

Ingenieurzentrum Schiffbau GmbH
Fachbereich Schiffbaumechanik

F/E-Thema: CAD-Moduln und Modellfindung zur
Schwingungsprojektierung

Bericht 4: Entwicklung des Programmes MODIFY
zur Simulation von Systemmodifi-
kationen auf der Grundlage gemessener
Modalparameter

Rostock, den 15. 12. 1990

Dr.sc.techn. Thorbeck
Verantwortl. Bearbeiter

1. Einleitung

Der entwickelte Stand der Techniken zur Messung von Frequenzgängen (Impact-Meßtechnik, Erregermessung mit stufenweiser harmonischer Erregung und Pseudozufalls-Erregung) und die Anwendung modalanalytischer Verfahren zur Bestimmung modaler Parameter aus Frequenzgängen gestattet die weitere Verwendung der Modalparameter für die rechnerische Simulation von Systemveränderungen, ohne daß das System selbst in seinen Masse- und Steifigkeitsgrößen bekannt ist. Damit eröffnet sich die Möglichkeit, das Verhalten von rechnerisch unzugänglichen oder unbekanntem Strukturen bei definierten Systemveränderungen vorauszusagen.

Die theoretischen Grundlagen wurden einem Vortrag von Wahl /1/ sowie einem Buch von Ewins /2/ entnommen.

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Freie Schwingungen

Die freien Schwingungen eines schwingungsfähigen Ausgangssystems werden durch die DGL (1) beschrieben:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (1)$$

[M] - Massenmatrix $m \times m$

[K] - Steifigkeitsmatrix $m \times m$

m - Anzahl der Freiheitsgrade

Im praktischen Anwendungsfall sind die Elemente der Matrizen [M] und [K] unbekannt.

Die (hier nicht durchführbare) Lösung des Systems würde die Eigenkreisfrequenzen ω_r ($r = 1..n$, n-Anzahl der Eigenfrequenzen) und die Matrix der Eigenvektoren (Modalmatrix) $[\Phi]$ ergeben, die (Masse-orthonormiert) die folgenden Eigenschaften besitzen:

$$[\Phi] = [\Psi] [m_r]^{-1/2}$$

$[\Psi]$ -beliebig normierte Eigenvektoren, $[m_r]$ Diagonalmatrix der zugehörigen modalen Massen

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (3)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\omega_r^2] \quad (4)$$

Für die Anzahl der Eigenfrequenzen n gilt $n \leq m$.

Werden nun bekannte Systemänderungen in Form der Matrizen $[\Delta M]$ und $[\Delta K]$ angebracht, so ändert sich Gleichung (1).

$$([M] + [\Delta M])\{\ddot{x}\} + ([K] + ([\Delta K]))\{x\} = 0 \quad (5)$$

Die Modaltransformation

$$\{x\} = [\Phi] \{q\} \quad (6)$$

liefert

$$([\Phi]^T[M][\Phi] + [\Phi]^T[\Delta M][\Phi])\{\ddot{q}\} + ([\Phi]^T[K][\Phi] + [\Phi]^T[\Delta K][\Phi])\{q\} = 0 \quad (7)$$

Wegen (3) und (4) folgt

$$[B]\{\ddot{q}\} + [A]\{q\} = 0 \quad (8)$$

$$[B] = [I] + [\Phi]^T[\Delta M][\Phi] \quad (9)$$

$$[A] = [\omega_r^2] + [\Phi]^T[\Delta K][\Phi] \quad (10)$$

Es genügen also die Eigenvektoren des Ausgangssystems, dessen Eigenkreisfrequenzen und die Angabe der am System vorgenommenen Modifikationen zur Beschreibung der freien Schwingungen des neuen Systems.

Die Dimension der Matrizen [A] und [B] ist $n \times n$, wobei n die Anzahl der berücksichtigten Eigenfrequenzen $n \leq m$ ist.

Mit dem Ansatz

$$\{q\} = \{Q\}e^{i\omega t} \quad (11)$$

erhält man aus (8) das allgemeine Eigenwertproblem

$$[A]\{Q\} = \omega^2[B]\{Q\} \quad (12)$$

dessen Lösung mit dem Jacobi-Verfahren /3/ eine nochmalige Transformation

$$\{Q\} = [T]\{Z\} \quad (14)$$

beinhaltet. Die Ergebnismatrix [T] besitzt folgende Eigenschaften:

$$\begin{aligned} [T]^T[B][T] &= [I] && \text{Einheitsmatrix} \\ [T]^T[A][T] &= [\omega^2] && \text{Diagonalmatrix der neuen} \\ &&& \text{Eigenfrequenzen} \\ [\Phi]_{\text{neu}} &= [\Phi]_{\text{alt}} \cdot [T] && \text{neue Modalmatrix} \end{aligned}$$

2. Dämpfung

Bei der Betrachtung von gedämpften Schwingungen werden 2 Voraussetzungen gemacht:

- (1) Proportionale Dämpfung, d.h. die unbekannte Dämpfungsmatrix ist diagonalisierbar, die auftretenden Schwingformen sind reell
- (2) Schwache Dämpfung, d.h. die Eigenfrequenzen des ungedämpften Systems sind gleich denen des gedämpften Systems

Trotz dieser Einschränkungen ist es nicht möglich, nach Masse- oder Steifigkeitsmodifikation wieder eine diagonale Dämpfungsmatrix zu erhalten, da die Links-/ Rechtsmultiplikation von [T]

$$[T]^T[\delta]_{\text{alt}} [T] = [\delta]_{\text{neu}} \quad (15)$$

eine voll besetzte Matrix liefert. In (15) sind

$\delta_r = D_r \omega_r$ Abklingkonstante der r-ten Eigenschwingung
 D_r Dämpfungsmaß der r-ten Eigenschwingung
 ω_r Eigenkreisfrequenz der r-ten Eigenschwingung

Man behilft sich mit der Vernachlässigung der Nebendiagonal-Glieder und kann abgekürzt statt (15) schreiben:

$$\delta_{k \text{ neu}} \approx \sum_{r=1}^n \delta_{r \text{ alt}} \text{Tr} k^2 \quad (16)$$

2.3. Berechnung der Modalmatrix (m-orthonormiert) aus Meßergebnissen

Eine Serie gemessener Frequenzgänge

$$H_{kl}(\omega) = X_k(\omega)/F_l(\omega) \quad (17)$$

füllt jeweils eine Zeile ($k = \text{const.}$) oder eine Spalte ($l = \text{const.}$) der Frequenzgangmatrix.

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & \dots & H_{1m} \\ H_{21} & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ H_{m1} & & H_{mm} \end{bmatrix} \quad (18)$$

mit $\{x\} = [H] \{F\} \quad (19)$

Aus der experimentellen Modalanalyse der Frequenzgänge erhält man die modalen Parameter:

$\omega_r, r = 1 \dots n$ n Eigenkreisfrequenzen
 $D_r, r = 1 \dots n$ n Dämpfungsmaße
 $r a_{kl}, r = 1 \dots n, k = 1 \dots m, l = \text{konst.}$ (Erregerort fest)
 oder

$k = \text{konst.}, l = 1 \dots m$ (Meßstelle fest)
 $r \times m$ Residuen, die allgemein komplex sind
 (nichtproportionale Dämpfung) aber für die
 weitere Verarbeitung reell approximiert werden
 müssen (Vorzeichen +/-)

Jeder der Frequenzgänge läßt sich für den Fall proportionaler Dämpfung wie folgt darstellen:

$$H_{kl}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{r a_{kl}}{-\omega^2 + \omega_r^2 + i 2 D_r \omega_r \omega} \quad (20)$$

worin der Zusammenhang zwischen den auftretenden modalen Parametern gegeben ist. Erweiterung mit dem konjugiert komplexen Nenner liefert

$$H_{kl}(\omega) = \sum_{r=1}^n \left[\frac{(\omega_r^2 - \omega^2) r a_{kl}}{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 - 4 D_r^2 \omega_r^4} - i \frac{2 D_r \omega_r^2 r a_{kl}}{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 - 4 D_r^2 \omega_r^4} \right] \quad (21)$$

Im Resonanzfall $\omega = \omega_r$ wird aus dem r-ten Summanden: $r h_{kl}$

$$r h_{kl} = +i r a_{kl} / i 2 D_r \omega_r^2 \quad (22)$$

d.h. der Realteil verschwindet, es bleibt die modale Amplitude im Imaginärteil. Gleichung 22 gibt den Zusammenhang zwischen den modalen Größen. Werden vom Modalanalyseprogramm nicht $r a_{kl}$, sondern modale Amplituden $r C_{kl}$, ausgegeben (Betrag eines komplexen $r h_{kl}$), wird $r a_{kl}$ berechnet:

$$r a_{kl} = r C_{kl} \cdot 2 D_r \omega_r^2 \quad (23)$$

Um von den Residuen auf m-orthonormierte Eigenvektoren zu kommen, wird die Beziehung

$$r a_{kl} = r \Phi_k \cdot r \Phi_l \quad (24)$$

verwendet. Darin sind $r \Phi_k$ und $r \Phi_l$ die k-te bzw. l-te Komponente des r-ten Eigenvektors. Aus dieser Beziehung ist zugleich zu erkennen, daß in einer Zeile oder Spalte dieser Frequenzgangmatrix alle $r \Phi_k$ ($r = 1 \dots n$, $k = 1 \dots m$) des Systems enthalten sind, so daß alle H_{kl} formuliert werden können.

Für den Fall $k = l$ (Erregungspunkt = Antwortmeßpunkt, Diagonalelement H_{kk}) folgt direkt

$$r \Phi_k = \sqrt{r a_{kk}} \quad (25)$$

$$r \Phi_l = r a_{kl} / r \Phi_k \quad (r = 1 \dots n, l = 1 \dots m, k = \text{const.}) \quad (26)$$

Es ist ersichtlich, daß die Messung des Frequenzganges $H_{kk}(\omega)$ besonders wichtig für die Genauigkeit der Berechnung der Modalmatrix ist.

Damit ist die Modalmatrix $[\Phi]$ vollständig belegt und für die Modifikationsrechnungen verfügbar.

Der umgekehrte Weg muß beschritten werden, wenn nach der Modifikationsrechnung neben Eigenfrequenzen auch modale Amplituden vorausberechnet werden sollen. Das Verfahren entspricht dann dem Verfahren der modalen Überlagerung zur Berechnung erzwungener Schwingungen (vgl. Abschnitt 3).

3. Berechnungsprogramm MODIFY

Das Berechnungsprogramm MODIFY wurde für IBM-kompatible 16-bit-PC in Turbo-Pascal geschrieben. Es sind keinerlei besondere Hardware-Anforderungen zu erfüllen. Die modalen Parameter des Ausgangssystems werden über die Tastatur eingegeben, ebenso die Systemmodifikationen.

Das Programm realisiert folgende Funktionen:

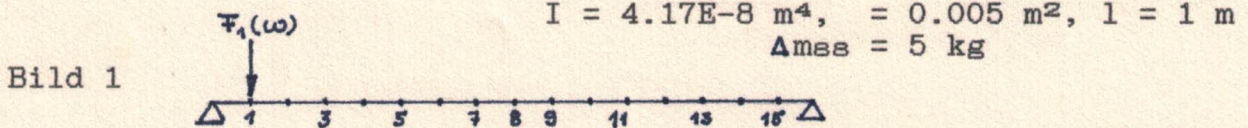
- (1) Lesen Anzahl der Eigenschwingungen n
Lesen Anzahl der Meßpunkte m
- (2) Lesen der Eigenfrequenzen $\{\omega_r\} = \frac{1}{2}\pi \{\omega_r\}$
- (3) Lesen der modalen Dämpfungsmaße $\{D_r\} = \{\delta_r/\omega_r\}$
- (4) Lesen der modalen Amplituden rC_{kl} einer Spalte/Zeile der Frequenzgangmatrix $[H]$
- (5) Kennzeichnung der Diagonalelemente rC_{kk}
- (6) Eingabe der Modifikationsmatrizen $[\Delta M]$ und $[\Delta K]$
- (7) Berechnung der Modalmatrix $[\Phi]$
 $r a_{kk} = r \Phi_k \cdot r \Phi_k = r C_{kk} \cdot 2 D_r \cdot \omega_r^2$ $r = 1 \dots n$
 $r \Phi_k = \sqrt{r a_{kk}}$ $r = 1 \dots n$
 $r \Phi_l = r C_{kl} \cdot 2 D_r \cdot \omega_r^2 / r \Phi_k$ $r = 1 \dots n, l = 1 \dots m$
- (8) Berechnung der Matrizen
 $[A] = [I] + [\Phi]^T [\Delta M] [\Phi]$
 $[B] = [\omega^2] + [\Phi]^T [\Delta K] [\Phi]$
- (9) Lösung des Eigenwertproblems $[A]\{Q\} = \omega^2 [B]\{Q\}$
mit dem Jacobi-Verfahren nach Bathe /3/
mit dem Resultat $[\omega^2]_{neu}, [T]$
- (10) Berechnung der neuen Modalmatrix
 $[\Phi]_{neu} = [\Phi]_{alt} [T]$
- (11) Berechnung der neuen Dämpfungen
 $\delta_{r alt} = D_{r alt} \cdot \omega_{r alt}$
 $\delta_{k neu} \approx \sum_{r=1}^n \delta_{r alt} \cdot Tr_{rk}^2$
 $D_{r neu} = \delta_{r neu} / \omega_{r neu}$
- (12) Berechnung der Amplituden
 $r a_{kl} = r \Phi_k \cdot r \Phi_l$ $r=1 \dots n; k, l \text{ nach Bedarf}$
 $r C_{kl} = r a_{kl} / 2 \cdot D_r \cdot \omega_r^2$

Wahlweise kann auf Amplituden und Dämpfungen verzichtet werden, statt dessen werden dann die m -orthonormierten Eigenvektoren eingegeben und für das modifizierte System berechnet. Das Programm trägt den Charakter eines Arbeitsprogrammes und ist daher im Service beschränkt. Menue-Funktionen sind:

- | | | |
|----|--------------------|--|
| 1 | Input System | - Eingabe eines Systems vom Keyboard |
| 2 | Input Modification | - Eingabe von Modifikationen (Elemente von Steifigkeits- und Massenmatrix) |
| 3 | Calculation | - Auslösung der Berechnung, Ergebnisanzeige |
| 4 | Result | - Ergebnisanzeige |
| 5 | Print System | - Druckerausgabe des Systems |
| 6 | Print Modification | - Druckerausgabe der Modifikationen und der Berechnungsergebnisse |
| 7 | Store Data | - Speichern eines eingegebenen Datensatzes auf Platte/Diskette |
| 8 | Load Data | - Laden eines gespeicherten Datensatzes von Platte/Diskette |
| 10 | Cancel | - Programmabbruch |

4. Beispiele

4.1. Freidrehbar gelagerte Balken



Der im Bild 1 dargestellte Balken wurde mit der FEM (PASSAD/MOSU) berechnet für den Ausgangszustand, d.h. $m_{\text{seg}} = \emptyset$. Die Dämpfungen wurden festgelegt wie in der Tabelle 1 angegeben. Wegen der deutlichen Abstände der Eigenfrequenzen und der geringen Dämpfung konnten die Resonanzamplituden als modale Amplituden übernommen werden.

Auf die Dreh-Freiheitsgrade wurde von vornherein verzichtet. Die auf diese Weise simulierten "Meßergebnisse" (Eigenfrequenzen) werden ins Programm MODIFY eingegeben und in Balkenmitte eine Systemmodifikation in Form einer 5 kg-Masse angebracht. Die Resultate der Modifikationsrechnung sind in Tabelle 1 enthalten.

Tabelle 1: Modifikation des Balkens (Ergebnisse der PASSAD/MOSU-Rechnung)

*** Daten des Ausgangssystems ***					
Anzahl der Eigenschwingungen: 5			Anzahl der Messpunkte: 15		
Eigenfrequenzen [Hz]:					
	23.24	92.95	209.10	371.70	580.50
Modale Daempfung [%] :					
	0.500	1.000	1.500	2.000	2.500
Amplituden [m/N]:					
1	9.097E-006	1.094E-006	3.040E-007	1.170E-007	5.300E-008
2	1.784E-005	2.021E-006	5.060E-007	1.650E-007	5.900E-008
3	2.591E-005	2.641E-006	5.370E-007	1.170E-007	1.200E-008
4	3.297E-005	2.859E-006	3.870E-007	0.000E+000	-4.50E-008
5	3.877E-005	2.641E-006	1.070E-007	-1.17E-007	-6.30E-008
6	4.308E-005	2.021E-006	-2.09E-007	-1.65E-007	-2.40E-008
7	4.573E-005	1.094E-006	-4.55E-007	-1.17E-007	3.500E-008
8	4.663E-005	0.000E+000	-5.47E-007	0.000E+000	6.400E-008
9	4.573E-005	-1.09E-006	-4.55E-007	1.170E-007	3.500E-008
10	4.308E-005	-2.02E-006	-2.09E-007	1.650E-007	-2.40E-008
11	3.877E-005	-2.64E-006	1.070E-007	1.170E-007	-6.30E-008
12	3.297E-005	-2.86E-006	3.870E-007	0.000E+000	-4.50E-008
13	2.591E-005	-2.64E-006	5.370E-007	-1.17E-007	1.200E-008
14	1.784E-005	-2.02E-006	5.060E-007	-1.65E-007	5.900E-008
15	9.097E-006	-1.09E-006	3.040E-007	-1.17E-007	5.300E-008
Erregungspunkt: 1					

*** Modifikationen ***
 Masse [kg] Steifigkeiten[N/m]
 8 5.000E+000

*** Ergebnisse der Modifikationsrechnung ***

Eigenfrequenzen [Hz]:	20.74	92.95	190.28	371.70	537.77
Modale Daempfung [%] :	0.446	1.000	1.364	2.000	2.324
Amplituden [m/N]:					
1	1.007E-005	1.094E-006	3.572E-007	1.170E-007	6.752E-008
2	1.977E-005	2.021E-006	6.093E-007	1.650E-007	7.755E-008
3	2.873E-005	2.641E-006	6.785E-007	1.170E-007	2.136E-008
4	3.662E-005	2.859E-006	5.421E-007	0.000E+000	-5.10E-008
5	4.314E-005	2.641E-006	2.453E-007	-1.17E-007	-8.09E-008
6	4.802E-005	2.021E-006	-1.10E-007	-1.65E-007	-4.49E-008
7	5.105E-005	1.094E-006	-3.96E-007	-1.17E-007	1.684E-008
8	5.208E-005	0.000E+000	-5.05E-007	0.000E+000	4.805E-008
9	5.105E-005	-1.09E-006	-3.96E-007	1.170E-007	1.684E-008
10	4.802E-005	-2.02E-006	-1.10E-007	1.650E-007	-4.49E-008
11	4.314E-005	-2.64E-006	2.453E-007	1.170E-007	-8.09E-008
12	3.662E-005	-2.86E-006	5.421E-007	0.000E+000	-5.10E-008
13	2.873E-005	-2.64E-006	6.785E-007	-1.17E-007	2.136E-008
14	1.977E-005	-2.02E-006	6.093E-007	-1.65E-007	7.755E-008
15	1.007E-005	-1.09E-006	3.572E-007	-1.17E-007	6.752E-008

Zum Vergleich wurde die vollständige Rechnung des modifizierten Systems mit PASSAD/MOSU durchgeführt. Dabei wurden die neuen Dämpfungsmaße (1) und die des Ausgangssystems (2) in zwei Berechnungen benutzt.

Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse. Die Angabe der Amplituden beschränkt sich auf den Punkt 1.

Tabelle 2: Berechnung des modifizierten Balkens ($\Delta m_{ss} = 5 \text{ kg}$) mit PASSAD/MOSU

Eigenfrequenzen [Hz]:	20.74	92.95	190.1	371.7	535.1
(1)					
Modale Dämpfung [%]:	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
Amplitude C_{11} [m/N]:	8.980E-6	1.094E-6	0.329E-6	0.117E-6	0.058E-6
(2)					
Modale Dämpfung [%]:	0.446	1.0	1.364	2.0	2.32
Amplitude C_{11} [m/N]:	10.067E-6	1.094E-6	0.362E-6	0.117E-6	0.063E-6

Es ist ersichtlich, daß die Änderungen der 1., 3. und 5. Eigenfrequenz bei Modifikationsrechnung und Berechnung des vollständigen Systems nahezu identisch sind und die Zwangsschwingungsamplituden bei Verwendung derselben Dämpfungen nur gering differenzieren. Ein Einfluß der Modifikation auf die 2. und 4. Eigenfrequenz besteht nicht, da die Masse in Schwingungsknoten der jeweiligen Form angeordnet ist.

Das von PASSAD gelöste Eigenwertproblem hatte die Größe 32, das in MODIFY nur 5. Zur Prüfung der Genauigkeit bei drastischer Reduzierung der "Meß-"Punkte wurde die in Tabelle 3 dargestellte Modifikationsrechnung durchgeführt. Dazu werden die Punkte 2, 3,

5, 6, 7, 9, 10, 12, 13 und 14 des Ausgangssystems (Tabelle 1) weggelassen.

Tabelle 3: Modifikation des Balkens, reduziert auf 5 Punkte

```

*** Daten des Ausgangssystems ***
Anzahl der Eigenschwingungen: 5      Anzahl der Messpunkte: 5
Eigenfrequenzen [Hz]:
    23.24      92.95      209.10      371.70      580.50
Modale Daempfung [%] :
    0.500      1.000      1.500      2.000      2.500
Amplituden [m/N]:
  1  9.097E-006  1.094E-006  3.040E-007  1.170E-007  5.300E-008
  2  3.297E-005  2.859E-006  3.870E-007  0.000E+000  -4.50E-008
  3  4.663E-005  0.000E+000  -5.47E-007  0.000E+000  6.400E-008
  4  3.877E-005  -2.64E-006  1.070E-007  1.170E-007  -6.30E-008
  5  9.097E-006  -1.09E-006  3.040E-007  -1.17E-007  5.300E-008
Erregungspunkt: 1

```

```

*** Modifikationen ***
Masse [kg]      Steifigkeiten[N/m]
3  5.000E+000

```

```

*** Ergebnisse der Modifikationsrechnung ***
Eigenfrequenzen [Hz]:
    20.74      92.95      190.28      371.70      537.77
Modale Daempfung [%] :
    0.446      1.000      1.364      2.000      2.324
Amplituden [m/N]:
  1  1.007E-005  1.094E-006  3.572E-007  1.170E-007  6.752E-008
  2  3.662E-005  2.859E-006  5.421E-007  0.000E+000  -5.10E-008
  3  5.208E-005  0.000E+000  -5.05E-007  0.000E+000  4.805E-008
  4  4.314E-005  -2.64E-006  2.453E-007  1.170E-007  -8.09E-008
  5  1.007E-005  -1.09E-006  3.572E-007  -1.17E-007  6.752E-008

```

Der Vergleich mit den Ergebnissen in Tabelle 1 zeigt, daß offenbar kein Genauigkeitsverlust eingetreten ist. Schließlich wurden noch die 5. und 4. Eigenfrequenz im Ausgangssystem weggelassen. Tabelle 4 zeigt einen sehr kleinen Einfluß auf die 3. Eigenfrequenz.

Das Eigenwertproblem, das in MODIFY gelöst wurde, war im letzten Falle nur noch von der Größe 3.

Das Beispiel zeigt die Leistungsfähigkeit der Modifikationsberechnung für so einfache Strukturen, wie den verwendeten Balken. Da die Modifikation in diesem Falle die Symmetrie der Eigenformen nicht gestört hat, sind besonders gute Ergebnisse erzielt worden. Das Verhalten eines Schiffskörpers im unteren Frequenzbereich konnte weniger gut simuliert werden. Neben der Meßgenauigkeit und Vollständigkeit ausgewerteter Frequenzgänge von Erregermessungen ist insbesondere die korrekte Erfassung der für jede Eigenschwingung unterschiedlichen hydrodynamische Masse unmöglich.

Tabelle 4: Modifikation des Balkens, reduziert auf 3 Eigenfrequenzen und 5 Punkte

*** Daten des Ausgangssystems ***

Anzahl der Eigenschwingungen:	3	Anzahl der Messpunkte:	5
Eigenfrequenzen [Hz]:	23.24	92.95	209.10
Modale Daempfung [%] :	0.500	1.000	1.500
Amplituden [m/N]:			
1	9.097E-006	1.094E-006	3.040E-007
2	3.297E-005	2.859E-006	3.870E-007
3	4.663E-005	0.000E+000	-5.47E-007
4	3.877E-005	-2.64E-006	1.070E-007
5	9.097E-006	-1.09E-006	3.040E-007

Erregungspunkt: 1

*** Modifikationen ***

Masse [kg]	Steifigkeiten[N/m]
3 5.000E+000	

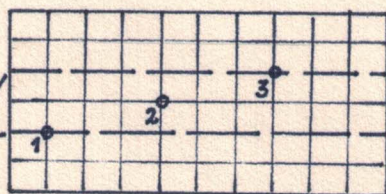
*** Ergebnisse der Modifikationsrechnung ***

Eigenfrequenzen [Hz]:	20.74	92.95	190.69
Modale Daempfung [%] :	0.446	1.000	1.369
Amplituden [m/N]:			
1	1.004E-005	1.094E-006	3.826E-007
2	3.658E-005	2.859E-006	5.476E-007
3	5.199E-005	0.000E+000	-5.10E-007
4	4.309E-005	-2.64E-006	2.353E-007
5	1.004E-005	-1.09E-006	3.826E-007

4.2. Rechteckplatte

Bild 2

Steifen 6 x 60



1940 x 942 x 4 mm
Randdrehfedern

An der im Bild 2 dargestellten Platte wurden die Frequenzgänge einer Spalte der Frequenzgangmatrix im Frequenzbereich bis 75 Hz gemessen. Darin sind 2 Eigenfrequenzen identifiziert worden. Die im Bild 2 angegebenen 3 Meßpunkte wurden für eine Modifikations-

rechnung benutzt, d.h. nur 3 Elemente der Eigenvektoren kamen in Ansatz. Die Wahl der Punkte erfolgte unter dem Aspekt der Erfassung der auftretenden 2 Schwingformen. Krafteinleitungs- und Modifikationspunkt müssen enthalten sein. Tabelle 5 zeigt die aus der Messung gewonnenen modalen Parameter (Ausgangssystem) und die bei Anbringen einer Zusatzmasse oder einer Translationsfeder zu erwartenden modalen Frequenzen, Dämpfungen und Amplituden.

Tabelle 5: Modifikation der versteiften Platte aus Bild 2

```

*** Daten des Ausgangssystems ***
Anzahl der Eigenschwingungen: 2      Anzahl der Messpunkte: 3
Eigenfrequenzen [Hz]:
    36.10      59.00
Modale Daempfung [%] :
    0.700      0.500
Amplituden [m/N]:
  1  9.100E-006  6.000E-006
  2  3.240E-005  0.000E+000
  3  2.110E-005 -1.39E-005
Erregungspunkt: 1

```

```

*** Modifikationen ***
      Masse [kg]      Steifigkeiten[N/m]
3  5.000E+000

```

```

*** Ergebnisse der Modifikationsrechnung ***
Eigenfrequenzen [Hz]:
    33.01      54.58
Modale Daempfung [%] :
    0.631      0.478
Amplituden [m/N]:
  1  7.753E-006  9.372E-006
  2  3.109E-005  6.421E-006
  3  2.252E-005 -1.34E-005

```

```

*** Modifikationen ***
      Masse [kg]      Steifigkeiten[N/m]
3  0.000E+000  [ 3]1.00E+006

```

```

*** Ergebnisse der Modifikationsrechnung ***
Eigenfrequenzen [Hz]:
    42.83      70.45
Modale Daempfung [%] :
    0.601      0.412
Amplituden [m/N]:
  1  1.314E-005  2.076E-006
  2  3.330E-005 -3.51E-006
  3  1.290E-005 -9.38E-006

```

Da keine Meßergebnisse für Modifikationen der Platte existieren, erfolgte zum Vergleich eine FEM-Rechnung der Eigenschwingungen. In Tabelle 6 sind Messung/Modifikation den Berechnungen gegenübergestellt.

Tabelle 6: Vergleich der Eigenfrequenzen der Platte

	Messung/Modifikation		FEM-Rechnung	
Ausgangssystem	36.1	59.0	36.9	57.6
$\Delta m_{33} = 5 \text{ kg}$	33.0	54.6	34.7	54.8
$\Delta k_{33} = 1.E06$	42.8	70.5	42.4	64.2

Die Ergebnisse zeigen, daß in diesem Falle mit der Modifikationsrechnung eine sehr gute Prognose für die Eigenfrequenzen des veränderten Systems gegeben werden konnte. Ausschlaggebend dafür sind:

- die Genauigkeit der Meß- bzw. Modalanalyseergebnisse,
- die Wahl der Meßpunkte,
- die Tatsache, daß die nächsten Eigenfrequenzen erst über 110 Hz liegen,
- die geringen Absolutwerte der Modifikationen.

Bei diesem Beispiel einer Modifikation wird mit 11 eingegebenen Größen fast dasselbe Ergebnis erzielt wie mit einem kompletten FEM-Modell mit 167 Freiheitsgraden.

5. Einschätzung der Ergebnisse

Mit der Einführung der Systemmodifikation ist die Kette "Frequenzgangmessung - Systemidentifikation mit Modalanalyse - Simulation von Modifikationen am identifizierten Modell" komplettiert. Für die Anordnung auf gemessene Strukturen müssen folgende Voraussetzungen gemacht werden:

- (1) Frequenzgänge müssen am Erregungspunkt, an vorgesehenen Modifikationspunkten und an weiteren Punkten gemessen werden, so daß eine Erfassung der wesentlichen Schwingformcharakteristika möglich ist.
- (2) Die Frequenzgänge müssen alle erforderlichen Eigenschwingungen enthalten, d.h. auch den Frequenzbereich, der infolge Modifikation von den interessierenden Eigenschwingungen erreicht werden kann. Hier ist eine Analogie zur Berechnung von erzwungenen Schwingungen mit modaler Überlagerung vorhanden.
- (3) Die möglichen Modifikationen müssen mit vertretbarem Aufwand als Elemente der Massen- oder Steifigkeitsmatrix quantifiziert

bar sein.

Aus diesen Voraussetzungen ergeben sich erhebliche Schwierigkeiten für die Anwendung auf Schiffskörperschwingungen und Schwingungen des Aufbaus (räumlicher Charakter, hoher Diskretisierungsaufwand). Biege-, Dreh- und Längsschwingungen der Antriebsanlage sind rechnerisch ausreichend zu erfassen und Frequenzgangmessungen sind zudem schwierig.

Anwendungen an Bord von Schiffen sind zweckmäßig bei

- lokalen Schwingungen von Platten
- Schwingungen von Maschinen auf ihren Fundamenten
- Schwingungsproblemen an Ausrüstungen wie Kränen, Winden u.ä.

Im allgemeinen Maschinenbau, Stahlbau, Waggon- und Fahrzeugbau dürften weiterreichende Anwendungsgebiete liegen.

6. Literatur

- /1/ Wahl, F.: Modalanalyse und Systemmodifikation
Vortrag Weiterbildungsseminar Schiffsschwingungen Graal-
Müritz, 1988
- /2/ Ewins, D.J.: Modal Testing: Theory and Practice
Research Studies Press Ltd., England 1986
- /3/ Bathe, K.-J.; Wilson, E.L.: Numerical Methods in Finite
Element Analysis
Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1976