ausdruck $10^{\varrho/20}$ die deterministische Signalleistung dar. Mit zunehmendem SNR ϱ wird er prävalent. Mit abnehmenden, gar negativen Werten für ϱ nähert er sich null, sodass sich $\hat{Q}_{\beta}(\varrho, r)$ für $\varrho \rightarrow -\infty$ asymptotisch $\hat{Q}_{f,\beta}(r)$ annähert. Gl. 3.161 kann mit einer einfachen Simulation verifiziert werden: Sei $x_r[n]$ ein weißes Rauschsignal mit der Rauschleistung $\sigma_r^2 = 1$. Dann kann im nächsten Schritt dieses monofrequente rauschbehaftete Signal formuliert werden:

$$x_{\varrho}[n] = 2 \cdot 10^{\varrho/20} \cos\left(\frac{2\pi}{2^{\mu}} h_0 n\right) + \sqrt{2^{\mu}} \cdot x_r[n]. \quad (3.162)$$

Dann wird die Signalverarbeitungskette der SSQA gemäß Kapitel 3.6 darauf angewendet und anschließend der Qualitätsindex $Q[l, m]$ berechnet. Da das Spektrum mittels DFT berechnet wird, verteilt sich die Rauschleistung des Signals auf einer endlichen Anzahl von 2^{μ} DFT-Bins. Bei einer höheren Abtastrate würde dies eine Verringerung der Rauschleistung pro DFT-Bin bedeuten. Um die DFT-Größe zu kompensieren, wird das Rauschsignal in Gl. 3.162 daher mit $\sqrt{2^{\mu}}$ multipliziert. Der Vorfaktor des deterministischen Teils ergibt sich zum einen aus dem Crest-Faktor einer sinusförmigen Schwingung und zum anderen aus der Tatsache, dass sich die Leistung der monofrequenten Schwingung im zweiseitigen Spektrum auf zwei DFT-Bins verteilt. Sei $Q_{\varrho,\beta,r}[l, m]$ der berechnete Qualitätsindex $Q[l, m]$ für gegebene Werte von SNR ϱ , β und r .

In Abb. 3.22 sind die Ergebnisse einer Simulation mit $N_q = 10^5$ Perioden und $h_0 = 3$ im Vergleich mit der Schätzung des Erwartungswerts gemäß Gl. 3.161 dargestellt. Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass sich der Erwartungswert für zunehmende Anzahl von Perioden im Ursprungssignal N_q dem Wert $\hat{Q}_{\beta}(\varrho, r)$ annähert:

$$\lim_{N_q \rightarrow \infty} E \{Q_{\varrho, \beta, r} [l, h_0]\} \approx \hat{Q}_{\beta}(\varrho, r). \quad (3.163)$$

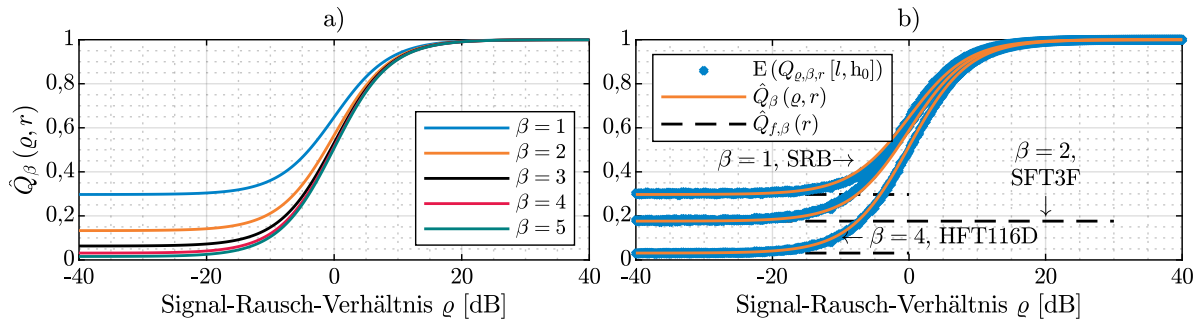


Abb. 3.22: Qualitätsindex bei verrauschten Signalen. a) Schätzung für den Erwartungswert $\hat{Q}_{\beta}(\varrho, r)$ in Abhängigkeit von ϱ unter Verwendung des Sinusrampenbasisfensters (SRB) mit $r = 0,5$. b) Vergleich zwischen Simulationsergebnis mit $N_q = 10^5$ und berechnetem Erwartungswert $\hat{Q}_{\beta}(\varrho, r)$ für verschiedene Kombinationen aus Fenster und β mit $h_0 = 3$.

Teilabb. a zeigt die Schätzung für den Erwartungswert $\hat{Q}_{\beta}(\varrho, r)$ für verschiedene β bei gegebenem $r = 0,5$ und Verwendung des Sinusrampenbasisfensters. In Teilabb. b wird anhand verschiedener Kombinationen von Fenster und β ersichtlich, dass die Schätzung gemäß Gl. 3.161 hinreichend genau ist. Für größere β ergibt sich $\hat{Q}_{\beta}(0, r) \approx 0,5$ bei $\varrho = 0$, wodurch sich die Verwendung des Qualitätsindex als Maß für das SNR bestätigt: Bei $\varrho = 0$ ist die Nutzsignalleistung gleich der Rauschsignalleistung, sodass sich das Verhältnis aus Nutzsignalleistung und Gesamtsignalleistung zu 0,5 ergibt.

4 Validierung

Das vorgestellte Messkonzept soll nachfolgend validiert werden. Da der Fokus dieser Arbeit auf dem digitalen Teil des Messsystems liegt, erfolgt dies zunächst in Simulationen. Das erlaubt die Verwendung eindeutiger Testsignale, die dem digitalen System zugeführt werden können und deren Zusammensetzung genau bekannt ist. Dadurch wird die Berechnung solcher Fehlermaße möglich, die die Abweichung zwischen Soll- und Istsignal anzeigen und dabei nur von den Fehlern entlang der digitalen Signalverarbeitungskette beeinflusst werden. Es werden verschiedene Testszenarien definiert, die der Simulation zugeführt werden. Die Beschreibung und Verifikation des Laborprototypen erfolgt in Kapitel 5.

4.1 Aufbau der Simulation

In diesem Abschnitt wird der Aufbau der Signale in den folgenden Testszenarien erklärt, zudem werden die zur Bewertung der Ergebnisse verwendeten Metriken eingeführt. Es werden ausschließlich Spannungen simuliert, da hierfür definierte Szenarien vorliegen.

4.1.1 Definition der Testsignale

Die Testsignale können als zeitkontinuierliche Signale beschrieben werden. Für jedes Testszenario werden eine Soll-Netzfrequenz $f_{\text{set}}(t)$, eine zeitvariante Amplitude $U_{\text{ex}}(t)$ sowie Phasenlage $\varphi_{\text{ex}}(t)$ definiert. Hierbei steht der Platzhalter $x \in \{u1, u2, u3\}$ für eine der drei Leiter-Erde-Spannungen. Für einphasige Szenarien gilt $x = u1$. Das kontinuierliche Testsignal ergibt sich damit zu

$$u_{\text{ex}}(t) = U_{\text{ex}}(t) \cos(\theta_{\text{ex}}(t)) + u_{\text{hx}}(t) + u_{\text{nx}}(t). \quad (4.1)$$

Der harmonische Phasorenwinkel $\theta_{\text{ex}}(t)$ wird aus der Soll-Netzfrequenz und der Soll-Phasenlage berechnet:

$$\theta_{\text{ex}}(t) = 2\pi \int_0^t f_{\text{set}}(\tau) d\tau + \varphi_{\text{ex}}(t). \quad (4.2)$$

Der Term $u_{\text{hx}}(t)$ stellt die harmonische Komposition des Signals abseits der Grundschiwingung dar. Hierfür wird das einseitige Soll-Spektrum $\underline{U}[h] \in \mathbb{C}$ mit $h \in [2; N_h]$ definiert, das die Phasoren der entsprechenden Harmonischen darstellt. Hierbei ist N_h die höchste im Signal enthaltene Harmonische. Das harmonische Zeitsignal kann wie folgt geschrieben werden:

$$u_{\text{hx}}(t) = \sqrt{2} \sum_{h=2}^{N_h} |\underline{U}[h]| \cos(h\theta_{\text{ex}}(t) + \arg\{\underline{U}[h]\}). \quad (4.3)$$

Der Term $u_{\text{nx}}(t)$ stellt einen Störterm dar und kann beispielsweise Rauschen oder zwischenharmonische Störungen enthalten. Auch er wird szenariospezifisch definiert.

4.1.2 Ein- und Ausgangsgrößen der Simulation

In den Simulationen werden die Messwandler nicht betrachtet. Für die Übertragungsfunktionen der einzelnen Übertragungskanäle aus dem Modell der Messkette gemäß Kapitel 2.5.1 wird Folgendes angenommen:

$$\underline{H}_{\ddot{u}}(s) = 1. \quad (4.4)$$

Das Zeitsignal $u_{ex}(t)$ wird ideal abgetastet und dem PQMS-Algorithmus zugeführt. Damit kann das Ausgangssignal des ADUs, mit dem die Simulation beginnt, mit der Abtastzeit $t_k[n_k]$ nach Gl. 3.2 berechnet werden:

$$u_{ax}[n_k] := u_{ex}(t_k[n_k]). \quad (4.5)$$

Die ideale Abtastung impliziert, dass die Abtastrate des ADU keine Abweichung von ihrem Nennwert aufweist, weshalb $f_{sn} = f_s$ gilt. Damit gilt für die Ausgabe der Netzfrequenzschätzung ebenfalls $f_{ec}[n_\nu] = f_e[n_\nu]$. Die PQMS-Signalverarbeitung ist gemäß der Beschreibung in Kapitel 3 implementiert und gibt das in Gl. 3.120 definierte einseitige Spektrum der harmonischen Spannung $\hat{\underline{U}}_x[l, h]$ zwischen dem Leiter x und Neutralleiter aus. Weiter berechnet werden die MFEU-Ausgaben wie die Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$, die RoCoF-Größen $r_{twc}[n_\nu]$ für $t_w \in \{0,5s, 1s, 2s\}$ sowie die Phasoren der Grundschiwingung $\hat{\underline{X}}[n_\nu]$. Die Anzahl der ausgegebenen Werte beträgt $N_q \in \mathbb{N}$ Grundperioden bei den spektralen Schätzgrößen, die Ausgaben auf dem Takt der MFEU weisen 2^ν Werte pro Grundperiode auf.

4.1.3 Metriken

Zur Bewertung der Güte der Systemausgaben werden verschiedene Metriken verwendet. Zur Auswertung der Frequenzmessung kann der Frequenzfehler

$$e_f[n_\nu] = f_{ec}[n_\nu] - f_{set}(t_\nu[n_\nu]) \quad (4.6)$$

aus der Differenz zwischen der Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ und dem Sollwert der Netzfrequenz zum mit n_ν korrespondierenden Zeitpunkt $t_\nu[n_\nu]$ gebildet werden. Zur Quantifizierung spektraler Fehler wird der in [N7, Kap. 5.2.1] beschriebene Vektorfehler (engl. *Total Vector Error*, TVE) verwendet und hinsichtlich harmonischer Signale erweitert. Mit $\hat{\underline{U}}_x[l, h]$ lässt sich die Abweichung zum Sollspektrum $\underline{U}[h]$ wie folgt berechnen:

$$e_v[l, h] = \sqrt{\frac{\text{Re}\left\{\hat{\underline{U}}_x[l, h] - \underline{U}[h]\right\}^2 + \text{Im}\left\{\hat{\underline{U}}_x[l, h] - \underline{U}[h]\right\}^2}{|\underline{U}[h]|^2}}. \quad (4.7)$$

Der Vektorfehler bezieht sowohl Abweichungen in der Amplitude als auch der Phasenlage gleichermaßen mit ein. Für einen gegebenen Wert von $e_v[l, h]$ liegt der Wert von $\hat{\underline{U}}_x[l, h]$ auf einer Kreisbahn um $\underline{U}[h]$, deren Radius dem Verhältnis der Beträge der beiden Größen entspricht (vgl. [N7, Kap. C.2]). Der Idealwert ist null. Bei der Berechnung des Vektorfehlers im stationären Zustand kann ein Mittelwert über mehrere Perioden berechnet werden. Die Mittelung erfolgt zwischen zwei szenariospezifisch definierten Indices l_{st} und l_{sp} :

$$\bar{e}_v[h] = \frac{1}{l_{sp} - l_{st} + 1} \sum_{l=l_{st}}^{l_{sp}} e_v[l, h]. \quad (4.8)$$

Zur Evaluation der Synchronizität der DFT-Bins im Szenario kann zusätzlich der in Kapitel 3.9 vorgestellte Qualitätsindex $Q[l, h]$ verwendet werden. Sein Idealwert ist 1. Auch für ihn kann ein Mittelwert entlang der Periodenachse l gebildet werden:

$$\bar{Q}[h] = \frac{1}{l_{\text{sp}} - l_{\text{st}} + 1} \sum_{l=l_{\text{st}}}^{l_{\text{sp}}} Q[l, h]. \quad (4.9)$$

Ist der Qualitätsindex nahe an seinem Idealwert, wird die Abweichung von 1 berechnet. Diese kann auf einer logarithmischen Skala besser dargestellt werden und ergibt sich zu

$$e_Q[l, h] = 1 - Q[l, h]. \quad (4.10)$$

Von diesem Fehlermaß kann analog zu Gl. 4.8 auch ein Mittelwert $\bar{e}_Q[h]$ entlang des Periodenindex ab l_{st} berechnet werden. Weiterhin kann das Spektrum $\hat{U}_x[l, h]$ entlang der Zeitachse gemittelt werden. Dieses gemittelte Betragsspektrum wird wie folgt berechnet:

$$\hat{U}_x[h] = \frac{1}{l_{\text{sp}} - l_{\text{st}} + 1} \sum_{l=l_{\text{st}}}^{l_{\text{sp}}} |\hat{U}_x[l, h]|. \quad (4.11)$$

Zusätzlich zu den oben eingeführten Größen soll der im gleichen Beobachtungszeitraum vorliegende mittlere Frequenzfehler für den Zeitraum für die Perioden $l \in [l_{\text{st}}; l_{\text{sp}}]$ ermittelt werden. Hierzu wird über alle $e_f[n_\nu]$ innerhalb dieses Bereichs arithmetisch gemittelt:

$$\bar{e}_f = \frac{1}{2^\nu (l_{\text{sp}} - l_{\text{st}} + 1)} \sum_{l=l_{\text{st}}}^{l_{\text{sp}}} \sum_{i=0}^{2^\nu - 1} e_f[2^\nu l + i]. \quad (4.12)$$

Neben den eingeführten und zwischen zwei Periodenindices l_{st} und l_{sp} berechneten Mittelwerten werden an dieser Stelle noch zwei weitere statistische Maße zur Auswertung eingeführt. Sei \bar{x} ein dementsprechend berechneter Mittelwert der Folge $x[l]$. Dann ergibt sich die empirische Standardabweichung σ_x im betrachteten Bereich wie folgt (vgl. [45, S. 653ff.]):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{l_{\text{sp}} - l_{\text{st}}} \sum_{l=l_{\text{st}}}^{l_{\text{sp}}} (x[l] - \bar{x})^2} \quad (4.13)$$

Analog hierzu kann die Standardabweichung für die Ausgabewerte auf der MFEU-Zeitbasis berechnet werden. In den nachfolgenden Betrachtungen zeigen sich viele Schätzwerte entlang des jeweiligen Zeitindex normalverteilt bzw. können in guter Näherung als normalverteilt angenommen werden. Dann liegen gemäß der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung etwa 95 % aller Schätzwerte in einem Intervall von $\pm 1,96\sigma_x$ um den Mittelwert. Dieser Wert wird nachfolgend in statistischen Betrachtungen verwendet und als 1,96 σ -Wert bezeichnet.

4.1.4 Implementierung der Simulation

In der Simulation kommen 64-Bit-Fließkommazahlen als Datentyp zur Anwendung. Komplexe Größen verwenden jeweils für Real- und Imaginärteil eine Breite von 64 Bit. Durch diese Datenbreite können Quantisierungseffekte der Fließkommaarithmetik in den nachfolgenden Betrachtungen vernachlässigt werden. Auf diese Behauptung wird in Anhang B.5 genauer eingegangen. Dadurch kann der Einfluss der Quantisierung am ADU gesondert nachgebildet und mit den Ausgaben des nicht-quantisierten Systems verglichen werden. Soll im abgetasteten Signal $u_{ax}[n_k]$ eine Quantisierung nachgebildet werden, wird Gl. 4.5 wie folgt erweitert:

$$u_{ax}[n_k] = \left\lfloor u_{ex}(t_k[n_k]) \frac{2^{\Lambda-1}}{U_{sc}} \right\rfloor \cdot \frac{U_{sc}}{2^{\Lambda-1}}. \quad (4.14)$$

Analog zu Kapitel 3.4.3 stellt Λ die Auflösung des ADU in Bit inklusive Vorzeichenbit dar. U_{sc} entspricht der Spannung, bei der Vollausschlag erreicht wird. Die gewählte nominale Abtastrate von $f_{sn} = 20 \text{ MSA/s}$ sorgt für eine entsprechend hohe Auslastung der zur Simulation verwendeten Hardware. Daher wird die Signaldauer der einzelnen Simulationen T_{sim} für jedes Testszenario separat definiert und dabei so gering wie möglich und so hoch wie nötig gewählt. Die Testszenarien werden in der Regel als einphasige Szenarien definiert, sofern die Eigenschaften der dreiphasigen Netzfrequenzschätzung nicht explizit im Fokus der Untersuchung stehen.

4.1.5 Testszenarien

Die in dieser Arbeit verwendeten Testszenarien orientieren sich an denen, die im IEEE-Standard 60255-118-1 zu Synchrophasor-Messgeräten vorgeschlagen werden (vgl. [N7, Kap. 6]). Der Zweck der Prüfungen im Standard ist die Prüfung der Güte von PMUs, die den Grundschningsphasor sowie Netzfrequenz und RoCoF messen. Harmonische werden als Störung betrachtet, die es zu dämpfen gilt. Eine PMU gibt ihre Werte zudem in einer definierten, mit der Weltzeit UTC auf wenige Nanosekunden genau synchronisierten Ausgaberate (engl. *reporting rate*) aus.

Der IEEE-Standard definiert darüber hinaus Grenzwerte, die die PMU-Ausgaben beim Durchlauf dieser Szenarien einzuhalten haben. In einigen dieser Szenarien sind die Grenzwerte selbst Funktionen der Ausgaberate (engl. *reporting rate*) der zu testenden PMU. Während PMUs diese Rate in sehr feinen Grenzen UTC-synchron einhalten müssen, weist das PQMS aufgrund des Systementwurfs eine variable Abtastrate auf. Die zugrundeliegende Messaufgabe ist auch eine andere: Harmonische sind keine Stör-, sondern Messgrößen, deren Betrag und Phase es zu quantifizieren gilt. Insofern ist eine direkte Prüfung auf die Grenzwerte dieses Standards nicht möglich. Dennoch bieten die Prüfungen des Standards eine Orientierung, wie die Testszenarien in diesem Kapitel gestaltet werden können. Sie bedürfen jedoch einiger Adaption.

Im Folgenden werden als Prüfungen der stationäre Zustand (engl. *steady state*), die Frequenzrampe sowie der Amplituden-/Phasensprung aus dem Standard übernommen und adaptiert. Zusätzlich werden zwei neue Prüfungen definiert: Niederfrequente Zwischenharmonische und Asymmetrie im Drehstromsystem. Letzteres ist das einzige Szenario, das in dreiphasiger Konfiguration simuliert wird.

4.2 Abschätzung des Interpolationsfehlers

Der durch das gewählte Interpolationsverfahren verursachte Fehler im Signal kann nach Kapitel 2.7.8 nur bei Kenntnis des zugrundeliegenden Signals eindeutig ermittelt werden. In diesem Kapitel wird anhand von Testsignalen eine Abschätzung dieses Fehlers vorgenommen.

4.2.1 Testszenario

Gemäß [172, S. 878] hängt das Restglied $R_{\text{int}}(\lambda_i)$ aus Gl. 2.96 bei einer Lagrange-Interpolation N-ten Grades von der N-ten Ableitung der Originalfunktion ab. Im Falle der hier verwendeten Lagrange-Interpolation zweiter Ordnung ist die zweite Ableitung demnach maßgeblich für den Interpolationsfehler. Dieser Sachverhalt wird im Folgenden für ein periodisches Signal betrachtet: Durch zweifache Ableitung des im Kapitel zur Fourier-Reihe in Gl. 2.15 definierten periodischen Signals ergibt sich

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = - \sum_{h=1}^{\infty} a[h] (h\omega)^2 \cos(h\omega t + \varphi[h]). \quad (4.15)$$

Die Amplitude der einzelnen harmonischen Komponenten der zweiten Ableitung hängt demnach quadratisch von der Kreisfrequenz der jeweiligen harmonischen Komponente $(h\omega)^2$ ab. Der Interpolationsfehler nimmt somit für höhere Frequenzen quadratisch zu. Für das Spektrum des Interpolationsfehlers sind entsprechende Periodizitäten im Fehlersignal maßgeblich, die im Spektrum für Störungen sorgen können.

Analog zu den Testszenarien der Frequenzmessung sei ein kontinuierliches Signal $u_{\text{ex}}(t_k[n_k])$ gegeben, das ideal am ADU mit der Abtastrate $f_{\text{sn}} = 20 \text{ MSa/s}$ abgetastet werde (analog zu Gl. 4.4 und Gl. 4.5). Am Ausgang des Interpolators wird gemäß Gl. 3.80 das interpolierte Signal $u_{\text{ix}}[n_\lambda]$ auf dem Interpolatortakt n_λ ausgegeben. Da gemäß Gl. 3.3 der mit n_λ korrelierende Zeitpunkt berechnet werden kann, ergibt sich das Idealsignal auf der Zeitbasis des Interpolatorausgangs aus der idealen Abtastung zum Zeitpunkt $t_\lambda[n_\lambda]$:

$$\tilde{u}_{\text{ix}}[n_\lambda] = u_{\text{ex}}(t_\lambda[n_\lambda]). \quad (4.16)$$

Zur Abschätzung des Interpolationsfehlers werden einfache harmonische Schwingungen mit konstanter Frequenz verwendet. In Bezug auf die Notation aus Gl. 4.1 haben die verwendeten Testsignale die in Tabelle 4.1 beschriebenen Eigenschaften.

Tabelle 4.1: Größen in der Simulation zur Abschätzung des Interpolationsfehlers

Größe	Wert
$U_{\text{ex}}(t)$	0
$\varphi_{\text{ex}}(t)$	0
$f_{\text{set}}(t)$	0
$u_{\text{hx}}(t)$	0
$u_{\text{nx}}(t)$	$\cos(2\pi f_t t)$
T_{sim}	0,5 s
f_t	5 kHz / 500 kHz

Um ausschließlich den Einfluss der Interpolation zu bestimmen, wird das Ausgangssignal des Interpolators mit einem festen Unterabtastfaktor $\varsigma \in [0,5; 1]$ berechnet. Die Zeitbasis am Interpolatorausgang ergibt sich damit zu

$$t_\lambda[n_\lambda] = \frac{n_\lambda}{f_{\text{sn}}\varsigma}. \quad (4.17)$$

4.2.2 Fehlermaß

Das Fehlermaß $e_{\text{int}}[n_\lambda]$ kann aus der Differenz des interpolierten Signals $u_{ix}[n_\lambda]$ und des Idealsignals $\tilde{u}_{ix}[n_\lambda]$ berechnet werden:

$$e_{\text{int}}[n_\lambda] = u_{ix}[n_\lambda] - \tilde{u}_{ix}[n_\lambda]. \quad (4.18)$$

Aufgrund der Linearität der Fourier-Transformation lässt sich das Spektrum des interpolierten Signals damit als Summe der Fourier-Transformierten des Idealsignals und des Fehlerterms darstellen:

$$\mathcal{F}\{u_{ix}[n_\lambda]\} = \mathcal{F}\{\tilde{u}_{ix}[n_\lambda]\} + \mathcal{F}\{e_{\text{int}}[n_\lambda]\}. \quad (4.19)$$

Es wird ersichtlich, dass der Interpolationsfehler auch im Spektralbereich als additive Störung dem Spektrum des idealen Interpolationssignals überlagert wird. Da Periodizitäten im Interpolationsfehler stark von der Signalkomposition abhängen und a priori schwer zu bestimmen sind, wird zur spektralen Betrachtung des Interpolationsfehlers ein gemittelttes modifiziertes Periodogramm nach der Methode von Welch gemäß seiner Definition in Kapitel 2.7.4 bzw. Gl. 2.76 und Gl. 2.78 verwendet:

$$\underline{E}_{\text{int}}[m] = \text{Per}\{e_{\text{int}}[n_\lambda]\}. \quad (4.20)$$

Für die Berechnung dieses Periodogramms wird ein Überlappungsverhältnis von $r = 0,5$ verwendet, als Fenster das in Kapitel 3.7 definierte Sinusrampenbasisfenster. Die Länge N der einzelnen Sektionen berechnet sich aus dem Unterabtastfaktor zu

$$N = \frac{10^5 f_{\text{sn}}}{[f_{\text{sn}} T \varsigma]}. \quad (4.21)$$

Damit wird eine zufriedenstellende Frequenzauflösung des Periodogramms erreicht. Da hier keine netzfrequenzsynchrone Unterabtastung erfolgt, kann für den Frequenzindex m eine absolute Frequenzachse berechnet werden:

$$f[m] = \frac{m f_{\text{sn}} \varsigma}{N}. \quad (4.22)$$

Die weitere Tiefpassfilterung mit Unterabtastung durch die entsprechenden Filter der TPK-Stufe wirkt sich aufgrund der Linearität der Faltung ebenfalls linear auf den Interpolationsfehler aus. Da vor allem Fehler im Durchlassbereich der Filterkaskade interessant sind, reicht es für die Abschätzung des Fehlers aus, direkt den Interpolatorausgang zu betrachten.

4.2.3 Ergebnisse

Die Periodogramme des Interpolationsfehlers $\underline{E}_{\text{int}}[m]$ für die in Tabelle 4.1 definierten Signale sind in Abb. 4.1 gezeigt. In Teilabb. a ist der Fehler für das Signal mit $f_t = 5$ kHz abgebildet. Das Grundrauschen des Fehlers liegt bei etwa -300 dB und damit nur etwas oberhalb des mit 64-Bit-Fließkommazahlen zu erwartenden Dynamikbereichs (vgl. Anhang B.5). Sowohl im gewünschten

Durchlassbereich als auch darüber hinaus sind vereinzelte Spitzen im Spektrum zu sehen, die bis etwa -210 dB reichen. In diesem Fall ist der Interpolationsfehler kleiner als das gemäß der Überlegungen in Kapitel 3.4.3 zu erwartende Signal-Rausch-Verhältnis bei der Spektralanalyse und damit vernachlässigbar. Im Bereich um f_t zeigt sich eine breite Keule bis etwa -180 dB, die jedoch auch auf den Leck-Effekt zurückzuführen ist, dem das diskrete Fehlersignal $e_{\text{int}}[n_\lambda]$ ebenfalls ausgesetzt ist.

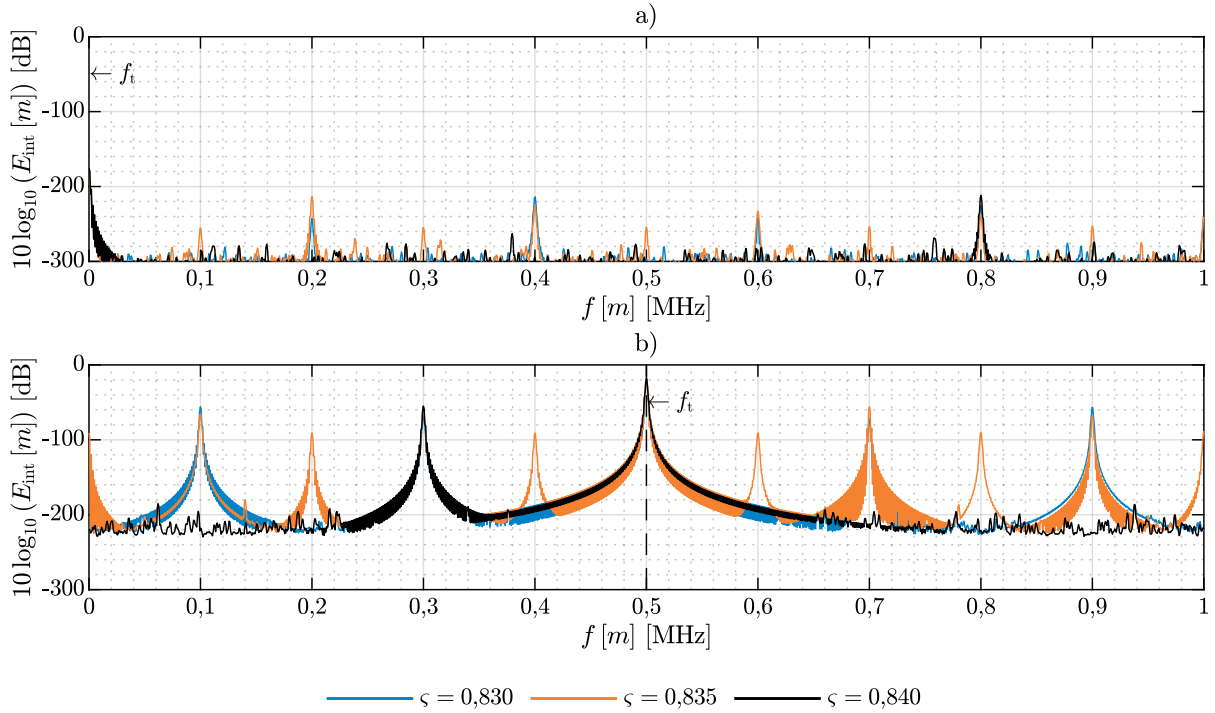


Abb. 4.1: Gemitteltetes modifiziertes Periodogramm des Interpolationsfehlers $\underline{E}_{\text{int}}[m]$ für verschiedene Unterabtastfaktoren ς mit a) $f_t = 5$ kHz, b) $f_t = 500$ kHz.

In Teilabb. b wird der gleiche Sachverhalt für $f_t = 500$ kHz gezeigt. Hier sind wesentlich höhere Keulen im Spektrum zu sehen. Die Fehler reichen bis etwa -55 dB, wobei die Hauptkeule um den Bereich um f_t herum zu sehen ist. Es treten Fehlerkeulen im Durchlassbereich der TPK-Stufe auf, die damit nicht herausgefiltert werden können. Die hier gezeigte Simulation zeigt drei sehr dicht beieinander liegende Unterabtastfaktoren um $\varsigma \approx 0,835$. Die Periodogramme der Fehler unterscheiden sich trotz geringer Unterschiede im Unterabtastfaktor signifikant voneinander. Obwohl auf einigen Frequenzen alle drei Unterabtastfaktoren Fehlerkeulen zeigen, treten Periodizitäten im Fehlersignal auch auf verschiedenen Frequenzen auf.

4.2.4 Diskussion

Die Antwort auf die Frage, inwiefern die spektralen Fehler durch die Verwendung der Lagrange-Interpolation zweiten Grades bei der Analyse der Spannungsqualität im Sinne dieser Arbeit eine Rolle spielen, kann damit abgeschätzt, aber noch nicht abschließend beantwortet werden. Da in den folgenden Kapiteln bei der Validierung der Güte der Spektralanalyse die Ausgangssignale jedoch bekannt sind, könnten Artefakte im Spektrum, die nicht aus dem Ursprungssignal stammen, eindeutig als Interpolationsfehler identifiziert werden.

Die dargestellten Periodogramme sind die Ergebnisse von Simulationen, bei denen eine einzelne harmonische Schwingung ohne zusätzliches Rauschen mit einer Amplitude von 1 als Testsignal

verwendet wurde. Es ist zu erwarten, dass höherfrequente Signale im zwei- und dreistelligen Kilohertzbereich gegenüber den niederfrequenten Signalen signifikant geringere Amplituden aufweisen. Ferner zeigen sich die großen Unterschiede im Fehlerspektrum bei kleinen Änderungen des Unterabtastfaktors. Durch die Konstruktion der MFEU wird dieser pro Grundperiode 2^ν mal neu aus dem Ausgang der Reglerstufe berechnet. Bei der Spektralanalyse gemäß Kapitel 3.6 bedeutet dies, dass sich dieser Faktor im der DFT zugeführten Messfenster $2^\nu m_{\text{fn}}$ mal geändert hat. Es ist nicht zu erwarten, dass das Fehlersignal im Spektrum derart homogen wird, dass es als farbiger Rauschprozess modelliert werden kann - jedoch darf vermutet werden, dass sich die Fehlerleistung auf ein breites Frequenzband verteilt und somit das Signal-Rausch-Verhältnis zwar negativ beeinflusst wird, zwischen Nutz- und Rauschsignal jedoch noch ausreichend vertikaler Abstand bestehen bleibt.

In den folgenden Kapiteln wird die Güte der spektralen Auswertung mittels PQMS anhand von harmonischen Testsignalen bewertet. Dort lassen sich die Einflüsse des Interpolationsfehlers auf die Systemausgabedaten zusätzlich evaluieren.

4.3 Stationärer Zustand

Das Testszenario zum stationären Zustand (engl. *steady state*) ist in [N7, Kap. 6.3] definiert. Es sieht vor, dass alle Randbedingungen während einer Messung oder Simulation konstant gehalten werden. In mehreren Durchgängen werden diese Randbedingungen variiert. Das Ziel dieser Tests ist die Ermittlung der Minima der vorgestellten Fehlermaße, die im stationären Zustand mit PQMS erreicht werden können. Dieses Testszenario wird das PQMS in einphasiger Konfiguration simuliert.

4.3.1 Testsignale

Während der Standard eine Frequenzabweichung von maximal 5 Hz nach oben und unten vorsieht, wird hier der gesamte Betriebsbereich des Messsystems durchfahren. Als Nennspannung wird der Sollwert der Leiter-Erde-Spannung für Niederspannungsnetze $U_n = 230 \text{ V}$ verwendet. Um eine gleichbleibende Anzahl von Werten pro Szenario auszuwerten, wird die Dauer der Simulation T_{sim} von der Anzahl der auszuwertenden Grundperioden N_{cyc} abhängig gemacht. Hinzu kommen noch 100 Perioden, um den eingeschwungenen Zustand vor der Auswertung herzustellen, da im Rahmen dieses Testszenarios auch der Einschwingprozess des Systems betrachtet wird. Tabelle 4.2 beschreibt die Größen des Testsignals in diesem Szenario. Zunächst wird ohne zusätzliche Quantisierung der Werte simuliert. In einem zweiten Durchgang entsprechen die Parameter zur Nachbildung der Skalierung den Werten des ADU im Laborprototypen, der eine nominale Auflösung von $\Lambda = 12 \text{ Bit}$ aufweist. Weiterhin wird auch die Genauigkeit bei einer Auflösung von $\Lambda = 8 \text{ Bit}$ betrachtet.

Tabelle 4.2: Parameter der Testsignale zum stationären Zustand

Größe	Wert
$U_{\text{ex}}(t)$	$\sqrt{2}U_n$
$\varphi_{\text{ex}}(t)$	0
$f_{\text{set}}(t)$	44 Hz / 50 Hz / 60 Hz / 66 Hz
$\underline{U}[h]$	siehe Gl. 4.23
N_h	11.501
$u_{\text{nx}}(t)$	0
T_{sim}	$(N_{\text{cyc}} + 100) / f_{\text{set}}(t)$
N_{cyc}	700
U_{sc}	500 V
Λ	keine Quantisierung / 8 Bit / 12 Bit

Der harmonische Term $u_{\text{hx}}(t)$ im Signal ergibt sich gemäß Gl. 4.3 aus dem Soll-Spektrum des Signals, das wie folgt definiert ist:

$$\underline{U}[h] = \begin{cases} e^{jh\frac{\pi}{100}} & \forall \frac{h-1}{100} \in \mathbb{N} \\ e^{jh\frac{\pi}{4}} & \forall h \in \{5, 7, 9, 11\} \\ 0 & \text{andernfalls.} \end{cases} \quad (4.23)$$

Das Signal enthält niedergradige Harmonische, um die Resilienz des Algorithmus gegenüber Harmonischen zu überprüfen. Weiterhin werden im Abstand von 100 harmonischen Indices Signale aufmoduliert, die sich über den gesamten Arbeitsbereich des Systems bis $f_g = 500$ kHz erstrecken. Die höchste aufmodulierte harmonische Ordnung N_h ergibt sich aus dem harmonischen Index, den die Grenzfrequenz f_g im maximal gestauchten Zustand des Systems bei einer Netzfrequenz von $f_{\min} = 44$ Hz hat. Die Effektivwerte der einzelnen harmonischen Komponenten betragen 1 V. Damit liegen deren Sollwerte im Betragsspektrum auf der 0 dB-Linie. Die Soll-Netzfrequenz $f_{\text{set}}(t)$ wird in vier Schritten iteriert: Je eine Simulation für die beiden Nominalwerte 50 Hz und 60 Hz sowie für die beiden Randwerte 44 Hz und 66 Hz. T_{i0} wird gemäß Gl. 3.52 für das 44 Hz- und das 50 Hz-Szenario mit $f_n = 50$ Hz initialisiert, ansonsten mit $f_n = 60$ Hz.

4.3.2 Ergebnisse der Netzfrequenzschätzung

Wie in Kapitel 3.4.7 beschrieben, wird das Abtastintervall am Interpolator $T_i[n_\nu]$ zunächst für zwei Perioden auf dem Initialwert T_{i0} belassen, der aus dem Nominalwert der Netzfrequenz f_n berechnet wurde. Dies erlaubt eine Initialisierung der Speicherstellen der Filter ohne Beeinflussung der Regelung. Nach Aktivierung der Regelung erfolgt der Einschwingprozess. Abb. 4.2 zeigt den Betrag des Frequenzfehlers $e_f[n_\nu]$ für die vier simulierten Soll-Netzfrequenzwerte auf einer logarithmischen Skala. Zu sehen ist sowohl das Verhalten des Systems mit der Quantisierung der Fließkommazahlen, als auch mit der 12-Bit-Quantisierung, die am Laborprototypen verwendet werden wird. Wie erwartet zeigt sich die Frequenzschätzung resilient gegenüber den Harmonischen. Die Ergebnisse dieses Szenarios unterscheiden sich nur minimal von denen ohne harmonische Kontamination. Aufgrund der Gestaltung des Filters der TP_F-Stufe fallen Harmonische im eingeschwungenen Zustand mit den Nullstellen des Filters überein. Je größer der Frequenzfehler $e_f[n_\nu]$ dabei wird, desto weniger fallen die Nullstellen überein und desto geringer wird die Dämpfung der Harmonischen.

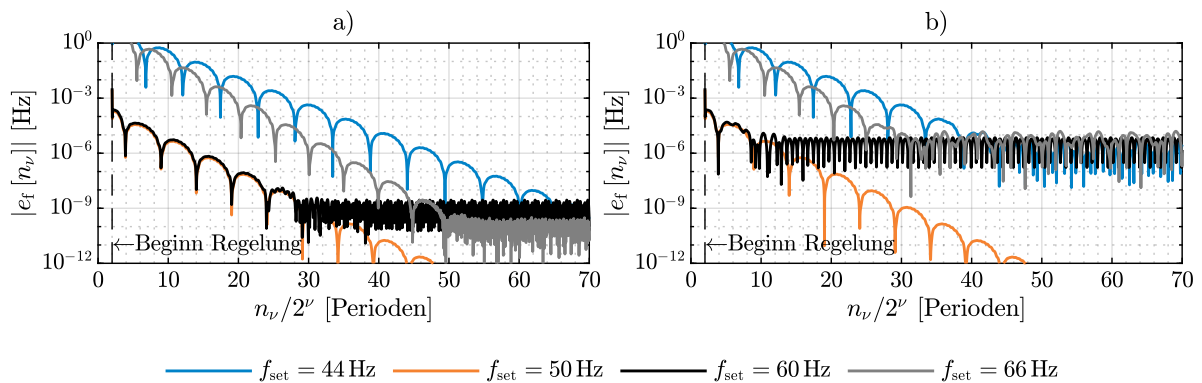


Abb. 4.2: Betrag des Frequenzfehlers $|e_f[n_\nu]|$ während des Einschwingprozesses und Übergang in den eingeschwungenen Zustand für vier verschiedene Soll-Netzfrequenzen. a) Eingangssignale als 64-Bit-Fließkommazahlen. b) Simulation mit Quantisierung von $\Lambda = 12$ Bit auf dem Eingangssignal.

In Teilabb. a ist zu sehen, wie sich die stationären Endwerte des Frequenzfehlers in Abhängigkeit von $f_{\text{set}}(t)$ unterscheiden. In jedem Fall liegen sie unterhalb von 10^{-7} Hz. Bei höherem Frequenzsollwert stellt sich ein geringerer Fehler ein. Die Fehler im eingeschwungenen Zustand sind für alle Soll-Frequenzen gleich, sobald die Quantisierung am ADU mit simuliert wird. Bei einer Quantisierung von $\Lambda = 12$ Bit liegt der Frequenzfehler im stationären Zustand immer noch unterhalb von 10^{-5} Hz. Wird die Quantisierung auf $\Lambda = 8$ Bit reduziert, beträgt der Betrag des maximalen Frequenzfehlers im eingeschwungenen Zustand weniger als 10^{-4} Hz. Eine Besonderheit zeigt sich im 50 Hz-Szenario: Hier wird die Grundschiwingung durch die Abtastrate von $f_{\text{sn}} = 20$ MSa/s in exakt $4 \cdot 10^5$ Abtastwerten dargestellt. Dadurch ist auch die durch die Rundungsoperation gemäß Gl. 4.14 realisierte Quantisierung exakt periodisch mit der Grundschiwingung, wodurch die Güte der Frequenzmessung in diesem Spezialfall der im nicht-quantisierten Zustand entspricht. Da dieser Effekt durch die Idealität des Signals in der Simulation verursacht wird und bei den anderen simulierten Frequenzen nicht auftritt, sind die Beobachtungen an dieser Stelle dennoch aussagekräftig.

Der Nominalwert der Netzfrequenz, mit dem T_{i0} initialisiert wird, beeinflusst ebenfalls die Dauer des Einschwingprozesses. Startet das System bereits mit einer Abweichung zwischen dem Initialwert und der Frequenz des simulierten Signals, muss diese Differenz im Einschwingprozess zunächst überwunden werden. Der Einschwingprozess selbst erfolgt mit leichten Überschiwingern, weshalb sich das Vorzeichen des Frequenzfehlers beständig ändert. Dem stationären Endwert nähert sich das System asymptotisch an.

4.3.3 Ergebnisse im Spektrum

Die Berechnung der Metriken gemäß Kapitel 4.1.3 erfolgt ab einem Periodenindex von $l_{\text{st}} = 100$ bis $l_{\text{sp}} = N_q - 1$. Ab diesem Index kann angenommen werden, dass der stationäre Zustand erreicht ist. Damit bleiben $N_{\text{cyc}} = 700$ Perioden für die Auswertung.

Gemittelttes Betragsspektrum

Nach den Beobachtungen in der Frequenzmessung erfolgt die Berechnung des gemittelten Betragsspektrums $\hat{U}_x[h]$. Abb. 4.3 zeigt die Ergebnisse der Simulation ohne Nachbildung der Quantisierung am ADU sowie mit $\Lambda = 8$ Bit und $\Lambda = 12$ Bit.

Bei Betrachtung der Ergebnisse der Simulation ohne Quantisierung in Teilabb. a fällt auf, dass die in $\underline{U}[h]$ definierten Harmonischen scharf getroffen werden. Der Leck-Effekt ist soweit unterdrückt, dass sich die Spektrallinien der jeweiligen Harmonischen klar abzeichnen und die Werte nahe auf ihrem Sollwert von 0 dBV liegen. Die Werte der benachbarten DFT-Bins liegen wieder im Rauschteppich. Dies ist auch bei den Ergebnissen der Simulationen mit Quantisierung der Fall, was in den Teilabb. b und c dargestellt ist.

Wird die DFT eines in 64-Bit-Fließkommazahlen konstruierten und vollständig mit dem Messfenster synchronen periodischen Signals berechnet, liegt der durch das numerische Rauschen verursachte Rauschteppich in der Regel bei etwa -300 dB. Im Falle der Ausgabesignale des PQMS im Szenario ohne zusätzliche Quantisierung zeigen sich nicht zum Nutzsignal gehörende Frequenzen unterhalb von -110 dBV. Diese bestehen aus periodischen Spitzen im Spektrum, die sich je nach Soll-Netzfrequenz - und damit unterschiedlichen Unterabtastfaktoren ς - unterschiedlich im Spektrum verteilen. Die Höhe dieser Spitzen unterscheidet sich auch und beträgt höchstens -73,5 dBV für das 50 Hz-Szenario. Sie weisen starke Ähnlichkeiten zu den in Kapitel 4.2 berechneten Periodogrammen des Interpolationsfehlers auf, sodass diese Artefakte im Spektrum auch hierauf zurückgeführt werden können. Bei der Simulation mit einer Quantisierung von zwölf Bit tauchen diese Spitzen nicht mehr sichtbar im Spektrum auf. Dies liegt zum einen daran, dass

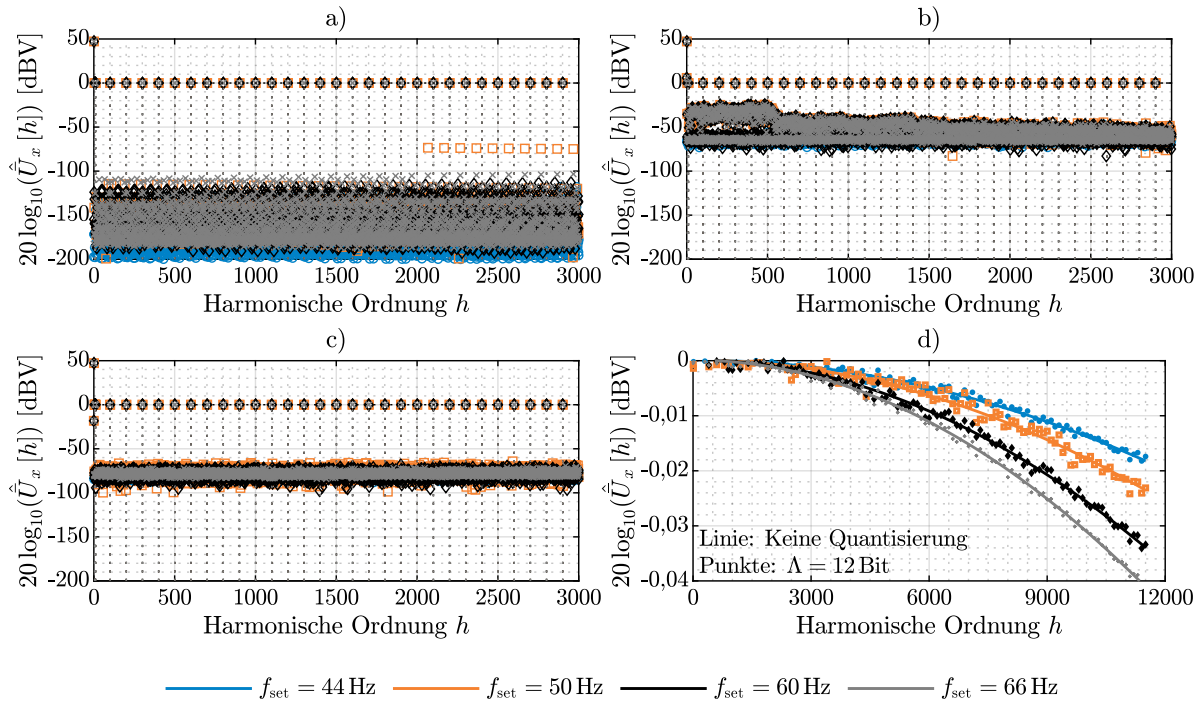


Abb. 4.3: Gemitteltetes Betragsspektrum $\hat{U}_x[h]$ berechnet mit $l_{st} = 100$. a) Ohne zusätzliche Simulation der Quantisierung am ADU. b) $\Lambda = 8$ Bit. c) $\Lambda = 12$ Bit. Die gepunktete horizontale Linie bei 0 dB entspricht $|\underline{U}[h]|$. d) Vergrößert für die dem Zeitsignal aufmodulierten Harmonischen (nicht quantisiert und mit $\Lambda = 12$ Bit quantisiert).

sich der Rauschteppich durch das Quantisierungsrauschen auf etwa -75 dBV erhöht. Zudem werden Periodizitäten im Interpolationsfehler durch das näherungsweise als gleichverteilt anzunehmende Quantisierungsrauschen abgeschwächt.

Bei einer Auflösung von $\Lambda = 12$ Bit zeigt sich das Quantisierungsrauschen mit einer annähernd konstanten Rauschleistung über den gesamten Durchlassbereich des PQMS. Mit abnehmender Quantisierung ist diese Annahme nicht mehr aufrechtzuerhalten: So zeigt Abb. 4.3b den Rauschteppich bei einer Quantisierung von $\Lambda = 8$ Bit. Es ist zu sehen, dass dieses Rauschen für niedrigere harmonische Ordnungen zunimmt. Da sich dieses Muster bei allen vier Soll-Netzfrequenzen und damit unterschiedlichen Unterabtastverhältnissen ähnelt, ist davon auszugehen, dass dies nicht dem Interpolationsfehler zuzuschreiben ist. Vielmehr entspricht dies der in [36, S. 213] getätigten Feststellung, dass die Quantisierungsstufe hinreichend klein sein muss, um das Quantisierungsrauschen als annähernd gleichverteilten weißen Rauschprozess modellieren zu können. Der Effekt, dass die Quantisierung im 50 Hz-Szenario periodisch mit dem Messfenster ist, kommt auch in der spektralen Betrachtung zum Tragen. Durch die Unterabtastung um einen nicht-ganzzahligen Faktor wird die Periodizität des quantisierten Zeitsignals teilweise aufgebrochen, der Rauschteppich liegt bei etwa -300 dBV. Zusätzlich stellt sich jedoch ein weiteres Rauschniveau auf dem gleichen Niveau des Quantisierungsrauschens der anderen Szenarien ein. Da es sich hier um einen Spezialfall handelt, der in der Realität nicht vorkommt, wird hierauf nicht weiter eingegangen. Da die Quantisierung gemäß der Modellierung in Gl. 4.14 durch eine Abrundungsoperation realisiert wurde, ergibt sich in den beiden quantisierten Szenarien ein Gleichteil im Spektrum, dessen Höhe genau einer halben Quantisierungsstufe entspricht. Daher nimmt dieser mit geringerer Quantisierung zu und beträgt etwa -1,9 V bzw. 5,8 dBV im Betragsspektrum bei $\Lambda = 8$ Bit und etwa -0,12 V bzw. -18,3 dBV bei $\Lambda = 12$ Bit.

Die Abweichungen des berechneten Spektrums vom Sollspektrum auf den dem Signal aufmodulierten Harmonischen werden in Abb. 4.3d dargestellt. Sie sind entlang des gesamten Frequenzbereichs mit höchstens -0,04 dBV gering, nehmen aber auch mit zunehmender Netzfrequenzschätzung zu. Diese Abweichungen sind zwischen den einzelnen Teilspektren, die nach Gl. 4.11 zum gemittelten Betragsspektrum verrechnet werden, minimal.

Dynamikbereich

Aus den gemittelten Spektren können die in Kapitel 3.4.3 angestellten Überlegungen hinsichtlich des Signal-Rausch-Verhältnisses bestätigt werden. Mit dem simulierten Aussteuerbereich des ADU von $U_{sc} = 500$ V ergibt sich ein Sicherheitsfaktor von $s_f \approx 1,5$ zur Amplitude der Grundschwingung. Im 50 Hz-Szenario beträgt die Frequenzauflösung genau eine Periode. Damit beträgt die Nutzsignalbandbreite gemäß Gl. 3.72 ebenfalls $f_b \approx 50$ Hz. Mit $\Lambda = 12$ Bit ergibt sich gemäß Gl. 3.72 eine Abschätzung des SNR von $\varrho \approx 124$ dB.

In den gezeigten Betragsspektren beträgt der vertikale Abstand zwischen der Grundschwingung bei 50,2 dBV und dem Rauschteppich des Quantisierungsrauschens bei etwa -75 dBV dann ca. 125 dBV, was die Abschätzung gemäß Gl. 3.72 bestätigt.

Vektorfehler und Synchronizität

Der Vektorfehler ist ein wichtiges Fehlermaß zur Beurteilung der Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung, da er Abweichungen in Real- und Imaginärteil der Phasoren getrennt gewichtet und damit sowohl durch Abweichungen in Betrag als auch Phase erhöht wird. Insbesondere bei der Berechnung harmonischer Leistungsflüsse ist die Güte der Phaseninformation wichtig, da Winkelfehler zu einer Verzerrung bei der Berechnung der Wirkleistungen gemäß Gl. 3.123 führen würden. In Abb. 4.4, Teilabb. a und b wird der mittlere Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ für die Szenarien mit und ohne Quantisierung über die vier simulierten Netzfrequenz-Sollwerte dargestellt.

Der Vektorfehler nimmt mit der harmonischen Ordnung zu. Dies lässt sich damit erklären, dass die harmonische Ordnung einer Harmonischen den Frequenzfehler $e_f[n_\nu]$ mit einem linearen Hebel verstärkt. Jeder noch so geringe Fehler $e_f[n_\nu]$ in der Frequenzschätzung sorgt damit auf der h -ten Harmonischen für eine Asynchronizität um $he_f[n_\nu]$. Der Vektorfehler nimmt zusätzlich mit der Soll-Netzfrequenz geringfügig zu. Die Frequenzgänge aller Filter werden entlang der TPK-Stufe gestreckt, was mehr Rauschleistung im Signal verursacht. Diese wiederum überlagert sich den harmonischen Signalbestandteilen.

In den Teilabb. c und d der Abb. 4.4 wird der Einschwingprozess des Vektorfehlers auf der höchsten Harmonischen dargestellt. Es wird deutlich, dass der Vektorfehler eng an den Frequenzschätzfehler gekoppelt ist: Der Einschwingprozess dauert genauso lange wie der in Kapitel 4.3.2 beschriebene Einschwingprozess der Netzfrequenzschätzung. Der Einfluss der Quantisierung zeigt sich in den höheren Harmonischen: Während sich der Vektorfehler in der nicht-quantisierten Simulation als annähernd konstanter Wert zeigt, oszilliert er im Falle der Quantisierung mit zwölf Bit um seinen Mittelwert. Dennoch liegen die mittleren Vektorfehler auf allen Harmonischen auch bei einer Quantisierung von zwölf Bit weit unterhalb von einem Prozent. Der maximale Vektorfehler überschreitet die 1 %-Grenze bei einer Soll-Netzfrequenz von $f_{set}(t) = 66$ Hz bei $h \geq 10.301$. Damit ist festgestellt, dass der Vektorfehler durch den PQMS-Algorithmus unabhängig von der aktuellen Netzfrequenz minimiert werden kann. Damit ist zu vermuten, dass durch Ungenauigkeiten in der Kalibrierung der Messwandler eingetragene Winkelfehler in der Praxis eine größere Rolle spielen als die durch den Leck-Effekt verursachten.

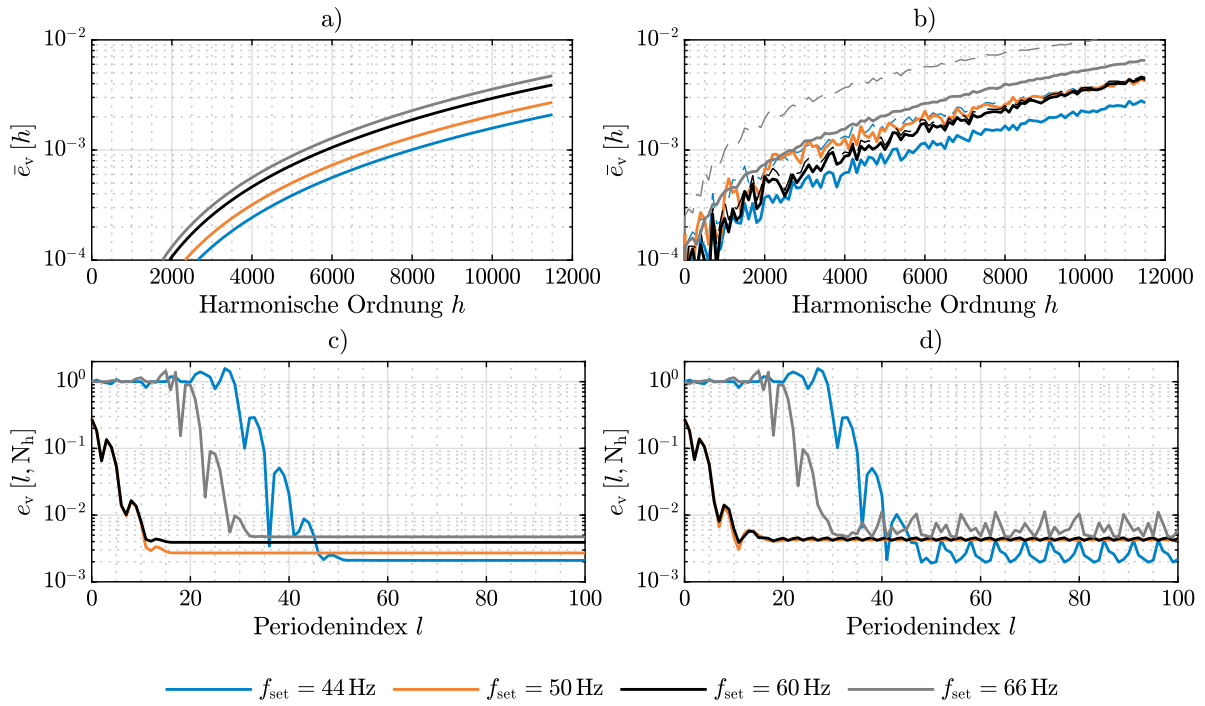


Abb. 4.4: Mittlerer Vektorfehler $\bar{e}_v [h]$ über h a) ohne Quantisierung und b) mit einer Quantisierung von zwölf Bit. Die gestrichelten Linien stellen den maximalen Vektorfehler dar. c) Einschwingprozess des Vektorfehlers $e_v [l, N_h]$ auf der höchsten aufmodulierten Harmonischen N_h ohne Quantisierung und d) mit Quantisierung von zwölf Bit.

4.4 Frequenzrampe

Das Frequenzrampenszenario wird zur Evaluation der Systemreaktion auf eine sich ändernde Netzfrequenz genutzt. Ein solches Szenario wird auch im IEEE-Standard für Synchrophasormessgeräte beschrieben (vgl. [N7, Kap. 6.5]). Aufgrund des Aufbaus der Frequenzschätzung ist zu erwarten, dass sich während einer linearen Frequenzänderung ein quasi-stationärer Frequenzfehler einstellt, der in seiner Höhe von der Frequenzänderungsrate abhängig ist. Während dieser Phase kann die Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung durch Berechnung des Vektorfehlers sowie des Qualitätsindex in Abhängigkeit des Frequenzfehlers bewertet werden. Hieraus können dann Schlüsse auf die Aussagekraft der Spektraldaten bei Messungen am echten Energienetz gezogen werden.

Es sei darauf hingewiesen, dass die nachfolgend beschriebene Frequenzänderungsrate r_{set} der in Kapitel 3.8 eingeführten Messgröße RoCoF zwar ähnlich, jedoch nicht gleich ist. Der gemessene RoCoF wird sich während der Frequenzrampe zwar auf den Wert der Frequenzänderungsrate einstellen, dies erfolgt jedoch aufgrund der besprochenen Anforderungen an den Tiefpasscharakter der RoCoF-Messung mit einer entsprechenden Zeitverzögerung.

4.4.1 Testsignale

Der IEEE-Standard 60255-118-1 beschreibt im Frequenzrampenszenario eine Frequenzrampe von 1 Hz/s, die in einem Frequenzband von ± 5 Hz um den Nominalwert der Netzfrequenz zu applizieren ist. Dieses Szenario wird hier zur Evaluation der Netzfrequenzschätzung ebenfalls betrachtet, dennoch werden auch geringere Frequenzänderungsraten simuliert, um im normalen Netzbetrieb zu erwartende Frequenzänderungen abzubilden. Die in der Simulation verwendeten Signalparameter sind in Tabelle 4.3 beschrieben.

Tabelle 4.3: Parameter der Testsignale im Frequenzrampenszenario

Größe	Wert
$U_{\text{ex}}(t)$	$\sqrt{2}U_{\text{n}}$
$\varphi_{\text{ex}}(t)$	0
$f_{\text{set}}(t)$	siehe Gl. 4.24
$\underline{U}[h]$	siehe Gl. 4.23
N_{h}	11.501
$u_{\text{nx}}(t)$	0
T_{sim}	14 s
r_{set}	0,001 Hz/s / 0,002 Hz/s / 0,01 Hz/s / 0,02 Hz/s / 0,04 Hz/s / 1 Hz/s
U_{sc}	500 V
Λ	keine Quantisierung / 8 Bit / 12 Bit

Die harmonische Komposition entspricht dem in Gl. 4.23 definierten Soll-Spektrum $\underline{U}[h]$. Dadurch kann die Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung bis in den Bereich der Grenzfrequenz $f_{\text{g}} = 500$ kHz hinein bewertet werden. Die Soll-Netzfrequenz zur Erzeugung des Testsignals wird mit der entsprechenden Frequenzänderungsrate r_{set} wie folgt berechnet:

$$f_{\text{set}}(t) = 50 \text{ Hz} + \begin{cases} 0 & \forall t < 2 \text{ s} \\ r_{\text{set}}(t - 2 \text{ s}) & \forall t \in [2 \text{ s}; 12 \text{ s}] \\ r_{\text{set}} \cdot 10 \text{ s} & \forall t > 12 \text{ s}. \end{cases} \quad (4.24)$$

Auch in diesem Szenario wird das PQMS in einphasiger Konfiguration simuliert. Die Güte der spektralen Auswertung hängt in erster Linie vom Frequenzfehler $e_f[n_\nu]$ ab. Die Verbesserung dieses Frequenzfehlers bei dreiphasiger Netzfrequenzschätzung ist Gegenstand eines späteren Testszenarios.

4.4.2 Ergebnisse der Netzfrequenzschätzung

Gemäß der Definition der Soll-Netzfrequenz $f_{\text{set}}(t)$ in Gl. 4.24 dienen die ersten zwei Sekunden der Simulation dem Einstellen eines stationären Zustandes auf Nenn-Netzfrequenz. Nach 2 s, was in diesem Fall exakt 100 Perioden entspricht, wird die Frequenzrampe sprunghaft appliziert. Die Reaktion des Systems auf verschiedene Frequenzänderungsraten wird in Abb. 4.5 für das Szenario ohne zusätzliche Quantisierung sowie mit $\Lambda = 12$ Bit gezeigt.

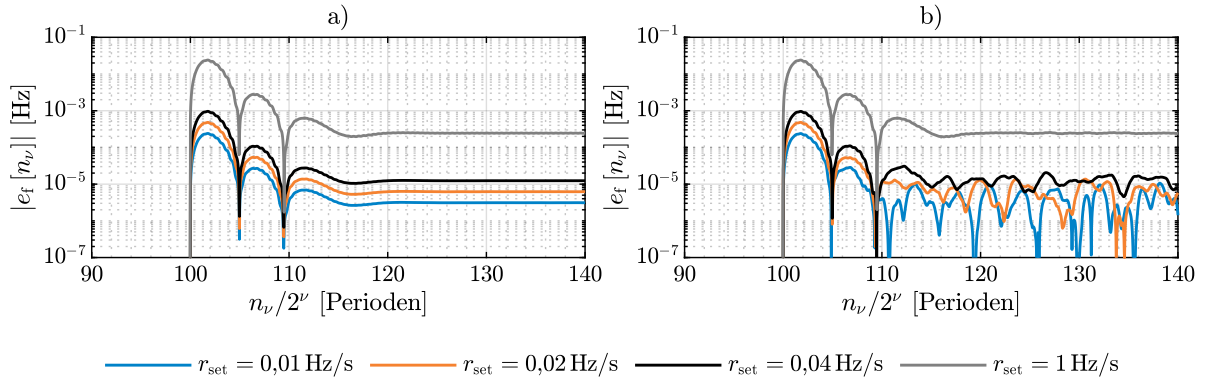


Abb. 4.5: Betrag des Frequenzfehlers $|e_f[n_\nu]|$ während des Beginns der Frequenzrampe für verschiedene Frequenzänderungsraten. a) Ohne Quantisierung. b) Mit $\Lambda = 12$ Bit.

Zunächst zeigt sich, dass sich der Frequenzfehler während der Rampe auf einem konstanten Fehlerlevel einpendelt. Dieser quasi-stationäre Fehler während der Rampe hängt von der jeweiligen Frequenzänderungsrate ab. Liegt er im Falle von $r_{\text{set}} = 0,01 \text{ Hz/s}$ bei etwa $3 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}$, so beträgt er im Falle einer 1 Hz/s -Rampe bei $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$. Im betrachteten Bereich lässt sich ein linearer Zusammenhang zwischen dem stationären Frequenzfehler während der Rampe und der Frequenzänderungsrate herstellen. Dieser Fehler lässt sich eindeutig auf die Trägheit des Systems zurückführen, die hauptsächlich auf die Auslegung des Filters der TP_F-Stufe zurückzuführen ist. Bei den Szenarien mit hohen Änderungsraten kann mit zunehmender Netzfrequenz eine geringfügige Verringerung des Frequenzfehlers beobachtet werden. Dies lässt sich dadurch erklären, dass der Takt der MFEU mit der Frequenzschätzung ebenfalls erhöht wird. Da sich das Verhältnis von Frequenzänderung zu absoluter Abtastrate verringert, wird auch der Frequenzfehler entsprechend kleiner.

Bei Betrachtung des Einflusses der Quantisierung in Abb. 4.5b lässt sich feststellen, dass sich der Frequenzfehler nicht quasi-stationär, sondern verrauscht zeigt. Im Mittel verhalten sich die Fehler ähnlich denen im Fall ohne Quantisierung. Daraus und aus dem Verlauf des Frequenzfehlers während der 1 Hz/s -Rampe wird deutlich, dass die durch die Systemträgheit induzierten Fehler zunehmend überwiegen. Prinzipiell ist jedoch festzustellen, dass die Fehler während einer Frequenzrampe auch für hohe Frequenzänderungsraten weit unterhalb von 1 mHz liegen. Zu

Beginn der Rampe springt der Fehler und pendelt sich dann auf dem quasi-stationären Wert ein, was auf die Unstetigkeit des Frequenzverlaufs zu Beginn der Rampe zurückzuführen ist. Die hier betrachteten Ergebnisse beziehen sich zwar auf positive Frequenzänderungsraten, im Falle eines Frequenzabfalls sind jedoch Frequenzfehler gleichen Betrags mit anderem Vorzeichen zu erwarten.

4.4.3 Ergebnisse im Spektrum

Der mittlere Vektorfehler $\bar{e}_v[l]$ und das gemittelte Betragsspektrum $\hat{\bar{U}}_x[l]$ wurden ab Erreichen des quasi-stationären Frequenzfehlers während der Frequenzrampe mit $l_{st} = 130$ und $l_{sp} = 600$ berechnet.

Gemitteltetes Betragsspektrum

Das gemittelte Betragsspektrum zeigt in jedem simulierten Teilszenario eine scharfe Abbildung der aufmodulierten Harmonischen. Benachbarte DFT-Bins liegen bei den Szenarien mit Quantisierung im Grundrauschen. Abb. 4.6 zeigt die Ergebnisse im gemittelten Betragsspektrum.

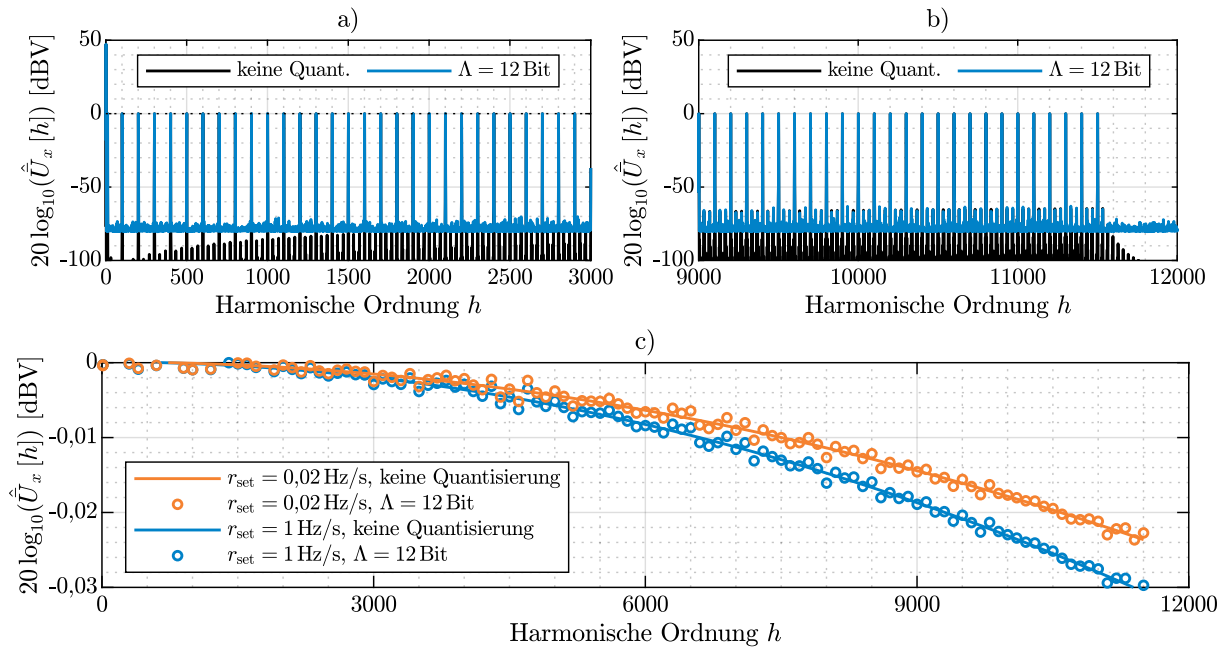


Abb. 4.6: Gemitteltes Betragsspektrum $\hat{\bar{U}}_x[h]$ im quasi-stationären Bereich der Frequenzrampe. Vergleich von nicht-quantisiertem und mit $\Lambda = 12$ Bit quantisiertem Szenario. a) Harmonische bis zur 3.000. Ordnung, b) oberer harmonischer Bereich. c) Vergrößert für die dem Zeitsignal aufmodulierten Harmonischen bei verschiedenen Frequenzänderungsraten.

Die Teilabb. a und b zeigen das Spektrum für den niedrigeren und den höheren harmonischen Bereich. Im Fall der Quantisierung mit 12 Bit ist eine über den Frequenzbereich konstante Rauschleistung zu beobachten, die durch die Quantisierung selbst erzeugt wird. Zusätzlich zeigen sich Spitzen im Spektrum, die mit der harmonischen Ordnung zunehmen und etwa ab der 3.000-ten harmonischen Ordnung aus dem Grundrauschen des Spektrums des quantisierten Signals herausragen. Die höchste Spitze liegt bei -65 dBV. Dies ist auf den Interpolationsfehler zurückzuführen und entspricht dem in Kapitel 4.2 diskutierten Verhalten. Da es sich bei $\hat{\bar{U}}_x[h]$ um ein gemitteltes Spektrum handelt, müssen diese Spitzen auch in den einzelnen Spektren $\hat{\bar{U}}_x[l, h]$ entlang

des betrachteten Intervalls des Periodenindex l betrachtet werden. Wie erwartet unterscheidet sich das Störbild von Spektrum zu Spektrum geringfügig, da sich auch der Unterabtastrfaktor ς beständig ändert. Die höchste Spitze innerhalb der einzelnen Spektren $\hat{U}_x[l, h]$, die dem Interpolationsfehler zuzuordnen ist, liegt bei etwa -60 dBV.

Abb. 4.6c zeigt diejenigen Werte des gemittelten Betragsspektrum $\hat{U}_x[h]$, die gemäß Gl. 4.23 im Sollspektrum $\underline{U}[h]$ enthalten sind. Da der Sollwert auf der 0 dB-Linie liegt, kann der entstehende Betragsfehler direkt im Spektrum abgelesen werden. Es zeigt sich, dass der Betrag im gesamten abgebildeten harmonischen Bereich sogar während einer Frequenzänderung von 1 Hz/s mit einer Genauigkeit von besser als 0,03 dB abgebildet werden kann. Die Abweichungen, die durch die Frequenzrampe verursacht werden, liegen im Vergleich mit den Ergebnissen im eingeschwungenen Zustand damit im Bereich von einigen tausendstel Dezibel (vgl. Abb. 4.3).

Vektorfehler und Synchronizität

Es ist festzuhalten, dass der Fehler im Betrag der Spektren vernachlässigbar klein ist. Jetzt gilt es, die Güte der Schätzung der Phasenlage zu evaluieren. Hierfür kann der Vektorfehler $e_v[l, h]$ gemäß Gl. 4.7 als Maß verwendet werden. Unter der Annahme, dass der Fehler im Betrag der spektralen Schätzung vernachlässigbar ist, kann der Vektorfehler höchstens einen Wert von $e_v[l, h] = 2$ annehmen. Dies ist dann der Fall, wenn die Phasenlage des berechneten Phasors gegenüber der des Sollwerts um einen Winkel von genau π verschoben ist. Damit ist dies auch der größtmögliche Wert des Vektorfehlers, der in diesem Szenario zu erwarten ist. Abb. 4.7 zeigt den gemittelten Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ für verschiedene Frequenzänderungsraten. Nachfolgend werden zunächst die Simulationsergebnisse ohne zusätzliche Quantisierung betrachtet.

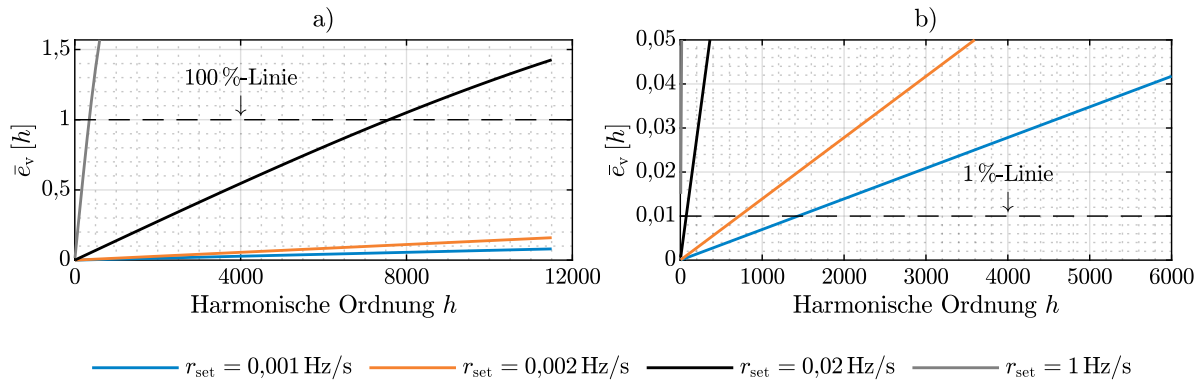


Abb. 4.7: Gemittelter Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ im quasi-stationären Bereich der Frequenzrampe für verschiedene Frequenzänderungsraten r_{set} . a) Aufgetragen über dem Bereich aller aufmodulierten Harmonischen. b) Im Bereich $\bar{e}_v[h] \leq 5\%$.

Es ist zu erkennen, dass der Vektorfehler mit zunehmender Frequenzänderungsrate entlang der harmonischen Ordnung umso mehr zunimmt. Bei der höchsten aufmodulierten harmonischen Ordnung von $N_h = 11.501$ beträgt der mittlere Vektorfehler 8 % bei einer Änderungsrate von $r_{\text{set}} = 0,001 \text{ Hz/s}$. Ändert sich die Frequenz mit $r_{\text{set}} = 0,02 \text{ Hz/s}$, wird bereits bei $h = 7601$ die 100 %-Fehlergrenze überschritten. In diesem Fall beträgt der Phasenfehler etwa $\pi/2$. Wie bereits beschrieben ist der Frequenzfehler $e_f[n_\nu]$ ursächlich für den Phasenfehler, der sich mit der harmonischen Ordnung als Hebel verstärkt. Dies wird offensichtlich, wenn der mittlere Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ gemäß Gl. 4.12 über dem mittleren Frequenzfehler \bar{e}_f aufgetragen wird, was in Abb. 4.8 dargestellt ist. Hier zeigt sich der lineare Zusammenhang zwischen Frequenzänderungsrate, Vektorfehler und harmonischer Ordnung.

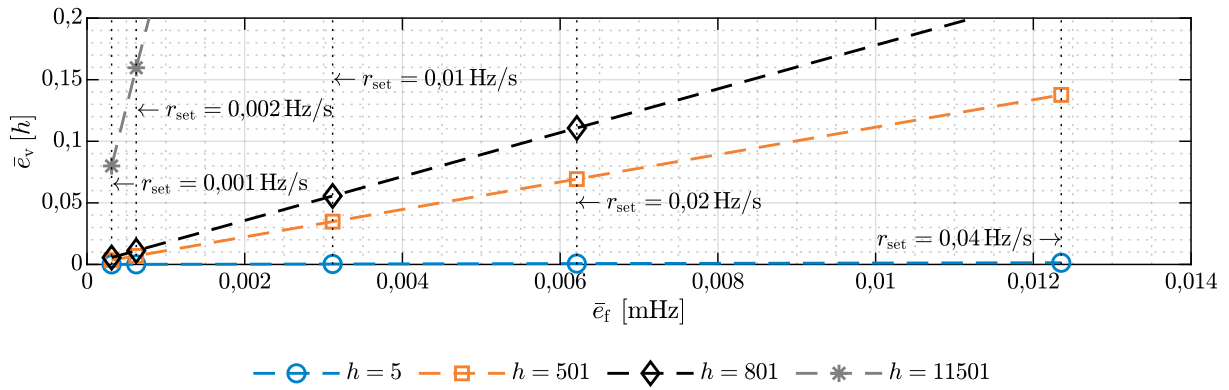


Abb. 4.8: Mittlerer Vektorfehler $\bar{e}_v [h]$ für ausgewählte Werte von h über dem mittleren Frequenzfehler \bar{e}_f bei verschiedenen Frequenzänderungsraten r_{set} .

Da der jeweilige DFT-Bin bei einem Frequenzfehler $e_f[n_\nu] \neq 0$ nicht mehr mittig getroffen wird, kommt es zunächst einem Herausdrehen der Phase entlang der Hauptkeule der verwendeten Fensterfunktion. Damit reagiert die Phaseninformation im Gegensatz zur Betragsinformation äußerst empfindlich auf einen Frequenzfehler und ist somit eine direkte Konsequenz des Leck-Effekts. In Abb. 4.7b wird der Bereich bis zu einem Vektorfehler von 5 % gezeigt. Ein Vektorfehler von 1 % wird bei einer Frequenzänderungsrate von $r_{\text{set}} = 0,001 \text{ Hz/s}$ bereits bei $h \geq 1400$ überschritten. Bei $r_{\text{set}} = 0,02 \text{ Hz/s}$ wird dieser Wert bei $h = 72$ überschritten. Für Frequenzänderungen größer 0,5 Hz/s ist keine sinnvolle Bestimmung der Phasenlage auf den Harmonischen mehr möglich.

Die Berechnung des gemittelten Vektorfehlers $\bar{e}_v [h]$ ist ferner mit zunehmender Frequenzänderungsrate weniger aussagekräftig: Durch den Frequenzfehler wird die Phasenlage auf dem DFT-Bin zeitvariant. Damit rotiert der berechnete Spannungsphasor $\hat{U}_x [l, h]$ bei gleichbleibendem Betrag auf einer Kreisbahn in der komplexen Ebene. Dies resultiert in einem zwischen null und dem Maximalwert von 2 oszillierenden Vektorfehler. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 4.9 für verschiedene Frequenzänderungsraten beispielhaft für die Signalkomponente $h_0 = 1801$ dargestellt.

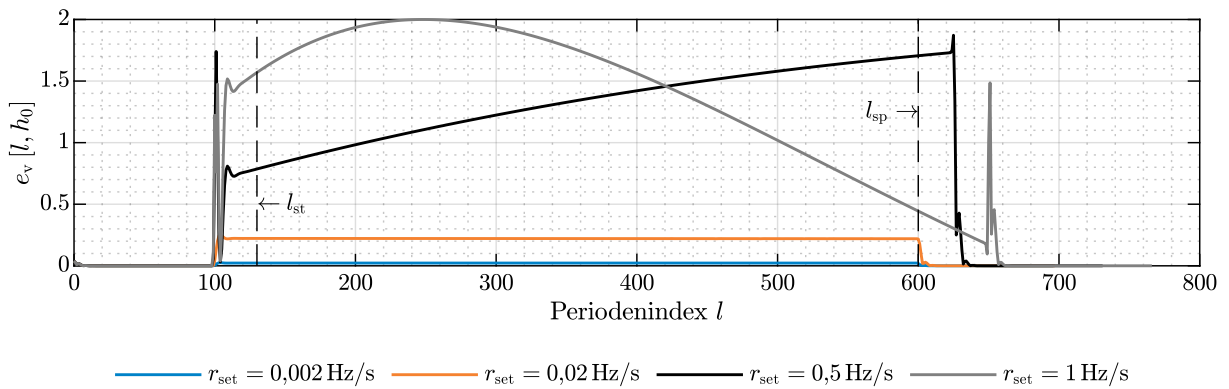


Abb. 4.9: Vektorfehler $e_v [l, h_0]$ im quasi-stationären Bereich der Frequenzrampe entlang des Periodenindex l auf der harmonischen Ordnung $h_0 = 1801$ für verschiedene Frequenzänderungsraten.

Der Vektorfehler ändert sich bei geringer Frequenzänderung über den betrachteten Zeitraum bis zur 600. Periode kaum, während er bei höheren Werten zunächst zu- und dann wieder abnimmt. In diesen Fällen verliert der gemittelte Vektorfehler an Aussagekraft. Bezüglich der Quantisierung

lässt sich feststellen, dass diese bei $\Lambda = 12$ Bit keinen signifikanten Einfluss auf den Vektorfehler hat. Die durch den Frequenzfehler induzierten Phasenfehler überwiegen die Quantisierungseffekte.

Abschätzung des Vektorfehlers als Funktion des Frequenzfehlers

Der Vektorfehler nimmt mit der harmonischen Ordnung zu und zeigt sich ferner zeitvariabel. Zur Abschätzung des Vektorfehlers in den folgenden Testszenarien soll dieser als Funktion des Frequenzschätzfehlers e_f und der harmonischen Ordnung h hergeleitet werden. Für Frequenzänderungsraten $r_{\text{set}} \leq 0,002 \text{ Hz/s}$ kann der Vektorfehler für die Dauer der hier verwendeten Frequenzrampe als konstant angenommen werden. Damit kann zwischen dem mittleren Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ und dem Frequenzfehler e_f eine lineare Funktion über ein numerisches Polynomapproximationsverfahren bestimmt werden:

$$e_v(h, e_f) = a_{\text{ev}}[h] e_f + b_{\text{ev}}[h]. \quad (4.25)$$

Die Parameter $a_{\text{ev}}[h]$ und $b_{\text{ev}}[h]$ entlang aller im Soll-Spektrum $\underline{U}[h]$ enthaltenen Harmonischen werden mittels Kleinsten-Quadrate-Approximation bestimmt (vgl. [184, S. 351ff.]). Zur Berechnung kommen dabei nur die in Abb. 4.8 dargestellten Werte für einen Vektorfehler $\bar{e}_v[h] \leq 20\%$ zur Anwendung. Wird das Verhältnis $a_{\text{ev}}[h]/h$ sowie der Aufpunkt $b_{\text{ev}}[h]$ grafisch über h dargestellt, so ergibt sich das in Abb. 4.10 gezeigte Bild.

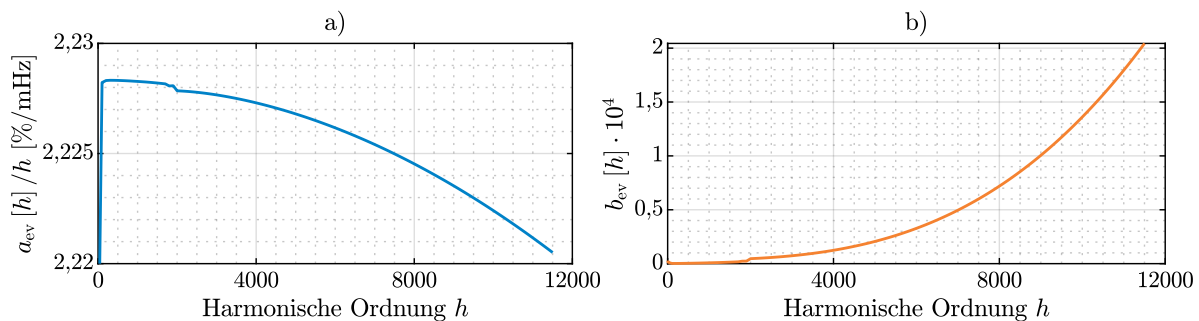


Abb. 4.10: Approximationskoeffizienten a) $a_{\text{ev}}[h]/h$ und b) $b_{\text{ev}}[h]$ für die Funktion des Vektorfehlers $e_v(h, e_f)$ über der harmonischen Ordnung.

Die Koeffizienten $a_{\text{ev}}[h]$ hängen offenbar überwiegend von der harmonischen Ordnung h selbst ab. Ferner wird die zu erwartende Funktion keine Ursprungsgerade darstellen. In Kapitel 4.3 wurde der Vektorfehler für den eingeschwungenen Zustand bestimmt und dieser ist nicht Null. Stattdessen beträgt er aufsteigend mehrere Promille bis zur höchsten harmonischen Ordnung. Dadurch erklärt sich der mit h zunehmende Aufpunkt $b_{\text{ev}}[h]$. Damit kann der zu erwartende Vektorfehler als Funktion der harmonischen Ordnung und des Frequenzfehlers bestimmt werden. Hierbei gilt die Bedingung, dass der Frequenzfehler nur für wenige Perioden vorliegen darf, da ansonsten die Zeitvarianz des Vektorfehlers zum Tragen kommt. Unter der Annahme, dass Frequenzrampen mit konstanter Frequenzänderungsrate im Realbetrieb des Netzes nicht vorkommen, kann diese Bedingung in der Regel als erfüllt angesehen werden.

Bestimmung der Synchronizität mittels Qualitätsindex

Bei Messungen im Feld liegen keine Sollsignale vor. Stattdessen muss anhand der vorliegenden Schätzungen und Messwerte entschieden werden, ob die Qualität der Phaseninformation

zur Berechnung harmonischer Wirkleistungen auf einer gegebenen harmonischen Ordnung ausreicht. Hierzu soll untersucht werden, ob der in Kapitel 3.9 eingeführte Qualitätsindex $Q[l, h]$ zu diesem Zweck verwendet werden kann und ob einem gegebenen Wert des Indexes ein entsprechender Vektorfehler zugeordnet werden kann. Hierzu ist zunächst zu beachten, dass aufgrund der Eigenschaften der zur Berechnung des Indexes verwendeten Glättungsfilter eine zusätzliche Trägheit in Abhängigkeit des Indexparameters β eingebracht wird. Abb. 4.11 zeigt das Verhalten des Qualitätsindex für verschiedene Werte von β und harmonische Ordnungen h entlang des Periodenindex l .

Auf die Unstetigkeit der Frequenz zu Beginn der Rampe reagiert der Index mit einer entsprechenden Absenkung, deren Höhe von der harmonischen Ordnung und der Frequenzänderungsrate abhängt. Einen quasi-stationären Wert erreicht der Qualitätsindex während der Rampe in Abhängigkeit von β erst bei Periodenindizes $l > l_{\text{st}}$. Dies muss bei der Mittelung von $\bar{Q}[h]$ berücksichtigt werden.

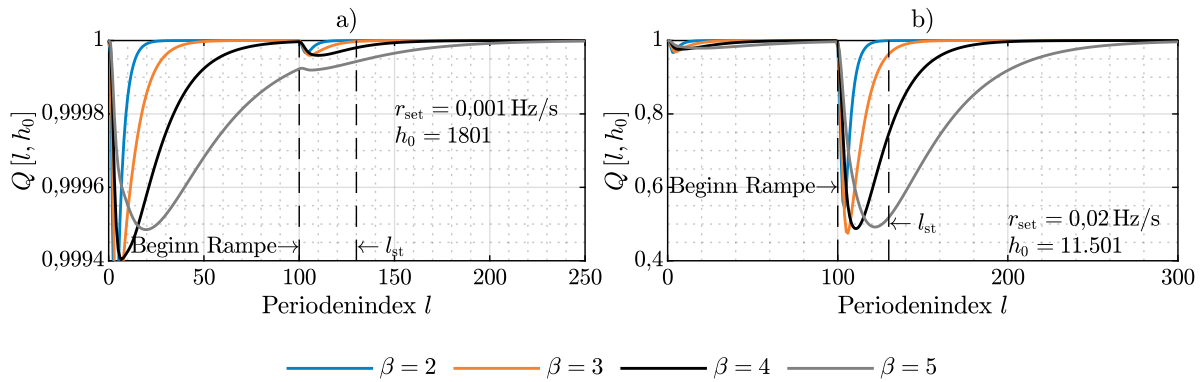


Abb. 4.11: Qualitätsindex $Q[l, h_0]$ über Periodenindex l für verschiedene Szenarien und Werte von β . a) $r_{\text{set}} = 0,001 \text{ Hz/s}$ auf $h_0 = 1801$. b) $r_{\text{set}} = 0,02 \text{ Hz/s}$ auf $h_0 = 11.501$.

Der Qualitätsindex weist auch während der Frequenzrampe von 1 Hz/s noch Werte auf, die nah am Idealwert 1 liegen. Wird hingegen das in Kapitel 4.1.3 eingeführte Fehlermaß $\bar{e}_Q[h]$ nach entsprechendem Einschwingen berechnet, kann diesem mehr Information entnommen werden. Werden $\bar{e}_Q[h]$ und $\bar{e}_v[h]$ aus den simulierten Daten berechnet und gegeneinander in doppelt logarithmischer Darstellung aufgetragen, zeigt sich ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Vektorfehler und Qualitätsindex in Abhängigkeit des Parameters β . Dieser Sachverhalt wird in Abb. 4.12 dargestellt.

Damit ist gezeigt, dass der Qualitätsindex prinzipiell zur Beurteilung der Güte der Phasenlage auf Harmonischen geeignet ist. Dennoch ist festzustellen, dass die Trägheit des Indexes berücksichtigt werden muss. Die hier gezeigten Daten wurden während der Laufzeit der Frequenzrampe und somit während des quasi-stationären Frequenzfehlers ermittelt. Durch die zusätzliche Trägheit des Qualitätsindex in Abhängigkeit von β und der Tatsache, dass ein solches Rampenszenario während echter Messungen am Netz nicht zu erwarten ist, liegen die am Netz zu erwartenden Werte für $Q[l, h]$ tendenziell niedriger. Daher kann ein gegebener Qualitätsindex nur zur Bestimmung des höchstens zu erwartenden Vektorfehlers verwendet werden. Die so ermittelte Abschätzung kommt in den folgenden Kapiteln zur Abschätzung des Vektorfehlers anhand des auftretenden Frequenzfehlers zum Einsatz.

4 Validierung

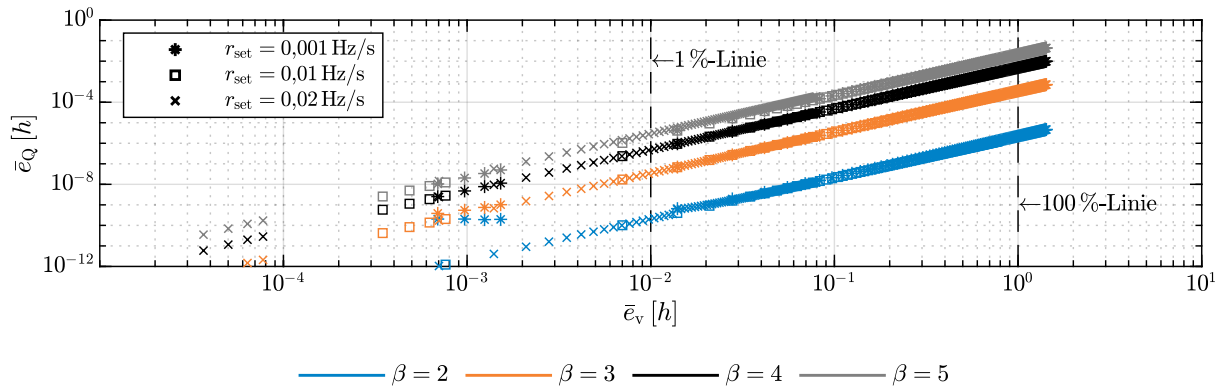


Abb. 4.12: Mittlere Abweichung des Qualitätsindex $\bar{e}_Q [h]$ über dem mittleren Vektorfehler $\bar{e}_v [h]$ für verschiedene Werte von β .

4.4.4 Ergebnisse der RoCoF-Schätzung

Die RoCoF-Schätzung $r_{\text{twc}} [n_\nu]$ liefert erst nach der Dauer eines Glättungsintervalls korrekte Werte, sie darf daher erst ab $t_\nu [n_\nu] \geq t_w$ ausgewertet werden. Der Verlauf der RoCoF-Schätzgröße $r_{\text{twc}} [n_\nu]$ für die drei gewählten Werte von t_w ist in Abb. 4.13 dargestellt.

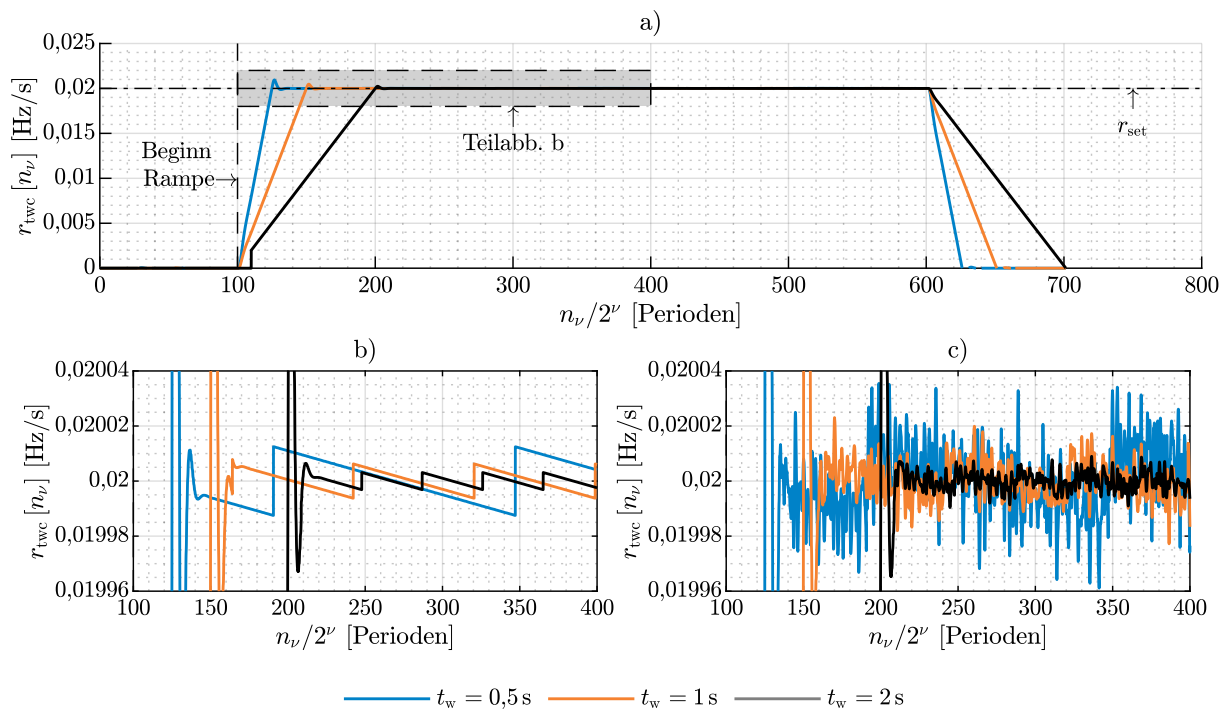


Abb. 4.13: RoCoF-Schätzwert $r_{\text{twc}} [n_\nu]$ für verschiedene Werte von t_w . a) Verlauf der RoCoF-Schätzung $r_{\text{twc}} [n_\nu]$ über die gesamte Simulationsdauer, Simulation ohne Quantisierung. b) Vergrößerung des Ausschnitts aus Teilabb. a. c) Ergebnisse der Simulation mit $\Lambda = 12 \text{ Bit}$.

Die Größen reagieren auf den Sprung der Frequenzänderungsrate r_{set} mit einer linearen Rampe, was durch den gewünschten Tiefpasscharakter der RoCoF-Berechnung so zu erwarten ist. Nach Vergehen einer Zeit von t_w haben sie sich auf den Wert um r_{set} eingeschwungen. Die sichtbaren Überschwinger an den Stellen, an denen die Schätzung den Sollwert erreicht, werden durch

die Reaktion der Netzfrequenzschätzung auf die Unstetigkeit in der Soll-Frequenz $f_{\text{set}}(t)$ zum Zeitpunkt des Rampenbeginns verursacht. Gleiches Verhalten zeigt sich zum Ende der Rampe, wenn die RoCoF-Schätzung wieder null erreicht. In Teilabb. b sind die RoCoF-Schätzungen im eingeschwungenen Zustand dargestellt. Es ist gut zu sehen, wie die Schätzung zu niedrigeren Werten hin abweicht, was der mit der Netzfrequenzschätzung ebenfalls zunehmenden Abtaststrategie der MFEU geschuldet ist. Genau hier kommt die Kompensation der Filterkennlinie gemäß Kapitel 3.8.2 zum Tragen, die diesen Drift einfängt und durch Umschaltung der Länge der Impulsantwort des Differenzierers die Abweichung begrenzt. In Teilabb. c ist das gleiche Szenario bei einer Quantisierung von $\Lambda = 12$ Bit zu sehen. Hier zeigt sich, weshalb die Tiefpassfilterung der RoCoF-Schätzung nötig ist: Durch den differentiellen Charakter der Berechnung wird das annähernd weiße Quantisierungsrauschen auf höheren Frequenzen verstärkt. Je höher t_w gewählt wird, desto weniger findet diese Verstärkung statt - auf Kosten der Systemträgheit. Werden die im Szenario ohne Quantisierung sichtbaren Abweichungen der RoCoF-Schätzung $r_{\text{twc}}[n_\nu]$ von r_{set} auf r_{set} normiert, entspricht dieser Wert genau dem in Kapitel 3.8.3 eingeführten relativen Fehlermaß e_{rel} . Der höchste Wert liegt bei 0,07 %. Zudem zeigt sich, dass die Kompensation der Filterkennlinie bereits bei im Normalbetrieb des Netzes durchaus auftretenden Frequenzänderungen von $r_{\text{set}} = 0,02 \text{ Hz/s}$ nach einigen Perioden zum Tragen kommt und eine akkurate RoCoF-Schätzung ermöglicht. Je höher die Frequenzänderung dabei ist, desto schneller findet die Umschaltung der Filterkennlinie statt.

4.5 Amplituden- und Phasensprünge

In diesen Testszenarien wird die Reaktion des Systems auf einen Sprung in der Amplitude oder Phase der Eingangsspannung untersucht. Die Untersuchungen an der Frequenzrampe ergaben, dass der Vektorfehler auf den Harmonischen linear mit dem Frequenzfehler zusammenhängt. Unter der Annahme, dass der Frequenzfehler über das der Spektralanalyse zugrundeliegende Intervall von m_{fn} Perioden konstant sei, reicht an dieser Stelle eine Untersuchung der Güte der Frequenzschätzung aus, um Rückschlüsse auf die der spektralen Re-Orthogonalisierung zu ziehen.

4.5.1 Testsignale

In [N7, Kap. 6.6] werden die Testszenarien für Amplituden- und Phasensprünge definiert. Der Sprung erfolgt jeweils zu einer definierten Zeit $T_{\text{st}} \geq 0$ s aus dem eingeschwungenen Zustand heraus. Die Soll-Netzfrequenz bleibt konstant am Nennwert von $f_n = 50$ Hz. Tabelle 4.4 zeigt die Größen im Amplitudensprung-Szenario, wobei die Sprungfunktion wie folgt definiert ist:

$$\Theta(t) = \begin{cases} 1 & \forall t \geq 0 \\ 0 & \forall t < 0 \end{cases} \quad (4.26)$$

Auch dieses Testszenario wird einphasig simuliert. Gemäß IEEE-Standard sind Amplitudensprünge von $\pm 10\%$ sowie Phasensprünge von $\pm 10^\circ$ bzw. $\pm \pi/18$ vorgesehen.

Tabelle 4.4: Größen im Sprung-Szenario

Größe	Wert
$U_{\text{ex}}(t)$	Amplitudensprung: $\sqrt{2}U_n(1 \pm \Delta a \Theta(t - T_{\text{st}}))$, Phasensprung: $\sqrt{2}U_n$
$\varphi_{\text{ex}}(t)$	Amplitudensprung: 0, Phasensprung: $\pm \Delta \varphi \Theta(t - T_{\text{st}})$
$f_{\text{set}}(t)$	f_n
$\underline{U}[h]$	0
$u_{\text{hx}}(t)$	0
$u_{\text{nx}}(t)$	0
T_{sim}	5 s
T_{st}	2,5 s
Δa	10 % / 5 % / 3,3 % / 1 % / 0,5 % / 0,3 % / 0,1 % / 0,05 % / 0,03 % / 0,01 %
$\Delta \varphi$	$\frac{\pi}{18}$ / $\frac{\pi}{36}$ / $\frac{\pi}{90}$ / $\frac{\pi}{180}$ / $\frac{\pi}{360}$ / $\frac{\pi}{900}$ / $\frac{\pi}{1800}$ / $\frac{\pi}{3600}$ / $\frac{\pi}{9000}$ / $\frac{\pi}{18000}$

4.5.2 Ergebnisse der MFEU-Ausgaben

Die Reaktion der Netzfrequenzschätzung auf die Sprünge in Amplitude und Phase fällt unterschiedlich aus. Abb. 4.14 stellt Frequenzfehler und Betrag des Grundschwingungsphasors für beide Szenarien in zwei Spalten gegenüber.

Reaktion auf Amplitudensprung

Es zeigt sich, dass beim Amplitudensprung im Vergleich zum Phasensprung wesentlich geringere Frequenzfehler auftreten. Der höchste Frequenzfehler bei einem Amplitudensprung um 10 % beträgt 0,06 Hz. Nach etwa acht Periodendauern bleibt der Frequenzfehler unterhalb 1 mHz. Die durch die Filterstufen ins System eingetragenen Trägheiten von etwa einer Grundperiodendauer lassen sich gut in Teilabb. e beobachten: Der Betrag des Grundschwingungsphasors $|\hat{X}[n_\nu]|$ erreicht nach etwa einer Grundperiode 50 % des neuen Sollwerts beim Amplitudensprung. Dabei ist Überspringen minimal, es beträgt maximal 35 ppm vom Sollwert des Phasors. Der Betrag des Grundschwingungsphasors nähert sich damit schneller seinem Sollwert an als der Frequenzfehler. Werden die Amplitudensprünge Δa kleiner, so reduzieren sich der Ausschlag in Frequenzfehler und Überspringen des Phasors linear dazu, während die Zeitkonstanten der Reaktion gleich bleiben, was ebenfalls aus Abb. 4.14 ersichtlich ist.

Reaktion auf Phasensprung

Im Falle eines Phasensprungs reagiert das System stärker: Die Phasenabweichung des internen Phasors von der des Eingangssignals stellt die Regelgröße dar. Daher resultiert eine sprunghafte Änderung dieser in einer signifikanten Störung der Regelung. In der rechten Spalte von Abb. 4.14 ist dieses Verhalten abgebildet. Beim vorgenommenen Phasensprung von $\pi/18$ stellt sich ein maximaler Frequenzfehler von 1,5 Hz ein. Die Ausregelung des Fehlers dauert wesentlich länger als beim Amplitudensprung: Erst nach 340 ms, also nach etwa 17 Grundperioden, liegt der Frequenzfehler wieder unterhalb von 1 mHz. Im Gegensatz zum Frequenzfehler reagiert der Betrag des Grundschwingungsphasors $|\hat{X}[n_\nu]|$ wenig auf den Phasenfehler: In der Spitze fällt der Betrag um etwa 1,7 % ab, bevor er sich oszillierend dem Sollwert annähert. Dieser Abfall resultiert hierbei aus einem Herausdrehen des Grundschwingungsphasors durch den Phasensprung bzw. einem Winkelfehler zwischen dem internen Phasor des Systems und des gemessenen Grundschwingungsphasors. Erst nach dem erneuten Einregeln auf einen Phasenfehler nahe null wird der Betrag des Phasors erneut vollständig abgebildet. Auch beim Phasensprung hängt die Reaktion des Systems linear mit der Stärke des Phasensprungs $\Delta\varphi$ zusammen und reduziert sich entsprechend für kleinere Phasensprünge.

4.5.3 Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung

Aus der in Kapitel 4.4.3 gezeigten linearen Beziehung zwischen dem Fehler der Frequenzschätzung $e_f[n_\nu]$ und dem Vektorfehler $e_v[l, h]$ kann eine Abschätzung der Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung während eines Sprungs der Amplitude oder Phase erfolgen. Dabei wird bereits bei Betrachtung des Frequenzfehlers unmittelbar nach dem Sprungzeitpunkt klar, dass der Vektorfehler bei entsprechend hohen Sprüngen groß wird und die Phaseninformation auf einer Harmonischen dann nicht mehr verwertbar ist. Es stellt sich die Frage, nach welcher Reaktionszeit die Betrachtung des Vektorfehlers erfolgen soll. Der IEEE-Standard für Synchrophasormessgeräte definiert für das SprungszENARIO verschiedene Grenzwerte, die je nach PMU-Klasse innerhalb einer gegebenen Zeit unterschritten sein müssen (vgl. [N7, Kap. 6.6]). Dabei sollen nachfolgend die Ergebnisse zu denjenigen Zeitpunkten betrachtet werden, die für PMUs der M-Klasse beschrieben

4 Validierung

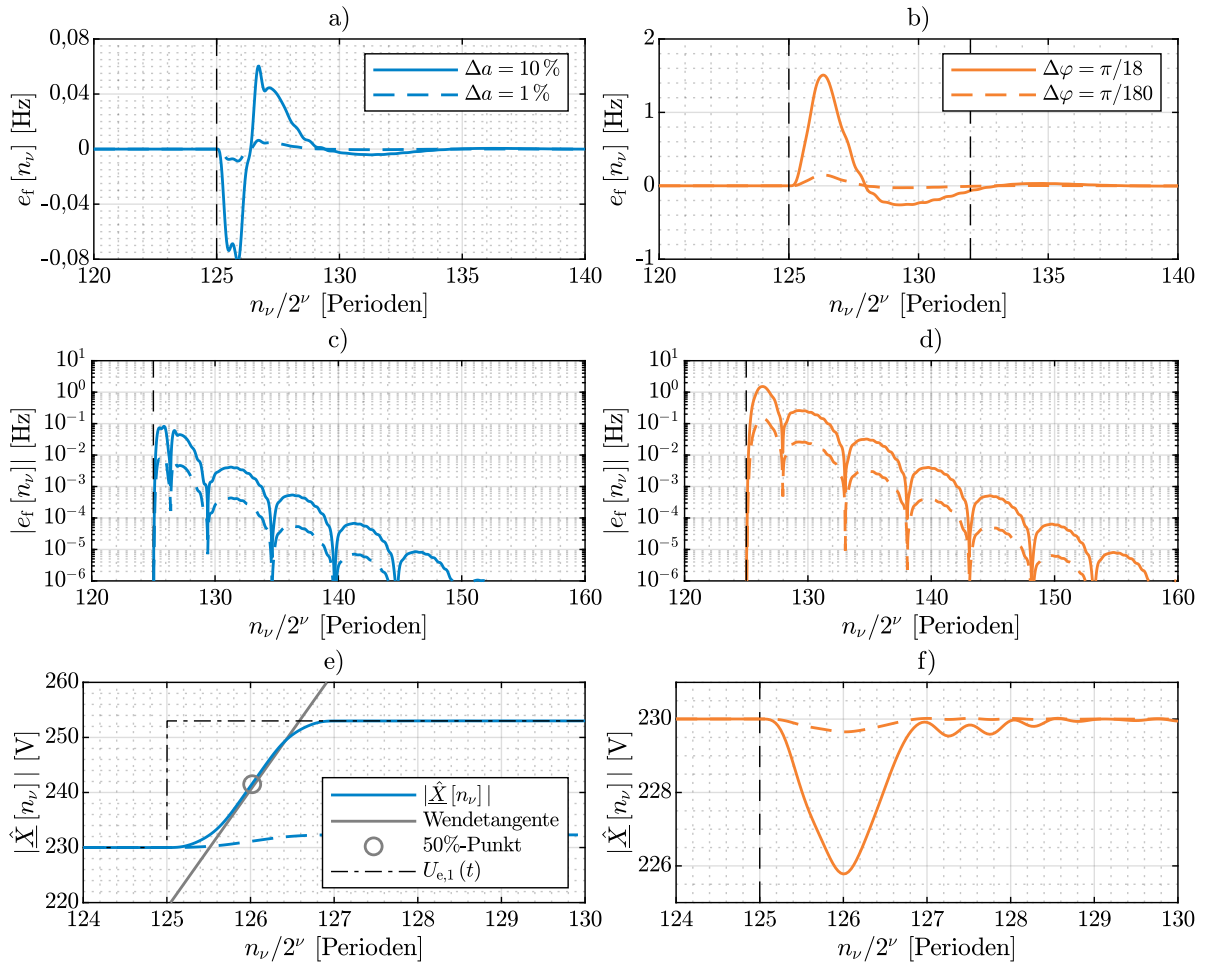


Abb. 4.14: Ergebnisse der Sprungszenarios. Linke Spalte: Amplitudensprung um +10% (durchgezogene Linie) und +1% (gestrichelte Linie). Rechte Spalte: Phasensprung um $\pi/18$ (durchgezogene Linie) und $\pi/180$ (gestrichelte Linie). a) und b) Frequenzfehler $e_f[n_\nu]$ zum Sprungzeitpunkt. c) und d) Betrag des Frequenzfehlers $|e_f[n_\nu]|$. e) und f) Verhalten des Betrags des Grundschwingsungsphasors $|\hat{X}[n_\nu]|$. Die gestrichelte vertikale Linie bezeichnet den Sprungzeitpunkt.

sind. Diese ermitteln die Fehlerwerte nach sieben bzw. 14 Grundperioden. Die entsprechenden Vektorfehlerwerte werden über die Approximation gemäß Gl. 4.25 ermittelt und für mehrere Harmonische im Frequenzbereich des PQMS in Abhängigkeit im entsprechenden Sprungszenario ermittelten Frequenzfehlers in Abb. 4.15 dargestellt.

Aus der Abbildung lässt sich zweierlei ableiten: Zum einen hängt der zu erwartende Vektorfehler wie erwartet vom zeitlichen Abstand zum Sprung ab. Nach sieben Perioden liegt der Vektorfehler selbst bei niedrigen harmonische Ordnungen wie $h = 5$ für $\Delta a \geq 0,2\%$ oberhalb von 1%. Bei $h = 101$ wird diese Linie bereits bei $\Delta a \geq 10^{-4}$ überschritten. Nach Vergehen von 14 Perioden ergibt sich ein anderes Bild: Der Vektorfehler liegt für $h = 5$ sogar bei Amplitudensprüngen von $\Delta a = 10\%$ unterhalb der 1%-Linie. Für $h = 101$ wird diese erst bei $\Delta a = 0,5\%$ überschritten. Die nächste Erkenntnis ist die, dass der Vektorfehler wie die Frequenz gegenüber Phasensprüngen wesentlich empfindlicher ist. So liegen die zu erwartenden Vektorfehler bei Phasensprüngen von einem Grad sowohl nach sieben als auch 14 Perioden für alle Harmonischen oberhalb von 1%. Dies korrespondiert mit den Beobachtungen der Netzfrequenzschätzung, nach denen die Frequenzmessung wesentlich empfindlicher auf einen Phasen- als auf einen Amplitudensprung reagiert und die Ausgleichsphase entsprechend länger dauert. Die Quantisierung hat auf den

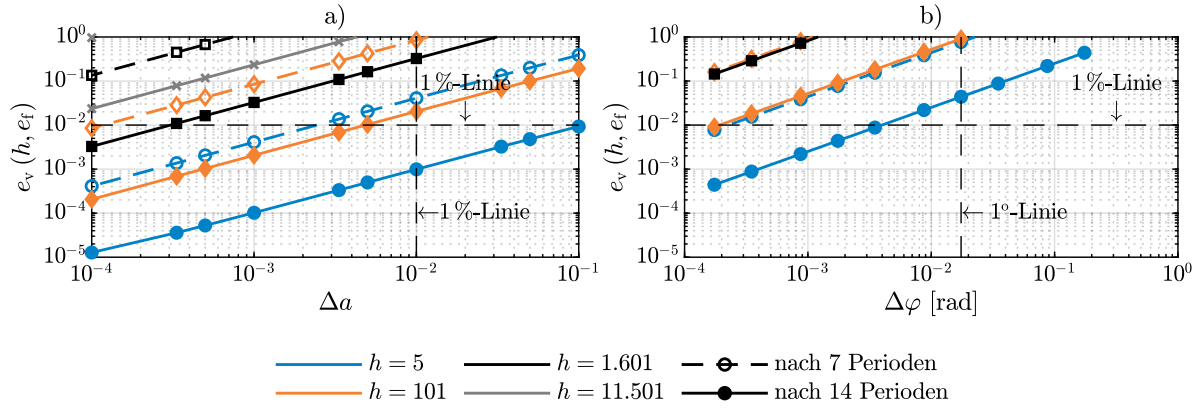


Abb. 4.15: Zu erwartender maximaler Vektorfehler während eines a) Amplituden- und b) Phasensprungs nach Vergehen von sieben (gestrichelte Linien) und 14 Perioden (durchgezogene Linien) für verschiedene harmonische Ordnungen.

Vektorfehler in diesem Szenario keinen Einfluss, da die durch die Quantisierung verursachten Vektorfehler gemäß Kapitel 4.3 wesentlich kleiner sind als die in diesem Szenario durch den Frequenzfehler verursachten.

4.5.4 Ergebnisse der RoCoF-Schätzung

Der Betrag der RoCoF-Schätzung ist für die drei Zeitkonstanten $t_w \in \{0,5 \text{ s}, 1 \text{ s}, 2 \text{ s}\}$ sind für den 10 %-Amplitudensprung und den $\pi/18$ -Phasensprung bei einer Quantisierung von $\Lambda = 12$ Bit in Abb. 4.16 abgebildet. Hier wird die Gestalt der Impulsantwort des Differenzierers gemäß Gl. 3.140 gut sichtbar: Alle drei Schätzungen reagieren unmittelbar auf die Änderung der Frequenzschätzung zum Sprungzeitpunkt und erreichen einen Maximalwert, der dem höchsten Ausschlag der Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$, dividiert durch t_w entspricht. Danach folgt der RoCoF der Frequenzschätzung, bis die Impulsantwort des Differenzierers vollständig durchgelaufen ist, woraufhin die Messung wieder ausschlägt, was nach dem Vergehen von genau t_w stattfindet. In diesem Szenario beträgt die Grundfrequenz des Systems konstant 50 Hz und außer den Sprunggrößen sind alle Signalparameter weiterhin konstant, wodurch sich dieser Zeitraum durch eine Multiplikation mit der Grundfrequenz des Systems genau auf der Periodenzeitachse abbilden lässt.

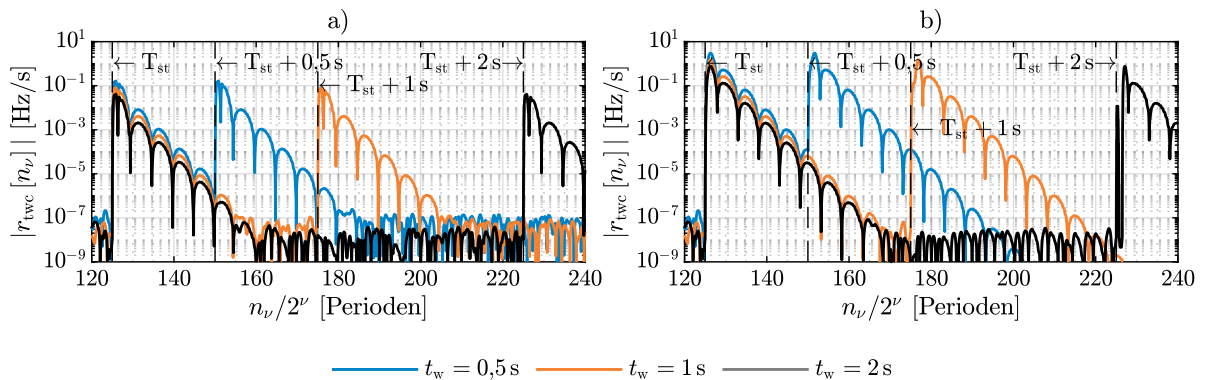


Abb. 4.16: Betrag der RoCoF-Größe $|r_{twc}[n_\nu]|$ während des a) 10 %-Amplitudensprungs und b) $\pi/18$ -Phasensprungs für verschiedene Werte von t_w bei einer Quantisierung von $\Lambda = 12$ Bit.

Analog zur Frequenzschätzung zeigt sich der Ausschlag der RoCoF-Größe empfindlicher gegen-

4 Validierung

über Phasensprüngen im Vergleich zu Amplitudensprüngen. Die plötzliche Erhöhung der RoCoF-Schätzung aus ihrem durch das Quantisierungsrauschen verursachten Niveau von etwa 10^{-7} Hz/s dauert bis zum Erreichen des höchsten Ausschlages etwa 0,6 Periodendauern. Wird die RoCoF-Schätzung bei späteren Messungen am Netz auf solche Sprünge hin untersucht, kann dies unter Umständen zum Identifizieren eines Sprungs verwendet werden.

4.6 Zwischenharmonische

Die hohen Anforderungen an das Filter der TP_f-Stufe gemäß Kapitel 3.3.3 ergaben sich aus der Präsenz von Rundsteuersignalen am Messpunkt im Labor der Hochschule Ruhr West, in dem der Prototyp des PQMS aufgebaut wurde. Dort treten über den Tag verteilt Rundsteuersignale auf verschiedenen Frequenzen auf, wovon die niedrigste bei 168 Hz gemessen wurde. Nach [N1, Kap. 4.10.2] dürfen Frequenzen zwischen 110 Hz und 3000 Hz verwendet werden. In der Regel handelt es sich um zwischenharmonische Frequenzen, sodass diese im Frequenzgang des Filters der TP_f-Stufe nicht genau auf die Nullstellen fallen. Die Rundsteuersignale kommen in Form eines kodierten Rundsteuertelegrams mit einem Startimpuls und einer sich anschließenden Folge von Tonimpulsen, die dann die zu übermittelnde Information übertragen [10, S. 767ff.]. Je Puls wurden im Labor Längen von etwa 600 ms gemessen. Es kann nur vermutet werden, dass die Modulation des Rundsteuersignals mit einem Nulldurchgang des Modulationssignals beginnt und endet, um Spannungsspitzen in den Anlagen zu vermeiden. Im folgenden Szenario ist f_{rs} die Frequenz des Rundsteuersignals und T_{rs} ist die Soll-Dauer des Pulses. Durch die Synchronisation mit den Nullstellen des Signals ergibt sich für die echte Dauer der Modulation dann

$$\hat{T}_{rs} = \frac{[2T_{rs}f_{rs}]}{2f_{rs}}. \quad (4.27)$$

Das eigentliche Rundsteuersignal wird dann als Sinusschwingung der Grundschiwingung additiv überlagert.

4.6.1 Testsignale

Die Signalkonfiguration für das Rundsteuersignal-Szenario zeigt Tabelle 4.5. Als Amplitude werden die gemäß Norm erlaubten 9% der Grundschiwingungsamplitude verwendet, T_{st} stellt den Startzeitpunkt des Signals dar.

Tabelle 4.5: Größen im Rundsteuersignal-Szenario

Größe	Wert
$U_{ex}(t)$	$\sqrt{2}U_n$
$\varphi_{ex}(t)$	0
$f_{set}(t)$	f_n
$\underline{U}[h]$	0
$u_{hx}(t)$	0
$u_{nx}(t)$	$0,09 \cdot \sqrt{2}U_n \sin(2\pi f_{rs}(t - T_{st})) \operatorname{rect}\left(\frac{t - T_{st}}{\hat{T}_{rs}}\right)$
T_{sim}	3 s
f_{rs}	110 Hz / 168 Hz / 430 Hz
T_{st}	1 s
T_{rs}	0,6 s

Zur Zeitbegrenzung des Rundsteuerimpulses wird die kontinuierliche Rechteckfunktion gemäß Gl. 2.29 verwendet. Die drei verwendeten Frequenzen sind zum einen die untere erlaubte Grenze gemäß Norm, zum anderen die die Frequenz, die im Labor regelmäßig gemessen wurde. Die dritte Frequenz ist diejenige, bei der ein Frequenzfehler von 1 mHz während der Modulation des Signals unterschritten wird und die in den öffentlich zugänglichen Listen der in Deutschland verwendeten Rundsteuersignalfrequenzen auftreten.

4.6.2 Reaktion der Netzfrequenzschätzung

Der Einfluss der Rundsteuersignale auf die Güte der Phasenregelung bzw. Frequenzschätzung wird erwartungsgemäß umso höher, je niedriger die Frequenz des Rundsteuersignals f_{rs} ist. Abb. 4.17 zeigt die Simulationsergebnisse für die verschiedenen Frequenzen. Teilabb. a zeigt den Verlauf des Frequenzfehlers $e_f[n_\nu]$. Es ergibt sich ein oszillierender Frequenzfehler mit einer Amplitude von etwa 65 mHz im Maximum bei $f_{rs} = 110$ Hz.

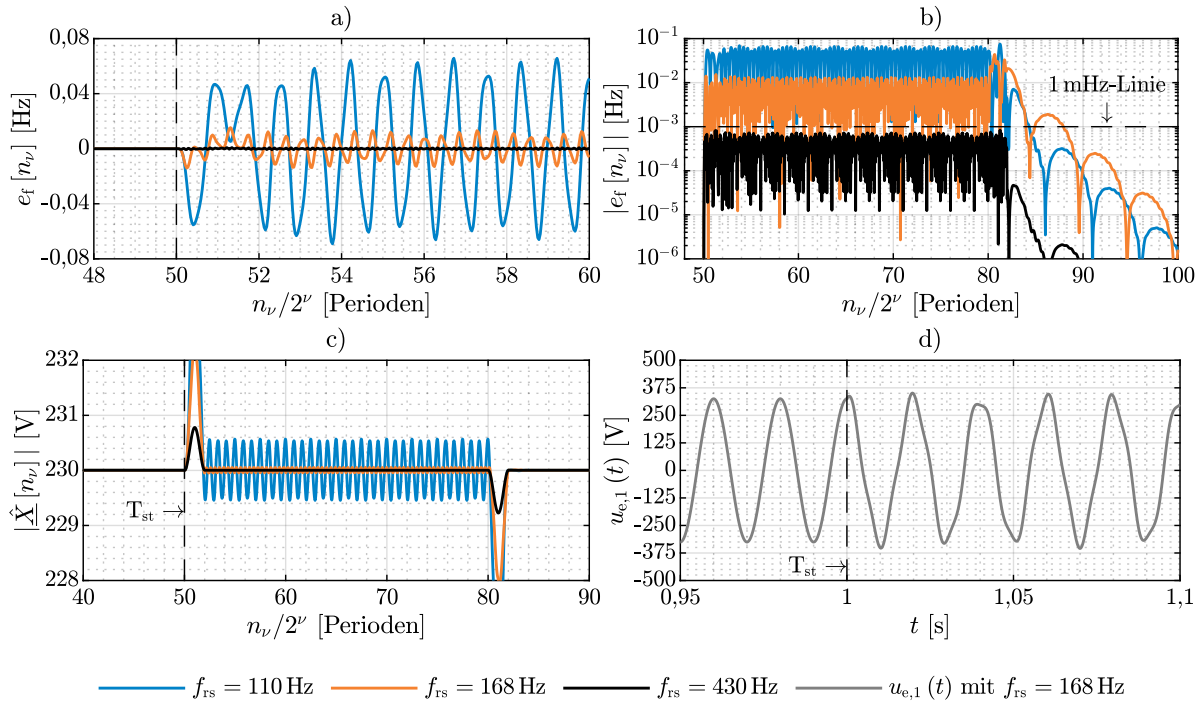


Abb. 4.17: Ergebnisse des Rundsteuersignal-Szenarios. a) Verlauf des Frequenzfehlers $e_f[n_\nu]$ bei Aufmodulation des Rundsteuersignals. b) Betrag des Frequenzfehlers $|e_f[n_\nu]|$, logarithmisch. c) Betrag des Grundswingungsphasors. d) Eingangsspannungssignal mit aufmoduliertem Rundsteuersignal bei $f_{rs} = 168$ Hz.

Bei $f_{rs} = 168$ Hz oszilliert der Fehler nur noch mit etwa 14 mHz Amplitude. Für höhere Frequenzen nimmt diese in dem Maße weiter ab, das der Dämpfung im Frequenzgang des Filters der TP_f-Stufe entspricht (vgl. Abb. 3.8a). In Abb. 4.17, Teilabb. b ist der Betrag des Frequenzfehlers $|e_f[n_\nu]|$ aufgetragen. Das System verbleibt in seinem eingeschwungenen Zustand, bis das Rundsteuersignal aufgebracht wird. Dann oszilliert der Frequenzfehler mit den oben angegebenen Amplituden. Aufgrund der Frequenzverschiebung entspricht die Frequenz dieser Oszillation der Differenz aus der Rundsteuersignalfrequenz und dem Schätzwert der Netzfrequenz $f_e[n_\nu]$. Sobald der Rundsteuerimpuls beendet ist, schwingt das System wieder ein. In Teilabb. c ist der Betrag des Grundswingungsphasors $|\hat{X}[n_\nu]|$ abgebildet. Auch hier stellt sich eine oszillierende

Störung ein, jedoch entspricht diese selbst bei $f_{rs} = 110\text{ Hz}$ nur einem Fehler von etwa 0,3 %. Zu Beginn und Ende des Pulses ist jeweils eine Spitze mit einer Abweichung von etwa 1,3 % zu sehen, die nach etwa zwei Grundperioden in die stationäre Oszillation bzw. den störungsfreien Wert übergeht. Teilabb. d stellt das Spannungssignal dar, auf das das Rundsteuersignal appliziert wird sowie dieses Signal selbst (grauer Graph). Es ist gut zu sehen, dass diese niederfrequenten Zwischenharmonischen mit bloßem Auge nicht als Ripple wahrzunehmen sind, stattdessen wird der Formfaktor der zugrundeliegenden Schwingung sichtbar geändert.

4.6.3 Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung

Der zu erwartende Vektorfehler lässt sich aus den vorherigen Beobachtungen gut abschätzen. Auch bei längerer Dauer des Signals zeigt sich der Frequenzfehler im Vergleich zur Frequenzrampe hier oszillierend um null, sodass die Zeitvarianz des Vektorfehlers vernachlässigbar ist. Je höher die Frequenz des Rundsteuersignals wird, desto geringer wird der Vektorfehler auf den einzelnen Harmonischen. Dieser Zusammenhang ist allerdings nicht linear, sondern hängt vom Verhältnis der aktuellen Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$, der Rundsteuersignalfrequenz f_{rs} sowie dem Betragsfrequenzgang des Filters der TP_f -Stufe ab. Fällt das Rundsteuersignal mit einer der Nullstellen des Frequenzgangs zusammen, so zeigen sich gar keine Beeinflussungen mehr. Die Rundsteuersignale sind als solche aufgrund der Oszillationen in Frequenz und RoCoF gut zu erkennen und sind in der Regel nur von kurzer Dauer. Daher muss überlegt werden, ob eine phasengenaue Spektralanalyse für die Zeitdauer der Rundsteuersignale ausgesetzt werden kann, um zusätzliche Winkelfehler zu vermeiden.

4.7 Asymmetrisches Drehstromsystem

Dieses Szenario ist keiner Norm entnommen und soll das Verhalten des Systems in dreiphasiger Konfiguration bei Änderungen der Symmetrie untersuchen. Hierzu wird im Gegensatz zum in Kapitel 4.5 definierten Sprungscenario der Sprung nur auf einer der drei Leiter-Erde-Spannungen vorgenommen.

4.7.1 Testsignale

Die Testsignale dieses Szenarios sind in dreiphasiger Konfiguration der Tabelle 4.6 zu entnehmen. Zunächst wird mit einem symmetrischen Drehstromsystem ein stationärer Zustand hergestellt. Danach erfolgen im Abstand von 1 s ein Amplituden- und ein Phasensprung auf je einer anderen Leiter-Erde-Spannung.

Tabelle 4.6: Größen im Asymmetrie-Szenario

Größe	Wert
$U_{ex}(t)$	$x \in \{1, 2\} : \sqrt{2}U_n; \quad x = 3 : \sqrt{2}U_n (1 + \Delta a \Theta(t - T_{st1}))$
$\varphi_{ex}(t)$	$x = 1 : \Delta \varphi \Theta(t - T_{st2}); \quad x = 2 : -2\pi/3; \quad x = 3 : 2\pi/3$
$f_{set}(t)$	f_n
$u_{hx}(t)$	0
$u_{nx}(t)$	0
T_{sim}	3 s
T_{st1}	$T_{sim}/3$
T_{st2}	$2T_{sim}/3$
Δa	10 %
$\Delta \varphi$	$\pi/18$

Danach wird die Reaktion des Systems hinsichtlich der Frequenzschätzung evaluiert.

4.7.2 Ergebnisse der Frequenzschätzung

In diesem Szenario zeigt sich der Vorteil der dreiphasigen Messung gegenüber dem einphasigen Betrieb: Da die Phase der Mitsystemkomponente die Regelgröße darstellt, in die alle drei Leiter-Erde-Spannungen zur Berechnung eingehen, reagiert das System unempfindlicher auf Amplituden- und Phasensprünge auf einzelnen Spannungen. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.18 dargestellt. In Teilabb. a wird der Frequenzfehler gezeigt, der nach dem Amplitudensprung auf der L1-N-Spannung bei höchstens 16 mHz liegt, damit also mehr als viermal so gering ausfällt wie bei einem Sprung der Amplitude in einphasiger Konfiguration. Beim Phasensprung lässt sich ähnliches beobachten: In Teilabb. b zeigt sich, dass der Fehler nun unterhalb von 0,5 Hz liegt und sich dadurch auch schneller wieder unter 1 mHz einpendelt, als es in einphasiger Konfiguration der Fall ist.

Bei Betrachtung des Drehstromsystems mithilfe der in der MFEU berechneten Phasoren nach dem Amplitudensprung lässt sich feststellen, dass der Nullpunkt des Systems in Richtung des

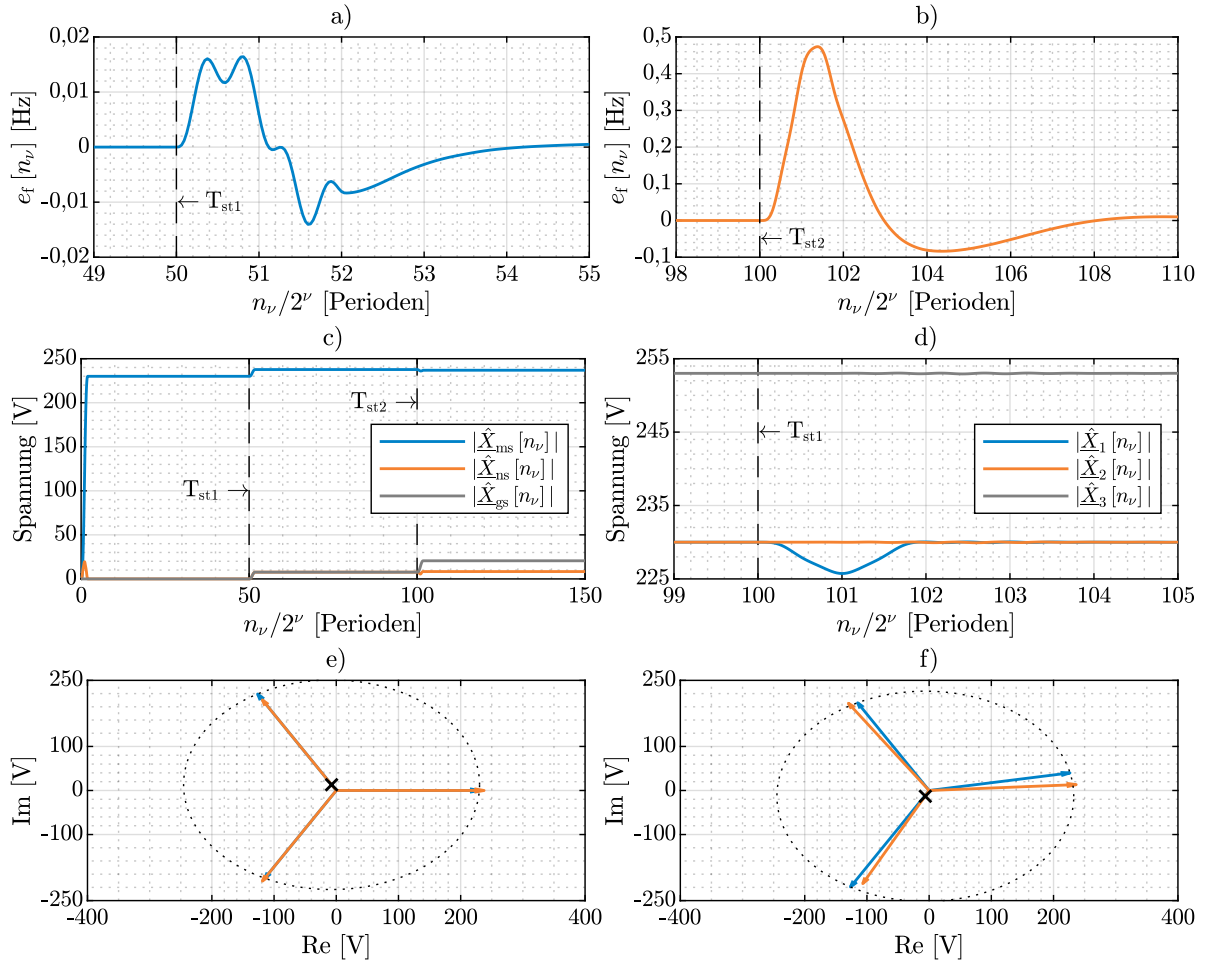


Abb. 4.18: Ergebnisse für die Sprungzenarien im asymmetrischen Drehstromsystem. a) Frequenzfehler während des Amplitudensprungs und c) während des Phasensprungs. c) Beträge der Schätzungen für symmetrische Komponenten und d) Phasoren der drei Spannungen. e) Visualisierung des Drehstromsystems (blau) und des resultierenden Mitsystems (orange) nach dem Amplitudensprung und f) Phasensprung mit eingezeichnetem Mittelpunkt des Drehstromsystems.

Leiters 3 verschoben wurde. Die Mitsystemkomponente wird dadurch etwas größer und es bilden sich eine Gegen- und Nullsystemkomponente aus, die diese kompensieren (Teilabb. e). Genau dies lässt sich auch bei dem ausgegebenen Vektor mit Schätzungen der symmetrischen Komponenten beobachten (Teilabb. c, mittlerer Bereich). Beim anschließenden Phasensprung auf Leiter 1 kommt es zu einer Nullpunktverschiebung nach unten in Richtung des Leiters 2, die Mitsystemkomponente nimmt etwas ab und die Gegensystemkomponente verstärkt sich (Teilabb. f). Auch dieser Effekt ist im Ausgabevektor mit den Schätzungen nachzuvollziehen (Teilabb. c, rechter Bereich). Interessant ist der kurzzeitige Abfall in der Schätzung der L1-Komponente beim Phasensprung (Teilabb. d). Da diese Phase springt, regelt das System die interne Phasenlage nach, was mit der Trägheit der MFEU geschieht. Nach einer Grundperiode ist das Maximum der Abweichung erreicht und nach zweien wurde der Winkel durch die Regelung wieder kompensiert.

4.8 Diskussion

Aus den in diesem Kapitel anhand der Simulationen erlangten Erkenntnisse lassen sich wichtige Schlüsse ziehen und die Forschungsfragen 3 bis 5 beantworten.

4.8.1 Messung und Interpretation der Netzfrequenz

Die Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ folgt dem Sollwert der Netzfrequenz $f_{set}(t)$ in den Simulationen schnell und präzise. Das System basiert einer speziell konfigurierten Phasenregelschleife (PLL), deren Eingangsgröße die Phasenlage eines Spannungsphasors ist. In einphasiger Konfiguration ist dies der Grundswingungsphasor der Leiter-Erde-Spannung, im Falle der dreiphasigen Konfiguration der Phasor der Mitsystemkomponente des Drehstromsystems.

Güte der Frequenzschätzung

Im Frequenzrampenszenario konnte gezeigt werden, dass die Frequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ der Soll-Netzfrequenz $f_{set}(t)$ auch bei signifikanter harmonischer Belastung und hoher Frequenzänderungsrate bis zu 1 Hz/s mit einem geringen Frequenzfehler von $e_f \leq 0,5$ mHz folgen kann. In den folgenden Testszenarien wurden die Einflüsse von Sprüngen in Amplitude- und Phase sowie von Zwischenharmonischen untersucht. Hier zeigt sich, dass diese Störungen die Netzfrequenzmessung negativ beeinflussen. Dieser Einfluss ist im Falle von Phasensprüngen auf der Grundschiwingung am größten. Ferner konnte nachgewiesen werden, dass der Einfluss der Quantisierung am ADU vernachlässigbar ist. Zwar wird der stationäre Frequenzfehler im eingeschwungenen Zustand mit abnehmender Quantisierungstiefe größer und beträgt etwa $e_f \approx 0,02$ mHz bei $\Lambda = 12$ Bit, jedoch ist bei Messungen am Stromnetz kein solcher stationärer Zustand zu erwarten. Vielmehr wird sich die Netzfrequenz um ihren Nominalwert herum beständig ändern, wodurch der Einfluss der Quantisierung zumindest für die später im Laborprototypen verwendete Tiefe von $\Lambda = 12$ Bit vernachlässigt werden kann.

Einfluss lokaler Störungen

Die Modellierung der Testsignale sah für die Sprungszzenarien und die mit zwischenharmonischer Belastung eine konstante Netzfrequenz $f_{set}(t)$ während der Simulation vor. Dennoch reagiert die Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ mit einer Abweichung auf diese Störungen. Es wird das zu Beginn der Arbeit in Kapitel 2.2.2 aufgezeigte Spannungsfeld zwischen der Definition der Netzfrequenz im energietechnischen Sinne und ihrer Messgröße offensichtlich: Eine lokale Frequenzmessung ist diesen Störungen ausgeliefert, da zu ihrer Messung ausschließlich die Spannungs- und Stromsignale zur Verfügung stehen. Eine Separation der eigentlichen Netzfrequenz, die an die Drehzahl der ans Netz angeschlossenen Synchronmaschinen gekoppelt ist, von den lokalen Störungen kann auf rein messtechnischem Wege nicht mehr erfolgen. Im zeitlichen Verlauf folgt die Netzfrequenzschätzung der zugrundeliegenden unbekannten Netzfrequenz $f_r(t)$ zwar, jedoch kommen die lokalen Störeinflüsse mit abnehmender Latenz stärker zum Tragen. Soll die Schätzung der echten Netzfrequenz $f_r(t)$ weiter verbessert werden, müssen Modelle entwickelt werden, die Annahmen oder Kenntnisse des Netzes und seiner Dynamik berücksichtigen und mit deren Hilfe entschieden werden kann, ob eine lokale Störung oder ein netzweites Frequenzereignis vorliegt. In einem ersten Schritt kann dazu eine Tiefpassfilterung der Frequenzschätzung erfolgen, die in ihrer Grenzfrequenz die Dynamik des Netzes berücksichtigt. Dies ist Gegenstand weiterer Forschung, Arbeiten wie [105,106,107] liefern entsprechende Diskussionsgrundlagen.

Vergleich mit anderen Frequenzschätzverfahren

Im Vergleich mit anderen Frequenzschätzverfahren, insbesondere den in Kapitel 2.7.3 vorgestellten PMU-Algorithmen, fällt auf, dass die vorgestellte Messung träger ist. Die in [N7, Kap. 6] aufgestellten Grenzzeiten von sieben Periodendauern werden im Amplituden- und Phasensprungszenario überschritten. Diese Trägheit ist jedoch bewusst in das System in Form des auf dem von-Hann-Fenster basierenden Filters der TP_f -Stufe eingebracht worden, um die Störung der Netzfrequenzschätzung während der am Messort mehrfach täglich auftretenden Rundsteuer-signale auf ein akzeptables Maß zu beschränken. Würden andere Filter, wie beispielsweise das in Kapitel 3.4.5 beschriebene Mittelwertfilter, verwendet, so würde sich die Reaktionszeit im Falle von Störungen auf Kosten des maximalen Frequenzfehlers auf die Hälfte, also eine halbe Grundperiode, verkürzen.

4.8.2 Betrachtungen im Spektrum

Die Verbesserung der spektralen Spannungsqualität mit höchstmöglicher Zeitauflösung war das Kernziel der Arbeit. Der zu diesem Zweck entwickelte PQMS-Algorithmus wurde in den vorherigen Kapitel in Simulationen ausführlich hinsichtlich der verschiedenen Teilgebiete der Spektralanalyse hin untersucht.

Betragsspektrum

Die mittels PQMS realisierte spektrale Re-Orthogonalisierung eignet sich bis zur angegebenen Grenzfrequenz von $f_g = 500 \text{ kHz}$ zur Schätzung des Betrages harmonischer Phasoren auf den Netzsignalen. Hierbei ist eine Abweichung im Betrag von höchstens $0,04 \text{ dB}$ bei den hohen harmonischen Ordnungen zu erwarten, was einem Fehler von etwa $0,5 \%$ entspricht. Im zulässigen Netzfrequenzbereich von $f_{\min} = 44 \text{ Hz}$ bis $f_{\max} = 66 \text{ Hz}$ werden die DFT-Bins zentral getroffen. Dies gilt auch dann, wenn die Netzfrequenz sich schnell ändert bzw. sich ein durch die Systemträgheit des PQMS induzierter Fehler in der Frequenzmessung als Reaktion auf eine Dynamik in der Netzfrequenz einstellt. Durch die Unterdrückung des Nahbereich-Leck-Effekts und der Verwendung des Sinusrampenbasisfensters, dessen Besonderheit in seiner geringen Hauptkeulbreite von $m_{\text{fb}} = 2$ bei gleichzeitig hoher Nebenkeulendämpfung von $d_{\text{sl}} = -80 \text{ dB/Dek}$ liegt, wird das Signal-Rausch-Verhältnis gegenüber Systemen mit fester Abtastrate verbessert. Ein Messfenster von zwei Grundschwingungen reicht aus, um die Beträge harmonischer Phasoren präzise zu messen. Daher kann auch hochdynamisches Verhalten von Geräten am Netz besser analysiert werden. Der durch die lineare Interpolation verursachte spektrale Fehler verschwindet bei einer Quantisierung von $\Lambda = 12 \text{ Bit}$ im durch die Quantisierung verursachten Rauschen und kann daher vernachlässigt werden. Damit ist die Forschungsfrage 3 hinsichtlich des Betrages harmonischer Phasoren beantwortet. Bezüglich der Forschungsfrage 4 lässt sich festhalten, dass das Betragsspektrum über den gesamten festgelegten Frequenzbereich bis $f_g = 500 \text{ kHz}$ zuverlässig ermittelt werden kann.

Einschränkend muss gesagt werden, dass obige Feststellungen nur dann Gültigkeit besitzen, sofern keine Zwischenharmonischen im Frequenzbereich nahe an der zu analysierenden Harmonischen liegen oder sich ihnen gar überlagern. Diese Einschränkung wohnt jedoch allen anderen parametrischen Verfahren zur Spektralanalyse inne. Die einzige Möglichkeit, diesen Effekt zu umgehen ist eine deutliche Vergrößerung des Messfensters zur Erhöhung der spektralen Auflösung. Durch Verwendung des entlang der Frequenzachse schnell abfallenden Sinusrampenbasisfensters lässt sich der Einfluss von Zwischenharmonischen bei einigem Frequenzabstand ebenfalls begrenzen.

Phasenlage der Harmonischen

Im Gegensatz zum Betragsspektrum zeigt sich die Phasenlage der einzelnen Harmonischen äußerst empfindlich gegenüber Fehlern in der Frequenzschätzung. Der eingeführte Vektorfehler eignet sich hierbei als Maß zur Beurteilung der Güte der Phasenlage und korreliert mit dem Frequenzfehler, solange dieser nur kurzzeitig bestehen bleibt. Damit genügt eine Betrachtung des Frequenzfehlers in einem beliebigen Szenario, um den Einfluss auf den Vektorfehler und damit die Qualität der Phasenlage der einzelnen harmonischen Phasoren in den berechneten Spektren abzuschätzen. Im stationären Zustand lässt sich die Phasenlage im gesamten zu betrachtenden Frequenzbereich bis $f_g = 500 \text{ kHz}$ mit einem Vektorfehler von $e_v[l, h] \leq 0,01 \%$ bei niedrigen harmonischen Ordnungen bis hin zu $e_v[l, h] \leq 1 \%$ am oberen Ende des Nutzbereichs bestimmen. Dieses Szenario ist jedoch im echten Netz nicht zu erwarten. Stattdessen sind mehr oder weniger plötzliche Frequenzänderungen sowie Sprünge in Amplitude und Phase durch lokale Schaltvorgänge und Änderungen der Netzimpedanz zu erwarten, die in Abhängigkeit ihrer Ausprägung die Bestimmung der Phasenlage negativ beeinflussen. Je höher die harmonische Ordnung hierbei wird, desto sensibler reagiert die Phasenlage auf diese Einflüsse. Aus den Ergebnissen der Simulationen ist zu schließen, dass die Phasenlage im Bereich der klassischen Oberschwingungsanalyse bis $h = 50$ im Normalbetrieb des Netzes mit Vektorfehlern von $e_v[l, h] \leq 1 \%$ sicher zu verwenden ist. Bei Frequenzänderungen kleiner als $0,004 \text{ Hz/s}$ wird diese Fehlergrenze gar erst für $h > 250$ überschritten, was bei einer Netzfrequenz von $f_x(t) \approx 50 \text{ Hz}$ etwa $12,5 \text{ kHz}$ entspricht. Welche Güte sich darüber hinaus bei Messungen am Netz erreichen lässt, hängt von der Dynamik des Netzes hinsichtlich der Netzfrequenzänderung und den lokalen Störungen ab und muss durch entsprechende Messungen gezeigt werden. Zur Beantwortung der Forschungsfragen 3 und 4 hinsichtlich der Güte der Phasenlage von Harmonischen soll die simulative Abschätzung ausreichen.

4.8.3 Harmonische Leistungsflüsse

Bei der Berechnung harmonischer Leistungsflüsse ist die Güte der Phasenlage von besonderer Bedeutung, da sich die Vektorfehler sowohl im Spektrum der Spannung als auch des Stroms auswirken und sich damit in der Leistungsbetrachtung verstärken. Bei der Betrachtung der Frequenzrampe wurde festgestellt, dass diese Fehler eine direkte Konsequenz des Leck-Effekts sind, dessen Ursache wiederum das Übersprechen der einzelnen Fensterkerne gemäß der Herleitung der Problemstellung in Kapitel 2.5.2 ist. Da sich Strom- und Spannungssignale in ihrer spektralen Zusammensetzung unterscheiden, kann nicht davon ausgegangen werden, dass der Winkelfehler in beiden Spektren gleich ist und sich bei der Leistungsberechnung gemäß Gl. 3.122 herauskürzen würde. Vielmehr verstärken sich die Fehler bei der Berechnung der Leistungsgrößen. Dies kann bei der Berechnung der Wirkleistung in einem falschen Vorzeichen resultieren und damit die Aussage der Leistungsflussrichtung umkehren. Daher ist es unerlässlich, einen Grenzwert für den Vektorfehler zu diskutieren, ab dem die Phaseninformation verworfen wird und die harmonische Wirkleistung nicht mehr als aussagekräftig betrachtet werden kann. Anders verhält es sich bei der Berechnung der in Gl. 3.122 definierten Leistungsgröße und der Scheinleistung nach Gl. 3.126, da hier nur die Betragsspektren verwendet werden. Diese Betrachtung ist mit hoher Genauigkeit über den gesamten Nutzfrequenzbereich des Systems zulässig.

4.8.4 Bewertung der Güte in echten Messungen

Im Falle der in diesem Kapitel verwendeten synthetischen Testsignale kann der Vektorfehler eindeutig berechnet werden, eine Aussage zur Güte der Phasenlage ist damit möglich. In echten Feldmessungen ist es der Fall, dass die Ausgangssignale und damit auch der wahre Wert der

einzelnen harmonischen Komponenten unbekannt sind. Eine Bewertung der Güte der Signale lässt sich daher nur unter Zuhilfenahme derer Werte vornehmen, die aus den Messdaten gewonnen werden können. Dies sind die Schätzwerte für die Netzfrequenz $f_{ec} [n_\nu]$ und den RoCoF $r_{twc} [n_\nu]$, die Beträge der Spektren für Spannung $\hat{U}_{\hat{x}} [l, h]$ und Strom $\hat{I}_{\hat{x}} [l, h]$ sowie der daraus berechnete Qualitätsindex $Q [l, h]$.

Der Qualitätsindex eignet sich zur Abschätzung, ob eine im Spektrum enthaltene Frequenzkomponente eine Harmonische oder Zwischenharmonische ist. Zur Beurteilung der Güte der Phasenlage eignet er sich bedingt. Durch die zusätzliche Trägheit des Indexes, die vom Parameter β abhängt, verringert sich dessen Aussagekraft hinsichtlich der Phasenlage von Harmonischen mit zunehmender Frequenzdynamik, da sich Werte ergeben, die unterhalb derer liegen, die in Abb. 4.12 mit dem Vektorfehler korreliert wurden. Umgekehrt lässt sich dadurch mit dem Qualitätsindex ein Höchstwert des Vektorfehlers bestimmen. Diese Betrachtung gilt für den Fall, dass die Leistung der entsprechenden harmonischen Frequenzkomponente signifikant größer ist als das in die Messung eingebrachte Rauschen.

Eine weitere Möglichkeit zur Bewertung der Güte der Spektraldaten stellt die RoCoF-Schätzung $r_{twc} [n_\nu]$ dar, die nicht nur die Änderungsrate der Netzfrequenz darstellt, sondern auch Rückschlüsse auf Amplituden- und Phasensprünge im Netz zulässt. Ein plötzlicher, kurzzeitiger Ausschlag der RoCoF-Schätzung kann einen Amplituden- oder Phasensprung auf der Netzspannung anzeigen, auf den das Messsystem entsprechend reagiert hat. In diesem Fall kann anhand der Überlegungen in Kapitel 4.5 abgeschätzt werden, ob und bis zu welcher harmonischen Ordnung die Phasenlage gemessen werden kann. Welche Dynamik die Netzspannung hinsichtlich Amplituden- und Phasensprüngen innehat, hängt von der Netzimpedanz am Messort und den im lokalen Netz angeschlossenen Geräten ab und kann nur durch Messungen ermittelt werden.

5 Entwicklung des Laborprototypen

Nach erfolgter Validierung wird in diesem Kapitel der Aufbau des Laborprototypen und die Implementierung des PQMS-Algorithmus beschrieben. Eine erste Inbetriebnahme und eine Abschätzung der Güte der Messausgaben erfolgt mit einem Tongenerator.

5.1 Aufbau des Messgeräts

Der Laborprototyp besteht aus einer Anschlussbox, die an das Niederspannungsverteilstromnetz angeschlossen wird. Aus der Anschlussbox herausgeführt werden Koaxialkabel mit Steckverbindern vom Typ BNC (engl. *Bayonet Neill Concelman*), die wiederum mit dem ADU verbunden werden.

5.1.1 Spannungsmessung

Die Spannungsmessung wird innerhalb der Anschlussbox über einen ohmschen Spannungsteiler realisiert. Hierzu werden die einzelnen Leiterspannungen jeweils über eine Reihenschaltung zweier Widerstände mit $R_h = 200 \text{ k}\Omega$ und $R_l = 2 \text{ k}\Omega$ mit dem Neutralleiter verbunden. Die Spannung zwischen den Widerständen sowie dem Neutralleiter werden dann mit dem Signal- bzw. Masseanschluss eines BNC-Kabels verbunden, das aus der Messbox herausgeführt wird. Durch diese Schaltung wird die Messspannung im Verhältnis 101:1 reduziert. Der Eingangsbereich des ADU kann dadurch auf $U_{sc} = 5 \text{ V}$ eingestellt werden. Gemäß den Betrachtungen zum SNR in Kapitel 3.4.3 entspricht dies einem Sicherheitsfaktor von

$$s_f = \frac{(R_h + R_l) U_{sc}}{\sqrt{2} U_n R_l} = 1,55, \quad (5.1)$$

bevor das abgetastete Signal den Wertebereich des ADU verlässt und zu clippen beginnt. Die ideale Übertragungsfunktion des ohmschen Spannungsteiler ergibt sich dann aus genau diesem Widerstandsverhältnis zu

$$\underline{H}_u(s) = \frac{R_l}{R_h + R_l}. \quad (5.2)$$

Hierbei handelt es sich um eine Idealisierung, da die Widerstandswerte mit Toleranzen behaftet sind. Ferner ist der Widerstandsteiler parasitären Effekten ausgesetzt, die eine Frequenzabhängigkeit in den Messwandler eintragen. Wie sich später am Vergleich mit dem Referenzmessgerät zeigt, sind diese Toleranzen für die Betrachtungen in dieser Arbeit vernachlässigbar. Die Frequenzgänge aller drei Spannungsteiler gemäß Abb. 3.1 ergeben sich damit wie folgt:

$$\underline{H}_{u1}(j\omega) = \underline{H}_{u2}(j\omega) = \underline{H}_{u3}(j\omega) = \underline{H}_u(j\omega). \quad (5.3)$$

5.1.2 Strommessung

Zur Strommessung kommen ungeschirmte Rogowski-Spulen vom Typ LEM RT 2000 mit einem Messbereich von 2000 A zum Einsatz [185]. Damit wird eine nicht-invasive Strommessung möglich, was Feldmessungen an Orten ermöglicht, an denen ein Auftrennen der Leiter zwecks

Einbringen einer invasiven Strommessung aus betrieblichen oder Sicherheitsgründen nicht möglich ist. Ein Nachteil besteht darin, dass die Rogowski-Spulen aufgrund ihres differentiellen Frequenzganges einen Gleichteil im Strom nicht messen können. Nach [97] kann der Frequenzgang der ungeschirmten Rogowski-Spule als gebrochen-rationale Funktion modelliert werden. Diese Übertragungsfunktion ist in Anhang C.1 hergeleitet. Durch den differentiellen Frequenzgang der Rogowski-Spulen wird jegliches Messrauschen mit zunehmender Frequenz weiter verstärkt, was die Güte der Messung negativ beeinflussen kann. Der Messbereich des ADU muss für die Stromkanäle so klein gewählt werden, dass die Grundschiwingung noch hinreichend genau abgebildet werden kann. Die Rauschverstärkung darf dabei jedoch nicht zu Clipping führen. Daher wird die Ausgangsspannung der Rogowski-Spulen in diesem Messaufbau durch ein RC-Tiefpassfilter erster Ordnung geführt, dessen Frequenzgang sich wie folgt ergibt:

$$\underline{H}_b(j\omega) = \frac{1}{1 + C_{tp}R_{tp}j\omega}. \quad (5.4)$$

Das Ziel dieses Filters ist die Kompensation des differentiellen Charakters der Rogowski-Spule. Der Frequenzgang des Übertragungskanal für die Strommessung ergibt sich aus dem Produkt der beiden Übertragungsfunktionen zu

$$\underline{H}_i(j\omega) = \underline{H}_r(j\omega) \underline{H}_b(j\omega) \quad (5.5)$$

Für die Anwendung am Laborprototypen werden als Parameter des Tiefpassfilters $C_{tp} = 3,3 \text{ nF}$ und $R_{tp} = 10 \text{ k}\Omega$ ausgewählt. Dessen -3 dB-Grenzfrequenz liegt damit etwa bei 5 kHz. Mit den Nennwerten der Bauteile des Tiefpassfilters sowie der Rogowski-Spule sind die in Abb. 5.1 dargestellten Betragsfrequenzgänge für die Strommessung zu erwarten.

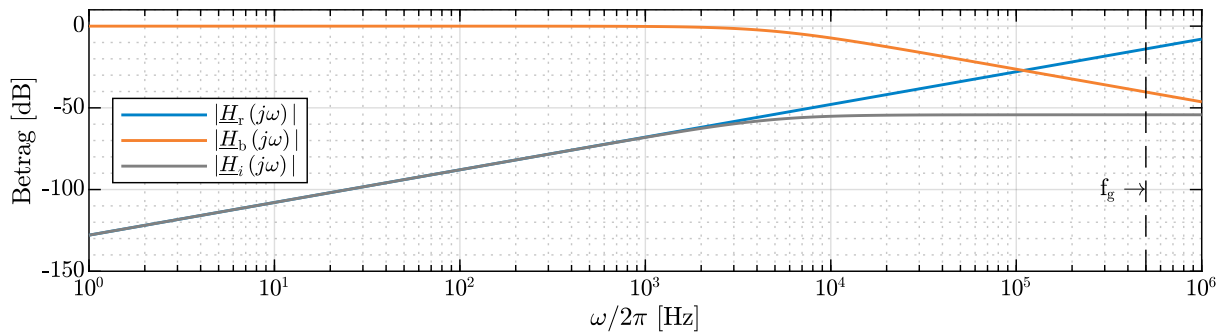


Abb. 5.1: Betragsfrequenzgänge der Rogowski-Spulen $|\underline{H}_r(j\omega)|$ mit den Nenncharakteristika laut Datenblatt, Nennfrequenzgang des Tiefpassfilters $|\underline{H}_b(j\omega)|$ und zu erwartender Frequenzgang des Übertragungskanals der Strommessung $|\underline{H}_i(j\omega)|$ mit $R_{t,r} = 1 \text{ M}\Omega$, $M = 64 \text{ nH}$, $R_r = 60 \Omega$, $L_r = 190 \mu\text{H}$, $C_r = 0 \text{ F}$ als Parameter für die Rogowski-Spule $\underline{H}_r(j\omega)$ und $C_{tp} = 3,3 \text{ nF}$, $R_{tp} = 10 \text{ k}\Omega$ für das Tiefpassfilter $\underline{H}_b(j\omega)$.

Dadurch wird die Rauschverstärkung begrenzt. Ein Strom mit einem Effektivwert 1 A bei 50 Hz resultiert am ADU in einer Spannung von 0,02 mV, was bei der Auslegung des Eingangswertebereichs des ADU zu berücksichtigen ist. In den nachfolgenden Betrachtungen werden die Frequenzgänge der einzelnen kanalspezifischen Stromwandler gemäß Abb. 3.1 aus den Nennwerten der Bauteile berechnet, damit gilt:

$$\underline{H}_{i1}(j\omega) = \underline{H}_{i2}(j\omega) = \underline{H}_{i3}(j\omega) = \underline{H}_i(j\omega). \quad (5.6)$$

5.1.3 Anschlussbox

Für den Laborprototypen werden die ohmschen Spannungsteiler sowie die Tiefpassfilter der Rogowski-Spulen in einer Anschlussbox zusammengefasst. Eingangsseitig sind die Rogowski-Spulen hineingeführt, die Leiter-Erde-Spannungen und der Neutralleiter werden über geschützte 4 mm-Buchsen realisiert. Ausgangsseitig sind sechs BNC-Kabel herausgeführt, die mit der ADU-Einheit verbunden werden können. Diese Schaltbox ist in Abb. 5.2 schematisch dargestellt.

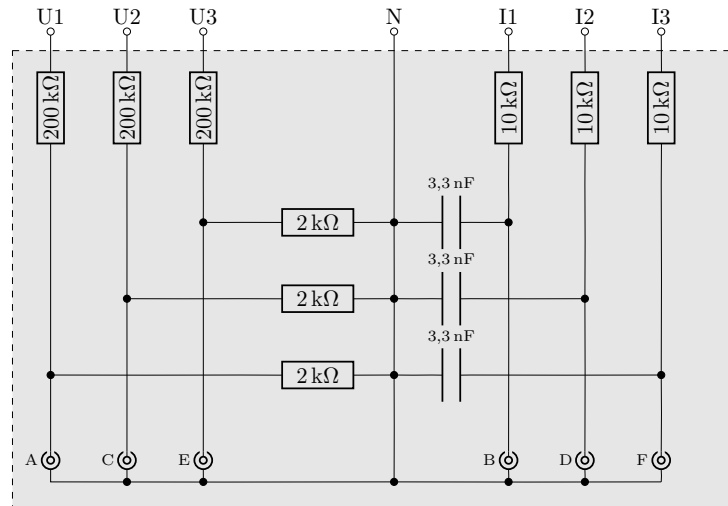


Abb. 5.2: Schaltplan der Anschlussbox. Oben: Messeingänge Spannung, Eingangsklemmen Rogowski-Spulen. Unten: BNC-Ausgänge zum Anschluss an ADU.

Im nächsten Schritt können die BNC-Ausgänge der Anschlussbox mit den Eingängen des ADU verbunden werden.

5.1.4 Analog-Digital-Umsetzer

Als ADU wird ein USB-Oszilloskop vom Typ Picoscope 4824 der Firma Pico Technology verwendet. Es verfügt über acht parallele Messkanäle, die mit einer Summenabtastrate von 160 MSa/s betrieben werden können. Damit lassen sich die sechs Messkanäle des Laborprototypen mit der nominalen Abtastrate von $f_{sn} = 20$ MSa/s realisieren. Die vertikale Auflösung beträgt nominal 12 Bit, wobei die effektive Anzahl an Bits (engl. *Effective Number of Bits*, ENOB) bei 11,3 liegt (vgl. Datenblatt [179]). Die Messbereiche sind pro Kanal einstellbar und decken auch 10 mV und 5 V ab, sodass die zur Strom- und Spannungsmessung nötigen Messbereiche abgebildet werden können. Das Gerät hat eine Zeitbasengenauigkeit von ± 20 ppm ab Werk, die sich pro Jahr um weitere 5 ppm verschlechtern kann. Das Gerät stellt eine Schnittstelle auf Basis der Programmiersprache C zur Verfügung, mit der sich das Gerät in ein eigenes Programm einbinden lässt. Über diese kann die Bandbreite der Eingangskanäle so eingestellt werden, dass kein separates Anti-Aliasing-Filter im Laborprototypen vorgesehen werden muss.

5.1.5 Externe Zeitreferenz

Aufgrund der Zeitbasengenauigkeit des ADU ist das Zuführen eines externen Kalibriersignals zur Bestimmung der echten Abtastrate f_s gemäß Gl. 3.5 sinnvoll, um die Frequenzschätzung $f_e[n_\nu]$ zu $f_{ec}[n_\nu]$ zu korrigieren. Hierfür wird eine Infrastruktur basierend auf dem IEEE-Standard 1588 zur Zeitsynchronisierung über das *Precision Time Protocol* (PTP) verwendet. Diese besteht

aus einem auf dem Laborgebäude installierten GPS-Empfänger (engl. *Global Positioning System*), die laut Standard als *Grandmaster Clock* bezeichnet wird und eine mit der Zeitbasis der GPS-Satelliten synchronisiert. Die Verbindung ins Labor wird über eine PTP-fähige Netzwerkinfrastruktur hergestellt, an das als Endgerät ein PTP-synchronisierter Kalibriersignalgenerator vom Typ Meinberg SyncBox N2X angeschlossen ist, der ein Kalibriersignal einstellbarer Frequenz ausgeben kann. Das System kompensiert die Laufzeit in der Netzwerkinfrastruktur und ermöglicht eine Synchronisation mit der GPS-Zeit mit einer Genauigkeit unterhalb von 100 ns (vgl. Datenblatt [186]). Ein Nachteil dieser Lösung ist, dass diese Infrastruktur bei Feldmessungen außerhalb der Laborumgebung nicht zur Verfügung steht und damit die Abtastratenabweichung des ADU nicht bestimmt werden kann.

5.1.6 Besonderheiten des Anschlusses

Da der Laborprototyp an das Niederspannungsverteilsnetz angeschlossen wird, ist mit größtmöglicher Vorsicht bei der Ankopplung und der Inbetriebnahme der Messeinrichtung vorzugehen.

Es ist unerlässlich, die korrekte Anschlussreihenfolge zu befolgen: Zuerst muss der Neutralleiter des Netzes mit der Anschlussbox verbunden werden. Danach können die drei Leiterspannungen angeschlossen werden. Ein Vertauschen der Anschlüsse des Neutralleiters mit den Leiterspannungen ist unbedingt zu vermeiden, da der Widerstandsteiler ansonsten gebrückt würde und das Potential des N-Kanals und damit auch des angeschlossenen ADUs auf Leiterpotential angehoben würde. Aus diesem Grund ist vor Anschluss des ADUs über eine separate Spannungsmessung an den Ein- und Ausgängen der Anschlussbox gegen den Schutzleiter am Anschlusspunkt sicherzustellen, dass keine Verpolung vorliegt. Während der Messkampagnen mit dem Laborprototyp wurde dies durch strikte Anwendung des Vier-Augen-Prinzips während des Messaufbaus sowie Checklisten zum Auf- und Abbau des Messgeräts sichergestellt.

Ferner ist beim Aufbau des Prototypen zu beachten, dass der Minuseingang der Messkanäle mit dem Schirm des USB-Kabels niederohmig verbunden ist. Folglich wird die Masse des angeschlossenen Computers über das Oszilloskop und die Anschlussbox mit dem Neutralleiter verbunden. Würde zur Messung ein über Kaltgerätestecker ans Stromnetz angeschlossener Computer verwendet, würden dadurch Neutral- und Schutzleiter kurzgeschlossen, was zum Auslösen entsprechender Fehlerstromschutzschalter führen würde. Daher muss als Messcomputer entweder ein batteriebetriebenes Notebook zur Anwendung kommen. Alternativ kann ein stationärer Computer über einen Trenntransformator ans Netz angeschlossen werden.

5.2 Implementierung des digitalen Systems

Die Implementierung des digitalen Systems sieht vor, dass die Signalkonditionierung sowie die MFEU gemäß Kapitel 3.2 und Kapitel 3.3 ebenso wie die Bestimmung der Abtastratenabweichung gemäß Kapitel 3.5 in Echtzeit implementiert werden. Die konditionierten Messdaten und die Ausgaben der MFEU werden während der Messung in Dateien gespeichert. Die Auswertung inklusive der spektralen Spannungsqualitätsanalyse gemäß Kapitel 3.6 erfolgen danach nicht in Echtzeit. Die Messungen erfolgen auf Computern mit dem Betriebssystem Microsoft Windows 10.

5.2.1 Algorithmus

Die Programmierung des PQMS-Algorithmus erfolgt in der Programmiersprache C. Der Treiber des als ADU verwendeten Picoscope 4824 stellt hierfür eine Programmierschnittstelle (engl. *Application Programming Interface*, API) zur Verfügung. Aufgrund der hohen Abtastrate von $f_{\text{sn}} = 20 \text{ MSa/s}$ pro Kanal muss auf eine effiziente Implementierung geachtet werden.

Datentypen

Die API stellt die Abtastwerte in Form einer vorzeichenbehafteten 16-Bit-Ganzzahl (engl. *signed integer* oder *word*) zur Verfügung. Hierbei werden die Bits vom höchstwertigen Bit an nach unten aufgefüllt. Alle Speicherstellen zur Aufnahme der Filterein- und -ausgänge werden als vorzeichenbehaftete 32-Bit-Integer angelegt, sodass ein durch die Unterabtastung erreichter Genauigkeitsgewinn erhalten bleibt. Innerhalb der Filterfunktionen wird der Wertebereich auf 64 Bit ausgedehnt, in dem die arithmetischen Operationen erfolgen. Über entsprechend dimensionierte Bitschiebung (engl. *bit shift*) wird anschließend auf den Ausgangswertebereich zurückskaliert.

Filter und Interpolator

Alle Filter und der lineare Interpolator werden als eigene Funktion geschrieben. Die Filterkoeffizienten werden als C-Defines angelegt, sodass sie vom Compiler als Konstanten in den Maschinencode geschrieben werden. Durch Verwendung des *inline*-Parameters werden die Funktionen vom Linker an der Aufrufstelle ausgeschrieben, was die Ausführungsgeschwindigkeit auf Kosten der Dateigröße der Ausgabedateien erhöht.

MFEU

Bei der Ausgabe des letzten Filters der TPK-Stufe wird der Datentyp auf 64-Bit-Fließkommazahlen (engl. *double precision floating point*, kurz *double*) gemäß dem IEEE-Standard 754 [N30] geändert. Dabei erfolgt die Umrechnung von LSB auf Spannung. Die Frequenzmischung, das Filter der TP_f-Stufe, die Berechnung der Grundswingungsphasoren und die Regelung erfolgen ebenfalls auf diesem Datentyp.

Synchronisation und Thread-Management

Die Signalverarbeitung erfolgt für jeden Kanal parallel in einem separaten Thread. Tabelle 5.1 listet die Threads mit ihren spezifischen Aufgaben auf. Als Ausführungsmodell werden POSIX-Threads (von engl. *Portable Operating System Interface*, Name der Bibliothek *pthread*) verwendet. Die C-Bibliothek stellt entsprechende Synchronisationsmechanismen für Threads sowie zur Synchronisation des Zugriffs auf gemeinsam genutzte Variablen zur Verfügung. Es werden zwei

Kanaltypen unterschieden: Mess- und Kalibrierkanal. Auf den Messkanälen wird die PQMS-Signalverarbeitung ausgeführt, der Kalibrierkanal dient der Ermittlung der Abtastratenabweichung aus einem separat zugeführten Kalibriersignal gemäß Kapitel 3.5.

Die Messkanäle werden weiterhin unterschieden in einfache Messkanäle und aktive MFEU-Kanäle. Von letzteren gibt es je nach Konfiguration einen oder drei. Von den höchstens drei aktiven MFEU-Kanälen ist einer der führende MFEU-Kanal. In dessen Thread wird die Phasenregelung in ein- oder dreiphasiger Konfiguration gemäß Kapitel 3.3 ausgeführt. Im Falle der dreiphasigen Konfiguration ist hierzu die Synchronisation mit den beiden anderen aktiven MFEU-Kanälen notwendig. Den Start und das koordinierte Beenden der einzelnen Threads übernimmt ein separater PQMS-Steuerthread, der auch den Zugriff auf den Picoscope-Treiber steuert. Dieser Thread wiederum wird von einem UI-Thread gesteuert (von engl. *User Interface*, Benutzerschnittstelle), der mit der grafischen Oberfläche des Messprogramms interagiert und das Schreiben der Ausgabewerte in die Dateien übernimmt. Über einen Überwachungsmechanismus wird sichergestellt, dass ein Fehlerflag gesetzt wird, falls ein vom Treiber kommender Interrupt nicht rechtzeitig durch die einzelnen Kanalthreads verarbeitet werden kann und es im Strom eingehender Abtastwerte zu Überspringen käme.

Tabelle 5.1: Übersicht über die im Messprogramm zur Anwendung kommenden Threads

Thread	Aufgabe
UI-Thread	Interaktion mit Benutzerkommandos, Anzeige von Messwerten, Öffnen und schließen der Messwertdateien, schreiben der Messwerte in Datei
PQMS-Thread	Öffnen und schließen des Picoscope-Treibers, Allokation und Freigabe von Speicher, Verwaltung der einzelnen Kanalthreads
Kanal-Thread	Ausführen der PQMS-Signalverarbeitung auf den eingehenden Abtastwerten für je einen Kanal oder Bestimmung der Abtastratenabweichung

Die Programmablaufpläne zu den einzelnen Threads finden sich im Anhang C.3. Die programmierte PQMS-Funktionalität wird von Compiler und Linker in Form einer dynamischen Programmbibliothek (engl. *Dynamic Linked Library*, DLL) ausgegeben, deren Funktionen extern aufgerufen werden können.

5.2.2 Benutzerschnittstelle

Die Benutzerschnittstelle wird mit dem grafischen Programmiersystem LabVIEW programmiert. Über entsprechende Funktionsblöcke können die PQMS-Funktionen aus der entsprechenden DLL aufgerufen werden. Während die Ausgabedaten zur spektralen Spannungsqualitätsanalyse zur späteren Auswertung in Dateien geschrieben werden, zeigt das Programm die Ausgabedaten der MFEU in Echtzeit an. Weiterhin zeigen Indikatoren die Stabilität der MFEU an und warnen vor einer zu hohen Prozessorauslastung sowie Fehlern im Gerätetreiber des ADU. Bilder der Benutzeroberfläche während der Messung finden sich im Anhang C.4.

5.3 Validierung am Tongenerator

Vor Messungen am echten Netz, bei denen die Sollsignale unbekannt sind, wird die Reaktion der einphasigen Implementierung auf echte gemessene Signale anhand eines möglichst idealen Testsignals betrachtet. Das Ziel dieses Tests ist die Abschätzung der Qualität der Frequenzschätzung sowie der spektralen Re-Orthogonalisierung in echten Messungen. Inhalte dieses Kapitels sind Gegenstand der Eigenveröffentlichung [C2].

5.3.1 Aufbau

Für diese Untersuchung wird der Laborprototyp ohne Anschlussbox aufgebaut. Stattdessen wird der ADU an einem Tongenerator (engl. *Arbitrary Waveform Generator*, AWG) vom Typ Keysight 33612A angeschlossen (vgl. Datenblatt [187]). Ein Bild des Aufbaus findet sich als Abb. C.14 im Anhang C.5.

Prüfaufbau

Dieser Tongenerator verfügt über zwei analoge Signalausgänge. Auf einem der Kanäle kann ein Messsignal ausgegeben werden, auf dem zweiten Kanal wird ein Kalibriersignal erzeugt. Der Tongenerator kann seinen internen Oszillator mit einem externen Referenzsignalgenerator synchronisieren. Hierfür wird die in Kapitel 5.1.5 erwähnte Meinberg SyncBox N2X verwendet, die sich über die PTP-fähige Netzwerkinfrastruktur auf weniger als 100 ns genau mit der GPS-Zeit synchronisiert. Abb. 5.3 zeigt den Prüfaufbau schematisch.

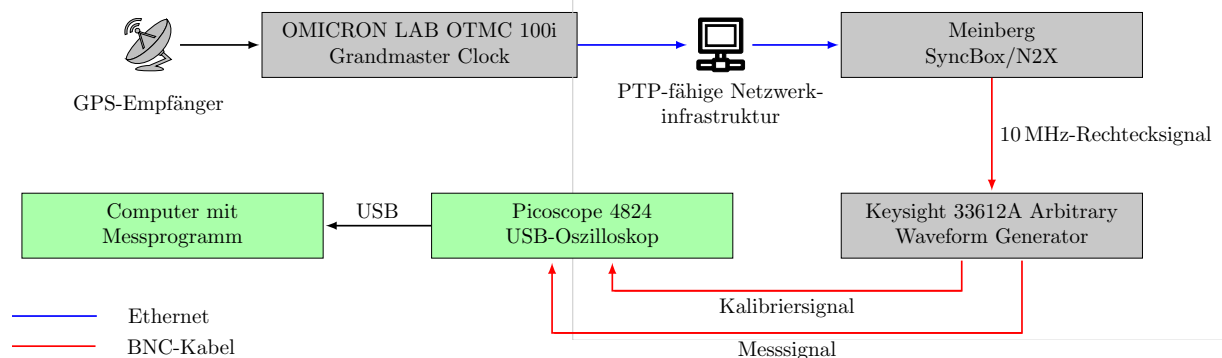


Abb. 5.3: Prüfaufbau mit Tongenerator. Grau: Testinfrastruktur mit PTP-Zeitsynchronisation. Grün: Komponenten des Laborprototypen.

Die PTP-Infrastruktur besteht aus einem GPS-Empfänger, einer Master-Uhr (*Grandmaster Clock* gemäß [N28, Kap. 3.1.4]) sowie dem Referenzsignalgenerator. Dieser gibt ein 10 MHz-Rechtecksignal aus, das vom Tongenerator zur Synchronisation seines internen Oszillators mit der GPS-Zeit verwendet werden kann. Der Digital-Analog-Umsetzer (DAU) des Tongenerators weist eine Auflösung von 14 Bit auf.

Mess- und Kalibriersignal

Das Messsignal wird mit MATLAB erzeugt und via Ethernet an den Tongenerator gesendet. Dieser speichert es und kann es dann mit einer einstellbaren internen Abtastrate $f_{s,tg}$ abspielen. Das Messsignal wird analog zur simulativen Validierung in Kapitel 4.3 erzeugt und derart skaliert, dass es dem Ausgangssignal der Spannungsmesswandler bei Messungen am Netz bei Nennspannung entspräche. Das Testsignal $u_{ex}(t)$ wird nach Gl. 4.1 mit den in Tabelle 5.2 gezeigten Parametern

erzeugt. An den Tongenerator gesendet wird es dann als mit $f_{s, \text{tg}}$ ideal abgetastetes, digitales Signal

$$u_{\text{tg}}[n_{\text{tg}}] = u_{\text{ex}}\left(\frac{n_{\text{tg}}}{f_{s, \text{tg}}}\right), \quad (5.7)$$

mit $n_{\text{tg}} \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Als Datentyp werden 32-Bit-Fließkommazahlen (engl. *single precision floating point*, kurz *single*) nach dem IEEE-Standard 754 [N30] verwendet.

Tabelle 5.2: Parameter der Testsignale zur Untersuchung am Tongenerator

Größe	Wert
$U_{\text{ex}}(t)$	$\sqrt{2}U_n \frac{R_l}{R_h + R_l} \approx 3,22 \text{ V}$
$\varphi_{\text{ex}}(t)$	0
$f_{\text{set}}(t)$	50 Hz
$u_{\text{hx}}(t)$	gemäß Gl. 4.3
$\underline{U}[h]$	gemäß Gl. 4.23, skaliert mit $\frac{R_l}{R_h + R_l}$
N_h	3.001
$u_{\text{nx}}(t)$	0
T_{sim}	10 s
$f_{s, \text{tg}}$	1,2 MSa/s

Aufgrund des endlichen Speichers für Abtastwerte im Tongenerator ist das Produkt aus Abtastrate $f_{s, \text{tg}}$ und Signaldauer T_{sim} begrenzt. Mit der gewählten Konfiguration lassen sich die Harmonischen bis N_h gut darstellen. N_h wird dabei so gewählt, dass

$$(N_h - 1) f_{\text{set}}(t) = \frac{f_{s, \text{tg}}}{8} \quad (5.8)$$

gilt. Damit ist diese Harmonische mit etwa acht Abtastwerten pro Periode abgebildet. Die Soll-Frequenz $f_{\text{set}}(t)$ ist während des Tests konstant auf dem Nennwert von $f_n = 50 \text{ Hz}$. Durch die Konfiguration von T_{sim} und $f_{s, \text{tg}}$ wird das erzeugte Signal periodisch mit der Signaldauer T_{sim} . Der Tongenerator wiederholt das Abspielen des erzeugten Signals nach Erreichen des letzten Abtastwertes ohne Unterbrechung. Dadurch kann die Messung daher über T_{sim} hinaus verlängert werden, um die statistische Auswertung zu verbessern. Als Messdauer werden 2 min festgelegt. Da keine Messwandler angeschlossen sind, gilt in Analogie zu Kapitel 4.1 auch hier

$$\underline{H}_{\text{ü}}(s) = 1. \quad (5.9)$$

Als Kalibriersignal zur Bestimmung der Abtastratenabweichung gemäß Kapitel 3.5 wird ein Rechtecksignal mit $f_c = 1 \text{ kHz}$ und einer Amplitude von 4 V verwendet. Der Messbereich des entsprechenden Eingangskanals des ADU wird auf $\pm 5 \text{ V}$ eingestellt. Zur Berechnung der korrigierten Frequenzschätzung $f_{\text{ec}}[n_\nu]$ wird die Kurzzeit-Abtastratenabweichung d_k gemäß Gl. 3.108 mit einem Mittelungshorizont von $N_r = 1000$ verwendet.

Pfad des Messsignals

Nachfolgend soll abgeschätzt werden, welchen Einflüssen das erzeugte digitale Signal $u_{tg}[n_{tg}]$ auf dem Pfad durch den Messaufbau hin zum Eingang des PQMS-Algorithmus als Signal $u_{ax}[n_k]$ gemäß Gl. 3.8 ausgesetzt ist. Über einige Zwischenschritte innerhalb des Tongenerators und des ADU können anhand der Datenblätter nur Mutmaßungen angestellt werden. Abb. 5.4 zeigt das Modell für den Weg dieses Signals.

Gemäß Datenblatt des Tongenerators (vgl. [187]) wird das gespeicherte Messsignal zunächst einem digitalen Tiefpassfilter zugeführt. Zu dessen Frequenzgang wird angegeben, dass die -3 dB-Grenzfrequenz bei $0,27 \cdot f_{s,tg}$ liege. Anschließend wird das Signal auf eine interne Abtastrate von 660 MSa/s überabgetastet, bevor es dem DAU zugeführt wird. Über die zugrundeliegende Methode der Überabtastung sind keine Informationen angegeben, jedoch ist zu vermuten, dass nach der Überabtastung eine weitere digitale Tiefpassfilterung erfolgt. Das analoge Ausgangssignal des DAU wird danach einem analogen Rekonstruktionsfilter zugeführt, bevor es über den BNC-Ausgang des Tongenerators ausgegeben wird. Weitere Verschaltungen am DAU-Ausgang wie beispielsweise Verstärkerstufen werden hier nicht gesondert betrachtet. Deren Einflüsse werden dem Frequenzgang des Rekonstruktionsfilters zugerechnet.

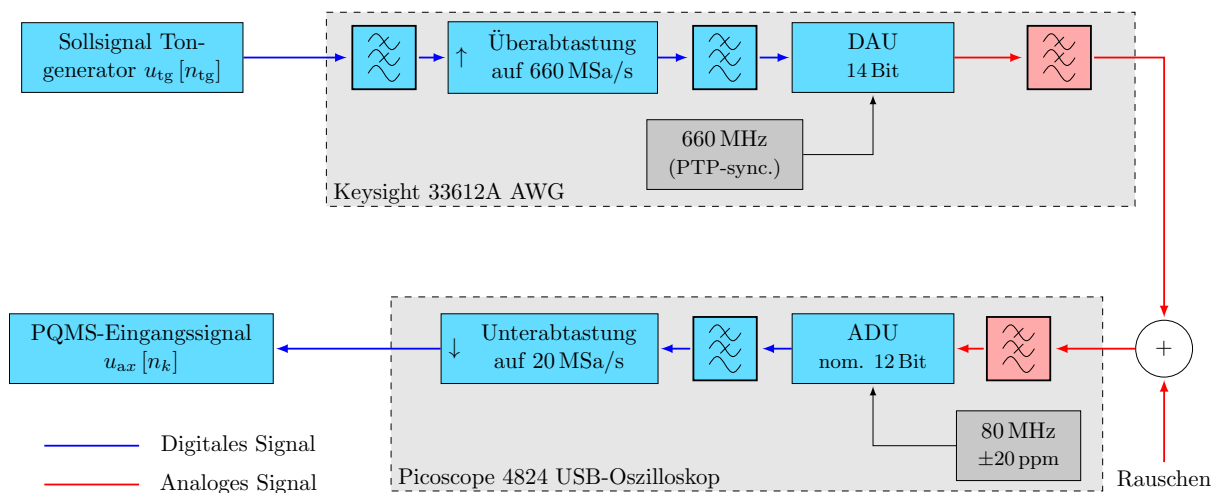


Abb. 5.4: Signalmodell für das Testsignal. Blaue Felder: Digitale Signalverarbeitung. Rote Felder: Analoge Filter. Graue Felder: Taktgeneratoren.

Alle Störimmissionen entlang des Weges vom Tongenerator zum ADU werden als additive Rauschprozesse modelliert, die sich dem analogen Ausgangssignal überlagern. Dem ADU vorgeschaltet ist ein (analoges) Anti-Aliasing-Filter. Der ADU tastet pro Kanal intern nominal mit einer Abtastrate von 80 MSa/s bei einer Quantisierung von $\Lambda = 12$ Bit ab. Danach wird das Signal auf die Ausgabeabtastrate $f_s \approx 20$ MSa/s unterabgetastet, wobei sich über das zwischengeschaltete Tiefpassfilter im Datenblatt keine Angaben finden. Dieses Signal wird dann als Ausgangssignal des ADU $u_{ax}[n_k]$ dem PQMS-Algorithmus zugeführt.

5.3.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse des Tests werden in Abb. 5.5 dargestellt. In den folgenden Betrachtungen kommen erneut einige der in Kapitel 4.1.3 eingeführten Metriken zum Einsatz. Für die Berechnung des gemittelten Betragsspektrums gemäß Gl. 4.11 wurde $l_{st} = 100$ und $l_{sp} = 6000$ gesetzt.

Frequenz- und RoCoF-Schätzung

In Abb. 5.5a wird die unkorrigierte Netzfrequenzschätzung $f_e[n_\nu]$ der korrigierten Frequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ gegenüber gestellt. Es zeigt sich, dass die Korrektur der Abtastratenabweichung nach Gl. 3.90 einen signifikanten systemischen Fehler kompensiert, während die Frequenzschätzung um einen Mittelwert oszilliert. Der über den Messzeitraum gemittelte Frequenzfehler beträgt $e_f = 3,1 \cdot 10^{-6}$ Hz, ohne Korrektur läge er bei 0,63 mHz. In Abb. 5.5b wird der Betrag des Frequenzfehlers $|e_f[n_\nu]|$ in logarithmischer Darstellung gezeigt. Der Frequenzfehler liegt hierbei stets unterhalb der 1 mHz-Linie und zeigt sich ferner normalverteilt um den Mittelwert e_f mit einer Standardabweichung 0,242 mHz. Der $1,96\sigma$ -Wert liegt bei $\pm 0,4$ mHz, damit liegen gemäß der Überlegungen aus Kapitel 4.1.3 95 % aller Schätzwerte innerhalb dieses Intervalls um den Sollwert herum.

Die Abtastratenabweichung wird in Abb. 5.5c dargestellt und liegt bei etwa -12,5 ppm. Damit läuft der ADU langsamer, als er mit nominaler Abtastrate laufen würde. Durch den Mittelungshorizont von $N_r = 1000$ ergibt sich mit dem Kalibriersignal von $f_c = 1$ kHz eine Quantisierung der Abtastratenabweichung von 0,05 ppm. In der Abbildung ist zu sehen, dass d_k zwischen den verschiedenen Quantisierungsstufen oszilliert. Durch Temperaturänderungen im ADU kommt es zu einer langsamen, aber beständigen Änderung. Daher ist die kontinuierliche Bestimmung der Abtastratenabweichung während der Messung wichtig, um den systemischen Fehler bestmöglich zu reduzieren.

Abb. 5.5d zeigt die RoCoF-Schätzungen $r_{twc}[n_\nu]$ für $t_w \in \{0,5\text{ s}, 1\text{ s}, 2\text{ s}\}$. Aufgrund der Differentiation zeigen sie keinen Mittelwert. Die stochastische Auswertung zeigt eine mit zunehmendem Mittelungsintervall t_w abnehmende Standardabweichung. Auch die RoCoF-Schätzungen zeigen sich normalverteilt. Für $t_w = 0,5\text{ s}$ liegen 95 % aller Werte innerhalb eines Intervalls von $\pm 1,1$ mHz/s, bei $t_w = 1\text{ s}$ ist das Intervall noch $\pm 0,57$ mHz/s weit und für $t_w = 2\text{ s}$ ergeben sich $\pm 0,28$ mHz.

Betragsspektrum

Durch den in Abb. 5.4 dargestellten Signalpfad kommt es in der spektralen Schätzung $\hat{U}_{\hat{x}}[l, h]$ zu sichtbaren Effekten, die auf diesem Signalpfad eingetragen werden und die nicht genau zugeordnet werden können. In Abb. 5.5e wird das gemittelte Betragsspektrum $\hat{U}_x[h]$ im Bereich bis zur 10.000. Harmonischen dargestellt. Es ist zunächst zu sehen, dass der Rauschteppich im niedrigeren harmonischen Bereich zunächst etwas ansteigt und bei etwa -80 dBV liegt. Hin zu höheren Harmonischen liegt er dann bei etwa -110 dBV. Die ins Signal eingebrachten Harmonischen bis zur 3.001. Ordnung sind klar abgegrenzt erkennbar und liegen in etwa auf dem Sollwert von $|\underline{U}[h]| \approx 9,9\text{ mV}$, was in etwa -40 dBV entspricht. Zwischen den einzelnen Spektren ist nach dem Einschwingprozess keine signifikante Dynamik im Betrag entlang der Periodenachse l erkennbar.

Mit abnehmendem Rauschteppich hin zu höheren Frequenzen werden dann Nebenkeulen an den Harmonischen sichtbar. Dabei liegen zwischen dem Betrag des harmonischen Phasors und den Nebenkeulen etwa 45 dBV, der Abstand zum Rauschteppich beträgt dann weitere 20 dBV. Die Nebenkeulen sind beispielhaft für die 1.601. Harmonische in Teilabb. g dargestellt.

Der Einfluss der in Abb. 5.4 skizzierten Filter entlang des Signalpfades ist in Abb. 5.5f zu sehen, wo das gemittelte Betragsspektrum entlang der im Testsignal aufmodulierten Harmonischen abgebildet ist und mit ihrem Sollwert $|\underline{U}[h]|$ verglichen wird. Der Betrag reduziert sich bis N_h um etwa -2,5 dB. Für niedrige Harmonische liegt er etwa auf dem Sollwert. Diese Abweichungen lassen sich auf das erste Tiefpassfilter, dem das Sollsinal $u_{tg}[n_{tg}]$ im Tongenerator zugeführt wird, zurückführen. Bezüglich der Dynamik im Spektrum ergeben sich zwischen dem Betrag auf der Grundschwingung und dem Rauschteppich etwa 118 dB an Dynamik.

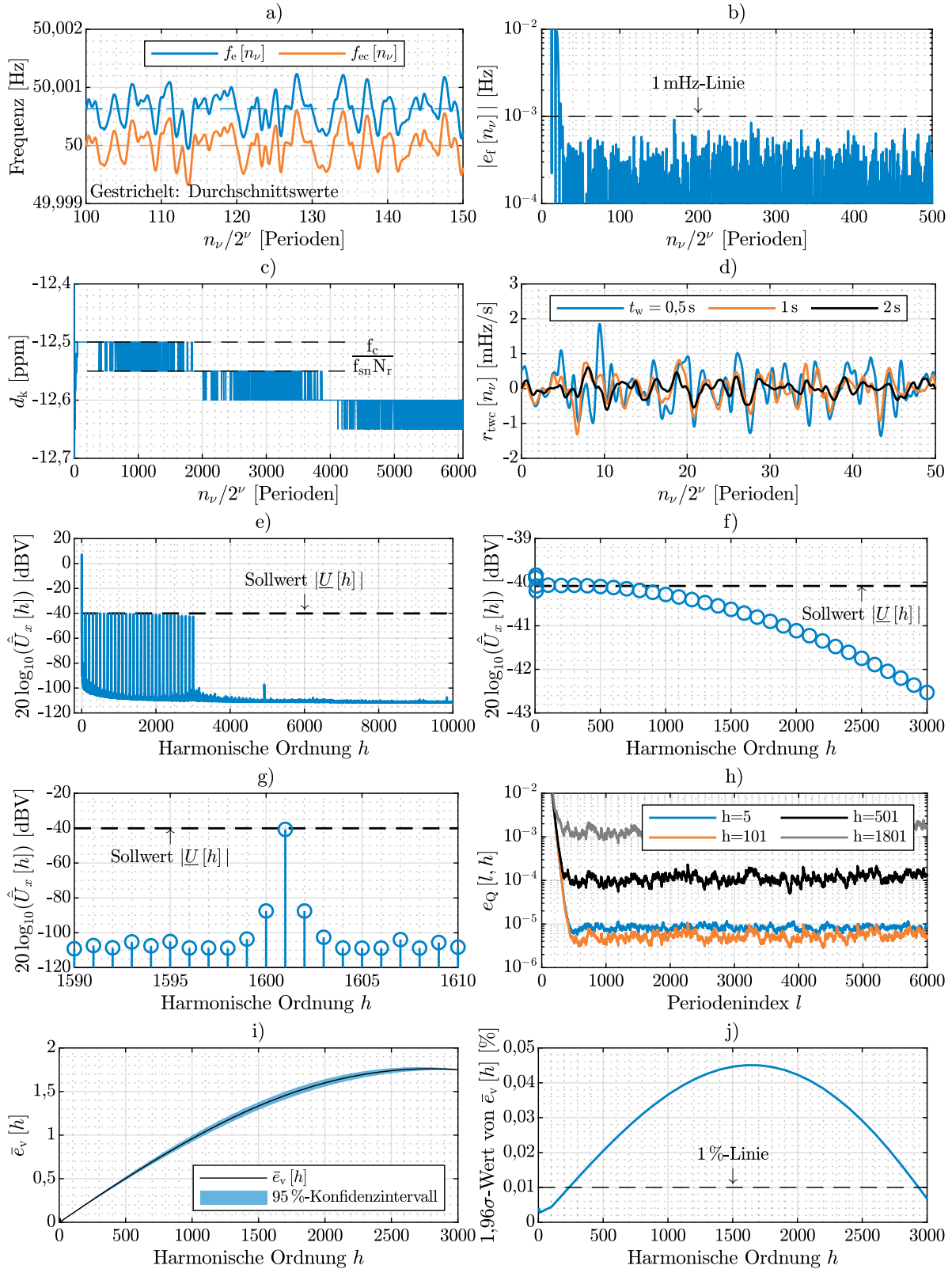


Abb. 5.5: Ergebnisse des Versuchs am Tongenerator. a) Frequenzschätzung. b) Frequenzfehler. c) Kurzzeit-Abstratenabweichung d_k . d) RoCoF-Schätzung. Gemittetes Betragsspektrum über e) Nutzfrequenzbereich, f) den aufmodulierten Harmonischen. g) Aufmodulierte Harmonische mit Nebenkeulen. h) $e_Q[l, h]$ für ausgewählte Harmonische. i) Gemittelter Vektorfehler $\bar{e}_v[h]$ mit 95 %-Konfidenzintervall. j) 1,96 σ -Wert des Vektorfehlers.

Synchronizität und Phasengenauigkeit

Die Phasenlage wird auf den einzelnen Harmonischen aufgrund der Einflüsse der Filter entlang des Signalpfades auch von den im Soll-Spektrum $\underline{U}[h]$ vorgegebenen Winkelwerten abweichen. Der gemittelte Vektorfehler gemäß Gl. 4.8 ist in Abb. 5.5i entlang der aufmodulierten Harmonischen dargestellt. Der Vektorfehler zeigt sich mit über der Zeit konstantem Mittelwert $\bar{e}_v[h]$. $e_v[l, h]$ kann nach dem Einschwingprozess normalverteilt um $\bar{e}_v[h]$ angenommen werden. In der Abbildung wird das den Mittelwert umschließende 95%-Konfidenzintervall gezeigt. Der korrespondierende $1,96\sigma$ -Wert ist in Teilabb. j dargestellt. Er überschreitet die 1%-Linie etwa ab der 200. harmonischen Ordnung und erreicht maximal 4,8% bei $h = 1701$, bevor sie bis $h = 3001$ wieder unter die 1%-Linie fällt. Dieser Effekt lässt sich nicht abschließend erklären, als Ursache wird jedoch die Leistungselektronik an der Ausgangsstufe des Tongenerators vermutet. Aus der geringen Toleranzbandbreite lässt sich schließen, dass der Vektorfehler hauptsächlich von Amplituden- und Phasenänderungen verursacht wird, die entlang des Signalpfades eingetragen werden. Dies sind statische Abweichungen, die durch eine entsprechende Kalibrierung ermittelt und kompensiert werden können.

Zur Bewertung der Güte der Phasenlage kann der Qualitätsindex $Q[l, h]$ nach Gl. 3.155 berechnet werden. In Abb. 5.5h ist die Abweichung des Indexes $e_Q[l, h]$ nach Gl. 4.10 vom Idealwert 1 für ausgewählte harmonische Ordnungen aus dem aufmodulierten Signal für $\beta = 5$ dargestellt. Zunächst wird ersichtlich, dass der Einschwingprozess des Indexes aufgrund der mit $\beta = 5$ hohen Trägheit etwa 500 Perioden benötigt, um seinen stationären Wert zu erreichen. Danach beharrt er rauschend auf diesem stationären Wert. Offenbar reduziert sich der Qualitätsindex mit zunehmender harmonischer Ordnung. Während die Abweichung von 1 für $h \leq 101$ etwa 10^{-5} beträgt, liegt sie bei $h = 1801$ bereits bei 10^{-3} . Für die höchste aufmodulierte harmonische Ordnung von $h = 3.001$ liegt die stationäre Abweichung bei etwa $e_Q[l, 3.001] \approx 0,008$.

Die in Abb. 4.12 dargestellte Zuordnung von Vektorfehler und Qualitätsindex kann dazu genutzt werden, den maximalen Vektorfehler abzuschätzen, mit dem nach entsprechender Kalibrierung noch zu rechnen wäre. Für $h \leq 101$ beträgt dieser Wert etwa 1,5%, bei $h = 501$ noch etwa 6%. Darüber hinaus werden rasch unbrauchbare Fehlerbereiche jenseits von 10% erreicht.

An dieser Stelle sei festgehalten, dass die Interpretation der einzelnen Spitzen im Rauschteppich sowie des an diesen Stellen auftretende Qualitätsindex nachfolgend nicht weiter betrieben wird. Auch hier zeigen sich Effekte, die entlang des Signalpfades im Prüfaufbau eingetragen wurden und die für die Beurteilung der Implementierung des PQMS-Algorithmus nicht weiter relevant sind.

Abschließend ist festzustellen, dass sich die Implementierung inklusive des ADU in Form des Picoscope 4824 für harmonische Betrachtungen am Netz eignet. Hierbei können Betragsspektren über den gesamten Frequenzbereich betrachtet werden, eine Beurteilung der Güte der Phaseninformation kann unter Zuhilfenahme des Qualitätsindex erfolgen. Für die harmonische Wirkleistungsmessung ist jedoch Kenntnis der statischen Einflüsse entlang der Messkette, wie den Frequenzgängen der Messwandler, zwecks Minimierung der Winkelfehler nötig.

6 Messungen

Während der Arbeit an dieser Dissertation kam der Laborprototyp in Feldmessungen zum Einsatz. Zudem wurde ein eigener Messplatz zur Spannungsqualitätsmessung eingerichtet. Nachfolgend werden vier Messzenarien vorgestellt und ihre Ergebnisse verglichen. Es sei gesagt, dass für jede Messung unzählige Möglichkeiten zur Auswertung bestünden, die den Umfang dieser ohnehin recht umfangreichen Arbeit sprengen würden. Daher werden die Messergebnisse nur insoweit gezeigt und verglichen, als sie für Rückschlüsse auf die Qualität des Messsystems und des Laborprototypen von Interesse sind.

6.1 Metriken und Zeitsignale

Da bei Messungen am echten Netz keine Sollwerte vorliegen, können einige der zur Validierung eingesetzten Metriken nicht verwendet werden. Zur Auswertung der Messdaten werden in diesem Kapitel zusätzliche Metriken und Signale eingeführt. Für die gemittelten Metriken wird der Mittelungsprozess $l_{st} = 100$ Perioden nach Beginn der Messung begonnen. l_{sp} ergibt sich dann aus der Dauer der Messung.

6.1.1 Frequenzdynamik

Die Netzfrequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ folgt dem unbekannten wahren Wert der Netzfrequenz $f_r(t)$ in einem gewissen Toleranzband. In Kapitel 4 wurde gezeigt, wie die Frequenzmessung beispielsweise auf Sprünge in Amplitude oder Phase des Grundswingungsphasors reagiert. Zur Analyse solcher Effekte wird die Dynamik der Netzfrequenzschätzung vom zugrundeliegenden Trend dieser Größe gelöst. Dazu wird ein Maß für ein gleitendes Netzfrequenzmittel eingeführt, wobei ein exponentielles Glättungsfilter erster Ordnung zum Einsatz kommt:

$$f_{lt}[n_\nu] = b_{lt} f_{ec}[n_\nu] + (1 - b_{lt}) f_{lt}[n_\nu - 1]. \quad (6.1)$$

Dieses Netzfrequenzmittel kann dann zur Berechnung der Netzfrequenzdynamik

$$e_{dyn}[n_\nu] = f_{ec}[n_\nu] - f_{lt}[n_\nu] \quad (6.2)$$

verwendet werden. Bei der Auslegung des Filterkoeffizienten $b_{lt} \in [0; 1]$ des exponentiellen Glättungsfilters muss zwangsläufig die in Kapitel 4.8 begonnene Diskussion über die Dynamik der Netzfrequenz wieder aufgegriffen werden. Für die folgenden Betrachtungen wird b_{lt} so ausgelegt, dass unter der Annahme $f_{ec}[n_\nu] \approx 50 \text{ Hz}$ eine Dämpfung von -20 dB bei einer Frequenz von 5 Hz erreicht wird, womit sich $b_{lt} = 2 \cdot 10^{-3}$ ergibt. Zur Berechnung dieses Koeffizienten sei auf den Anhang B.6 verwiesen. Damit lassen sich, wie nachfolgend gezeigt, gute Ergebnisse bei der Extraktion des Netzfrequenzrends $f_{lt}[n_\nu]$ erzielen.

6.1.2 Winkelfehler des Grundswingungsphasors

Bei gemeinsamen Betrachtungen der Winkel der Grundswingungsphasoren im Vektor $\vec{X}[n_\nu]$ gemäß Gl. 3.53 ist die direkte Darstellung aufgrund der Phasenverschiebung von nominal 120° zwischen den einzelnen Leitern schwierig. Daher wird das Maß

$$\varphi_{e,i}[n_\nu] = \arg \left\{ \hat{X}_i[n_\nu] \cdot \left(e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)^{(i-1)} \right\} \quad (6.3)$$

für den Phasor eines Leiters $i \in \{1, 2, 3\}$ eingeführt, mit dem die nominale Phasenverschiebung kompensiert wird und die Winkelfehler direkt miteinander verglichen werden können. Im Falle eines vollständig symmetrischen Drehstromsystems wäre der Sollwert $\varphi_{e,i}[n_\nu] = 0$.

6.1.3 Anzeige von Zeitsignalen

Die konditionierten Ausgabesignale $u_x[n_\mu]$ können zwar direkt dargestellt werden, jedoch würden sich hier nur die Ausgaben der Messwandler zeigen. Um die Zeitverläufe der gesuchten Netzgrößen $\hat{x}[n_\mu]$ selbst darzustellen, werden die während der spektralen Spannungsqualitätsanalyse berechneten Spektren nach der Kompensation der Messwandler und der Filtereinflüsse in den Zeitbereich zurücktransformiert.

Hierzu wird das zweiseitige Spektrum $\hat{X}[l, m]$ nach Gl. 3.116 berechnet. Damit sind die Filterkennlinien und die jeweiligen Messwandler kompensiert. Anschließend wird das zweidimensionale, in Perioden zerlegte Zeitsignal mittels IDFT nach Gl. 2.21 berechnet:

$$\hat{x}[l, n] = \text{IDFT} \left\{ \hat{X}[l, m] \right\} \quad \forall n \in [0; 2^\mu - 1]. \quad (6.4)$$

Daraus kann das fortlaufende, eindimensionale Signal

$$\hat{x}[n_\mu] = \hat{x} \left[\left\lfloor \frac{n_\mu}{2^\mu} \right\rfloor, n_\mu - \left\lfloor \frac{n_\mu}{2^\mu} \right\rfloor \right] \quad (6.5)$$

durch Umkehrung der Gl. 3.110 berechnet werden. Es sei angemerkt, dass die so gewonnenen Zeitsignale aufgrund der Fensterung und Überlappung der Ausgangssignale vor der Transformation in den Frequenzbereich nicht mehr synchron mit den originalen Zeitsignalen sind. Stattdessen berechnet sich das Zeitsignal entlang der Periode l aufgrund der Überlappung über mehrere Perioden aus den Ursprungssignalen der Perioden l und $l + 1$. Die so berechneten Zeitsignale sollten jedoch für die Darstellung insofern ausreichen, als ein Eindruck der Kurvenform der Originalsignale gewonnen werden kann. Nachfolgend steht $\hat{x}[n_\mu]$ für eine der Netzgrößen und wird entsprechend substituiert durch $\hat{x}[n_\mu] \in \{\hat{u}_1[n_\mu], \hat{u}_2[n_\mu], \hat{u}_3[n_\mu], \hat{i}_1[n_\mu], \hat{i}_2[n_\mu], \hat{i}_3[n_\mu]\}$. Damit repräsentiert es die in Abb. 3.1 abgebildeten Netzsignale.

6.1.4 Reduzierter Qualitätsindex

In Kapitel 4.4 wurde gezeigt, dass der Qualitätsindex $Q[l, h]$ dazu verwendet werden kann, die Qualität der Phaseninformation zu bewerten. Da nur Werte, die sehr nahe an 1 liegen von Interesse sind, wird ein Grenzwert $Q_{\text{thr}} \in [0; 1]$ definiert, unterhalb dessen die Werte auf null gesetzt werden. Dadurch ergibt sich der *reduzierte Qualitätsindex*

$$Q_f[l, h] = \begin{cases} Q[l, h] & \forall Q[l, h] \geq Q_{\text{thr}} \\ 0 & \forall Q[l, h] < Q_{\text{thr}}, \end{cases} \quad (6.6)$$

der nachfolgend für die grafische Darstellung der relevanten Werte in zweidimensionalen Darstellungen verwendet wird.

6.1.5 Normierte harmonische Leistung

Aus der nach Gl. 3.122 berechneten Schätzung der komplexen harmonischen Leistung $\hat{\underline{S}}_x[l, h]$ wird nachfolgend die *normierte harmonische Leistung* $\underline{s}_x[l, h] \in \mathbb{C}$ berechnet. Hierzu wird zunächst das Betragsmittel entlang der Periodenachse zwischen den Indices $l \in [l_{\text{st}}; l_{\text{sp}}]$ berechnet:

$$\bar{S}_x[h] = \frac{1}{l_{\text{sp}} - l_{\text{st}} + 1} \sum_{l=l_{\text{st}}}^{l_{\text{sp}}} \left| \hat{\underline{S}}_x[l, h] \right|. \quad (6.7)$$

Mit diesem Mittel wird die harmonische Leistung dann normiert:

$$\underline{s}_x[l, h] = \frac{\hat{\underline{S}}_x[l, h]}{\bar{S}_x[h]}. \quad (6.8)$$

Diese Größe eignet sich in Szenarien mit annähernd stationären Verhältnissen zur Darstellung komplexwertiger Leistungsgrößen unterschiedlichen Betrags.

6.2 Messaufbau

Nachfolgend werden die Umgebung sowie die Geräte beschrieben, an und mit denen die Messungen durchgeführt wurden. Weitere Bilder der Messaufbauten finden sich im Anhang C.5.

6.2.1 Messplatz

Der Messplatz wurde speziell zur Spannungsqualitätsmessung entwickelt. Er besteht aus einem Schaltschrank mit Vorrichtungen zur Ankopplung der Messung sowie einem Referenzmessgerät.

Messankopplung

Zur Messankopplung wurde der in Abb. 6.1 gezeigte Schaltschrank entwickelt. Die Zuleitung erfolgt über eine fünfadrigte Leitung mit einem Querschnitt von 10 mm^2 pro Ader direkt aus der Niederspannungshauptverteilung. Der Messplatz ist für einen Nennstrom von 63 A ausgelegt. Die Besonderheit besteht in einer Herausführung der einzelnen Leiter sowie des Neutralleiters aus der Schaltschranktür heraus, die durch vier Kunststoffdurchführungen laufen und Möglichkeiten zur Ankopplung nicht-invasiver Stromwandler bieten. Über geschirmte 4 mm-Buchsen kann die Ankopplung der Spannungsmesswandler erfolgen. Abb. 6.1 zeigt den Schaltschrank sowie die Kunststoffdurchführungen.

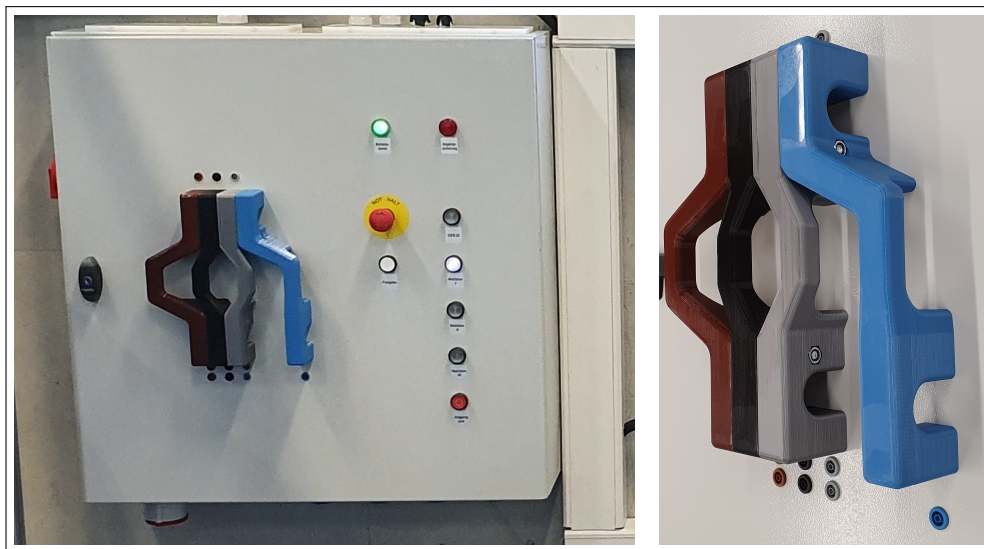


Abb. 6.1: Messplatz mit Schaltschrank (links) und den Kunststoffdurchführungen der Leiter (rechts).

Der Schaltschrank verfügt über vier verschiedene Abgänge, die exklusiv eingeschaltet werden können. Davon sind drei für Kfz-Ladesäulen vorgesehen, ein Abgang führt zu einer 32 A-CEE-Kupplung, an die dreiphasige Verbraucher angeschlossen werden können. An dieser werden die nachfolgend benannten Verbraucher zur Messung angeschlossen.

6.2.2 Messobjekte

Durch das interdisziplinäre Forschungsumfeld am Campus Bottrop der Hochschule Ruhr West steht eine Vielzahl von Geräten zum Anschluss an die 32 A-CEE-Kupplung des Messplatzes zur Verfügung. Die Wahl fällt hierbei auf zwei Geräte, die sich hinsichtlich des zu erwartenden Stromverhaltens unterscheiden. Bilder der Messobjekte finden sich im Anhang C.5.

Trockenschrank

Der Trockenschrank vom Typ TR 1050 des Herstellers Nabertherm soll hierbei als resistive Last dienen. Er dient der Erhitzung von Versuchsträgern in einem Volumen von 1.050 Litern auf eine Temperatur von bis zu 300 °C. Die Heizelemente stellen dabei eine hauptsächlich resistive Last dar, womit eine möglichst unverzerrte Kurvenform des Stroms erwartet wird. Lediglich die interne Steuerung sowie die Ansteuerung der Heizelemente erfolgt über elektronische Baugruppen, im Datenblatt wird von Halbleiterrelais gesprochen. Die Nennheizleistung liegt bei 9 kW, die Nennleistung des Gesamtgeräts bei 9,3 kW.

Kompressionskältemaschine

Zusätzlich steht zur Messung eine umrichter gespeiste Kompressionskältemaschine mit dem Kältegas R290 zur Verfügung. Für die Messung von Interesse ist der dem Antrieb des Kältemittelverdichters vorgeschaltete Frequenzumrichter (FU). Dieser FU weist nach Datenblatt eine Nennleistung von 5 kW aus. Sekundärseitig kann der Antrieb des Kältemittelverdichters mit Spannungen von 0-368 V und Strömen bis höchstens 18 A versorgt werden. Der Motor bildet mit dem Kältemittelverdichter dabei eine Einheit. Beim FU handelt es sich um das Modell ED3018BU des Herstellers Emerson. Abb. 6.2 zeigt den FU.



Abb. 6.2: FU der Kompressionskältemaschine.

Die Vollastdrehzahl des Kältemittelverdichters liegt bei 7.200 U/min. Die elektrische Leistungsaufnahme hängt dabei vom Drehmoment ab, das über die Verdichterwelle aufgebracht werden muss und ist damit von den thermodynamischen Zuständen im Kältekreislauf abhängig. Beim Verdichter handelt es sich um einen Scrollverdichter. Für die Messung ist dies insofern relevant, als diese Verdichter Pulsationen in ihrer Drehmomentaufnahme aufweisen. Damit ist ein drehzahlabhängig-gepulster Wirkleistungsbezug während der Messung mit einer Frequenz von etwa 120 Hz zu erwarten.

6.2.3 Referenzmessgerät

Als Referenzmessgerät kommt der PEL103 (engl. *Power-Energy Logger*) des Herstellers Chauvin Arnoux zum Einsatz.

Eigenschaften

Bei dem Gerät handelt es sich um ein Spannungsqualitätsmessgerät mit integriertem Energiezähler, das die Spannungsqualität nach der DIN-EN 61000-4-30 und Oberschwingungen gemäß DIN-EN 61000-4-7 misst (vgl. [N4] und [N6]). Nach Datenblatt wird dabei eine netzfrequenzsynchrone Abtastung mit 128 Abtastwerten pro Grundperiode realisiert. Dabei wird die Abtastrate einmal pro Sekunde der Netzfrequenz nachgeführt (vgl. [150, S. 73]). Das Gerät berechnet die Wirkleistung aus dem Mittel des Produkts der Abtastwerte von Spannung und Strom über einen Mittelungshorizont von 1 s. Die Berechnung der Scheinleistung auf einem Leiter erfolgt aus den Gesamteffektivwerten von Strom und Spannung, die ebenfalls aus den Zeitsignalen bestimmt werden. Die Gesamtscheinleistung wird gemäß Gl. 3.127 als arithmetische Scheinleistung berechnet. Die Berechnung der Blindleistung erfolgt analog zu Gl. 2.85 (vgl. [150, S. 74ff.]).

Aufbereitung der Messwerte

Das Referenzmessgerät gibt seine Werte im Sekudentakt aus. Der Zeitstempel hat eine Auflösung von 1 s. Über die Genauigkeit der Zeitbasis des Referenzmessgeräts werden im Datenblatt keine Angaben gemacht. Selbst unter der Annahme einer vernachlässigbaren Abtastratenabweichung im Referenzmessgerät kann die Synchronisation der Messdaten aus dem Laborprototypen mit denen des Referenzmessgeräts auf höchstens eine Sekunde genau sein. Vor Beginn der Messungen wird das Referenzmessgerät hierzu mit der lokalen Uhrzeit des Messcomputers synchronisiert.

Sei $X_{\text{ref}}[n_{\text{ref}}]$ eine Folge vom Referenzmessgerät ausgegebener Messwerte einer Messgröße X mit dem diskreten Zeitindex $n_{\text{ref}} \in \mathbb{Z}$. Aufgrund der Ausgaberate von 1 s ergibt sich der mit n_{ref} korrespondierende Zeitpunkt zu $t_{\text{ref}} = n_{\text{ref}} \cdot 1 \text{ s}$. Eine Synchronisation mit den Zeitbasen des PQMS kann durch eine Abrundung der nach Kapitel 3.2.1 berechneten Zeitpunkte erfolgen. Für den Periodenindex wird der Zeitpunkt in der Mitte des für die Spektralanalyse gewählten Messfensters der Breite $2^\mu m_{\text{fn}}$ gewählt:

$$n_{\text{ref}}[l] = \lfloor t_\mu [2^\mu l + 2^{\mu-1} m_{\text{fn}}] \rfloor \cdot \text{s}^{-1}. \quad (6.9)$$

Analog ergibt sich für die Werte auf der MFEU-Zeitbasis

$$n_{\text{ref}}[n_\nu] = \lfloor t_\nu [n_\nu] \rfloor \cdot \text{s}^{-1}. \quad (6.10)$$

Werden nachfolgend die Messergebnisse des PQMS mit denen des Referenzmessgeräts verglichen, wird das gleiche Formelzeichen für beide Geräteausgaben verwendet, dem jedoch für das Referenzmessgerät zusätzlich der Index „ref“ hinzugefügt wird.

Messunsicherheit

Die vom Referenzmessgerät ausgegebenen Daten haben nach Datenblatt die in Tabelle 6.1 aufgelisteten Messunsicherheiten inne (Auszug für die hier relevanten Werte aus [150, S. 55ff.]). Die entsprechenden Toleranzbänder werden in den grafischen Darstellungen dieser Größen mit einer grauen Fläche um den Messwert herum angezeigt. Die Unsicherheiten bezüglich der Leistungen beziehen sich auf das Messgerät selbst, nicht auf die integrierten Stromwandler.

Tabelle 6.1: Messunsicherheit Referenzmessgerät

Größe	Messunsicherheit
Wirkleistung	$\pm 0,7\%$ vom Ablesewert $\pm 0,007\%$ des Messbereichsendes
Blindleistung	$\pm 1,5\%$ vom Ablesewert $\pm 0,015\%$ des Messbereichsendes
Scheinleistung	$\pm 0,5\%$ vom Ablesewert $\pm 0,005\%$ des Messbereichsendes
Frequenz	$\pm 0,1$ Hz bei einer Auflösung von 0,1 Hz

6.2.4 Szenarien

Nachfolgend werden vier Messszenarien miteinander verglichen. Davon wird in zwei Szenarien ausschließlich Spannung gemessen, da keine Last angeschlossen wird. So soll der Zustand des Netzes ohne Last, nachfolgend als *Leerlauf* bezeichnet, abgebildet werden. Es wird eine zusätzliche Leerlaufmessung mit auftretenden Rundsteuersignalen und deren Einfluss auf die Messung gezeigt. Die Szenarien sind in Tabelle 6.2 beschrieben.

Tabelle 6.2: Gemessene Szenarien

Bezeichnung	Kürzel	Beschreibung
Leerlauf	LL	Messung ohne angeschlossene Last. Ausschließlich Spannungsmessung.
Trockenofen	TO	Messung mit Trockenofen in Volllastbetrieb der Heizelemente
Kältemaschine	KM	Messung mit Kältemaschine bei Höchstdrehzahl des Verdichters (7200 U/min)
Rundsteuersignal	RS	Messung ohne angeschlossene Last. Ausschließlich Spannungsmessung, mit auftretenden Rundsteuersignalen.

Für jedes Szenario wird nachfolgend das in der Tabelle genannte Kürzel verwendet. Die im folgenden gezeigten Werte sind für die einzelnen Szenarien jeweils aus einer Messung mit einer Dauer von 30 s entnommen, wobei die Messungen für jedes Szenario mehrfach wiederholt wurden. Es wurde sichergestellt, dass die nachfolgend gezeigten Ergebnisse in diesen Wiederholungsmessungen insofern reproduzierbar waren, als die aus den Messungen gezogenen Schlüsse stets erneut gezogen werden konnten. Eine Ausnahme stellen hierbei die Rundsteuersignale dar. Diese treten regelmäßig auf verschiedenen Frequenzen in verschiedenen Amplituden auf. Teilweise störten sie bei den Messungen in den anderen Szenarien, woraufhin die entsprechenden Messungen abgebrochen und wiederholt wurden.

6.3 Ergebnisse

Nachfolgend werden die Ergebnisse der verschiedenen Szenarien vorgestellt und miteinander verglichen.

6.3.1 Zeitsignale

Zunächst werden die Zeitsignale der Spannungen und Ströme betrachtet. Während der Messungen ist die Leistungsaufnahme der angeschlossenen Geräte annähernd konstant, die Kurvenform der Spannungen und Ströme ändert sich nur geringfügig. Abb. 6.3a zeigt die Zeitsignale der Leiter-Erde-Spannungen im Leerlauf des Netzes. Es ist eine sinusförmige Kurvenform zu erkennen, die jedoch entlang ihrer Flanken geradliniger verläuft, als es von einer Sinuskurve zu erwarten wäre. Hier zeigt sich die harmonische Vorbelastung der Netzspannung, die THD beträgt auf allen drei Leiter-Erde-Spannungen in etwa $\hat{V}_{u1}[l] \approx \hat{V}_{u2}[l] \approx \hat{V}_{u3}[l] \approx 2,4\%$. Während der Messungen in allen Szenarien unterscheiden sich die THD-Werte der Spannungen hiervon um höchstens 1,2 Prozentpunkte.

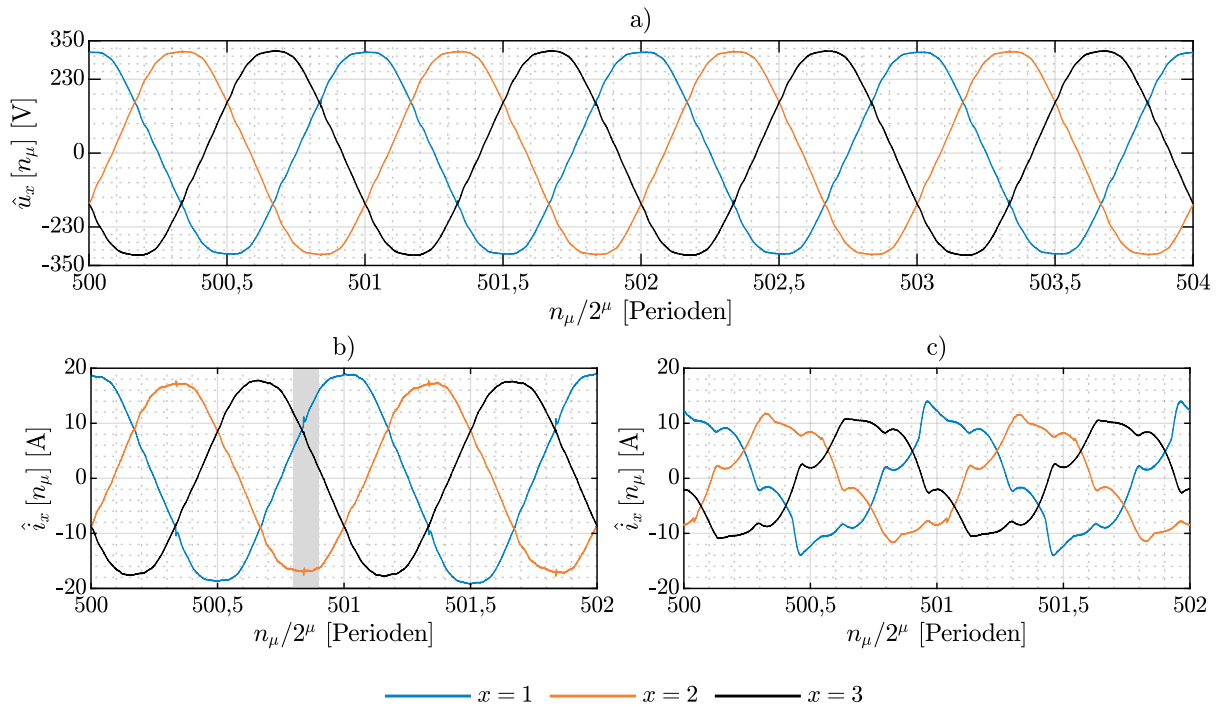


Abb. 6.3: Zeitsignale. a) Leiter-Erde-Spannungen $\hat{u}_1[n_\mu]$, $\hat{u}_2[n_\mu]$ und $\hat{u}_3[n_\mu]$ im Leerlauf. Ströme $\hat{i}_1[n_\mu]$, $\hat{i}_2[n_\mu]$, $\hat{i}_3[n_\mu]$ in den Messszenarien b) TO c) KM.

In den Abb. 6.3b ist das Zeitsignal der Leiterströme während der Messung im TO-Szenario dargestellt. Es zeigt sich ein sinusförmiger Strombezug, wobei auf jedem einzelnen Leiter kurze Spitzen im Stromsignal auftreten, die in der Grafik im Bereich der grau hinterlegten Fläche zu sehen sind und periodisch im Abstand einer halben Periodendauer auftreten. Die THD beträgt gleichmäßig etwa 2,8 % und unterscheidet sich damit nur geringfügig von der der Spannung.

Anders sieht die Stromaufnahme im KM-Szenario aus. Hier zeigen sich deutliche harmonische Verzerrungen, wie in Abb. 6.3c dargestellt. Die THD unterscheidet sich zwischen den verschiedenen Leitern. So ist $\hat{V}_{i1}[l] \approx 21\%$, $\hat{V}_{i2}[l] \approx 17\%$ und $\hat{V}_{i3}[l] \approx 15\%$.

6.3.2 Ausgaben der MFEU

Nachfolgend werden die Ausgaben der MFEU beurteilt, also die Frequenz- und RoCoF-Schätzungen sowie die Grundswingungsphasoren der Leiter-Erde-Spannungen.

Einfluss der Geräte auf die Frequenzschätzung

Beim Vergleich der Frequenzdynamik $e_{\text{dyn}}[n_\nu]$ zwischen den verschiedenen Szenarien fällt auf, dass sie im TO- und KM-Szenario stärker oszilliert als im Leerlauf. Offenbar werden von den angeschlossenen Verbrauchern Störsignale auf der Netzspannung verursacht, die die Netzfrequenzschätzung beeinflussen. Deutlich wird dies, wenn die Frequenzdynamik als Histogramm aufgetragen wird. Die Klassenbreite in der Darstellung beträgt 0,2 mHz. In Abb. 6.4a sind diese Histogramme im Vergleich zwischen den Szenarien LL, TO und KM aufgetragen. Das RS-Szenario wird hier nicht betrachtet, da die Rundsteuersignale keinen stationären Zustand darstellen. Die Unterschiede in den Histogrammen zwischen den betrachteten Szenarien sind jedoch über den Messzeitraum stationär und konnten über mehrere Messungen eindeutig reproduziert werden. $e_{\text{dyn}}[n_\nu]$ lässt sich in guter Näherung als normalverteilt annehmen. Dadurch liegen etwa 95 % aller Werte im Intervall von $\pm 1,96$ Standardabweichungen um den Mittelpunkt. Im LL-Szenario entspricht dies einem Abstand von $\pm 3,2$ mHz um den Nullpunkt. Sowohl im TO- als auch im KM-Szenario liegt dieser Wert bei $\pm 4,1$ mHz.

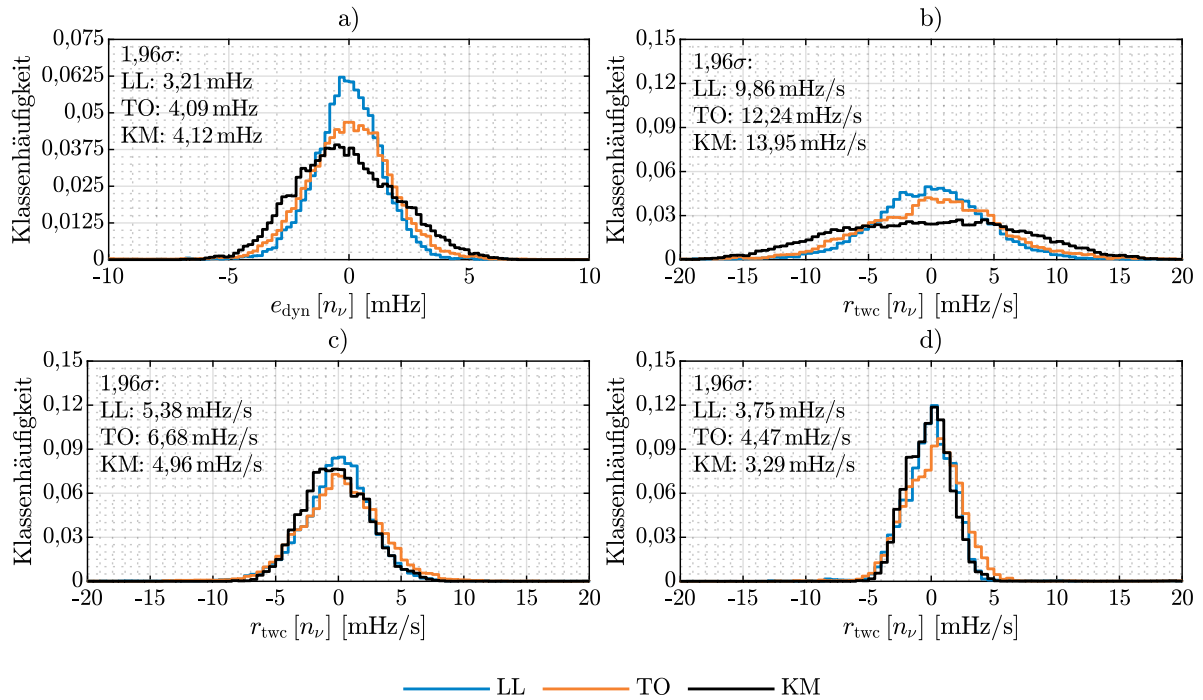


Abb. 6.4: Histogramme der Frequenz- und RoCoF-Messung. a) Frequenzdynamik $e_{\text{dyn}}[n_\nu]$ bei einer Klassenbreite von 0,2 mHz. b)-d) Histogramme der RoCoF-Schätzungen $r_{\text{twc}}[n_\nu]$ für b) $t_w = 0,5$ s, c) $t_w = 1$ s d) $t_w = 2$ s bei einer Klassenbreite von 0,5 mHz/s.

Die Oszillationen in der Frequenzschätzung wirken sich aufgrund der Differentiation auch auf die RoCoF-Schätzungen aus, wobei die Unterschiede mit zunehmender Zeitkonstante t_w zwischen den einzelnen Szenarien geringer werden. In Abb. 6.4b-d sind die Histogramme für die RoCoF-Schätzungen $r_{\text{twc}}[n_\nu]$ für $t_w \in \{0,5 \text{ s}, 1 \text{ s}, 2 \text{ s}\}$ dargestellt. Während bei $t_w = 0,5$ s reproduzierbare Unterschiede zwischen den Szenarien LL und KM sichtbar sind, sind die Histogramme

bei $t_w = 2$ s über mehrere Messungen annähernd deckungsgleich. Über mögliche Gründe für die höhere Dynamik der Netzfrequenzschätzung kann an dieser Stelle nur spekuliert werden: Im TO-Szenario zeigen sich im Zeitsignal Spitzen im Strom (vgl. Abb. 6.3b), die als breitbandige Störung die Güte der Frequenzschätzung beeinträchtigen könnten. Im KM-Szenario ist die in Kapitel 6.2.2 beschriebene gepulste Wirkleistungsabgabe durch den verwendeten Kältemittelverdichter als Ursache zu vermuten. Hierdurch können zwischenharmonische Störungen auf 120 Hz und ganzzahligen Vielfachen davon entstehen, die von den Filtern der MFEU nicht vollständig gedämpft werden und sich ähnlich den Rundsteuersignalen auf die Frequenzschätzung auswirken.

Amplituden- und Phasensprünge

Die Reaktion der einzelnen Größen der MFEU auf einen Amplituden- bzw. Phasensprung am Netz kann anhand des LL-Szenarios gut sichtbar gemacht werden. Hierfür wird exemplarisch ein Ereignis betrachtet, das 870 Perioden nach Messbeginn auftrat. Die Frequenzschätzung, RoCoF-Schätzung sowie Betrag und Winkelfehler des Grundswingungsphasors werden in Abb. 6.5 dargestellt.

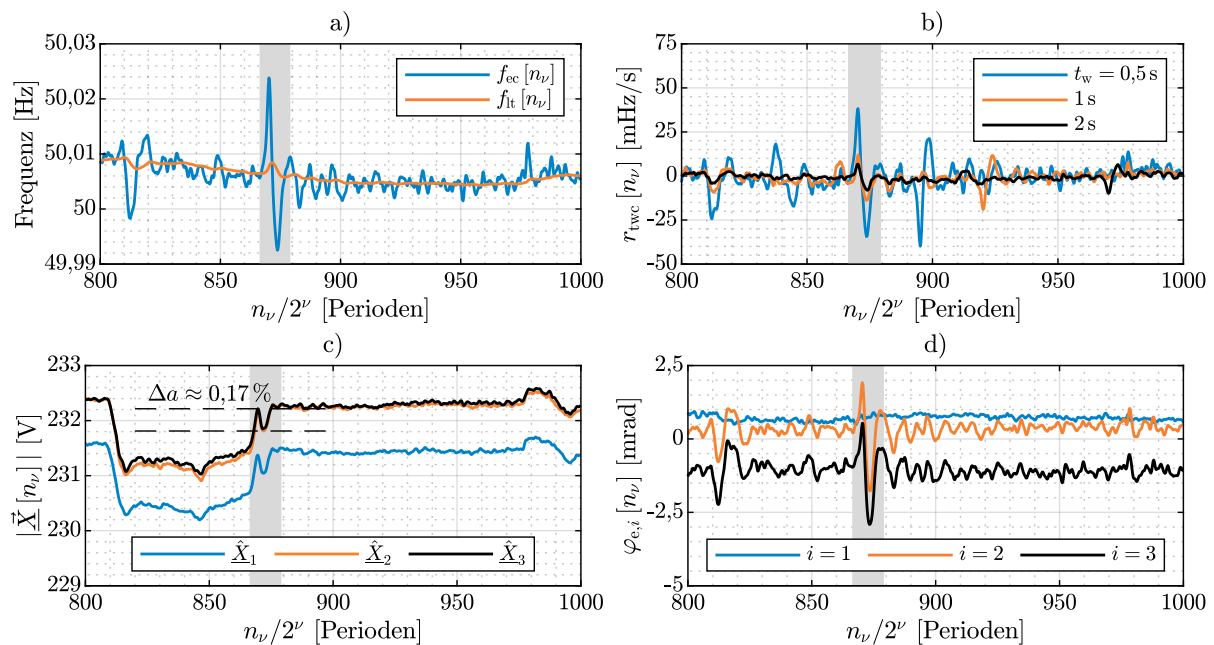


Abb. 6.5: Gegenüberstellung von a) Frequenzschätzung, b) RoCoF-Schätzung sowie c) Betrag und d) Winkelfehler der Grundswingungsphasoren während eines Ausschlags in den MFEU-Größen im LL-Szenario. Die grauen Flächen zeigen die Auftrittszeitpunkte des Ereignisses an.

Zunächst ist festzustellen, dass die drei Leiter-Erde-Spannungen offensichtlich kein vollständig symmetrisches Drehstromsystem ergeben. Der Betrag des Grundswingungsphasors der ersten Leiter-Erde-Spannung ist etwa 1 V geringer als diejenigen der beiden anderen Phasen. Dementsprechend sind auch die Winkel der Phasoren nicht exakt 120° zueinander phasenverschoben. Das Ereignis ist in allen vier gezeigten MFEU-Ausgaben sichtbar. Die Frequenzschätzung $f_{ec}[n_\nu]$ in Abb. 6.5a zeigt eine Spitze, die etwa 14 mHz vom geglätteten Frequenzmittel $f_{it}[n_\nu]$ abweicht. In der in Teilabb. b dargestellten RoCoF-Schätzung zeigt sich eine Spitze bei etwa 40 mHz/s für $t_w = 0,5$ s, eine negative Wiederholung der Spitze ist etwa 25 Perioden später sichtbar, was dem Glättungshorizont von 500 ms entspricht. Der Betrag der Grundswingungsphasoren zeigt einen zwei aufeinanderfolgende Sprünge auf allen drei Leiter-Erde-Spannungen, während die Winkel nur auf L2 und L3 auf das Ereignis reagieren.

Anhand der in Kapitel 4.5 getätigten Beobachtungen kann dieses Ereignis dem Amplitudensprung zugeordnet werden: Die Ausschläge in Frequenz- und RoCoF-Schätzung entsprechen denen in der Simulation des Amplitudensprungs bei einem Sprung um 0,2 %. Der gemessene Sprung im Betrag des Phasors beträgt etwa $\Delta a \approx 0,17\%$. Die Ausschläge in der Phase sind damit vermutlich eine Reaktion hierauf.

Rundsteuersignale

Bei der Auslegung des Filters der TP_F-Stufe in Kapitel 3.3.3 waren zwischenharmonische Störungen im Frequenzbereich ab 110 Hz in Form von Rundsteuersignalen der Hauptgrund für die Wahl des auf dem von-Hann-Fenster basierenden Filterentwurfs. Damit wurde die Trägheit des Systems im Vergleich zum reinen Mittelwertfilter annähernd verdoppelt. Es zeigt sich in den Messungen jedoch, dass diese Signale mehrfach pro Stunde auf verschiedenen Frequenzen im Bereich zwischen 168 Hz und 400 Hz aufmoduliert werden. Durch die gewählte Auslegung des Filters sind diese Signale jedoch ausreichend gedämpft. Die Frequenzschätzung wird nicht signifikant gestört, jedoch zeigen sich die Signale immer noch als Brummen auf allen MFEU-Ausgaben. Dies ist in Abb. 6.6 anhand eines beispielhaft im RS-Szenario aufgezeichneten Rundsteuertelegramms zu sehen. Die Frequenz dieses Rundsteuersignals lässt sich zu 216,7 Hz bestimmen. Dies entspricht einer harmonischen Ordnung von etwa $h = 4,3$.

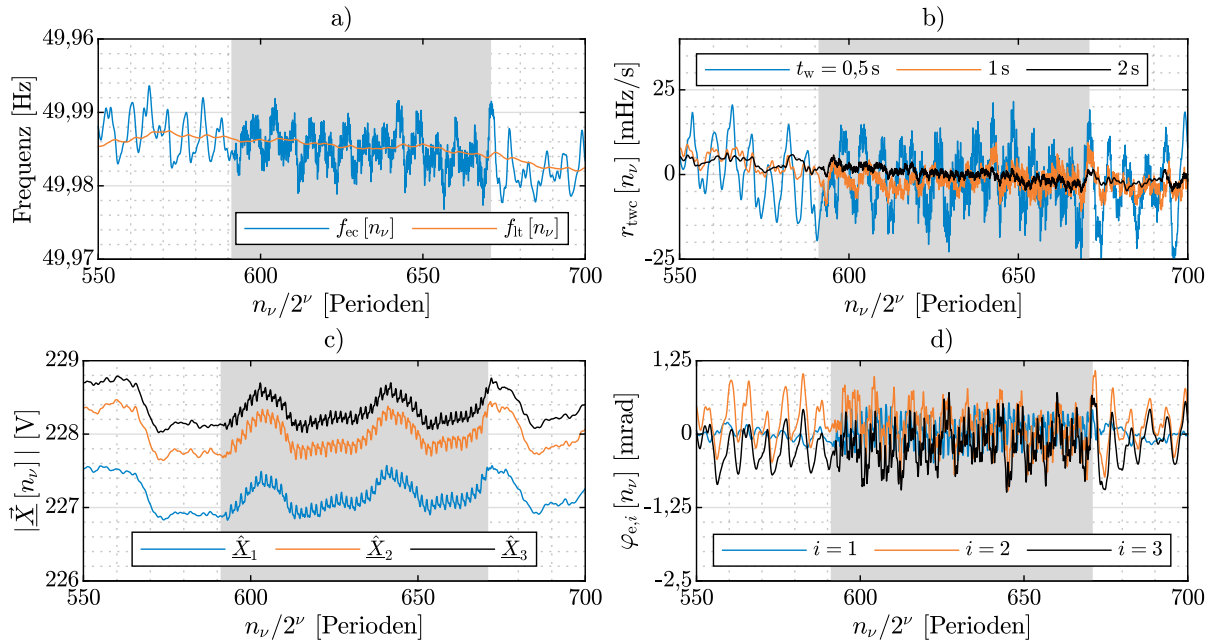


Abb. 6.6: Reaktion des Systems im RS-Szenario auf ein Rundsteuersignal von $f_{rs} = 216,7$ Hz. a) Frequenzschätzung. b) RoCoF-Schätzung. c) Betrag und d) Winkelfehler der Grundschwingungsphasoren. Die grauen Flächen zeigen den Zeitraum zwischen Beginn und Ende des Rundsteuertelegramms.

Auf den Frequenz- und Phasorausgaben sind Beginn und Ende der jeweiligen Rundsteuertelegramme scharf abgrenzbar. Das Rundsteuersignal überlagert sich den zugrundeliegenden Schätzwerten mit geringer Amplitude, die zugrundeliegenden Trends sind weiterhin gut sichtbar. Aufgrund der Gestaltung der RoCoF-Schätzung sind die Enden der Telegramme erst nach Vergehen der entsprechenden Zeitkonstanten t_w wahrnehmbar.

6.3.3 Spannung und Strom

Mit den Ausgabedaten der spektralen Spannungsqualitätsanalyse gemäß Kapitel 3.6 werden $2^\mu - 1$ DFT-Bins ausgegeben und das für jede einzelne Grundperiode. Um diese Menge an Daten sinnvoll auszuwerten, eignen sich zweidimensionale Darstellungen. Im Falle der Spektren von Spannung und Strom sind dies sog. Spektrogramme, die eine Frequenz- und eine Zeitachse aufweisen und die Information auf dem jeweiligen Datenpunkt, also Betrag oder Phase, über eine Farbcodierung anzeigen. Auf der Frequenzachse wird nachfolgend die harmonischen Ordnung h aufgetragen, auf der Zeitachse der Periodenindex l . Für die zweidimensionalen Darstellungen des Qualitätsindex in dieser Art wird der englische Begriff *Heatmap* verwendet.

Gemittelte Betragsspektren

Beim gemittelten Betragsspektrum $\hat{U}_x[l]$ gemäß Gl. 4.11 bzw. dem Äquivalent für die Spektren des Stroms $\hat{I}_x[l]$ wird die Information entlang der Zeitachse durch die Mittelung entfernt. Dynamisches Zeitverhalten kann damit nicht mehr dargestellt werden. Dennoch kann das gemittelte Betragsspektrum stationäre Störungen im Netz anzeigen. Abb. 6.7 zeigt die Werte für die drei Leiter-Erde-Spannungen im LL-Szenario bis zur 5.000. Harmonischen.

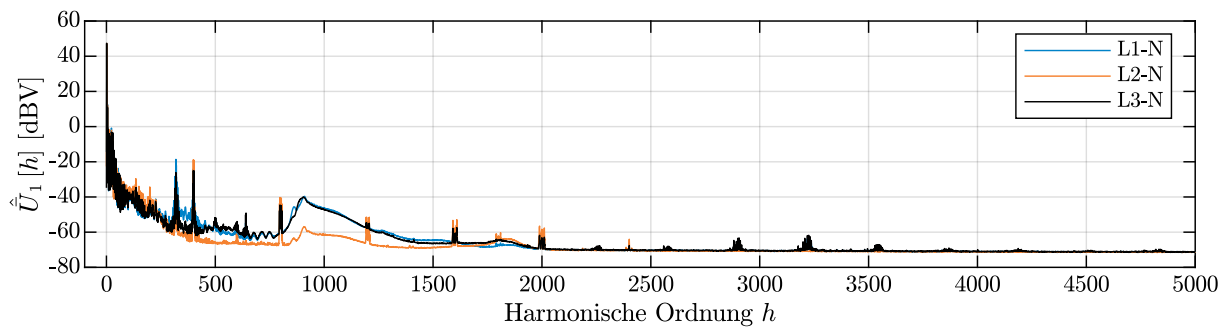


Abb. 6.7: Gemitteltes Betragsspektrum der drei Leiter-Erde-Spannungen im LL-Szenario.

Im linken Bereich zeigen sich die überwiegend harmonischen Kontaminationen im Bereich bis zur 50. Harmonischen, die darüber hinaus in Rauschen übergehen. Um die 1000. Harmonische Ordnung ist auf allen Spannungen eine Störung zu sehen, die betragsmäßig bis etwa 10 mV reicht. Darüber hinaus geht das Spektrum in einen Rauschteppich bei etwa 0,2 mV über, auf dem sich vereinzelte Störkomponenten zeigen. Es zeigt sich ein durch das Quantisierungsrauschen verursachter Rauschteppich bei etwa -71 dB, was den in Kapitel 4.3.3 beschriebenen Ergebnissen bei simulierter Quantisierung entspricht.

Spektrogramme

Die zweidimensionalen Betragsspektren $|\hat{U}_x[l, h]|$ bzw. $|\hat{I}_x[l, h]|$ bedürfen für die direkte Darstellung der zweidimensionalen Darstellung in Form des Spektrogramms mit logarithmisch skalierten Farbachse. Abb. 6.8 zeigt den Einfluss des gemessenen Rundsteuersignals bei 216,7 Hz im RS-Szenario auf das Spektrum der L1-N-Spannung im harmonischen Bereich bis $h = 30$.

Durch die zwischenharmonische Frequenz des Rundsteuersignals kommt es zu ausgeprägter spektraler Verzerrung, und das über den gesamten dargestellten Frequenzbereich. Beginn und Ende der Rundsteuertelegramme sind gut erkennbar. Ferner zeigt sich, dass die Pegel der ungeradzahlgigen Harmonischen im dargestellten Bereich gegenüber denen auf den geradzahlgigen Harmonischen höher sind. Die von der Rundsteuerfrequenz verursachten Artefakte machen sich im

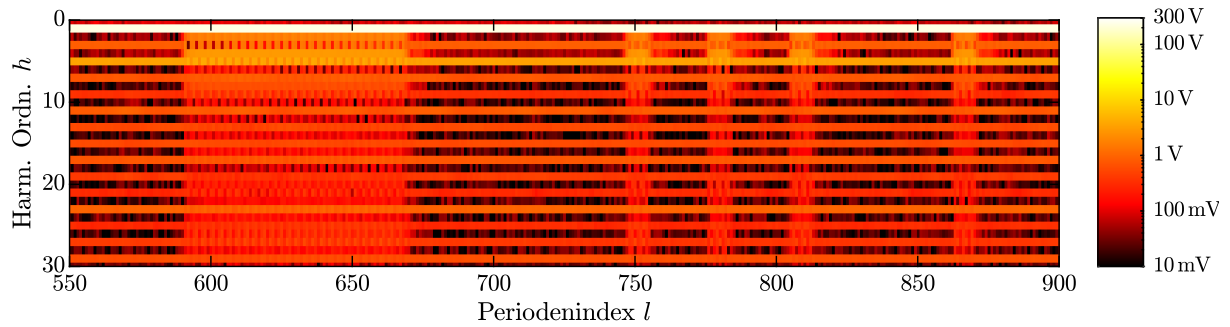


Abb. 6.8: Spektrogramm der Spannung $|\hat{\underline{U}}_1[l, h]|$. Es zeigt die Reaktion des Systems im RS-Szenario auf das Rundsteuersignal mit $f_{rs} = 216,7$ Hz.

Spektrogramm hauptsächlich auf den geradzahligen Harmonischen bemerkbar, da diese von den Verzerrungen stärker beeinflusst werden.

6.3.4 Bewertung harmonischer Daten mittels Qualitätsindex

Bevor harmonische Wirkleistungsflüsse berechnet werden können, wird der Qualitätsindex $Q[l, h]$ über den zweidimensionalen Spektren von Spannung $\hat{\underline{U}}_x[l, h]$ und Strom $\hat{\underline{I}}_x[l, h]$ berechnet.

Überlegungen zu Qualitätsindex und Vektorfehler in echten Messungen

Zunächst gilt es festzuhalten, dass die Berechnung harmonischer Wirkleistungen aufgrund der Sensitivität der Phasenlage hinsichtlich Verzerrungen nur bei hoher Güte dieser Phase sinnvoll ist. In Kapitel 4.4.3 wurde der Zusammenhang zwischen Qualitätsindex und Vektorfehler unter idealen Bedingungen ermittelt. Es zeigte sich, dass nur Werte, die sehr nahe am Idealwert 1 liegen, hierfür in Betracht gezogen werden können. Nun sind die Fehler in echten Messungen nicht derart stationär wie es in den Simulationen der Fall ist, weshalb die resultierenden Werte für die Qualitätsindizes aufgrund der Tiefpasscharakteristik tendenziell geringer ausfallen werden. Daher kann Abb. 4.12 nur zur Abschätzung des höchsten Vektorfehlers bei gegebenen β dienen.

Nachfolgend wird das Spektrum der L1-N-Spannung $\hat{\underline{U}}_1[l, h]$ im KM-Szenario betrachtet. Alle Überlegungen in diesem Abschnitt sind in Abb. 6.9 visualisiert. Die Teilabb. a zeigt hierbei das gemittelte Betragsspektrum nach dem Einschwingprozess mit $l_{st} = 100$. In der Grafik sind vier Harmonische auf $h \in \{5, 11, 17, 23\}$ hervorgehoben, anhand derer die folgenden Betrachtungen beispielhaft erfolgen. Dann wird der Qualitätsindex $Q[l, h]$ aus dem Spektrum $\hat{\underline{U}}_1[l, h]$ gemäß Gl. 3.155 für $\beta = 3$ und $\beta = 5$ berechnet. In Abb. 6.9b und c sind die Werte für die genannten Harmonischen entlang des Periodenindex l für die ersten 500 Perioden der Messung aufgetragen. Wie erwartet benötigt der Qualitätsindex für höhere Werte von β aufgrund der schärferen Tiefpasscharakteristik länger, um sich auf einem Zielwert einzupendeln. Dabei zeigen sich die Werte für $\beta = 5$ weniger verrauscht als bei $\beta = 3$. Mit Ausnahme von $h = 23$ liegen alle Werte nach dem Einschwingprozess auf oder oberhalb der 0,999-Linie. Bei $\beta = 3$ wird diese durch das stärkere Rauschen gelegentlich unterschritten. Es stellt sich die Frage, ab welchem Wert des Qualitätsindex ein vertretbar geringer Vektorfehler zur Berechnung harmonischer Wirkleistungen vorliegt. Es zeigte sich, dass die Frequenzschätzung durch ständige kleine Ereignisse am Netz eine Dynamik aufweist. Durch diese wird die Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung verschlechtert, die Phasenlage der Harmonischen wird entsprechend der Dynamik zu oszillieren beginnen. Da die harmonische Ordnung einen Hebel darstellt, wird sich diese Oszillation in der Frequenz für höhere Harmonische zunehmend stärker auswirken. Dadurch kann der Qualitätsindex nicht mehr die in Kapitel 4.4.3 festgestellten stationären Werte annehmen.

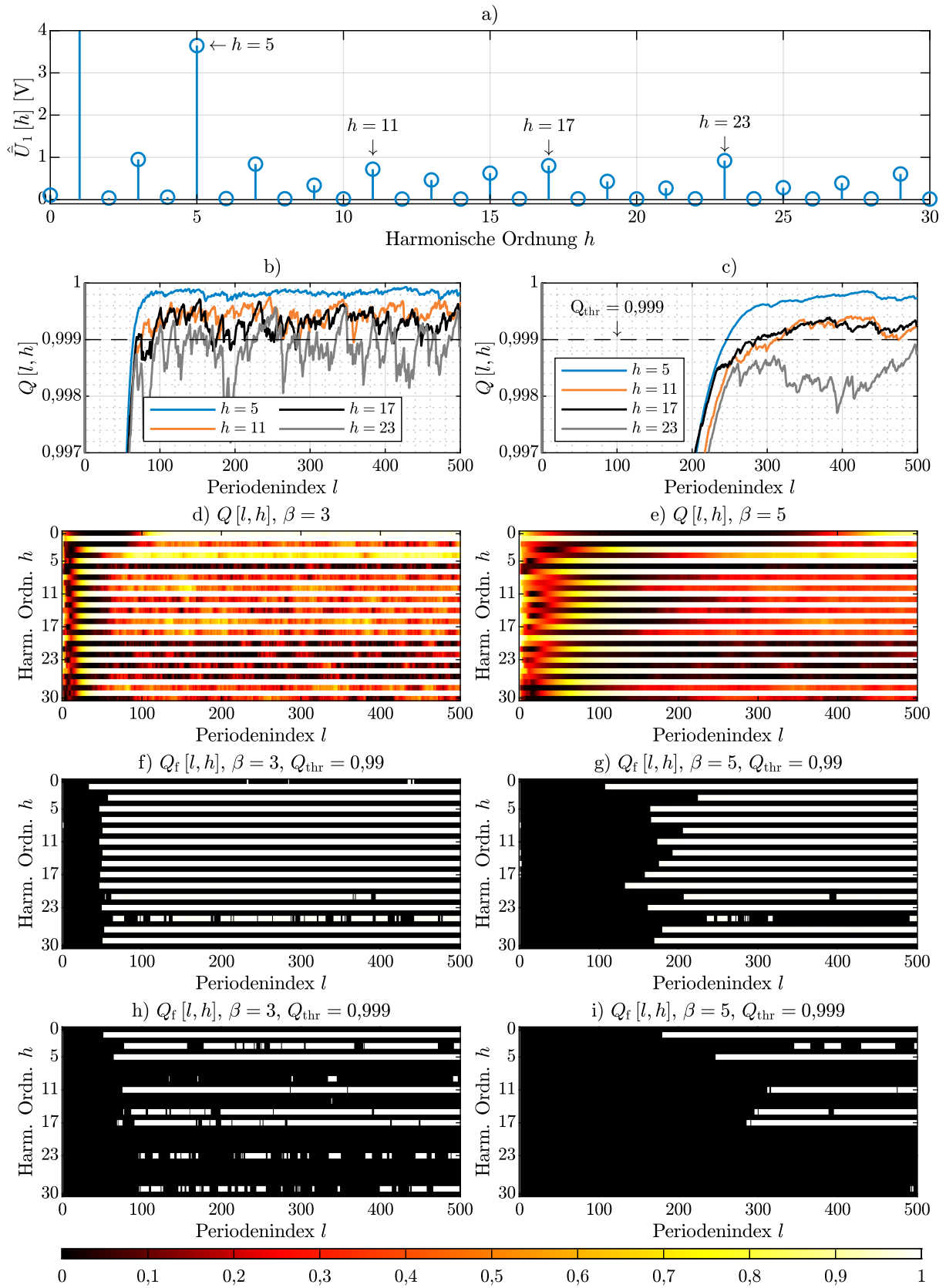


Abb. 6.9: Heatmaps für den Qualitätsindex $Q[l, h]$ sowie $Q_f[l, h]$, berechnet aus $\hat{U}_1[l, h]$ für $\beta = 3$ sowie $\beta = 5$ mit den Grenzwerten $Q_{thr} = 0,99$ und $Q_{thr} = 0,999$ im KM-Szenario für die ersten 500 Perioden der Messung anhand vierer Harmonischer.

Reduktion des Qualitätsindex anhand von Grenzwerten

In Abb. 6.9d und e wird der Qualitätsindex im Bereich bis zur 30. Harmonischen für $\beta = 3$ und $\beta = 5$ als Heatmap gezeigt. Aus den Abbildungen wird zunächst ersichtlich, dass der Qualitätsindex entlang der ungeradzahlig Harmonischen stets wesentlich näher an 1 liegt als auf den geradzahlig Harmonischen. Auf diesen ist das Rauschen des Qualitätsindex erkennbar, das sich bei $\beta = 3$ in einer schärferen Darstellung mit schnelleren Übergängen zeigt, während die Darstellung für $\beta = 5$ träger entlang der Periodenachse l wird.

Es soll ein Grenzwert Q_{thr} diskutiert werden, mit dem der reduzierte Qualitätsindex $Q_f[l, h]$ nach Gl. 6.6 berechnet werden soll. In Abb. 6.9f und g wird der mit $Q_{\text{thr}} = 0,99$ berechnete reduzierte Qualitätsindex für $\beta = 3$ und $\beta = 5$ gezeigt. Die weißen Bereiche zeigen dabei die Werte, die oberhalb des Grenzwerts liegen, die schwarzen Bereiche diejenigen, die darunter liegen und auf null gesetzt wurden.

Zunächst zeigt sich hierbei die Dauer des Einschwingprozesses zu Beginn der Messung. Es kann festgestellt werden, dass der Grenzwert bei beiden Werten für β auf den gleichen harmonischen Ordnungen überschritten wird. Eine Ausnahme ist hier auf $h = 25$ zu sehen, wo der Index sich knapp unterhalb des Grenzwerts bewegt und diesen durch das bei $\beta = 3$ höhere Rauschen öfters überschreitet, als es für $\beta = 5$ der Fall ist.

In Abb. 6.9h und i sind die entsprechenden reduzierten Qualitätsindices für einen Grenzwert von $Q_{\text{thr}} = 0,999$ zu sehen. Für $\beta = 3$ zeigt sich hier das Rauschen auf vielen der abgebildeten ungeradzahlig Harmonischen, die den Grenzwert gelegentlich über- und unterschreiten. Für $\beta = 5$ bleiben nach dem Einschwingprozess nur wenige Harmonische über, die oberhalb des Grenzwerts liegen. Damit zeigt sich der Qualitätsindex wie gewünscht als Gütekriterium für die Phasenlage der harmonischen Phasoren. In den nachfolgenden Betrachtungen wird dies mit den berechneten Leistungen korreliert.

6.3.5 Berechnung harmonischer Wirkleistung

Die Betrachtung der harmonischen Leistungen erfolgt beispielhaft an den Harmonischen $h \in \{5, 7, 11\}$ sowie der Grundschwingung auf dem Leiter 1 im KM-Szenario. Die Vorgehensweise ist in Abb. 6.10 skizziert.

Zunächst werden in Abb. 6.12a und b die gemittelten Betragsspektren für Spannung und Strom im harmonischen Bereich $h \leq 25$ gezeigt. Die fünfte Harmonische zeigt auf Spannung und Strom mit einem Effektivwert von 3,65 V bzw. 1,36 A neben der Grundschwingung mit 226,5 V und 8 A die höchsten Werte im Spektrum. In den Teilabb. c und d werden die Qualitätsindices der Spannung und des Stromes auf L1 für die ausgewählten Harmonischen gezeigt. Hierbei sind die Werte im Strom signifikant höher als auf der Spannung und zudem stetiger oberhalb von etwa 0,9995. Der Qualitätsindex der Spannung weist hingegen auf der siebten Harmonischen einen stärker verrauschten Wert auf, der um etwa 0,996 oszilliert. Aufgrund der gegenüber den Harmonischen betragsmäßig signifikant höheren Grundschwingung zeigt der korrespondierende Qualitätsindex auf der Spannung mit $e_Q[l, 1] \approx 10^{-7}$ ebenfalls geringere Abweichungen von 1.

In Abb. 6.10e und f werden die entsprechenden Abweichungen des Qualitätsindex von 1 $e_Q[l, h]$ gemäß Gl. 4.10 für die entsprechenden Harmonischen gezeigt. Hier bietet sich ein Vergleich zu den Ergebnissen der Untersuchungen am Tongenerator in Abb. 5.5 sowie der Gegenüberstellung von Qualitätsindex und Vektorfehler in Abb. 4.12 an. Die hier dargestellten Werte sind um etwa zwei Zehnerpotenzen höher als diejenigen, die bei der Messung am Tongenerator für Harmonische in diesem Bereich berechnet wurden. Dies kann zum einen auf die höhere Netzfrequenzdynamik zurückgeführt werden, die die Güte der spektralen Re-Orthogonalisierung verschlechtert. Zum anderen ist die Charakteristik des Netzes sowie des angeschlossenen Frequenzumrichters unzureichend bekannt. Es kann ebenso sein, dass es auf den gezeigten Harmonischen

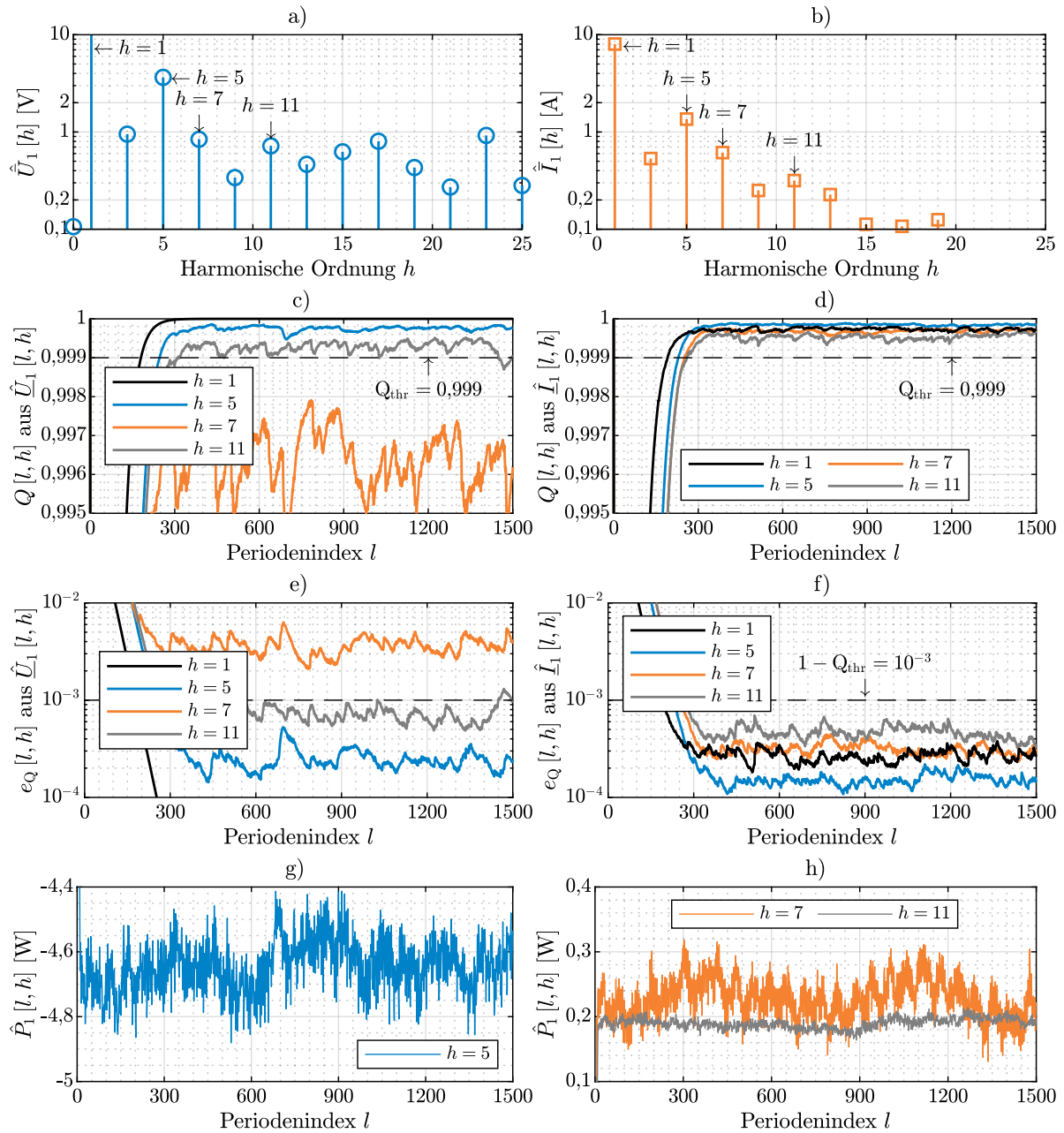


Abb. 6.10: Betrachtungen zur Berechnung der harmonischen Wirkleistung $\hat{P}_1[l, h]$ im KM-Szenario. Gemittelte Betragsspektren von a) Spannung b) Strom. Qualitätsindizes mit $\beta = 5$ auf drei Harmonischen sowie der Grundschiwingung für c) Spannung, d) Strom. e) Abweichung des Qualitätsindex von 1 $e_Q[l, h]$ für Spannung und f) Strom. Harmonische Wirkleistung auf $h = 5$, f) für $h = 7$ und $h = 11$.

zu Abweichungen im Phasenwinkel über die Zeit kommt, die damit den Wert des Qualitätsindex verringern.

Jetzt kann die harmonische Wirkleistung $\hat{P}_1[l, h]$ aus den Spektren gemäß Gl. 3.123 berechnet werden. Die Ergebnisse für die ausgewählten Harmonischen sind in Abb. 6.10g und h gezeigt. Es zeigt sich, dass das Vorzeichen der Wirkleistung auf $h = 5$ negativ ist. Demnach fließt eine Wirkleistung zwischen $-4,4 \text{ W}$ und $-4,9 \text{ W}$ vom Frequenzumrichter der Kältemaschine zurück ins Netz. Auf $h = 7$ und $h = 11$ hingegen ist das Vorzeichen positiv. Hier zeigt sich der Frequenzumrichter als Verbraucher.

Winkel der harmonischen Leistung

Für Messungen in stationären Betriebspunkten eignet sich die Darstellung der normierten harmonischen Leistung $\underline{s}_1[l, h]$ in der komplexen Ebene gut, um die Präzision der Phasenlage der Leistung zu analysieren. In Abb. 6.11 ist $\underline{s}_1[l, h]$ für die Grundschiwingung auf $h = 1$ sowie die Harmonischen $h \in \{5, 7, 11\}$ im KM-Szenario (Teilabb. a) sowie im TO-Szenario (Teilabb. b) dargestellt. Die Abbildung zeigt die in der Energietechnik verwendete Interpretation der komplexen Scheinleistung in den vier Quadranten, die zwischen Verbrauch und Lieferung sowie induktiver und kapazitiver Belastung unterscheiden (vgl. [150, S. 73]). Hier muss klargelegt werden, dass diese energietechnischen Betrachtungen ausschließlich für rein sinusförmige, also unverzerrte Signale definiert sind. Durch die spektrale Zerlegung kann diese Größe jedoch über die Phasoren der Grundschiwingung in den Spektraldaten bestimmt werden, was in den Grafiken als schwarze Punktwolke in Form der normierten harmonischen Leistung $\underline{s}_1[l, 1]$ eingezeichnet ist. Der Winkel beträgt für das KM-Szenario im Mittel entlang der Periodenachse l etwa $\varphi = 17,76^\circ$, damit ist $\cos(\varphi) = 0,9524$. Das Referenzmessgerät gibt diese Größe mit einer Genauigkeit von drei Nachkommastellen aus, sie beträgt in dessen Messungen 0,953. Im TO-Szenario berechnet sich aus den PQMS-Daten $\cos(\varphi) = 0,999$, das Referenzmessgerät gibt 1 aus. Damit ist gezeigt, dass die Spannungen und Ströme auf der Grundschiwingung hinreichend genau durch den PQMS-Laborprototypen gemessen werden können.

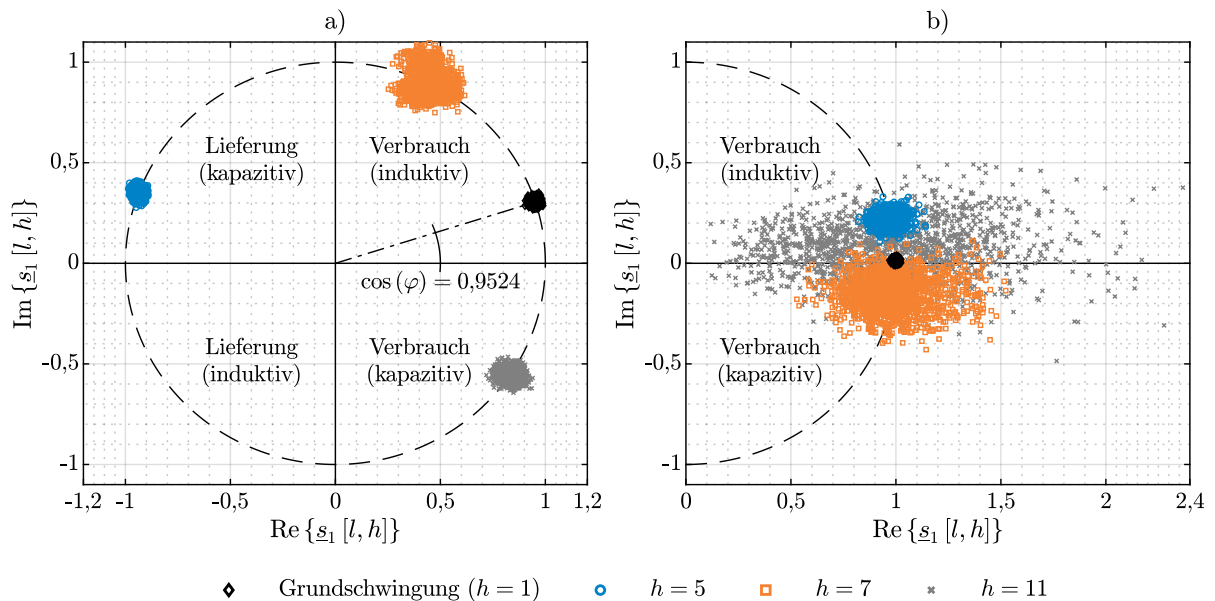


Abb. 6.11: Normierte harmonische Leistung $\underline{s}_1[l, h]$ auf der Grundschiwingung sowie den Harmonischen $h \in \{5, 7, 11\}$ in a) KM-Szenario und b) TO-Szenario.

Im KM-Szenario liegen die Harmonischen mit geringeren Abweichungen auf dem Einheitskreis als es im TO-Szenario der Fall ist. Für $h = 5$ weisen die Werte zur reellen Achse einen Winkel von etwa 160° auf, damit fließt eine negative Wirkleistung und es kommt zu einer Ausspeisung. Auf $h = 11$ zeigen sich geringere Streuungen im Vergleich zu $h = 7$, obwohl sie sowohl in Spannung als auch Strom betragsmäßig kleiner ist. Dies entspricht den anhand des Qualitätsindex getätigten Schlüssen (vgl. Abb. 6.10e und f). Auf beiden Harmonischen fließt eine positive Wirkleistung.

Im TO-Szenario streuen die harmonischen Leistungen auf $h = 7$ und $h = 11$ stärker als im KM-Szenario, allerdings weist auch der Qualitätsindex sowohl für die Spannung als auch den Strom im TO-Szenario nur Werte im Bereich zwischen 0,9 und 0,95 auf. Ferner zeigt sich die Wirkleistung auf $h = 5$ positiv, was beim Blick auf den Winkel der harmonischen Leistung in Abb. 6.11b bestätigt werden kann. Durch den hauptsächlich resistiven Charakter des Trockenofens kann dies auf die harmonische Belastung der Netzspannung zurückgeführt werden, auf die die Last entsprechend reagiert.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass über die gemeinsame Betrachtung der Qualitätsindices auf Spannung und Strom die Güte der harmonischen Leistungsbetrachtung zufriedenstellend abgeschätzt werden kann. Ist der Qualitätsindex ausreichend hoch, können harmonische Wirkleistungen mit guter Genauigkeit bestimmt werden. Der Grenzwert von $Q_{\text{thr}} = 0,999$ für $\beta = 5$ erweist sich hier als geeignete Kombination von Werten.

6.3.6 Gesamtleistungsbetrachtung und Vergleich mit Referenzmessung

Ferner soll der Aufbau des Laborprototypen durch einen Vergleich der Gesamtleistungsausgaben des Referenzmessgeräts zusätzlich verifiziert werden. Hierzu werden die Schätzungen der Frequenz $f_{\text{ec}}[n_\nu]$, der Gesamtwirkleistung im Drehstromsystem $\hat{P}_g[l]$, der arithmetischen Scheinleistung $\hat{S}_a[l]$ sowie der Blindleistung $\hat{Q}_g[l]$ mit den gemäß Kapitel 6.2.3 aufbereiteten Ausgaben des Referenzmessgeräts $f_{\text{ref}}[n_{\text{ref}}[n_\nu]]$, $P_{\text{ref}}[n_{\text{ref}}[l]]$, $S_{\text{ref}}[n_{\text{ref}}[l]]$ und $Q_{\text{ref}}[n_{\text{ref}}[l]]$ verglichen. Die Ergebnisse sind in Abb. 6.12 dargestellt, wobei die grauen Flächen die Eigenunsicherheit des Messgeräts gemäß Datenblatt abbilden (vgl. Tabelle 6.1).

In Teilabb. a wird der Verlauf der Frequenzschätzung gezeigt. Das Gerät weist eine Messgenauigkeit und Eigenunsicherheit von 0,1 Hz auf. Dies ist im Vergleich zu den Frequenzangaben des PQMS recht grob. Die Frequenzschätzung $f_{\text{ec}}[n_\nu]$ sowie das gleitende Frequenzmittel $f_{\text{lt}}[n_\nu]$ liegen stets innerhalb dieser Eigenunsicherheit des Referenzmessgeräts, lediglich bei $l = 800$ wird es für etwa eine Periodendauer verlassen. Die Unterschiede zwischen der Frequenzschätzung $f_{\text{ec}}[n_\nu]$ und dem geglätteten Mittel sind hierbei gut erkennbar. $f_{\text{ec}}[n_\nu]$ zeigt hierbei eine Oszillation um den gemittelten Wert herum. Gemäß der in Kapitel 6.3.2 erfolgten Analyse der Frequenzdynamik ist diese Oszillation im gezeigten KM-Szenario höher als bei der Messung im Leerlauf. Weiterhin gut ersichtlich ist der Einschwingprozess des Frequenzmittels $f_{\text{lt}}[n_\nu]$. Der Startwert zu Beginn der Messung entspricht dem Nominalwert der Netzfrequenz $f_n = 50$ Hz. Durch die Trägheit der exponentiellen Glättung ist der Mittelwert erst nach etwa 100 Perioden aussagekräftig.

Die in Abb. 6.12b dargestellte Wirkleistungsbetrachtung zeigt, dass die Ausgabe des PQMS mit einer Oszillation behaftet ist, dem Ausgabewert des Referenzmessgeräts jedoch klar folgt. Wird $\hat{P}_g[l]$ über den betrachteten Zeitraum gemittelt, ergibt sich eine Abweichung vom Mittel der Ausgabe des Referenzmessgeräts von $-4,1$ W, was einer relativen Abweichung von $-0,1\%$ entspricht. Die Verläufe der Scheinleistung sind in Abb. 6.12c dargestellt. Hier zeigen sich deutlichere Abweichungen von etwa $-0,53\%$, was in etwa der Eigenunsicherheit des Referenzmessgeräts entspricht. Hier noch nicht mit einbezogen ist die Unsicherheit der Stromwandler dieses Geräts. In Abb. 6.12d wird die Betrachtung der Blindleistung dargestellt, bei der sich im Mittel eine Abweichung von etwa $-3,5\%$ zwischen den beiden Messgeräten einstellt.

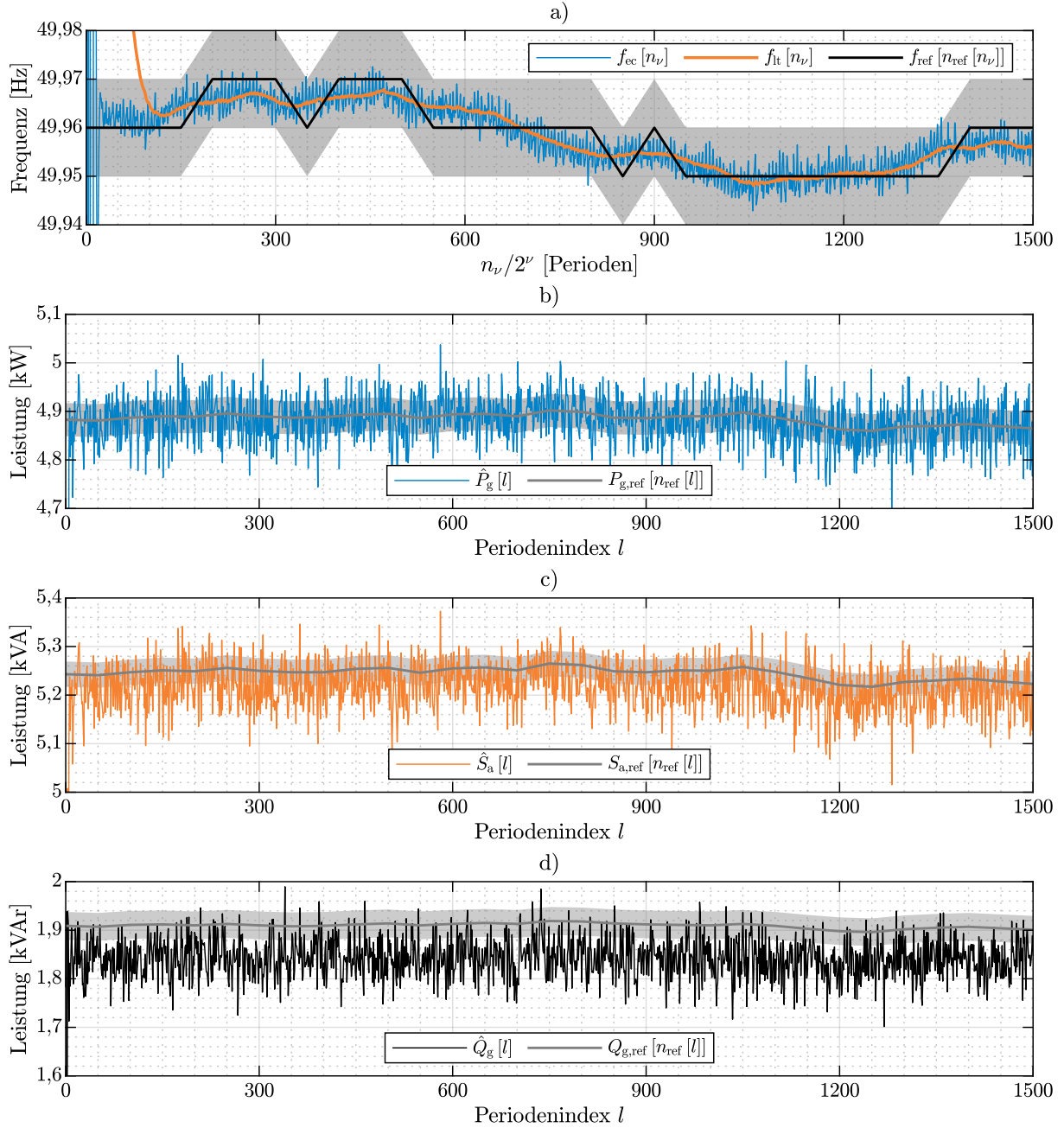


Abb. 6.12: Vergleich der Messergebnisse des Laborprototypen mit denen des Referenzmessgeräts. a) Frequenz. b) Wirkleistung. c) Scheinleistung. d) Blindleistung. Die grauen Flächen stellen die Eigenunsicherheit des Referenzmessgeräts gemäß Tabelle 6.1 dar.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Dissertation wurde ein Verfahren zur Messung der spektralen Spannungsqualität vorgestellt. Der Schwerpunkt der Arbeit lag dabei im Gebiet der digitalen Signalverarbeitung. Das entwickelte Verfahren soll die Messung der komplexen harmonischen Phasoren ermöglichen und dabei die Messfenster gegenüber den klassischen Verfahren zur Spannungsqualitätsanalyse verkürzen. Die Arbeit umfasst dabei die Problemformulierung, die Entwicklung und Validierung des digitalen Systems bis hin zur Entwicklung eines Laborprototypen, der für Messungen am Stromnetz eingesetzt werden konnte. Das Ziel wurde mit dem entwickelten Verfahren erreicht, was durch entsprechende simulative Validierung und Messungen gezeigt werden konnte.

7.1 Forschungsfragen

Die Zusammenfassung der Inhalte dieser Arbeit soll zunächst anhand der in Tabelle 1.1 formulierten Forschungsfragen erfolgen.

Forschungsfrage 1

Frage: *Wie stark verfälschen Abweichungen der Netzfrequenz sowie deren Dynamik die spektrale Analyse der Spannungsqualität bei konstanter Abtastrate und mit welchem Aufwand und in welcher Güte lassen sich diese Effekte kompensieren?*

Die Netzfrequenz weicht auch im Normalbetrieb des Netzes von ihrem Sollwert ab. Durch die Abweichungen sind die Netzsignale, also gemessene Spannungen und Ströme, nicht mehr streng periodisch im signaltheoretischen Sinne. Die in Kapitel 2.4 vorgestellten Verfahren der digitalen Signalverarbeitung zur Spektralanalyse setzen diese strenge Periodizität jedoch voraus. Wird sie nicht eingehalten, tritt der Leck-Effekt durch den Verlust der Orthogonalität auf. Dadurch werden die Spektren verzerrt, insbesondere die Phasenlage der einzelnen harmonischen Phasoren ist damit nicht mehr genau reproduzierbar. In Kapitel 2.5 erfolgte eine ausführliche Beschreibung dieses Problems. Die Netzsignale können dennoch als periodisch angesehen werden - vorausgesetzt, sie werden als Fourier-Reihe auf einer netzfrequenzsynchronen Zeitbasis modelliert, was in Kapitel 2.5.5 erfolgte. Gelingt die Anpassung der Abtastrate an die aktuelle Netzfrequenz, kann die spektrale Orthogonalität wiederhergestellt werden. Der Prozess der Wiederherstellung dieses Zustandes wurde in der Arbeit als *spektrale Re-Orthogonalisierung* vorgestellt.

In Kapitel 2.7 wurde der aktuelle Stand von Wissenschaft und Technik zu dieser Problematik vorgestellt. Gängige Verfahren zur spektralen Spannungsqualitätsanalyse, beispielsweise das auf der DIN EN 61000-4-7 basierende Verfahren zur Analyse von Oberschwingungen, umgehen das Problem durch eine Verlängerung der Messfenster auf zehn Perioden sowie die ausschließliche Betrachtung von Betragsspektren. Dennoch lassen sich in der Literatur bereits Vorschläge und Systementwürfe zur spektralen Re-Orthogonalisierung finden. Die Anpassung der Abtastrate findet bei diesen Verfahren direkt am ADU statt. Dabei wird die Abtastung über einen einstellbaren Oszillator ausgelöst, dessen Ausgabefrequenz von einer Netzfrequenzmesseinheit vorgegeben wird. Die Verfahren betrachten jedoch auch ausschließlich die Betragsspektren und verwerfen die Phaseninformation.

Forschungsfrage 2

Frage: *Wie lässt sich eine robuste und schnelle spektrale Re-Orthogonalisierung realisieren?*

Diese Frage wird in Kapitel 3 beantwortet, indem das entwickelte PQMS-Verfahren im Detail vorgestellt wird. Es betreibt die spektrale Re-Orthogonalisierung durch eine Synchronisation der Abtastrate der Spannungs- und Stromsignale mit der Netzfrequenz. Die Neuheit im Vergleich zu anderen Verfahren besteht darin, dass die Herstellung dieser Synchronizität erst im digitalen System erfolgt. Zur Abtastung wird ein konventioneller ADU verwendet, der mit einer konstanten Abtastrate von 20 MSa/s arbeitet. Die Unterabtastung auf die netzfrequenzsynchrone Zeitbasis erfolgt durch eine Lagrange-Interpolation.

Dieser Ansatz bringt einige Vorteile: Durch die konstante Abtastrate am ADU muss die vorgeschaltete analoge Anti-Aliasing-Filterstufe nicht an die sich ändernde Abtastrate angepasst werden. Ferner können kristalline Oszillatoren als Taktgeber für die Abtastung verwendet werden, wodurch der Einfluss von Jitter-Effekten beim Auslösen der Abtastung vernachlässigbar klein wird. Die dadurch ermöglichte hohe Abtastrate erlaubt die Analyse von harmonischen Komponenten weit über den Frequenzbereich der klassischen Oberschwingungsanalyse bis etwa 2 kHz hinaus.

Die Anpassung der Abtastrate am Ausgang des Interpolators an die Netzfrequenz erfolgt über eine digitale Phasenregelschleife in der netzfrequenzsynchrone Zeitbasis. Ein digitaler Regler passt die Abtastrate dabei derart an, dass die Phasenlage des Phasors der Grundschwingung in der relativen Zeitbasis auf null geregelt wird. Dies kann direkt auf dem Phasor der Leiter-Erde-Spannung erfolgen. Durch Berechnung der Mitsystemkomponente aus den drei Grundschwingungsphasoren eines Drehstromsystems kann diese Phasenregelschleife auf Drehstromsysteme erweitert werden. Dies verbessert die Güte der Phasenregelung insofern, als einphasig auftretende Störungen geringere Auswirkungen auf die Regelung haben. Aus dem Abtastintervall am Ausgang des Interpolators kann ein direkter Frequenzschätzwert berechnet werden, mithilfe dessen auch eine Schätzung des RoCoF möglich wird.

Mit den konditionierten Messdaten kann dann die Spektralanalyse von Spannungs- und Stromdaten erfolgen. Dabei kann das Messfenster gegenüber den klassischen Verfahren zur Spannungsqualitätsanalyse stark verkürzt werden. Durch Anwendung einer speziell für diesen Zweck entwickelten Fensterfunktion ist ein Messfenster von zwei Grundperioden ausreichend. Dabei gibt das System für jede Grundperiode die komplexwertigen Spektren von Spannung, Strom und harmonischer Leistung aus.

Forschungsfrage 3

Frage: *Welche Verbesserungen in der Spannungsqualitätsanalyse lassen sich durch spektrale Re-Orthogonalisierung erreichen?*

In Kapitel 4 wurde in Simulationen ausführlich gezeigt, dass das entwickelte digitale System harmonische Phasoren im stationären Zustand bis über die 10.000. Ordnung hinaus akkurat analysieren kann. Hierzu wurde der Vektorfehler als Maß eingeführt und konnte für stationäre Netzfrequenzwerte zwischen 44 Hz und 66 Hz über alle Harmonische unterhalb von 1 % gehalten werden.

Durch Betrachtungen an der Frequenzrampe wurde ermittelt, dass die Beträge der harmonischen Phasoren bzw. die Betragsspektren auch bei Netzfrequenzänderungsraten von bis zu 1 Hz/s mit vernachlässigbaren Abweichungen bestimmt werden können. Die Phasenlage hingegen zeigt sich sehr empfindlich gegenüber einer derart dynamischen Netzfrequenz. Hier hängt der resultierende Vektorfehler von der Netzfrequenzänderungsrate ab und kann nicht pauschal beurteilt

werden. Es müssen Grenzwerte diskutiert werden, bis zu welchem Vektorfehler die Berechnung der harmonischen Wirkleistungen sinnvoll ist.

Zur Bewertung der Qualität der Phaseninformation in Messdaten wurde in Kapitel 3.9 eine einheitenlose Maßzahl in Form eines Qualitätsindexes entwickelt und in Testszenarien verifiziert. Über einen Parameter ist die Schärfe der Bewertung dabei einstellbar. In der simulativen Validierung des PQMS-Algorithmus an der Frequenzrampe konnte sie mit dem Vektorfehler korreliert werden. Damit eignet sie sich zur Abschätzung, ob der Wirkleistungsberechnung auf einer Harmonischen vertraut werden kann oder nicht. Die entsprechenden Betrachtungen hierzu erfolgen in Kapitel 5 und Kapitel 6 anhand der Validierung des Laborprototypen sowie in Messungen.

Forschungsfrage 4

Frage: *Bis zu welcher Frequenz lassen sich durch spektrale Re-Orthogonalisierung Vorteile in der spektralen Spannungsqualitätsanalyse realisieren?*

Die Beträge harmonischer Phasoren lassen sich über den gesamten abzubildenden Frequenzbereich mit hoher Genauigkeit auch bei dynamischem Netzfrequenzverhalten ermitteln. Bei den Betrachtungen am Tongenerator in Kapitel 5 wurde festgestellt, dass der Vektorfehler bei stationärer Netzfrequenz hauptsächlich durch statische Einflüsse entlang des Signalpfades verursacht wird, die durch eine entsprechende Kalibrierung kompensiert werden können. Bei diesen Versuchen konnte eine Abhängigkeit des Konfidenzintervalls des Vektorfehlers von der harmonischen Ordnung festgestellt werden. Auch hier muss eine Diskussion der Grenzwerte erfolgen, um die Forschungsfrage auch für die Phasenlage zu beantworten. Für harmonische Signalkomponenten, deren Frequenz also ein ganzzahliges Vielfaches der Netzfrequenz ist, können die Beträge der Phasoren bis zur definierten Grenzfrequenz von 500 kHz mit Abweichungen von wenigen Hunderstel Dezibel genau bestimmt werden, sofern die statischen Einflüsse entlang der Messkette bekannt sind und kompensiert werden.

In den Spektren wird der Nahbereichs-Leck-Effekt durch die spektrale Re-Orthogonalisierung gut unterdrückt. Das verwendete Fenster sorgt darüber hinaus durch seine im Vergleich mit anderen Fenstern hohe Nebenkeulendämpfung für eine verbesserte Dämpfung des Fernbereichs-Leck-Effekts. Dadurch sowie aufgrund der hohen Abtastrate ergibt sich ein im Vergleich zu anderen Verfahren zur spektralen Spannungsqualitätsanalyse hohes Dynamikverhältnis von etwa 120 dB in den gemessenen Spektren.

Forschungsfrage 5

Frage: *Bis zu welcher Frequenz kann ein auf spektraler Re-Orthogonalisierung basierendes Messverfahren die Spannungsqualität zufriedenstellend messen?*

Das vorgestellte Verfahren kann auch zur Abschätzung zwischenharmonischer und supraharmonischer Störungen im Frequenzbereich bis 500 kHz eingesetzt werden. Dieser Fall wurde in der vorliegenden Dissertation nicht betrachtet. Hierfür könnte über eine Variation der Messfensterlänge oder der gewählten Fensterfunktion diskutiert werden. Es ist zu vermuten, dass sich durch die variable Zeitbasis der der Spektralanalyse zugeführten Signale keine Nachteile bei der Analyse nicht-harmonischer Signale im Vergleich zu konventionellen Verfahren mit fester Abtastrate ergeben.

7.2 Ausblick

Die Definition der Messgröße der Netzfrequenz

In den Simulationen und auch den Messungen konnte die Empfindlichkeit der Netzfrequenzschätzung gegenüber lokalen Störungen auf der Netzspannung gezeigt werden. Am Beispiel von Amplituden- und Phasensprüngen sowie niederfrequenten Zwischenharmonischen wurden diese Einflüsse herausgearbeitet. Die Frequenzschätzung und dadurch auch die RoCoF-Schätzung schlagen bei diesen Events kurzzeitig aus, obwohl sich die zugrundeliegende Frequenz nicht ändert. Dies führt zur Diskussion um die Messgröße der Netzfrequenz. Am Messpunkt stehen als Messgrößen ausschließlich Spannungen und Ströme zur Verfügung, von denen die Winkelgeschwindigkeit des Grundschrwingungsphasors geschätzt wird. Die Definition der Netzfrequenz im energietechnischen Sinne entspricht jedoch der Drehzahl einer direkt ans Netz angeschlossenen Synchronmaschine. Die aus den Netzsignalen berechneten Grundschrwingungsphasoren, insbesondere die Methode der symmetrischen Komponenten im Drehstromsystem, basieren auf der Idee der drehenden Synchronmaschine.

Wird die Netzfrequenz nur langsam und in geringer Auflösung gemessen, wie beispielsweise beim in den Messszenarien verwendeten Referenzmessgerät, fällt diese Diskrepanz nicht ins Gewicht. Je schneller und genauer die Frequenz jedoch geschätzt werden soll, desto mehr müssen von lokalen Ereignissen auf die Netzspannung aufgebrachte Störungen von der zugrundeliegenden Netzfrequenz getrennt werden. Das in Kapitel 6 eingeführte Netzfrequenzmittel ist hier nur eine von vielen Möglichkeiten. Jedoch erfolgt durch die Charakteristik des Filters zwangsläufig eine Festlegung, bis zu welcher Frequenz Informationen aus der Frequenzschätzung dem übergeordneten Netz zugeordnet werden und wann es sich um lokale Störungen handelt. In der momentanen Konfiguration kann die Frequenzschätzung sogar durch die zu messenden Geräte selbst negativ beeinflusst werden, wie es anhand der Messungen des Trockenofens und der Kältemaschine gezeigt werden konnte. Dieses messtechnische Problem ist in der Wissenschaft bekannt, es existieren bereits Vorschläge und Ideen, wie hier weiter vorgegangen werden könnte. Dies wurde in Kapitel 2.7.3 herausgearbeitet.

Messung harmonischer Leistungsflüsse

Mit dem in dieser Arbeit entwickelten PQMS-Algorithmus können die harmonischen Phasoren in Strom und Spannung in einer neuen Qualität mit einer im Vergleich zu konventionellen Methoden hohen zeitlichen Auflösung gemessen werden. Die Untersuchungen konnten zeigen, unter welchen Bedingungen welche Güte erreicht werden kann. Es wurde eine komplexwertige harmonische Leistungsgröße definiert, deren Realteil der harmonischen Wirkleistung gemäß der Definition in den gängigen Normen entspricht. Für Schein- und Blindleistung hingegen existieren keine harmonischen Definitionen, stattdessen werden die Werte entweder über den gesamten Frequenzbereich oder aus den Effektivwerten der Zeitsignale berechnet. Mit den in Kapitel 6 eingeführten Darstellungsmethoden konnte gezeigt werden, dass auf harmonischen Frequenzen nicht nur Wirkleistungen fließen können, die sich in der Flussrichtung von derjenigen der Grundschrwingung unterscheiden. Von der komplexwertigen harmonischen Leistung kann auch die zweite Informationsdimension von Interesse sein, beispielsweise zur Charakterisierung von Geräten durch Analyse der Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom auf der jeweiligen Harmonischen. Grundsätzlich bieten die sowohl in Frequenz- wie auch Zeitbereich hoch aufgelösten Spektren zahlreiche weitere Möglichkeiten zur Analyse, die in dieser Arbeit nur angerissen oder gänzlich unterschlagen wurden. Als Beispiel sei hier die Analyse von Zwischenharmonischen genannt. Durch Verlängerung des Messfensters kann die spektrale Auflösung weiter erhöht werden. Dabei sind die Signale dennoch netzsynchron konditioniert, sodass die Harmonischen weiterhin

scharf abgebildet werden können, solange Stationarität der Signale innerhalb des Messfensters vorliegt.

Messung der Netzimpedanz

Aus den mit dem PQMS-Verfahren gemessenen Spektren von Spannung und Strom kann auch eine Berechnung der Anschlussimpedanz am Gerät erfolgen, indem der Quotient der Phasoren von Spannung und Strom berechnet wird. Zwar ist dies nur auf solchen Frequenzen möglich, auf denen hinreichend hohe Ströme fließen, die den Nenner in dieser Division nicht gegen null gehen lassen, die Vorteile der wiederhergestellten spektralen Orthogonalität liegen aber auch hier auf der Hand: Die Impedanz als komplexwertige Größe kann für harmonische Frequenzen mit guter Qualität der Phasenlage bestimmt werden. Wird dieses Messsystem mit einer entsprechenden Signalquelle kombiniert, die auf den Frequenzen von Interesse einspeisen kann, ergeben sich neue Möglichkeiten zur Impedanzmessung. Der vorgeschlagene Qualitätsindex kann hierbei auch zur Bewertung der Güte der berechneten Impedanz verwendet werden.

Sinusrampenfenster

Die in Kapitel 3.7 eingeführte Fensterklasse der Sinusrampenfenster verfügt von allen bekannten Fensterfunktionen über die höchste Nebenkeulendämpfung im Vergleich zur Hauptkeulbreite. Sie eignet sich auch abseits von energietechnischen Anwendungen zur Unterdrückung des Fernbereich-Leck-Effekts, beispielsweise zur Berechnung von Periodogrammen. In Anhang D werden die Metriken der Sinusrampenfenster mit denen anderer Fenster aus der Literatur verglichen.

A Harmonische Leistungsflüsse

In diesem Kapitel wird der Beweis geführt, dass an einer Netzimpedanz durch Anschluss eines Geräts mit nichtlinearem Stromverhalten harmonische Leistungsflüsse entstehen.

A.1 Ziel des Beweises

Es soll gezeigt werden, dass nichtlineare Lasten bei Anschluss ans Netz zur Emission von harmonischen Strömen führen, die auch zurück ins Netz fließen und dort über der Netzimpedanz als Wirkleistung abfallen können. Hierfür wird ein einfaches Beispiel verwendet, bei dem eine reellwertige, zeitinvariante Netzimpedanz in Form eines ohmschen Widerstands modelliert wird. In diesem Beispiel werden nur passive Elemente ohne Energiespeicher verwendet. Dadurch können ausschließlich Wirkleistungen fließen, da es zu keinen Leistungspendelungen zwischen Energiespeichern in Netz und Gerät kommen kann.

A.2 Ausgangslage

Es sei der in Abb. A.1 gezeigte Schaltkreis gegeben. Die Netznachbildung (linker grauer Rahmen) bestehe aus einer idealen Spannungsquelle und einem Innenwiderstand R_i , der als reellwertige, lineare, zeit- und frequenzinvariante Netzimpedanz gesehen werden kann. Angeschlossen sei eine nichtlineare Last (rechter grauer Rahmen), die aus einer Diode und einem Lastwiderstand R bestehe. Über den Widerständen fallen entsprechend die Spannungen $u_{Ri}(t)$ und $u_R(t)$ ab. Die Klemmen der Spannungsquelle werden gesondert betrachtet und liefern die Klemmenspannung $u_t(t)$ (engl. *terminal voltage*).

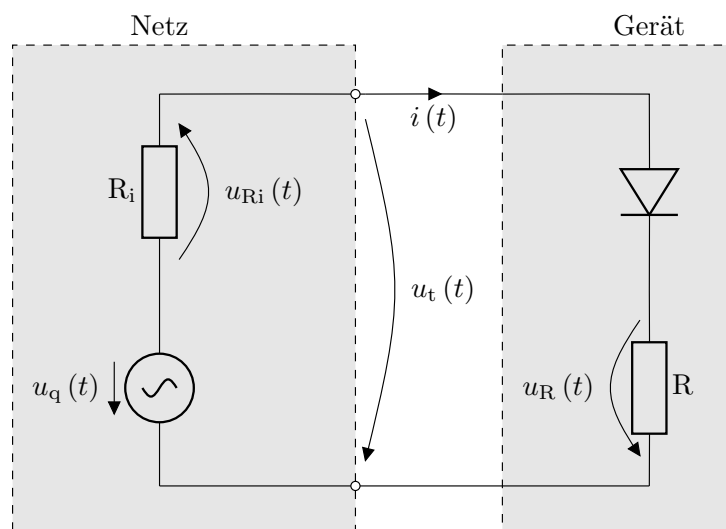


Abb. A.1: Idealisierter Schaltkreis. Links: Netznachbildung mit Innenwiderstand. Rechts: Nichtlineare Last als angeschlossenes Gerät.

Bei der Diode handele es sich um eine ideale Diode mit einer Durchlassspannung von 0 V. Daher kann die Diode in diesem speziellen Fall als Schalter angesehen werden. Es gilt $u(t) = u_R(t)$ während der oberen Halbwelle, für die untere Halbwelle gilt $u_R(t) = 0$. Für die Widerstände gelte $R_i, R \in \mathbb{R}^+$. Die Quellspannung sei

$$u_q(t) = \hat{U}_0 \sin(\omega t) = \frac{j\hat{U}_0}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (\text{A.1})$$

mit $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ und der Amplitude $\hat{U}_0 \in \mathbb{R}^+$. Die Periode $T \in \mathbb{R}^+$ sei beliebig.

A.3 Bestimmung der Abhängigkeiten

Durch Anwendung der Maschenregel gemäß den oben gezeigten Spannungsrichtungen ergibt sich für die obere Halbwelle der Quellspannung:

$$u_q(t) - u_{R_i}(t) - u_R(t) = u_q(t) - i(t)(R_i + R) = 0. \quad (\text{A.2})$$

Aufgrund der Diode fließt der Strom nur während der positiven Halbwelle der Quellspannung. Daher kann der Strom als abschnittsweise Funktion definiert werden:

$$i(t) = \begin{cases} \frac{u_q(t)}{R_i + R} & \forall t \in \left[0; \frac{T}{2}\right[\\ 0 & \forall t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]. \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Die genaue Definition der Intervallgrenzen ist eine akademische Diskussion, da $i\left(\frac{T}{2}\right) = 0$. $i(t)$ ist eine streng periodische Funktion im Sinne von Gl. 2.8, es gilt $i(t) = i(t + kT) \quad \forall k \in \mathbb{Z}$. Somit ist es zulässig, nur die Periode $t \in [0; T[$ im folgenden zu betrachten. Für die Klemmenspannung $u_t(t)$ gilt dann:

$$u_t(t) = u_q(t) - i(t)R_i = \begin{cases} u_q(t) \left(1 - \frac{R_i}{R_i + R}\right) & \forall t \in \left[0; \frac{T}{2}\right[\\ u_q(t) & \forall t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

A.4 Fourier-Reihe

Da es sich bei den gezeigten Zeitfunktionen um T -periodische und zeitkontinuierliche Funktionen handelt, die abschnittsweise differenzierbar innerhalb einer Periode sind, kann für die Betrachtung des Spektrums die Fourier-Reihe gemäß ihrer Definition in Kapitel 2.4.4 angewendet werden.

A.4.1 Anwendung auf den Strom

Bei der Berechnung der Fourier-Koeffizienten $\underline{c}_i[h]$ der harmonischen Ordnung h des Stroms ergibt sich bereits im ersten Schritt die Vereinfachung, dass der Strom in der zweiten Halbwelle null ist:

$$\underline{c}_i[h] = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) e^{-jh\omega t} dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} i(t) e^{-jh\omega t} dt + \int_{\frac{T}{2}}^T i(t) e^{-jh\omega t} dt \right). \quad (\text{A.5})$$

Hierdurch fällt das Integral über die zweite Halbwelle weg und die Gleichung vereinfacht sich zu:

$$\underline{c}_i[h] = \frac{1}{T(R_i + R)} \int_0^{\frac{T}{2}} u_q(t) e^{-jh\omega t} dt. \quad (\text{A.6})$$

Im folgenden wird die reziproke Widerstandssumme durch $\xi = \frac{1}{R_i + R}$ substituiert. Nach Einsetzen der Exponentialform des Sinus aus (A.1) ergibt sich:

$$\underline{c}_i[h] = \frac{j\hat{U}_0\xi}{2T} \left(\int_0^{\frac{T}{2}} e^{-j\omega(h+1)t} dt - \int_0^{\frac{T}{2}} e^{-j\omega(h-1)t} dt \right). \quad (\text{A.7})$$

Um dieses Integral zu lösen, muss die Grundschiwingung als Spezialfall für $h = 1$ und $h = -1$ gesondert betrachtet werden. Zudem muss unterschieden werden zwischen einer Integration über eine halbe Periode, wie in (A.7) oder über eine ganze Periode, wie es später bei der Betrachtung der Klemmenspannung in (A.17) erfolgt.

Integration über ganze Periodendauer

Herausgelöst soll im folgenden ein Integral einer der oben gezeigten Exponentialterme über eine ganze Periode für alle $h \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 1\}$ gebildet werden:

$$\int_0^T e^{-j\frac{2\pi}{T}(h-1)t} dt = \frac{jT}{2\pi(h-1)} \left[e^{-j\frac{2\pi}{T}(h-1)t} \right]_0^T. \quad (\text{A.8})$$

Durch Einsetzen der Randwerte an T und 0 ergibt sich:

$$\frac{jT}{2\pi(h-1)} \left(e^{-j\frac{2\pi}{T}(h-1)T} - e^0 \right) = \frac{jT}{2\pi(h-1)} \left(e^{-j2\pi(h-1)} - 1 \right) = 0. \quad (\text{A.9})$$

Es zeigt sich, dass der Exponent stets ein ganzzahliges Vielfaches von $j2\pi$ ergibt und damit trotz des negativen Vorzeichens stets zu 1 wird. Diese kürzt sich mit der nachfolgenden -1 weg, die Terme fallen gänzlich heraus. Ganz genauso verhält es sich mit den Termen, in denen $(h+1)$ im Exponenten steht.

Integration über halbe Periodendauer

Wird die Integration über eine halbe Periodendauer betrachtet, ergibt sich für alle $h \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 1\}$:

$$\int_0^{\frac{T}{2}} e^{-j\frac{2\pi}{T}(h-1)t} dt = \frac{jT}{2\pi(h-1)} \left[e^{-j\frac{2\pi}{T}(h-1)t} \right]_0^{\frac{T}{2}}. \quad (\text{A.10})$$

Nach Einsetzen der Integralgrenzen wird daraus:

$$\frac{jT}{2\pi(h-1)} \left(e^{-j\frac{2\pi}{T}(h-1)\frac{T}{2}} - e^0 \right) = \frac{jT}{2\pi(h-1)} \left(e^{-j\pi(h-1)} - 1 \right). \quad (\text{A.11})$$

In diesem Fall ist der Winkel des Exponenten nur noch ein ganzzahliges Vielfaches von π , wodurch der Exponentialterm sowohl den Wert 1 als auch -1 annehmen kann. Für alle ungeraden $\tilde{h} = 2h+1$ wird 1 daraus, sodass sich der Term vollständig wegekürzt. Für alle geraden $\tilde{h} = 2h$ wird eine negative 1 daraus, die beiden Werte in der Klammer addieren sich zu -2:

$$e^{-j\pi(\tilde{h}-1)} - 1 = \begin{cases} 0 & \forall \tilde{h} = 2h+1 \\ -2 & \forall \tilde{h} = 2h. \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Spezialfall Grundschiwingung

Die in den obigen Gleichungen gezeigte Integration ist für alle $h \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 1\}$ statthaft. Bedingt durch den Vorfaktor stehen die Terme $(h + 1)$ und $(h - 1)$ im Nenner. Für $h \in \{-1, 1\}$ ergibt sich damit eine Division durch Null. Allerdings können die Exponentialfunktionen in diesen Fällen bereits vor der Integration zu einer Konstantenintegration vereinfacht werden, was hier gezeigt werden soll. Für die positive und negative Grundschiwingung ergibt sich dann:

$$\underline{c}_i[-1] = \frac{j\hat{U}_0\xi}{2T} \left[t \right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{j\hat{U}_0\xi}{4} = \frac{j\hat{U}_0}{4(R_i + R)} = \underline{c}_i[1]^* . \quad (\text{A.13})$$

Generelle Lösung für Harmonische

Die generelle Lösung für die Fourier-Reihe des Stroms benötigt dann vier Fallunterscheidungen und kann wie folgt geschrieben werden (A.7), wobei sich der Gleichteil als Integralmittel über eine Periodendauer ergibt:

$$\underline{c}_i[h] = \begin{cases} -h \frac{j\hat{U}_0}{4(R_i + R)} & \forall h \in \{-1, 1\} \\ \frac{-\hat{U}_0}{2\pi(R_i + R)} \left(\frac{1}{\tilde{h} - 1} - \frac{1}{\tilde{h} + 1} \right) & \forall \tilde{h} = 2h \\ 0 & \forall \tilde{h} = 2h + 1 \\ \frac{\hat{U}_0}{\pi(R_i + R)} & \forall h = 0. \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

A.4.2 Anwendung auf die Klemmenspannung

Aus Gl. A.4 ergibt sich für die Fourier-Koeffizienten der Klemmenspannung $u_t(t)$

$$\underline{c}_{ut}[h] = \underline{c}_{uq}[h] - \underline{c}_i[h] R_i, \quad (\text{A.15})$$

wobei die Koeffizienten der Quellspannung $\underline{c}_{uq}[h]$ gemäß Gl. A.1 aufgrund ihres monofrequenten Charakters lediglich auf zwei harmonischen Indices von null verschieden sind:

$$\underline{c}_{uq}[h] = \begin{cases} -h \frac{j\hat{U}_0}{2} & \forall h \in \{-1, 1\} \\ 0 & \forall |h| \neq 1. \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

Damit ergibt sich ebenfalls eine Gleichung mit vier Fallunterscheidungen für die Koeffizienten der Klemmenspannung:

$$\underline{c}_{ut}[h] = \begin{cases} -h \frac{j\hat{U}_0}{2} \left(1 - \frac{R_i}{2(R_i + R)}\right) & \forall h \in \{-1, 1\} \\ \frac{\hat{U}_0 R_i}{2\pi(R_i + R)} \left(\frac{1}{\tilde{h} - 1} - \frac{1}{\tilde{h} + 1}\right) & \forall \tilde{h} = 2h \\ 0 & \forall \tilde{h} = 2h + 1 \\ -\frac{\hat{U}_0 R_i}{\pi(R_i + R)} & \forall h = 0. \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

A.4.3 Anwendung auf den Spannungsabfall an der Netzimpedanz

Die Koeffizienten der Spannung $u_{R_i}(t)$, die an der Netzimpedanz abfällt, lassen sich ebenso aus dem Produkt der Koeffizienten von Strom mit der Netzimpedanz R_i bilden:

$$\underline{c}_{uR_i}[h] = R_i \cdot \underline{c}_i[h]. \quad (\text{A.18})$$

A.5 Leistungsbetrachtung

Im folgenden sollen die Fourier-Koeffizienten für Spannung und Strom zur Leistung verrechnet werden. Es zeigt sich, dass ausschließlich Wirkleistungen fließen, da die berechneten komplexen Leistungsgrößen reellwertig sind.

A.5.1 Betrachtung am Gerät

Die komplexe harmonische Leistung $\underline{S}_d[h]$ am Gerät kann gemäß den Leistungsdefinitionen in Kapitel 2.7.7 aus dem Produkt von Klemmenspannung und dem konjugiert-komplexen Stromkoeffizienten berechnet werden:

$$\underline{S}_d[h] = \underline{c}_{ut}[h] \underline{c}_i[h]^*. \quad (\text{A.19})$$

Es ergibt sich

$$\underline{S}_d[h] = \begin{cases} \frac{\hat{U}_0^2}{8(R_i + R)} - \frac{\hat{U}_0^2 R_i}{16(R_i + R)^2} & \forall h \in \{-1, 1\} \\ -\frac{\hat{U}_0^2 R_i}{4\pi^2(R_i + R)^2} \left(\frac{1}{\tilde{h} - 1} - \frac{1}{\tilde{h} + 1}\right)^2 & \forall \tilde{h} = 2h \\ 0 & \forall \tilde{h} = 2h + 1 \\ -\frac{\hat{U}_0^2 R_i}{\pi^2(R_i + R)^2} & \forall h = 0. \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

Die harmonische Wirkleistung $P_d[h] = \text{Re}\{\underline{S}_d[h]\}$ ergibt sich aus dem Realteil der komplexen Leistungsgröße. Für den gegebenen Spezialfall bzw. das gegebene Eingangssignal gemäß Gl. A.1 ergeben sich hierfür rein reelle Werte, damit gilt $P_d[h] = \underline{S}_d[h]$. Im weiteren ist festzustellen, dass die Wirkleistung auf den Indices $h = -1$ und $h = 1$ positiv ist, während die Wirkleistung auf dem Gleichteil sowie auf allen anderen geraden Frequenzindices stets negativ ist.

A.5.2 Betrachtung an der Netzimpedanz

Die an der Netzimpedanz R_i berechnete Leistung $\underline{S}_{R_i}[h]$ lässt sich analog aus dem konjugiert-komplexen Produkt von Spannungsabfall an der Netzimpedanz und Strom berechnen. Es ergibt sich:

$$\underline{S}_{R_i}[h] = \underline{c}_{uR_i}[h] \underline{c}_i[h]^* = R_i \cdot \underline{c}_i[h] \underline{c}_i[h]^*. \quad (\text{A.21})$$

Die generelle Lösung für alle $h \in \mathbb{Z}$ ist dann:

$$\underline{S}_{R_i}[h] = \begin{cases} \frac{\hat{U}_0^2 R_i}{16 (R_i + R)^2} & \forall h \in \{-1, 1\} \\ \frac{R_i \hat{U}_0^2}{4\pi^2 (R_i + R)^2} \left(\frac{1}{\tilde{h} - 1} - \frac{1}{\tilde{h} + 1} \right)^2 & \forall \tilde{h} = 2h \\ 0 & \forall \tilde{h} = 2h + 1 \\ \frac{\hat{U}_0^2 R_i}{\pi^2 (R_i + R)^2} & \forall h = 0. \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Auch hier gilt $P_{R_i}[h] = \text{Re}\{\underline{S}_{R_i}[h]\}$. Für die harmonische Leistung an der Spannungsquelle $\underline{S}_{vq}[h]$ ergeben sich ausschließlich Grundschwingungskomponenten:

$$\underline{S}_{vq}[h] = \underline{c}_{uq}[h] \underline{c}_i[h]^* = \begin{cases} \frac{\hat{U}_0^2}{8 (R_i + R)} & \forall h \in \{-1, 1\} \\ 0 & \forall h \notin \{-1, 1\}. \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

A.6 Überprüfung auf Plausibilität

Alle aus der idealen Spannungsquelle auf der Grundschwingung bezogene Wirkleistung von den im Schaltkreis enthaltenen Elementen umgesetzt werden. Dies wird im Folgenden gezeigt.

A.6.1 Energieerhaltung auf den einzelnen Harmonischen

Da in der Schaltung aus Abb. A.1 ausschließlich passive Elemente ohne Energiespeicher enthalten sind, muss die Summe aller Wirkleistungen außerhalb der Grundschwingung null ergeben. Lediglich auf der Grundschwingung darf aus der idealen Spannungsquelle über $u_q(t)$ Leistung bezogen werden. Mit (A.22) und (A.20) kann dann gezeigt werden, dass für alle Frequenzindizes außer der Grundschwingung gilt:

$$\underline{S}_{R_i}[h] + \underline{S}_d[h] = 0 \quad \forall h \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 1\}. \quad (\text{A.24})$$

Damit werden die negativen Wirkleistungen, die vom Gerät emittiert werden, zurück ins Netz gespeist und fallen als Wirkleistung über der Netzimpedanz ab.

A.6.2 Gesamtleistungsbilanz

Alle Wirkleistung wird im Stromkreis verbraucht. Die einzige Quelle, die Wirkleistung ins System einträgt, ist die ideale Spannungsquelle, die $u_q(t)$ emittiert. Daher muss gelten, dass die Summe aller emittierten harmonischen Wirkleistungen gleich der Differenz zwischen Quellwirkleistung

und Wirkleistungsbezug auf der Grundschiwingung am Gerät ist. Für das zweiseitige Spektrum wird daher folgende Behauptung aufgestellt, die es zu beweisen gilt:

$$(\underline{S}_{vq}[1] + \underline{S}_{vq}[-1]) - (\underline{S}_d[1] + \underline{S}_d[-1]) + \underline{S}_d[0] + \sum_{h=2}^{\infty} \underline{S}_d[h] + \sum_{h=-2}^{-\infty} \underline{S}_d[h] = 0. \quad (\text{A.25})$$

Zunächst ist folgende Vereinfachung statthaft: Die Leistungen im zweiseitigen Spektrum sind für negative und positive Indices gleich. Zudem ist $\underline{S}_d[h]$ für alle ungeraden Harmonischen außer der Grundschiwingung null, was eine andere Schreibweise der Summe zulässt:

$$2\underline{S}_{vq}[1] - 2\underline{S}_d[1] + \underline{S}_d[0] + 2 \sum_{h=1}^{\infty} \underline{S}_d[2h] = \Delta S. \quad (\text{A.26})$$

Nun können die Gleichungen (A.20) und (A.23) eingesetzt werden:

$$\frac{2\hat{U}_0^2 R_i}{16(R_i + R)^2} - \frac{\hat{U}_0^2 R_i}{\pi^2(R_i + R)^2} - \sum_{h=1}^{\infty} \frac{2\hat{U}_0^2 R_i}{4\pi^2(R_i + R)^2} \left(\frac{1}{2h-1} - \frac{1}{2h+1} \right)^2 = \Delta S. \quad (\text{A.27})$$

Diese Gleichung kann stark verkürzt werden zu:

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{2\pi^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2h-1} - \frac{1}{2h+1} \right)^2 = \Delta \tilde{S}. \quad (\text{A.28})$$

Durch Anwendung der zweiten binomischen Formel ergibt sich:

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{2\pi^2} \left(\sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{(2h-1)^2} - \sum_{h=1}^{\infty} \frac{2}{(2h-1)(2h+1)} + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{(2h+1)^2} \right) = \Delta \tilde{S}. \quad (\text{A.29})$$

Es handelt sich bei den ausmultiplizierten Termen um Summen konvergenter Zahlenreihen, deren Grenzwerte aus Tabellenwerken wie [45, S. 598ff.] entnommen und eingesetzt werden können. Nach Ausmultiplizieren zeigt sich die Richtigkeit der in Gl. A.25 aufgestellten Behauptung. Der Beweis ist geführt.

$$\Delta \tilde{S} = \frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{\pi^2}{8} - 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{\pi^2}{8} - 1 \right) = \frac{1}{8} - \frac{1}{\pi^2} - \frac{\pi^2}{8\pi^2} + \frac{2}{2\pi^2} = 0 \quad \blacksquare \quad (\text{A.30})$$

B Herleitungen und Definitionen

In diesem Anhang finden sich Definitionen und Herleitungen einiger Formeln, Funktionen und Abschätzungen, die im Hauptteil der Arbeit Verwendung finden.

B.1 Modell des idealen Abtasters mittels Dirac-Impulskamm

Hier finden sich einige Überlegungen zur Modellierung des idealen Abtasters mittels Dirac-Impulskamm sowie deren Anpassung an die Notation dieser Arbeit. Diese Überlegungen bauen auf [45, S. 372ff.], [47, S. 84ff., S. 96ff.], [46, S. 63ff.] und [188, S. 109ff.] auf.

B.1.1 Definition des Dirac-Impulses

Der kontinuierlich definierte Dirac-Impuls $\delta(x - x_0)$ mit $x, x_0 \in \mathbb{C}$ gehört zur Klasse der Distributionen und stellt damit keine Funktion im klassischen Sinne dar. Die explizite Definition des Dirac-Impulses bzw. dessen Approximationen sind ferner für diese Arbeit auch nicht relevant. Implizit lässt sich der Dirac-Impuls über seine Eigenschaften beschreiben. Zunächst ergibt sich für seine bekannten endlichen Funktionswerte:

$$\delta(x - x_0) = 0 \quad \forall \quad x \neq x_0. \quad (\text{B.1})$$

Weiterhin sehr wichtig ist seine Ausblendeigenschaft (auch Siebeigenschaft oder Faltungseigenschaft) für beliebige Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$:

$$(f * \delta)(x_0) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0). \quad (\text{B.2})$$

Hieraus ergibt sich das Integral über den Dirac-Impuls selbst aus dessen Faltung mit der Funktion $f(x) = 1$:

$$\int_{\mathbb{R}} \delta(x - x_0) dx = 1. \quad (\text{B.3})$$

Gemäß der Substitutionsregel der Integration ergibt sich aus Gl. B.3 damit für den um den Faktor $\underline{c} \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ gestreckten Dirac-Impuls:

$$\delta(\underline{c}x) = \frac{1}{|\underline{c}|} \delta(x). \quad (\text{B.4})$$

B.1.2 Definition des Dirac-Impulskamms

Der einheitenlose Norm-Dirac-Impulskamm $\text{III}(x)$ ist definiert als:

$$\text{III}(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(x - n). \quad (\text{B.5})$$

Im Gegensatz zur Definition in [47, S. 96ff.] oder [36, S. 35] ist dieser zunächst als Funktion der einheitenlosen Größe $x \in \mathbb{C}$ definiert. Die Fourier-Transformierte des Dirac-Impulskamms soll

jetzt berechnet werden. Hierfür wird zunächst eine allgemeinere Form der Fourier-Transformation definiert: Sei $F(jy) = \hat{\mathcal{F}}\{f(x)\}$ die Fourier-Transformierte der Funktion $f(x)$ als Funktion eines einheitenlosen Frequenzoperators y :

$$\hat{\mathcal{F}}\{f(x)\} = \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-j2\pi yx} dx. \quad (\text{B.6})$$

Damit ergibt sich die Fourier-Transformierte des normierten Dirac-Impulskamms wie folgt:

$$\hat{\mathcal{F}}\{\text{III}(x)\} = \int_{\mathbb{R}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(x - n) e^{-j2\pi yx} dx. \quad (\text{B.7})$$

Durch die Summenregel der Integration ist die Darstellung der Integration der Summanden als Summe von Teilintegralen über die Einzelsummanden statthaft. Ferner lässt sich die Siebeigenschaft des Dirac-Impulses gemäß Gl. B.2 nutzen, um den Exponentialterm der Fourier-Transformation in eine Konstante zu überführen:

$$\hat{\mathcal{F}}\{\text{III}(x)\} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \int_{\mathbb{R}} \delta(x - n) e^{-j2\pi yx} dx = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \int_{\mathbb{R}} \delta(x - n) e^{-j2\pi yn} dx. \quad (\text{B.8})$$

Damit ergibt sich für die Fourier-Transformierte des Dirac-Impulskamms eine Summe von Exponentialtermen, die eine Folge darstellt, die aufgrund der Aufsummierung über ganz \mathbb{R} wieder zum Norm-Dirac-Impulskamm wird:

$$\hat{\mathcal{F}}\{\text{III}(x)\} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{-j2\pi yn} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(y - n) = \text{III}(jy). \quad (\text{B.9})$$

Der Beweis der Gültigkeit des Übergangs von der Folge aus Exponentialfunktionen in den Impulskamm wird in [47, S. 96ff.] geführt. Der Unterschied der Herleitung in dieser Arbeit ist jedoch, dass zunächst auf die Verwendung einheitenbehafteter Größen vollständig verzichtet wird.

B.1.3 Zeit- und frequenzbezogene Impulskämme

Die Verwendung des Dirac-Impulskamms zur Modellierung der idealen Abtastung mit dem Abtastintervall $T_s > 0$ in Kapitel 2.5.1 setzt die Verwendung einheitenbezogener Größen voraus. Hierfür wird der zeitabhängige Dirac-Impulskamm $\zeta(t)$ durch Streckung des normierten, einheitenlosen Dirac-Impulskamms eingeführt:

$$\zeta(t) = \text{III}\left(\frac{t}{T_s}\right) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta\left(\frac{t}{T_s} - n\right). \quad (\text{B.10})$$

Dessen Argument kann mit der Abtastrate T_s multipliziert werden, woraus sich gemäß Gl. B.4 folgendes ergibt:

$$\zeta(t) = T_s \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta\left(T_s \left(\frac{t}{T_s} - n\right)\right) = T_s \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - nT_s). \quad (\text{B.11})$$

Damit ist der zeitbezogene Dirac-Impulskamm immer noch einheitenlos. Dann wird nach der gleichen Methode die Fourier-Transformierte $\underline{\Upsilon}(j\omega)$ des zeitbezogenen Impulskamms als auf $\omega_s = 2\pi/T_s$ skaliertes Impulskamm eingeführt:

$$\underline{\Upsilon}(j\omega) = \text{III}\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta\left(\frac{\omega}{\omega_s} - n\right) = \omega_s \sum_{m \in \mathbb{Z}} \delta(\omega - m\omega_s). \quad (\text{B.12})$$

Damit ist auch die Fourier-Transformierte des zeitbezogenen Dirac-Impulskamms einheitenlos. Ferner wird der Summenindex n durch m ersetzt, um mit der Notation dieser Arbeit konform zu bleiben. Da der Dirac-Impulskamm selbst wie auch seine Fourier-Transformierte einheitenlos sind, können sie in der Modellierung der idealen Abtastung ohne Einheitenverzerrung angewandt werden.

B.1.4 Modellierung der idealen Abtastung

Der ideale Abtaster wird in der Literatur oft als Multiplikation mit einem zeitbezogenen Dirac-Impulskamm modelliert. Um bei der in Kapitel 2.5 eingeführten Notation zu bleiben, stellen $u_x(t)$ das kontinuierliche Eingangssignal und $\hat{u}_x(t)$ das abgetastete Signal dar. Es lässt sich schreiben:

$$\hat{u}_x(t) = u_x(t) \zeta(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} u_x(nT_s) T_s \delta(t - nT_s). \quad (\text{B.13})$$

Aufgrund der Ausblendeigenschaft des Dirac-Impulses wird aus dem kontinuierlichen Signal eine Summe von Abtastwerten an den Stellen $t = nT_s$, die mit dem Dirac-Impuls multipliziert werden. Der Vorteil dieses Modells ist, dass sich damit die Periodizität des Spektrums mit der Abtastrate f_s gut darstellen lässt, genauso wie die Kopplung von diskreten und kontinuierlichen Signalen. Gemäß der Eigenschaft des Dirac-Impulses als Distribution gemäß Gl. B.1 ist dieser an den Stellen nT_s allerdings nicht als reelle Zahl darstellbar. Streng genommen ist auch $\hat{u}_x(t)$ an den Abtastwerten damit nicht begrenzt. Nach der üblichen Konvention werden die Dirac-Impulse als Pfeile verstanden, deren Höhe ihrem Gewicht, also ihrer Fläche entspricht (vgl. [46, S. 65] und [36, S. 280ff.]). Entsprechend ergibt sich die Höhe der Pfeile für das Abtastsignal $\hat{u}_x(t)$. In Abb. B.1 wird dies dargestellt.

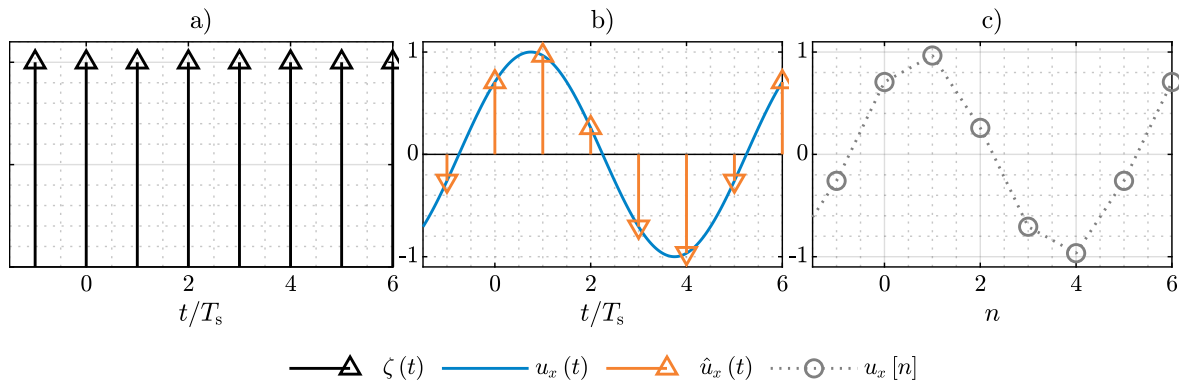


Abb. B.1: Modell des idealen Abtasters. a) Dirac-Impulskamm $\zeta(t)$. b) Kontinuierliches Abtastsignal $u_x(t)$ und modelliertes abgetastetes Signal $\hat{u}_x(t)$. c) Diskretes Signal $u_x[n]$.

In Kapitel 2.5.2 wird gezeigt, dass die Fourier-Transformierte des $\hat{u}_x(t)$ der DTFT des diskreten Signals $u_x[n]$ entspricht. Damit ist das Modell des idealen Abtasters nach Gl. B.13 für die Anwendung in dieser Arbeit ausreichend.

B.2 Fenstermetriken

In diesem Teil des Anhangs finden sich die Formeln zur Berechnung der in Kapitel 2.6.4 verwendeten Fenstermetriken.

B.2.1 Metriken des Fenster-Kerns

Ein gängiges Maß zur Beurteilung der Form der Hauptkeule des Fensters ist die -3 dB-Breite

$$\Delta m_{3\text{dB}} = \operatorname{argmin}_m \left\{ G\left(\frac{m}{2}\right) + 3 \text{ dB} \right\} \quad \forall \quad m \geq 0, \quad (\text{B.14})$$

die beschreibt, bei welchem Frequenzindex m die logarithmische Gain-Funktion eine Verstärkung von -3 dB unterschreitet. Ferner relevant sind die Höhe der höchsten Nebenkeule bzw. Nebenkeulenunterdrückung

$$G_{\text{hsl}} = G(m_{\text{hsl}}) \quad (\text{B.15})$$

sowie der damit korrespondierende Frequenzindex

$$m_{\text{hsl}} = \operatorname{argmax}_m \{ G(m) \} \quad \forall \quad m > m_{\text{fn}}. \quad (\text{B.16})$$

Beide Größen stellen ein Maß für die Dämpfung des Nahbereich-Leck-Effekts dar (engl. *close range Leakage Effect*). Aus Abb. 2.6 wird ersichtlich, dass die Nebenkeulen mit zunehmendem Frequenzindex weiter gedämpft werden. Diese Nebenkeulendämpfung d_{sl} wird logarithmisch in Dezibel pro Dekade (dB/Dek) angegeben:

$$d_{\text{sl}} = -20 (1 + \gamma) \frac{\text{dB}}{\text{Dek}}. \quad (\text{B.17})$$

Die Zahl $\gamma \in \mathbb{N}$ beschreibt die Anzahl der Ableitungen der kontinuierlichen Fensterfunktion $w(x)$, die am Rand des Fensters null sind. γ ist also die höchste Zahl, für die gilt:

$$\left. \frac{d^{\gamma-1} w(x)}{dx^{\gamma-1}} \right|_{x=0+} = \left. \frac{d^{\gamma-1} w(x)}{dx^{\gamma-1}} \right|_{x=1-} = 0. \quad (\text{B.18})$$

Da die Rechteck-Funktion gemäß ihrer Definition in Gl. 2.29 diese Bedingung für keine Ableitung erfüllt, wird $\gamma = 0$ gesetzt und ihr Kern fällt mit nur -20 dB/Dek ab.

Eine weitere wichtige Eigenschaft von Fenstern ist die Flachheit (engl. *flatness*) ihrer Hauptkeule. Diese wird im Intervall $m \in [-0,5; 0,5]$ bestimmt und ist ein Maß dafür, wie gut die Amplitude einer Spektrallinie im abgetasteten Spektrum wiedergegeben werden kann [72,73,81,82]. Die absolute Flachheit G_{fl} entspricht dem Maximalwert des Fensters in diesem Intervall:

$$G_{\text{fl}} = \max \{ |G(m)| \} \quad \forall \quad m \in [-0,5; 0,5]. \quad (\text{B.19})$$

Die Fläche zwischen der 0 dB-Linie und der Gain-Funktion des Fensters nennt sich mittlere Flachheit und ergibt sich zu

$$F_{\text{fl}} = 2 \int_0^{0,5} |G(m)| dm. \quad (\text{B.20})$$

B.2.2 Äquivalente Rauschbandbreite

Ist das Eingangssignal ein Rauschsignal mit über die Bandbreite konstanter Rauschleistungsdichte, so ist die Rauschleistung des gefensterten Signals nach dem Satz von Parseval gleich der quadrierten Summe aller gefensterten Abtastwerte [36, S. 26]. Wird diese Rauschleistung durch die Höhe der Hauptkeule des Fensters dividiert, ergibt sich die Breite, die ein idealer rechteckiger Fensterkern hätte, der die gleiche Rauschleistung durchläße [37, S. 54]. Diese äquivalente Rauschbandbreite (engl. *Equivalent Noise Bandwidth*, ENBW) ist eine wichtige Metrik für den Zugewinn an Rauschleistung im gefensterten Signal. Durch Normierung auf die Bin-Frequenzachse ergibt sich die normalisierte ENBW (NENBW) m_{bw} aus dem diskreten Zeitsignal des Fensters:

$$m_{bw} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} w[n]^2}{\left(\sum_{n=0}^{N-1} w[n]\right)^2}. \quad (\text{B.21})$$

Die geringste NENBW hat der Dirichlet-Kern mit $m_{bw} = 1$. Eng verwandt mit der Rauschbandbreite sind die Größen *Process Loss* und *Scallop Loss*, die Maße für die zu erwartenden Verluste in SNR und den Einfluss des Leck-Effekts darstellen [37, S. 54]. Einen Überblick über die vorgestellten Fenstermetriken gibt Abb. 2.8.

B.2.3 Charakteristika bei Überlappung

Für die Fenster können auch solche Kenngrößen ermittelt werden, die bei der Überlappung der einzelnen Teilsignale nach Gl. 2.69 eine Rolle spielen. Hierzu gehört die Amplitudenflachheit (engl. *Amplitude Flatness*, AF), die die Gleichheit der Gewichtung einzelner Abtastwerte in aufeinanderfolgenden Spektren bewertet. Sie wurde in [72, S. 18] eingeführt und wird aus den überlappenden Zeitsignalen des Fensters für einen gegebenen Wert von r berechnet. Zunächst wird hierzu ein überlappendes Fenstersignal $w_{ov}[n]$ berechnet:

$$w_{ov}[n] = \frac{1}{N_a} \sum_{i=-N_a}^{N_a} w[n - iN_{ov}(r)] \text{rect}\left(\frac{n}{N}\right). \quad (\text{B.22})$$

Die AF $a(r)$ kann dann aus den Minima und Maxima dieses Signals wie folgt berechnet werden:

$$a(r) = \left(\frac{\min\{w_{ov}[n]\}}{\max\{w_{ov}[n]\}} \right)^\beta. \quad (\text{B.23})$$

Da manche Fensterfunktionen negative Minima haben, korrigiert der Faktor β das Verhältnis von Minimum zu Maximum. Hierbei ist $\beta = -1$, falls $\max\{|w_{ov}[n]|\} \neq \max\{w_{ov}[n]\}$. Andernfalls gilt $\beta = 1$. Ebenfalls relevant für diese Arbeit ist der in [37, S. 56] eingeführte Überlappungskoeffizient (engl. *overlap correlation*) $c(r)$. Er ist ein Maß für die Korrelation von Zufallssignalen in aufeinanderfolgenden Teilsignalen und ergibt sich zu:

$$c(r) = \frac{\sum_{n=0}^{rN-1} w[n] w[n + N_{ov}(r)]}{\sum_{n=0}^{N-1} w[n]^2}. \quad (\text{B.24})$$

Sowohl AF als auch der Überlappungskoeffizient sind einheitenlose Zahlen im Wertebereich $[0; 1]$. Das Überlappungsverhältnis, bei dem die Differenz von AF und Überlappungskoeffizient maximal wird, ist das *empfohlene* Überlappungsverhältnis r_{rec} (engl. *recommended overlap*):

$$r_{\text{rec}} = \operatorname{argmax}_r \{a(r) - c(r)\}. \quad (\text{B.25})$$

Bei r_{rec} können aufeinanderfolgende Spektren mit guter Amplitudenflachheit abgebildet werden, die Korrelation zwischen den Spektren wird jedoch nicht zu groß und vermeidbarer Rechenaufwand wird damit minimiert [72, S. 19]. Abb. B.2 zeigt diese Charakteristika exemplarisch anhand des SFT3M-Fensters.

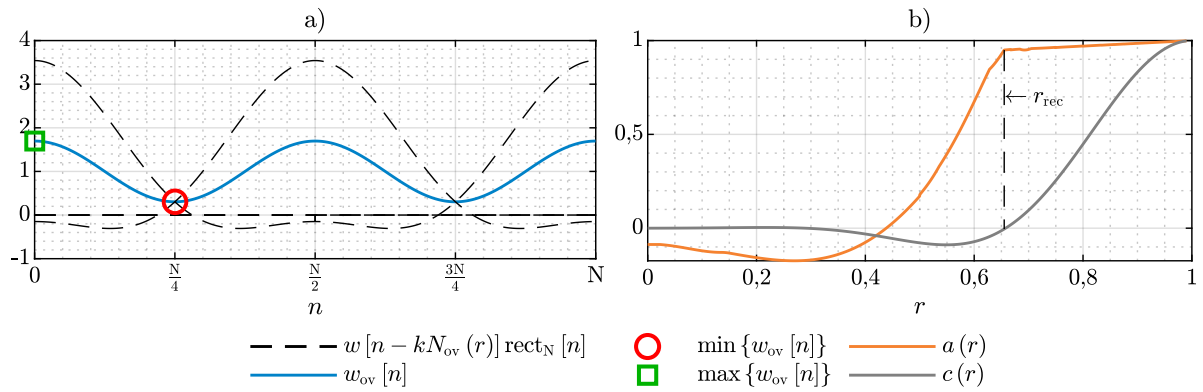


Abb. B.2: Überlappungscharakteristika am Beispiel des SFT3M-Fensters. a) Maximum und Minimum der überlappten Fenster. b) Amplitudenflachheit $a(r)$ und Überlappungskoeffizient $c(r)$ mit empfohlenem Überlappungsverhältnis r_{rec} .

B.3 Herleitung der diskreten Reglergleichung

Die in Kapitel 3.3.5 verwendete Reglergleichung kann aus der bekannten Gleichung des kontinuierlichen PID-Reglers hergeleitet werden, sie orientiert sich an [178, S. 159ff.]. Die Führungsgröße $y_c(t)$ eines kontinuierlichen PID-Reglers wird bei bekannter Regelgrößenabweichung $e(t)$ wie folgt berechnet:

$$y_c(t) = K_{\text{PID}} \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_v \frac{de(t)}{dt} \right). \quad (\text{B.26})$$

Ist die Trägheit bzw. Zeitkonstante der Regelstrecke wesentlich größer als das Abtastintervall des Reglertakts, wird die digitale Regelung als quasikontinuierlich angesehen. Die Regelabweichung $e(t)$ wird dadurch zu einer mit der Abtastrate T_s abgetasteten Folge $e[n]$. Dann kann für das Integral im I-Teil geschrieben werden:

$$\frac{1}{T_n} \int_0^t e(\tau) d\tau \rightarrow \frac{T_s}{T_n} \sum_{i=0}^{n-1} e[i]. \quad (\text{B.27})$$

Der aktuelle Wert von $e[n]$ wird in der Summe nicht mit einbezogen, sodass er nicht als zusätzliche Verstärkung des P-Teils einfließt. Für den D-Teil kann geschrieben werden:

$$T_v \frac{de(t)}{dt} \rightarrow \frac{T_v}{T_s} (e[n] - e[n-1]). \quad (\text{B.28})$$

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass es weitere Möglichkeiten gibt, genauer numerisch zu differenzieren (vgl. [59, S. 405ff.]). Hierbei entspricht die in obiger Gleichung dargestellte Differenziation einer Faltung mit der Folge $T_v/T_s \cdot \{1, -1\}$. Durch die Kausalität des Systems ergibt sich hieraus eine Verzögerung von $T_s/2$. Die diskrete Ausgangsstellgröße $y_c[n+1]$ kann dann wie folgt berechnet werden:

$$y_c[n+1] = K_{\text{PID}} \left(e[n] + \frac{T_s}{T_n} \sum_{i=0}^{n-1} e[i] + \frac{T_v}{T_s} (e[n] - e[n-1]) \right). \quad (\text{B.29})$$

Die Summe im I-Teil des Reglers kann durch die Zustandsgröße $z[n]$ substituiert werden:

$$z[n] = \sum_{i=0}^{n-1} e[i]. \quad (\text{B.30})$$

Damit kann der Term $e[n-1]$ im D-Teil des Reglers als Differenz aus Zuständen dargestellt werden:

$$e[n-1] = z[n] - z[n-1]. \quad (\text{B.31})$$

Durch Einsetzen von Gl. B.30 und Gl. B.31 in Gl. B.29 ergibt sich

$$y_c[n+1] = K_{\text{PID}} \left(\left(1 + \frac{T_v}{T_s}\right) e[n] + \left(\frac{T_s}{T_n} - \frac{T_v}{T_s}\right) z[n] + \frac{T_v}{T_s} z[n-1] \right). \quad (\text{B.32})$$

Anpassung auf netzfrequenzsynchronen Takt

Der Regler im PQMS arbeitet auf dem Takt der MFEU, also mit einer netzfrequenzsynchronen Abtastrate mit 2^ν Abtastwerten pro Grundperiode. Die Ermittlung der Zeitkonstanten aus der Regelstrecke erfolgt anhand der Filtereigenschaften, sodass sich keine absoluten Zeiten sondern

Vielfache des Abtastintervalls ergeben. Damit werden die Konstanten T_n und T_v bereits auf T_s bezogen und die Abhängigkeit vom Abtastintervall in Gl. B.31 fällt weg. Da diese Größen einheitenlos werden, werden ihnen die Formelzeichen τ_n und τ_v zugewiesen. Als Regelabweichung wird hier die Abweichung der Phase des Signals $\hat{\underline{X}}[n_\nu]$ vom Idealwert Null verwendet:

$$y_c[n_\nu + 1] = K_{\text{PID}} \left(- (1 + \tau_v) \arg \left\{ \hat{\underline{X}}[n_\nu] \right\} + \left(\frac{1}{\tau_n} - \tau_v \right) z[n_\nu] + \tau_v z[n_\nu - 1] \right). \quad (\text{B.33})$$

Analog zu Gl. B.30 ergibt sich die Zustandsgröße $z[n_\nu]$ aus der Summe der Phase zu

$$z[n_\nu] = - \sum_{i=0}^{n_\nu-1} \arg \left\{ \hat{\underline{X}}[n_\nu] \right\}. \quad (\text{B.34})$$

B.4 Verkürzung der DFT durch Überlagerung

Zur Optimierung des Berechnungsaufwandes bei der spektralen Spannungsqualitätsanalyse werden gefensterzte Zeitsignale zerlegt und aufaddiert. In diesem Anhang wird gezeigt, wieso dies im Fall der DFT eine gültige Vorgehensweise ist.

Sei $x[n]$ ein abgetastetes Signal der Länge $N_w N_p$ mit $n \in [0; N_w N_p - 1]$ und $N_w, N_p \in \mathbb{N}$. Dann sei $x_w[n]$ das gefensterzte Signal, wobei das Fenster $w[n]$ ebenfalls der Länge $N_w N_p$ sein muss:

$$x_w[n] = x[n] w[n]. \quad (\text{B.35})$$

Dieses Signal kann in N_w Teile zerlegt werden, die dann aufaddiert werden. Um die Signalenergie pro Abtastwert entsprechend zu skalieren, wird mit N_w^{-1} skaliert. Das resultierende Signal

$$\hat{x}_w[n] = \frac{1}{N_w} \sum_{i=0}^{N_w-1} x_w[n + iN_p] = \frac{1}{N_w} \sum_{i=0}^{N_w-1} x[n + iN_p] w[n + iN_p] \quad (\text{B.36})$$

ist dann nur noch N_p Werte lang. Die DFTs dieser beiden Signale gemäß Kapitel 2.4.6 ergeben sich folgendermaßen:

$$\underline{X}_w[m] = \text{DFT}\{x_w[n]\} = \frac{1}{N_w N_p} \sum_{n=0}^{N_w N_p-1} x_w[n] e^{-j \frac{2\pi mn}{N_w N_p}}, \quad (\text{B.37})$$

$$\underline{\hat{X}}_w[m] = \text{DFT}\{\hat{x}_w[n]\} = \frac{1}{N_p} \sum_{n=0}^{N_p-1} \hat{x}_w[n] e^{-j \frac{2\pi mn}{N_p}}. \quad (\text{B.38})$$

Durch Einsetzen von Gl. B.36 in Gl. B.38 ergibt sich eine doppelte Summe:

$$\underline{\hat{X}}_w[m] = \frac{1}{N_p} \sum_{n=0}^{N_p-1} \frac{1}{N_w} \sum_{i=0}^{N_w-1} x_w[n + iN_p] e^{-j \frac{2\pi mn}{N_p}}. \quad (\text{B.39})$$

Die beiden Summenterme lassen sich vertauschen. Für den inneren Term lässt sich die Verschiebung um iN_p in den inneren Summenterm selbst verschieben:

$$\underline{\hat{X}}_w[m] = \frac{1}{N_w N_p} \sum_{i=0}^{N_w-1} \sum_{n=iN_p}^{(i+1)N_p-1} x_w[n] e^{-j \frac{2\pi m}{N_p} (n - iN_p)}. \quad (\text{B.40})$$

Da iN_p ganzzahlig ist, ergibt sich durch die Differenz im komplexen Exponenten lediglich eine Verschiebung um ein Vielfaches von 2π , weshalb der Term wegfallen kann. Die innere Summe kann in die äußere Summe aufgelöst werden:

$$\underline{\hat{X}}_w[m] = \frac{1}{N_w N_p} \sum_{n=0}^{N_w N_p-1} x_w[n] e^{-j \frac{2\pi mn}{N_p}}. \quad (\text{B.41})$$

Durch Erweiterung des Bruchs im Exponenten mit N_w zeigt sich dann, dass

$$\underline{\hat{X}}_w[m] = \frac{1}{N_w N_p} \sum_{n=0}^{N_w N_p-1} x_w[n] e^{-j \frac{2\pi n}{N_w N_p} (N_w m)} = \underline{X}_w[N_w m] \blacksquare \quad (\text{B.42})$$

Die DFT-Bins von $\underline{\hat{X}}_w[m]$ sind also gleich jedem N_w -ten DFT-Bin von $\underline{X}_w[m]$. Damit ist der Beweis geführt, dass die DFT ohne Verzerrung durch Zerlegung und Addition des zugrundeliegenden Signals auf Kosten der spektralen Auflösung verkürzt werden kann. Dies gilt unabhängig vom Eingangssignal oder der Fensterfunktion.

B.5 Abschätzung des Quantisierungsfehlers in 64-Bit-Fließkommazahlen

In diesem Anhang soll die in Kapitel 4 getätigte Behauptung gestützt werden, dass der in den Simulationen durch die Verwendung von 64-Bit-Fließkommazahlen entstehende Quantisierungsfehler im Vergleich zu der simulierten Quantisierung des ADU bei den Betrachtungen vernachlässigbar ist.

B.5.1 Struktur der Fließkommazahlen

Im IEEE-Standard 754 ist die Struktur der Fließkommazahlen definiert (vgl. [N30, Kap. 3.3 und Kap. 3.4]). Im Falle der binären 64-Bit-Fließkommazahlen, die in den in Kapitel 4 getätigten Simulationen zur Anwendung kommen, teilen sich die 64 Bit Gesamtbreite auf in ein Vorzeichenbit, einen binären Exponenten mit einer Breite von 11 Bit sowie eine Mantisse (engl. *significand*) von $N_{\text{ma}} = 52$ Bit. Die Mantisse stellt eine Binärzahl dar, die sich aufsteigend vom LSB aus der Bitfolge $d[i] \in \{0, 1\}$ mit $i \in [0; N_{\text{ma}} - 1]$ zusammensetzt. Sie kann als dezimaler Wert zwischen 1 und 2 verstanden werden, bevor sie mit dem Exponenten multipliziert wird. Der Dezimalwert der Mantisse ergibt sich wie folgt (vgl. [N30, Kap. 3.4]):

$$x_{\text{man}} = 1 + 2^{-N_{\text{ma}}} \sum_{i=0}^{N_{\text{ma}}-1} d[i] \cdot 2^i. \quad (\text{B.43})$$

Da der Dezimalwert der Mantisse damit stets zwischen 1 und 2 liegt, ist bei der Multiplikation mit dem Exponenten der Aussteuerbereich zwischen 50 % und 100 % ausgelastet, wodurch sich die resultierende Auflösung um ein Bit reduziert. Erreicht die Mantisse den Wert 2, wird der Exponent um ein Bit erhöht und die Mantisse auf 1 zurückskaliert.

Die Addition zweier Fließkommazahlen kann damit grob zusammengefasst werden: Zunächst wird die Zahl mit dem kleineren Exponenten auf den Wertebereich der Zahl mit dem höheren Exponenten skaliert, dann erfolgt die Addition der Mantissen. Der Quantisierungsfehler hängt dabei also von der Auflösung der Mantisse ab.

B.5.2 Darstellbarer Dynamikbereich der DFT

Der Dynamikbereich, der durch die DFT im Falle voller Periodizität des Eingangssignals dargestellt werden kann, ist also durch den Abtastwert mit dem höchsten Exponenten der Fließkommazahl vorgegeben. Andere Abtastwerte, die mit ihm addiert werden, werden auf den gleichen Exponenten skaliert und können damit höchstens ein $2^{-N_{\text{ma}}+1}$ -tel des Wertebereichs des dargestellten Exponenten haben, bevor sie in der Quantisierung der Mantisse untergehen. Daraus lässt sich das Dynamikverhältnis grob abschätzen:

$$\varrho_{\text{dft}} \approx 20 \log_{10} (2^{-N_{\text{ma}}+1}) \approx -307,1 \text{ dB}. \quad (\text{B.44})$$

Es sei erneut bekräftigt, dass es sich hierbei nur um eine Abschätzung handelt. Bei der Berechnung der DFT kommt die FFT zum Einsatz - die genaue Aussteuerung des Dynamikbereichs hängt dabei von der konkreten Implementierung der FFT ab.

B.5.3 Simulation

Dennoch soll die Abschätzung mit einer einfachen Simulation bekräftigt werden. Es sei folgendes zeitdiskretes Signal gegeben:

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{N_p}n\right) \quad \forall n \in [0; 2^4 N_p - 1] \quad (\text{B.45})$$

mit $N_p = 4$. Dieses Signal ist im Messfenster vollständig synchron, daher zeigt das Spektrum vollständige Orthogonalität und der Leck-Effekt kommt nicht zum Tragen. Nun wird das zweiseitige Amplitudenspektrum $\underline{X}[m] = \text{DFT}\{x[n]\}$ via DFT gemäß Gl. 2.19 berechnet. Die Signalerzeugung in 64-Bit-Fließkommazahlen und die DFT erfolgen in MATLAB, zum Einsatz kommt die native FFT-Bibliothek. Dann zeigen sich die in Abb. B.3 dargestellten Ergebnisse.

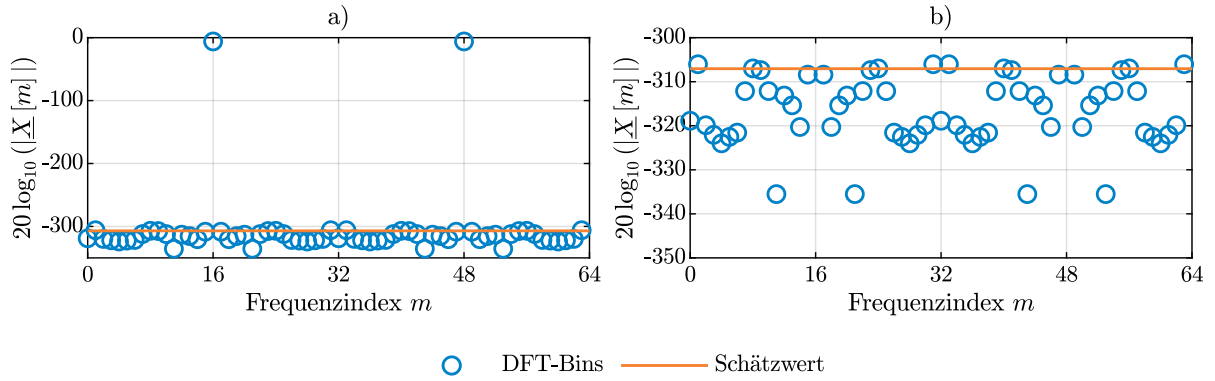


Abb. B.3: Darstellung des Beispiels zum Dynamikbereich der 64-Bit-Fließkommazahlen hinsichtlich der DFT mit Schätzwert gemäß Gl. B.44.

In der Abbildung sind die Beträge der DFT-Bins in logarithmischer Skala dargestellt, dazu ist der Schätzwert gemäß Gl. B.44 eingezeichnet. Durch die absolute Synchronizität des Signals mit dem Messfenster sind die Werte abseits der in Gl. B.45 definierten Schwingung auf das Quantisierungsrauschen der 64-Bit-Fließkommaarithmetik zurückzuführen. Die Schätzung des Dynamikbereichs trifft diese Ergebnisse offenbar recht gut.

Damit soll die Behauptung aus Kapitel 4 hinsichtlich der Vernachlässigbarkeit des Quantisierungsfehlers von 64-Bit-Fließkommazahlen im Vergleich zum durch die simulierte Quantisierung des ADU eingebrachten Quantisierungsfehlers ausreichend gestützt sein.

B.6 Frequenzgang des exponentiellen Glättungsfilters

Das exponentielle Glättungsfilter ist ein einfaches rekursives Tiefpassfilter, das in dieser Arbeit an verschiedenen Stellen zur Anwendung kommt. Daher werden in diesem Anhang die generelle Struktur sowie sein Frequenzgang besprochen.

B.6.1 Übertragungsfunktion

Seien $x[n]$ und $y[n]$ das Ein- bzw. Ausgangssignal des Filters mit $n \in \mathbb{Z}$. Dann kann der Filterausgang mit dem Filterkoeffizienten

$$b_{\text{ef}} \in [0; 1] \quad (\text{B.46})$$

wie folgt berechnet werden:

$$y[n] = b_{\text{ef}} x[n] + (1 - b_{\text{ef}}) y[n-1]. \quad (\text{B.47})$$

Unter Verwendung der z -Transformation gemäß Kapitel 2.4.2 kann die Gleichung im z -Bereich aus den z -Transformierten der einzelnen Signale berechnet werden:

$$\underline{Y}(z) = \frac{b_{\text{ef}}}{1 + (1 - b_{\text{ef}}) z^{-1}} \underline{X}(z). \quad (\text{B.48})$$

Damit ist die Übertragungsfunktion des Filters direkt abzulesen:

$$\underline{H}_{\text{ef}}(z) = \frac{b_{\text{ef}}}{1 + (1 - b_{\text{ef}}) z^{-1}}. \quad (\text{B.49})$$

In Abb. B.4 ist der Betragsfrequenzgang $|\underline{H}_{\text{ef}}(e^{j\Omega})|$ des Filters für verschiedene Werte des Filterkoeffizienten b_{ef} dargestellt. Für $b_{\text{ef}} = 1$ gilt $y[n] = x[n]$, weshalb die Filterkennlinie über den gesamten Frequenzbereich entlang der 0 dB-Linie verläuft.

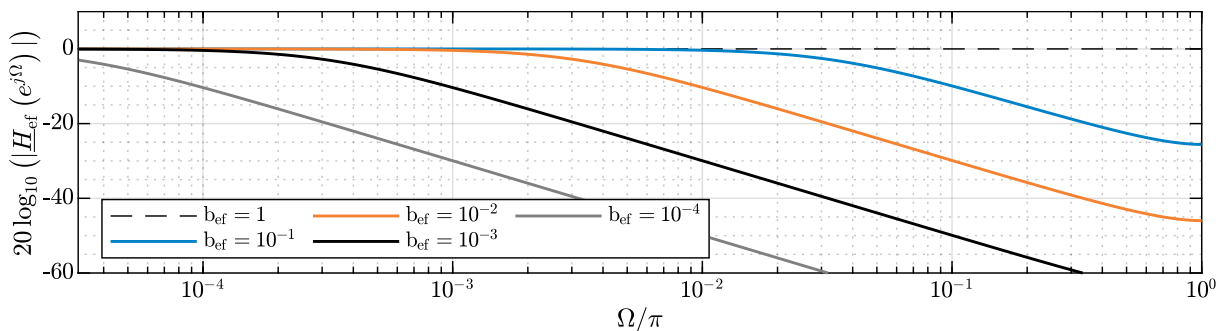


Abb. B.4: Frequenzgang des exponentiellen Glättungsfilters für verschiedene Werte von b_{ef} .

Das Filter kommt aufgrund der Möglichkeit zur einfachen und effizienten Implementierung mit nur einer Speicherstelle zur Tiefpassfilterung bei der Berechnung der Mittelung des Qualitätsindex in Kapitel 3.9 sowie zur Berechnung der Netzfrequenzdynamik in Kapitel 6 zur Anwendung.

B.6.2 Filterauslegung

Zur Dimensionierung von b_{ef} anhand einer gewünschten Dämpfung H_t an einer Zielfrequenz Ω_t

$$H_t = |\underline{H}_{\text{ef}}(e^{j\Omega_t})| \quad (\text{B.50})$$

muss der Frequenzgang nach b_{ef} umgestellt werden. Gemäß den in Kapitel 2.1.2 beschriebenen Zusammenhängen zwischen Betrag und der Konjugierten einer komplexen Zahl lässt sich für den Betragsfrequenzgang $|\underline{H}_{\text{ef}}(e^{j\Omega})|$ schreiben:

$$|\underline{H}_{\text{ef}}(e^{j\Omega})| = \sqrt{\underline{H}_{\text{ef}}(e^{j\Omega}) \underline{H}_{\text{ef}}(e^{j\Omega})^*}. \quad (\text{B.51})$$

Bei der Berechnung ergibt sich eine konjugiert-komplexe Addition der Exponentialterme, die durch eine Cosinusfunktion substituiert werden kann. Damit wird die Funktion des Betragsfrequenzgangs reellwertig:

$$|\underline{H}_{\text{ef}}(e^{j\Omega})| = \frac{b_{\text{ef}}}{1 + (1 - b_{\text{ef}})^2 - 2(1 - b_{\text{ef}}) \cos(\Omega)}. \quad (\text{B.52})$$

Bei der Umstellung nach b_{ef} mit Einsetzen der Parameter H_t und Ω_t kann in eine quadratische Gleichung in Normalform umgeformt werden. Hierfür wird die Substitution $c_{\text{ef}} = 1 - b_{\text{ef}}$ eingeführt:

$$c_{\text{ef}}^2 + c_{\text{ef}} \underbrace{\frac{2 - 2H_t^2 \cos(\Omega_t)}{H_t^2 - 1}}_{=P} + 1 = 0. \quad (\text{B.53})$$

Diese kann mit gängigen Verfahren zur Lösung quadratischer Gleichungen nach c_{ef} aufgelöst werden. Hier kommt die PQ-Formel zur Anwendung, wobei sich P gemäß Gl. B.53 aus dem linearen Koeffizienten ergibt und $Q = 1$ (vgl. [45, S. 101]):

$$c_{\text{ef}1,2} = -\frac{P}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{P}{2}\right)^2 - Q}. \quad (\text{B.54})$$

Durch Rücksubstitution von b_{ef} und P können zwei Lösungen für die Zielgröße b_{ef} berechnet werden:

$$b_{\text{ef}1,2} = 1 + \frac{1 - H_t^2 \cos(\Omega_t)}{H_t^2 - 1} \mp \sqrt{\left(\frac{1 - H_t^2 \cos(\Omega_t)}{H_t^2 - 1}\right)^2 - 1}. \quad (\text{B.55})$$

Die Lösungen sind reellwertig für alle $H_t \in]0; 1[$ und $|\Omega_t| \in]0; \pi]$. Aus den beiden Lösungen wird die zweite gewählt, da sie die Bedingung Gl. B.46 erfüllt.

C Aufbau des Laborprototypen

In diesem Kapitel finden sich weiterführende Informationen zum Aufbau des Laborprototypen sowie den Messaufbauten. Es ist als Ergänzung zu Kapitel 5 und Kapitel 6 zu verstehen.

C.1 Übertragungsfunktion der Rogowski-Spule

Dieses Kapitel basiert auf den Modellen und Gleichungen aus [97], die auf die Notation dieser Arbeit adaptiert wurden. Demnach kann die ungeschirmte Rogowski-Spule durch das in Abb. C.1 dargestellte Ersatzschaltbild modelliert werden.

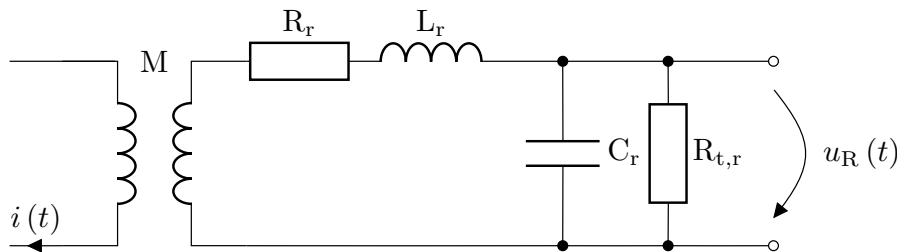


Abb. C.1: Ersatzschaltbild der Rogowski-Spule.

Die im Ersatzschaltbild dargestellten Größen der Gegeninduktivität M , der Eigeninduktivität L_r und Spulenwiderstand R_r sind charakteristische Größen einer Rogowski-Spule. Ihre Nennwerte werden im Datenblatt der Rogowski-Spulen angegeben (vgl. [185]). Die parasitäre Kapazität C_r sowie der Isolationswiderstand $R_{t,r}$ hängen vom Messaufbau ab und müssen herauskalibriert werden, wobei C_r nach [97] erst bei Frequenzen oberhalb einiger hundert Kilohertz eine Rolle spielt und deshalb bei der Betrachtung am Laborprototypen vernachlässigt werden kann. Die Übertragungsfunktion der ungeschirmten Rogowski-Spule ergibt sich aus obigem Modell wie folgt:

$$\underline{H}_r(j\omega) = \frac{R_{t,r} M j\omega}{L_r C_r R_{t,r} (j\omega)^2 + (L_r + R_r C_r R_{t,r}) j\omega + (R_r + R_{t,r})}. \quad (\text{C.1})$$

C.2 Visualisierung der absoluten Abtastraten im PQMS

Durch die variable, netzfrequenzsynchrone Abtastrate in allen dem Interpolator nachgeschalteten Stufen des Messsystems sind alle in den entsprechenden Beschreibungen angegebenen Frequenzen normiert. In Abb. C.2 und Abb. C.3 werden diese relativen Abtastraten für eine konstante Netzfrequenzschätzung von $f_e[n_\nu] = 50 \text{ Hz}$ bzw. $f_e[n_\nu] = 60 \text{ Hz}$ visualisiert.

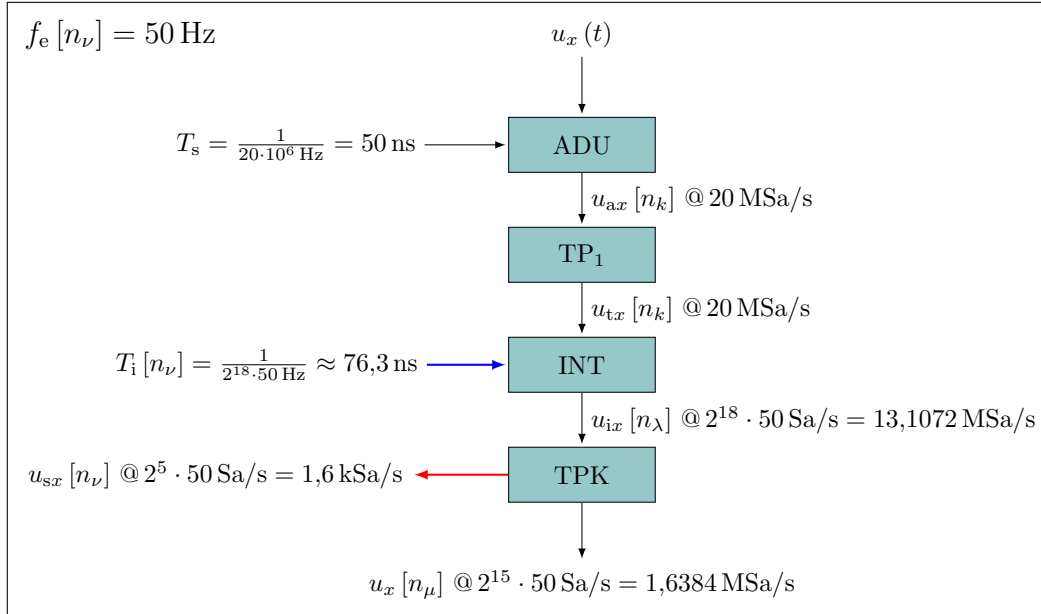


Abb. C.2: Visualisierung der verschiedenen Abtastraten im PQMS bei $f_e[n_\nu] = 50 \text{ Hz}$ unter Verwendung der in Kapitel 3.4 beschriebenen Auslegungsparameter $\lambda = 18$, $\mu = 15$ und $\nu = 5$.

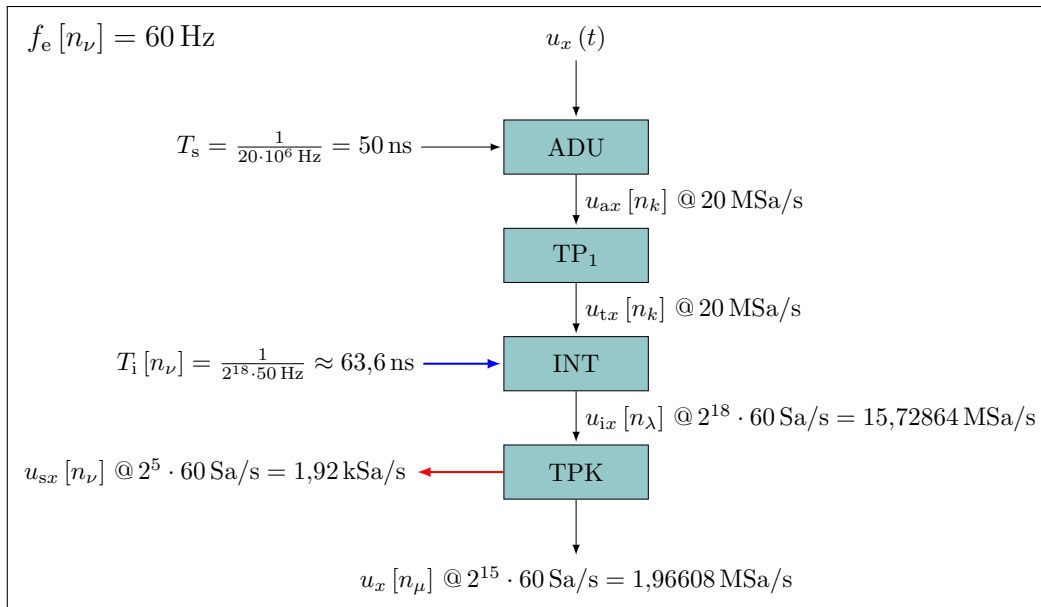


Abb. C.3: Visualisierung der verschiedenen Abtastraten im PQMS bei $f_e[n_\nu] = 60 \text{ Hz}$ unter Verwendung der in Kapitel 3.4 beschriebenen Auslegungsparameter $\lambda = 18$, $\mu = 15$ und $\nu = 5$.

C.3 Programmablaufpläne zum Messprogramm

Auf den folgenden Seiten finden sich die Programmablaufpläne der einzelnen Threads der PQMS-Implementierung gemäß Kapitel 5.2. In den nachfolgenden Grafiken werden Aktionen (hellgrün), Abfragen (rot) und Warteprozesse (grau) unterschieden.

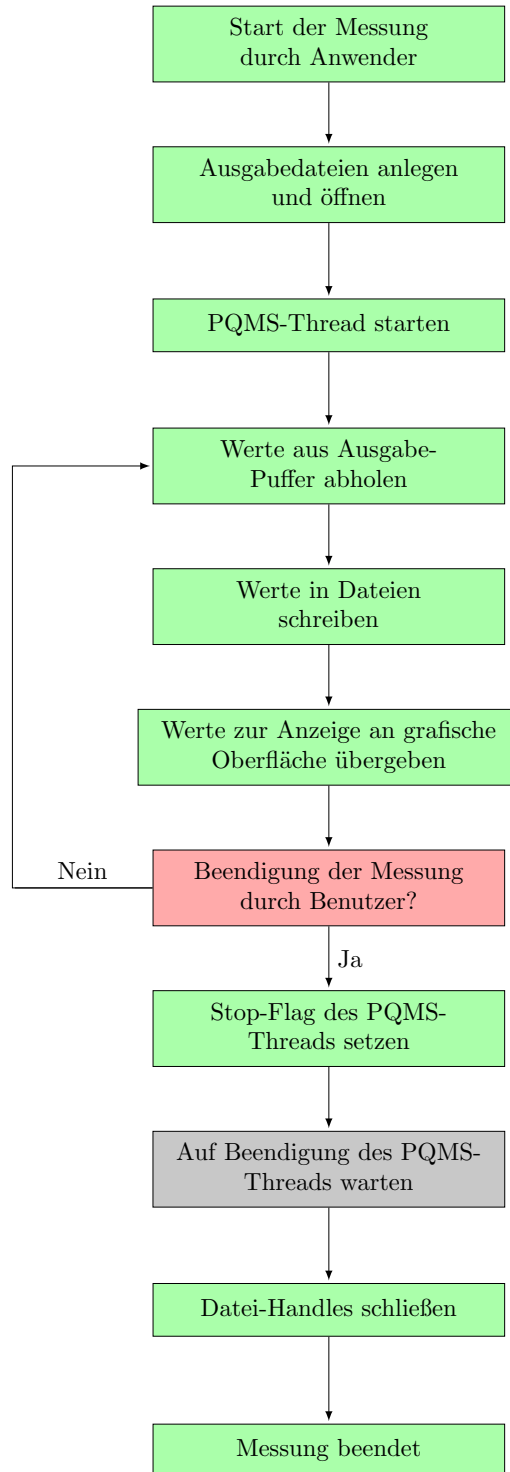


Abb. C.4: Programmablaufplan zum UI-Thread.

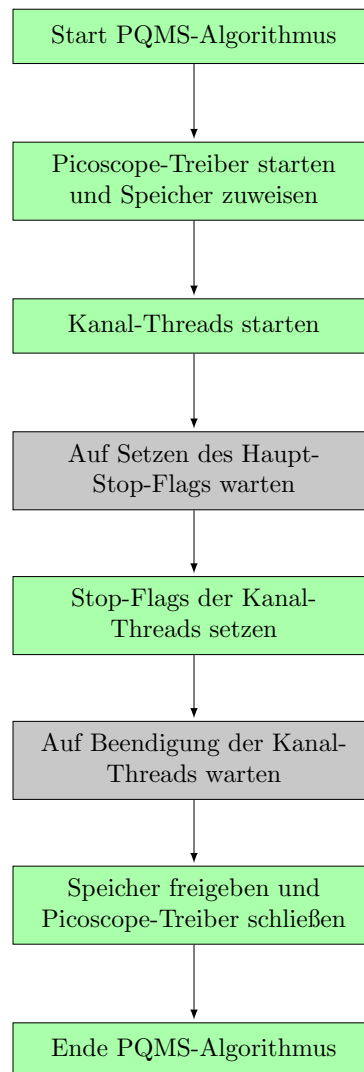


Abb. C.5: Programmblaufplan zum Haupt-Thread.

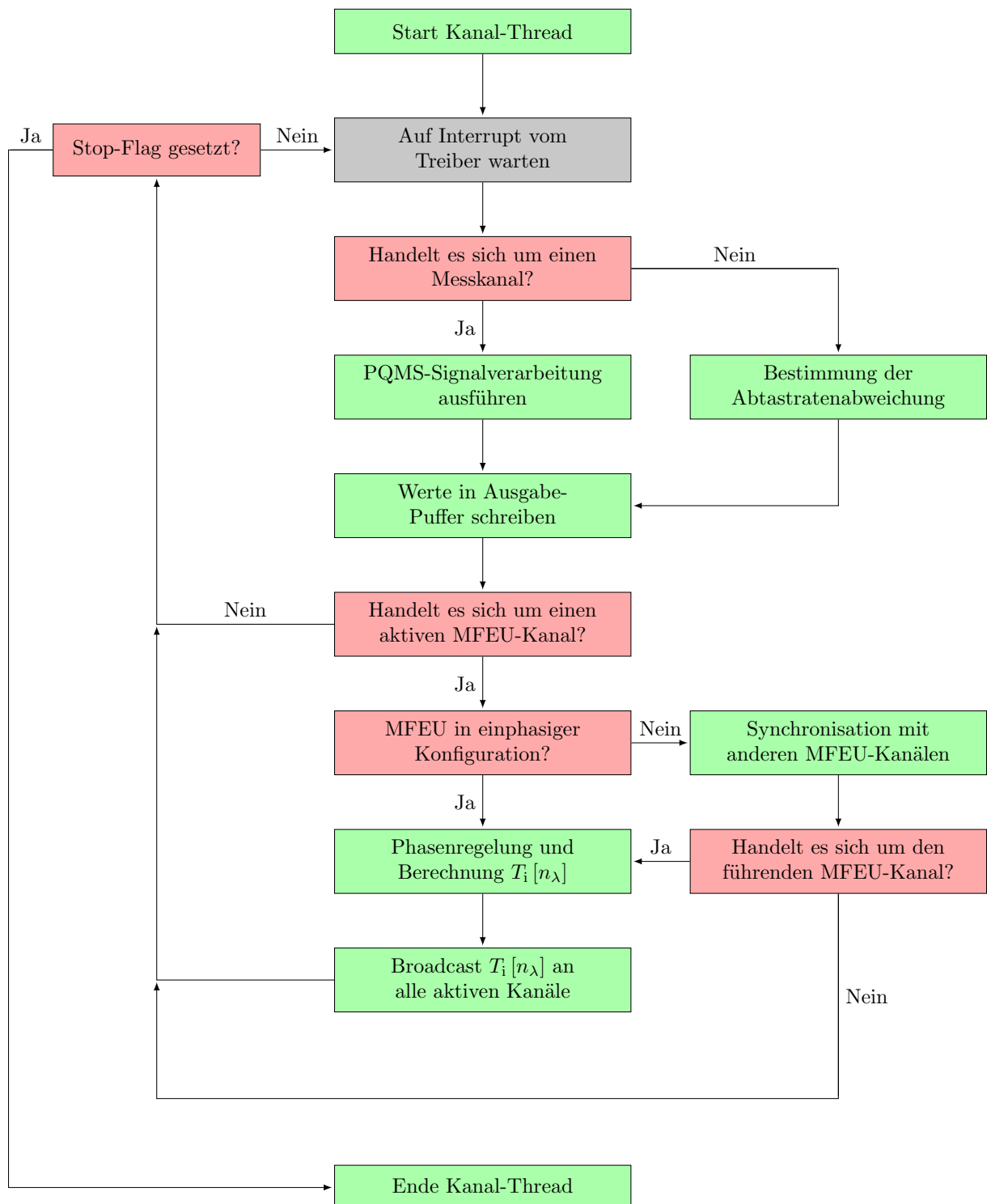


Abb. C.6: Programmablaufplan für einen einzelnen Kanal-Thread.

C.4 Messprogramm

In diesem Kapitel finden sich Bildschirmaufnahmen der Bedienoberfläche des Messprogramms während der Messungen.

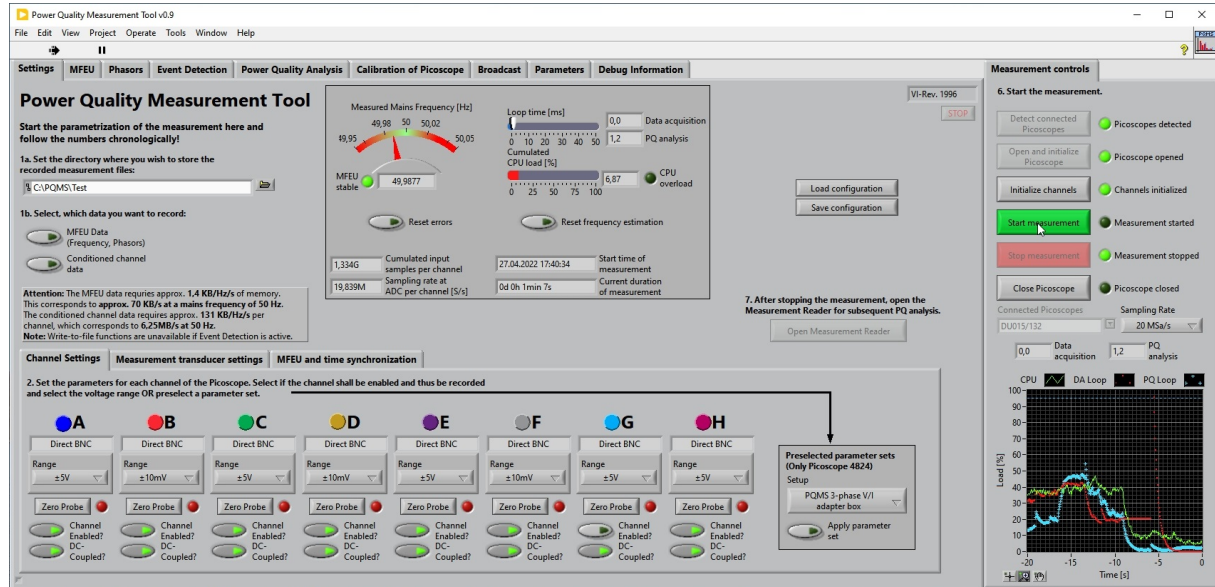


Abb. C.7: Startbildschirm des Messprogramms mit Möglichkeiten zum Einstellen der Messbereiche des ADUs sowie Auswahl des Dateispeicherorts.

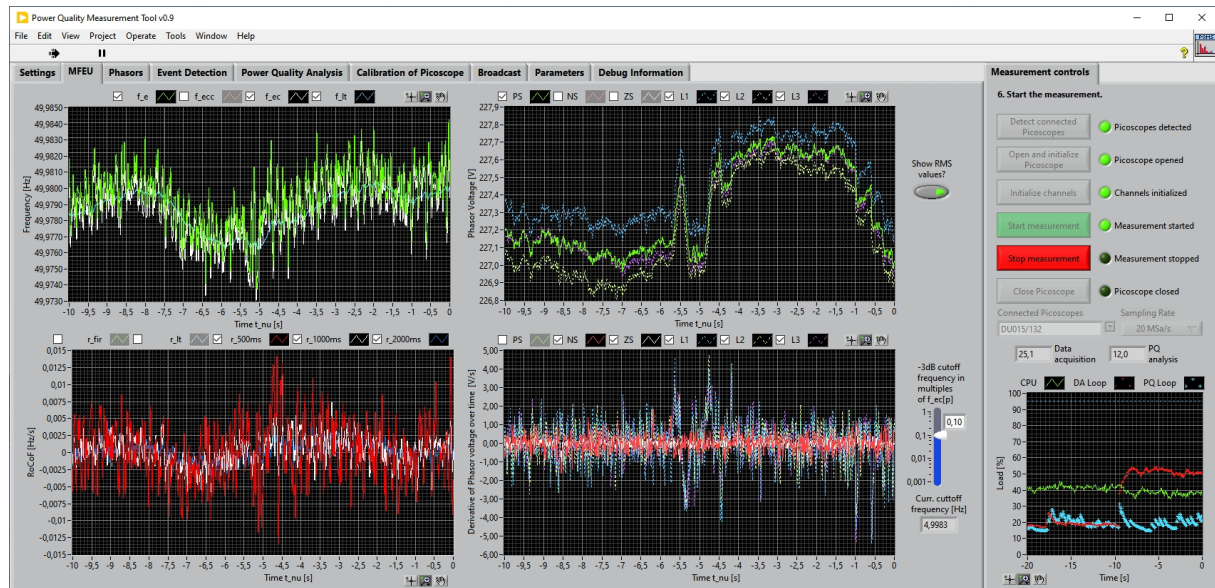


Abb. C.8: Echtzeitanzeige der MFEU-Ausgaben während der Messung. Oben links: Netzfrequenzschätzung. Unten links: RoCoF-Schätzung. Oben rechts: Betrag der Grundswingungsphasoren. Unten rechts: Numerische Differentiation der Beträge der Grundswingungsphasoren (experimentell, in dieser Arbeit nicht weiter behandelt).

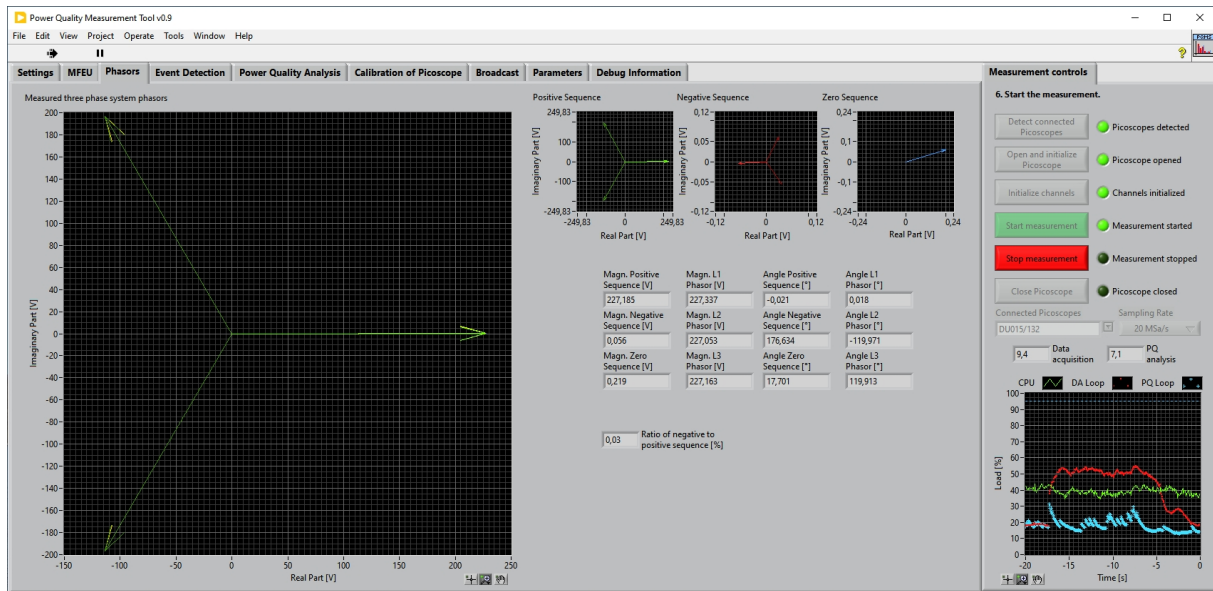


Abb. C.9: Echtzeitanzeige der Grundschwingungsphasoren der gemessenen Spannung sowie der symmetrischen Komponenten in der komplexen Ebene während der Messung.

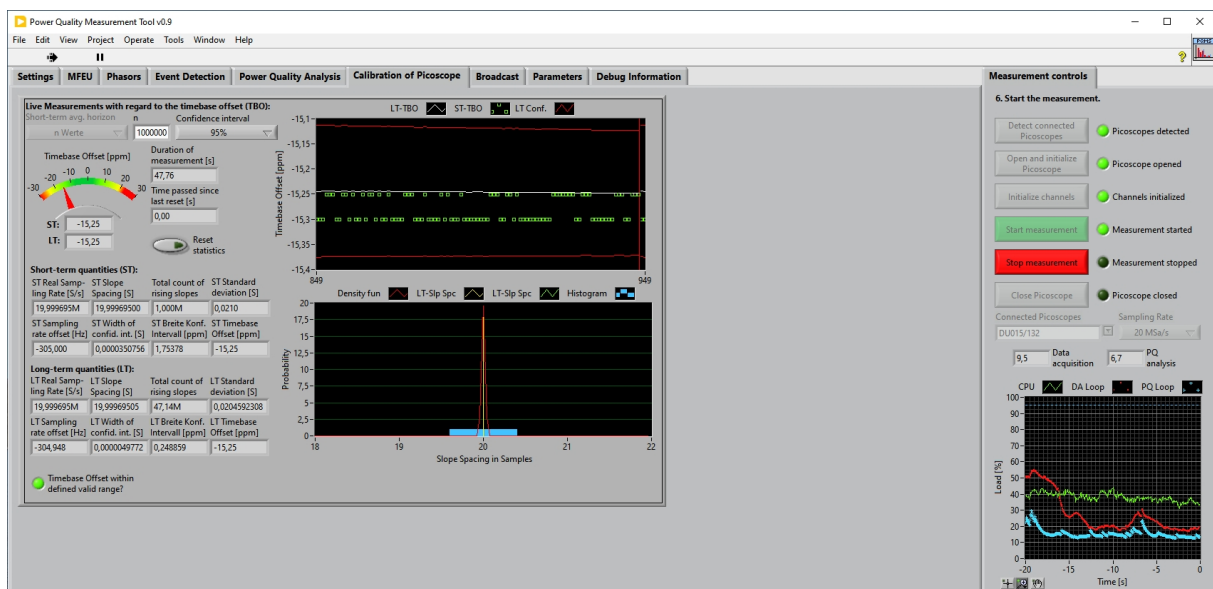


Abb. C.10: Echtzeitanzeige der Ermittlung der Abstratenabweichung anhand des Kalibriersignals mit statistischen Auswertungen während der Messung.

C.5 Messaufbauten

In diesem Kapitel finden sich Bilder, die den Messaufbau mit Laborprototyp, Referenzmessgerät am Messplatz während der in Kapitel 6 gezeigten Messungen sowie der Validierung des Laborprototypen in Kapitel 5.3 zeigen.

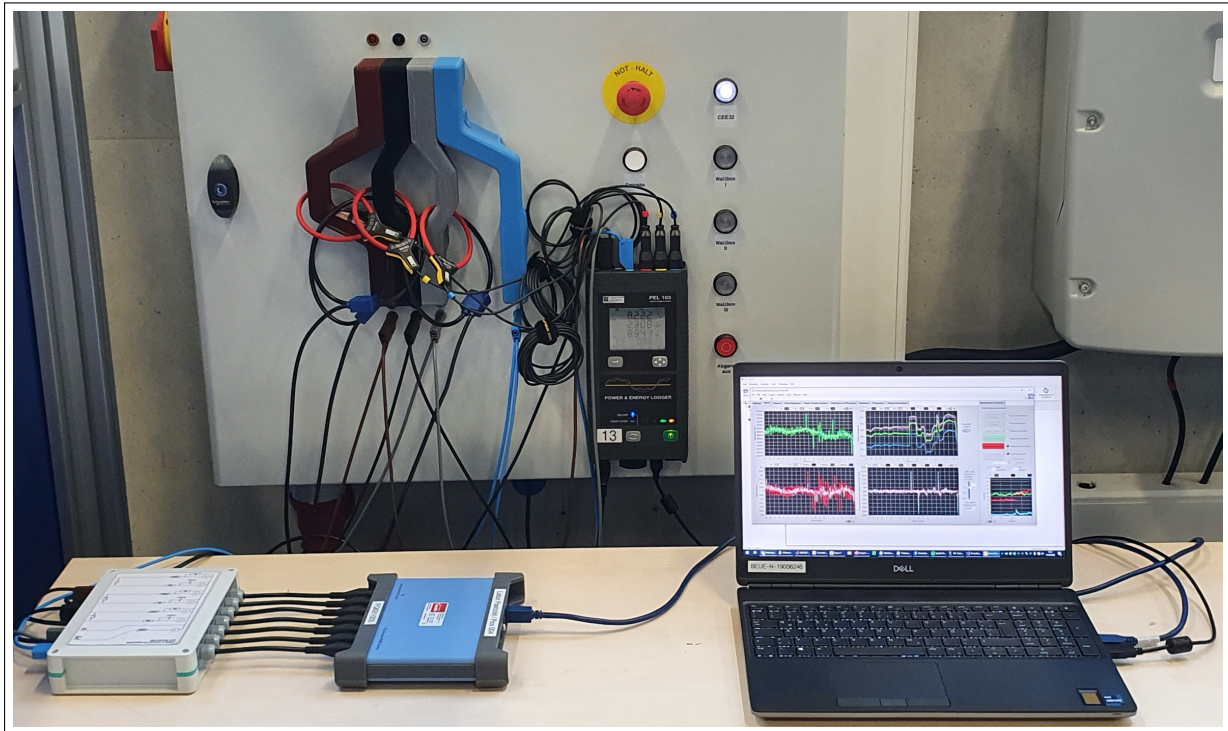


Abb. C.11: Messaufbau mit Laborprototyp, bestehen aus Anschlussbox und Picoscope 4824 (unten links), Messcomputer (unten rechts), Referenzmessgerät (Mitte, am Schaltschrank) sowie dem Messplatz.

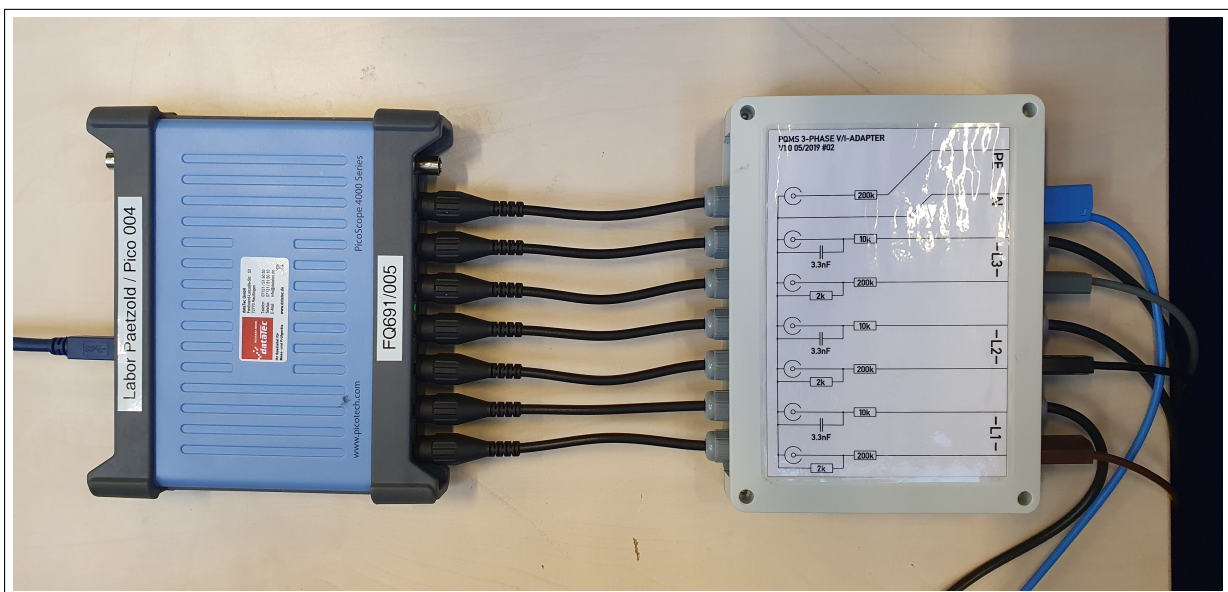


Abb. C.12: Laborprototyp. Anschlussbox (rechts). Picoscope 4824 (ADU, links).



Abb. C.13: Ankopplung der Messwandler mit Referenzmessgerät. Links: Rogowski-Spulen des Laborprototypen und Stromwandler des Referenzmessgeräts. Darunter: Ankopplung der Spannungsmessung über geschützte 4 mm-Klemmen. Rechts: Referenzmessgerät.



Abb. C.14: Validierung des Laborprototypen. Referenzsignalgenerator (links), Tongenerator (mitte), PicoScope 4824 (ADU, rechts).



Abb. C.15: Kompressionskältemaschine (Mitte) mit umgebendem Prüfstand. Der in Kapitel 6 beschriebene Messplatz befindet sich unmittelbar links davon.¹

¹Bild: Tobias Guth, Hochschule Ruhr West



Abb. C.16: Der in Kapitel 6 beschriebene Trockenofen.²

²Bild: Mike Duddek, Hochschule Ruhr West

D Die Klasse der Sinusrampenfenster

In diesem Anhang wird die Klasse der Sinusrampenfenster vorgestellt. Sie erweitert das in Kapitel 3.7 entwickelte Sinusrampengrundfenster zu einer Fensterklasse. Die Inhalte dieses Anhangs sind Gegenstand der Eigenveröffentlichung [J2].

D.1 Die Idee der Faltungsfenster

In Kapitel 2.6.4 wurden die Faltungsfenster als Möglichkeit erwähnt, vorteilhafte Eigenschaften eines Fensterkerns durch Faltung des Fensters im Zeitbereich mit sich selbst zu verstärken. Dem liegt die Idee zugrunde, dass die Faltung im Zeitbereich gemäß dem Faltungssatz der Fourier-Transformation zu einer Multiplikation der Fensterkerne im Frequenzbereich führt. In [84] wurde dies erstmals angewandt, in [82] wurde dieser Ansatz zur Entwicklung spezieller Flat-Top-Fenster verwendet. Auf diesen Ideen basiert auch die nachfolgend beschriebene Erweiterung des Sinusrampengrundfensters.

D.2 Faltung des Sinusrampengrundfensters

Sei $C \in \mathbb{N}$ eine Konstante, die beschreibe, dass das Basisfenster $(C - 1)$ -mal mit sich selbst gefaltet worden sei. Der Zustand $C = 1$ entspricht damit dem Basisfenster. Durch die Faltung werden die Hauptkeulenbreite m_{fn} , die Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} mit dem dazugehörigen Frequenzpunkt m_{hsl} sowie die Nebenkeulendämpfung d_{sl} mit dem Faktor C multipliziert. Die Breite des Fensterkerns nimmt also zu, dafür fallen die Nebenkeulen schneller ab und die erste Nebenkeule ist entsprechend stärker gedämpft.

Durch die Faltung des Fensters im Zeitbereich wird das Fenster länger. Sei N die Ziellänge des gefalteten Fensters. Dann ergibt sich die Länge des zur Faltung verwendeten Basisfensters für $C > 1$ wie folgt:

$$N_{\text{p}} = \left\lfloor \frac{N + C - 1}{C} \right\rfloor. \quad (\text{D.1})$$

Damit wird das Basisfenster der Länge N_{p} aus der Basisfunktion $w(x)$ gemäß Gl. 3.138 berechnet und als diskretes Signal abgetastet:

$$w_{\text{b}}[n] = w\left(\frac{n}{N_{\text{p}}}\right) \quad \forall \quad n \in [0; N_{\text{p}} - 1]. \quad (\text{D.2})$$

Daraus kann das Zielfenster berechnet werden:

$$w_{\text{C}}[n] = \underbrace{(w_{\text{b}} * w_{\text{b}} * \dots * w_{\text{b}})}_{(C-1) \text{ Faltungen}}[n] \quad \forall \quad n \in [0; N_{\text{C}} - 1]. \quad (\text{D.3})$$

Die Länge des Zielfensters N_{C} entspricht nicht zwangsläufig der Ziellänge N , sondern wird sich im Bereich

D Die Klasse der Sinusrampenfenster

$$N_C \in \left[N - \left\lfloor \frac{C-1}{2} \right\rfloor; N + \left\lfloor \frac{C-1}{2} \right\rfloor \right] \quad (D.4)$$

bewegen. Um das Zielfenster auf die richtige Länge N zuzuschneiden, werden überlappende Werte entfernt, fehlende Werte an den Rändern werden durch Nullen substituiert. So berechnet sich das Zielfenster, das nachfolgend als *Sinusrampenfenster* mit Angabe des Faltungszustandes C angegeben wird:

$$w[n] = w_C \left[n + \left\lfloor \frac{N_C - N}{2} \right\rfloor \right] \cdot \text{rect} \left(\frac{n}{N} \right) \quad \forall n \in [0; N-1]. \quad (D.5)$$

Es wird nur das Basisfenster aus der Abtastung der kontinuierlichen Funktion erzeugt. Die gefalteten Fenster werden als diskrete Folgen definiert, die sich aus der Faltung des Basisfensters gemäß der Ziellänge N ergeben.

D.3 Charakteristika der Sinusrampenfenster

Die Charakteristika der Sinusrampenfenster sind für $C \in [1; 5]$ in Abb. D.1 dargestellt. Die Verbreiterung des Fensterkerns mit jeder weiteren Faltung ist gut sichtbar, ebenso die höhere Nebenkeulendämpfung. Für $C = 5$ verschwindet die dritte Nebenkeule bereits im Quantisierungsrauschen der 64-Bit-Fließkommazahlen, mit denen die DTFT zur Erzeugung der Abbildung berechnet wurde (vgl. Anhang B.5).

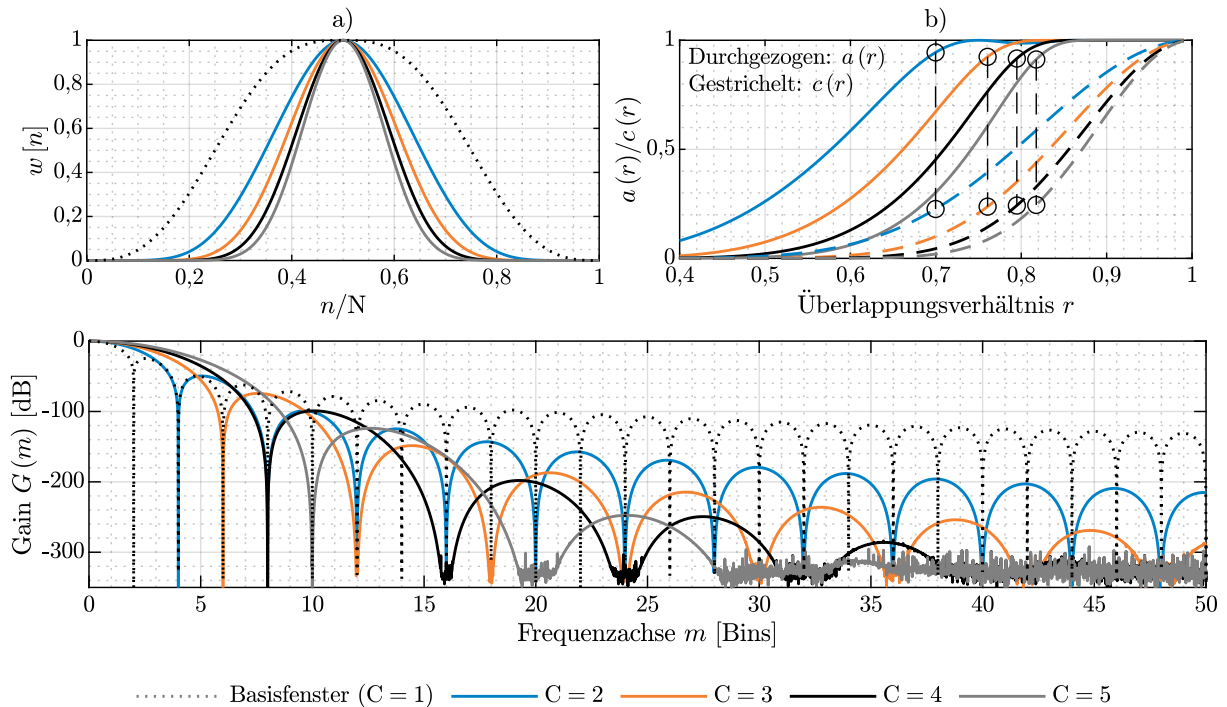


Abb. D.1: Gefaltete Sinusrampenfenster für $C \in [1; 5]$. a) Fenster $w[n]$, b) Zeitbereichscharakteristika mit Amplitudenflachheit $a(r)$ und Überlappungskoeffizient $c(r)$. c) Normalisierte Gain-Funktion $G(m)$. Die vertikalen gestrichelten Linien in b) stellen das empfohlene Überlappungsverhältnis r_{rec} dar.

In Tabelle D.1 werden die Fenstermetriken der Sinusrampenfenster bis $C = 5$ zusammengefasst. Hier zeigen sich diejenigen Fenstermetriken, die sich mit der Anzahl der Faltungen linear erhöhen.

Tabelle D.1: Fenstermetriken der Sinusrampenfenster bis C5

Fenstermetrik	Basisfenster	Gefaltetes Fenster
m_{fn} [Bins]	2	2C
$\Delta m_{3\text{dB}}$ [Bins]	1,525	C = 2: 2,175; C = 3: 2,675; C = 4: 3,1; C = 5: 3,45
G_{hsl} [dB]	-24,7741	-24,7741 · C
m_{hsl} [Bins]	2,525	2,525 · C
G_{fl} [dB]	-1,2636	C = 2: -0,625; C = 3: -0,416; C = 4: -0,312; C = 5: -0,249
F_{fl} [dB]	0,051	C = 2: 0,0248; C = 3: 0,0164; C = 4: 0,0122; C = 5: 0,001
d_{sl} [dB/Dek]	-80	-80 · C
m_{bw} [Bins]	1,5866	C = 2: 2,29; C = 3: 2,83; C = 4: 3,27; C = 5: 3,67
r_{rec}	0,5	C = 2: 0,7; C = 3: 0,76; C = 4: 0,79; C = 5: 0,81

D.4 Vergleich mit anderen Fenstern

Das Sinusrampenbasisfenster wurde mit dem Ziel einer möglichst hohen Nebenkeulendämpfung d_{sl} bei einer möglichst geringen Hauptkeulenbreite m_{fn} entwickelt. Durch das mit jedem Faltungsschritt linear zunehmende Verhältnis dieser Größen bildet sich dieser Vorteil auch in den gefalteten Sinusrampenfenstern heraus. Damit stellen die Sinusrampenfenster die am schnellsten abfallenden Fenster im Vergleich zu ihrer Hauptkeulenbreite überhaupt dar. Im direkten Vergleich mit den Fenstern aus der Literatur soll dies bestätigt werden, ferner sollen die anderen Fenstermetriken ebenfalls mit denen bekannter Fenster verglichen werden.

D.4.1 Untersuchte Fenster

In Tabelle D.2 sind die untersuchten Fenster dargestellt, dazu ist die Quelle angegeben, aus der die Fensterfunktion bzw. die Koeffizienten entnommen wurden. Diejenigen Fenster, zwischen denen sich in der Tabelle keine vertikale Linie findet, sind in den Ergebnisdarstellungen durch eine gestrichelte Linie verbunden.

D.4.2 Berechnungsparameter

Als Datentyp für diese Untersuchung wurde, analog zu den Untersuchungen bei der Validierung des PQMS-Algorithmus in Kapitel 4, 64-Bit-Fließkommazahlen verwendet. Die darstellbare Dynamik ergibt sich damit zu etwa -307 dB (vgl. Anhang B.5). Die Werte für die Nebenkeulendämpfung wurden entweder aus der Anzahl der Null-Ableitungen am Fensterrand oder durch direkte Analyse der Gain-Funktion ermittelt. Als Fensterlänge für die DTFT wurde $N = 4000$ gesetzt. Die damit erzielten Ergebnisse entsprechen denen in den jeweiligen Literaturangaben. Die DTFT wurde im Intervall $m \in [0; 250]$ mit einer Auflösung von $\Delta m = 0,0125$ Bins berechnet.

D.4.3 Ergebnisse

Die nachfolgenden Abbildungen stellen die in Tabelle D.2 aufgelisteten Fenster anhand ihrer Metriken dar. Jede Abbildung ist so ausgelegt, dass ein Fenster umso besser im Rahmen der dargestellten Metriken ist, je weiter es sich in der unteren linken Ecke befindet. In Abb. D.2 ist die Hauptkeulenbreite m_{fn} gegen die Nebenkeulendämpfung d_{sl} aufgetragen. Es wird ersichtlich, dass die Sinusrampenfenster für eine gegebene Hauptkeulenbreite die höchste Nebenkeulendämpfung der analysierten Fenster aufweisen. In Abb. D.3 ist die Hauptkeulenbreite gegen die Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} aufgetragen.

Tabelle D.2: Übersicht über die im Vergleich verwendeten Fenster, verwendete Parameter sowie Quelle.

<i>Fenster</i>	<i>Symbol</i>	<i>Parameter</i>	<i>Quelle</i>	
Rechteck	○	-	-	
Bartlett	▷	-	[75]	
Hann	○	-	[74]	
Hamming	○			
Welch	○	-	[67]	
Bartlett-Hann	○	-	[85]	
Nuttall3	■	Gl. (26) aus Quelle	[78]	
Nuttall4	■	Gl. (30) aus Quelle		
Nuttall3a	■	Gl. (29) aus Quelle		
Nuttall4a	■	Gl. (33) aus Quelle		
Nuttall3b	■	Gl. (36) aus Quelle		
Nuttall4b	■	Gl. (34) aus Quelle		
Nuttall4c	■	Gl. (37) aus Quelle		
Kaiser(-Bessel)	from \blacklozenge über \blacklozenge zu \blacklozenge	$\alpha = 2$ bis 7 in Schritten à 0,5, Symbol von Schwarz zu Grün zu Blau	[77]	
SFT3F	★	Schnell abfallend, $m_{\text{fn}} \in \{3, 4, 5\}$, Kap. 3.5 aus Quelle	[73]	
SFT4F	★			
SFT5F	★			
SFT3M	★	Min. Nebenkeuleunterdr., $m_{\text{fn}} \in \{3, 4, 5\}$, Kap. 3.6 aus Quelle		
SFT4M	★			
SFT5M	★			
HFT95	✱	Gl. (166) aus Quelle	[72]	
HFT90D	✱	Gl. (170) aus Quelle		
HFT116D	✱	Gl. (174) aus Quelle		
HFT144D	✱	Gl. (178) aus Quelle		
HFT169D	✱	Gl. (182) aus Quelle		
HFT196D	✱	Gl. (186) aus Quelle		
HFT223D	✱	Gl. (190) aus Quelle		
HFT248D	✱	Gl. (194) aus Quelle		
Hamming-C2	△	C-1 Faltungen, konstante Länge gemäß Kap. III.B aus Quelle	[82]	
Hamming-C3	△			
Hamming-C4	△			
Hann-C2	△			
Hann-C3	△	Parameter für jede Faltungsstufe optimiert gemäß Tabelle III aus Quelle. Konstante Länge gemäß Kap. III.B der Quelle		
Hann-C4	△			
SFT3F-C2-OPT	◀			
SFT3F-C3-OPT	◀			
SFT3F-C4-OPT	◀			
SFT3M-C2-OPT	◀			
SFT3M-C3-OPT	◀			
SFT3M-C4-OPT	◀			
SFT5F-C2-OPT	◀			
SFT5F-C3-OPT	◀			
SFT5F-C4-OPT	◀			
PF-M4-D0=3	✱	$D_0 = 3, D_N = 0, \delta_1 = 0$	[81]	
PF-M4-D0=1	✱	$D_0 = 1, D_N = 2, \delta_1 = 0$		
PF-M3-D0=1	✱	$D_0 = 1, D_N = 1, \delta_1 = 0$		
PF-M3-D0=2	✱	$D_0 = 2, D_N = 0, \delta_1 = 0$		
PF-M2-D0=1	✱	$D_0 = 1, D_N = 0, \delta_1 = 0$		
EQ-M5	✱	$\delta_3 = [0, 0,33966, 0,4815]$		
EQ-M4- δ_4	✱	$D_N = 0, \delta_4 =$ [0, 0,26423, 0,41138, 0,48991]		
EQ-M3- δ_2	✱	$D_N = 1, \delta_2 =$ [0, 0,45425]		
EQ-M3- δ_3	✱	$\delta_3 = [0, 0,33917, 0,4899]$		
EQ-M2- δ_2	✱	$\delta_2 = [0, 0,45396]$		
Opt. Win. $P = 1$	▽	Gl. (16) aus Quelle	[79]	
Opt. Win. $P = 2$	▽			
3term MIR-RSD	▽	$l = 2$, Tabelle 1 aus Quelle	[83]	

<i>Fenster</i>	<i>Symbol</i>	<i>Parameter</i>
Sinusrampenbasisfenster	●	- (Basis)
Sinusrampenfenster C1	●	(C-1)-fache Faltung des Basisfensters
Sinusrampenfenster C2	●	
Sinusrampenfenster C3	●	
Sinusrampenfenster C4	●	

D Die Klasse der Sinusrampenfenster

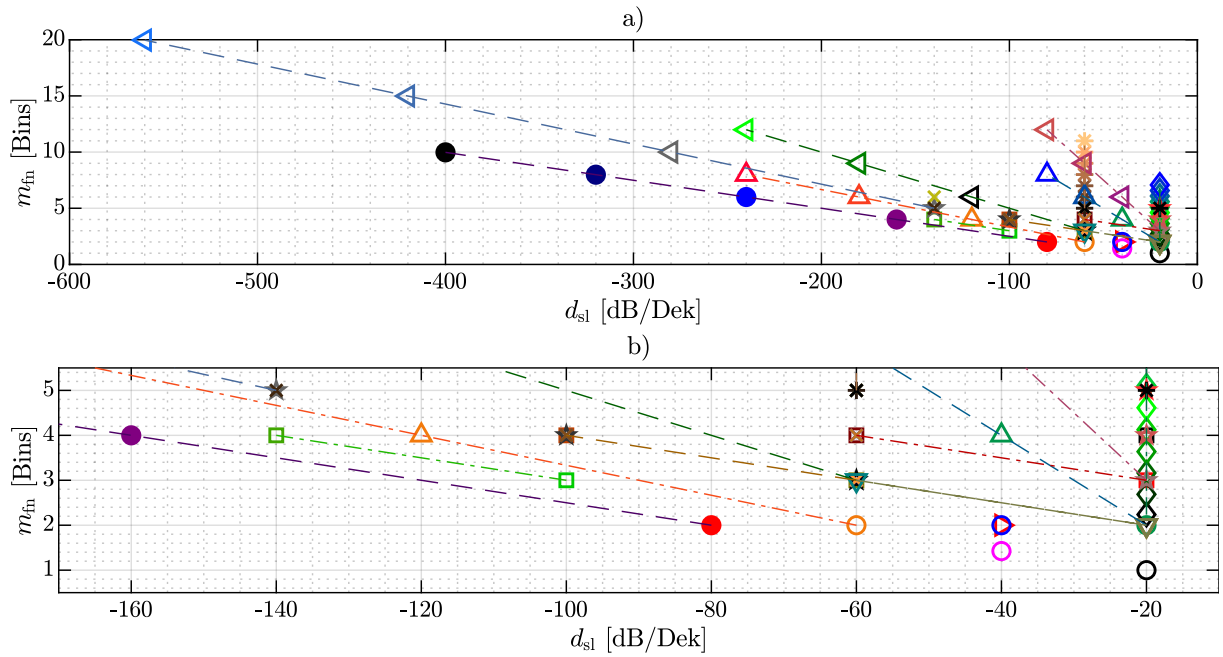


Abb. D.2: Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Hauptkeulenbreite m_{fn} über Nebenkeulendämpfung d_{sl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für $m_{fn} \leq 5$.

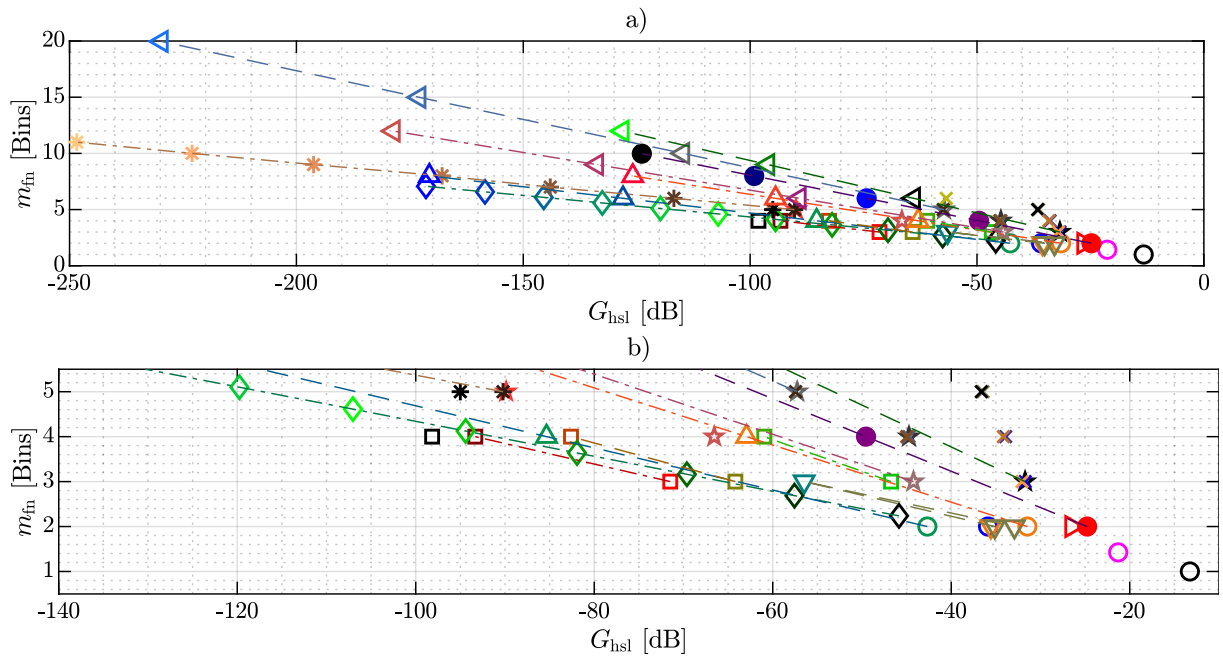


Abb. D.3: Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Hauptkeulenbreite m_{fn} über Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für $m_{fn} \leq 5$.

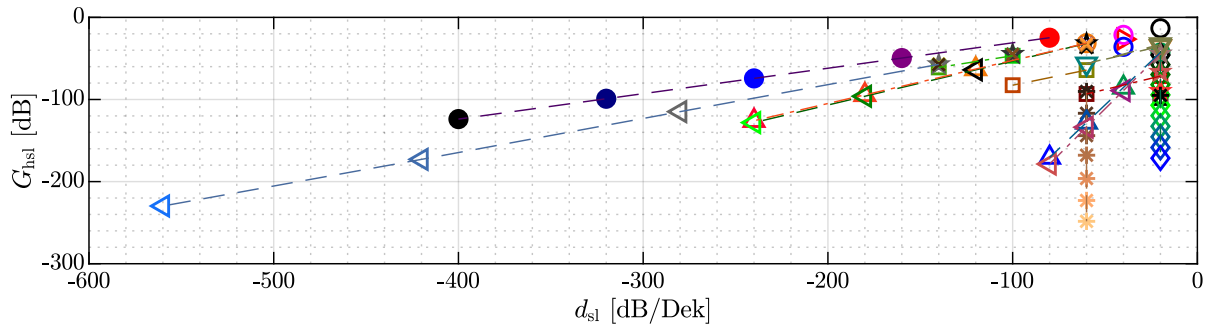


Abb. D.4: Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Nebenkeulendämpfung d_{sl} über Nebenkeulenunterdrückung G_{hsl} .

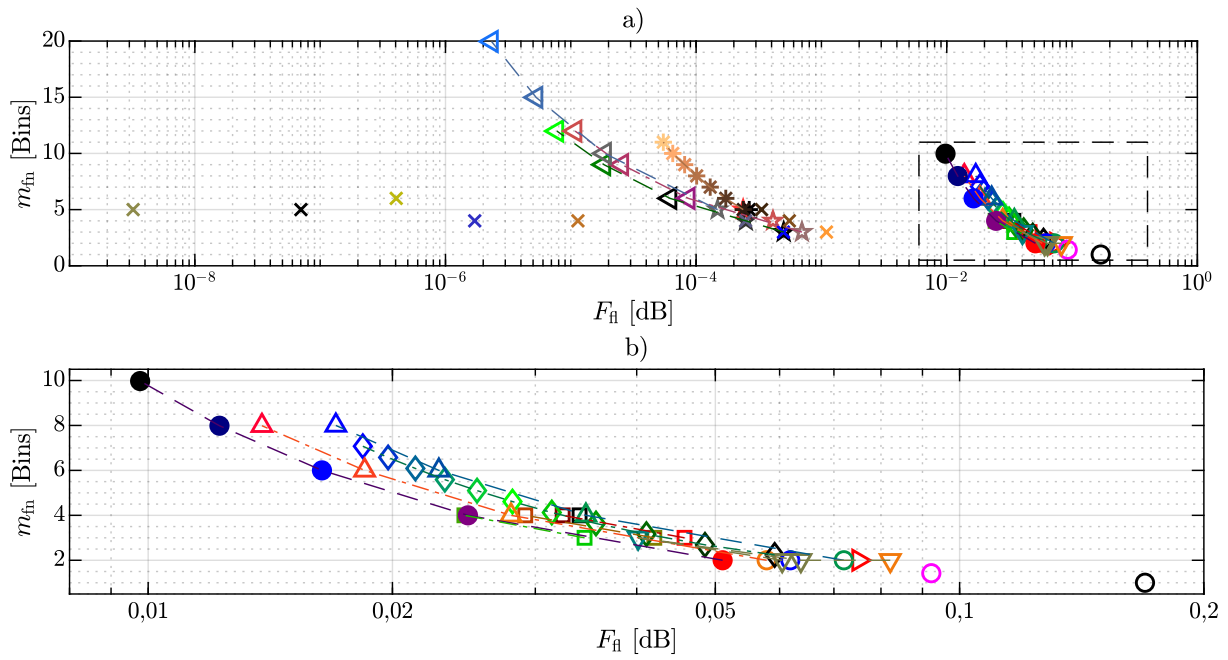


Abb. D.5: Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich Hauptkeulenbreite m_{fn} über mittlerer Flachheit F_{fl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für den Bereich der Nicht-Flat-Top-Fenster.

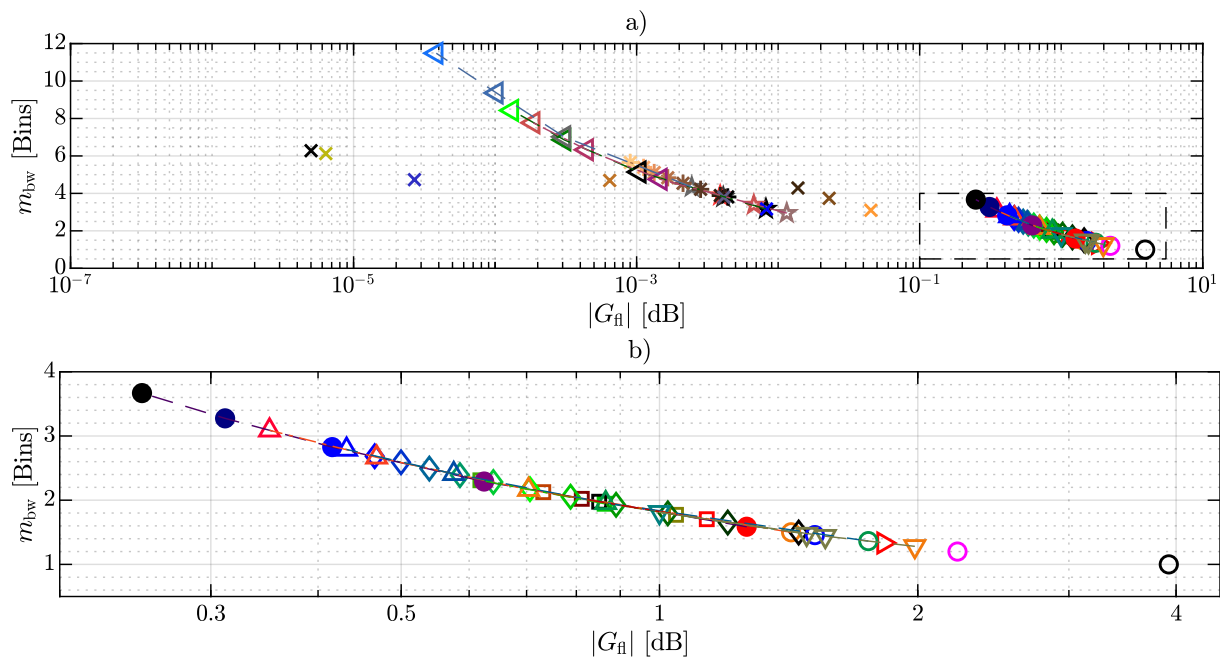


Abb. D.6: Vergleich der analysierten Fenster hinsichtlich normalisierter äquivalenter Rauschbandbreite m_{bw} über maximaler Flachheit G_{fl} . a) Übersicht. b) Vergrößert für den Bereich der Nicht-Flat-Top-Fenster.

E Filterkoeffizienten

In diesem Anhang finden sich die Kennlinien der PQMS-Filterkette, wie sie in den Simulationen sowie der Implementierung im Laborprototypen verwendet wurden.

E.1 Filter der TP₁-Stufe

Das ausgelegte Filter der TP₁-Stufe ist vom Typ Tschebyscheff I mit genauer Einhaltung des Sperrbereichs. Mit den festgelegten Systemparametern ergibt sich hieraus ein Filter in SOS-Struktur (engl. *Second Order Structure*) mit zwei Sektionen. Das Filter ist insgesamt vierter Ordnung. Jede Sektion verfügt über drei Zählerkoeffizienten und zwei von 1 verschiedene Nennerkoeffizienten. Die Eigenschaften des Filters werden in Abb. E.1 dargestellt. Teilabb. a zeigt den Betragsfrequenzgang zusammen mit den in Kapitel 3.2.3 eingeführten Auslegungsparametern; Teilabb. b zeigt den Phasengang. Die Gruppenlaufzeit ist in Teilabb. c dargestellt während in Teilabb. d die Polstellen und Nullstellen des Filters in der z-Ebene gezeigt werden.

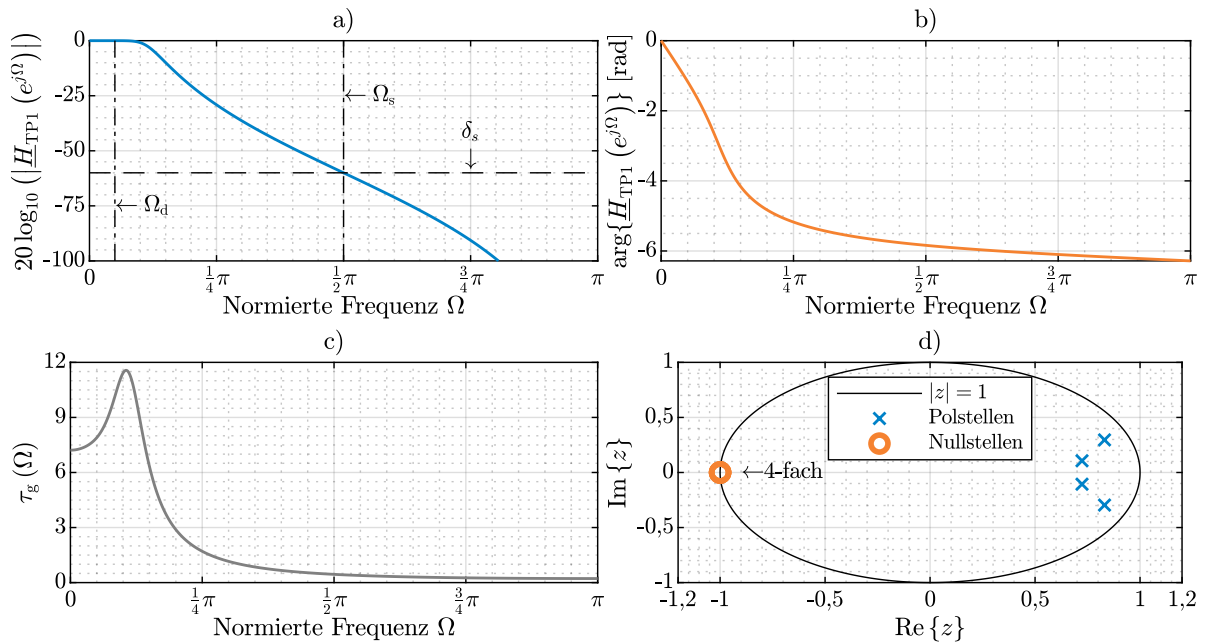


Abb. E.1: Eigenschaften des TP₁-Filters. Bode-Diagramm mit a) Betragsfrequenzgang $|H_{TP1}(e^{j\Omega})|$ und b) Phasengang $\arg\{H_{TP1}(e^{j\Omega})\}$. c) Gruppenlaufzeit $\tau_g(\Omega)$. d) Polstellen-Nullstellen-Darstellung.

E.2 Filter der TPK-Stufe

Alle Filter sind von ungerader Ordnung N , die in den folgenden Tabellen für jedes Filter angegeben ist. Somit ergibt sich die Länge der Impulsantwort des Filters $h_{\text{TPKi}}[n]$ zu $N + 1$, wobei die Filterkoeffizienten symmetrisch sind, d.h. es gilt:

$$h_{\text{TPKi}}[N - n] = h_{\text{TPKi}}[n] \quad \forall n \in \left[0; \frac{N + 1}{2}\right]. \quad (\text{E.1})$$

Nachfolgend sind das Bode-Diagramm, die Polstellen-Nullstellen-Darstellung in der z -Ebene sowie die Impulsantwort für jedes der Filter abgebildet.

E.2.1 TPK-Filter 1

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

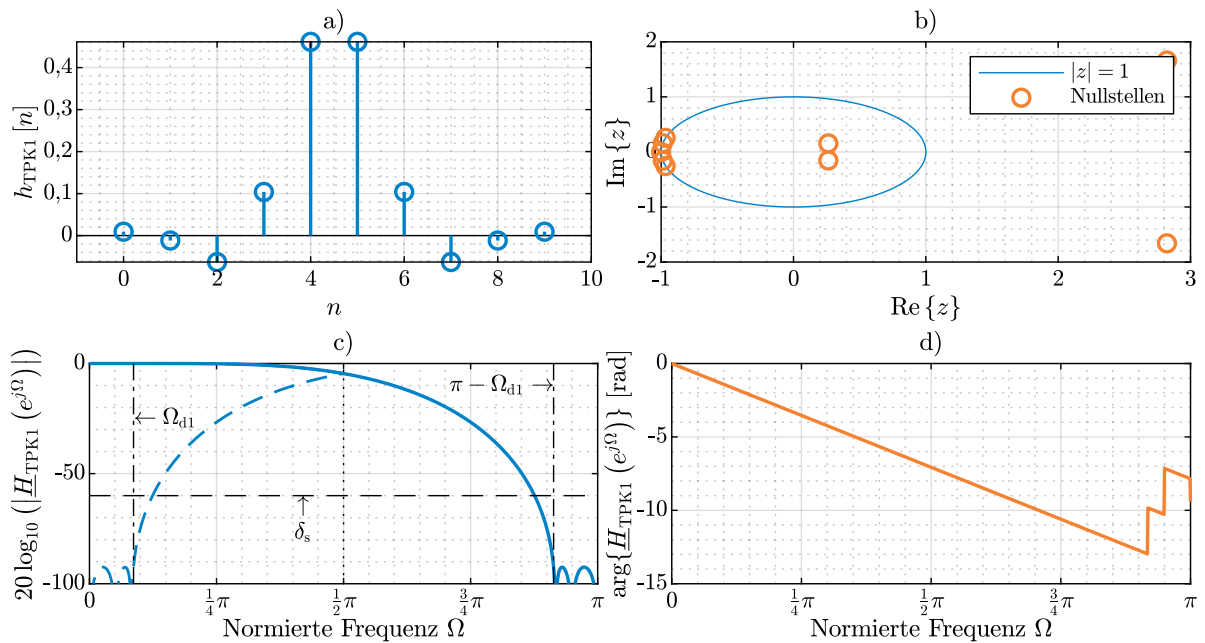


Abb. E.2: Eigenschaften des 1. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK1}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK1}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK1}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.2 TPK-Filter 2

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

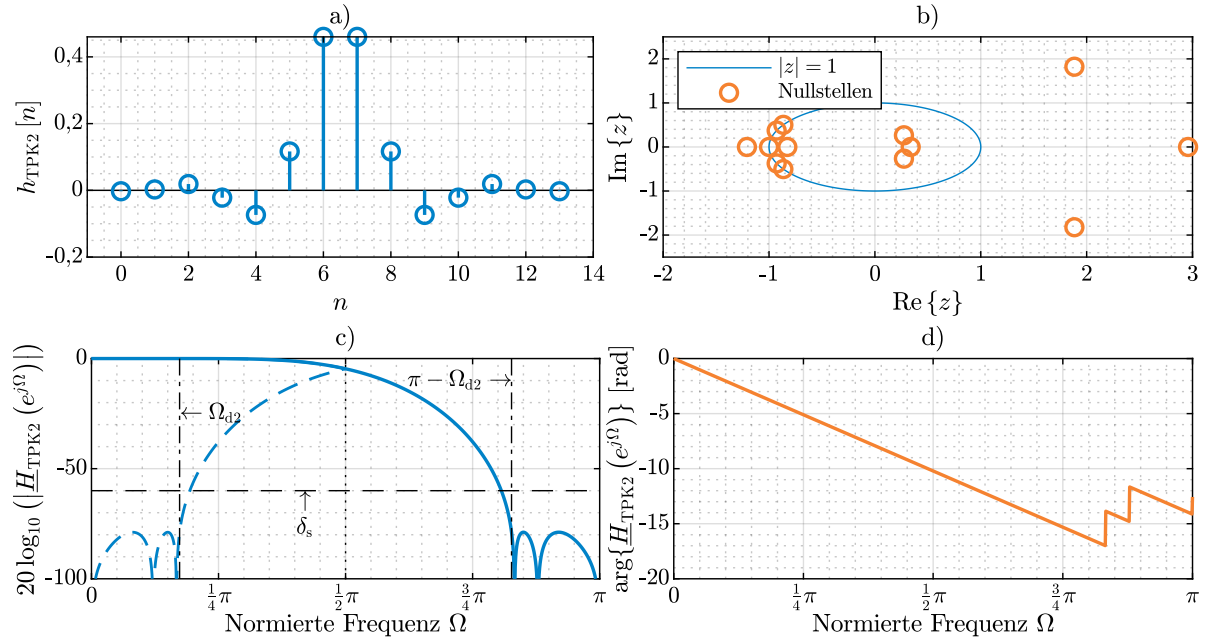


Abb. E.3: Eigenschaften des 2. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK2}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|\underline{H}_{\text{TPK2}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK2}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.3 TPK-Filter 3

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

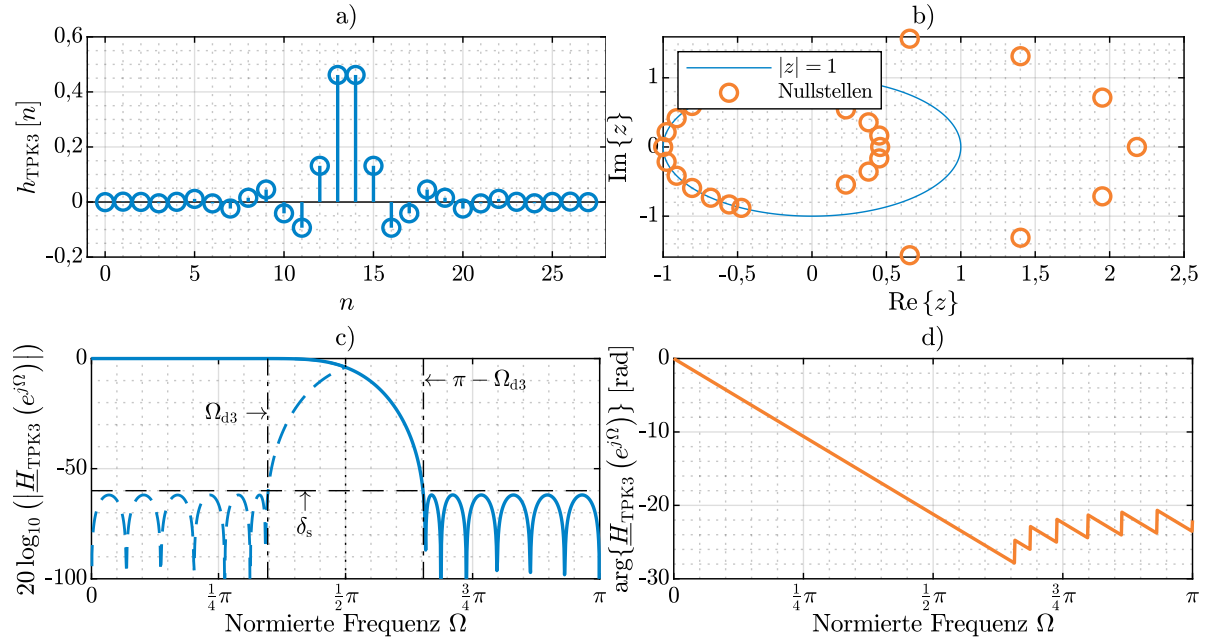


Abb. E.4: Eigenschaften des 3. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK3}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|\underline{H}_{\text{TPK3}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{\underline{H}_{\text{TPK3}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.4 TPK-Filter 4

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

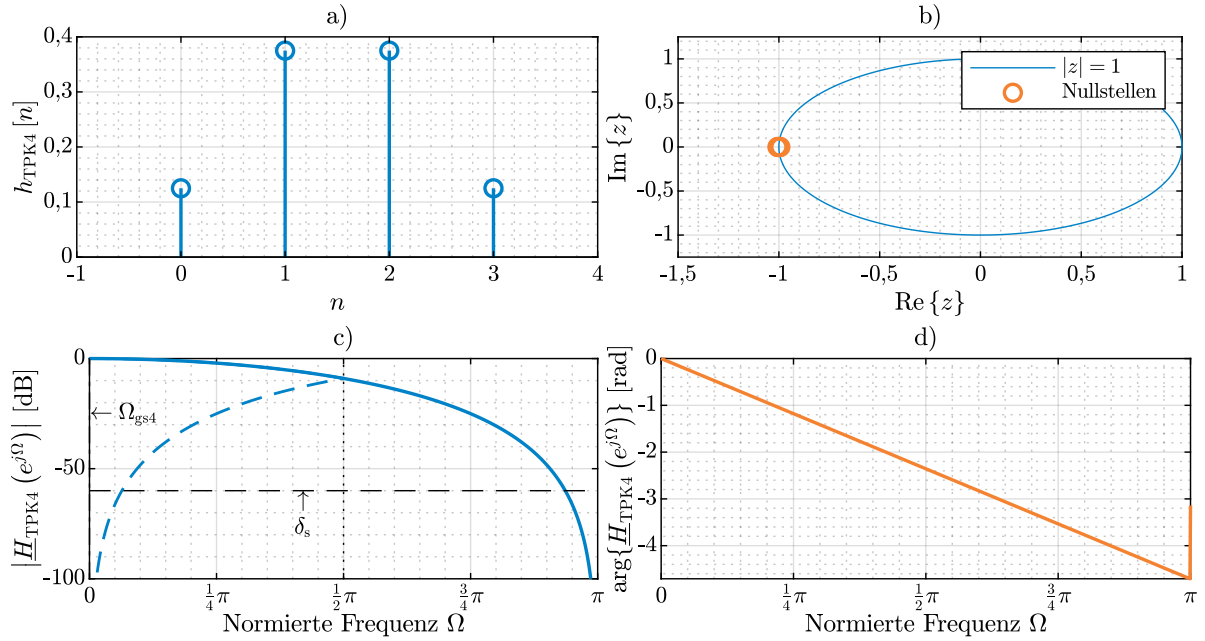


Abb. E.5: Eigenschaften des 4. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK4}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK4}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK4}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.5 TPK-Filter 5

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

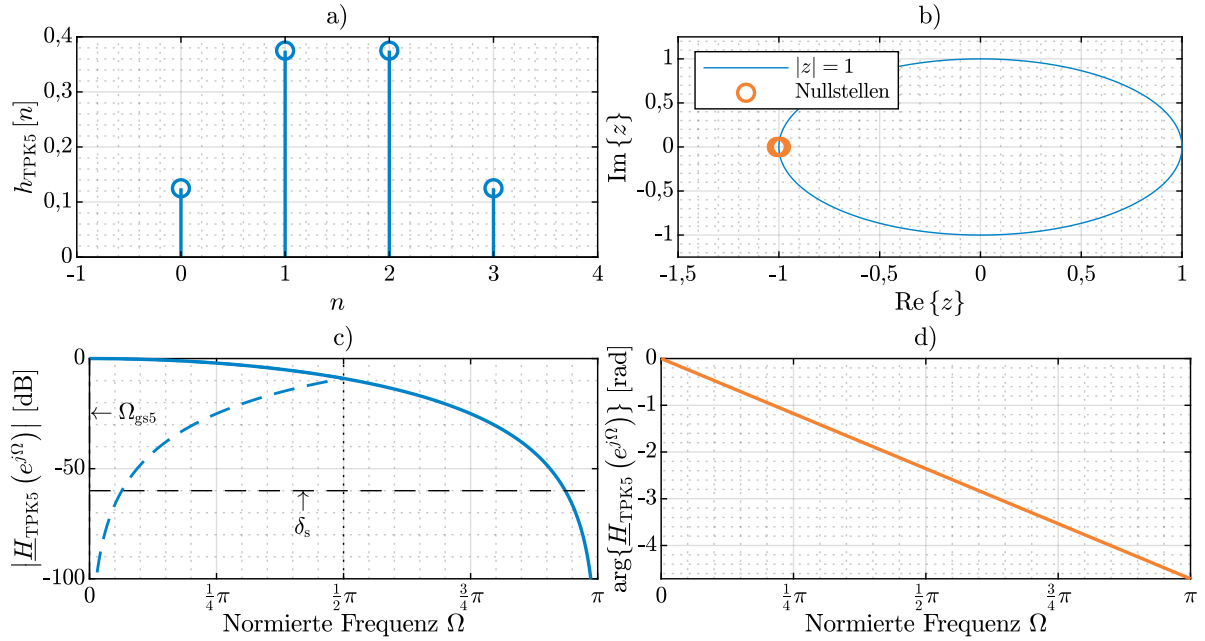


Abb. E.6: Eigenschaften des 5. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK5}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK5}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK5}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.6 TPK-Filter 6

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

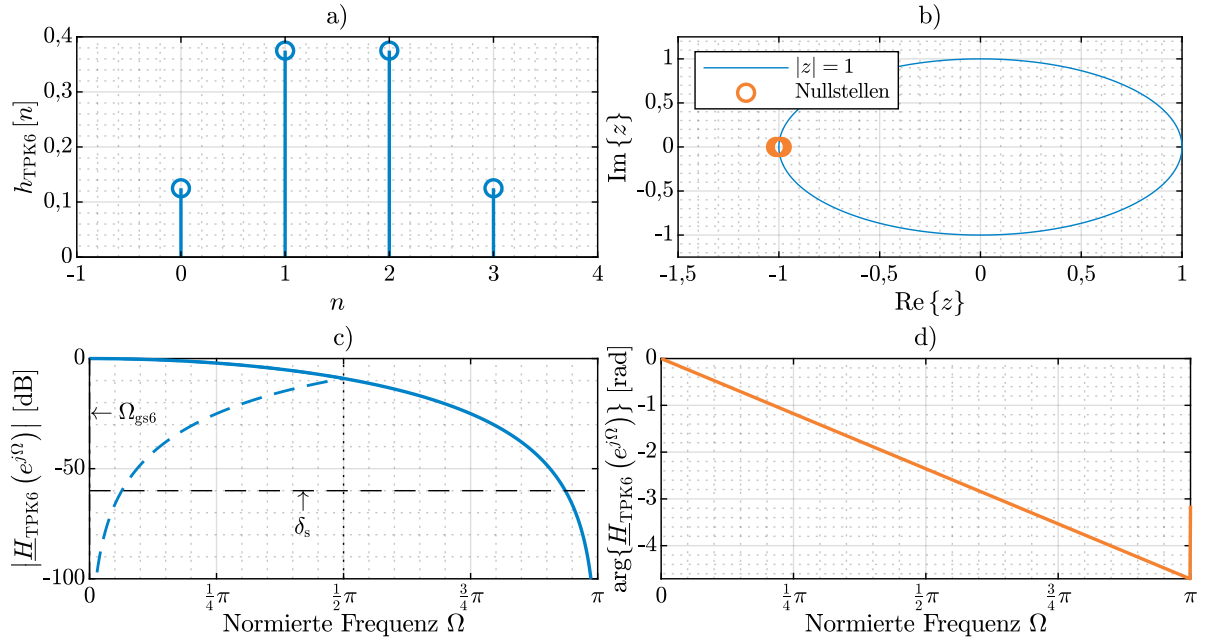


Abb. E.7: Eigenschaften des 6. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK6}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK6}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK6}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.7 TPK-Filter 7

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

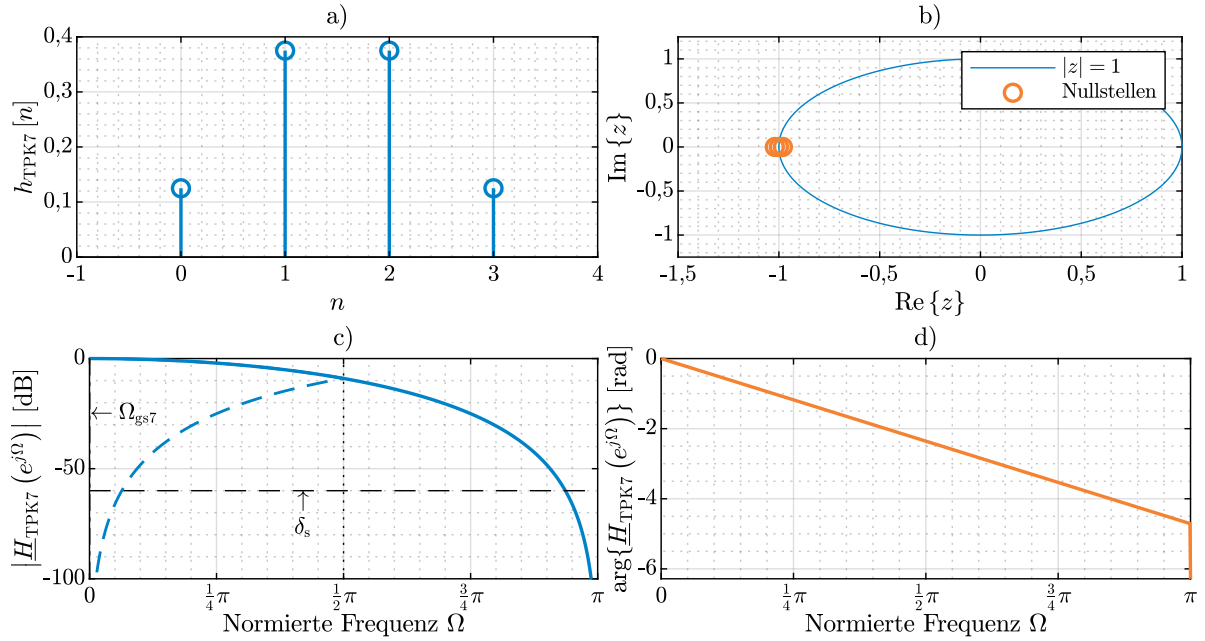


Abb. E.8: Eigenschaften des 7. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK7}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK7}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK7}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.8 TPK-Filter 8

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

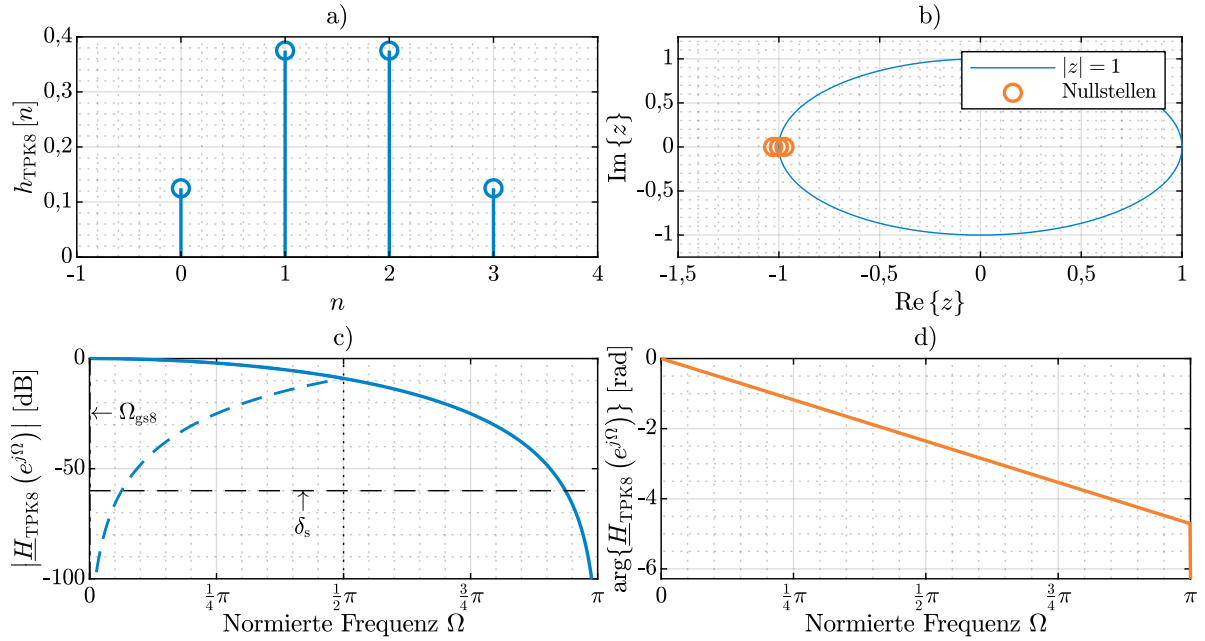


Abb. E.9: Eigenschaften des 8. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK8}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK8}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK8}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.9 TPK-Filter 9

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

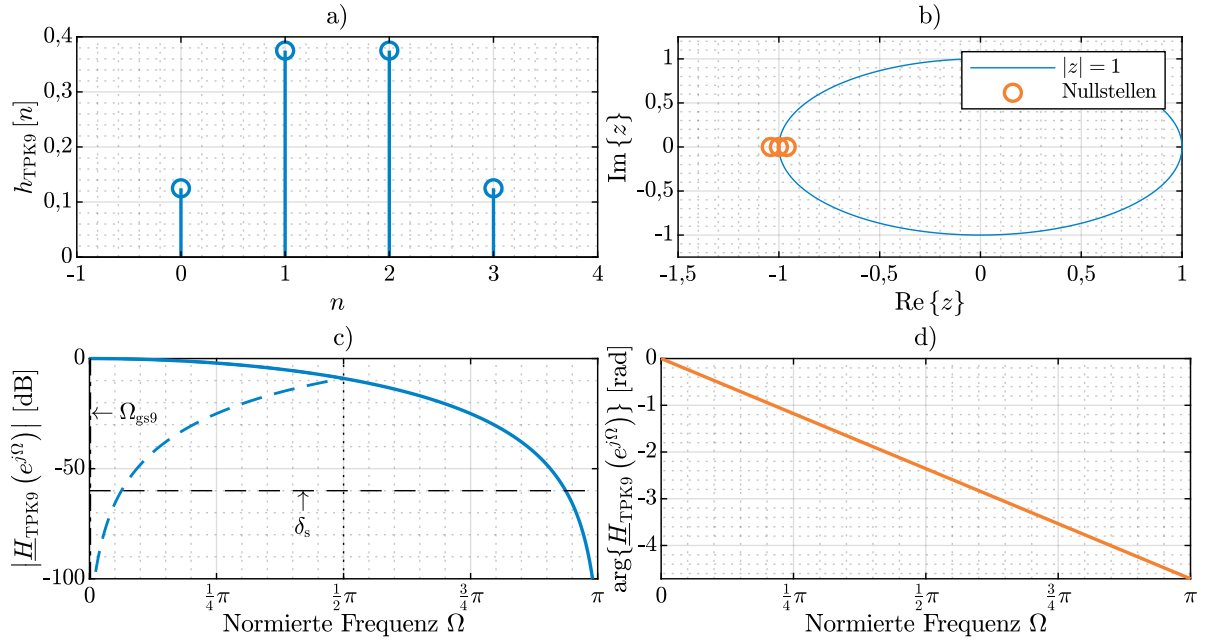


Abb. E.10: Eigenschaften des 9. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK9}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK9}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK9}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.10 TPK-Filter 10

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

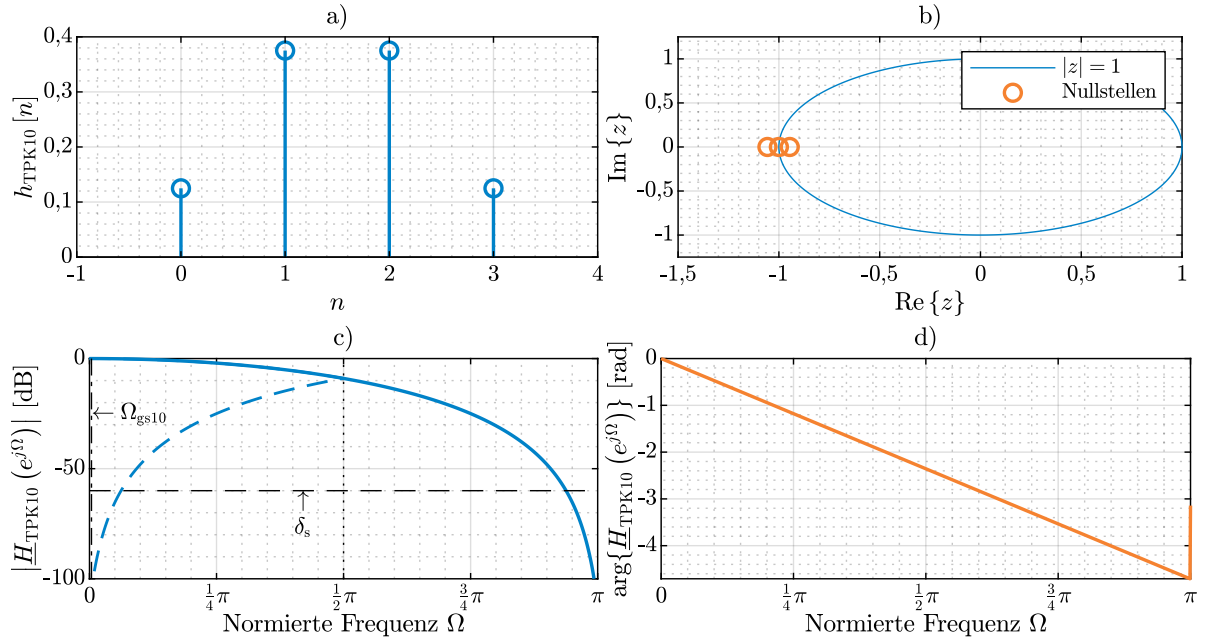


Abb. E.11: Eigenschaften des 10. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK10}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK10}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK10}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.11 TPK-Filter 11

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

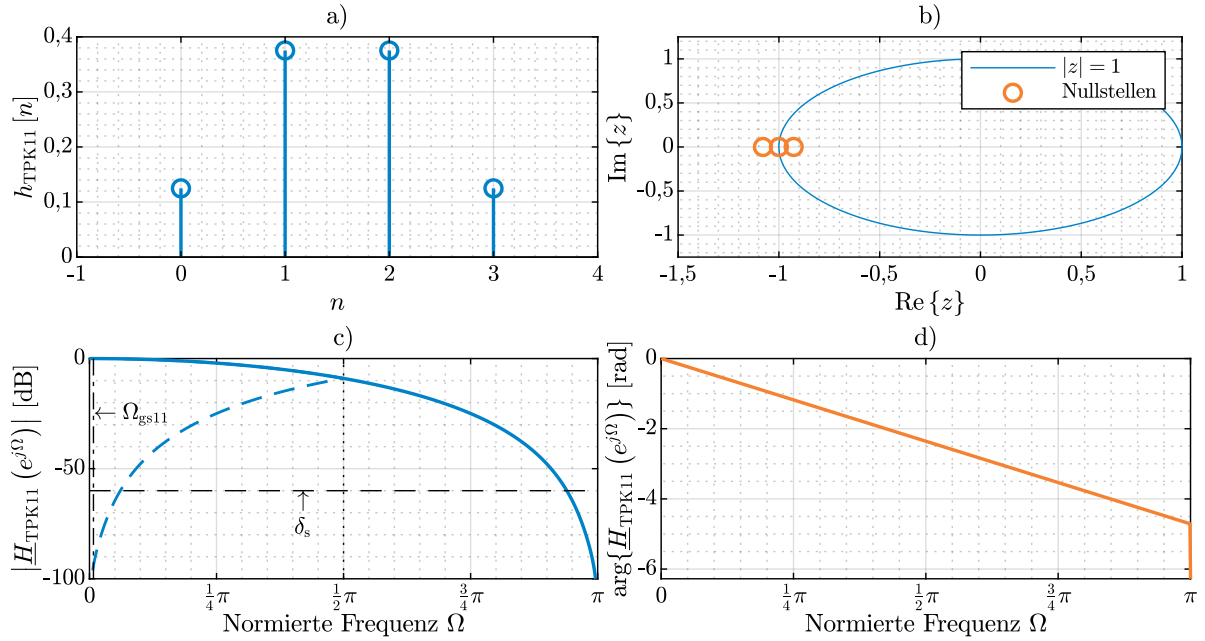


Abb. E.12: Eigenschaften des 11. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK11}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK11}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK11}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.12 TPK-Filter 12

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

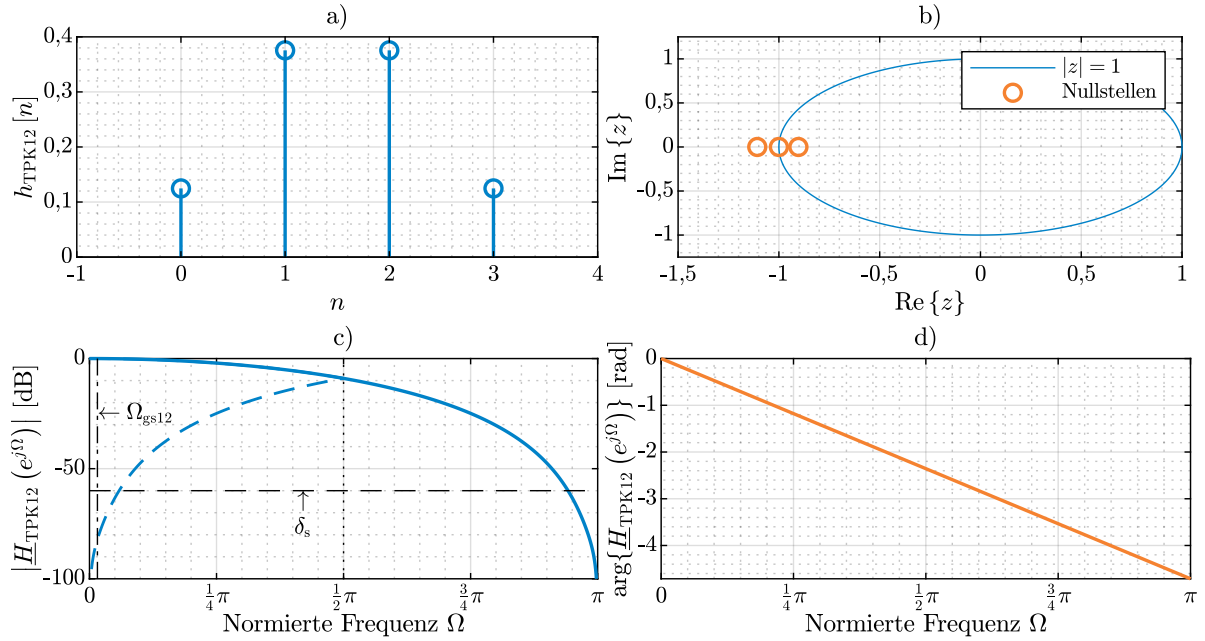


Abb. E.13: Eigenschaften des 12. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK12}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK12}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK12}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.2.13 TPK-Filter 13

Die folgende Abbildung zeigt Impulsantwort, Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters.

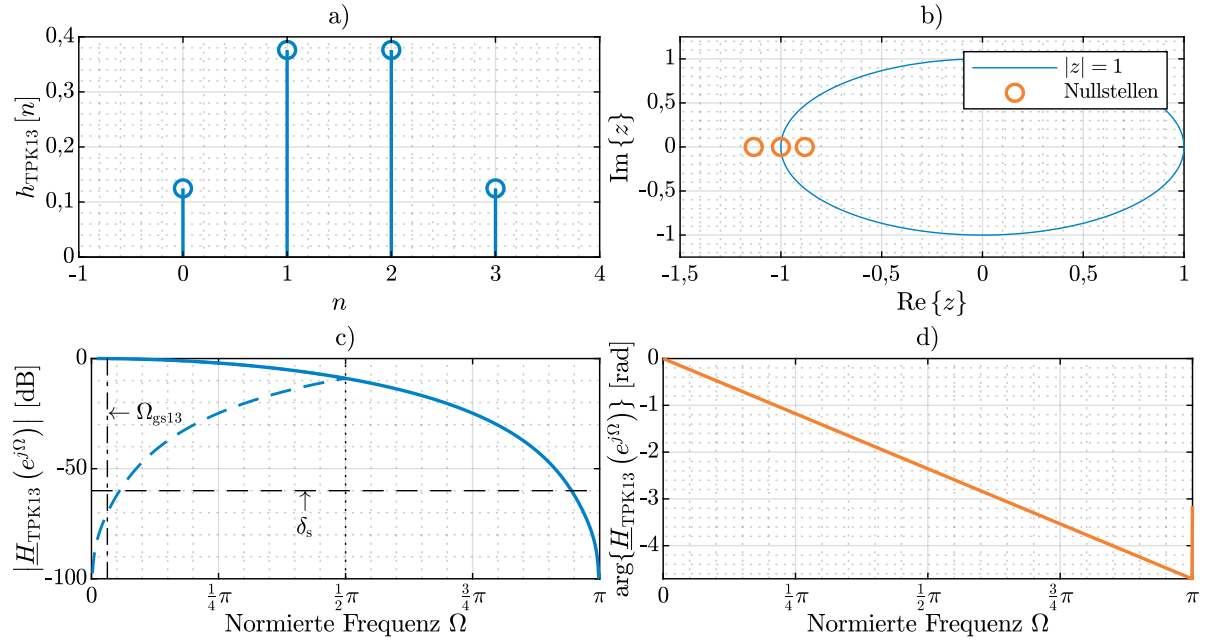


Abb. E.14: Eigenschaften des 13. TPK-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPK13}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPK13}}(e^{j\Omega})|$ (blau) und durch Unterabtastung hereingefaltetem Frequenzgang (gestrichelt blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPK13}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

E.3 TP_f-Stufe

Wie in Kapitel 3.3.3 beschrieben, basiert das Filter der TP_f-Stufe auf dem symmetrisch abgetasteten von-Hann-Fenster. In Abb. E.15 werden die Impulsantwort, das Bode-Diagramm sowie die Polstellen-Nullstellen-Darstellung des Filters gezeigt.

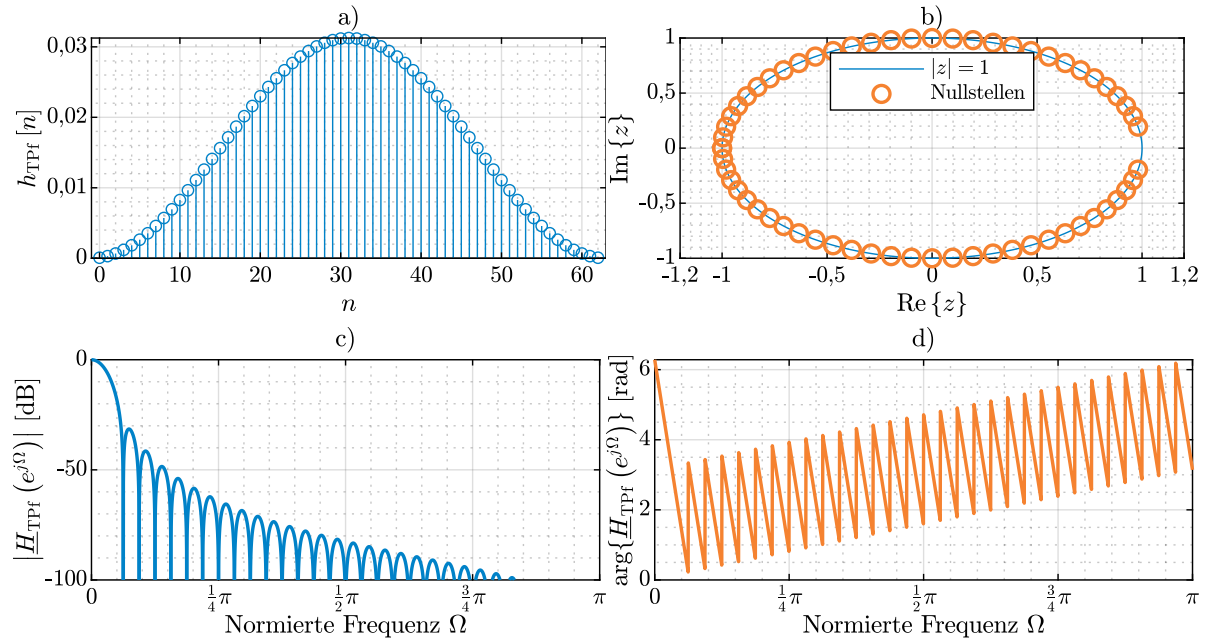


Abb. E.15: Eigenschaften des TP_f-Filters. a) Impulsantwort $h_{\text{TPf}}[n]$. b) Nullstellen z_0 in der z -Ebene (orange) mit Einheitskreis (blau). Bode-Diagramm mit c) Betrag $|H_{\text{TPf}}(e^{j\Omega})|$ (blau) sowie d) Phase $\arg\{H_{\text{TPf}}(e^{j\Omega})\}$ (orange).

Eigene Journal-Veröffentlichungen

- [J1] Jan-Philipp Kitzig, Sven Schlaghecke und Gerd Bumiller. Power Quality Measurement System With PMU Functionality Based on Interpolated Sampling. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 68, Nr. 4: Seiten 1014–1025, 2019. DOI: 10.1109/TIM.2018.2863458.
- [J2] Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Fast-Decaying Sine Ramp Windows for Signals With Limited Frequency Resolution. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 70: Seiten 1–13, 2021. DOI: 10.1109/TIM.2021.3111077.

Eigene Konferenzbeiträge

- [C1] Jan-Philipp Kitzig, Christoph Szymczyk und Gerd Bumiller. Quality Index for the Phase Information in Spectral Power Quality Analysis. In IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), Seiten 1–6, Ottawa, Kanada, 2022. IEEE. DOI: 10.1109/I2MTC48687.2022.9806598.
- [C2] Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Evaluation of Power Quality Measurement System Concept using an experimental setup. In IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), Seiten 1–6, Auckland, Neuseeland, 2019. IEEE. DOI: 10.1109/I2MTC.2019.8826814.
- [C3] Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Using Mains Frequency Synchronously Sampled Data for Frequency and RoCoF Event Detection. In IEEE 11th International Workshop on Applied Measurements for Power Systems (AMPS), Seiten 1–6, Onlinekonferenz, 2021. IEEE. DOI: 10.1109/AMPS50177.2021.9586041.
- [C4] Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Proof of Concept for Three-Phase Extension of a Mains Frequency Estimation Algorithm. In IEEE International Workshop on Applied Measurements for Power Systems (AMPS), Seiten 1–6, Aachen, Deutschland, 2019. IEEE. DOI: 10.1109/AMPS.2019.8897749.
- [C5] Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Improvement of mains frequency estimation robustness towards ripple control signals. In IEEE International Workshop on Applied Measurements for Power Systems (AMPS), Seiten 1–6, Liverpool, Vereinigtes Königreich, 2017. IEEE. DOI: 10.1109/AMPS.2017.8078331.
- [C6] Jan-Philipp Kitzig, Sven Schlaghecke und Gerd Bumiller. Accuracy of Power Quality Measurement Based on Interpolated Sampling. In IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe), Seiten 1–6, Sarajevo, Bosnien und Herzegowina, 2018. IEEE. DOI: 10.1109/ISGTEurope.2018.8571628.
- [C7] Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Timebase Offset Calibration of Analog-To-Digital Converters for Mains Frequency Measurement. In 3rd International Colloquium on Intelligent Grid Metrology (SMAGRIMET 2020), Seiten 41–47, Onlinekonferenz, 2020. IEEE. DOI: 10.23919/SMAGRIMET48809.2020.9263998.
- [C8] Jan-Philipp Kitzig, Jens Paetzold und Gerd Bumiller. Power Quality Analysis in non-stationary mains frequency conditions. In Internationaler ETG-Kongress 2019, ETG-Fachbericht, Seiten 399–404, Esslingen am Neckar, 2019. VDE Verlag. ISBN: 978-3-8007-4954-6.
- [C9] Christoph Nieß, Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Measurement System for Time Variable Subcycle Impedance on Power Lines. In IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC 2021), Seiten 1–6, Onlinekonferenz, 2021. IEEE. DOI: 10.1109/I2MTC50364.2021.9459875.

- [C10] Christoph Nieß, Jan-Philipp Kitzig und Gerd Bumiller. Phasor Based Zero Crossing Detection of the Mains Fundamental. In 3rd International Colloquium on Intelligent Grid Metrology (SMAGRIMET 2020), Seiten 48–53, Onlinekonferenz, 2020. IEEE. DOI: 10.23919/SMAGRIMET48809.2020.9263998.
- [C11] Tobias Post, Jan-Philipp Kitzig und Marcus Rehm. Universal Multi-Access Power-Factory Interface for Dynamic Grid Simulation. In IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe), Seiten 1–6, Sarajevo, Bosnien und Herzegowina, 2018. IEEE. DOI: 10.1109/ISGTEurope.2018.8571646.

Literaturverzeichnis

- [1] Martin Doppelbauer. Grundlagen der Elektromobilität: Technik, Praxis, Energie und Umwelt. Springer Fachmedien Wiesbaden, Wiesbaden, 1. Ausgabe, 2020. DOI: 10.1007/978-3-658-29730-5.
- [2] J. C. Das. Power system harmonics and passive filter designs, Band 49 von IEEE Press series on power engineering. IEEE Press/Wiley, Piscataway, 2015. DOI: 10.1002/9781118887059.
- [3] Remus Teodorescu, Marco Liserre und Pedro Rodríguez. Grid converters for photovoltaic and wind power systems. Wiley IEEE, Chichester, West Sussex, 2011. DOI: 10.1002/9780470667057.
- [4] Saad T. Y. Alfalahi, Ammar Ahmed Alkahtani, Ali Q. Al-Shetwi, Ali Saadon Al-Ogaili, Afaneen A. Abboud, Muhamad Bin Mansor und Yousef Fazea. Supraharmonics in Power Grid: Identification, Standards, and Measurement Techniques. IEEE Access, Band 9: Seiten 103677–103690, 2021. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3099013.
- [5] W. H. Wolffe und W. G. Hurley. Quasi-active power factor correction with a variable inductive filter: theory, design and practice. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 18, Nr. 1: Seiten 248–255, 2003. DOI: 10.1109/TPEL.2002.807135.
- [6] Z. Pan, F. Z. Peng und S. Wang. Power Factor Correction Using a Series Active Filter. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 20, Nr. 1: Seiten 148–153, 2005. DOI: 10.1109/TPEL.2004.839819.
- [7] Adria Marcos-Pastor, Enric Vidal-Idiarte, Angel Cid-Pastor und L. Martinez-Salamero. Interleaved Digital Power Factor Correction Based on the Sliding-Mode Approach. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 31, Nr. 6: Seiten 4641–4653, 2016. DOI: 10.1109/TPEL.2015.2476698.
- [8] Thomas Wohlfahrt. Geräteoptimierung zur Reduzierung der Störaussendung und zur Erhöhung der Störfestigkeit in einem Frequenzbereich von 2 kHz bis 150 kHz (Dissertation), Band 16 von Dortmunder Beiträge zu Energiesystemen, Energieeffizienz und Energiewirtschaft. Shaker Verlag, 2020. ISBN: 978-3-8440-7260-0.
- [9] Thais Martins Mendes, Leandro Rodrigo Manso Silva, Paulo Ribeiro, Carlos A. Duque, Jan Meyer und Danton Diego Ferreira. PLL Based Method for Supraharmonics Emission Assessment. IEEE Transactions on Power Delivery, Nr. (Early Access): Seiten 1–11, 2021. DOI: 10.1109/TPWRD.2021.3112404.
- [10] Adolf J. Schwab. Elektroenergiesysteme: Erzeugung, Übertragung und Verteilung elektrischer Energie. Springer Vieweg, Berlin/Heidelberg, 4., neu bearbeitete und erweiterte Auflage, 2015. ISBN: 9783662468562.

- [11] Andrea M. Tonello, Lutz Lampe und Theo G. Swart, Hrsg. Power line communications: Principles, standards and applications from multimedia to smart grid. John Wiley & Sons, Chichester, UK and Hoboken, NJ, Second edition, 2016. DOI: 10.1002/9781118676684.
- [12] G3-PLC User Guidelines - Introduction of G3-PLC for non-experts, Version 1.1, G3-PLC Alliance. 2020.
- [13] Europäische Kommission. Bericht der Kommission: Die Einführung intelligenter Verbrauchsmesssysteme in der EU-27 mit Schwerpunkt Strom im Vergleich: COM/2014/0356 final, EUR-Lex. 2014.
- [14] Europäische Kommission. Commission Staff Working Document: Cost-benefit analyses & state of play of smart metering deployment in the EU-27 Accompanying the document Report from the Commission Benchmarking smart metering deployment in the EU-27 with a focus on electricity: SWD/2014/0189 final, EUR-Lex. 2014.
- [15] George Hallak und Gerd Bumiller. Impedance measurement of electrical equipment loads on the power line network. In 2017 IEEE International Symposium on Power Line Communications and its Applications (ISPLC), Seiten 1–6, Piscataway, NJ, 2017. IEEE. DOI: 10.1109/ISPLC.2017.7897099.
- [16] George Hallak, Christoph Nieß und Gerd Bumiller. Measurement Setup for Notch Evaluation of Narrowband PLC Devices. In 2017 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), Seiten 1–6, Piscataway, NJ, 2017. IEEE. DOI: 10.1109/GLOCOM.2017.8254463.
- [17] Grundsätze für die Beurteilung von Netzzrückwirkungen. VDEW Energieverlag GmbH, Frankfurt am Main, 3. überarbeitete Ausgabe, 1992. ISBN: 3-8022-0311-9.
- [18] Christian Waniek. Entwicklung und Bewertung von Handlungsempfehlungen hinsichtlich gesamtwirtschaftlich geeigneter Verträglichkeitspegel im Frequenzbereich von 2 kHz bis 150 kHz (Dissertation), Band 15 von Dortmunder Beiträge zu Energiesystemen, Energieeffizienz und Energiewirtschaft. Shaker Verlag, 2020. ISBN: 978-3-8440-7192-4.
- [19] Mircea Eremia und Mohammad Shahidehpour. Handbook of electrical power system dynamics: Modeling, stability, and control, Band 92 von IEEE Press Series on Power Engineering Ser. John Wiley & Sons Inc, Hoboken, New Jersey, 2013. DOI: 10.1002/9781118516072.
- [20] ENTSO-E. Synchronous Area Framework Agreement for Regional Group Continental Europe - Annex 1: Policy on Load-Frequency Control and Reserves.
- [21] Qing-Chang Zhong und George Weiss. Synchronverters: Inverters That Mimic Synchronous Generators. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 58, Nr. 4: Seiten 1259–1267, 2011. DOI: 10.1109/TIE.2010.2048839.
- [22] Salvatore D’Arco, Jon Are Suul und Olav B. Fosso. A Virtual Synchronous Machine implementation for distributed control of power converters in SmartGrids. Electric Power Systems Research, Band 122: Seiten 180–197, 2015. DOI: 10.1016/j.epsr.2015.01.001.
- [23] Roberto Rosso, Soenke Engelken und Marco Liserre. Robust Stability Analysis of Synchronverters Operating in Parallel. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 34, Nr. 11: Seiten 11309–11319, 2019. DOI: 10.1109/TPEL.2019.2896707.

- [24] Task Force on Harmonics Modeling and Simulation. Modeling and simulation of the propagation of harmonics in electric power networks. Part I: Concepts, models, and simulation techniques. IEEE Transactions on Power Delivery, Band 11, Nr. 1: Seiten 452–465, 1996. DOI: 10.1109/61.484130.
- [25] Selcuk Sakar, Sarah K. Ronnberg und Math Bollen. Interharmonic Emission in AC–DC Converters Exposed to Nonsynchronized High-Frequency Voltage Above 2 kHz. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 36, Nr. 7: Seiten 7705–7715, 2021. DOI: 10.1109/TPEL.2020.3047862.
- [26] Y. Baghzouz, R. F. Burch, A. Capasso, A. Cavallini, A. E. Emanuel, M. Halpin, R. Langella, G. Montanari, K. J. Olejniczak, P. Ribeiro, S. Rios-Marcuello, F. Ruggiero, R. Thallam, A. Testa und P. Verde. Time-varying harmonics. II. Harmonic summation and propagation. IEEE Transactions on Power Delivery, Band 17, Nr. 1: Seiten 279–285, 2002. DOI: 10.1109/61.974219.
- [27] A. Testa, M. F. Akram, R. Burch, G. Carpinelli, G. Chang, V. Dinavahi, C. Hatziaioniu, W. M. Grady, E. Gunther, M. Halpin, P. Lehn, Y. Liu, R. Langella, M. Lowenstein, A. Medina, T. Ortmeier, S. Ranade, P. Ribeiro, N. Watson, J. Wikston und W. Xu. Interharmonics: Theory and Modeling by IEEE Task Force on Harmonics Modeling and Simulation. IEEE Transactions on Power Delivery, Band 22, Nr. 4: Seiten 2335–2348, 2007. DOI: 10.1109/TPWRD.2007.905505.
- [28] Heinz Bittel und Leo Storm. Rauschen: Eine Einführung zum Verständnis elektrischer Schwankungserscheinungen. Springer, Berlin/Heidelberg, 1970. DOI: 10.1007/978-3-642-49240-2.
- [29] Hans Albrecht Wolfesperger. Elektromagnetische Schirmung: Theorie und Praxisbeispiele. Springer, Berlin/Heidelberg, 2008. DOI: 10.1007/978-3-540-76913-2.
- [30] Ruthard Minkner und Joachim Schmid. Technologie der Messwandler: Strom- und Spannungsmessung und Isolationssysteme. Springer Vieweg, Wiesbaden/Heidelberg, 2020. DOI: 10.1007/978-3-658-30207-8.
- [31] Reinhard Lerch. Elektrische Messtechnik. Lehrbuch. Springer Vieweg, Berlin/Heidelberg, 7., aktualisierte Auflage, 2016. DOI: 10.1007/978-3-662-46941-5.
- [32] Melchior Stöckl und Karl Heinz Winterling. Elektrische Meßtechnik. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 8. überarbeitete und erweiterte Auflage, 1987. DOI: 10.1007/978-3-663-12085-8.
- [33] Hui Zhou, Charles Nicholls, Thomas Kunz und Howard Schwartz. Technical Report SCE-08-12: Frequency Accuracy & Stability Dependencies of Crystal Oscillators. In Technical Report SCE-08-12, Seiten 1–15. 2008.
- [34] Shiva Jamali-Zavareh und Ramesh Harjani. Jitter Suppression Techniques for High-Speed Sample-and-Hold Circuits. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, Band 67, Nr. 1: Seiten 1–11, 2020. DOI: 10.1109/TCSI.2019.2944396.
- [35] G. Chiorboli, G. Franco und C. Morandi. Uncertainties in quantization-noise estimates for analog-to-digital converters. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 46, Nr. 1: Seiten 56–60, 1997. DOI: 10.1109/19.552157.

- [36] Hans Wilhelm Schückler. Digitale Signalverarbeitung 1: Analyse diskreter Signale und Systeme. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 5. völlig neu bearb. Aufl., 2008. DOI: 10.1007/978-3-540-78251-3.
- [37] F. J. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. Proceedings of the IEEE, Band 66, Nr. 1: Seiten 51–83, 1978. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837.
- [38] Vijay K. Jain, William L. Collins und David C. Davis. High-Accuracy Analog Measurements via Interpolated FFT. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 28, Nr. 2: Seiten 113–122, 1979. DOI: 10.1109/TIM.1979.4314779.
- [39] Krzysztof Duda. Interpolation Algorithms of DFT for Parameters Estimation of Sinusoidal and Damped Sinusoidal Signals. In Salih Salih, Hrsg., Fourier Transform - Signal Processing. InTech, 2012.
- [40] Yuxin Sun, Chungang Zhuang und Zhenhua Xiong. A Scale Factor-Based Interpolated DFT for Chatter Frequency Estimation. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 64, Nr. 10: Seiten 2666–2678, 2015. DOI: 10.1109/TIM.2015.2421711.
- [41] Bernd Girod, Rudolf Rabenstein und Alexander Stenger. Einführung in die Systemtheorie: Signale und Systeme in der Elektrotechnik und Informationstechnik. Teubner, Stuttgart/Leipzig/Wiesbaden, 2., korrigierte und aktualisierte Aufl., 2003. DOI: 10.1007/978-3-322-99346-5.
- [42] Karl Küpfmüller und Gerhard Kohn. Theoretische Elektrotechnik und Elektronik: Eine Einführung. Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin, 15., korrigierte Aufl., 2000. DOI: 10.1007/978-3-662-10425-5.
- [43] Deborah Ritzmann, Stefano Lodetti, David de La Veg, Victor Khokhlov, Alexander Gallarreta, Paul Wright, Jan Meyer, Igor Fernandez und Dimitrij Klingbeil. Comparison of Measurement Methods for 2–150-kHz Conducted Emissions in Power Networks. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 70: Seiten 1–10, 2021. DOI: 10.1109/TIM.2020.3039302.
- [44] Lutz Lampe, Andrea M. Tonello und Theo G. Swart, Hrsg. Power line communications: Principles, standards and applications from multimedia to smart grid. Wiley, Chichester, West Sussex, Second edition, 2016. ISBN: 978-1-118-67671-4.
- [45] Hans-Jochen Bartsch und Michael Sachs. Taschenbuch mathematischer Formeln für Ingenieure und Naturwissenschaftler: Mit zahlreichen Beispielen und umfassenden Integraltabellen. Hanser Verlag, München, 22. neu bearbeitete Auflage, 2011. DOI: 10.3139/9783446429277.
- [46] Heinz Unbehauen und Frank Ley. Das Ingenieurwissen: Regelungs- und Steuerungstechnik. Ingenieurwissen. Springer Vieweg, Berlin/Heidelberg, 2014. DOI: 10.1007/978-3-662-44026-1.
- [47] Jens-Rainer Ohm und Hans Dieter Lüke. Signalübertragung: Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme. Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin/Heidelberg/Dordrecht/London/New York, 11., neu bearbeitete und erweiterte Auflage, 2010. DOI: 10.1007/978-3-642-10200-4.

- [48] Alan V. Oppenheim und Ronald W. Schaffer. Discrete-time signal processing. Prentice Hall and Prentice-Hall International (UK), Upper Saddle River, NJ and London, 2nd ed., 1998. ISBN: 0-13-754920-2.
- [49] ENTSO-E. Rate of Change of Frequency (RoCoF) withstand capability - ENTSO-E guidance document for national implementation for network codes on grid connection.
- [50] ENTSO-E RG-CE System Protection & Dynamics Sub Group. Frequency Measurement Requirements and Usage: Final Version 7, ENTSO-E. 2018-01-29.
- [51] Dirk Blume, Jürgen Schlabbach und Thomas Stephanblome. Spannungsqualität in elektrischen Netzen: Ursachen, Messung, Bewertung von Netzrückwirkungen und Verbesserung der Spannungsqualität. VDE-Verlag, Berlin/Offenbach, 1999. ISBN: 3-8007-2265-8.
- [52] Math Bollen, Magnus Olofsson, Anders Larsson, Sarah Rönnerberg und Martin Lundmark. Standards for supraharmonics (2 to 150 kHz). IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine, Band 3, Nr. 1: Seiten 114–119, 2014. DOI: 10.1109/MEMC.2014.6798813.
- [53] Deborah Ritzmann, Paul Wright, Jan Meyer, Victor Khokhlov, David de La Vega und Igor Fernandez. Measurement of 2-150 kHz Conducted Emissions in Power Networks. 2021. DOI: 10.36227/techrxiv.13536830.v1.
- [54] Arun G. Phadke. Synchronized Phasor Measurements and Their Applications. Power Electronics and Power Systems Ser. Springer International Publishing, Cham, Second Edition, 2017. DOI: 10.1007/978-3-319-50584-8.
- [55] Bericht zur Spannungsqualität 2020, Bundesnetzagentur für Elektrizität, Gas, Telekommunikation, Post und Eisenbahnen. Mai 2021.
- [56] Victor Khokhlov, Jan Meyer, Anne Grevener, Tatiano Busatto und Sarah Rönnerberg. Comparison of Measurement Methods for the Frequency Range 2–150 kHz (Supraharmonics) Based on the Present Standards Framework. IEEE Access, Band 8: Seiten 77618–77630, 2020. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2987996.
- [57] Hans-Dieter Junge und Germar Müller, Hrsg. Lexikon Elektrotechnik. VCH, Weinheim, 1. Aufl., 1994. ISBN: 3-527-28154-1.
- [58] Ulrich Tietze und Christoph Schenk. Halbleiter-Schaltungstechnik. Springer, Berlin, 10. Aufl., 2009. ISBN: 978-3-642-01621-9.
- [59] Hans Wilhelm Schüßler. Digitale Signalverarbeitung 2: Entwurf diskreter Systeme. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2010. DOI: 10.1007/978-3-642-01119-1.
- [60] Jörg Lange und Tatjana Lange. Fourier-Transformation zur Signal- und Systembeschreibung. essentials. Springer Vieweg, Wiesbaden/Heidelberg, 2019. DOI: 10.1007/978-3-658-24850-5.
- [61] Erwin Hölzler und Herbert Holzwarth. Pulstechnik: Band I · Grundlagen. Springer Berlin Heidelberg, Berlin/Heidelberg, Zweite, verbesserte Auflage, berichtigter Nachdruck, 1986. DOI: 10.1007/978-3-642-81669-7.
- [62] Harro Heuser. Lehrbuch der Analysis. Mathematische Leitfäden. Teubner, Stuttgart, 15., durchges. Aufl., 2003. DOI: 10.1007/978-3-322-96828-9.

- [63] Paolo Prandoni und Martin Vetterli. Signal processing for communications. Communication and information sciences. EPFL Press, Lausanne, 2008. ISBN: 798-2-940222-20-9.
- [64] James W. Cooley und John W. Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, Band 19, Nr. 90: Seiten 297–301, 1965. DOI: 10.1090/S0025-5718-1965-0178586-1.
- [65] Gerlind Plonka, Daniel Potts, Gabriele Steidl und Manfred Tasche. Numerical Fourier Analysis. SpringerLink Bücher. Springer, Cham, 2018. DOI: 10.1007/978-3-030-04306-3.
- [66] D. C. Rife und G. A. Vincent. Use of the Discrete Fourier Transform in the Measurement of Frequencies and Levels of Tones. *Bell System Technical Journal*, Band 49, Nr. 2: Seiten 197–228, 1970. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1970.tb01766.x.
- [67] P. Welch. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, Band 15, Nr. 2: Seiten 70–73, 1967. DOI: 10.1109/TAU.1967.1161901.
- [68] Christoph Rauscher, Volker Janssen und Roland Minihold. Fundamentals of spectrum analysis. Rohde & Schwarz, München, 5. Auflage, 2001. ISBN: 978-3-939837-01-5.
- [69] Howard Levi. A Geometric Construction of the Dirichlet Kernel. *Transactions of the New York Academy of Sciences*, Band 36, Nr. 7 Series II: Seiten 640–643, 1974. DOI: 10.1111/j.2164-0947.1974.tb03023.x.
- [70] G. D. Swann und S. Kamalasadan. An approach for temperature and frequency control of a crystal oscillator. In *2008 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, Seiten 2976–2981, 2009. DOI: 10.1109/IECON.2008.4758434.
- [71] M. S. Bartlett. Smoothing Periodograms from Time-Series with Continuous Spectra. *Nature*, Band 161, Nr. 4096: Seiten 686–687, 1948. DOI: 10.1038/161686a0.
- [72] G. Heinzel, A. Rüdiger und R. Schilling. Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier Transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows. Max-Planck-Institut fuer Gravitationsphysik (Albert-Einstein-Institut), Hannover, 2002.
- [73] Luigi Salvatore und Amerigo Trotta. Flat-top windows for PWM waveform processing via DFT. *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*, Band 135, Nr. 6: Seiten 346–361, 1988. DOI: 10.1049/ip-b.1988.0038.
- [74] R. B. Blackman und J. W. Tukey. The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering — Part I. *The Bell System Technical Journal*, Band 37, Nr. 1: Seiten 185–282, 1958. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1958.tb03874.x.
- [75] M. S. Bartlett. Periodogram Analysis and Continuous Spectra. *Biometrika*, Band 37, Nr. 1/2: Seiten 1, 1950. DOI: 10.2307/2332141.
- [76] F. F. Kuo und J. F. Kaiser. System Analysis by Digital Computer. John Wiley and Sons, New York, 1966.

- [77] J. Kaiser und R. Schafer. On the use of the I0-Sinh Window for Spectrum Analysis. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Band 28, Nr. 1: Seiten 105–107, 1980. DOI: 10.1109/TASSP.1980.1163349.
- [78] A. Nuttall. Some windows with very good sidelobe behavior. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Band 29, Nr. 1: Seiten 84–91, 1981. DOI: 10.1109/TASSP.1981.1163506.
- [79] D. Macii, D. Petri und A. Zorat. Accuracy Analysis and Enhancement of DFT-Based Synchrophasor Estimators in Off-Nominal Conditions. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 61, Nr. 10: Seiten 2653–2664, 2012. DOI: 10.1109/TIM.2012.2199197.
- [80] Dario Petri, Daniele Fontanelli und David Macii. A Frequency-Domain Algorithm for Dynamic Synchrophasor and Frequency Estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 63, Nr. 10: Seiten 2330–2340, 2014. DOI: 10.1109/TIM.2014.2308996.
- [81] Krzysztof Duda, Tomasz P. Zielinski und Szymon H. Barcentewicz. Perfectly Flat-Top and Equiripple Flat-Top Cosine Windows. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 65, Nr. 7: Seiten 1558–1567, 2016. DOI: 10.1109/TIM.2016.2534398.
- [82] Irini S. Reljin, Branimir D. Reljin und Veljko D. Papic. Extremely Flat-Top Windows for Harmonic Analysis. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 56, Nr. 3: Seiten 1025–1041, 2007. DOI: 10.1109/TIM.2007.894889.
- [83] Daniel Belega und Dario Petri. Sine-wave parameter estimation by interpolated DFT method based on new cosine windows with high interference rejection capability. *Digital Signal Processing*, Band 33, Nr. 6: Seiten 60–70, 2014. DOI: 10.1016/j.dsp.2014.07.003.
- [84] Xianzhong Dai und R. Gretsch. Quasi-synchronous sampling algorithm and its applications. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 43, Nr. 2: Seiten 204–209, 1994. DOI: 10.1109/19.293421.
- [85] Yeong Ho Ha und J. A. Pearce. A new window and comparison to standard windows. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Band 37, Nr. 2: Seiten 298–301, 1989. DOI: 10.1109/29.21693.
- [86] Joao Francisco Justo und Wesley Beccaro. Generalized Adaptive Polynomial Window Function. *IEEE Access*, Band 8: Seiten 187584–187589, 2020. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3030903.
- [87] A. Cataliotti, D. Di Cara, A. E. Emanuel und S. Nuccio. A Novel Approach to Current Transformer Characterization in the Presence of Harmonic Distortion. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 58, Nr. 5: Seiten 1446–1453, 2009. DOI: 10.1109/TIM.2008.2009419.
- [88] Michal Kaczmarek und Ernest Stano. Nonlinearity of Magnetic Core in Evaluation of Current and Phase Errors of Transformation of Higher Harmonics of Distorted Current by Inductive Current Transformers. *IEEE Access*, Band 8: Seiten 118885–118898, 2020. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3005331.

- [89] E.-P. Suomalainen und J. K. Hallstrom. Onsite Calibration of a Current Transformer Using a Rogowski Coil. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 58, Nr. 4: Seiten 1054–1058, 2009. DOI: 10.1109/TIM.2008.2007031.
- [90] D. Gallo, C. Landi und M. Luiso. Real-Time Digital Compensation of Current Transformers Over a Wide Frequency Range. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 59, Nr. 5: Seiten 1119–1126, 2010. DOI: 10.1109/TIM.2010.2044616.
- [91] Mohammad Hamed Samimi, Arash Mahari, Mohammad Ali Farahnakian und Hossein Mohseni. The Rogowski Coil Principles and Applications: A Review. *IEEE Sensors Journal*, Band 15, Nr. 2: Seiten 651–658, 2015. DOI: 10.1109/JSEN.2014.2362940.
- [92] L. Ferkovic, D. Ilic und R. Malaric. Mutual Inductance of a Precise Rogowski Coil in Dependence of the Position of Primary Conductor. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 58, Nr. 1: Seiten 122–128, 2009. DOI: 10.1109/TIM.2008.928412.
- [93] A. Mingotti, L. Peretto und R. Tinarelli. Effects of Multiple Influence Quantities on Rogowski-Coil-Type Current Transformers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 69, Nr. 7: Seiten 4827–4834, 2020. DOI: 10.1109/TIM.2019.2953419.
- [94] Alessandro Mingotti, Lorenzo Peretto und Roberto Tinarelli. A Smart Frequency Domain-Based Modeling Procedure of Rogowski Coil for Power Systems Applications. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 69, Nr. 9: Seiten 6748–6755, 2020. DOI: 10.1109/TIM.2020.2986864.
- [95] B. Djokic. Calibration of Rogowski Coils at Power Frequencies Using Digital Sampling. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 58, Nr. 4: Seiten 751–755, 2009. DOI: 10.1109/TIM.2008.2011093.
- [96] Antonio Cataliotti, Dario Di Cara, Alexander E. Emanuel, Salvatore Nuccio und Giovanni Tine. Characterization and Error Compensation of a Rogowski Coil in the Presence of Harmonics. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 60, Nr. 4: Seiten 1175–1181, 2011. DOI: 10.1109/TIM.2010.2090694.
- [97] Esmail Hemmati und S. Mohammad Shahrtash. Digital Compensation of Rogowski Coil’s Output Voltage. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 62, Nr. 1: Seiten 71–82, 2013. DOI: 10.1109/TIM.2012.2212502.
- [98] L. Cristaldi, A. Ferrero, M. Lazzaroni und R. T. Ottoboni. A linearization method for commercial Hall-effect current transducers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 50, Nr. 5: Seiten 1149–1153, 2001. DOI: 10.1109/19.963175.
- [99] Sadik Kucuksari und George G. Karady. Experimental Comparison of Conventional and Optical Current Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 25, Nr. 4: Seiten 2455–2463, 2010. DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2050010.
- [100] Sadik Kucuksari und George G. Karady. Complete Model Development for an Optical Current Transformer. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 27, Nr. 4: Seiten 1755–1762, 2012. DOI: 10.1109/TPWRD.2012.2203155.

- [101] Mohamed Ouameur, Francois Ziade und Yann Le Bihan. Toward a Calculable Standard Shunt for Current Measurements at 10 A and Up To 1 MHz. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 68, Nr. 6: Seiten 2215–2222, 2019. DOI: 10.1109/TIM.2018.2884553.
- [102] C. Svelto, M. Ottoboni und A. M. Ferrero. Optically-supplied voltage transducer for distorted signals in high-voltage systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 49, Nr. 3: Seiten 550–554, 2000. DOI: 10.1109/19.850393.
- [103] Mauro Zucca, Mohammad Modarres, Umberto Pogliano und Danilo Serazio. 1-kV Wideband Voltage Transducer, a Novel Method for Calibration, and a Voltage Measurement Chain. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 69, Nr. 4: Seiten 1753–1764, 2020. DOI: 10.1109/TIM.2019.2912589.
- [104] Marco Faifer, Christian Laurano, Roberto Ottoboni, Sergio Toscani und Michele Zanoni. Nonlinear Behavioral Modelling of Voltage Transformers in the Frequency Domain: Comparing Different Approaches. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Seite 1, 2020. DOI: 10.1109/TIM.2020.2987740.
- [105] Harold Kirkham und Artis Riepnieks. Dealing with non-stationary signals: Definitions, considerations and practical implications. In *2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*, Seiten 1–5, Piscataway, NJ, 2016. IEEE. DOI: 10.1109/PESGM.2016.7741270.
- [106] Andrew J. Roscoe, Adam Dysko, Ben Marshall, Martin Lee, Harold Kirkham und Gert Rietveld. The Case for Redefinition of Frequency and ROCOF to Account for AC Power System Phase Steps. In *IEEE International Workshop on Applied Measurements for Power Systems (AMPS)*, Seiten 1–6, Liverpool, Vereinigtes Königreich, 2017. IEEE. DOI: 10.1109/AMPS.2017.8078330.
- [107] Harold Kirkham, William Dickerson und Arun Phadke. Defining Power System Frequency. In *2018 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, Seiten 1–5, Piscataway, NJ, 2018. IEEE. DOI: 10.1109/PESGM.2018.8586583.
- [108] A. J. Roscoe, S. M. Blair, B. Dickerson und G. Rietveld. Dealing With Front-End White Noise on Differentiated Measurements Such as Frequency and ROCOF in Power Systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 67, Nr. 11: Seiten 2579–2591, 2018. DOI: 10.1109/TIM.2018.2822438.
- [109] Thomas Rump. Kurzzeitverhalten von leistungselektronisch angekoppelten Verbrauchern mit frequenzabhängiger netzdienlicher Regelung (Dissertation). Institut für Elektrische Energietechnik, Universität Rostock, 2019. DOI: 10.18453/ROSDOK_ID00002509.
- [110] M. M. Begovic, P. M. Djuric, S. Dunlap und A. G. Phadke. Frequency tracking in power networks in the presence of harmonics. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 8, Nr. 2: Seiten 480–486, 1993. DOI: 10.1109/61.216849.
- [111] Markus Jaschinsky. Untersuchung des Zusammenhangs zwischen gemessener Netzfrequenz und Regelernergieeinsatz als Basis eines Reglerentwurfs zum Intraday Lastmanagement. Diplomarbeit, Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, Hamburg, 2012.

- [112] R. W. Wall. Simple methods for detecting zero crossing. In IECON '03, Seiten 2477–2481, Piscataway, NJ, 2003. IEEE Service Center. DOI: 10.1109/IECON.2003.1280634.
- [113] A. G. Phadke, J. S. Thorp und M. G. Adamiak. A New Measurement Technique for Tracking Voltage Phasors, Local System Frequency, and Rate of Change of Frequency. IEEE Power Engineering Review, Band PER-3, Nr. 5: Seiten 23, 1983. DOI: 10.1109/MPER.1983.5519136.
- [114] Kenneth E. Martin. Synchrophasor Measurements Under the IEEE Standard C37.118.1-2011 With Amendment C37.118.1a. IEEE Transactions on Power Delivery, Band 30, Nr. 3: Seiten 1514–1522, 2015. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2403591.
- [115] Chathura Thilakarathne, Lasantha Meegahapola und Nuwantha Fernando. Improved Synchrophasor Models for Power System Dynamic Stability Evaluation Based on IEEE C37.118.1 Reference Architecture. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 66, Nr. 11: Seiten 2937–2947, 2017. DOI: 10.1109/TIM.2017.2714558.
- [116] Grazia Barchi, David Macii, Daniel Belega und Dario Petri. Performance of Synchrophasor Estimators in Transient Conditions: A Comparative Analysis. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 62, Nr. 9: Seiten 2410–2418, 2013. DOI: 10.1109/TIM.2013.2270926.
- [117] Innocent Kamwa, S. R. Samantaray und Geza Joos. Wide Frequency Range Adaptive Phasor and Frequency PMU Algorithms. IEEE Transactions on Smart Grid, Band 5, Nr. 2: Seiten 569–579, 2014. DOI: 10.1109/TSG.2013.2264536.
- [118] Lingwei Zhan, Yong Liu und Yilu Liu. A Clarke Transformation-Based DFT Phasor and Frequency Algorithm for Wide Frequency Range. IEEE Transactions on Smart Grid, Band 9, Nr. 1: Seiten 67–77, 2018. DOI: 10.1109/TSG.2016.2544947.
- [119] Daniel Belega und Dario Petri. Accuracy Analysis of the Multicycle Synchrophasor Estimator Provided by the Interpolated DFT Algorithm. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 62, Nr. 5: Seiten 942–953, 2013. DOI: 10.1109/TIM.2012.2236777.
- [120] Paolo Romano und Mario Paolone. Enhanced Interpolated-DFT for Synchrophasor Estimation in FPGAs: Theory, Implementation, and Validation of a PMU Prototype. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 63, Nr. 12: Seiten 2824–2836, 2014. DOI: 10.1109/TIM.2014.2321463.
- [121] Asja Derviskadic, Paolo Romano und Mario Paolone. Iterative-Interpolated DFT for Synchrophasor Estimation: A Single Algorithm for P- and M-Class Compliant PMUs. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 67, Nr. 3: Seiten 547–558, 2018. DOI: 10.1109/TIM.2017.2779378.
- [122] Guglielmo Frigo, Asja Derviskadic und Mario Paolone. Impact of Fundamental Frequency Definition in IpDFT-based PMU Estimates in Fault Conditions. In IEEE International Workshop on Applied Measurements for Power Systems (AMPS), Seiten 117–122, Aachen, Deutschland, 2019. IEEE.
- [123] Masoud Karimi-Ghartemani, Boon-Teck Ooi und Alireza Bakhshai. Application of Enhanced Phase-Locked Loop System to the Computation of Synchrophasors. IEEE Transactions on Power Delivery, Band 26, Nr. 1: Seiten 22–32, 2011. DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2064341.

- [124] Innocent Kamwa, S. R. Samantaray und Geza Joos. Compliance Analysis of PMU Algorithms and Devices for Wide-Area Stabilizing Control of Large Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Band 28, Nr. 2: Seiten 1766–1778, 2013. DOI: 10.1109/TPWRS.2012.2221168.
- [125] Paolo Castello, Junqi Liu, Carlo Muscas, Paolo Attilio Pegoraro, Ferdinanda Ponci und Antonello Monti. A Fast and Accurate PMU Algorithm for P+M Class Measurement of Synchrophasor and Frequency. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 63, Nr. 12: Seiten 2837–2845, 2014. DOI: 10.1109/TIM.2014.2323137.
- [126] Matteo Bertocco, Guglielmo Frigo, Claudio Narduzzi, Carlo Muscas und Paolo Attilio Pegoraro. Compressive Sensing of a Taylor-Fourier Multifrequency Model for Synchrophasor Estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 64, Nr. 12: Seiten 3274–3283, 2015. DOI: 10.1109/TIM.2015.2450295.
- [127] Paolo Castello, Roberto Ferrero, Paolo Attilio Pegoraro und Sergio Toscani. Space Vector Taylor-Fourier Models for Synchrophasor, Frequency, and ROCOF Measurements in Three-Phase Systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 68, Nr. 5: Seiten 1313–1321, 2019. DOI: 10.1109/TIM.2019.2905747.
- [128] Tianshu Bi, Hao Liu, Qian Feng, Cheng Qian und Yilu Liu. Dynamic Phasor Model-Based Synchrophasor Estimation Algorithm for M-Class PMU. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 30, Nr. 3: Seiten 1162–1171, 2015. DOI: 10.1109/TPWRD.2014.2353816.
- [129] Jinfeng Ren und Mladen Kezunovic. Real-Time Power System Frequency and Phasors Estimation Using Recursive Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 26, Nr. 3: Seiten 1392–1402, 2011. DOI: 10.1109/TPWRD.2011.2135385.
- [130] Cheng Qian und Mladen Kezunovic. A Power Waveform Classification Method for Adaptive Synchrophasor Estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 67, Nr. 7: Seiten 1646–1658, 2018. DOI: 10.1109/TIM.2018.2803938.
- [131] Chris Chatfield. *The analysis of time series: An introduction*. Texts in statistical science. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 6. ed., 2004. ISBN: 9781584883173.
- [132] Arthur Schuster. On the investigation of hidden periodicities with application to a supposed 26 day period of meteorological phenomena. *Journal of Geophysical Research*, Band 3, Nr. 1: Seiten 13, 1898. DOI: 10.1029/TM003i001p00013.
- [133] C. Rader. An improved algorithm for high speed autocorrelation with applications to spectral estimation. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, Band 18, Nr. 4: Seiten 439–441, 1970. DOI: 10.1109/TAU.1970.1162147.
- [134] P. E. Johnson und D. G. Long. The probability density of spectral estimates based on modified periodogram averages. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Band 47, Nr. 5: Seiten 1255–1261, 1999. DOI: 10.1109/78.757213.
- [135] K. Barbe, R. Pintelon und J. Schoukens. Welch Method Revisited: Nonparametric Power Spectrum Estimation Via Circular Overlap. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Band 58, Nr. 2: Seiten 553–565, 2010. DOI: 10.1109/TSP.2009.2031724.

- [136] Krzysztof Duda und Szymon Barcentewicz. Interpolated DFT for $\sin^\alpha(x)$ Windows. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 63, Nr. 4: Seiten 754–760, 2014. DOI: 10.1109/TIM.2013.2285795.
- [137] D. Agrez. Weighted multipoint interpolated DFT to improve amplitude estimation of multifrequency signal. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 51, Nr. 2: Seiten 287–292, 2002. DOI: 10.1109/19.997826.
- [138] D. Agrez. Frequency estimation of the non-stationary signals using interpolated DFT. In The frontier of instrumentation and measurement, Seiten 925–930, Piscataway, NJ, 2002. IEEE Service Center. DOI: 10.1109/IMTC.2002.1007077.
- [139] Tomas Radil, Pedro M. Ramos und A. Cruz Serra. New Spectrum Leakage Correction Algorithm for Frequency Estimation of Power System Signals. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 58, Nr. 5: Seiten 1670–1679, 2009. DOI: 10.1109/TIM.2009.2014506.
- [140] Dirk Blume. Informationstechnische Analyse leitungsgebundener Netzzrückwirkungen (Dissertation). Technische Universität Dortmund, Dortmund, 1994.
- [141] Thomas Reck und Tefvik Sezi. Patentschrift DE 44 20 348 C1: Verfahren zum Ermitteln von harmonischen Oberschwingungen zu einer Grundschiwingung eines elektrischen Signals. Veröffentlichungsdatum: 21.09.1995.
- [142] A. Ferrero und R. Ottoboni. High-accuracy Fourier analysis based on synchronous sampling techniques. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 41, Nr. 6: Seiten 780–785, 1992. DOI: 10.1109/19.199406.
- [143] A. Ferrero und R. Ottoboni. A low-cost frequency multiplier for synchronous sampling of periodic signals. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 41, Nr. 2: Seiten 203–207, 1992. DOI: 10.1109/19.137348.
- [144] R. Iuzzolino und W.G.K. Ihlenfeld. High-Accuracy Methods and Measurement Procedures for Power Quality Parameters Using the Digital Synchronous Sampling Technique. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 56, Nr. 2: Seiten 426–430, 2007. DOI: 10.1109/TIM.2007.890625.
- [145] Yadong Song und Canmei Yang. A harmonic analysis algorithm based on synchronous sampling. In 2014 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC 2014), Seiten 128–132, Piscataway, NJ, 2014. IEEE. DOI: 10.1109/ICSPCC.2014.6986167.
- [146] Gerd Bumiller. Patentschrift DE 10 2016 010 634 B3 2018.01.11: System und Verfahren zur Messung der Netzfrequenz von elektrischen Energieversorgungsnetzen mit hoher Genauigkeit und schneller Reaktion. Veröffentlichungsdatum: 11.01.2018.
- [147] Gerd Bumiller. Patentschrift DE 10 2016 002 267 B4 2017.09.14: Anordnung und Verfahren zur Messung der elektrischen Eigenschaften am Anschlusspunkt eines elektrischen Energieversorgungsnetzes, von daran angeschlossenen Erzeugern, Verbrauchern oder Teilnetzen. Veröffentlichungsdatum: 14.09.2017.
- [148] J. F. Hauer, C. J. Demeure und L. L. Scharf. Initial results in Prony analysis of power system response signals. IEEE Transactions on Power Systems, Band 5, Nr. 1: Seiten 80–89, 1990. DOI: 10.1109/59.49090.

- [149] Werner Bäni. Wavelets: Eine Einführung für Ingenieure. R. Oldenbourg Verlag, München and Wien, 2., überarbeitete Auflage, 2005. DOI: 10.1524/9783486594003.
- [150] PEL 102/103/104 Leistungs- und Energieregistriergerät. Bedienungsanleitung, Chauvin Arnoux Group.
- [151] Jian Sun. Impedance-Based Stability Criterion for Grid-Connected Inverters. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 26, Nr. 11: Seiten 3075–3078, 2011. DOI: 10.1109/TPEL.2011.2136439.
- [152] Yuanbin He, Henry Shu-Hung Chung, Chun-Tak Lai, Xin Zhang und Weimin Wu. Active Cancellation of Equivalent Grid Impedance for Improving Stability and Injected Power Quality of Grid-Connected Inverter Under Variable Grid Condition. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 33, Nr. 11: Seiten 9387–9398, 2018. DOI: 10.1109/TPEL.2018.2793459.
- [153] George Hallak und Gerd Bumiller. Time variant voltage and current modeling corresponding to access impedance measurements. In 2018 IEEE International Symposium on Power Line Communications and its Applications (ISPLC), Seiten 1–6, Piscataway, NJ, 2018. IEEE. DOI: 10.1109/ISPLC.2018.8360226.
- [154] Marco Liserre, Frede Blaabjerg und Remus Teodorescu. Grid Impedance Estimation via Excitation of *LCL*-Filter Resonance. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 43, Nr. 5: Seiten 1401–1407, 2007. DOI: 10.1109/TIA.2007.904439.
- [155] Nils Hoffmann und Friedrich Wilhelm Fuchs. Minimal Invasive Equivalent Grid Impedance Estimation in Inductive–Resistive Power Networks Using Extended Kalman Filter. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 29, Nr. 2: Seiten 631–641, 2014. DOI: 10.1109/TPEL.2013.2259507.
- [156] M. Cespedes und Jian Sun. Impedance Modeling and Analysis of Grid-Connected Voltage-Source Converters. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 29, Nr. 3: Seiten 1254–1261, 2014. DOI: 10.1109/TPEL.2013.2262473.
- [157] Mauricio Cespedes und Jian Sun. Adaptive Control of Grid-Connected Inverters Based on Online Grid Impedance Measurements. IEEE Transactions on Sustainable Energy, Band 5, Nr. 2: Seiten 516–523, 2014. DOI: 10.1109/TSTE.2013.2295201.
- [158] Zhixiang Zou, Marco Liserre, Zheng Wang und Ming Cheng. Modeling and Stability Analysis of a Smart Transformer-Fed Grid. IEEE Access, Band 8: Seiten 91876–91885, 2020. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2993558.
- [159] Yunjie Gu, Yitong Li, Yue Zhu und Timothy C. Green. Impedance-Based Whole-System Modeling for a Composite Grid via Embedding of Frame Dynamics. IEEE Transactions on Power Systems, Band 36, Nr. 1: Seiten 336–345, 2021. DOI: 10.1109/TPWRS.2020.3004377.
- [160] Jin Hui, Walimir Freitas, Jose C. M. Vieira, Honggeng Yang und Yamei Liu. Utility Harmonic Impedance Measurement Based on Data Selection. IEEE Transactions on Power Delivery, Band 27, Nr. 4: Seiten 2193–2202, 2012. DOI: 10.1109/TPWRD.2012.2207969.
- [161] Duan Serfontein, Johan Rens, Gerhard Botha und Jan Desmet. Continuous Event-Based Harmonic Impedance Assessment Using Online Measurements. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Band 65, Nr. 10: Seiten 2214–2220, 2016. DOI: 10.1109/TIM.2016.2600038.

- [162] Qin Shu, Yayue Wu, Fangwei Xu und Hongru Zheng. Estimate Utility Harmonic Impedance via the Correlation of Harmonic Measurements in Different Time Intervals. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 35, Nr. 4: Seiten 2060–2067, 2020. DOI: 10.1109/TPWRD.2019.2960415.
- [163] A. de Oliveira, J. C. de Oliveira, J. W. Resende und M. S. Miskulin. Practical approaches for AC system harmonic impedance measurements. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 6, Nr. 4: Seiten 1721–1726, 1991. DOI: 10.1109/61.97712.
- [164] L. Angrisani, A. Baccigalupi und A. Pietrosanto. A digital signal-processing instrument for impedance measurement. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 45, Nr. 6: Seiten 930–934, 1996. DOI: 10.1109/19.543988.
- [165] M. Nagpal, W. Xu und J. Sawada. Harmonic impedance measurement using three-phase transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 13, Nr. 1: Seiten 272–277, 1998. DOI: 10.1109/61.660889.
- [166] George Hallak, Christoph Nieß und Gerd Bumiller. Accurate Low Access Impedance Measurements With Separated Load Impedance Measurements on the Power-Line Network. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Band 67, Nr. 10: Seiten 2282–2293, 2018. DOI: 10.1109/TIM.2018.2814138.
- [167] Christoph Nieß und Gerd Bumiller. Impedance Measurement System for Actively Transmitting Loads on Power Line. In *2020 IEEE International Symposium on Power Line Communications and its Applications (ISPLC)*, Seiten 1–5. IEEE, 5/11/2020 - 5/13/2020. DOI: 10.1109/ISPLC48789.2020.9115389.
- [168] A. E. Emanuel. Apparent power definitions for three-phase systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Band 14, Nr. 3: Seiten 767–772, 1999. DOI: 10.1109/61.772313.
- [169] Harold Kirkham, Alexander Emanuel, Mihaela Albu und David Lavery. Resolving the reactive power question. In *IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, Seiten 1–6, Auckland, Neuseeland, 2019. IEEE. DOI: 10.1109/I2MTC.2019.8826915.
- [170] E. Hogenauer. An economical class of digital filters for decimation and interpolation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Band 29, Nr. 2: Seiten 155–162, 1981. DOI: 10.1109/TASSP.1981.1163535.
- [171] Roland W. Freund und Ronald H. W. Hoppe. *Stoer/Bulirsch: Numerische Mathematik. Springer-Lehrbuch*. Springer, Berlin and Heidelberg and New York, Zehnte, neu bearbeitete Auflage, 2007. DOI: 10.1007/978-3-540-45390-1.
- [172] Milton Abramowitz und Irene A. Stegun, Hrsg. *Handbook of mathematical functions: With formulas, graphs, and mathematical tables*. Dover books on mathematics. Dover Publ, New York, NY, 1972.
- [173] Wolfgang Hess. *Digitale Filter: Eine Einführung*. Teubner-Studienbücher Elektrotechnik. Teubner, Stuttgart, 2., vollst. überarb. und erw. Aufl., 1993. DOI: 10.1007/978-3-322-96768-8.
- [174] R. E. Crochiere und L. R. Rabiner. Interpolation and decimation of digital signals—A tutorial review. *Proceedings of the IEEE*, Band 69, Nr. 3: Seiten 300–331, 1981. DOI: 10.1109/PROC.1981.11969.

- [175] Gang Li. A stable and efficient adaptive notch filter for direct frequency estimation. IEEE Transactions on Signal Processing, Band 45, Nr. 8: Seiten 2001–2009, 1997. DOI: 10.1109/78.611196.
- [176] Masoud Karimi-Ghartemani, Hrsg. Enhanced phase-locked loop structures for power and energy applications, Band 13. IEEE Press and Wiley, Piscataway, NJ and Hoboken, New Jersey, 2014. DOI: 10.1002/9781118795187.
- [177] Walt Kester. Taking the Mystery out of the Infamous Formula, " $\text{SNR} = 6.02N + 1.76\text{dB}$," and Why You Should Care (MT-001 TUTORIAL), Analog Devices, Inc.
- [178] Jörg Kahlert. Crash-Kurs Regelungstechnik: Eine praxisorientierte Einführung mit Begleit-Software. VDE-Verl., Berlin/Offenbach, 2010. ISBN: 978-3-8007-3066-7.
- [179] Pico Technology Ltd. PicoScope 4824 Datenblatt.
- [180] K. Weiss, B. Gniewinska und L. Nafalski. The modern OCXO quartz oscillators requirements and parameters. In Proceedings of LFNM 2004, Seiten 209–212, Piscataway, N.J, 2004. IEEE. DOI: 10.1109/LFNM.2004.1382468.
- [181] Joachim Hartung, Bärbel Elpelt und Karl-Heinz Klösener. Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik. Oldenbourg, München, 15., überarb. und wesentlich erw. Aufl., 2009. DOI: 10.1524/9783486710540.
- [182] István Erlich. Analyse und Simulation des dynamischen Verhaltens von Elektroenergiesystemen (Habilitationsschrift). Fakultät Elektrotechnik der Technischen Universität Dresden, 1995.
- [183] Melanie Herzig und Jens Paetzold. Feasibility study on the Rate of Change of Frequency requirements in VDE-AR-N 4120. In Internationaler ETG-Kongress 2019, ETG-Fachbericht, Esslingen am Neckar, 2019. VDE Verlag. ISBN: 978-3-8007-4954-6.
- [184] Martin Hermann. Numerische Mathematik. Oldenbourg Verlag, München, 2., überarbeitete und erweiterte Auflage, 2006. DOI: 10.1524/9783486595055.
- [185] LEM International SA. LEM RT 2000 Datenblatt. Dezember 2013.
- [186] Meinberg Funkuhren GmbH & Co. KG. Handbuch SyncBox N2X.
- [187] Keysight Technologies Inc. Keysight 33600A Series Trueform Waveform Generators Datenblatt, Keysight Technologies, Inc.
- [188] Hans Wilhelm Alt. Lineare Funktionalanalysis. Springer Berlin/Heidelberg, 2006. DOI: 10.1007/3-540-34187-0.

Normenverzeichnis

- [N1] DIN EN 61000-2-2:2020-05, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 2-2: Umgebungsbedingungen – Verträglichkeitspegel für niederfrequente leitungsgeführte Störgrößen und Signalübertragung in öffentlichen Niederspannungsnetzen (IEC 61000-2-2:2002 + A1:2017 + A2:2018); Deutsche Fassung.
- [N2] DIN EN 50065-1:2012-01, Signalübertragung auf elektrischen Niederspannungsnetzen im Frequenzbereich 3 kHz bis 148,5 kHz, Teil 1: Allgemeine Anforderungen, Frequenzbänder und elektromagnetische Störungen (VDE 0808-1).
- [N3] DIN EN 61000-4-19:2015-03, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 4-19: Prüf- und Messverfahren – Prüfung der Störfestigkeit an Wechselstrom-Netzanschlüssen gegen leitungsgeführte symmetrische Störgrößen und Störgrößen aus der Signalübertragung im Frequenzbereich von 2 kHz bis 150 kHz (IEC 61000-4-19:2014); Deutsche Fassung (VDE 0847-4-19).
- [N4] DIN EN 61000-4-30:2016-01, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 4-30: Prüf- und Messverfahren – Verfahren zur Messung der Spannungsqualität (IEC 61000-4-30:2015); Deutsche Fassung (VDE 0847-4-30).
- [N5] VDE-AR-N 4130:2018-11, Technische Regeln für den Anschluss von Kundenanlagen an das Höchstspannungsnetz und deren Betrieb (TAR Höchstspannung), Anwendungsregel.
- [N6] DIN EN 61000-4-7: 2009-12, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 4-7: Prüf- und Messverfahren – Allgemeiner Leitfaden für Verfahren und Geräte zur Messung von Oberschwingungen und Zwischenharmonischen in Stromversorgungsnetzen und angeschlossenen Geräten (IEC 61000-4-7:2002 + A1:2008); Deutsche Fassung (VDE 0847-4-7).
- [N7] IEEE/IEC 60255-118-1:2018-12, Measuring relays and protection equipment - Part 118-1: Synchrophasor for power systems - Measurements. DOI: 10.1109/IEEESTD.2018.8577045.
- [N8] EN 50160:2010 + Cor.:2010 + A1:2015 + A2:2019 + A3:2019, Merkmale der Spannung in öffentlichen Elektrizitätsversorgungsnetzen; Deutsche Fassung.
- [N9] DIN EN 61000-4-15:2011-10, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 4-15: Prüf- und Messverfahren – Flickermeter – Funktionsbeschreibung und Auslegungsspezifikation (IEC 61000-4-15:2010); Deutsche Fassung (VDE 0847-4-15).
- [N10] DIN 1319-1:1995-01, Grundlagen der Meßtechnik - Teil 1: Grundbegriffe.
- [N11] DIN 1319-2:2005-10, Grundlagen der Messtechnik - Teil 2: Begriffe für Messmittel.
- [N12] IEEE Standard for Synchrophasor Data Transfer for Power Systems, IEEE Std C37.118.2-2011. DOI: 10.1109/IEEESTD.2011.6111222.

- [N13] DIN EN 61869-1:2010-04, Messwandler, Teil 1: Allgemeine Anforderungen (IEC 61869-1:2007, modifiziert); Deutsche Fassung (VDE 0414-9-1).
- [N14] DIN EN 61869-2:2013-07, Messwandler, Teil 2: Zusätzliche Anforderungen für Stromwandler (IEC 61869-2:2012); Deutsche Fassung (VDE 0414-9-2).
- [N15] DIN EN 61869-3:2012-05, Messwandler, Teil 3: Zusätzliche Anforderungen für induktive Spannungswandler (IEC 61869-3:2011); Deutsche Fassung (VDE 0414-9-3).
- [N16] DIN EN 61869-4:2015-04, Messwandler, Teil 4: Zusätzliche Anforderungen für kombinierte Wandler (IEC 61869-4:2013); Deutsche Fassung (VDE 0414-9-4).
- [N17] DIN EN 61869-5:2012-05, Messwandler, Teil 5: Zusätzliche Anforderungen für kapazitive Spannungswandler (IEC 61869-5:2011); Deutsche Fassung (VDE 0414-9-5).
- [N18] DIN EN 61869-6:2017-06, Messwandler, Teil 6: Zusätzliche allgemeine Anforderungen für Kleinsignal-Messwandler (IEC 61869-6:2016); Deutsche Fassung (VDE 0414-9-6).
- [N19] DIN IEC/TR 61869-103:2013-02, Messwandler, Anwendung von Messwandlern bei der Messung der Spannungsqualität (VDE 0414-9-103).
- [N20] DIN EN 60044-7:2000-11, Messwandler, Elektronische Spannungswandler (IEC 60044-7:1999); Deutsche Fassung (VDE 0414-44-7).
- [N21] DIN EN 60044-8:2003-06, Messwandler, Teil 8: Elektronische Stromwandler (IEC 60044-8:2002); Deutsche Fassung (VDE 0414-44-8).
- [N22] IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions, IEEE Std 1459-2010. DOI: 10.1109/IEEESTD.2010.5953405.
- [N23] DIN 40110-1:1994-03, Wechselstromgrößen; Zweileiter-Stromkreise.
- [N24] DIN EN IEC 61000-3-2:2019-12, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 3-2: Grenzwerte – Grenzwerte für Oberschwingungsströme (Geräte-Eingangsstrom ≤ 16 A je Leiter) (IEC 61000-3-2:2018); Deutsche Fassung (VDE 0838-2).
- [N25] DIN EN 61000-3-12:2012-06, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 3-12: Grenzwerte – Grenzwerte für Oberschwingungsströme, verursacht von Geräten und Einrichtungen mit einem Eingangsstrom > 16 A und ≤ 75 A je Leiter, die zum Anschluss an öffentliche Niederspannungsnetze vorgesehen sind (IEC 61000-3-12:2011); Deutsche Fassung (VDE 0838-12).
- [N26] DIN EN 61000-6-3:2011-09, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 6-3: Fachgrundnormen – Störaussendung für Wohnbereich, Geschäfts- und Gewerbebereiche sowie Kleinbetriebe (IEC 61000-6-3:2006 + A1:2010); Deutsche Fassung (VDE 0839-6-3).
- [N27] DIN EN 61000-6-4:2011-09, Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV), Teil 6-4: Fachgrundnormen – Störaussendung für Industriebereiche (IEC 61000-6-4:2006 + A1:2010); Deutsche Fassung (VDE 0839-6-4).

- [N28] IEEE Standard for a Precision Clock Synchronization Protocol for Networked Measurement and Control Systems, IEEE Std 1588-2019. DOI: 10.1109/IEEESTD.2020.9120376.
- [N29] VDE-AR-N 4120:2018-11, Technische Regeln für den Anschluss von Kundenanlagen an das Hochspannungsnetz und deren Betrieb (TAR Hochspannung), Anwendungsregel.
- [N30] IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic, IEEE Std 754-2019. DOI: 10.1109/IEEESTD.2019.8766229.